

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

N° d'ordre : 222/Ds/2017
Série :32/Ch/2017

UNIVERSITE DES FRERES MENTOURI CONSTANTINE
FACULTE DES SCIENCES EXACTES
DEPARTEMENT DE CHIMIE

THESE

PRESENTEE POUR OBTENIR LE DIPLOME DE
DOCTORAT EN SCIENCES EN CHIMIE

OPTION : *CHIMIE ANALYTIQUE PHYSIQUE ET ENVIRONNEMENT*

**ETUDE NUMERIQUE ET MODELISATION DE
DIFFERENTS REGIMES D'ECOULEMENTS
GAZEUX A HAUTE TEMPERATURE DANS UNE
ENCEINTE CYLINDRIQUE**

Mme Souheila BOUTEBBA-CHENNI

Devant Le Jury :

Présidente	A. CHAKER	Pr.	Université des frères Mentouri-Constantine1
Rapporteur	W.KAABAR	Pr.	Université des frères Mentouri-Constantine1
Examineur	A. BELAFRITES	Pr.	Université Mohamed Seddik Benyahia-Jijel
Examineur	K.NOUCER	Pr.	Université Mohamed Seddik Benyahia-Jijel

Soutenue le 21 /12 /2017

Je dédie ce travail à :

Mes parents

Mon mari Aissa

*Et mes adorables enfants : Melissa, Moktada Abdel Mouaiz
et Lina Fatima Zohra*

Remerciements

*Avant tout, je dois remercier **DIEU** le tout puissant de m'avoir donné la force de mettre à terme cette thèse.*

Je tiens à remercier ma directrice de thèse, Mme Kaabar wahiba, Professeur à l'université des frères Mentouri de Constantine.

Je tiens aussi à remercier Madame A.Chaker, Professeur à l'Université des frères Mentouri de Constantine, qui m'a honoré en acceptant de présider le jury de ce travail. Qu'elle veuille bien trouver ici toute ma gratitude et mes sentiments de respect.

Un remerciement particulier à Monsieur A.Belafrites, Professeur à l'Université de Mohammed seddik Benyahia de Jijel, qui m'a fait l'immense plaisir d'accepter d'examiner ce travail. Je lui exprime toute ma reconnaissance.

Je remercie également Monsieur A.Nouicer, Professeur à l'Université de Mohammed seddik Benyahia de Jijel, pour l'intérêt qu'il porte à ce travail en me faisant l'honneur de participer au jury. Qu'il trouve ici l'expression de ma sincère reconnaissance.

Je tiens aussi à exprimer toute ma gratitude au Professeur A.Bounames, Doyen de la faculté des sciences exactes, Université de Mohammed seddik Benyahia de Jijel, tant pour son aide que pour sa gentillesse. Je lui serai toujours reconnaissante.

Mes remerciements les plus sincères à Professeur I.Graur et à Monsieur J-D Parisse, Maitre de conférence à l'université de Aix-Marseille ainsi que Dr. M.H Tuan, pour m'avoir accueilli au sein de leur équipe pendant un mois. Je tiens à leur adresser toute ma gratitude pour m'avoir aidé.

Résumé

La compréhension des phénomènes de transport des gaz raréfiés revêt une grande importance dans nombreux domaines des sciences ; le domaine des industries chimiques, la microélectronique, la médecine, l'espace, la technologie du vide avec toutes ses applications (le dépôt de couches minces, spectromètre, valves de dosage, capteurs de pression, etc...) ainsi que le domaine des sources lumineuses.

Ce travail de thèse porte sur l'étude numérique de l'écoulement stationnaire et instationnaire ainsi que le transfert de chaleur à travers un gaz raréfié confiné entre deux cylindres coaxiaux, simulant un filament de tungstène chauffé et une enveloppe cylindrique. L'intervalle de la température du gaz (N_2) s'étend de 300K à l'enveloppe de l'enceinte jusqu'aux 2700K et 3000K au filament de tungstène. Ces températures engendrent de grands gradients de température dans la région du cylindre interne où l'hypothèse d'équilibre thermodynamique local est mise en défaut. Une large gamme du degré de raréfaction du gaz a été considérée allant du régime de transition jusqu'au régime hydrodynamique.

L'objectif principal de ce travail de thèse est l'utilisation d'approches efficaces pour les simulations numériques de cas pratiques d'écoulements de gaz raréfiés entre deux cylindres coaxiaux dont la différence de température entre les cylindres est importante.

Notre problème a été résolu, à l'état stationnaire et instationnaire, deux approches continue et cinétique ainsi que plusieurs modèles théoriques ont été utilisés pour chaque état, à savoir : un modèle cinétique basé sur l'équation de Boltzmann sous sa forme non linéaire (modèle cinétique non linéaire de Shakhov) soumis à des conditions aux limites de Maxwell, un modèle continu basé sur l'utilisation des équations de Navier-Stokes et Fourier en introduisant le concept de glissement et de saut de température à la paroi du cylindre interne par la méthode LPBS (Low Pressure Boundary Slip) en utilisant le code Fluent, un code basé sur l'équation de conservation de l'énergie et une solution analytique du problème soumise à des conditions aux limites. L'aspect original de ce travail se situe sur les régimes transitoires et stationnaires pour des rapports de températures élevés ($T_A/T_B \geq 5$)

Dans le cadre de ces approches numériques, nous présentons les résultats des calculs des grandeurs macroscopiques entre les deux cylindres, en termes des rapports de températures et du paramètre de raréfaction δ , pour les différents modèles théoriques dans les régimes d'écoulement hydrodynamique, de glissement et de transition. L'interaction gaz-interface a été également étudiée.

La modélisation du problème à l'état stationnaire, a été effectuée en se basant sur deux approches, une approche continue basée sur l'utilisation des équations de Navier-Stokes et Fourier ; et une solution analytique du problème soumise à des conditions aux limites ; et une approche cinétique basée sur l'utilisation de la forme non linéaire du modèle cinétique de Shakhov soumis à des conditions aux limites de Maxwell.

Une comparaison détaillée des profils de températures en termes du déplacement radial obtenus par le modèle cinétique de Shakhov, le code de CFD Fluent et par le modèle analytique, est effectuée. Le comportement qualitatif de la distribution de température, donnée par les trois équations, est très similaire. Cependant, la méthode LPBS se révèle être plus précise que la solution analytique au voisinage du filament.

La modélisation de l'état instationnaire, a été effectuée pour deux approches, une approche continue basée sur un modèle de l'équation de conservation d'énergie soumise à des conditions aux limites du saut de température. Et une approche cinétique basée sur l'utilisation de la forme non linéaire du modèle cinétique de Shakhov. En comparant les deux approches, il a été constaté que l'écart entre ces deux approches, accroît avec l'augmentation de la valeur du rapport des températures des surfaces des deux cylindres.

L'influence de l'interaction gaz-surface sur les quantités macroscopiques a été étudiée en faisant varier le coefficient d'accommodation sur le cylindre interne. Il a été conclu qu'une accommodation incomplète à la surface du cylindre interne altère complètement les paramètres macroscopiques et que cette influence significative sur les paramètres macroscopiques augmente avec la raréfaction.

Mots clés :

Écoulements gazeux à haute température, CFD, Fluent, Méthode LPBS, Gaz raréfié, modèle cinétique non linéaire de Shakhov, États stationnaire et instationnaire, Interaction gaz-surface.

Abstract

Understanding the phenomena of transporting rarefied gases is of great importance in many fields of science; Chemical industries, microelectronics (MEMS), medicine, space, vacuum technology with all technological applications (thin film deposition, spectrometer, dosing valves, pressure sensors, etc.), Electric discharges, as well as the field of light sources.

In this work we present a numerical study of the nonlinear steady and unsteady flows and the transfer of heat through a rarefied gas (N_2) confined between two coaxial cylinders, simulating a heated tungsten filament and a cylindrical envelope. The gas temperature ranges from 300K at the enclosure up to 2700 and 3000K at the tungsten filament. These temperatures generate large temperature gradients in the region of the inner cylinder where local thermodynamic equilibrium no longer applies. A wide range of rarefaction gas degree has been chosen from the transition to the hydrodynamic flow regime.

The main objective of this thesis is the use of efficient approaches for numerical simulations of practical cases of rarefied gas flows between coaxial cylinders whose temperature difference between is important. The problem has been solved in the steady and unsteady state, two continuous and kinetic approaches as well as several theoretical models have been used for each state, namely: a kinetic model based on the Boltzmann equation in its nonlinear form (Shakhov's nonlinear kinetic model) subjected to Maxwell's boundary conditions, a continuous model based on the use of the Navier-Stokes and Fourier equations by introducing the temperature jump to the inner cylinder wall by the LPBS (Low Pressure Boundary Slip) method used by Fluent code, a code based on the energy conservation equation and an analytical solution of the problem subject to boundary conditions. The original aspect of this work lies in the transient and steady regimes for high temperature ratios (temperature ratios greater or equal 5).

In the framework of these numerical approaches, we present the numerical results of the macroscopic quantities between the two cylinders, in terms of the temperature ratios and the rarefaction parameter δ , for different theoretical models in the hydrodynamic, slip and transition regimes. The gas-interface interaction was also studied.

The steady-state modeling of the problem was carried out on the basis of two approaches, a continuous approach based on the Navier-Stokes and Fourier equations; and an analytical solution of the problem subject to boundary conditions; and a kinetic approach based on the nonlinear kinetic model of Shakhov subjected to Maxwell's boundary conditions.

Temperature profiles comparison in terms of the radial displacement obtained by the Shakhov kinetic model, the Fluent CFD code and the analytical model is performed. The qualitative behavior of the temperature distribution, given by the three equations, is very similar. However, the LPBS method proves to be more accurate than the analytical solution in the vicinity of the filament.

The unsteady state modeling was carried out for two approaches, a continuous approach based on an energy conservation equation model subjected to boundary conditions of temperature jump, and a kinetic approach based on the use of the nonlinear form of Shakhov's kinetic model. Comparing the two approaches, it was found that the difference between these two approaches increases with raising the temperature ratio of the cylinders.

The influence of the gas-surface interaction on the macroscopic quantities was studied by varying the accommodation coefficient on the inner cylinder. It was concluded that an incomplete accommodation on the inner cylinder surface alters the macroscopic parameters; this significant influence increases with rarefaction.

Keywords:

High temperature gaseous flows, CFD, Fluent, LPBS method, rarefied gas, nonlinear Shakhov kinetic model, stationary and unsteady states, Gas-surface interaction.

ملخص

يمثل فهم ظواهر النقل في الغازات المخلخلة أهمية بالغة في العديد من المجالات العلمية، مثل: مجال الصناعات الكيميائية، والالكترونيات الدقيقة والطب، علم الفضاء، وتكنولوجيا الفراغ مع جميع التطبيقات التكنولوجية (ترسب الطبقات الرقيقة، المطياف، صمامات القياس، وأجهزة استشعار الضغط، الخ...)، فضلا عن مجال المصادر الضوئية. تتناول هذه الأطروحة الدراسة العددية للتدفق المستقر وغير المستقر وكذلك النقل الحراري من خلال غاز النيتروجين المخلخل و المحصور بين أسطوانتين محوريتين، و المحاكاة لخيوط تنغستن مسخن و غلاف خارجي أسطواني. مجال حرارة الغاز يمتد من 300K على مستوى الغلاف إلى غاية 2700 و 3000 على مستوى خيط التنغستن. درجة الحرارة هاته تسبب في تدرجات حرارية كبيرة في منطقة الأسطوانة الداخلية أين تصبح فرضية التوازن الحراري المحلي غير محققة. الدراسة أجريت من أجل درجات متعددة لتخلخل الغاز: من النظام الانتقالي إلى النظام الهيدروديناميكي. الهدف الرئيسي من هذه الدراسة هو تطوير مناهج فعالة للمحاكاة العددية لتدفقات الغازات المخلخلة بين أسطوانتين محوريتين حيث الفرق في درجة الحرارة بينهما كبير.

الدراسة الحالية شملت حالتين مختلفتين إحداهما مستقرة والأخرى غير مستقرة، حيث تم استخدام عدة نماذج نظرية: نموذج شاخوف الحركي و الذي يعتمد على معادلة بولتزمان غير الخطية، ونموذج مستمر يعتمد على استخدام معادلات نافير ستوكس وفورييه عن طريق إدخال مفهوم الانزلاق والقفز لدرجة الحرارة عند الجدار باستعمال النموذج التجاري "فلوينت"، و نموذج يعتمد على معادلة الحفاظ على الطاقة و كذلك نموذج يعتمد على حل تحليلي مع الخضوع لشروط حدية. الجانب الأصلي في هذا العمل يتركز على الأنظمة الانتقالية والمستقرة من أجل نسب درجات حرارة مرتفعة تعادل أو تتجاوز نسبة 5.

في إطار هذه الطرق العددية، نقدم نتائج لأنواع عديدة من التدفقات المستقرة وغير المستقرة من الغاز المخلخل، مع مقارنات تفصيلية لنتائج المحاكاة العددية لعدة أنواع من تدفقات الغاز المخلخل المتحصل عليها باستخدام نموذج شاخوف الحركي المعتمد على معادلة بولتزمان غير الخطية، والنموذج المستمر المعتمد على استخدام معادلات نافير ستوكس وفورييه و والحل التحليلي مع الشروط الحدية فيما يخص التدفقات المستقرة. و كذلك تمت المقارنة بين النتائج المتحصل عليها عن طريق نموذج شاخوف و النموذج المعتمد على معادلة الحفاظ على الطاقة من أجل التدفقات الغير المستقرة. المقارنات الأولى أظهرت نجاعة الطريقة المتبعة من النموذج "فلوينت" مقارنة مع الحل التحليلي. أما المقارنات الثانية أظهرت وجود فروق بين النموذجين تتناقص مع انخفاض قيمة النسبة بين درجات الحرارة بين أسطح الأسطوانتين. في هذه الدراسة تم التطرق أيضا إلى التفاعلات بين السطح الداخلي والغاز على الكميات العيانية (درجة الحرارة، كمية التدفق، الضغط...) من خلال تغيير معامل الإقامة للأسطوانة الداخلية. وخلصت المقارنة إلى أن الإقامة غير الكاملة لسطح الأسطوانة الداخلية يغير تماما الكميات العيانية و أن هذا التأثير يتزايد مع تزايد تخلخل الغاز.

كلمات البحث

الغاز النادر، النموذج الحركي اللاخطي لشاخوف LPBS، فلوينت، CFD، التدفقات الغازية ذات درجة الحرارة العالية، الحالات الثابتة وغير الثابتة تفاعل سطح- غاز.

Table des matières

Introduction générale	1
1. Généralités sur les écoulements des gaz raréfiés	6
1.1. Classification des régimes d'écoulements raréfiés en fonction des nombres adimensionnels	6
1.2. Evaluation du libre parcours moyen	8
1.3. Interactions entre les molécules de gaz	9
1.4. Interactions gaz/surface solide	15
1.4.1. Comportement des molécules de gaz au contact d'une surface solide	15
1.4.2. Interface Gaz/ Solide	16
1.5. La couche de Knudsen	16
2. Régimes d'écoulements hydrodynamique et glissant	19
2.1. Equations générales : du régime hydrodynamique au régime libre moléculaire	19
2.2. Les équations de Navier-Stokes et Fourier	22
2.3. Conditions aux limites	25
2.4. Ecoulement de gaz et transfert thermique entre deux cylindres coaxiaux dans le régime d'écoulement glissant et hydrodynamique	28
2.4.1. Le coefficient du saut de température	28
2.4.2. Flux thermique entre deux cylindres coaxiaux	29
2.4.3. Conditions aux limites	31
2.5. Simulation numérique à l'aide de Fluent	33
A. Gambit, préprocesseur de Fluent	34
B. Fluent	35
3. Régime de transition	38
3.1. Introduction à la théorie cinétique	38
3.2. Approche cinétique	40
3.3. Méthode numérique	42
3.3.1. Méthode de vitesses discrètes	42
3.4. Les conditions aux limites	43
3.5. Simulation de l'écoulement gazeux et transfert thermique entre deux cylindres coaxiaux	46

3.5.1. Les équations cinétiques du modèle de Shakhov	46
3.5.2. Solution numérique	50
3.5.3. Le modèle cinétique linéaire et non linéaire de Shakhov	52
4. Modélisation des écoulements et glissant et transfert de chaleur entre deux cylindres coaxiaux	55
Modélisation des écoulements gazeux et transfert de chaleur entre deux cylindres coaxiaux	
4.1. Description du problème	55
4.2. Modèles théoriques utilisés	57
4.2.1. Etat stationnaire	57
4.2.1.1. Approche continue	58
4.2.1.1.1. Equations de Navier-Stokes et Fourier	58
4.2.1.1.2. Solution analytique	59
4.2.1.2. Approche cinétique	61
4.2.1.3. Méthodes numériques utilisées	65
4.2.1.3.1. Méthode numérique utilisée par fluent	65
4.2.1.3.2. Méthode numérique utilisée pour résoudre l'équation cinétique	65
4.2.2 Etat instationnaire	65
4.2.2.1. Approche continue	66
A) l'équation de conservation d'énergie	66
B) Solution analytique	69
B).1. Régime d'écoulement de glissement	69
B).2. Régime d'écoulement hydrodynamique	70
4.2.2.2. Approche cinétique	71
4.2.2.3. Méthode de solution (simulation numérique)	74
5. Résultats et discussions	77
5.1. Résultats de l'état stationnaire	77
5.1.1. Approche continue	77
5.1.1.1. Equations de Navier-Stokes et Fourier	77
A) Maillage	77
B) Influence du coefficient d'accommodation de mouvement	81
C) Résultats obtenus par le code Fluent (équations de Navier-Stokes)	81

5.1.2. Approche cinétique	92
5.1.3. Comparaison des résultats du modèle cinétique de Shakhov avec les calculs de l'équation de Navier-Stokes-Fourier et le modèle analytique	99
5.2. Résultats de l'état instationnaire	103
5.2.1. Résultats numériques	104
A) Comportement transitoire	105
B) Effet des paramètres gouvernants (paramètre de raréfaction δ et le rapport des températures) sur la solution transitoire	112
C) Comparaison des résultats obtenus par l'équation d'énergie avec la solution de l'équation S-modèle cinétique	121
Conclusion	128
Références bibliographiques	66
Annexe A	142
Annexe B	161

Introduction générale

La compréhension des phénomènes de transport des gaz raréfiés revêt une grande importance dans nombreux domaines des sciences. Parmi ces domaines on trouve les industries chimiques (séparation de gaz, filtration, stockage, etc...), la microélectronique (micro échangeur de la chaleur pour le refroidissement des composants et tous les systèmes de type MEMS (Micro Electro Mecanical Systems), la médecine (lab-of-chip pour l'extraction et l'analyse d'échantillons biologiques), l'espace (micro-actuateur pour le contrôle actif des écoulements, les vols en haute altitude). Un autre domaine en forte expansion qui relève de l'approche du gaz raréfié est la technologie du vide avec toutes les applications technologiques (le dépôt de couches minces, spectromètre, valves de dosage, capteurs de pression, etc...) et les décharges électriques. Un domaine aussi important, est celui des sources lumineuses tel que les lampes à décharges où les conditions environnementales sont extrêmes.

Ce même état de gaz, appelé raréfié, se retrouve aux petites échelles ou dans un équipement à basse pression. La raréfaction est caractérisée par le rapport entre le libre parcours moyen des molécules et la dimension caractéristique du problème, appelé nombre de Knudsen: Ce nombre sans dimension devient important (plus grand que un) dans deux situations : soit, à l'échelle micrométrique, quand la dimension caractéristique d'un problème est petite, soit, dans le domaine de basse pression, quand le libre parcours moyen de molécules est très grand.

Les écoulements raréfiés ne permettent plus d'utiliser les approches continues, ou nécessitent pour le moins de modifier les conditions aux limites classiques. Un gaz, bien que constitué d'atomes au niveau microscopique, peut être considéré au niveau macroscopique comme un milieu continu. L'étude théorique des écoulements de gaz est envisagée selon ces deux points de vue. L'approche microscopique est traitée par la théorie cinétique et généralement modélisée par l'équation de Boltzmann ou les simulations directes par la méthode de Monte Carlo. L'approche macroscopique, qui considère des fonctions continues dans l'espace et le temps, est généralement basée sur les équations de Navier- Stokes et de Fourier.

Les interactions des molécules de gaz entre elles d'une part et entre elles et la surface solide d'autre part régissent les mécanismes d'écoulements. Lorsque le régime est continu, le

nombre de collisions entre les molécules du gaz est très grand par rapport à celui des collisions entre les molécules du gaz et la surface solide, l'écoulement peut être modélisé par les équations de Navier–Stokes et de Fourier associées aux conditions classiques de continuité de la température et de la vitesse à la paroi. Quand l'écoulement est légèrement raréfié, le régime est glissant, les équations de Navier–Stokes demeurent applicables, mais il est nécessaire de prendre en compte un saut de température et de vitesse à la paroi, résultant du déséquilibre thermodynamique.

Un cas particulier, où les effets de glissement de vitesse et de saut de température sont à considérer, est un flux possédant de forts gradients, c.à.d. dans les régions de l'écoulement où la vitesse ou la température varient considérablement en l'espace de quelques libres parcours moyens, indépendamment du fait que la densité absolue de l'écoulement gazeux soit particulièrement faible. Ce concept peut être lié à notre enceinte de modélisation où de forts gradients de température sont présents, ce qui donne naissance à une raréfaction locale de gaz à proximité du filament chaud.

Cependant, en diminuant la pression dans l'enceinte la raréfaction du gaz augmente, l'approche continue traduit par les équations de Navier–Stokes devient inadapté mais les collisions intermoléculaires ne sont pas encore totalement négligeables et doivent être prises en compte ; c'est le régime de transition. On peut ainsi utiliser l'équation de Boltzmann qui prend en compte les collisions intermoléculaires. Même pour les ordinateurs actuels, cette méthode requiert beaucoup, voire trop, de ressources et il est souvent préférable de considérer les molécules à une échelle mésoscopique.

Enfin, pour le régime moléculaire libre, le régime le plus raréfié, la densité moléculaire est alors suffisamment faible pour pouvoir négliger les collisions intermoléculaires et ne prendre en compte que les collisions avec les parois [2].

Ce travail de thèse consiste en la simulation des écoulements d'un gaz simple dans différents régimes. Pour ce fait, nous avons modélisé une enceinte composée de deux cylindres coaxiaux ; le cylindre interne représente un filament de tungstène et le cylindre externe symbolise la paroi. Une étude préliminaire a été conduite pour le régime hydrodynamique décrit par les équations de conservation de la mécanique des milieux continus avec leurs conditions aux limites classiques en utilisant le code commercial de CFD Fluent® 6.3.26 [3].

L'abaissement de la pression à l'intérieur de l'enceinte conduit à la raréfaction du gaz, ceci nous a menés à l'étude du transfert thermique à travers un gaz raréfié, confiné entre deux

cylindres coaxiaux par trois modèles différents à savoir : un modèle cinétique basé sur l'équation de Boltzmann sous sa forme non linéaire, un modèle continu basé sur l'utilisation des équations de Navier-Stokes et Fourier en introduisant le concept de glissement et de saut de température à la paroi du cylindre interne en utilisant le code Fluent, et une solution analytique du problème soumise à des conditions aux limites.

Le problème de conduction de chaleur à travers les gaz raréfiés, confinés entre deux cylindres coaxiaux est très commun dans plusieurs applications technologiques, telles que les jauges de Pirani, les micros-échangeurs de chaleur [4], les matelas d'isolation multicouches [5], etc. En outre, il a été utilisé pendant une longue période pour déterminer la conductivité thermique des gaz [6] et les modes d'énergie d'accommodation dans les sources de lumière [7].

Le transfert de chaleur à travers un gaz raréfié entre deux cylindres concentrique a été largement étudié au cours des dernières décennies à la fois expérimentalement et théoriquement [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13]. Dans la plupart des cas, l'analyse a été effectuée en utilisant les modèles cinétiques linéarisés, ce qui est tout à fait justifié lorsque la différence de température ($\Delta T/T_0 \ll 1$; où T_0 est la température du cylindre extérieur, prise comme température de référence) entre les cylindres est faible [8, 9, 12] ou le rapport des rayons des cylindres est grand [13]. Le nombre considérable de travaux théoriques consacrés à ce problème sont basés sur l'équation linéaire de Boltzmann. Pour des rapports de température plus grand l'équation cinétique ne peut plus être linéarisée et doit être utilisée sous sa forme non linéaire [5, 7].

Cependant, toutes ces études portent sur des conditions d'écoulement en état stationnaire. Néanmoins, les informations sur le transfert de chaleur transitoire (instationnaire) sont très importantes du point de vue scientifique et pratique. Dans les phases de conception et de développement des jauges de Pirani [14], par exemple, l'évaluation de la pression dans le temps est une information vitale pour un ajustement des caractéristiques du capteur. Il faut noter que la géométrie de ce type de jauges reproduit la géométrie de deux cylindres coaxiaux dont le cylindre interne est un filament. Quelques articles consacrés aux simulations des propriétés transitoires d'un gaz raréfié doivent être cités [15, 16, 17, 18] mais toujours pour des petites différences de températures entre les cylindres.

L'objectif principal de ce travail de thèse est le développement d'approches efficaces pour les simulations numériques de cas pratiques d'écoulements de gaz raréfiés entre des cylindres coaxiaux dont la différence de température entre les cylindres est comme suit : cylindre intérieur 3000K ou 2700K et 1500K, cylindre extérieur 300K. L'aspect original de ce travail se situe dans l'étude du transfert thermique et des propriétés macroscopiques du gaz dans les régimes transitoires et stationnaires pour des rapports de températures élevés ainsi que l'emploi de la méthode des conditions aux limites de glissement de basse pression (LPBS) proposée par le code de CFD Fluent pour la simulation du régime d'écoulement de glissement dans le cas d'un gaz confiné entre deux cylindres coaxiaux dont la différence de température est importante.

Dans le cadre de ces approches numériques, nous présentons les résultats pour différents régimes d'écoulements stationnaires et non-stationnaires, de gaz raréfiés simples. Nous avons présenté la comparaison détaillée des résultats de la simulation numérique de plusieurs types d'écoulements de gaz raréfié, obtenus à l'aide des équations cinétiques non linéaires modèle de shakhov soumises à des conditions aux limites de Maxwell, avec les résultats correspondants obtenus à partir des équations de Navier-Stokes et Fourier et la méthode LPBS proposée par le code Fluent et la solution analytique. Nous avons ainsi montré que ces équations modèles, fournissent des résultats fiables pour de modestes efforts de calcul et qu'elles peuvent donc être très efficaces pour les applications pratiques.

Le premier chapitre de cette thèse est consacré à la présentation de la problématique relative aux écoulements gazeux raréfiés, en commençant par la classification des régimes d'écoulements. Les principaux modèles de collision intermoléculaire sont présentés. On évoque également le problème des interactions entre les molécules de gaz et l'interface gaz-solide.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation des régimes d'écoulements hydrodynamique et glissant. L'approche macroscopique qui est applicable aux régimes hydrodynamique et glissant est présentée ; elle permet de mettre en œuvre des outils de calcul numérique tels que Fluent. Les différents modèles qui peuvent être écrits pour ces régimes d'écoulements sont présentés. Les méthodes de résolution numérique utilisées par le code Fluent sont exposées en détail.

Le troisième chapitre décrit la modélisation des écoulements de gaz fortement raréfiés entre deux cylindres coaxiaux, et les procédures numériques utilisées pour la résolution de ces modèles mathématiques.

Le quatrième chapitre présente en détail, les modèles que nous avons utilisé dans notre travail pour modéliser les écoulements raréfiés ainsi que le transfert de chaleur à l'intérieure de deux cylindres coaxiaux pour des gaz simples, dans les régimes d'écoulements allant du régime hydrodynamique au régime de transition et ce, dans différentes conditions de température et de raréfaction. La mise en œuvre des modèles cinétique et analytique a été effectuée dans l'équipe du professeur GRAUR à l'Université de AIX-MARSEILLE, en France.

Dans le cinquième chapitre, nous présentons tous les résultats obtenus en utilisant les différents modèles mathématiques et numériques présentés en détail dans le quatrième chapitre.

Enfin, le manuscrit se termine par une conclusion générale.

Chapitre I

Généralités sur les écoulements des gaz raréfiés

Dans ce chapitre introductif, principalement destiné à la problématique des écoulements des gaz raréfiés, nous commençons par un rappel sur les nombres adimensionnels essentiels pour ce type d'écoulements essentiellement le nombre de Knudsen et les régimes d'écoulements associés. Ensuite la deuxième partie concerne les effets de la raréfaction sur les écoulements internes.

Nous terminons ce chapitre par le problème des interactions entre les molécules de gaz et l'interface gaz- solide.

1.1. Classification des régimes d'écoulements raréfiés en fonction des nombres adimensionnels

Le nombre de Knudsen est un nombre adimensionnel permettant de déterminer le régime d'écoulement d'un fluide.

Le degré de raréfaction est défini par le nombre de Knudsen:

$$Kn = \frac{l}{L} \quad (1.1)$$

Où l représente le libre parcours moyen des particules dans le gaz, il est définie comme la distance moyenne parcourue par une molécule entre deux collisions intermoléculaires. L est une longueur caractéristique du dispositif ; dans les écoulements aux interfaces internes mentionnées dans cette thèse, la longueur caractéristique L est la distance entre les deux cylindres (c.à.d. la distance entre les diamètres des deux cylindres $L_c = 2(R_B - R_A)$, dont les symboles A et B représentent respectivement les cylindres interne et externe.

Dans le cas d'un gaz parfait, le libre parcours moyen des molécules s'écrit sous la forme suivante:

$$l = \frac{\mu}{\rho} \sqrt{\frac{\pi}{2RT}} \quad (1.2)$$

μ représente la viscosité dynamique du gaz, R est la constante du gaz, T est la température et ρ est la masse volumique du gaz. Selon la relation (1.2), on conclut que le nombre de Knudsen et donc le taux de raréfaction dépendent de la nature du gaz utilisé, pour une longueur caractéristique et des conditions d'écoulements donnés,

Un autre nombre adimensionnel important, souvent utilisé pour évaluer l'état de raréfaction du gaz, est le paramètre de raréfaction [1.1]:

$$\delta = \frac{\sqrt{\pi}}{2Kn} \quad (1.3)$$

Les différents régimes d'écoulements classifiés suivant le nombre de Knudsen sont présentés comme suit [1.2], [1.3]:

- $Kn \rightarrow 0$: Non-visqueux (le régime est continu)
- $Kn < 10^{-2}$: le régime est hydrodynamique (le régime est toujours continu), l'écoulement est modélisé par les équations de Navier–Stokes associées aux conditions classiques de continuité de la température et de la vitesse à la paroi.
- $10^{-2} < Kn < 0.1$: le régime est glissant, les équations de Navier–Stokes sont applicables, mais il est nécessaire de prendre en compte le saut de température et le glissement de vitesse à la paroi, résultant du déséquilibre thermodynamique qui apparaît en priorité près des frontières solides, là où le gaz n'occupe qu'un demi-espace.
- $0.1 < Kn < 10$: le régime est de transition, l'approche continue traduite par les équations de Navier–Stokes n'est plus valable, donc une description cinétique du gaz est nécessaire. Les collisions intermoléculaires sont réduites mais elles ne sont pas totalement négligeables, les interactions gaz-surface jouent un rôle important.
- $Kn > 10$, le régime est moléculaire libre, les collisions entre molécules sont alors d'occurrence négligeable comparées aux collisions entre molécules et paroi.

Les modèles basés sur l'approche continue utilisant usuellement les équations de conservation de Navier-Stokes et l'équation de Fourier sont valables jusqu'à des nombres de Knudsen de l'ordre de 0,1 et l'approche cinétique utilisant l'équation de Boltzmann est nécessaire pour des valeurs supérieures ; les valeurs limites des différents régimes d'écoulements doivent être

interprétées comme des ordres de grandeur car la transition d'un régime à un autre n'est pas brutale mais progressive, ce qui permet un traitement théorique à la limite des régimes de glissement et de transition par les deux approches continue ou cinétique [1.4], [1.5].

Le tableau 1.1 donne une classification des régimes d'écoulements en fonction du nombre de Knudsen.

Tableau 1.1 : Classification des régimes d'écoulements en fonction du nombre de Knudsen

Nombre de Knudsen	0.01	0.1	10	
Régime d'écoulement	Régime hydrodynamique continu	Régime de glissement	Régime de transition	Régime moléculaire libre

1.2 Evaluation du libre parcours moyen

L'évaluation du libre parcours moyen dépend du modèle de collision des molécules de gaz et du type de force intermoléculaire considéré. La formule la plus habituellement utilisée est celle donnée par Maxwell, elle s'exprime alors en fonction de la viscosité dynamique μ comme suit:

$$l = \sqrt{\frac{\pi \mu}{2 P}} \sqrt{RT} \quad (1.4)$$

Où P est la pression, R est la constante spécifique du gaz et T représente la température.

D'autres formules sont fréquemment employées ; elles dépendent du modèle de collision considéré. Les deux expressions utilisées dans notre thèse sont :

- celle utilisée par le code de calcul Fluent :

$$l = \frac{k_B T}{\sqrt{2} \pi \sigma_d^2 P} \quad (1.5)$$

Cette équation est basée sur un modèle d'interaction moléculaire de type Lennard-Jones.

k_B est la constante de Boltzmann et σ_d est la longueur caractéristique de Lennard-Jones. Elle représente le diamètre moyen de la molécule. Elle peut être obtenue à partir d'une mesure de la viscosité.

- L'expression du libre parcours moyen utilisée dans les codes cinétique, analytique et d'énergie est la suivante :

$$l = \frac{\mu_0 v_0}{P_0} \quad \text{avec} \quad v_0 = \sqrt{\frac{2kT_0}{m}} \quad (1.6)$$

Où p_0 est la pression de référence, v_0 est la vitesse moléculaire la plus probable, m est la masse moléculaire du gaz, k est la constante de Boltzmann, R_0 et T_0 sont respectivement la dimension de l'espace de référence et la température de référence, et μ_0 est la viscosité du gaz.

1.3. Interactions intermoléculaires de gaz

Les modèles d'interactions entre particules de gaz sont nécessaires pour déterminer le degré de raréfaction, ainsi que le terme de l'opérateur de collision de l'équation de Boltzmann, ce dernier est important pour la détermination des conditions aux limites de glissement [1.4], [1.6]. La force d'interaction entre deux particules ou molécules sphériques dépend de la distance r entre elles. Maxwell a proposé le premier modèle qui porte son nom, avec une corrélation en r^{-5} . D'autres modèles ont été adoptés pour les gaz raréfiés ; la figure 1.1 représente une classification de ces modèles d'interaction moléculaire [1.4].

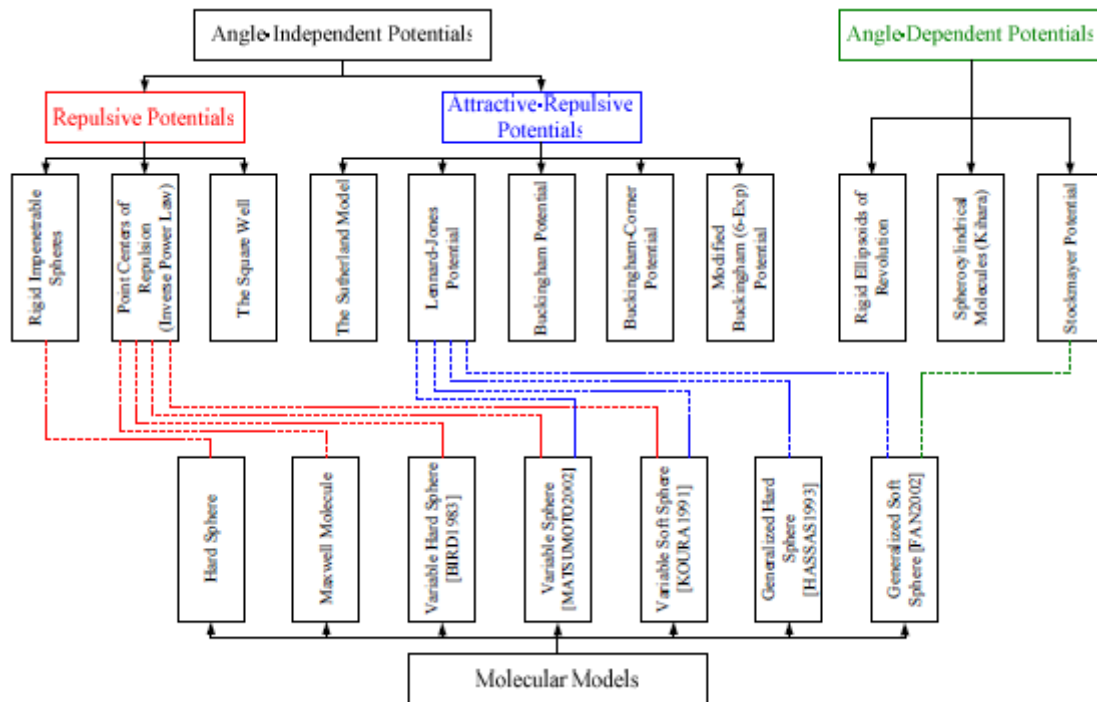


Figure 1.1 : Classification des modèles de collision intermoléculaires [1.4].

Les interactions entre les atomes ou les molécules d'un gaz réel comprennent une forte répulsion à courte distance et une faible attraction à de longues distances. Ces deux éléments sont importants pour déterminer comment les propriétés du gaz diffèrent de celles d'un gaz idéal (sans interaction) [1.7]

Le modèle d'interaction de la sphère dure « Hard Sphere (HS) » est en effet une simplification d'une interaction réelle inter-particules :

$$\begin{aligned} U(r) &= \infty & r < \sigma \\ U(r) &= 0 & r > \sigma \end{aligned} \tag{1.7}$$

Où σ est le diamètre du noyau dur et r représente la distance entre les deux centres des molécules. Physiquement, cela signifie que deux particules ne peuvent pas être plus proches que leur diamètre, mais lorsqu'elles sont séparées par une distance $r > \sigma$, la force d'interaction est nulle [1.8]. Dans de nombreuses applications, ce modèle fonctionne assez bien, c'est pourquoi il est largement utilisé dans les calculs pratiques. Le diamètre moléculaire peut être extrait des coefficients de transport tels que la viscosité et la conductivité thermique.

Un autre modèle, plus précis que celui de la sphère rigide, est le modèle de puissance inverse « Inverse Power Law ; IPL », ce modèle est parfois appelé centre du point de répulsion et est défini par [1.9] :

$$F(r) = \frac{K}{r^\eta}$$

Ou bien

$$\phi = k/[(\eta - 1)r^{\eta-1}] \tag{1.8}$$

Où κ et η sont deux constantes. Pour $\eta \rightarrow \infty$ et $\eta = 5$, on retrouve respectivement les modèles de sphères rigides et de Maxwell [1.4].

Un autre modèle largement utilisé est le modèle donné par Lennard-Jones (LJ)[1.10] :

$$U'(r) = 4\epsilon \left[\left(\frac{d}{r}\right)^{12} - \left(\frac{d}{r}\right)^6 \right] \quad (1.9)$$

Où r est la distance intermoléculaire, ϵ est une profondeur de potentiel, et d est la distance à laquelle le potentiel est nul. Dans le modèle LJ, la viscosité du gaz composé de sphères dures est proportionnelle à la racine carrée de la température T , $\mu\alpha\sqrt{T}$, tandis que les données empiriques, par exemple de Kestin et al [1.11], indiquent une dépendance différente entre la viscosité et les températures. Un tel écart s'explique par la négligence de la force d'attraction entre les particules lorsqu'elles sont séparées par une distance $r > \sigma$. De plus, la force répulsive qui se produit à une courte distance est très grande mais pas infinie comme pour le modèle du potentiel HS [1.8].

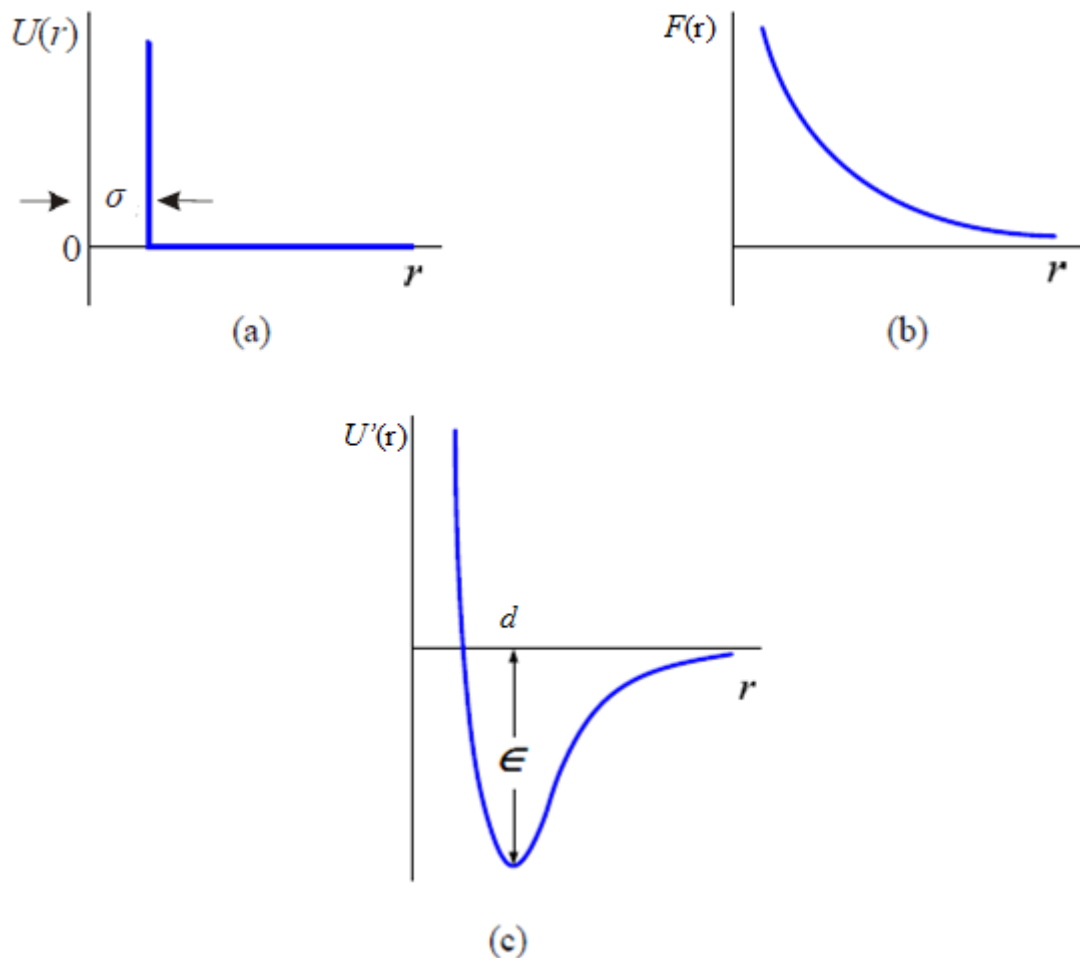


Figure 1.2 : Modèles de potentiels intermoléculaires : Sphère rigide (a), Loi puissance inverse (b), Lennard-Jones (c) [1.4], [1.10].

Plusieurs autres modèles ont été créés à partir des modèles cités ci-dessus, par exemple Kunc et al [1.12] ont associé le modèle de sphère rigide à la force intermoléculaire de Lennard-Jones, ce modèle présente une simplicité comme le modèle de sphère rigide variable «Variable Hard Sphere ; VHS», avec un potentiel d'interaction moléculaire plus complexe qui prend en considération le caractère attractif de la force d'interaction. Des années après ; Fan [1.13], a créé le modèle de sphère molle généralisé qui se base sur des forces intermoléculaires de Lennard-Jones et de Stockmayer. Matsumoto [1.14], aussi a construit un autre modèle, dit de sphères variables « Variable Sphere ; VS », compatible avec différents types de potentiels intermoléculaires. Récemment, un calcul du potentiel ab-initio (AI) est devenu possible [1.8]. Une technique pour calculer les potentiels (AI) a été élaborée et les données correspondantes pour de nombreux gaz et mélanges peuvent être trouvées dans de nombreux travaux numériques. Le principal avantage des potentiels AI est l'absence des paramètres à extraire des données expérimentales. Les résultats numériques sur les potentiels AI sont habituellement donnés en termes de formules d'interpolation. L'un d'eux a une forme comme suit [1.8]:

$$\frac{U(r)}{K_B} = A \exp \left[a_1 r + a_2 r^2 + r^2 + \frac{a_3}{r} + \frac{a_4}{r^2} \right] - \sum_{n=3}^8 \frac{C_{2n}}{r^{2n}} \left(1 - e^{br} \sum_{k=0}^{2n} \frac{(br)^k}{k!} \right) \quad (1.10)$$

Où A, a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , b, C_{2n} sont des paramètres de potentiel AI.

Dans le modèle de sphère rigide variable (VHS), le rapport du moment à la section transversale de la viscosité suit la valeur de sphère rigide (HS « Hard sphere »). Cependant, la différence entre la viscosité et la diffusion sur la base des diamètres est large, elle est due au rapport incorrect des sections transversales du moment et de la diffusion. Le modèle de sphère molle variable « Variable Soft Sphere (VSS)» a été introduit par Koura et Matsumoto [1.15], où l'angle de déviation est donné par la relation :

$$\chi = 2 \cos^{-1} \left[\left(\frac{b}{d} \right)^{1/\alpha} \right] \quad (1.11)$$

Où d et b représentent respectivement le diamètre et le paramètre d'impact. Le modèle VSS correspond au modèle HS lorsque α est égal à 1 et la viscosité ν est égale à 0. Les expressions suivantes pour les composantes de la vitesse relative de collision peuvent être exprimées par [1.9]:

$$u_r^* = \cos\chi u_r + \sin\chi \sin \varepsilon (v_r^2 + w_r^2)^{1/2}$$

$$u_r^* = \cos\chi v_r - \sin\chi (c_r w_r \cos \varepsilon + u_r v_r \sin \varepsilon) / (v_r^2 + w_r^2)^{1/2}$$

$$w_r^* = \cos\chi w_r - \sin\chi (c_r v_r \cos \varepsilon + u_r w_r \sin \varepsilon) / (v_r^2 + w_r^2)^{1/2} \quad (1.12)$$

Il peut être montré que la première approximation de la viscosité μ pour un gaz monoatomique ou un gaz simple est [1.3]:

$$\mu = \frac{5}{8} \frac{(\pi m k_B T)^{1/2}}{[m/4k_B T]^4 \int_0^\infty c_r^7 \sigma_\mu \exp\left[-\frac{m c_r^2}{4k_B T}\right] d c_r} \quad (1.13)$$

Où σ_μ est la section transversale de la viscosité définie comme $\sigma_\mu = 2\pi \int_0^\pi \sigma \sin^3 \chi d\chi$ et pour le gaz dans le cas du modèle de sphère rigide est $2\sigma_r/3$. En évaluant l'équation (1.13) on obtient le coefficient de la viscosité pour le modèle de sphère rigide [1.3]:

$$\mu_{HS} = \frac{5}{16} \frac{(m k_B T / \pi)^{1/2}}{d^2} \quad (1.14)$$

Avec le diamètre moléculaire d'un gaz de sphère rigide (HS):

$$d_{HS} = \left[\frac{5}{16} \frac{(m k T_{ref} / \pi)^{1/2}}{\mu_{ref}} \right]^{1/2} \quad (1.15)$$

Pour le gaz VHS, le coefficient de viscosité devient [1.3]:

$$\mu_{VHS} = \frac{15}{8} \frac{(\pi m k)^{1/2} (4k/m)^v T^{1/2+v}}{\Gamma(4-v) \sigma_{T,ref} c_{r,ref}^{2v}} \quad (1.16)$$

Cela conduit à une dépendance à la loi de puissance de la température du coefficient de viscosité d'un gaz de VHS : ($\mu \propto T^\omega$), où $\omega = 1/2+v$. L'évaluation du coefficient de viscosité pour le modèle de la loi de la puissance inverse (IPL) donne [1.3] :

$$\mu_{IPL} = \frac{5m (RT/\pi)^{1/2} (2mRT/k)^{2/(\eta-1)}}{8A_2(\eta)\Gamma((4-2)/(\eta-1))} \quad (1.17)$$

Où $A_2(\eta)$ est un facteur numérique [1.3], [1,16]. Ainsi, pour un gaz ayant un coefficient de viscosité proportionnelle à T^ω , où :

$$\omega = 1/2 + v = 1/2 (\eta + 3)/(\eta - 1) \quad (1.18)$$

Le diamètre moléculaire est lié à l'énergie translationnelle relative dans la collision par l'équation suivante [1.3] :

$$d_{VHS}^2 = \frac{15/8(m/\pi)^{1/2}(k_B T_{ref})}{\Gamma(9/2-\omega)\mu_{ref} E_t^{\omega-1/2}} \quad (1.19)$$

Avec la valeur de μ_{ref} considérée à la température T_{ref} . E_t représente l'énergie de translation.

1.4. Interactions gaz/surface solide

L'interaction des molécules avec la surface solide ou la paroi joue un rôle primordial lorsque la raréfaction accroît. Par conséquent, l'influence relative des interactions molécules/molécules diminue devant celle des sauts des molécules à la paroi : le nombre des premières diminue plus vite que celui des secondes et l'influence de la surface sur le comportement de l'écoulement devient importante [1.5].

1.4.1. Comportement des molécules de gaz au contact d'une surface solide

Trois comportements peuvent être observés lors de la collision d'une molécule gazeuse avec une paroi immobile (figure 1.3) [1.4] :

1. Rebond spéculaire : l'angle d'incidence est alors égal à l'angle de réflexion. La paroi n'exerce qu'un effort normal sur la molécule. Il s'agit d'un cas limite pour lequel la

paroi apparaît plane et lisse à l'échelle de la molécule gazeuse. La vitesse ainsi que la quantité de mouvement tangentielle à la paroi sont alors inchangées (figure 1.3a).

2. Rebond diffus : si la paroi est au contraire très rugueuse à l'échelle de la molécule gazeuse, la réflexion devient diffuse. Le rebond s'effectue selon un angle aléatoire et en moyenne la quantité de mouvement tangentielle après rebond(s) est nulle (voir figure 1.3b).
3. Piégeage : la molécule peut perdre suffisamment d'énergie au point de s'adsorber à la paroi. Par contre, ce piégeage n'est pas nécessairement permanent. La molécule peut retrouver une énergie suffisante pour se libérer et quitte alors la surface avec une direction aléatoire.

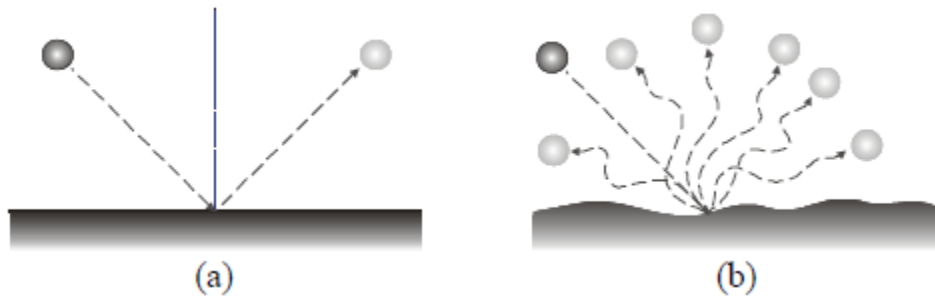


Figure 1.3: Réflexion spéculaire (a) ou diffuse (b) sur une surface solide [1.4].

Le comportement réel peut être considéré comme étant intermédiaire entre les comportements spéculaire et diffus [1.4].

1.4.2. Interface Gaz/ Solide

Kundsen a décrit comment un gaz immédiatement adjacent à une surface peut être à une température significativement différente de la surface. Cette différence peut être quantifiée en termes d'un coefficient d'accommodation α :

$$\alpha = \frac{E_r - E_i}{E_s - E_i} \quad (1.20)$$

Où E_i représente l'énergie de la molécule à la surface, E_r son énergie en quittant la surface et E_s l'énergie à l'équilibre thermique avec la surface en cas de collision.

Une valeur de α égale à 1, indique que le gaz sera en équilibre thermique avec la surface. Les valeurs inférieures à 1 indique un écart de température gaz / surface.

Une différence de températures entre le gaz et l'interface solide survient en raison du transfert d'énergie de surface/gaz inefficace.

1.5. La couche de Knudsen

Dans un écoulement de gaz à proximité d'une interface solide ou paroi, La couche de Knudsen est la région de quelques libres parcours moyen de l'écoulement qui jouxte l'interface solide. Dans cette couche, les phénomènes de transport sont différents de ceux qui sont loin de l'interface solide.

Le problème de la couche de Knudsen avait été étudié bien plus tôt, essentiellement sous l'angle de l'évaluation des discontinuités pariétales (saut de température et vitesse de glissement) et plus principalement celle du saut de température à la paroi. En effet avant que ne soit posée la question du transfert de chaleur en régime de transition [1.17], en 1875, Knuth [1.18] remarqua que la température du gaz en contact avec la paroi solide n'était pas toujours la même que celle de la paroi. Au début de 20^{ème} siècle Smoluchowski et Knudsen furent conduits au même constat. L'étude de la couche fût alors centrée particulièrement autour d'un calcul aussi correct que possible du saut de température à la paroi [1.19], [1.20] puis sur celui des vitesses de glissement [1.17].

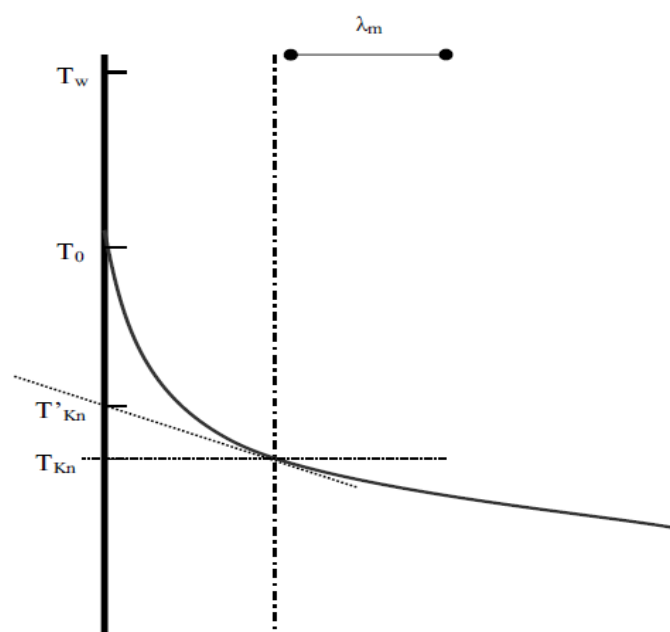


Figure 1.4 : Profil de température près d'une interface solide [1.17]

La figure (1.4) représente le profil de température d'un gaz près d'une interface solide ou une paroi sur une zone de quelques libres parcours moyen, où T_w représente la température de la paroi ou la surface solide, T_{Kn} est la température du gaz, juste à l'entrée de la couche de Knudsen ; T'_{Kn} représente la température au contact de la paroi calculée par extrapolation du gradient d'entrée de la couche de Knudsen ; T_0 est la température réelle du gaz à proximité de la surface solide [1.17].

La température à la paroi définie par Welander [1.22] est donnée par la relation suivante :

$$\Delta T = T'_{Kn} - T_w \quad (1.21)$$

La définition du saut de température par des relations mathématiques a permis le calcul de variation du gradient de la température dans la couche de Knudsen. Ainsi, Welander a calculé la différence de température ($T'_{Kn} - T_0$) en utilisant le modèle BGK (Bhatnagar-Gross-Krook) avec des conditions aux limites de type Maxwellien, pour les molécules réfléchies [1.17].

Smoluchowski [1.21], [1,17] donne, à l'aide d'un coefficient d'accommodation de l'énergie l'expression complète du saut de température selon sa définition dans l'équation (1.21), la partie ($T_0 - T_w$).

Chapitre II

Régimes d'écoulements hydrodynamique et glissant

Ce chapitre est consacré aux écoulements hydrodynamique et glissant, où l'approche continue s'applique pour les deux types d'écoulement, qui peuvent être traités par les équations de Navier-Stokes et Fourier avec des conditions aux limites convenables : pour le premier régime d'écoulement, l'établissement des conditions aux limites classiques est suffisant, mais pour le deuxième régime les conditions aux limites sont spécifiques car le saut de température et/ou le glissement de vitesse aux parois doivent être considérés.

Nous commençons le chapitre par un rappel sur les équations générales traitant tous les types d'écoulements, puis un rappel sur les équations fondamentales régissant les écoulements hydrodynamique et glissant ainsi que les conditions aux limites spécifiques à ces régimes. A la fin la méthode de résolution numérique employée par le code commercial Fluent est présentée.

2.1. Equations générales : du régime hydrodynamique au régime libre moléculaire

Dans notre travail de thèse, nous nous intéressons, particulièrement, aux régimes d'écoulements : hydrodynamique, de glissement et de transition. La théorie cinétique des gaz, fondée sur l'équation de Boltzmann, permet d'étudier tous les régimes d'écoulement de l'hydrodynamique au moléculaire libre [2.1]. Néanmoins, l'approche continue est très pratique à cause de sa simple mise en œuvre ; elle peut être utilisée, avec des conditions aux limites convenables, jusqu'au début du régime de transition. La Figure 2.1 présente les relations entre les modèles moléculaires et continus.

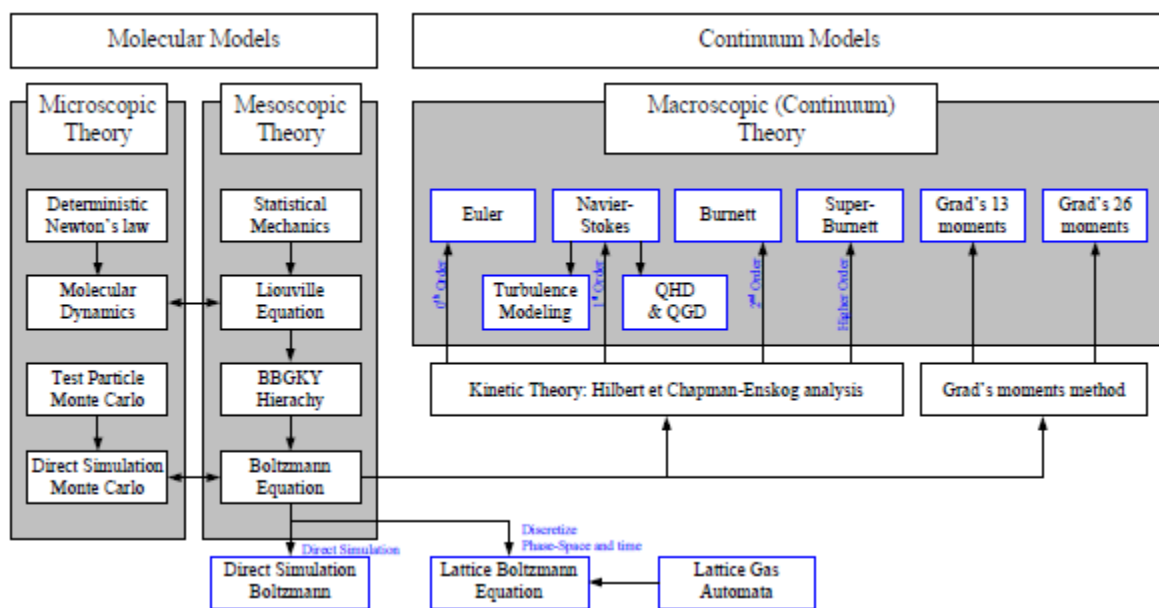


Figure 2.1 : Classification des modèles théoriques [2.1], [2.2].

Le régime d'écoulement pour un nombre de Knudsen ($Kn < 0,01$) est connu sous le nom de régime continu (ou hydrodynamique), où les équations de Navier-Stokes avec des conditions aux limites sans glissement régissent l'écoulement. Dans le régime d'écoulement glissant ($0,01 \leq Kn \leq 0,1$), une sous couche de l'ordre de quelques libre parcours moyen, connue sous le nom de couche de Knudsen, commence à dominer la majeure partie du fluide et la surface de la paroi. Le flux, dans la couche de Knudsen, ne peut pas être analysé avec les équations de Navier-Stokes et nécessite des solutions particulières de l'équation de Boltzmann [2.3], [2.4]. Cependant, pour $Kn \leq 0,1$, la couche de Knudsen couvre moins de 10% de la hauteur du canal (ou l'épaisseur de la couche limite pour les débits externes), et cette couche peut être négligée en extrapolant le flux de gaz vers les parois. Il en résulte une valeur de

glissement de vitesse finie à la paroi et le régime d'écoulement correspondant est connu sous le nom de régime d'écoulement glissant (c'est-à-dire $0,01 \leq Kn \leq 0,1$). Dans ce régime, l'écoulement est régi par les équations de Navier-Stokes et les effets de raréfaction sont modélisés par exemple par le glissement partiel à la paroi à l'aide du glissement de vitesse de Maxwell et des conditions aux limites de saut de température de Von Smoluchowski [2.5].

Dans le régime de transition ($Kn \geq 0,1$), les lois constitutives définissant le tenseur de contrainte et le vecteur de flux thermique se décomposent [2.4], [2.6], nécessitant ainsi des corrections d'ordre supérieur aux lois constitutives, résultant des équations de Burnett ou Woods [2.7]. Il est également possible d'utiliser directement l'équation de Boltzmann, qui est valable au niveau microscopique. Les équations de Burnett et Woods sont dérivées de l'équation de Boltzmann basée sur l'expansion de Chapman-Enskog de la fonction de distribution de vitesse f , y compris les termes jusqu'à Kn^2 sous la forme suivante [2.4]:

$$f = f_0 (1 + aKn + bKn^2) \quad (2.1)$$

Où a et b sont des fonctions de densité de gaz, de température et de vecteur de vitesse macroscopique, et f_0 est la fonction de distribution Maxwellienne d'équilibre [2.6]:

$$f_0 = \left(\frac{m}{2\pi k_B T_0} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{mv^2}{2k_B T_0} \right) \quad (2.2)$$

Où m est la masse moléculaire, k_B est la constante de Boltzmann, T_0 est la température, et v est la vitesse thermique moyenne des molécules. La solution d'ordre zéro de l'équation (2.1) est la solution d'équilibre, où les gradients d'écoulement disparaissent; c'est-à-dire que le tenseur de contrainte de viscosité et le vecteur de flux thermique disparaissent, donnant les équations d'Euler [2.6]. Par conséquent, $Kn \equiv 0$ correspond aux équations d'Euler. Il s'agit d'une limite singulière en transition des équations de Navier-Stokes aux équations d'Euler, où la viscosité (ou le coefficient de conduction thermique) infinitésimalement petite [2.4].

La solution de premier ordre dans Kn donne les équations de Navier-Stokes, et la solution du second ordre dans Kn donne les équations de Burnett. Les équations de Woods ont une forme différente dans les corrections d'ordre élevé des termes du tenseur de contrainte et du flux thermique [2.7].

L'équation de Boltzmann décrit l'évolution d'une fonction de distribution de vitesse par transport moléculaire et collisions intermoléculaires binaires. Dans le cas des gaz simples dont l'état peut être décrit par une fonction de distribution de vitesse $f(t, x, v)$, où x désigne la position et v désigne la vitesse des molécules. La fonction de répartition représente le nombre de particules dans l'espace de phase à six dimensions $dx dv$ à l'instant t . Cette fonction de distribution obéit à l'équation de Boltzmann [2.4], [2.3], [2.8], [2.9] :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{F} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = Q(f, f_*) \quad (2.3)$$

Ici \mathbf{F} représente le vecteur de force massique, et le terme sur le côté droit représente les collisions de molécules, il est donné par [2.4]:

$$Q(f, f_*) = \iint |V \cdot \mathbf{n}| [f(x, v_*) f(x, v') - f(x, v) f(x, v_*)] d\mathbf{n} dv_* \quad (2.4)$$

L'opérateur $Q(f, f_*)$ présente les collisions entre deux molécules avec des vitesses v et v_* correspondants, respectivement, à une post-collision, et une pré-collision, ces vitesses sont définies comme suit: $V = v - v_*$; $v' = v - \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot V)$; $v'_* = v_* + \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot V)$

Où \mathbf{n} est le vecteur unitaire le long de $(v - v')$

L'équation de Boltzmann est une équation intégral-différentielle très complexe, impossible à résoudre avec les outils mathématiques actuels ; des approximations des solutions de cette équation sont effectuées [2.1] : Hilbert [2.10] a suggéré une méthode d'approximation des solutions de l'équation de Boltzmann en utilisant une décomposition en série. Dans la même année, Chapman et Enskog ont trouvé des solutions approximatives analogues de l'équation de Boltzmann valables pour un gaz dense. Enskog a proposé une technique qui généralise le concept d'Hilbert. En ce qui concerne, Chapman, il a étendu une méthode déjà proposé par Maxwell et ce pour calculer les coefficients de transport [2.2]. En 1970, la méthode d'Enskog a été utilisée par Chapman et Cowling [2.6], et elle a pris depuis le nom de la méthode de Chapman-Enskog. Suivant le raisonnement d'Hilbert-Chapman-Enskog qui utilise une technique de perturbation, la fonction de distribution est décomposée (voir équation 2.1) en une série.

2.2. Les équations de Navier-Stokes et Fourier

En appliquant les principes de la mécanique et de la thermodynamique [2.11], les équations de mouvement peuvent être formulées sous une forme intégrale, respectivement pour la masse, la quantité de mouvement et l'énergie, comme suit [2.4]:

$$\frac{d}{dt} \int \rho d\Omega + \int \rho v \cdot n dS = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{d}{dt} \int \rho v d\Omega + \int [\rho v(v \cdot n) - n\sigma] dS = \int f d\Omega \quad (2.6)$$

$$\frac{d}{dt} \int E d\Omega + \int [Ev - \sigma v + q] \cdot n dS = \int f \cdot v d\Omega \quad (2.7)$$

Où $v(x, t) = (u, v, w)$ est le vecteur de vitesse, ρ est la densité, et $E = \rho(e + 1/2 v \cdot v)$ est l'énergie totale, où e représente l'énergie spécifique interne. En outre, σ est le tenseur de contrainte, q est le vecteur de flux de chaleur, Ω est le volume de contrôle et f représente toutes les forces externes agissant sur ce volume de contrôle avec n l'unité de la normale vers l'extérieur. Pour les fluides newtoniens, le tenseur de contrainte constitué des composantes normales (p pour la pression) et du tenseur de contrainte visqueux τ , est une fonction linéaire du gradient de vitesse :

$$\sigma = -p\mathbf{I} + \tau \quad (2.8)$$

$$\tau = \mu[\nabla v + (\nabla v)^T] + \zeta(\nabla \cdot v)\mathbf{I} \quad (2.9)$$

Où \mathbf{I} est le tenseur unitaire, et μ et ζ sont les coefficients de viscosité, ils sont liés par l'hypothèse de Stokes, c'est-à-dire $2\mu + 3\zeta = 0$, qui exprime l'équilibre thermodynamique local. (Nous notons que l'hypothèse de Stokes est valable pour les gaz simples mais elle peut ne pas être vraie en général) [2.4]. Le vecteur flux thermique est lié aux gradients de température via la loi de Fourier de la conduction thermique :

$$q = -k\nabla T \quad (2.10)$$

Où k est la conductivité thermique, qui peut être fonction de la température T .

Dans le cas d'un volume de contrôle déformable, la vitesse en termes de flux est relative à la surface du volume de contrôle Ω , et donc un terme approprié de temps de changement doit être utilisé. En considérant, par exemple, l'équation de conservation de masse, on a la forme suivante [2.4]:

$$\frac{d}{dt} \int \rho d\Omega + \int \rho v_r \cdot n dS = 0 \quad (2.11)$$

$$\int \frac{d\rho}{dt} d\Omega + \int \rho v_r \cdot n dS + \int \rho v_{cs} \cdot n dS = 0 \quad (2.12)$$

Où v_{cs} est la vitesse de la surface de contrôle, v_r est la vitesse du fluide par rapport à la surface de contrôle, et la vitesse totale du fluide $v = v_r + v_{cs}$.

Les équations de (2.5) à (2.7) peuvent être transformées en un ensemble équivalent d'équations aux dérivées partielles en appliquant le théorème de Gauss [2.4]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v) + \nabla \cdot [\rho v v - \sigma] = f \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} E + \nabla \cdot [E v - \sigma v + q] = f \cdot v \quad (2.15)$$

Les équations de quantité de mouvement et d'énergie peuvent être réécrites sous la forme suivante en utilisant l'équation de continuité (2.13) et les équations constitutives (2.14) et (2.15):

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\nabla p + \nabla \tau + f \quad (2.16)$$

$$\rho \frac{De}{Dt} = -p \nabla \cdot v - \nabla \cdot q + \Phi \quad (2.17)$$

Où $\Phi = \tau \cdot \nabla v$ est la fonction de dissipation et $D/Dt = \partial/\partial t + v \cdot \nabla$ est la dérivée matérielle. En plus des lois régissant la conservation, une équation d'état est nécessaire ; pour les gaz parfaits, elle a la forme simple suivante :

$$p = \rho RT \quad (2.18)$$

Où R est la constante de gaz idéal définie comme la différence des chaleurs spécifiques constantes : $R = C_p - C_v$, où $C_v = \left. \frac{\partial e}{\partial T} \right|_\rho$ et $C_p = \gamma C_v$ avec γ l'indice adiabatique. Pour les gaz parfaits, l'équation d'énergie peut être réécrite en termes de température, puisque $e = p/(\rho(\gamma - 1)) = C_v T$, et ainsi l'équation (2.17) devient :

$$\rho C_v \frac{DT}{Dt} = -p \nabla v + \nabla \cdot [k \nabla T] + \Phi \quad (2.19)$$

Le système des équations (2.13, 2.16), (2.18) et (2.19) est appelé équations de Navier-Stokes compressibles, il contient six variables inconnues (ρ , v , p , T) avec six équations scalaires [2.4].

2.3. Conditions aux limites

De nombreuses recherches ont été effectuées dans le but de prolonger la validité des équations continues jusqu'à dans le régime de transition.

Après les premières découvertes sur les phénomènes de glissement de vitesse et sur les sauts de température à la paroi, la recherche de relations théoriques pour le saut de température et pour la vitesse de glissement n'a pas été directement exprimée en terme de conditions aux limites pour les équations de Navier Stokes, mais plutôt comme la recherche de relations indépendantes satisfaisants pour des configurations d'écoulement assez particulières. Le traitement classique du problème de saut de température à la paroi se présente comme un problème de conduction de chaleur via une paroi soumise à un flux de chaleur constant à la paroi ; on parvient ainsi à une relation de saut de température causé uniquement par un gradient de température à la paroi [2.1].

La relation de la température du gaz au contact de la paroi ou la surface solide peut être trouvée en faisant un bilan de flux à la paroi. Le flux de chaleur à proximité de la paroi peut être directement calculé à partir de la loi de réflexion des particules sur la paroi et la théorie cinétique par une relation de fonction de distribution incidente. La température du gaz à proximité de la surface solide est déduite en utilisant une loi macroscopique du flux de chaleur [2.4] :

$$\vec{Q} \cdot \vec{n} = Q_0 \quad (2.20)$$

Où Q_0 désigne le flux de chaleur normal calculé par la théorie cinétique à la paroi et \vec{Q} le vecteur flux de chaleur.

En utilisant la loi de Fourier le flux de chaleur, \vec{Q} s'exprime comme suit [2.12]:

$$\vec{Q} \cdot \vec{n} = -(-\lambda_c \nabla T) = \lambda_c \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.21)$$

D'autre part, en théorie cinétique la relation de Q_0 est donnée par [2.12] :

$$Q_0 = \int \left[\frac{1}{2} m |V'_x| V'^2 f^- \right] d\varepsilon' - \int \left[\frac{1}{2} m |V_x| V^2 f^+ \right] d\varepsilon \quad (2.22)$$

En utilisant la relation liant f^+ et f^- , ce flux local s'exprime comme suit [2.12] :

$$Q_0 = \int \left[\frac{1}{2} m |V'_x| V'^2 f^- \right] d\varepsilon' - \int \left[\frac{1}{2} m |V'_x| f^- \int V^2 B(\varepsilon', \varepsilon) d\varepsilon \right] d\varepsilon' \quad (2.23)$$

Le calcul du terme $\int V^2 B(\varepsilon', \varepsilon) d\varepsilon$ peut se faire séparément (voir référence 2.12) pour donner l'équation générale du flux de chaleur en considérant la loi de réflexion devient [2.12] :

$$Q_0 = \frac{1}{2} m \int [(\alpha_x V_x'^2 + \alpha_y V_y'^2 + \alpha_z V_z'^2) - \sigma_0 C_w^2 - \alpha_y U_y^2 - \alpha_z U_z^2] |V'_x| f^- d_v \quad (2.24)$$

Avec la fonction de distribution complète de Chapman Enskog [2.9], [2.12]:

$$f^- = F_0 [1 + \varphi(V')] \quad (2.25)$$

Où $\varphi(V')$ représente la déviation par rapport à la distribution d'équilibre local, qui est dans le cas d'un gaz simple s'écrit comme suit [2.10], [2.12]:

$$\varphi(V') = \frac{m}{kT_0} \left[\frac{\lambda_c}{nkT_0} \nabla T \cdot V' \left(1 - \frac{2}{5C_0^2} V'^2 \right) + \frac{\mu}{nkT_0} \left(V'_i V'_j - \frac{1}{3} V'^2 \delta_{ij} \right) : \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right] \quad (2.26)$$

Avec,

$$Q_0 = Q_{0M} + Q_{0\varphi} \quad (2.27)$$

Où Q_{0M} représente la partie de l'expression du flux de chaleur Q_0 , résultant de $f_0(V')$ et $Q_{0\varphi}$; sa formule est donnée comme suit [2.12] :

$$Q_{0M} = \frac{1}{2} m \int [(\alpha_x V_x'^2 + \alpha_y V_y'^2 + \alpha_z V_z'^2) - \sigma_0 C_w^2 - \alpha_y U_y^2 - \alpha_z U_z^2] |V_x'| f_0(V') dV, \quad (2.28)$$

Et aussi [2.12] :

$$Q_{0\varphi} = \frac{1}{2} m \int [(\alpha_x V_x'^2 + \alpha_y V_y'^2 + \alpha_z V_z'^2) - \sigma_0 C_w^2 - \alpha_y U_y^2 - \alpha_z U_z^2] |V_x'| f_0(V') \varphi(V') dV \quad (2.29)$$

Les calculs de Q_{0M} et $Q_{0\varphi}$ sont indépendants (voir annexe A). On obtient [2.12] :

$$Q_{0M} = \frac{mnC_0}{4\sqrt{\pi}} \sigma_0 (C_0^2 - C_w^2) - \frac{mnC_0}{4\sqrt{\pi}} (\alpha_y U_y^2 + \alpha_z U_z^2) \quad (2.30)$$

et

$$Q_{0\varphi} = \frac{\sigma_1 m \lambda_c}{20 k T_0} C_0^2 \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\mu m C_0}{12 k T_0 \sqrt{\pi}} (\sigma_0 C_w^2 + \alpha_y U_y^2 + \alpha_z U_z^2) \left[3 \frac{\partial U_x}{\partial x} - \nabla \cdot U \right] + \frac{\mu m C_0^3}{4 k T_0 \sqrt{\pi}} \left[3 \alpha_x \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\alpha_y - \alpha_z}{2} \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{\alpha_z - \alpha_y}{2} \frac{\partial U_z}{\partial z} \right] \quad (2.31)$$

Dans la plupart des écoulements du régime glissants, la vitesse de glissement est estimée faible devant la vitesse d'agitation thermique des particules ; donc la relation du saut de température simplifiée peut s'écrire comme suit [2.12]:

$$(T_0 - T_w) = \frac{\lambda_c \sqrt{\pi}}{nk C_0} \left(\frac{2 - \frac{\sigma_1}{5}}{\sigma_0} \right) \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\mu}{nk} \left(\frac{3\alpha_x}{\sigma_0} - \frac{2T_w}{3T_0} \right) \frac{\partial U_x}{\partial x} - \frac{\mu T_w}{3nk T_0} \left(\frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) - \frac{\mu}{nk} \left[\frac{\alpha_y - \alpha_z}{2\sigma_0} \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{\alpha_y - \alpha_z}{2\sigma_0} \frac{\partial U_z}{\partial z} \right] \quad (2.32)$$

L'expression (2.32) est une relation tridimensionnelle de la condition aux limites sur la température, elle a une structure semblable à celle de l'équation de l'énergie de Navier Stokes. Le premier terme dans le membre de droite de l'équation (2.32) représente le saut de

température associée à la conduction de la chaleur, le deuxième terme représente les effets visqueux [2.12].

Le coefficient $\left(\frac{2-\frac{\sigma_1}{5}}{\frac{\sigma_0}{2}}\right)$, apparaissant ici devant le terme de gradient de température, remplace le coefficient $\left(\frac{2-\sigma_T}{\sigma_T}\right)$ apparaissant dans les relations plus classiques du saut de température [2.4], [2.12] : où σ_T est le coefficient d'accommodation de l'énergie. Ce coefficient classique n'est qu'une description de type Maxwell de l'interaction des particules avec la paroi (voir paragraphe 1.4) ; le coefficient $\frac{\sigma_0}{2}$ représente le coefficient d'accommodation de l'énergie dans le cas où la distribution des particules incidentes est considérée Maxwellienne.

2.4. Ecoulement de gaz et transfert thermique entre deux cylindres coaxiaux dans le régime d'écoulement glissant et hydrodynamique

Contrairement au régime hydrodynamique, dans le régime d'écoulement de glissement, la couche de Knudsen a un rôle important, donc elle doit être prise en considération. Même si les équations de Navier-Stokes ne sont pas valables dans la couche de Knudsen, à cause d'un comportement contrainte / vitesse de déformation non linéaire dans cette couche mince [2.13] leur utilisation avec des conditions aux limites convenables du saut de température et/ou de vitesse de glissement est avérée juste pour prédire le flux thermique, les profils de température et de vitesse en dehors de cette couche mince [2.13], [2.14].

2.4.1. Le coefficient du saut de température

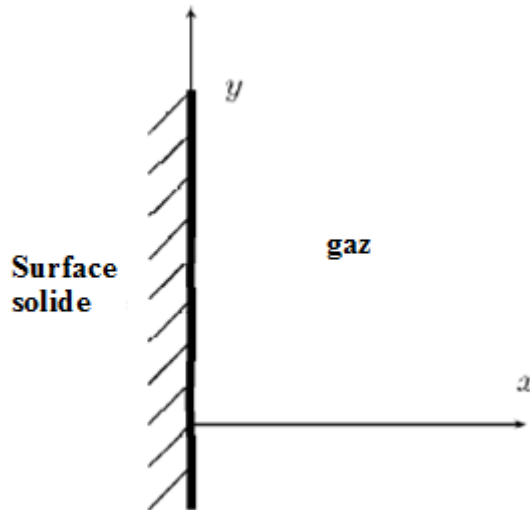


Figure 2.2 : coordonnées

Le phénomène du saut de température est similaire au glissement de vitesse ; au voisinage d'une surface solide ou une paroi on considère la température au lieu de la vitesse de gaz. Pour définir le coefficient du saut de température, d'un gaz ou d'un mélange occupant une moitié de l'espace $x \geq 0$. On désigne T_s comme la température de la surface solide. La température de gaz T_g varie le long de l'axe x , à proximité de la surface solide, elle n'est pas égal à la température de surface T_s , mais donnée par la condition du saut de température à $x = 0$, comme suit [2.16] :

$$T_g = T_s + \zeta_T \ell \frac{\partial T_g}{\partial x} \quad (2.33)$$

Où ζ_T est le coefficient du saut de température. Le coefficient du saut de température ζ_T peut être utilisé pour une surface courbée, si le rayon de courbure est sensiblement plus grand que le libre parcours équivalent.

2.4.2. Flux thermique entre deux cylindres coaxiaux

Considérons deux cylindres coaxiaux avec des rayons R_0 et R_1 ($R_0 < R_1$) renfermant un gaz. Le cylindre externe est maintenu à une température T_0 , tandis que le cylindre interne a une température différente $T_0 + \Delta T$ ($\Delta T < T_0$). Dans les cas étudiés [2.16-2.20] pour deux cylindres coaxiaux (par exemple dans le cas des jauges de Pirani...etc) la différence de température (ΔT) est généralement inférieure à la température du cylindre extérieur (T_0),

contrairement à notre cas où la différence de température entre les deux cylindres est largement supérieure à la température du cylindre extérieur ($\Delta T > T_0$).

La quantité principale qui détermine le flux thermique est le paramètre de raréfaction référé au rayon interne du cylindre (R_0) et définie comme suit :

$$\delta = \frac{R_0}{\ell} \quad (2.34)$$

Où ℓ est l'équivalent du libre parcours moyen qui est donné par la relation

$$\ell = \frac{\mu v_0}{P_0} \quad (2.35)$$

P_0 est la pression du gaz à l'équilibre, μ est la viscosité du gaz à la température T_0 , v_0 est la vitesse moléculaire la plus probable à la température T_0 , k est la constante de Boltzmann et m est la masse moléculaire. Si $\delta \gg 1$ le régime est hydrodynamique et la loi de Fourier peut être appliquée pour calculer le flux thermique. Dans ce cas, la solution peut être obtenue analytiquement. Toutefois, si δ n'est pas grande, la loi de Fourier est non valide et le problème doit être résolu en se basant sur l'équation cinétique.

$$k = \frac{15k}{4m} \mu \quad (2.36)$$

Le libre parcours moyen ℓ donné par l'Equation (2.35) peut être défini en termes de conductivité par la relation suivante

$$\ell = \frac{4mkv_0}{15kP_0} \quad (2.37)$$

Le flux thermique en termes adimensionnels est représenté comme suit

$$q = \frac{q'_r}{P_0 v_0} \frac{T_0}{\Delta T} \quad (2.38)$$

Où q'_r est le flux thermique radial adimensionnel.

En outre, la quantité adimensionnelle suivante sera utilisée :

$$r = \frac{r'}{R_0} \quad (2.39)$$

Où r' est la coordonnée radiale.

Comme le cylindre externe est maintenu à une température T_0 , tandis que le cylindre interne a une température différente $T_0 + \Delta T (\Delta T < T_0)$. Dans ce cas, la température ne dépend que de la coordonnée radiale. Alors, l'équation de Laplace prend la forme en coordonnées cylindriques suivante:

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad (2.40)$$

Et qui est résolu avec la condition aux limites du saut de température (2.33) comme suit :

$$T = \begin{cases} T_0 + \Delta T + \zeta_T \ell \frac{dT}{dr} & \text{pour } r = R_0 \\ T_0 - \zeta_T \frac{dT}{dr} & \text{pour } r = R_1 \end{cases} \quad (2.41)$$

La solution de l'équation (2.40) prend la forme suivante [2.16] :

$$T(r) = T_0 + \Delta T \left[1 - \left(\ln \frac{r}{R_0} + \frac{\zeta_T}{\delta} \right) B \right] \quad (2.42)$$

Où

$$B = \left[\ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{\zeta_T}{\delta} \left(1 + \frac{R_0}{R_1} \right) \right]^{-1} \quad (2.43)$$

Le flux thermique radial est calculé à partir de l'équation de Fourier :

$$q = -k\nabla T \quad (2.44)$$

Comme suivant :

$$q_r = -k \frac{dT}{dr} = k \frac{\Delta T}{r} B \quad (2.45)$$

Où k est la conductivité thermique.

A noter que la quantité B de la condition du saut de température est inférieure à celle sans le saut de sorte que le saut de température diminue le flux thermique.

2.4.3. Conditions aux limites

Dans le régime hydrodynamique et/ou le régime de glissement la loi de Fourier est :

$$q' = -k\nabla T \quad (2.46)$$

Si nous supposons que les conditions de continuité de température sont :

$$T = \begin{cases} T_0 + \Delta T_0 & \text{pour } r = 1 \\ T_0 & \text{pour } r = a \end{cases} \quad (2.47)$$

Puis la température est facilement obtenue à partir de l'équation (2.46) et la loi de conservation de l'énergie

$$T(r) = T_0 + \Delta T \left(1 - \frac{\ln r}{\ln a}\right) \quad (2.48)$$

Dans ce cas, le flux thermique adimensionnel q défini par l'équation (2.38) devient

$$q = \frac{15}{8\delta} \frac{1}{r \ln a} \quad (2.49)$$

Où la relation (2.36) a été utilisée. Une raréfaction de gaz modérée peut être prise en compte par l'application de la condition limite du saut de température, qui, dans sa forme générale est donnée par la relation suivante [2.21] :

$$T_g = T_w + \zeta \ell \left. \frac{dT_g}{dx} \right|_{x=0} \quad (2.50)$$

Où T_g est la température du gaz près d'une interface solide ou une paroi ayant la température T_w , x est la coordonnée normale à l'origine à l'interface (ou la paroi). Ce coefficient dépend à la fois du gaz et la surface, à savoir, il peut être différent pour les cylindres interne et externe. Notons les coefficients du saut sur les cylindres interne et externe sont respectivement ζ_0 et ζ_1 , la relation de la température devient :

$$T = \begin{cases} T_0 + \Delta T_0 + \frac{\zeta_0}{\delta} \frac{dT}{dr} & \text{pour } r = 1 \\ T_0 - \frac{\zeta_1}{\delta} \frac{dT}{dr} & \text{pour } r = a \end{cases} \quad (2.51)$$

Si nous appliquons la condition aux limites (2.51) à la place de l'équation (2.46) en omettant le terme $1/\delta^2$, la distribution de température prend la forme :

$$T(r) = T_0 + \Delta T \left(1 - \frac{\ln r}{\ln a} \left\{ 1 + \frac{1}{\delta} \left[\zeta_0 \left(\frac{1}{\ln r} - \frac{1}{\ln a} \right) - \zeta_1 \frac{1}{a \ln a} \right] \right\} \right) \quad (2.52)$$

Au flux thermique correspondant s'écrit :

$$q = \frac{15}{8\delta} \frac{1}{r \ln a} \left[1 - \frac{1}{\delta \ln a} \left(\zeta_0 + \frac{\zeta_1}{a} \right) \right] \quad (2.53)$$

Les coefficients du saut de température ζ_0 et ζ_1 dépendent de manière significative de la loi d'interaction gaz-surface. Ainsi que, dans le cas de gaz raréfié le flux thermique est déterminé non seulement par la conductivité thermique mais par l'interaction du gaz aussi [2.18]. A partir des expressions (2.41) et (2.51) on peut voir qu'en supposant que ($a \gg 1$), la contribution du terme contenant le coefficient ζ_1 disparaît. Selon la supposition ($a \gg 1$), les propriétés de surface du cylindre externe ne modifient pas la distribution de température et du flux thermique.

2.5. Simulation numérique à l'aide de Fluent

Pour résoudre les équations de Navier-Stokes et Fourier le recours à une résolution numérique est indispensable. La Figure 2.3 représente la procédure numérique utilisée dans ce travail. Le calcul numérique s'effectue par la méthode des volumes finis avec le code Fluent. Gambit, le pré-processeur de Fluent, permet de définir la géométrie et de construire le maillage. Le calcul, la visualisation et le post-traitement des résultats sont faits dans Fluent. En résolvant les équations de Navier-Stokes et Fourier pour le régime de glissement, ce code permet d'implémenter des conditions aux limites « Low Pressure Boundary Slip » (LPBS) [2.1].

La résolution numérique d'écoulements glissant de gaz est directement possible dans Fluent en utilisant la méthode « *Low Pressure Boundary Slip* » (LPBS). Le choix des conditions aux limites (conditions de glissement) est limité à l'équation de Maxwell avec une relation du libre parcours moyen définie par un modèle de Lennard-Jones (voir paragraphe 1.2, chapitre I). La valeur du coefficient d'accommodation peut être choisie librement.

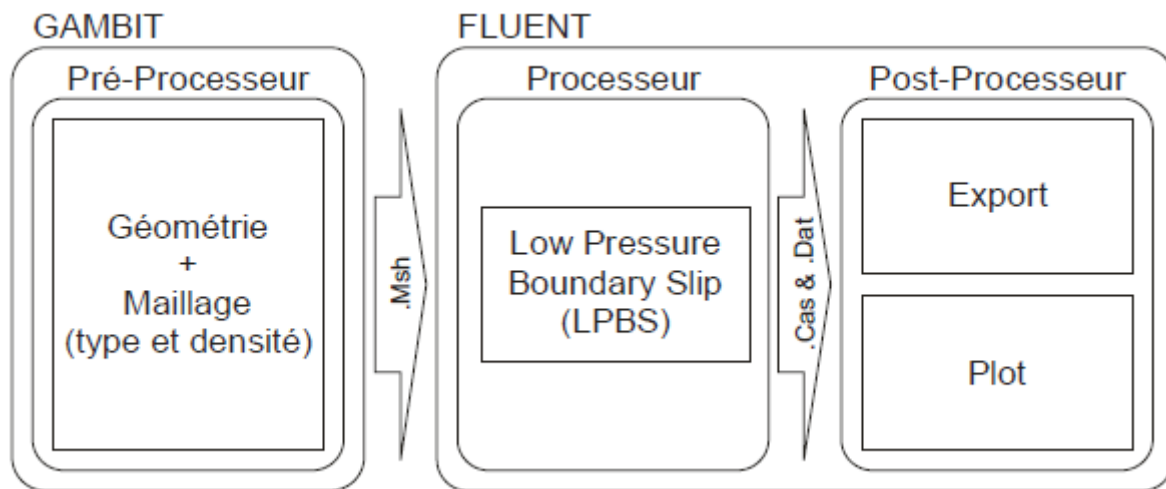


Figure 2.3 : Procédure numérique avec Gambit et Fluent [2.1].

A. Gambit, préprocesseur de Fluent

Gambit est un logiciel de conception assistée par ordinateur, employé pour construire la géométrie et le maillage. Un maillage structuré est généralement nécessaire pour les

cellules proches de la surface solide afin de prendre en considération le calcul du gradient de température et/ou de la vitesse.

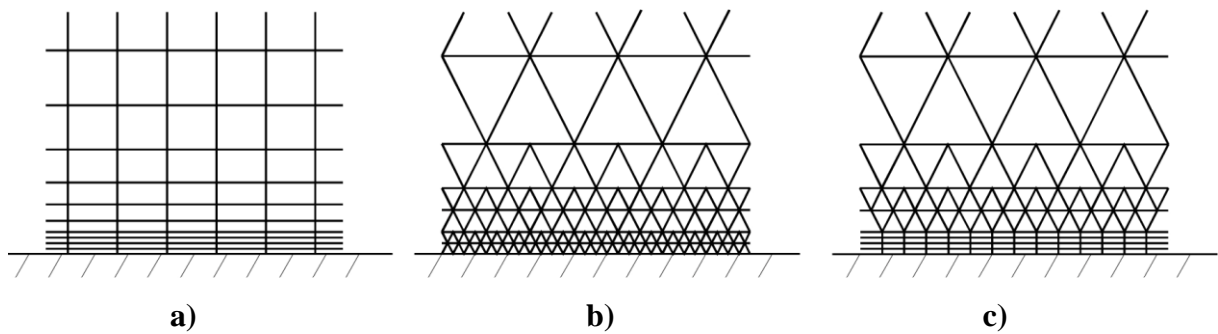


Figure 2.4: Les différents types de maillage [2.1] :

- a) Maillage structuré
- b) Maillage non-structuré
- c) Maillage hybride.

B. Fluent

Après la création de la géométrie et l'établissement d'un maillage adéquat dans le préprocesseur Gambit, ils sont importés dans le code Fluent, et les étapes suivantes sont à suivre pour la résolution numérique du problème étudié [2.1], [2.22]:

- Premièrement, le maillage doit être vérifié en utilisant l'option **check** se trouvant dans le menu **GRID**. L'échelle du maillage est effectuée à l'aide de l'option **scale** dans le même panneau.
- Après, le modèle visqueux doit être choisi dans le panneau **Define– Models–Viscous**. En raison des faibles vitesses d'écoulements, dans notre cas, c'est le modèle de viscosité laminaire qui est choisi.
- Comme il a été déjà mentionné ci-dessus, la simulation numérique d'écoulements glissants est directement réalisable dans Fluent en choisissant directement l'option « **Low-Pressure Boundary Slip** » dans le panneau du modèle de viscosité.

- Cette étape consiste à déterminer les propriétés du gaz utilisé dans la simulation ainsi que les coefficients d'accommodation qui sont définis dans le panneau «matériaux », se trouvant dans le menu *Define-Materials*.
- Dans la rubrique *Define-Operating Conditions*, on détermine la pression de référence.
- Toujours dans le même menu *Define-Boundary Conditions*, on choisit les autres conditions aux limites.
- Après une initialisation du modèle numérique (*Solve - Initialize*), une simulation est lancée avec le menu *Solve - Iterate*.

Il existe deux types de solveurs disponibles dans FLUENT :

- Solveur basé sur la pression (PBS)
- Solveur basé sur la densité couplé (DBCS)

Les solveurs basés sur la pression prennent la vitesse et la pression (ou la correction de pression) comme variables primaires.

Les algorithmes de couplage pression-vitesse sont dérivés en reformatant l'équation de continuité.

Deux algorithmes sont disponibles avec les solveurs basés sur la pression:

- Solveur séparé : Résout la correction de pression et la quantité de mouvement séquentiellement.
- Solveur Couplé (PBCS) : Résout la pression et le mouvement simultanément.

La méthode LPBS, utilisée dans notre travail pour résoudre l'écoulement d'un gaz en régime de glissement, n'est disponible qu'avec le solveur basé sur la pression avec algorithme séparé [2.22], le même solveur est utilisé pour le régime hydrodynamique (Figure 2.5) :

- Dans le solveur basé sur la pression, chaque équation est résolue séparément.
- L'équation de continuité prend la forme d'une équation de correction de pression dans le cadre de l'algorithme SIMPLE de Patankar [2.23].

- Les facteurs de sous-relaxation sont inclus dans les équations discrétisées pour améliorer la stabilité du processus itératif.

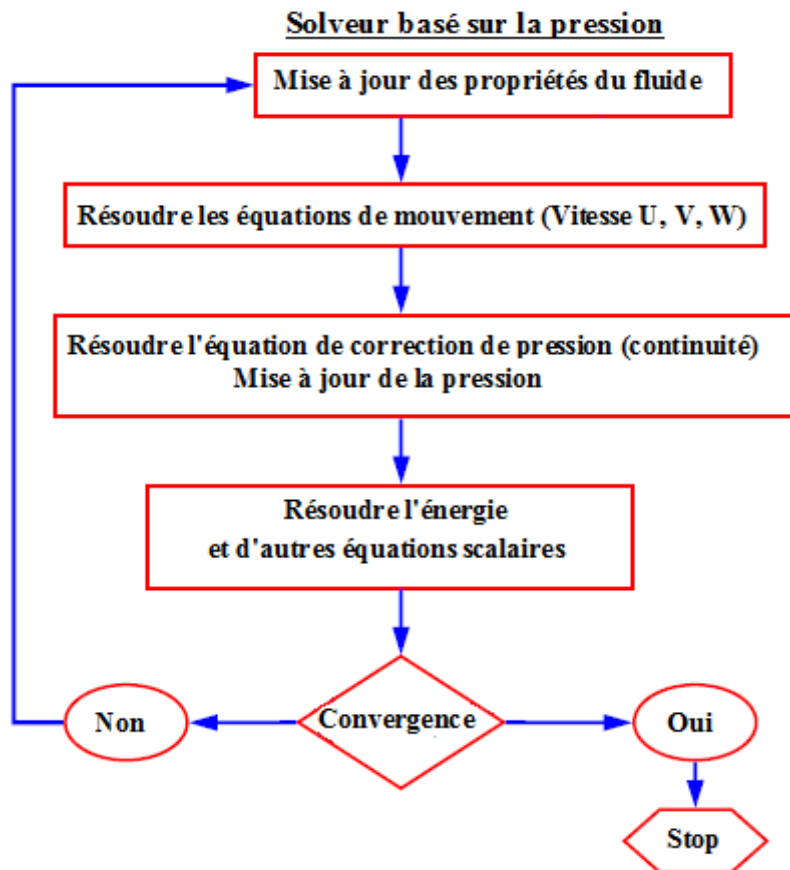


Figure 2.5: Organigramme de calcul

Chapitre III

Régime de transition

Dans le régime de transition la couche de Knudsen devient dominante, les molécules de gaz sont plus éloignées les unes des autres et les collisions intermoléculaires deviennent de moins en moins rare et l'approche continue n'est plus applicable, donc on fait appel à la théorie cinétique des gaz. Dans ce chapitre consacré au régime d'écoulement de transition nous commençons par une introduction à la théorie cinétique, puis nous présentons les modèles cinétiques, habituellement utilisés, pour traiter les problèmes des écoulements fortement raréfiés entre deux cylindres coaxiaux pour des gaz simples, ainsi que les procédures numériques les plus utilisées pour la résolution de ces modèles mathématiques.

3.1. Introduction à la théorie cinétique

La dynamique des gaz rares est basée sur l'approche cinétique des flux gazeux. En 1859, Maxwell [3.1] introduit la fonction de distribution de la vitesse et obtient son expression à l'état d'équilibre. Ainsi Maxwell a donné l'origine à la théorie cinétique des gaz. Puis, en 1872, Boltzmann [3.2] a déduit l'équation cinétique qui détermine l'évolution de la fonction de distribution pour les systèmes gazeux hors d'équilibre. En 1909, Knudsen [3.3], a découvert que le gaz n'est pas un milieu continu et que la formule de Poiseuille n'est plus valable, cette description a nécessité le développement d'une nouvelle approche basée sur la théorie cinétique des gaz. Cela peut être considéré comme le début de la dynamique des gaz raréfiés.

Plus tard, Hilbert [3.4], Enskog [3.5] et Chapman [3.6] ont résolu analytiquement l'équation de Boltzmann par une expansion de la fonction de distribution par rapport au nombre de Knudsen et ont donc trouvé une relation entre les coefficients de transport et le potentiel d'interaction intermoléculaire, mais aucun calcul numérique des flux de gaz raréfiés ne pouvait être réalisé à ce moment-là. En 1954, les équations dites de modèle [3.7], [3.8] ont été proposées pour réduire les efforts de calcul dans les calculs des flux de gaz raréfiés. En utilisant ces modèles, il a été possible d'obtenir des résultats numériques sur les flux de gaz raréfiés dans le régime de transition. Ainsi, en 1960, une étude numérique des flux de gaz raréfiés commença sous sa forme systématique. Pendant longtemps, il n'a été possible de résoudre que les équations du modèle. Pratiquement tous les problèmes classiques de dynamique gazeuse (écoulement de Poiseuille, écoulement de Couette, transfert de chaleur

entre deux plaques, écoulement au-delà d'une sphère, etc.) ont été résolus sur toute la gamme de la raréfaction des gaz en appliquant les équations de modèle.

En 1989, les premiers résultats fiables basés sur l'équation de Boltzmann ont été rapportés, par exemple Ohwada [3.9]. Cependant, même en utilisant les ordinateurs puissants disponibles aujourd'hui, un calcul numérique basé sur l'équation de Boltzmann lui-même est encore une tâche très dure, qui exige de grands efforts de calcul. Ainsi, les équations des modèles continuent d'être un outil principal dans les calculs pratiques [3.10].

Les modèles cinétiques les plus connus [3.11] ; utilisés dans le cas des gaz monoatomiques ou les gaz simples, sont les modèles de Shakhov [3.12], BGK [3.13] et ES-BGK [3.14]. Les modèles ES-BGK et Shakhov ont permis de donner un nombre de Prandtl plus réaliste que le modèle BGK, ces modèles de collision peuvent être résolus analytiquement ou numériquement par une approche linéaire ou non-linéaire.

Le problème de la conduction thermique des gaz raréfiés entre des surfaces cylindriques concentriques ayant des températures différentes a été étudié théoriquement, basée sur la théorie cinétique, par de nombreux chercheurs [3.15-3.29]. Dans la plupart des cas, les travaux théoriques sont basés sur l'équation de Boltzmann linéarisée et que de petites valeurs de la différence de températures entre les cylindres sont considérées [3.15-3.23, 3.26, 3.28]. Les travaux correspondants avec une différence de températures finie sont limités [13, 3.25, 3.27, 3.29]. Pour le cas de la grande différence de température, l'équation cinétique ne peut être linéarisée et doit être utilisée sous sa forme non linéaire [3.30].

Des essais pour prendre en compte la variation des rapports des rayons ont été effectués, où le modèle de Shakhov de l'équation cinétique linéarisé a été appliqué, mais la différence de température était censée être petite [3.31], [3.32]. En 2010, Pantazis et D.Valougeorgis [3.33] ont étudié le problème de transfert thermique pour différents rapports de rayons et de températures, le rapport de température maximal entre les deux cylindres est égal à 10, en utilisant uniquement une approche cinétique.

Dans notre travail, le modèle cinétique utilisé est le modèle de Shakhov. Pour résoudre ce modèle, un outil analytique ou numérique est nécessaire. Ils sont introduits dans le paragraphe suivant.

La résolution numérique ou analytique de l'équation de Boltzmann s'effectue à l'aide des méthodes suivantes [2.9]:

- Méthode analytique
- Méthode des moments intégrés « integro-moment method »
- Méthode variationnelle
- Méthode des vitesses discrètes « discrete velocity method, DVM »

La méthode qui a été adoptée dans le présent travail est celle des vitesses discrètes, cette méthode donne des résultats fiables [2.9] dans tous les types de régimes d'écoulement.

3.2. Approche cinétique

L'approche cinétique repose sur une description statistique de la distribution des molécules du milieu gazeux à l'aide de la fonction de distribution ; un des primordiaux buts de la théorie cinétique est la description de la distribution des particules d'un milieu gazeux étudié [2.9].

La fonction de distribution obéit à l'équation de Boltzmann [11-21] qui, en l'absence de forces externes, s'exprime comme suit [3.34] :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} = Q(ff_*) \quad (3.1)$$

Où $Q(ff_*)$ est l'intégrale de collision, qui a une expression compliquée. Jusqu'à présent, une solution numérique de l'équation (3.1) avec l'expression exacte de l'intégrale de collision est une tâche très difficile, c'est pourquoi certaines expressions simplifiées de $Q(ff_*)$ sont utilisées. Ces expressions sont appelées les équations cinétiques modèles. Ils maintiennent les propriétés principales de l'intégrale de collision exacte, ils nous permettent ainsi de réduire significativement les efforts de calcul lorsque l'équation cinétique est résolue numériquement. L'équation modèle la plus usuelle a été proposée par Bhatnagar, Gross et Krook (BGK) [3.7] et par Welander [3.8] :

$$Q_{\text{BGK}}(ff_*) = \mathbf{v}[f^M - f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v})] \quad (3.2)$$

Où f^M est la Maxwellienne locale :

$$f^M = n(t, \mathbf{r}) \left[\frac{m}{2\pi k_B T(t, \mathbf{r})} \right]^{3/2} \exp \left\{ -\frac{m[\mathbf{v} - \mathbf{u}(t, \mathbf{r})]^2}{2k_B T(t, \mathbf{r})} \right\} \quad (3.3)$$

La quantité ν est la fréquence de collision supposée indépendante de la vitesse moléculaire et égale à $\nu = P / \mu$, où P et μ sont respectivement la pression et la viscosité du gaz.

Les valeurs locales de nombre de densité $n(t, \mathbf{r})$, de la vitesse $\mathbf{u}(t, \mathbf{r})$ et de la température $T(t, \mathbf{r})$ sont calculées par la fonction de répartition $f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v})$ comme suit :

$$n(t, \mathbf{r}) = \int f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{v} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{u}(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{n} \int \mathbf{v} f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{v}$$

Cependant, ce modèle ne fournit pas la valeur correcte du nombre de Prandtl (Pr). Le nombre de Prandtl donné par le développement de Chapman-Enskog appliqué à l'équation de Boltzmann, dans le cas d'un gaz simple, est égal à 1 [3.36]. Néanmoins, le nombre de Prandtl correspondant au développement de l'équation de Boltzmann est de 2/3, un résultat bien connu et validé expérimentalement pour les gaz simples. Donc, la limite macroscopique du modèle BGK n'est pas tout à fait en accord avec la limite de l'opérateur de collision intégral quadratique de l'équation de Boltzmann [3.35].

Le modèle proposé par Shakhov [3.10] est une modification du modèle BGK donnant le nombre Prandtl correct, car ce modèle de Shakhov permet un choix arbitraire du nombre de Pr. L'intégrale de collision de ce modèle est :

$$Q_S(ff_*) = \frac{P}{\mu} \left\{ f^M \left[1 + \frac{2m}{15n(k_B T)^2} \mathbf{q} \cdot \mathbf{V} \left[\frac{mV^2}{2k_B T} - \frac{5}{2} \right] - f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) \right] \right\} \quad (3.4)$$

Les modèles cinétiques permettent de trouver une approche de l'équation de Boltzmann pour réduire significativement les efforts de calcul car l'équation de Boltzmann est une équation intégral-différentielle difficile à résoudre entièrement par les outils mathématique et informatique actuels. Cependant, pour obtenir des résultats fiables, il faut appliquer une équation de modèle appropriée. Si un flux gazeux est isotherme et que le transfert de chaleur n'est pas important, l'équation BGK est l'équation modèle la plus appropriée. Si un débit de gaz n'est pas isotherme, il est préférable d'appliquer le modèle S [3.36].

3.3 Méthode numérique

Les méthodes numériques qui sont utilisées pour la simulation des écoulements de gaz peuvent être classées en tant que première étape, dans des modèles moléculaires et continus [3.37], [3.38]. Les modèles moléculaires qui traitent les gaz comme une collection de molécules ; parmi eux, il existe des méthodes déterministes, comme la dynamique moléculaire (MD), et les méthodes basées sur des approches statistiques, tels que la méthode de Simulation directe Monte Carlo (DSMC).

Ici, la description détaillée de la méthode numérique qui a été employée, pour résoudre numériquement l'équation de Boltzmann, dans cette thèse est donnée ci-dessous.

3.3.1. Méthode de vitesse discrète

La Méthode de vitesse discrète (Discrete Velocity Method DVM) comme un moyen de résoudre les différents modèles cinétiques non linéaires consistent en la discrétisation des équations cinétiques de la vitesse moléculaire et de l'espace physique, et le problème discrétisé est résolu de façon itérative jusqu'à ce que le critère de convergence soit atteint.

L'objectif final est de calculer la fonction de distribution $f(t, x, y, z, \xi_x, \xi_y, \xi_z)$, qui définit la fraction de particules dans l'espace des phases, c'est-à-dire la fraction de particules ayant approximativement la vitesse (ξ_x, ξ_y, ξ_z) , près de la position (x, y, z) et le temps (t) s'il s'agit d'un problème dépendant du temps.

Deux équations modèles non-linéaires «les modèles BGK et Shakhov sont présentées » dans ce qui suit. Le terme de collision dans l'équation BGK peut être écrit comme suit [3.41]:

$$-v(f - f^M) \quad (3.5)$$

Cette expression représente la fréquence de collision $v = \frac{2}{3} \frac{P}{\mu}$. Cette expression de la fréquence de collision réduit l'expression correcte de la conductivité thermique. La distribution de Maxwell locale est [3.38]:

$$f^M = n \left[\frac{m}{2\pi k_{BT}} \right]^{3/2} \exp \left[-\frac{m}{2k_{BT}} \xi^2 \right] \quad (3.6)$$

Le modèle Shakhov, contrairement au modèle BGK, fournit simultanément les expressions de correction des coefficients de la conduction thermique et de la viscosité. Le terme de collision dans l'équation de Shakhov est exprimé comme suit [3.38]:

$$-\frac{P}{\mu}(f - f^S) \quad (3.7)$$

Où

$$f^S = f^M \left[1 + \frac{2m}{15n(k_B T)^2} q \xi_y \left[\frac{m\xi^2}{2k_B T} - \frac{5}{2} \right] \right] \quad (3.8)$$

Et f^M représente la distribution locale de Maxwell.

3.4. Les Conditions aux limites

A l'échelle microscopique, l'interaction des molécules du gaz avec les surfaces solides devient aussi importante que les collisions intermoléculaires et les phénomènes du non-équilibre peuvent se produire au voisinage de ces surfaces solides. L'interaction des molécules avec les parois ou les surfaces solides est un processus complexe (voir section 1.4.1 du chapitre I).

En supposant que le temps d'adsorption et la distance entre les points incidents et réfléchis sont négligeables et que les molécules solides ne sont pas affectées par les collisions et sont en équilibre local à la température de la paroi, permet de définir la diffusion de kernel $R = R(\xi' \rightarrow \xi)$ comme la probabilité de la fonction de densité de l'état réfléchi de la molécule lorsqu'elle atteint la paroi avec une vitesse et part avec une vitesse [3.38].

$$\int R(\xi' \rightarrow \xi) d\xi = 1 \quad (3.9)$$

Le nombre total de molécules incidentes sur une surface unitaire de surface de paroi par unité de temps est l'intervalle :

$$f^-(\xi') | \xi'_n | d\xi' \quad (3.10)$$

Où l'indice n désigne la composante normale de la vitesse.

Si on multiplie l'équation. (3.10) avec $R = R(\xi' \rightarrow \xi)$. Nous obtenons l'expression générale pour les conditions aux limites:

$$|\xi_n|f^+(\xi) = \int |\xi'_n| R(\xi' \rightarrow \xi) f^-(\xi') d\xi' \quad (3.11)$$

Essentiellement, cela exprime simplement le principe de l'équilibre du flux de masse sur la paroi.

La diffusion de kernel doit également être non négatif pour tous les ξ et ξ' en raison de sa définition comme une probabilité de densité.

$$R(\xi' \rightarrow \xi) \geq 0 \quad (3.12)$$

Une autre propriété que devrait satisfaire la diffusion de kernel est la loi dite de réciprocité:

$$|\xi'_n \cdot n| f_0(\xi') R(\xi' \rightarrow \xi) = |\xi_n| f_0(\xi) R(-\xi \rightarrow -\xi') \quad (3.13)$$

Où n est le vecteur unitaire normal à la surface. Cela signifie que si un gaz est à l'équilibre à la température de la paroi et a donc la fonction de répartition f_0 , le nombre de molécules dispersées à partir d'une plage de vitesses $(\xi', \xi' + d\xi')$ à une plage de vitesses $(\xi, \xi + d\xi)$ est égal au nombre de molécules dispersées à partir de $(-\xi, -\xi, -d\xi)$ à $(-\xi', -\xi', -d\xi')$. Ainsi, si la distribution incidente est de Maxwell dans les conditions d'une surface solide ou une paroi, et la masse est conservée à la paroi, puis la fonction de distribution des molécules émergentes est à nouveau f_0 .

Deux modèles simples pour l'interaction des molécules d'un gaz avec une paroi solide ont été suggérés par Maxwell. Le premier est le modèle dit la réflexion spéculaire (voir paragraphe 1.4.1, chapitre I). L'interaction est parfaitement élastique et la composante de vitesse moléculaire normale à la surface est inversée, tandis que les composantes parallèles à la surface restent inchangées. Mathématiquement, peut être exprimée comme suit [3.38] :

$$R_{SPEC}(\xi' \rightarrow \xi) = \delta_D[\xi' - \xi + 2\mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \xi)] \quad (3.14)$$

Où δ_D est la fonction de Dirac. Ce modèle n'est pas réaliste dans la pratique, car il ne prédit pas de contraintes non-normales sur la surface. Le second est le modèle de réflexion diffuse (voir paragraphe 1.4.1, chapitre I), où les vitesses des molécules réfléchies sont distribuées conformément à la distribution maxwellienne à la température de la paroi T_w et la vitesse de la paroi u_w .

$$R_{DIF}(\xi' \rightarrow \xi) = \frac{m^2 \xi_n}{2\pi(kT_w)^2} \exp\left[-\frac{m}{2kT_w}(\xi - u_w)^2\right] \quad (3.15)$$

Ici, la vitesse des molécules réfléchies ne dépend pas de leur vitesse incidente. Le kernel ou le noyau peut être divisé en deux composantes de vitesse tangentielle et une composante de vitesse normale [3.38]:

$$R_{DIF}(\xi'_t \rightarrow \xi_t) = \left(\frac{m}{2\pi kT_w}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{m}{2kT_w}(\xi_t - u_{w,t})^2\right] \quad (3.16)$$

$$R_{DIF}(\xi'_n \rightarrow \xi_n) = \left(\frac{m\xi_n}{2\pi kT_w}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{m}{2kT_w}(\xi_n - u_{w,n})^2\right] \quad (3.17)$$

Le modèle de réflexion diffuse a été très largement utilisé en raison de sa simplicité et de son petit effort numérique pour sa mise en œuvre. D'une manière générale, il fournit des résultats en accord avec les résultats expérimentaux réels. Cependant, dans certains cas relatifs à des surfaces présentant des caractéristiques particulières, le gaz peut avoir des différents modèles de diffusion.

Une combinaison des deux réflexions diffuse et spéculaire a été proposée par Maxwell afin de fournir un meilleur accord avec les résultats expérimentaux. Dans ce cas, la fraction des molécules qui sont réfléchies de manière diffuse est définie par le coefficient d'accommodation α , tandis que la fraction des particules qui réfléchit de manière spéculaire est définie par $(\alpha-1)$. Cependant, il est bien connu que la quantité de mouvement et l'énergie accommodent à un rythme différent: la quantité de mouvement change beaucoup plus vite que l'énergie et donc un coefficient ne suffit pas pour décrire ce processus d'une manière réaliste. En outre, comme indiqué dans les références [3.38], [3.41] et [3.42], les écarts se trouvent dans d'autres cas entre les données numériques et expérimentales [3.43]. Encore plus, ce

modèle ne décrit pas la distribution lobaire dans la direction des molécules réémis observées dans les expériences.

Il y a d'autres conditions aux limites : comme le modèle Cercignani-Lampis-lord (CLL) [3.44] qui fournit aussi des conditions aux limites réalistes, satisfait à la relation de réciprocité et produit des distributions physiquement raisonnables de la direction et de l'énergie des molécules réémises ; dans le modèle de CLL les diffusions des composantes normale et tangentielle sont considérées comme indépendantes ; le noyau ou le Kernel de la diffusion se compose de trois parties, une pour chacune des composantes de vitesse [3.38].

Mis à part les modèles de condition aux limites mentionnés ci-dessus et qui sont utilisés pour calculer l'interaction des particules avec les parois solides, il y a au moins deux autres types de conditions aux limites [3.38], à savoir des conditions aux limites périodiques et ouvertes. Le premier type des conditions aux limites est utilisé pour simuler un grand système en modélisant une petite partie qui est loin de son bord. Quand au deuxième type de conditions, il est utilisé pour simuler des systèmes de longueur infinie.

3.5. Simulation de l'écoulement gazeux et transfert thermique entre deux cylindres coaxiaux

3.5.1. Les équations cinétiques du modèle de Shakhov

Les équations cinétiques du modèle de Shakhov appliquées dans l'étude de l'écoulement thermique unidimensionnel et stationnaire, entre deux cylindres coaxiaux sont montrées dans ce qui suit.

Les distributions macroscopiques peuvent être obtenues par les moments de la fonction de distribution de configuration plane et cylindrique [3.38], [4.39], [4.40]:

$$n(y) = \iiint f d\xi_x d\xi_y d\xi_z \quad (3.18)$$

$$T(y) = \frac{m}{3n(y)k_B} \iiint \xi^2 f d\xi_x d\xi_y d\xi_z \quad (3.19)$$

$$q(y) = \frac{m}{2} \iiint \xi^2 \xi_y f d\xi_x d\xi_y d\xi_z \quad (3.20)$$

$$n(r) = \iiint f \xi_p f d\xi_p d\theta dz \quad (3.21)$$

$$T(r) = \frac{m}{3n(r)k_B} \iiint (\xi_p^2 + \xi_p^2) f d\xi_p d\xi_p d\theta dz \quad (3.22)$$

$$q(r) = \frac{m}{2} \iiint (\xi_p^2 + \xi_p^2)(\xi_p \cos \theta) f d\xi_p d\xi_p d\theta dz \quad (3.23)$$

La prochaine étape est d'appliquer la procédure de projection afin de réduire le nombre de variables indépendantes. Dans le cas planaire, il est possible d'éliminer les composantes x et z du vecteur de vitesse moléculaire, tandis que dans le cas cylindrique, seule la composante z peut être éliminé. Il est commode d'introduire les expressions non-dimensionnelles dans le moment [3.38]:

$$g = \frac{fv_0^3}{n_0} \quad (3.24)$$

$$\rho = \frac{n}{n_0} \quad (3.25)$$

$$\tau = \frac{T}{T_0} \quad (3.26)$$

$$c = \frac{\xi}{v_0} \quad (3.27)$$

$$\delta = \frac{P_0 L}{\mu_0 v_0} \quad (3.28)$$

Où g est la fonction de distribution sans dimension, δ est le coefficient de raréfaction, qui est inversement proportionnel au nombre de Knudsen, avec ζ étant l'amplitude moléculaire adimensionnelle du vecteur de vitesse planaire, ρ et τ représentent respectivement les distributions sans dimension de la densité et de la température. Alors, l'équation gouvernante adimensionnelle peut être écrite comme suit [3.38]:

- Pour la géométrie planaire:

$$c_y \frac{\partial g}{\partial v} = -\delta \rho \sqrt{\tau} (g - g^0) \quad (3.29)$$

- Pour la géométrie cylindrique:

$$\xi \cos \theta \frac{\partial g}{\partial r} - \frac{\xi \sin \theta}{r} \frac{\partial g}{\partial \theta} = -\delta \rho \sqrt{\tau} (g - g^0) \quad (3.30)$$

Où g^0 peut représenter $g^M = \rho / (\pi \tau)^{3/2} \exp[-C^2/\tau]$ en cas de l'emploi de l'équation du modèle BGK ou $g^S = g^M \left[1 + \frac{4}{15(\rho \tau)^2} q \xi \cos \theta \left[\frac{c^2}{\tau} - \frac{5}{2} \right] \right]$ en cas de l'utilisation du modèle de Shakhov.

A ce moment, la procédure de projection est mise en place et les fonctions de distribution réduites sont définies. Comme mentionné précédemment, deux composantes de la vitesse peuvent être éliminées dans le cas planaire et une seule dans le cas cylindrique [3.38]:

- Planaire:

$$\phi(y, c_y) = \iint g(y, c) dc_x dc_z ; \psi(y, c_y) = \iint (c_x^2 + c_z^2) g(y, c) dc_x dc_z \quad (3.31)$$

- Cylindrique:

$$\phi(r, \xi, \theta) = \iint g(r, c) dc_z ; \psi(r, \xi, \theta) = \iint c_z^2 g(r, c) dc_z \quad (3.32)$$

Après manipulation mathématique, les deux équations intégral-différentielles couplées sont obtenues pour les fonctions de distribution réduites inconnues ϕ et ψ [3.38]:

- Planaire:

$$c_y \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\delta \rho \sqrt{\tau} (\phi - \phi^0) \quad (3.33)$$

$$c_y \frac{\partial \psi}{\partial y} = -\delta \rho \sqrt{\tau} (\psi - \psi^0)$$

- Cylindrique

$$\xi \cos \theta \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{\xi \sin \theta}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -\delta \rho \sqrt{\tau} (\phi - \phi^0) \quad (3.34)$$

$$\xi \cos \theta \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\xi \sin \theta}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = -\delta \rho \sqrt{\tau} (\psi - \psi^0)$$

La même procédure de projection est appliquée au moment afin d'obtenir les quantités macroscopiques en fonction de ϕ et de ψ pour les configurations cylindrique et planaire [3.38]:

$$\begin{aligned} \rho(y) &= \int \phi dc_y \\ \tau(y) &= \frac{3}{3\rho} \int (\psi + c_y^2 \phi) dc_y \\ q(y) &= \int c_y (\psi + c_y^2 \phi) dc_y \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} \rho(r) &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \phi \xi d\xi d\theta \\ \tau(r) &= \frac{2}{3\rho} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty (\psi + \xi^2 \phi) \xi d\xi d\theta \\ q(r) &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty (\xi \cos \theta) (\psi + \xi^2 \phi) \xi d\xi d\theta \end{aligned} \quad (3.36)$$

L'interaction entre les molécules et les parois sont considérées comme totalement diffuse à la température de la paroi [3.38]:

$$f_i^+(\xi) = n_i \left[\frac{m}{2\pi k_B T_i} \right]^{3/2} \exp \left[-\frac{m}{2k_B T_i} \xi^2 \right] \quad (3.37)$$

En introduisant les grandeurs adimensionnelles, les conditions aux limites deviennent [3.38]:

$$g_i^+(c) = \frac{\rho_i}{(\pi\tau)^{3/2}} \exp \left[-\frac{c^2}{\tau} \right] \quad (3.38)$$

Après l'application de la procédure de projection, on obtient [3.38]:

$$\begin{aligned}
\phi_i^+(c_y) &= \frac{\rho_i}{(\pi\tau_i)^{1/2}} \exp\left[-\frac{c_y^2}{\tau_i}\right] \\
(3\psi_i^+(c_y) &= \frac{\rho_i\tau_i^{1/2}}{\pi^{1/2}} \exp\left[-\frac{c_y^2}{\tau_i}\right] \\
\phi_i^+(\xi) &= \frac{\rho_i}{\pi\tau_i} \exp\left[-\frac{\xi^2}{\tau_i}\right] \\
\psi_i^+(\xi) &= \frac{\rho_i}{2\pi} \exp\left[-\frac{\xi^2}{\tau_i}\right]
\end{aligned} \tag{3.39}$$

En appliquant la condition de non pénétration aux parois, on peut obtenir les valeurs du nombre de densité aux surfaces des cylindres [3.38]:

$$\rho_i = \frac{2\sqrt{\pi}}{\sqrt{\tau_i}} \int_0^\infty \phi_i^- c_y d c_y \tag{3.40}$$

$$\rho_i = \frac{2\sqrt{\pi}}{\sqrt{\tau_i}} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \int_0^\infty (\xi \cos \phi) \phi_i^- \xi d\xi d\theta \tag{3.41}$$

3.5.2. Solution numérique

La solution numérique du problème de transfert thermique entre deux cylindres coaxiaux basés sur le modèle de Shakhov à l'aide de la Méthode de vitesse discrète (DVM) est obtenue par une procédure d'itération. Les distributions macroscopiques sont supposées à droite de l'ensemble des équations (3.34), la fonction de distribution réduite $\phi(r, \xi, \theta)$ est calculée ; ensuite $\phi(r, \xi, \theta)$ est substituée dans la partie droite de l'ensemble des équations et les nouvelles valeurs des distributions macroscopiques sont calculées et comparées avec les valeurs précédentes. L'itération se poursuit jusqu'à la convergence.

L'espace de vitesse moléculaire (ξ, θ) et $\xi \in [0, \infty)$ avec $\theta \in [0, 2\pi]$, et l'espace physique $r \in [R_1, R_2]$ sont discrétisés. Le spectre continu des grandeurs du vecteur de vitesse moléculaire est remplacé par un ensemble de grandeurs discrètes $\xi_m \in [0, \xi_{max}]$, $m=1,2,\dots,M$, qui sont

prises pour être les racines du polynôme de Legendre de l'ordre M , en conséquence de $[-1,1]$ à $[0, \xi_{max}]$. Ensuite, le domaine spatial $r \in [R_1, R_2]$ est divisé en I intervalles égaux. En raison de la symétrie, seule la moitié de l'espace angulaire $\theta \in [0, 2\pi]$ doit être discrétisé. Ainsi, un ensemble d'angles discrets $\theta_n = 1, 2, \dots, N$, dans $[\pi - \frac{\Delta\theta}{2}, 2\pi - \frac{\Delta\theta}{2}]$ est définie [3.38].

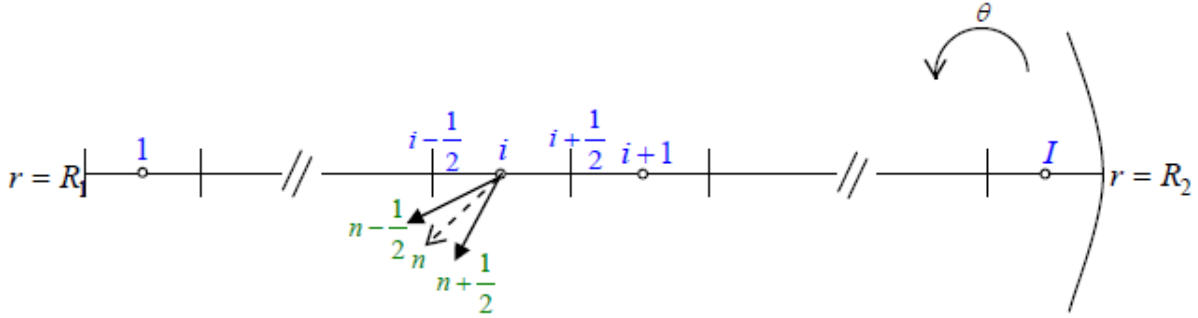


Figure 3.1 : discrétisation de l'espace physique et angulaire [3.38].

Soit maintenant $\phi(r, \xi, \theta)|_{i,m,n} = \phi(r_i, \xi_m, \theta_n) = \phi_{i,m,n}$ et l'équation cinétique est discrétiser pour obtenir ce qui suit:

$$\begin{aligned} & \xi_m \cos \theta_n \left. \frac{\partial \phi(r, \xi, \theta)^{(k+1/2)}}{\partial r} \right|_{i,m,n} - \frac{\xi_m \sin \theta_n}{r_i} \left. \frac{\partial \phi(r, \xi, \theta)^{(k+1/2)}}{\partial \theta} \right|_{i,m,n} + \\ & \delta \rho_i^{(k)} \sqrt{\tau_i^{(k)}} \left. \phi(r, \xi, \theta)^{(k+1/2)} \right|_{i,m,n} = \delta \rho_i^{(k)} \sqrt{\tau_i^{(k)}} \phi_{i,m,n}^S \end{aligned} \quad (3.42)$$

Par approximation:

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{i,m,n} = \frac{1}{2\Delta r} \left[\phi_{i+\frac{1}{2},m,n+\frac{1}{2}} + \phi_{i+\frac{1}{2},m,n-\frac{1}{2}} - \phi_{i-\frac{1}{2},m,n+\frac{1}{2}} - \phi_{i-\frac{1}{2},m,n-\frac{1}{2}} \right] \quad (3.43)$$

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right|_{i,m,n} = \frac{1}{2\Delta \theta} \left[\phi_{i+\frac{1}{2},m,n+\frac{1}{2}} + \phi_{i-\frac{1}{2},m,n+\frac{1}{2}} - \phi_{i+\frac{1}{2},m,n-\frac{1}{2}} - \phi_{i-\frac{1}{2},m,n-\frac{1}{2}} \right] \quad (3.44)$$

$$\phi_{i,m,n} = \frac{1}{4} \left[\phi_{i+\frac{1}{2},m,n+\frac{1}{2}} + \phi_{i+\frac{1}{2},m,n-\frac{1}{2}} + \phi_{i-\frac{1}{2},m,n+\frac{1}{2}} + \phi_{i-\frac{1}{2},m,n-\frac{1}{2}} \right] \quad (3.45)$$

$$r_i = \frac{1}{2} \left[r_{i+\frac{1}{2}} + r_{i-\frac{1}{2}} \right] \quad (3.46)$$

$$\rho_i = \frac{1}{2} \left[\rho_{i+\frac{1}{2}} + \rho_{i-\frac{1}{2}} \right] \quad (3.47)$$

$$\tau_i = \frac{1}{2} \left[\tau_{i+\frac{1}{2}} + \tau_{i-\frac{1}{2}} \right] \quad (3.48)$$

On peut déduire l'équation discrète de ϕ [3.38]:

$$\begin{aligned} & \phi_{i+\frac{1}{2},m,n+\frac{1}{2}} \left[\frac{\xi_m \cos \theta_n}{2\Delta r} - \frac{\xi_m \sin \theta_n}{2r_{i+\frac{1}{2}}\Delta\theta} + \frac{\delta_0}{4} \rho_{i+\frac{1}{2}} \tau_{i+\frac{1}{2}}^{0.5} \right] + \phi_{i+\frac{1}{2},m,n-\frac{1}{2}} \left[\frac{\xi_m \cos \theta_n}{2\Delta r} + \right. \\ & \left. \frac{\xi_m \sin \theta_n}{2r_{i+\frac{1}{2}}\Delta\theta} + \frac{\delta_0}{4} \rho_{i+\frac{1}{2}} \tau_{i+\frac{1}{2}}^{0.5} \right] + \phi_{i-\frac{1}{2},m,n+\frac{1}{2}} \left[-\frac{\xi_m \cos \theta_n}{2\Delta r} - \frac{\xi_m \sin \theta_n}{2r_{i-\frac{1}{2}}\Delta\theta} + \frac{\delta_0}{4} \rho_{i-\frac{1}{2}} \tau_{i-\frac{1}{2}}^{0.5} \right] + \\ & \phi_{i-\frac{1}{2},m,n-\frac{1}{2}} \left[-\frac{\xi_m \cos \theta_n}{2\Delta r} + \frac{\xi_m \sin \theta_n}{2r_{i-\frac{1}{2}}\Delta\theta} + \frac{\delta_0}{4} \rho_{i-\frac{1}{2}} \tau_{i-\frac{1}{2}}^{0.5} \right] = \frac{\delta_0}{4} \left[\rho_{i+\frac{1}{2}} \tau_{i+\frac{1}{2}}^{0.5} \left(\phi_{i+\frac{1}{2},m,n+\frac{1}{2}}^S + \right. \right. \\ & \left. \left. \phi_{i+\frac{1}{2},m,n-\frac{1}{2}}^S \right) + \rho_{i-\frac{1}{2}} \tau_{i-\frac{1}{2}}^{0.5} \left(\phi_{i-\frac{1}{2},m,n+\frac{1}{2}}^S + \phi_{i-\frac{1}{2},m,n-\frac{1}{2}}^S \right) \right] \quad (3.49) \end{aligned}$$

Où

$$\phi_{i,m,n} = \left[1 + \frac{4}{15} \frac{1}{\rho_i \tau_i^2} q_i \xi_m \cos \theta_n \left(\frac{\xi_m^2}{\tau_i} - 2 \right) \right] \frac{\rho_i}{\pi \tau_i} \exp \left[-\frac{\xi_m^2}{\tau_i} \right] \quad (3.50)$$

L'équation correspondante pour ψ est obtenue de manière similaire [3.38].

3.5.3. Le modèle cinétique linéaire et non linéaire de Shakhov

Le transfert de chaleur entre deux cylindres coaxiaux peut être simulé avec précision via le modèle cinétique de Shakhov (S) pour différentes valeurs du nombre de Knudsen. En tenant compte de la symétrie axiale du problème et de l'invariance dans la direction axiale (par exemple en ignorant les effets d'extrémités), l'équation cinétique S s'écrit [3.45], [3.46]:

$$\xi_p \cos \theta \frac{\partial f}{\partial \hat{r}} - \frac{\xi_p \sin \theta}{\hat{r}} \frac{\partial f}{\partial \theta} = \frac{P}{\mu} (f^S - f) \quad (3.51)$$

Où

$$f^S = f^M \left[1 + \frac{2m}{15n(k_B T)^2} q \xi_p \cos \theta \left(\frac{m \xi^2}{2k_B T} - \frac{5}{2} \right) \right] \quad (3.52)$$

Avec

$$f^M = n \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m \xi^2}{2k_B T} \right) \quad (3.53)$$

Étant la maxwellienne.

Ici, $f = f(\hat{r}, \xi)$ est la fonction de distribution inconnue, \hat{r} est la coordonnée spatiale radiale et $\xi = (\xi_p \cos \theta, \xi_p, \xi_z)$ est le vecteur de vitesse moléculaire. En outre, n , T et q sont des distributions macroscopiques du nombre de densité, de la température et du flux thermique radial, respectivement, qui peuvent être obtenus par les moments de la fonction de distribution selon :

$$n(\hat{r}) = \iiint f \xi_p d\xi_p d\theta d\xi_z \quad (3.54)$$

$$T(\hat{r}) = \frac{m}{3n(\hat{r})k_B} \iiint \xi_p^2 f \xi_p d\xi_p d\theta d\xi_z \quad (3.55)$$

$$q(\hat{r}) = \frac{m}{2} \iiint \xi_p^3 \cos \theta f \xi_p d\xi_p d\theta d\xi_z \quad (3.56)$$

Par ailleurs, μ est la viscosité du gaz à la température T , tandis que P est la pression du gaz donnée par l'équation d'état $P = nk_B T$, avec k_B désignant la constante de Boltzmann.

Lorsque la différence de température entre la paroi interne et la paroi externe [3.47], à savoir $\Delta T = T_{int} - T_{ext}$ est petite par rapport à $T_0 = T_m = (T_{int} + T_{ext})/2$. La fonction de distribution inconnue est linéarisée en fonction de

$$f = f_0 \left(1 + h \frac{\Delta T}{T_0} \right), \quad \Delta T/T_0 \ll 1 \quad (3.57)$$

Pour obtenir l'équation cinétique linéarisée de Shakov correspondant aux quantités macroscopiques perturbées associées [3.48]. Où T_0 , T_m représentent la température de référence et la température moyenne entre les deux cylindres.

Chapitre IV

Modélisation des écoulements gazeux et transfert de chaleur entre deux cylindres coaxiaux

Dans le présent chapitre, nous présentons les modèles que nous avons utilisés pour la modélisation des écoulements raréfiés et le transfert de chaleur à l'intérieur des deux cylindres coaxiaux pour des gaz simples ou monoatomiques, dans les régimes d'écoulement : hydrodynamique, glissant et de transition pour différentes conditions de température et de raréfaction. Deux états ont été étudiés ; initialement un état stationnaire a été considéré en se basant sur deux approches : une approche continue basée sur l'utilisation des équations de Navier-Stokes et Fourier ; et une solution analytique du problème soumise à des conditions aux limites. Et une approche cinétique basée sur l'utilisation de la forme non linéaire du modèle cinétique de Shakhov soumis à des conditions aux limites de Maxwell.

Puis dans un deuxième temps, un état instationnaire a été considéré. Où deux modèles continus ont été développés avec des conditions aux limites adaptées, le premier modèle est basé sur l'équation de conservation de l'énergie et le deuxième modèle est basé sur une solution analytique du problème étudié. Et un troisième modèle cinétique basé sur l'équation non linéaire de Shakhov (Shakhov-Kinetic model ou S-Kinetic model).

4.1. Description du problème

Dans ce travail on considère la simulation numérique du transfert thermique à travers un gaz raréfié simple, confiné entre un filament de tungstène chauffé ayant un diamètre $d = 1,5 \text{ mm}$ (R'_A), disposé le long de l'axe cylindrique d'une enveloppe en Pyrex, ayant un diamètre $D = 75 \text{ mm}$ (R'_B), simulés respectivement en deux cylindres interne et externe.

Les deux cylindres interne (le filament) et externe ont respectivement des températures T'_A et T'_B ($T'_A > T'_B$) comme le montre la figure 4.1. L'enceinte cylindrique est remplie d'un gaz raréfié (N_2).

L'intervalle de la température du gaz s'étend de 300K à l'enveloppe de l'enceinte jusqu'aux 2700 et 3000K au filament de tungstène. En raison de la grande différence de températures

entre les deux cylindres, il ya un flux thermique radial à travers le gaz raréfié à partir du cylindre chaud vers le cylindre froid. Les propriétés de transport du fluide (viscosité, conductivité thermique, et capacité calorifique) sont spécifiées comme des polynômes dépendant de la température [4.1]. Le problème est axialement symétrique.

Nous sommes intéressés par le calcul des distributions macroscopiques (flux thermique, température, densité...) entre les deux cylindres, dans les régimes d'écoulement : hydrodynamique, glissant et de transition et en termes de paramètres régissant ce problème: la température et le rapport des rayons ainsi que le paramètre de raréfaction δ . L'interaction gaz-interface a été également étudiée.

Les calculs numériques ont été effectués pour plusieurs valeurs du paramètre de raréfaction (δ) dans l'intervalle allant du régime de transition au régime hydrodynamique. Les valeurs de δ ont été calculées avec des pressions supérieures [4.2] à 10^{-3} mbar (0,01, 0,05, 0,08, 0,10, 0,12, 0,15 et 0,2 mbar).

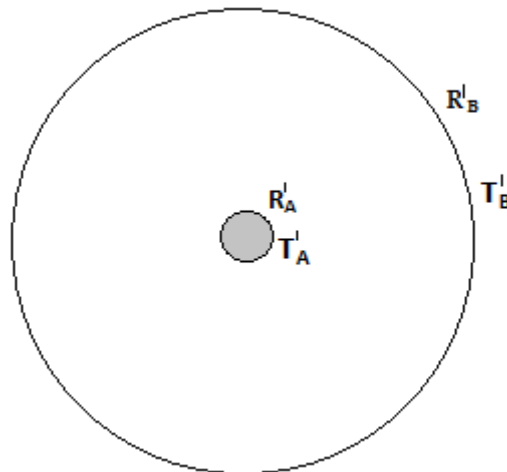


Figure 4.1: Représentation schématique du système

Notre problème a été résolu, à l'état stationnaire et instationnaire, deux approches (continue et cinétique) ainsi que plusieurs modèles théoriques ont été utilisés pour chaque état.

Pour le cas de la solution analytique, l'équation de conservation de l'énergie et l'équation cinétique, le calcul des distributions macroscopiques entre les deux cylindres se fait en termes de paramètres suivants: la température, le rapport des rayons (R'_B/R'_A) et le paramètre de raréfaction. Donc il est pratique d'introduire, dans l'équation cinétique ainsi que l'équation de

l'énergie et la solution analytique, ces trois paramètres : le rapport de température des cylindres T'_A / T'_B , le rapport des rayons R'_B / R'_A et le paramètre de raréfaction du gaz δ qui est déterminé comme suit:

$$\delta = \frac{R_0}{\ell}, \ell = \frac{\mu_0 v_0}{p_0} \text{ et } v_0 = \sqrt{\frac{2kT_0}{m}} \quad (4.1)$$

où ℓ est le libre parcours moyen équivalent, P_0 est la pression de référence, m est la masse moléculaire du gaz, k est la constante de Boltzmann, v_0 est la vitesse moléculaire la plus probable, R_0 et T_0 sont respectivement la dimension de l'espace de référence et la température de référence, et μ_0 est la viscosité du gaz calculée à la température de référence ; $\mu_0 = \mu(T_0)$.

La distance entre les deux cylindres ($R'_B - R'_A$) est prise comme la dimension de l'espace de référence R_0 . La température du cylindre externe est utilisée comme la température de référence $T_0 = T'_B$.

Il est à noter que le paramètre de raréfaction de gaz δ dans l'équation (4.1) est inversement proportionnel au nombre de Knudsen. Le cas de $\delta \rightarrow \infty$ correspond au régime hydrodynamique. Nous supposons que le problème de transfert de chaleur, considéré ici, est spatialement symétrique et par conséquent les paramètres macroscopiques dépendent, uniquement, de la coordonnée radiale r' de la zone annulaire physique entre les cylindres.

Pour le code Fluent basé sur les équations de Navier-Stokes et Fourier, les températures T'_A et T'_B ainsi que les pressions sont introduites directement, les rayons R'_A et R'_B sont définis au départ dans la géométrie établie par le préprocesseur Gambit (voir section 2.4.1, chapitre II).

4.2. Modèles théoriques utilisés

Dans notre travail deux états ont été étudiés : stationnaire et instationnaire (transitionnel) ; nous présentons les modèles mathématiques et numériques utilisés dans chaque état dans ce qui suit:

4.2.1. Etat stationnaire

La modélisation du problème cité ci-dessus a été effectuée en se basant sur deux approches, une approche continue basée sur l'utilisation des équations de Navier-Stokes et Fourier ; et une solution analytique du problème soumise à des conditions aux limites.

Et une approche cinétique basée sur l'utilisation de la forme non linéaire du modèle cinétique de Shakhov soumis à des conditions aux limites de Maxwell.

4.2.1.1. Approche continue

4.2.1.1.1. Equations de Navier-Stokes et Fourier

Dans le régime d'écoulement de glissement, les équations de Navier-Stokes sont toujours valables dans la masse de l'écoulement; le gaz n'est plus en équilibre thermodynamique local à proximité de la paroi, dans la dite couche de Knudsen. Dans cette région, différents effets de raréfaction sont exposés, y compris la présence d'un saut de température non-négligeable au niveau des parois [4.3].

La simulation numérique de l'écoulement du gaz raréfié est directement réalisable dans le code commercial Fluent en utilisant la commande « *Low Pressure Boundary Slip* » (LPBS).

Cependant, le choix des conditions de glissement est limité à l'équation de Maxwell avec une expression du libre parcours moyen définie par un modèle de Lennard-Jones. La valeur du coefficient d'accommodation peut quant à elle être choisie librement. Le libre parcours moyen, ℓ , est calculé comme suit :

$$\ell = \frac{k_B T}{\sqrt{2} \pi \sigma_d^2 P} \quad (4.2)$$

Où K_B est la constante de Boltzmann, T est la température, P est la pression et σ_d est la longueur caractéristique du gaz de Lennard-Jones (voir section 1.2, chapitre I).

Dans le régime de glissement, la température du gaz à la surface diffère de la température de la paroi ou de la surface solide. Les conditions aux limites utilisées par le modèle de Maxwell dans le code Fluent sont comme suit :

❖ La condition aux limites du saut de température

$$T_w - T_g = 2 \left(\frac{2 - \alpha_T}{\alpha_T} \right) Kn \frac{\partial T}{\partial n} \approx 2 \left(\frac{2 - \alpha_T}{\alpha_T} \right) \frac{\ell}{\delta} (T_g - T_c) \quad (4.3)$$

Ou de manière équivalente

$$T_g = \frac{T_w + \beta T_c}{1 + \beta} \quad (4.4)$$

Où

$$\beta = \frac{2(2 - \alpha_T)}{\alpha_T \delta} \quad (4.5)$$

α_T est le coefficient d'accommodation thermique, les indices g , w et c indiquent : le gaz, les parois et les vitesses du centre de la cellule, δ est la distance entre le centre de la cellule et la paroi.

4.2.1.1.2. Solution analytique

Dans les régimes d'écoulement de glissement et hydrodynamique, la distribution de la température entre deux cylindres peut être obtenue à partir de la conservation de l'énergie. La solution analytique du problème cité ci-dessus (section 4.1) est le cas stationnaire de l'équation de conservation de l'énergie suivante :

$$mn'c_v \frac{\partial T'}{\partial t'} = \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' k' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) \quad (4.6)$$

Donc

$$\frac{\partial}{\partial r'} \left(r' k' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) = 0 \quad (4.7)$$

Où r' est la coordonnée radiale entre les cylindres et k' est la conductivité thermique du gaz.

Dans le cas de l'état stationnaire (équation (4.7)) et en utilisant l'équation du flux thermique, obtenue en appliquant la loi de Fourier, suivante:

$$q'_r = -k' \frac{dT'}{dr'} \quad (4.8)$$

Et en introduisant les quantités adimensionnelles suivantes:

$$r = \frac{r'}{R_0}, \quad T = \frac{T'}{T_0}, \quad q_r = \frac{q_{r'}}{p_0 v_0} \quad (4.9)$$

On obtient l'équation de conservation de l'énergie sous la forme adimensionnelle :

$$\frac{d(rq_r)}{dr} = 0 \quad (4.10)$$

Où le profil adimensionnel du flux thermique est :

$$q_r(r) = -\frac{15}{8\delta} \mu \frac{dT}{dr} \quad (4.11)$$

Où

$$q_r(r) = \frac{15}{8\delta_0} \frac{C}{r} \quad (4.12)$$

Dans le régime d'écoulement hydrodynamique, la température du gaz à proximité de la paroi ou la surface solide est égale à la température de la paroi, de sorte que l'équation (4.12) peut être résolue analytiquement [4.3] [4.4].

Le profil de température adimensionnelle est donné comme suit :

$$T(r) = \left\{ \frac{1}{2} \left[(T_{gA}^{\omega+1} + T_{gB}^{\omega+1}) + C(\omega + 1) \left(\ln \left(\frac{R_A}{r} \right) + \ln \left(\frac{R_B}{r} \right) \right) \right] \right\}^{\frac{1}{\omega+1}} \quad (4.13)$$

Où

$$C = \frac{(T_{wA}^{\omega+1} - T_{wB}^{\omega+1}) / (\omega+1)}{\ln \frac{R_A}{R_B} + \frac{\xi_1 T_{wA}^{\omega+1/2}}{\delta_0 R_A} + \frac{\xi_2 T_{wB}^{\omega+1/2}}{\delta_0 R_A}} \quad (4.14)$$

La température du gaz à proximité de la paroi est comme suit :

$$T_{g_A}^{\omega+1} = T_{w_A}^{\omega+1}[1 - \epsilon_A(\omega + 1)] \quad (4.15)$$

$$T_{g_B}^{\omega+1} = T_{w_B}^{\omega+1}[1 - \epsilon_B(\omega + 1)] \quad (4.16)$$

Où

$$\epsilon_A = \frac{\xi_A}{\delta_0} \frac{C}{R_A} \frac{1}{T_{w_A}^{1/2}} \quad (4.17)$$

$$\epsilon_B = -\frac{\xi_B}{\delta_0} \frac{C}{R_B} \frac{1}{T_{w_B}^{1/2}} \quad (4.18)$$

Ici T_{w_A} , T_{w_B} sont des températures adimensionnelles (normalisée par T'_{w_B}) des parois (ou surfaces solides). ξ_1 , ξ_2 sont les coefficients du saut de température du filament et de la paroi, leur valeur peut être prise comme 1,95 dans l'accommodation complète et dans le cadre du modèle de Maxwell [4.5], [4.6]. ω est l'indice de viscosité, qui est égale à 0,5 [4.7], pour le modèle de sphère rigide (voir chapitre 1, paragraphe 1.3) dans le modèle de Maxwell.

Le profil de température $T(r)$ sera comparé (la section 5.2.3 du chapitre suivant) avec les distributions de température obtenues à partir de la solution de l'équation cinétique et celle obtenue par les équations de Navier-Stokes et Fourier (code Fluent).

4.2.1.2. Approche cinétique

Dans l'étude de l'état stationnaire, nous avons utilisé le modèle cinétique stationnaire proposé par Shakhov [4.8] dont l'équation cinétique, en tenant compte des symétries du problème considéré, peut être écrite comme suit:

$$\frac{\partial}{\partial r'}(r' f' v_p \cos \varphi) - \frac{\partial}{\partial \varphi}(f' v_p \sin \varphi) = r' v'(f^{S'} - f') \quad (4.19)$$

Où, $f'(r', \mathbf{v})$ est la fonction de distribution de la vitesse moléculaire d'une particule, $\mathbf{v} = (v_p \cos \varphi, v_p \sin \varphi, v_z)$ est le vecteur de vitesse moléculaire représentant l'espace de vitesse moléculaire, v_p et φ sont respectivement l'amplitude et l'orientation du vecteur de vitesse. La

fréquence de collision moléculaire ν' est supposée indépendante de la vitesse moléculaire, et elle est défini [4.9] par :

$$\nu' = \frac{p'}{\mu'} \quad (4.20)$$

La fonction de distribution d'équilibre $f^{S'}$ dans l'équation (4.19) est comme suit :

$$f^{S'} = f^{M'} \left[1 + \frac{2m\mathbf{V}\mathbf{q}'}{15n'(kT')^2} \left(\frac{m\mathbf{V}^2}{2kT'} - \frac{5}{2} \right) \right], \quad (4.21)$$

$$f^{M'}(n', T') = n' \left(\frac{m}{2\pi kT'} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{m(\mathbf{v}-\mathbf{u}')^2}{2kT'} \right],$$

$f^{M'}$ est la fonction maxwellienne locale de distribution, $\mathbf{V} = \mathbf{v} - \mathbf{u}'$ est le vecteur de vitesse particulaire $\mathbf{u}' = (u'_r, 0, 0)$ est le vecteur de la vitesse apparente, $\mathbf{q}' = (q'_r, 0, 0)$ est le vecteur de flux de chaleur, n' est le nombre de densité du gaz.

Les variables sans dimensions sont définies comme suit

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{u}'}{v_0}, \quad \mathbf{c} = \frac{\mathbf{v}}{v'_0} \quad (4.22)$$

Le vecteur adimensionnel de vitesse moléculaire est égal à $(c_p \cos\varphi, c_p \sin\varphi, c_z)$.

En outre, les quantités adimensionnelles suivantes seront utilisées:

$$r = \frac{r'}{R_0}, \quad T = \frac{T'}{T_0}, \quad p = \frac{p'}{p_0}, \quad q_r = \frac{q_r'}{p_0 v_0}, \quad \mu = \frac{\mu'}{\mu_0}, \quad n = \frac{n'}{n_0} \quad (4.23)$$

Où q'_r est la dimension radiale du flux de chaleur, p est la pression, avec l'équation de l'état :

$$p' = n' k T' \quad (4.24)$$

n' représente le nombre de la densité et n_0 est le nombre de densité moyenne entre deux cylindres :

$$n_0 = \frac{2}{R'_B{}^2 - R'_A{}^2} \int_{R'_A}^{R'_B} r' n dr' \quad (4.25)$$

En introduisant les quantités adimensionnelles de l'équation (4.25) dans l'équation cinétique du modèle de Shakhov (équation (4.21)), on obtient la forme conservatrice adimensionnelle de l'équation régissant:

$$\frac{\partial(r f c_p \cos \varphi)}{\partial r} - \frac{\partial(f c_p \sin \varphi)}{\partial \varphi} = r \delta n T^{1-\omega} (f^S - f) \quad (4.26)$$

L'équation (4.26) est unidimensionnelle dans l'espace physique, mais tridimensionnelle dans l'espace de vitesse moléculaire. La dépendance de la fonction de répartition du composant c_z du vecteur de vitesse moléculaire peut être éliminée en utilisant la procédure de projection. À cet effet, les deux fonctions de distributions réduites sont introduites.

Où Φ et Ψ sont des fonctions réduites de distribution

$$\begin{aligned} \Phi(r, c_p, \varphi) &= \int f(r, \mathbf{c}) dc_z, \\ \Psi(r, c_p, \varphi) &= \int f(r, \mathbf{c}) c_z^2 dc_z. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Après la multiplication de l'équation (4.26) par 1 et c_z^2 et en intégrant sur c_z , on obtient le système de deux équations cinématiques suivant :

$$\begin{aligned} c_p \cos \varphi \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{c_p \sin \varphi}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} &= \delta_0 n \sqrt{T} (\Phi^S - \Phi), \\ c_p \cos \varphi \frac{\partial \Psi}{\partial r} - \frac{c_p \sin \varphi}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} &= \delta_0 n \sqrt{T} (\Psi^S - \Psi) \end{aligned} \quad (4.28)$$

Les fonctions de distribution réduites ont la forme suivante [4.10]

$$\begin{aligned}\Phi^S &= \Phi^M \left[1 + \frac{4}{15} \frac{1}{nT^2} c_p \cos\varphi \left(\frac{c_p^2}{T} - 2 \right) \right], \quad \Phi^M = \frac{n}{\pi T} \exp \left[-\frac{c_p^2}{T} \right], \\ \Psi^S &= \Psi^M \left[1 + \frac{2}{15} \frac{1}{nT^2} c_p \cos\varphi \left(\frac{c_p^2}{T} - 1 \right) \right], \quad \Psi^M = \frac{T}{2} \Phi^M.\end{aligned}\quad (4.29)$$

Les conditions aux limites, au niveau des cylindres interne et externe, pour la première équation dans l'équation (4.28) ont la forme suivante:

$$\begin{aligned}\Phi(1, c_p, \varphi) &= (1 - \alpha)\Phi(1, c_p, \varphi, \pi - \varphi) + \alpha\Phi_w^M(1, c_p), \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2, \\ \Phi_w^M(1, c_p, \varphi) &= \frac{n_{wH}}{\pi T_A} \exp \left(-\frac{c_p^2}{T_A} \right), \\ \Phi(R_A, c_p, \varphi) &= \Phi_w^M(R_c, c_p), \quad \pi/2 \leq \varphi \leq 3\pi/2, \\ \Phi_w^M(R_A, c_p, \varphi) &= \frac{n_{wC}}{\pi} \exp(-C_p^2)\end{aligned}\quad (4.30)$$

Les conditions aux limites pour la deuxième équation dans l'équation (4.28) ont une forme analogue. Les valeurs inconnues du nombre de densité au niveau des surfaces cylindriques $n_{wH,c}$ peuvent être trouvées à partir des conditions sans pénétration :

$$\begin{aligned}n_{wA} &= -2 \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{T_H}} \int_0^{+\infty} c_p^2 dc_p \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \Phi \cos\varphi d\varphi, \\ n_{wB} &= -2\sqrt{\pi} \int_0^{+\infty} c_p^2 dc_p \int_{\pi/2}^{3\pi/2} \Phi \cos\varphi d\varphi\end{aligned}\quad (4.31)$$

Les paramètres d'écoulement macroscopiques sont définis comme suit :

$$\begin{aligned}n(r) &= \iint \Phi(r, c_p, \varphi) c_p dc_p d\varphi, \\ T(r) &= \frac{2}{3n} \iint [c_p^2 \Phi(r, c_p, \varphi) + \Psi(r, c_p, \varphi)] c_p dc_p d\varphi, \\ q_r(r) &= \iint c_p \cos\varphi [c_p^2 \Phi(r, c_p, \varphi) + \Psi(r, c_p, \varphi)] c_p dc_p d\varphi.\end{aligned}\quad (4.32)$$

Dans cette étude, les conditions aux limites avec accommodation complète ($\alpha = 1$) sont appliquées sur les surfaces des cylindres interne et externe.

4.2.1.3.Méthodes numériques utilisées

4.2.1.3.1. Méthode numérique utilisée par fluent

La simulation numérique a été réalisée en utilisant le code Fluent basé sur la méthode de discrétisation des volumes finis. En résolvant les équations de Navier-Stokes et de Fourier, le code permet la mise en œuvre des conditions aux limites de glissement à travers la méthode "Low Pressure Boundary Slip" (LPBS). L'écoulement est supposé laminaire, et le calcul est mené en double précision avec une discrétisation au deuxième ordre pour une précision accrue.

4.2.1.3.2. Méthode numérique utilisée pour résoudre l'équation cinétique

Le système d'équations cinétiques (équation (4.28)), a été résolu en utilisant la méthode des vitesses discrètes [4.11], [4.12]. Dans l'espace physique, la distance entre les deux cylindres ($R_A \leq r \leq R_B$) a été divisé en Nr intervalles, $Nr = 6400$. Dans l'espace de vitesse, le système de coordonnées polaires a été introduit. La magnitude de la vitesse moléculaire c_p a été distribuée conformément à la règle de quadrature de Gauss. Dans les simulations numériques $N_{cp} = 20$, les abscisses gaussiennes ont été utilisées. Compte tenu de la symétrie axiale, les calculs ont été effectués uniquement pour l'intervalle $0 < \phi < \pi$. Cet intervalle a été divisé en $N\phi$ intervalles égaux, $N\phi = 198$.

$$c_{pt} \cos \phi_m \frac{\Phi_{i,k,m}^i - \Phi_{i-\beta,k,m}^j}{\beta \Delta r} - c_{pt} \frac{\sin \phi_m}{r_i} \frac{\Phi_{i,k,m}^j - \Phi_{i,k,m-1}^j}{\Delta \phi} = \delta_0 n_i^{j-1} \sqrt{T_i^{j-1}} \quad (4.33)$$

Où j est l'indice d'itération, $\beta = \sin(\cos \phi m)$. L'équation de la fonction ψ a la même structure. Tous les paramètres de gaz macroscopiques ont été calculés à partir de l'équation (4.32), par intégration par la méthode des trapèzes. Afin d'obtenir la solution comprenant un nombre de densité moyen égal à n_0 la valeur du nombre de densité a été corrigée dans chaque itération.

4.2.2. Etat instationnaire :

Au départ, l'azote gazeux est confiné entre les deux cylindres est au repos et gardé à la température (T_B), puis la température du cylindre interne augmente jusqu'à la température T_A . En raison de la grande différence de température, il existe un flux thermique radial à travers le gaz raréfié à partir du cylindre chaud vers le cylindre froid. L'objectif est de calculer

les distributions macroscopiques entre les cylindres, avec une température du cylindre intérieur considérablement supérieure à celle du cylindre extérieur ($T'_A \gg T'_B$). Nous sommes également intéressés à l'évolution des paramètres du gaz entre ces deux cylindres coaxiaux en fonction du temps.

Les propriétés du gaz entre les deux cylindres sont complètement déterminées par les rapports de températures des cylindres T'_A / T'_B et de rayons R'_B / R'_A et par le paramètre de raréfaction de gaz δ .

Le temps caractéristique du problème est défini comme suit:

$$t_o = \frac{R_o}{v_o} \quad (4.34)$$

Il est commode de prendre la distance entre les deux cylindres $R'_B - R'_A$ comme étant la référence de la dimension de l'espace $R_0 (R'_B - R'_A = R_0)$. La température du cylindre externe est utilisée comme la température de référence $T_0 = T'_B$ dans ce qui suit.

4.2.2.1. Approche continue

A) L'équation de conservation d'énergie

Dans les régimes de glissement et de flux hydrodynamique, la variation de température entre deux cylindres en fonction du temps peut être obtenue à partir du bilan d'énergie [4.11]

$$mn'c_v \frac{\partial T'}{\partial t'} = \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' k' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) \quad (4.35)$$

Où r' est la coordonnée radiale de la région annulaire physique entre les cylindres, t' est le temps, n' est le nombre de densité de gaz, c_v est la capacité de chaleur isochore spécifique annulaire, et k' est la conductivité thermique du gaz. Il est à noter que l'hypothèse d'une vitesse nulle et un transfert thermique par conduction sont considérés. La loi de Fourier peut être appliquée pour calculer le flux de chaleur :

$$q'_r = -k' \frac{dT'}{dr'} \quad (4.36)$$

Où q'_r est la composante radiale du vecteur du flux thermique. Pour les gaz simples, la conductivité thermique du gaz est liée à la viscosité du gaz comme suit:

$$k' = \frac{15}{4} \frac{k}{m} \mu' \quad (4.37)$$

Afin de définir la dépendance de la viscosité de la température, le potentiel d'interactions moléculaires doit être spécifié. Dans ce qui suit, nous allons utiliser le potentiel intermoléculaire en loi de puissance inverse « Inverse Power Law ; IPL » (voir chapitre I, paragraphe I.3). Ce modèle conduit à une dépendance de température de la loi de puissance pour le coefficient de viscosité [4.13] :

$$\mu' = \mu_0 \left(\frac{T'}{T_0} \right)^\omega \quad (4.38)$$

Où ω est l'indice de viscosité, qui est égale à 0,5 pour le modèle de la sphère rigide « HS » et 1 pour le modèle de Maxwell (voir chapitre I, paragraphe 1.3). Dans le régime d'écoulement hydrodynamique, la condition de continuité de température peut être présumée sur les parois des cylindres. Toutefois, dans le régime d'écoulement de glissement, les conditions du saut de température [4.14] doivent être utilisées comme des conditions aux limites pour l'équation (4.35) :

$$T'_g = T'_w + \xi l \left. \frac{dT'}{dr'} \right|_w \quad (4.39)$$

Où T'_g est la température du gaz près de la paroi, T'_w est la température de la paroi, et ξ est le coefficient du saut de température. Ce coefficient dépend de la nature du gaz et de l'état de surface à travers le coefficient d'accommodation. Dans le cas d'accommodation complète (dans le cadre du modèle de Maxwell), la valeur de ce coefficient est égale à 1.95 [4.6], [4.15]. Il est commode d'introduire les variables sans dimension comme suit:

$$r = \frac{r'}{R_0}, \quad t = \frac{t'}{t_0}, \quad T = \frac{T'}{T_0}, \quad p = \frac{p'}{p_0}, \quad q_r = \frac{q_{r'}}{p_0 v_0}, \quad \mu = \frac{\mu'}{\mu_0}, \quad (4.40)$$

En complétant par l'équation de l'état [4.3], [4.4]:

$$p' = n'kT' \quad (4.41)$$

Ces quantités adimensionnelles seront utilisées dans la solution de l'équation de conservation d'énergie ainsi que l'équation cinétique (section suivante).

Le nombre de densité de référence n_0 , est pris comme la moyenne de la valeur de l'espace physique du nombre de densité n'_{av}

$$n_0 = n'_{av} = \frac{2}{R'_B{}^2 - R'_A{}^2} \int_{R'_A}^{R'_B} r' n dr' \quad (4.42)$$

Le nombre de densité moyenne est utilisé comme une valeur de référence au lieu du nombre de densité sur la surface froide pour les raisons suivantes : tout d'abord, la valeur moyenne du nombre de densité peut être plus facile en rapport avec les mesures de pression entre les deux surfaces. En second lieu, dans la simulation numérique, le nombre de densité moyenne est maintenu aussi constant, tandis que le nombre de densité sur la surface froide, en général, varie à chaque pas de temps. La pression de référence p_0 est définie par l'équation d'état (équation (4.41)).

En complétant par l'équation d'état (équation (4.41)), la forme sans dimension des conditions aux limites du saut de température aux parois des deux cylindres devient :

$$T = \begin{cases} T_A + \frac{\xi_A}{\delta} T^{\omega+1/2} \frac{dT}{dr}, & r = R_A \\ T_B + \frac{\xi_B}{\delta} T^{\omega+1/2} \frac{dT}{dr}, & r = R_B \end{cases} \quad (4.43)$$

Ici, ξ_A et ξ_B sont, respectivement, les coefficients du saut de température à la surface des cylindres internes et externes. L'hypothèse de la valeur constante de la pression entre les cylindres est utilisée pour obtenir les expressions précédentes. Il est à noter que la valeur sans dimension de la température du cylindre externe est égale à 1, mais dans ce qui suit la mention T_B est retenu pour des raisons de commodité de présentation.

En utilisant les variables sans dimension, équation (4.40), et sous l'hypothèse de la pression constante entre les cylindres, l'équation (4.35) devient comme suit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{5}{4\delta} T \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (4.44)$$

Cette équation (4.44) est soumise à des conditions aux limites (4.43) est résolue numériquement et sa solution est comparée à la solution analytique ainsi que celle de l'équation cinétique, les résultats sont reportés dans le chapitre résultats et discussions.

B) Solution analytique

En utilisant les variables adimensionnelles citées dans l'équation (4,40) et l'expression du flux de chaleur (4.36), nous obtenons la forme adimensionnelle de l'équation de conservation de l'énergie, l'équation. (4.35), de la manière suivante :

$$\frac{\partial(rq_r)}{\partial r} = 0, \quad \text{Où} \quad q_r(r) = -\frac{15}{8\delta_0} \mu \frac{dT}{dr} \quad (4.45)$$

Dans la partie suivante, les solutions analytiques de l'équation (4.45) sont prévues dans les régimes d'écoulement de glissement et hydrodynamique.

B).1. Régime d'écoulement de glissement

Dans le régime d'écoulement de glissement, l'équation (4.45) soumise à des conditions aux limites du saut de température, peut être résolue analytiquement.

Pour écrire l'expression complètement explicite de la distribution de température entre les deux cylindres coaxiaux, une linéarisation de la température est effectuée et les termes de l'ordre de ξ^2 sont négligés, où $\xi = \frac{T_w - T_g}{T_w}$, dans l'équation (4.39). Le profil de température entre les surfaces des deux cylindres avec la précision ξ^2 est le suivant:

$$T(r) = \left\{ \frac{1}{2} [T_{gA}^{\omega+1} + T_{gB}^{\omega+1} + \mathcal{A}K_{R1}] \right\}^{\frac{1}{\omega+1}} \quad (4.46)$$

Où

$$\mathcal{A} = \frac{T_A^{\omega+1} - T_B^{\omega+1}}{K_{R2} + \frac{1}{\delta_0} \left(\frac{\xi_A}{R_A} T_A^{\omega+1/2} + \frac{\xi_B}{R_B} T_B^{\omega+1/2} \right)} \quad (4.47)$$

$$T_{gA}^{\omega+1} = T_A^{\omega+1} [1 - \mathcal{B}_A], \quad T_{gB}^{\omega+1} = T_B^{\omega+1} [1 - \mathcal{B}_B] \quad (4.48)$$

$$\mathcal{B}_A = \frac{\xi_A}{\delta_0} \frac{\mathcal{A}}{R_A \sqrt{T_A}}, \quad \mathcal{B}_B = \frac{\xi_B}{\delta_0} \frac{\mathcal{A}}{R_B \sqrt{T_B}} \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned} K_{R1} &= 2 \ln r - \ln R_A - \ln R_B \\ K_{R2} &= \ln R_B - \ln R_A \end{aligned} \quad (4.50)$$

Lorsque les paramètres \mathcal{A} , \mathcal{B}_A , \mathcal{B}_B , T_{gH} et T_{gC} sont calculées via les équations (4.47 à 4.50), la distribution de la température peut être calculée en utilisant l'équation (4.46).

Le flux de chaleur entre les surfaces des deux cylindres, peut être calculé à partir des équations (4.44) et (4.46):

$$q_r(r) = \frac{15}{8\delta_0} \frac{1}{\omega+1} \frac{\mathcal{A}}{r} \quad (4.51)$$

B).2. Régime d'écoulement hydrodynamique

Dans le régime d'écoulement hydrodynamique la température du gaz à proximité d'une paroi est égale à la température de la paroi, de sorte que l'équation (4.44) peut être résolue analytiquement et le profil de température est obtenu comme suit:

$$T(r) = \left\{ \frac{1}{2} [T_A^{\omega+1} + T_B^{\omega+1} + \mathcal{A} K_{R1}] \right\}^{\frac{1}{\omega+1}} \quad (4.52)$$

Où

$$\mathcal{A} = \frac{T_A^{\omega+1} - T_B^{\omega+1}}{K_{R2}} \quad (4.53)$$

La distribution du flux de chaleur peut être calculée à partir des équations (4.44) et (4.52):

$$q_r(r) = \frac{15}{8\delta_0} \frac{1}{\omega+1} \frac{\mathcal{A}}{r} \quad (4.54)$$

4.2.2.2. Approche cinétique

Dans le régime d'écoulement de transition, le modèle S équation cinétique [4.16] est résolu. Le modèle cinétique S a récemment été utilisé avec succès pour la simulation d'écoulement de gaz raréfiés dans diverses configurations géométriques [4.17, 4.18, 4.19, 4.20, 4.21, 4.22].

En prenant en considération, la symétrie du problème par rapport au point central, l'équation cinétique de Shakhov [4.16], (S-Kinetic model), en fonction du temps et pour une géométrie cylindrique est comme suit [4.23], [4.24] :

$$\frac{\partial}{\partial t'}(r'f') + \frac{\partial}{\partial r'}(r'f'v_p \cos \varphi) - \frac{\partial}{\partial \varphi}(f'v_p \sin \varphi) \quad (4.55)$$

Où, $f'(t', r', \mathbf{v})$ est la fonction de distribution de vitesse moléculaire d'une particule, $\mathbf{v} = (v_p \cos \varphi, v_p \sin \varphi, v_z)$ est le vecteur de vitesse moléculaire représentant l'espace de vitesse moléculaire, v_p et φ sont la magnitude et l'orientation du vecteur de vitesse. La fréquence moléculaire de collision ν' , est supposée indépendante de la vitesse moléculaire et est défini [4.16] par :

$$\nu' = \frac{p'}{\mu'} \quad (4.56)$$

La fonction de distribution d'équilibre f^S dans l'équation (4.55) a la forme suivante :

$$f^{S'} = f^{M'} \left[1 + \frac{2m\mathbf{V}\mathbf{q}'}{15n'(kT')^2} \left(\frac{m\mathbf{V}^2}{2kT'} - \frac{5}{2} \right) \right], \quad (4.57)$$

$$f^{M'}(n', T') = n' \left(\frac{m}{2\pi kT'} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{m(\mathbf{v}-\mathbf{u}')^2}{2kT'} \right],$$

Ici $f^{M'}$ est la fonction maxwellienne locale de distribution, $\mathbf{V} = \mathbf{v} - \mathbf{u}'$ est le vecteur de vitesse particulaire, $\mathbf{u}' = (u'_r, 0, 0)$ est le vecteur de vitesse apparente, $\mathbf{q}' = (q'_r, 0, 0)$ est le vecteur de flux de chaleur, n' est le nombre de densité du gaz.

Les vitesses moléculaire et apparentes sont normalisées par v_0 , la vitesse moléculaire la plus probable, de l'équation. (4.1)

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{u}'}{v_0}, \quad \mathbf{c} = \frac{\mathbf{v}}{v_0}, \quad (4.58)$$

Le vecteur de vitesse moléculaire adimensionnelle \mathbf{c} est égal à $(c_p \cos\varphi, c_p \sin\varphi, c_z)$.

Les variables sans dimension sont définies comme suit :

$$f = \frac{f'v_0^3}{n_0}, \quad t = \frac{t'}{t_0}, \quad t_0 = \frac{R_0}{v_0}. \quad (4.59)$$

En introduisant, les quantités adimensionnelles (équation (4.40)) dans l'équation cinétique (4.55) du modèle de Shakhov, la forme conservatrice adimensionnelle de l'équation régissante est obtenue comme suit :

$$\frac{\partial(rf)}{\partial t} + \frac{\partial(rfc_p \cos\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial(fc_p \sin\varphi)}{\partial \varphi} = r\delta n T^{1-\omega} (f^S - f) \quad (4.60)$$

L'équation cinétique régissante (4.60) est unidimensionnelle dans l'espace physique, mais tridimensionnelle dans l'espace de vitesse moléculaire. La dépendance de la fonction de répartition du composant c_z du vecteur de vitesse moléculaire peut être éliminée en utilisant la procédure de projection. A cet effet, les deux fonctions de distributions réduites sont introduites.

$$\begin{aligned}\Phi(t, r, c_p, \varphi) &= \int f(t, r, \mathbf{c}) dc_z, \Psi(t, r, c_p, \varphi) \\ &= \int f(t, r, \mathbf{c}) c_z^2 dc_z.\end{aligned}\quad (4.61)$$

Où Φ et Ψ sont des fonctions réduites de distribution

Après la multiplication de l'équation (4.60) par 1 et c_z^2 et en intégrant sur c_z , on obtient le système de deux équations cinématiques suivant :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial(r\Phi c_p \cos\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial(\Phi c_p \sin\varphi)}{\partial \varphi} &= r\delta n T^{1-\omega} (\Phi^S - \Phi), \\ \frac{\partial(r\Psi)}{\partial t} + \frac{\partial(r\Psi c_p \cos\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial(\Psi c_p \sin\varphi)}{\partial \varphi} &= r\delta n T^{1-\omega} (\Psi^S - \Psi)\end{aligned}\quad (4.62)$$

Sur les surfaces chaudes et froides, une réflexion de type « diffus –spéculaire » de Maxwell est employée :

$$\begin{aligned}f(t, R_A, c_p, \theta) &= (1 - \alpha_A) f(t, R_A, c_p, \pi - \theta) + \alpha_A f^M(t, n_{wA}, T_A, c_p), \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \\ f(t, R_B, c_p, \theta) &= (1 - \alpha_B) f(t, R_B, c_p, \pi - \theta) + \alpha_B f^M(t, n_{wB}, T_B, c_p), \quad \frac{\pi}{2} < \theta < \pi\end{aligned}\quad (4.63)$$

Où α_A et α_B sont, respectivement; les coefficients d'accommodation sur les surfaces interne et externe des cylindres. Les nombres des densités pour la partie des molécules diffuses et réfléchies (équation (4.63)), aux surfaces sont calculés à partir des conditions de non-pénétration comme suit :

$$\begin{aligned}n_{wB} &= \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^\infty c_p \cos\theta f(t, R_B, c_p, \theta) dc}{(\pi T_B)^{-3/2} \int_0^{2\pi} \int_{\pi/2}^\pi \int_0^\infty c_p \cos\varphi \exp(-c_p^2/T_B) dc} \\ n_{wA} &= \frac{\int_0^{2\pi} \int_{\pi/2}^\pi \int_0^\infty c_p \cos\theta f(t, R_A, c_p, \theta) dc}{(\pi T_A)^{-3/2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^\infty c_p \cos\varphi \exp(-c_p^2/T_A) dc}\end{aligned}\quad (4.64)$$

Ici $dc = c_p^2 \sin\theta dc_p d\theta d\Phi$ représente l'élément de volume dans l'espace de vitesse moléculaire.

Les paramètres d'écoulement macroscopiques sont définis en termes de la fonction de distribution comme suivant :

$$\begin{aligned}
 n(t, r) &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\infty f(t, r, c_p \theta) dc, \\
 u_r(t, r) &= \frac{1}{n} \int_{-\infty}^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\infty c_p \cos\theta f(t, r, c_p, \varphi) dc, \\
 T(t, r) &= \frac{2}{3n} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\infty \left[(c_p \cos\theta - u_r)^2 + (c_p \sin\theta)^2 \right] f(t, r, c_p, \theta) dc, \\
 q_r(t, r) &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\infty c_p \cos\theta \left[(c_p \cos\theta - u_r)^2 + (c_p \sin\theta)^2 \right] f(t, r, c_p, \theta) dc.
 \end{aligned} \tag{4.65}$$

4.2.2.3. Méthode de solution (simulation numérique)

Au départ, la méthode de vitesse discrète (DVM) est utilisée pour séparer la continuité moléculaire des espaces de vitesse de magnitude C_p dans l'équation cinétique (4.62), dans la vitesse discrète définie C_{p_m} . L'espace de vitesse d'angle polaire $\varphi = [0, \pi]$ est également discrétisé en ensemble de φ . Après cela, le système d'équations cinétiques avec une vitesse discrète définie C_{p_m} , est discrétisé dans le temps et l'espace par la méthode des différences finies (FDM). Les dérivées spatiales sont estimés par l'un des deux schémas décentrés: le schéma précis du premier ordre (first-order accurate scheme) ou le schéma précis du second ordre de type TVD (second-order accurate TVD type scheme).

Pour l'approximation de la dérivée du temps, le schéma explicite est utilisé. Les formules de quadrature de Gauss-Hermite sont choisies afin d'évaluer les intégrales de calcul des paramètres macroscopiques, équation (4.65).

Dans l'espace physique, les fonctions de distribution réduites dépendent seulement de la distance de l'axe en commun (r), des deux cylindres. La distance entre les deux cylindres est divisée en $N_r = 6400$ intervalles. Dans l'espace de vitesse, les fonctions de distribution dépendent de l'amplitude et de l'orientation du vecteur de vitesse moléculaire C_{p_m} et φ . L'amplitude C_{p_m} du vecteur de vitesse est distribuée conformément à la règle de quadrature de Gauss qui est caractérisée par des abscisses gaussiennes N_{cp} et leurs pondérations correspondantes.

Les nœuds de l'angle φ sont répartis uniformément sur l'intervalle de 0 à π . Les calculs numériques ont été effectués en utilisant $N_c = 25$ points par rapport à c_p et $N_\varphi = 198$ points par rapport à φ . Les calculs d'essais effectués pour N_c et N_φ ont montré que l'incertitude liée à la discrétisation de c_p et φ ne dépasse pas 1%. Cette valeur peut être considérée comme l'incertitude numérique des résultats actuels.

❖ Schéma explicite

La méthode d'Euler temps-explicite est basée sur le calcul classique des dérivés du temps à un point donné dans l'espace pris à l'incrément de temps précédent. Notons que, la solution numérique de la première équation aux dérivées partielles dans l'équation (4.62) comme $\Phi_{i,k,m}^l = \Phi(t^l, r_i, c_{pk}, \varphi_m)$ et de définir, $\Delta t^l = t^{l+1} - t^l$ où l désigne le niveau de temps $\Delta r = r_i - r_{i-1}$, $\Delta \varphi = \varphi_m - \varphi_{m-1}$. Pour le cas de $\cos \varphi_m > 0$ et $\sin \varphi_m < 0$, la première équation du système (4.62) peut être approximée par

$$\begin{aligned} & \frac{r_i \Phi_{i,j,l,m,n}^{k+1} - r_i \Phi_{i,j,l,m,n}^k}{\Delta t^k} + C_{p_m} \cos \varphi_l \frac{\Phi_{i,j+1/2,l,m,n}^k - \Phi_{i,j-1/2,l,m,n}^k}{0.5(r_{j+1} - r_{j-1})} - c_{p_m} \frac{\Phi_{i,j,l+1,m,n}^k \sin \varphi_{l+1/2} - \Phi_{i,j,l,m,n}^k \sin \varphi_{l-1/2}}{2 \sin(\Delta \varphi_l / 2)} \\ & = r_j \delta n_{ij}^k (T_{ij}^k)^{1-\omega} \left((\Phi_{i,j,l,m,n}^S)^k - \Phi_{i,j,l,m,n}^k \right), \end{aligned} \quad (4.66)$$

Où, $\Phi_{i,j,l,m,n}^k = \Phi(t^k, r_j, \varphi_l, C_{p_m})$, $\Delta t^{k+1} - t^k$, $\Delta r_j - r_{j-1}$, $\Delta \varphi_l = \varphi_l - \varphi_{l-1}$.

Dans l'approximation ci-dessus, la correction trigonométrique [4,25], de la dérivée du terme de transport axisymétrique (par rapport à φ) est utilisée. Ce système offre de nombreuses propriétés [4.25], comme l'écoulement uniforme et la positivité et la conservation de la fonction de distribution réduite; la satisfaction des lois de conservation des moments et la dissipation d'entropie. Pour la discrétisation temporelle, l'étape de temps doit satisfaire la condition classique de Courant-Friedrichs Lewy (CFL) [4,26], et doit être inférieure à la durée moyenne de collision, ou le temps de relaxation, ce qui est l'inverse de la fréquence de collision ν . Par conséquent, l'incrément de temps doit satisfaire au critère suivant:

$$\Delta t \leq CFL / \max_{i,k,m} \left(\frac{c_{pk}}{\Delta r_i} + \frac{c_{pk}}{r_0 \Delta \varphi_m}, \nu_i \right) \quad (4.67)$$

Le nombre CFL est égal à 0,95. Les calculs cessent lorsque le critère de convergence, définie comme suit:

$$\|q_r\| = \sqrt{\sum_{i=0}^{Nr} (q_{ri}^{l+1} - q_{ri}^l)^2} / \sqrt{\sum_{i=0}^{Nr} (q_{ri}^{l+1})^2} \leq \varepsilon \quad (4.68)$$

devient inférieure ou égale à ε , ce dernier est un nombre positif (pris ici égale à 10^{-8}) [4.4].

Chapitre V

Résultats et discussions

Dans le présent chapitre, nous présentons tous les résultats de notre travail traitant le problème (cité dans le chapitre IV) des écoulements raréfiés et le transfert de chaleur à l'intérieur de deux cylindres coaxiaux pour un gaz simple, dans les régimes : hydrodynamique, de glissement et de transition pour différentes conditions de températures et de raréfaction. Ces résultats sont basés sur les modèles mathématiques et numériques présentés dans le chapitre précédent.

Dans le même ordre que dans le chapitre précédent, nous présentons les résultats de l'état stationnaire, puis de l'état instationnaire.

5.1. Résultats de l'état stationnaire

Comme il a été déjà mentionné dans le chapitre précédent, la modélisation de notre problème a été effectuée en se basant sur deux approches, une approche continue basée sur l'utilisation des équations de Navier-Stokes et Fourier ; et une solution analytique du problème soumise à des conditions aux limites.

Et une approche cinétique basée sur l'utilisation de la forme non linéaire du modèle cinétique de Shakhov soumis à des conditions aux limites de Maxwell.

5.1.1 Approche continue

5.1.1.1. Equations de Navier-Stokes et Fourier

A) Maillage

Le maillage a été créé avec 38000 cellules quadrilatérales. Le maillage est raffiné près des limites pour améliorer les calculs à proximité des interfaces solides-gaz, spécialement l'interface filament-gaz (couche de kundsén) (Figure 5.1).

Les simulations sont effectuées pour l'écoulement de gaz d'azote. L'effet du nombre de mailles ainsi que le type de maillage ont été testés.

Le choix du type de maillage ainsi que le nombre de nœuds a été décidé après avoir exécuté plusieurs calculs avec différents types de maillage et nombres de points nodaux. La définition de la géométrie et la génération du maillage ont été réalisées à l'aide du code générateur de mailles Gambit 2.3.30.

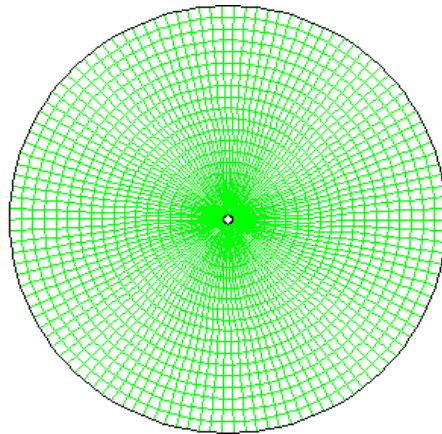


Figure 5.1 : Schéma du maillage

A).1. Influence du maillage

La précision des résultats dépend du type de maillage et de sa finesse. Nous avons examiné l'influence du maillage sur la solution. A cet effet, nous avons calculé numériquement et analytiquement la distribution de la température en fonction du déplacement radial (suivant r).

Quatre types de maillage ont été testés. La Figure 5.2 représente la structure de ces maillages. Le premier maillage est normal (a), le deuxième est progressif (b), le troisième et le quatrième maillage sont uniformes avec une densité plus ou moins élevée (c et d).

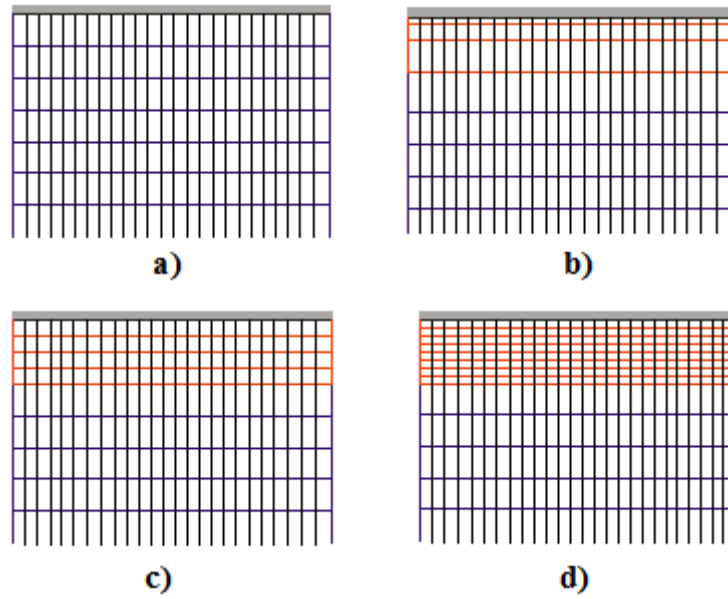


Figure 5.2 : a) maillage normal n°1 b) raffinement progressif n°2
 c) raffinement uniforme n°3 d) raffinement uniforme n°4

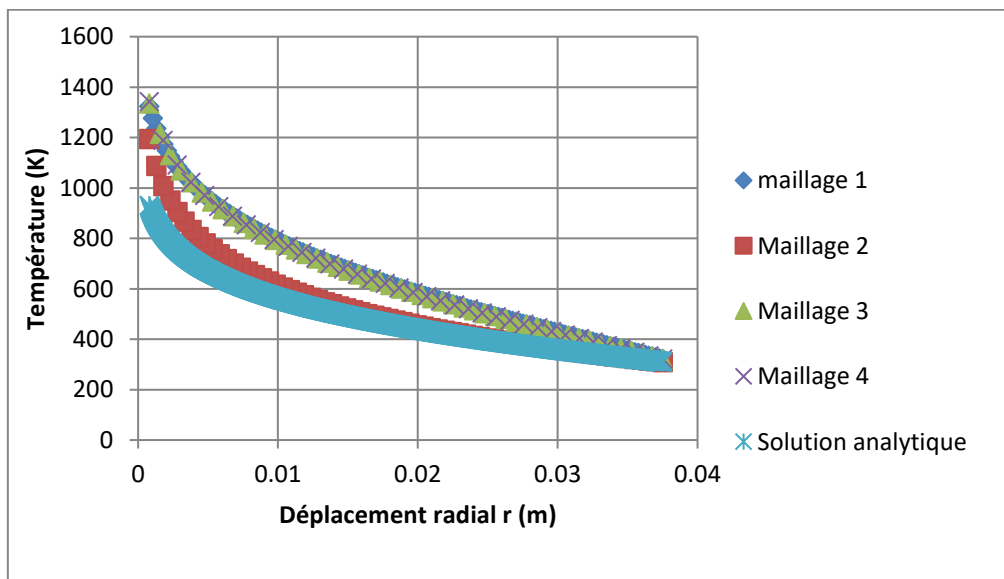


Figure 5.3 : Effet du type de maillage

La Figure 5.3 présente les profils de température d'écoulement glissant pour les maillages progressifs n°1 (a), n°2 (b), n°3 (c) et n°4 (d) où la distribution de température (maillage 1, 2, 3 et 4) est calculée par le code de CFD Fluent ; et comparé avec la solution analytique (chapitre VI section 4.2.1.1.2). La figure 4.2 montre que les résultats du maillage

numéro : 2 (n°2 (b)), ou celui structuré avec un raffinement progressif est plus précis que ceux des maillages numéros : 1, 3 et 4, car l'écart à la solution analytique est le moins important.

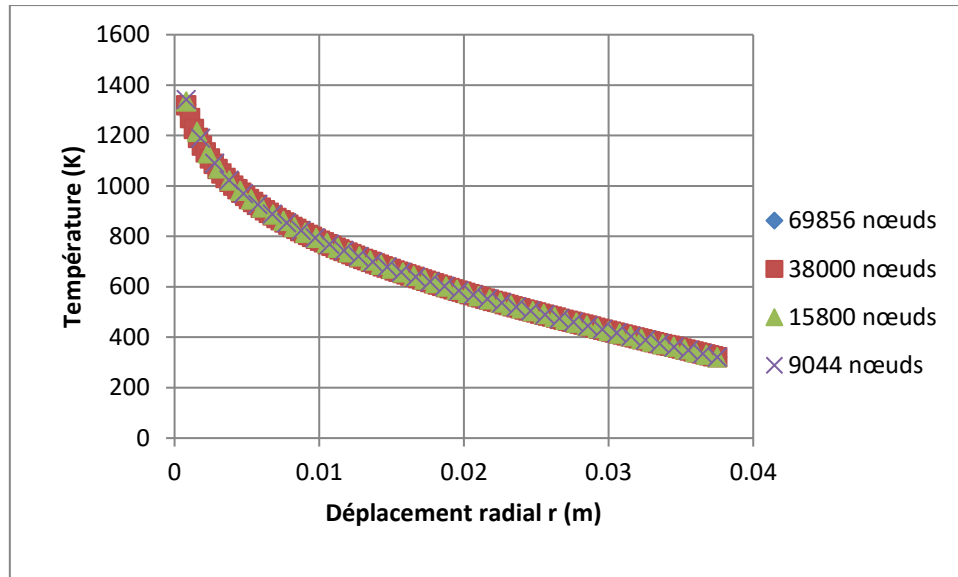


Figure 5.4 : Effet de nombre de cellules du maillage

Après le test du type de maillage, nous avons examiné également l'influence du nombre de cellules (nœuds) sur la solution. Nous avons considéré, à cet effet quatre grilles ayant différents nombres de nœuds allant de 9044 jusqu'à 69856 nœuds. Les résultats obtenus avec les différents maillages de la variation de la température en fonction du déplacement radial ont montré une allure identique des différentes courbes (Figure 5.4), mais à partir du nombre de nœuds 15800 on peut remarquer que la continuité des points dans la région du filament dans la distribution de température n'est plus assurée (les points deviennent plus espacés), ce qui risque de perdre des informations importantes dans cette région du filament qui est dite la couche de Knudsen (interface solide-gaz). L'examen des courbes nous permet de conclure que le nombre de nœuds dans notre problème après l'établissement d'un maillage structuré n'as pas d'influence significative et ce jusqu'à le nombre de nœuds de 18496, car et malgré la réduction du nombre de nœuds ou de cellules, la région proche du filament où se trouve la couche de Knudsen reste toujours raffinée, ce qui permis d'avoir une meilleure information sur la nature de l'écoulement ainsi que les différentes interactions entre molécules et filament (interface solide-gaz).

Ces résultats ont orienté le choix du maillage définitif vers la grille de (38000 nœuds) ; vu que le temps d'exécution du calcul est moins que celui de la première grille.

B) Influence des coefficients d'accommodation

En utilisant la méthode LPBS dans Fluent, nous devrions introduire les valeurs des coefficients d'accommodation suivants: le coefficient d'accommodation thermique (α_T) et le coefficient d'accommodation de mouvement (α_M). Vu l'importance de ces coefficients, on a étudié leur influence sur la distribution de la température en fonction du déplacement radial (Figure 2). Pour cela, nous avons pris trois valeurs du coefficient d'accommodation de mouvement: $\alpha_M = 0$; 0.5 et 1, tout en fixant la valeur du coefficient d'accommodation thermique à 1 ($\alpha_T = 1$) [5.1], [5.2], dans le cadre du modèle maxwellien. La figure 5.5 montre qu'il n'y a pas d'influence du coefficient d'accommodation de mouvement, donc une valeur de 1 a été prise pour, le coefficient d'accommodation de mouvement, dans tous les calculs.

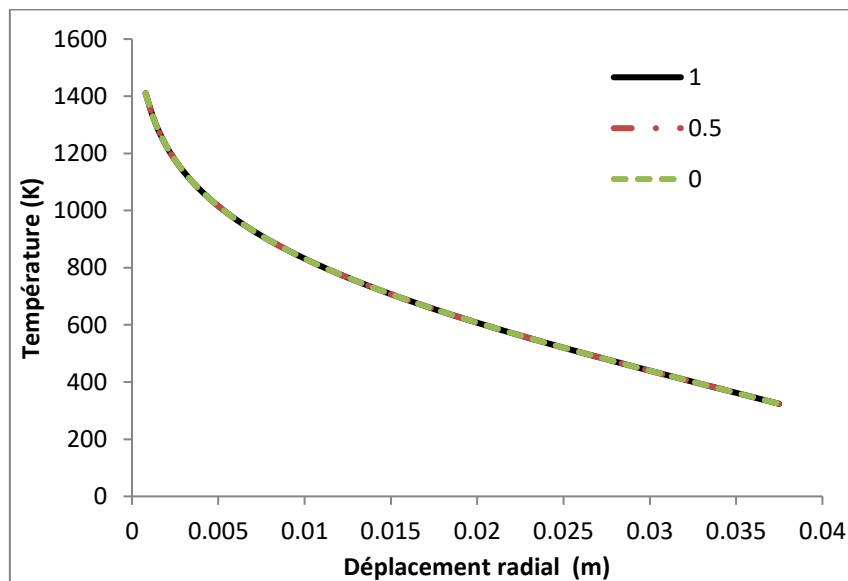


Figure 5.5 : Influence du coefficient d'accommodation de mouvement sur la distribution de la température

C) Résultats obtenus par le code Fluent (équations de Navier-Stokes)

La simulation numérique a été réalisée en utilisant le code Fluent en résolvant les équations de Navier-Stokes et Fourier (chapitre IV, section 4.2.1.1.1), comme il s'agit d'une

approche continue, deux régimes ont été étudiés : le régime hydrodynamique et le régime de glissement.

C).1. Régime Hydrodynamique

Après le choix du type de maillage et le nombre de nœuds adéquats, ainsi que les valeurs des coefficients d'accommodation, le cas du problème décrit dans le chapitre IV, la section (4.1) est soumis aux calculs, à l'état stationnaire, et une solution convergente est obtenue après avoir exécuté 700 itérations. Les calculs ont été effectués pour les conditions suivantes :

- Conditions de température données comme suit :
Température de la paroi du cylindre extérieur = 400K
Température du filament = 3000K
- Fluide = azote gazeux

Un modèle bidimensionnel de l'enceinte est considéré. Une grille non- uniforme et circulaire avec des cellules quadrilatérales et construite avec 38000 points nodaux, le maillage est vérifié pour donner des résultats indépendants, où le plus grand nombre de mailles est concentré dans les régions à forts gradients de température, zones à proximité du filament. La figure 5.6 montre les contours de température et de pression ainsi que les vecteurs de vitesse.

Les contours de la pression prédits (Figure 6.a) montrent que la zone de basse pression est à proximité du filament où la température est grande et le gaz est moins dense. Les collisions intermoléculaires et les collisions du gaz avec la surface solide diminuent. Au-dessus du filament les forces de la poussée thermique accélèrent le gaz vers la partie supérieure de l'enceinte. Une fois atteignant la paroi supérieure où la pression est maximale, l'écoulement change de sens et suit un mouvement descendant (Figure 6.c). La pression devient donc maximale à la paroi en haut et en bas de l'enceinte.

Le champ thermique est représenté dans la figure 5.6.b ; On peut observer que d'importants gradients de température existent dans la région du filament (environ 520 K.mm^{-1}). La température diminue considérablement en s'éloignant radialement du filament, en particulier près de la paroi du cylindre extérieur.

Le champ de vitesse expose le modèle de circulation de la convection libre autour d'un cylindre chauffé dans une enceinte, le courant montre la plume due à la poussé thermique. Le fluide relativement chaud près du filament est entraîné dans un mouvement ascendant vers le haut de l'enceinte. Une fois atteignant la paroi, l'écoulement est divisé en deux parties qui sont déviées, à droite et à gauche, le long et parallèlement à la paroi latérale de l'enceinte. En bas de l'enceinte, les deux parties de l'écoulement se rejoignent dans un mouvement ascendant (Figure 5.6c). La vitesse maximale du gaz est égale à 0.243 m/s, indiquant que des courants convectifs considérables se produisent au-dessus du filament.

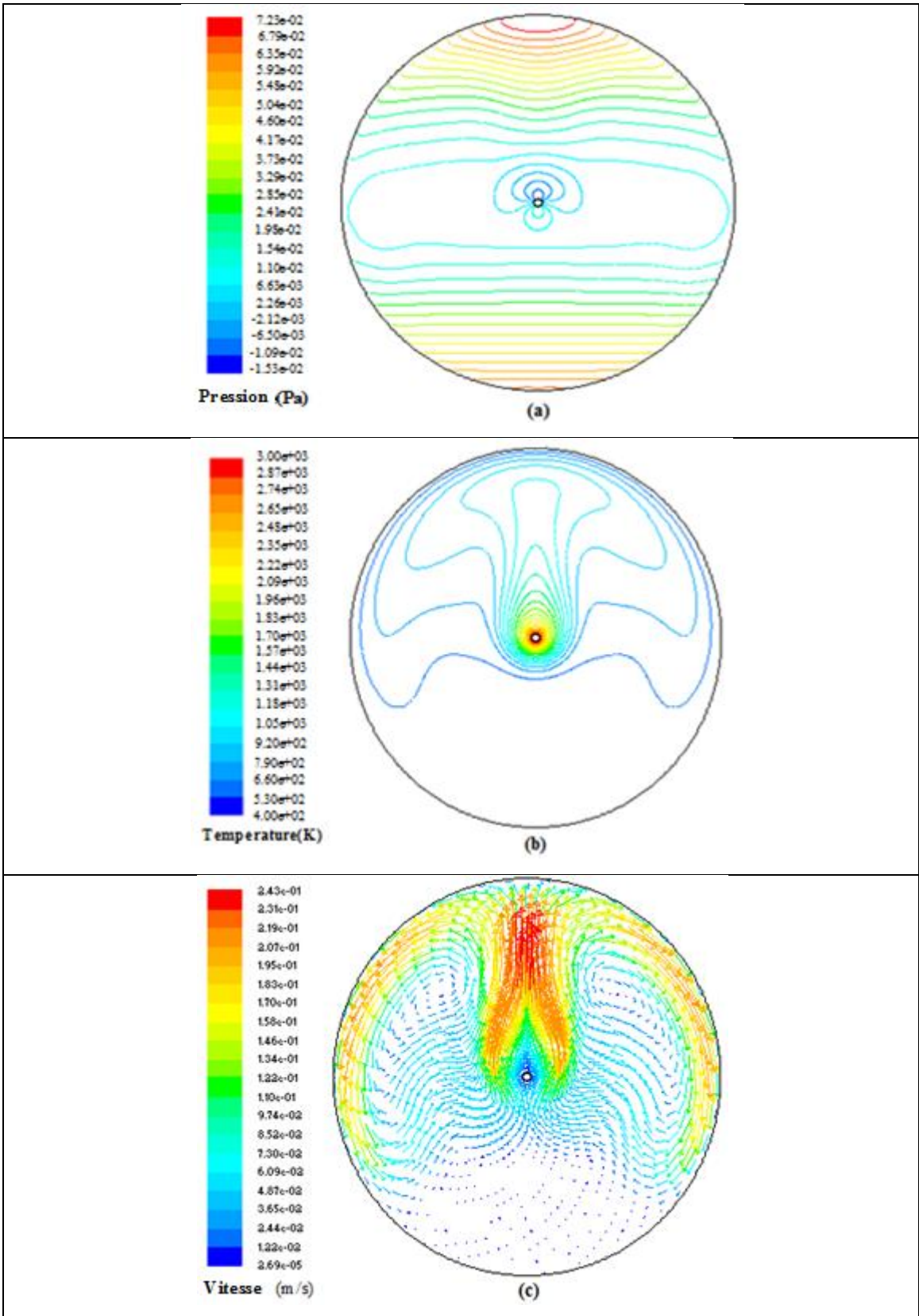


Figure 5.6 : Contours de Pression (a) de Temperature (b) et vecteurs de vitesse (c)

C).1.1. Effet de la variation de pression

Dans cette section, on montre l'effet de la variation de la pression du gaz à l'intérieur de l'enceinte, pour ce fait des distributions de pressions à l'intérieur de l'enceinte ont été établies. L'étude a été faite pour quatre différentes valeurs de pression: 10^5 Pa- 67.10^3 Pa- 25.10^3 Pa et 68.10^2 Pa, ces valeurs ont été choisies égales et inférieures à la pression atmosphérique. La figure 5.7 montre les contours de température pour les différentes valeurs de pression ; il est montré que l'abaissement de la pression engendre une expansion graduelle de contours concentriques de la région du filament vers la paroi de l'enceinte, jusqu'à $P = 68.10^2$ Pa, où seulement des contours de température concentriques sont observés dans tout le volume de l'enceinte. Réduire les pressions au-dessous de la pression atmosphérique revient à abaisser les densités du gaz et les forces de poussée thermique de la convection libre. L'effet de la convection naturelle devient plus petit, pour des pressions très basses par rapport à 10^5 Pa, au-dessous de cette pression le mode de transfert thermique change de la convection à la conduction.

Dans notre cas la pression est un paramètre macroscopique très important, car en abaissant la pression au-dessous de 20Pa l'écoulement devient raréfié (voir les sections suivantes).

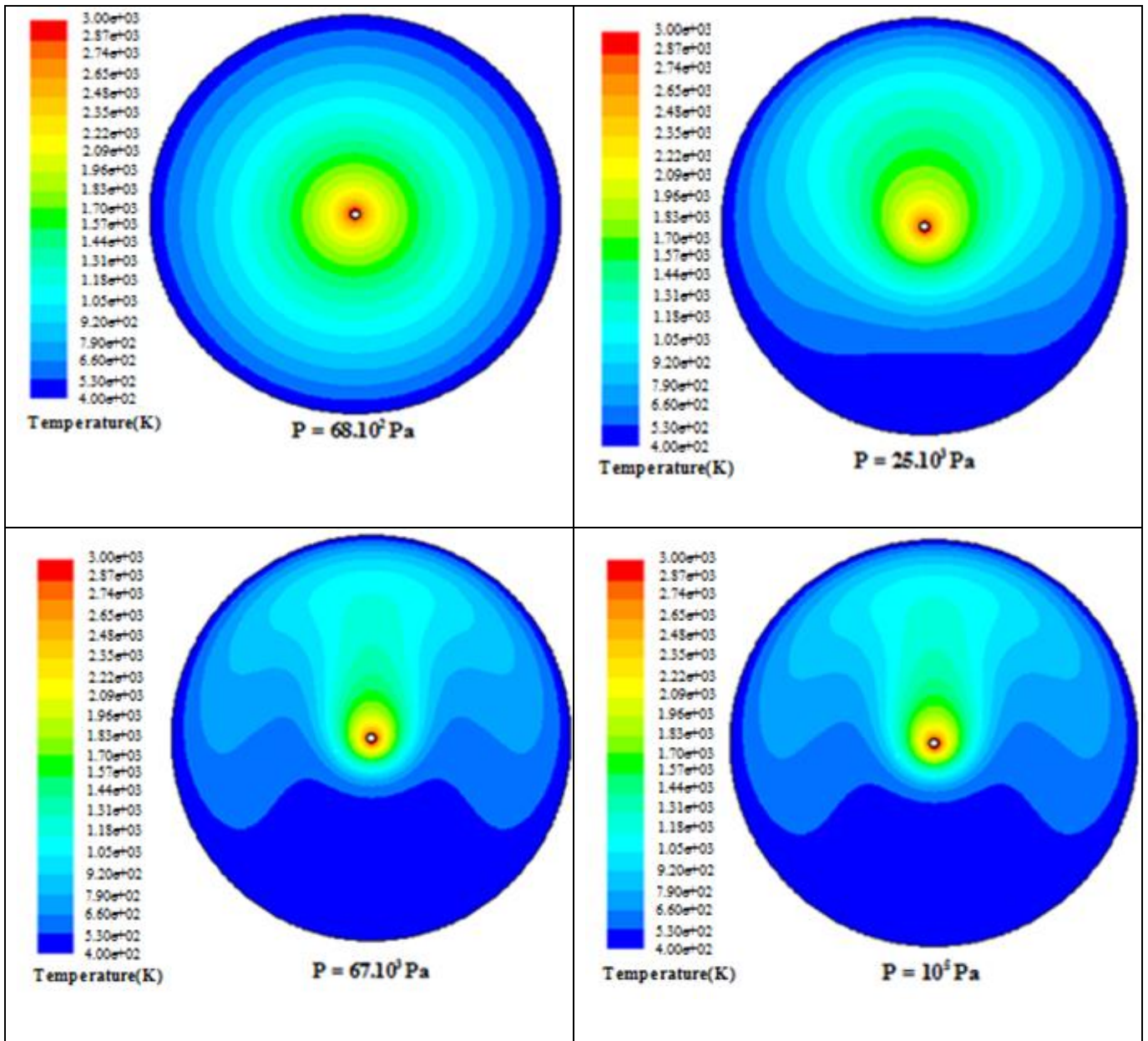


Figure 5.7 : Contours de Temperature pour plusieurs valeurs depression

C).2. Régime de glissement

Le problème de l'écoulement gazeux thermique stationnaire entre deux cylindres coaxiaux est soumis aux calculs (chapitre IV, section 4.2.1.1.1) et une solution convergente est obtenue après avoir exécuté environ 400 itérations.

Les calculs ont été effectués pour les conditions aux limites suivantes :

- Conditions de température données comme suit :
 Température de la paroi du cylindre extérieur = 300K
 Température du filament = 3000 et 1500K

- Fluide = azote gazeux
- Pression = 10 Pa, cette valeur de pression a été choisie pour que le régime d'écoulement soit un régime de glissement.

Les figures 5.8 et 5.9 montrent les distributions de température et de densité ainsi que les vecteurs de vitesse pour une température de filament égal à 3000K. D'après la figure 5.8a, on peut observer que les contours de températures sont des cercles concentriques, ce qui montre un effet de conduction, la température est à son maximum dans la zone du filament, puis diminue progressivement pour atteindre son minimum au niveau du cylindre externe. La distribution de la densité (Figure 5.8 b) est opposée à celle de la température, le chauffage du cylindre intérieur entraîne une diminution de la densité autour du cylindre chaud puis qui augmente en s'éloignant du filament.

La Figure 5.9 montre que les valeurs de la vitesse sont faibles à l'intérieur de l'enceinte; cependant les vecteurs de vitesse montrent qu'un mouvement macroscopique du gaz est créé à l'intérieur de l'enceinte avec le même modèle de circulation décrit dans la figure 5.6. Le maximum de vitesse est de $8.31.10^{-5}m.s^{-1}$, atteint au niveau des parois latérales du cylindre externe, en revanche, le minimum de vitesse se trouve dans la région du filament.

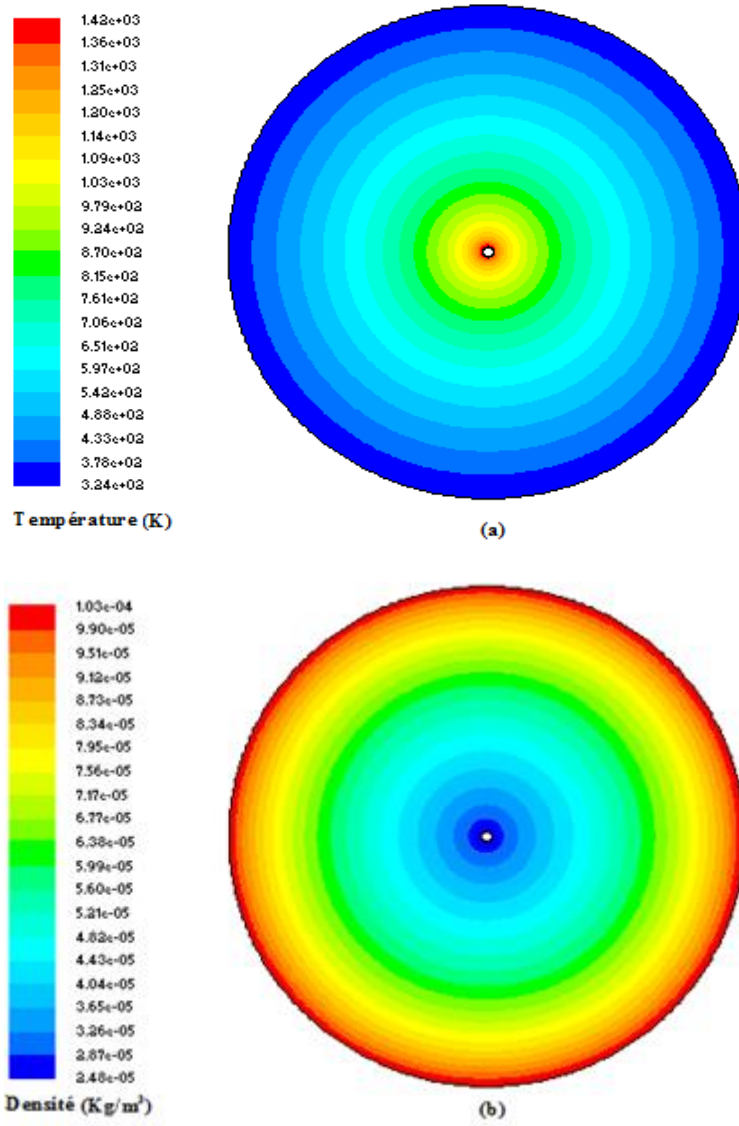


Figure 5.8 : Contours de Température (a) et de Densité (b)

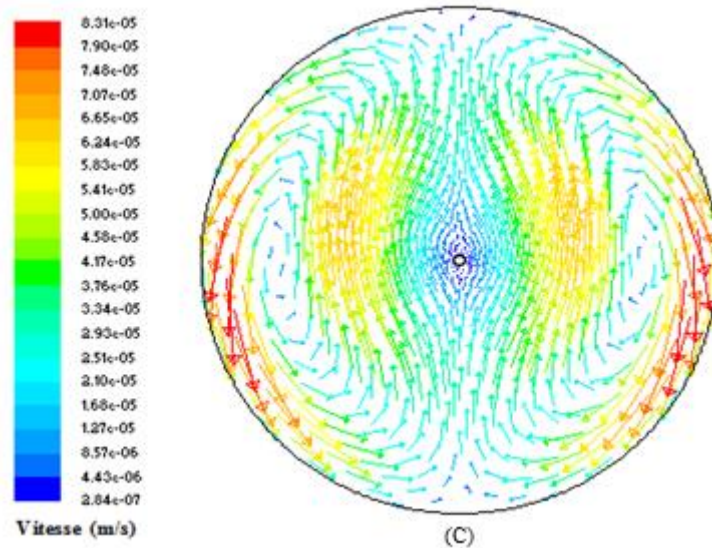


Figure 5.9 : Vecteurs de vitesse

Les profils de température, de densité et de vitesse en fonction du déplacement radial pour deux températures du filament (3000K et 1500K) sont présentés dans les figures 5.10, 5.11 et 5.12 pour un nombre de Knudsen égal à 0,02 c.à.d. pour un paramètre de raréfaction $\delta \approx 43$ (valeur correspondant à une pression de 10Pa).

Les régimes de glissement sont des régimes de raréfaction modérée pour les quels l'hypothèse d'équilibre thermodynamique local est mise en défaut à proximité du filament, dans la zone dite de Knudsen. Dans cette zone, on estime que les phénomènes de transport sont différents de ceux qui prévalent loin de la paroi.

En comparant les profils de la variation radiale de la température (figure 5.10) pour les deux températures du filament ($T_w=3000K$ et 1500K), on voit clairement que le comportement qualitatif de ces deux profils est le même. En revanche, le saut de température augmente considérablement avec la température du filament. Une différence de température de 1600K entre la température de la paroi et celle du gaz prise à l'entrée de la couche de Knudsen, est observée pour la température du filament de 3000K contre une différence de 900K seulement pour la température de filament de 1500K. Le chauffage rapide des molécules gazeuses à l'interface solide-gaz perturbe rapidement l'équilibre initial des énergies internes des molécules puis la relaxation du système conduit vers un nouvel état d'équilibre. Dans la couche de Knudsen, cette perturbation est d'autant plus forte que la température du filament est grande et les variations des gradients sont importantes.

La figure 5.11 montre les profils de la densité, On peut constater que la densité augmente de manière monotone à partir de la paroi chaude interne vers la paroi froide externe. Le comportement de la densité, en vertu de la loi des gaz, est opposé à celui de la température (Figure 5.10). En augmentant la température du filament la densité dans l'enceinte diminue.

La figure 5.12 montre les profils de vitesse selon une même direction radiale pour deux températures du filament. On observe que la variation de la vitesse suit la circulation du gaz dans l'enceinte. Le gaz accélère en s'éloignant du filament puis décélère en changeant de direction, la vitesse augmente à son maximum à proximité de la paroi puis diminue brusquement. La vitesse maximale atteinte est d'autant plus grande que la température du filament est grande.

La condition à la limite de glissement ne permet pas de modéliser le profil de vitesse dans la couche de Knudsen; en revanche, elle permet d'obtenir un profil de vitesse précis en dehors de cette couche.

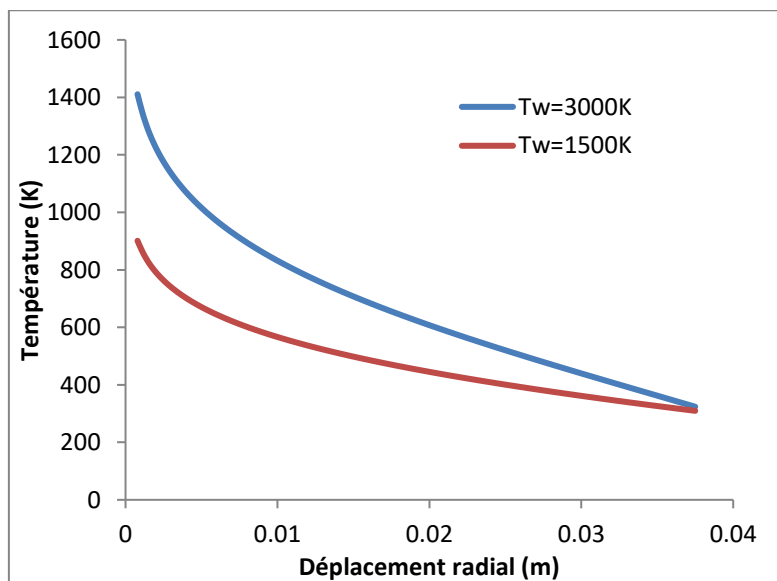


Figure 5.10 : Distributions radiales de la température

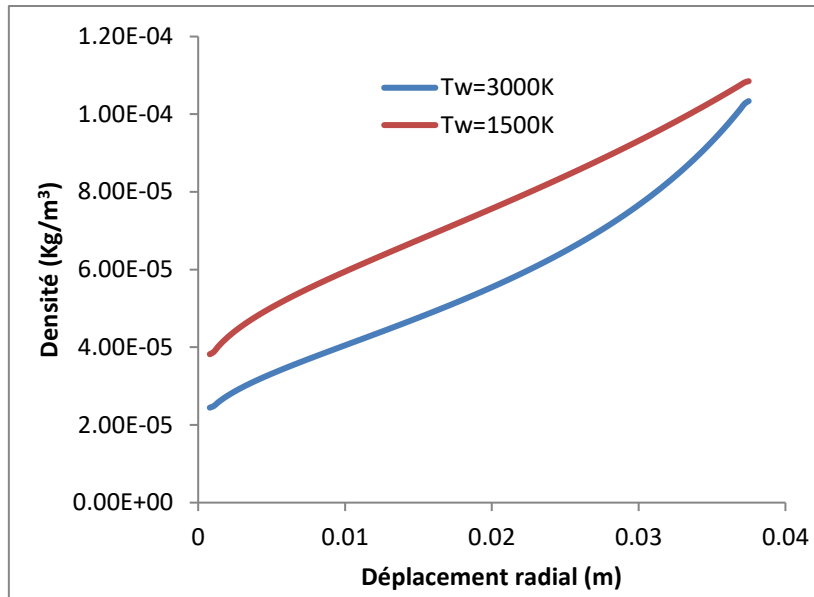


Figure 5.11 : Distributions radiales de la densité

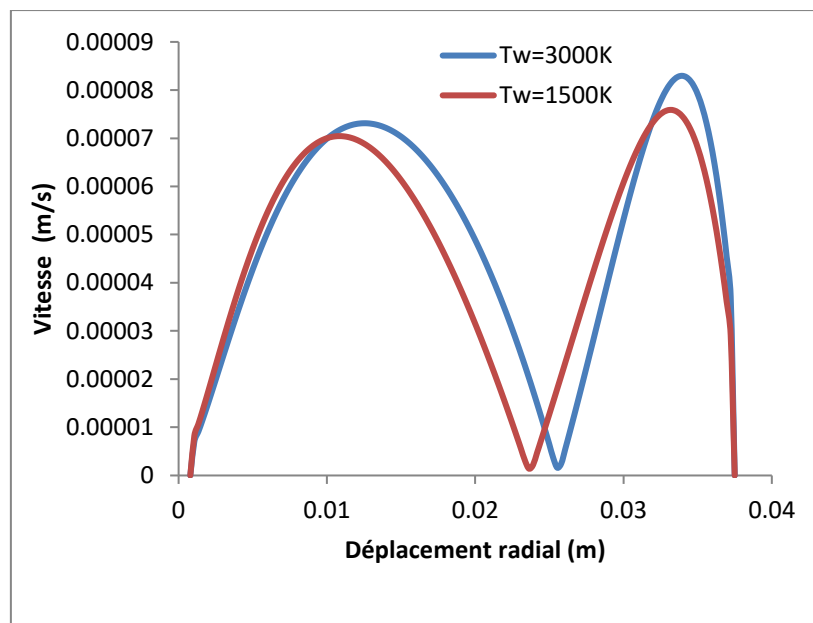


Figure 5.12: Distributions radiales de la vitesse

L'origine de la discontinuité apparente entre les valeurs de la vitesse et de la température dans le gaz et à la paroi doit être expliquée par une analyse microscopique de l'écoulement dans la couche de Knudsen.

La modélisation basée sur les équations de Navier-Stokes avec l'utilisation des conditions aux limites macroscopiques de glissement, permet de tenir compte de la couche de Knudsen, sans

la modéliser complètement. Il est certain que c'est la description de Boltzmann qui prend en considération, le plus complètement possible, la structure microscopique du milieu gazeux.

5.1.2. Approche cinétique

Le flux thermique, ainsi que les distributions de température et de densité sont fournis pour le gaz d'azote (N_2), confiné entre un filament de tungstène chauffé et une enveloppe en pyrex, considérés comme deux cylindres (voir la section 4.1, chapitre IV). Deux rapports de température (T_A/T_B égale à 5 et 9), ainsi qu'un rapport de rayon $R_B/R_A = 50$ sont considérés ; avec trois valeurs du paramètre de raréfaction δ (4, 40 et 100) couvrant les régimes d'écoulements de transition jusqu'au régime hydrodynamique. Les valeurs du paramètre de raréfaction δ ont été calculées avec des pressions supérieures à 10^{-3} mbar (0,01, 0,1 et 0,2 mbar) [5.3], pour maintenir les régimes d'écoulement suivants : de transition ($\delta=4$), de glissement ($\delta=40$) et hydrodynamique ($\delta=100$) avec un transfert de chaleur par conduction à l'intérieur de l'enceinte.

Les résultats numériques présentés ici, sont basés sur l'approche cinétique décrite dans la section 4.2.1.2 du chapitre IV et la méthode de discrétisation donnée au paragraphe 4.2.1.3.2 du chapitre précédent.

Dans tous les calculs, une accommodation totalement diffuse ($\alpha=1$) a été appliquée, et le modèle de la sphère rigide ($\omega=0.5$) a été considéré (équation 4.26, chapitre V).

Les distributions des quantités macroscopiques de flux de chaleur, de nombre de densité ainsi que de température, définies par les équations (4.32) du chapitre précédent, sont présentées dans ce qui suit.

En premier lieu, les adimensionnels au niveau des cylindres interne (Q_{int}) et externe (Q_{ext}) en fonction du paramètre de raréfaction δ sont tracés pour deux rapports de température $T_A/T_B = 5$ et 9 (figure 5.13). La figure 5.13, montre que, dans la majorité des cas, quand δ augmente le flux thermique adimensionnel diminue de façon monotone. La diminution est beaucoup plus rapide pour les régimes de transition et de glissement ($\delta < 50$), en particulier pour le rapport des températures $T_A / T_B = 9$, et ce en raison de l'augmentation de la raréfaction (diminution de δ) ; le gaz devient plus raréfié lorsque sa température augmente [5.4]. Cette réduction devient lente pour le cas du régime hydrodynamique ($\delta > 50$). Dans les deux cas, les flux de chaleur interne et externe sont fortement influencés par la raréfaction. Il est aussi notable que les valeurs du flux thermique interne sont plus importantes que celles du flux

thermique externe surtout pour le rapport des températures le plus élevé ($T_A / T_B = 9$), ce qui est évident car à proximité du filament les gradients de températures sont plus importants.

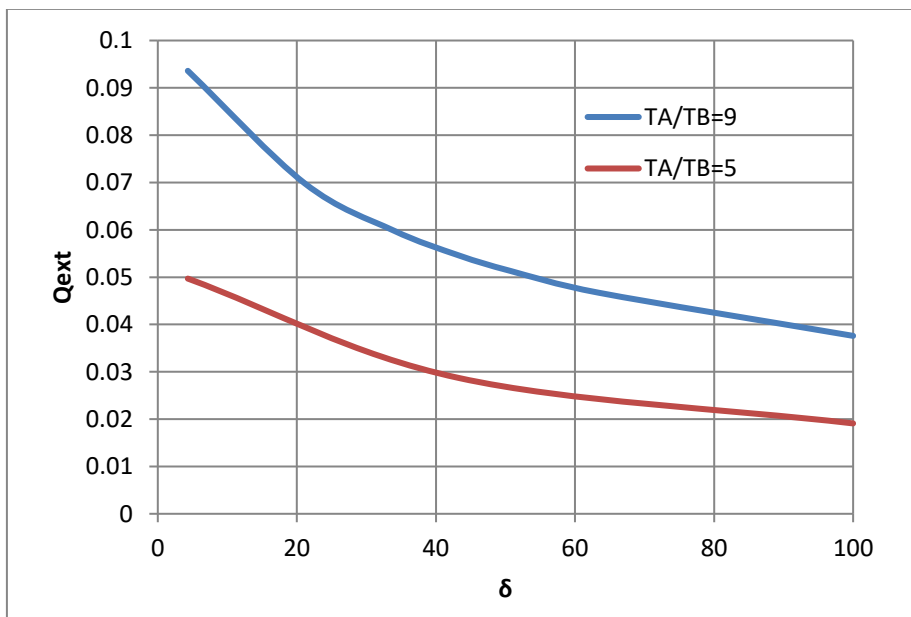
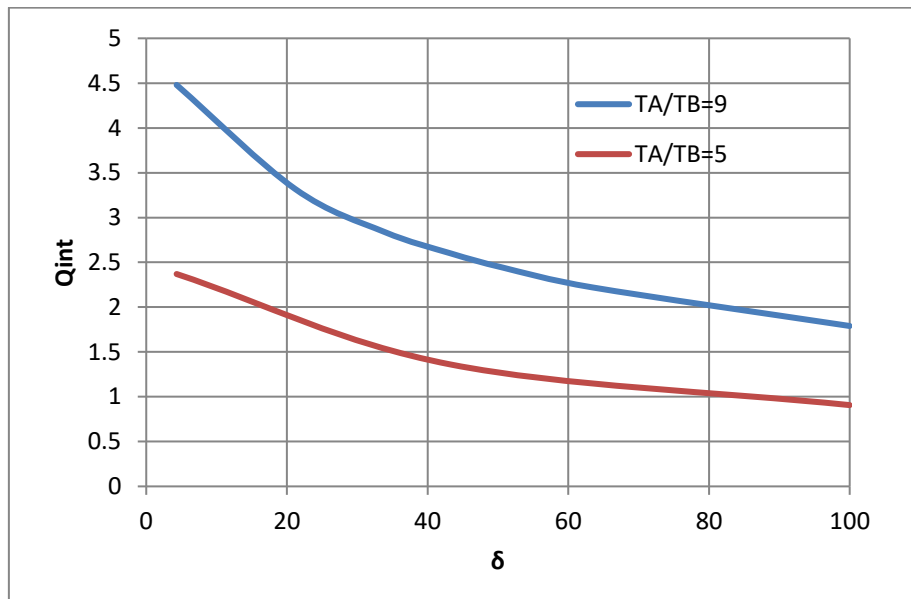


Figure 5.13: Les flux thermiques adimensionnels internes et externes, en termes de δ pour $T_A / T_B = 5$ et 9.

Le comportement du flux de chaleur entre les deux cylindres est donné dans la figure 5.14. On peut voir que, dans l'ensemble, le flux thermique radial adimensionnel diminue avec l'augmentation du paramètre δ , car le gaz devient plus dense, cette diminution est rapide à

proximité du filament puis elle devient plus lente en se rapprochant de la paroi externe. Les écarts entre les distributions du flux thermique radial pour les trois régimes d'écoulement sont observés dans la couche de Knudsen, au voisinage du filament, où la température change considérablement dans un espace de quelques libres parcours moyens. D'après la même figure, on peut remarquer que le flux de chaleur radial adimensionnel augmente avec l'augmentation du rapport de température.

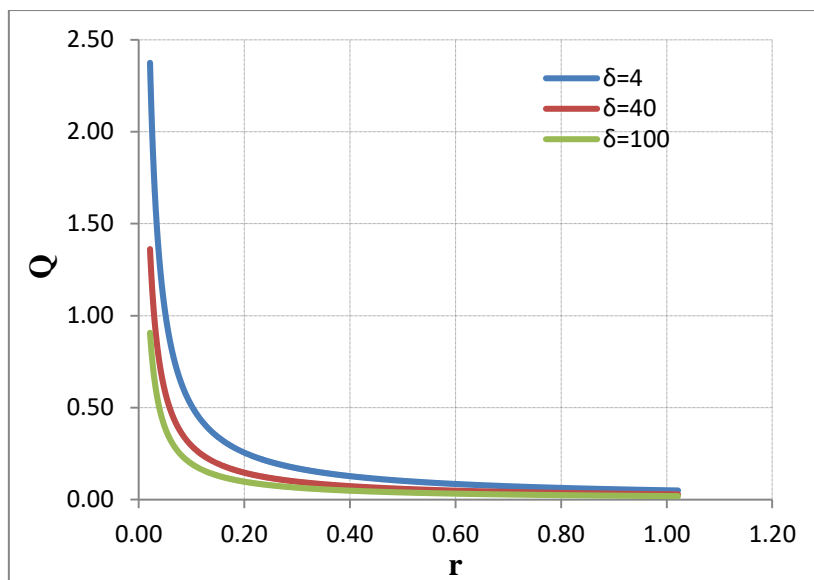
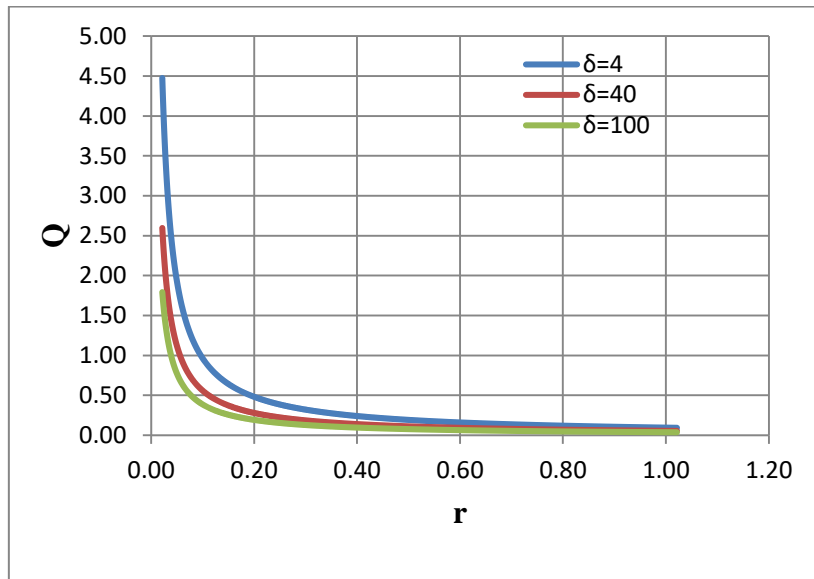


Figure 5.14: Les profils de flux de chaleur adimensionnel entre les deux cylindres pour $\delta = 4, 40$ et 100 , avec $T_A/T_B=9$ (en haut) et $T_A/T_B=5$ (en bas).

La figure 5.15 montre que la distribution de température adimensionnelle diminue en fonction du déplacement radial ou de la paroi chaude vers la paroi froide, ce qui est évident.

D'après la même figure, il est clairement montré, que le saut de température à l'interface filament-gaz (considérée comme paroi interne), où les forts gradients de température sont expérimentés, augmente avec la diminution de δ . Ainsi, il existe un gradient de température dû à l'écoulement de chaleur, qui devient plus fort avec l'augmentation de la différence des températures entre les cylindres ; en comparant les profils de température pour les rapports $T_A/T_B = 5$ et 9 , on voit que le saut de température augmente avec le rapport de température, ce comportement s'explique par le fait que le gaz se raréfie à mesure que sa température augmente. Au-delà des différences quantitatives, le comportement qualitatif des distributions de température est similaire pour les deux rapports ($T_A/T_B = 5$ et 9).

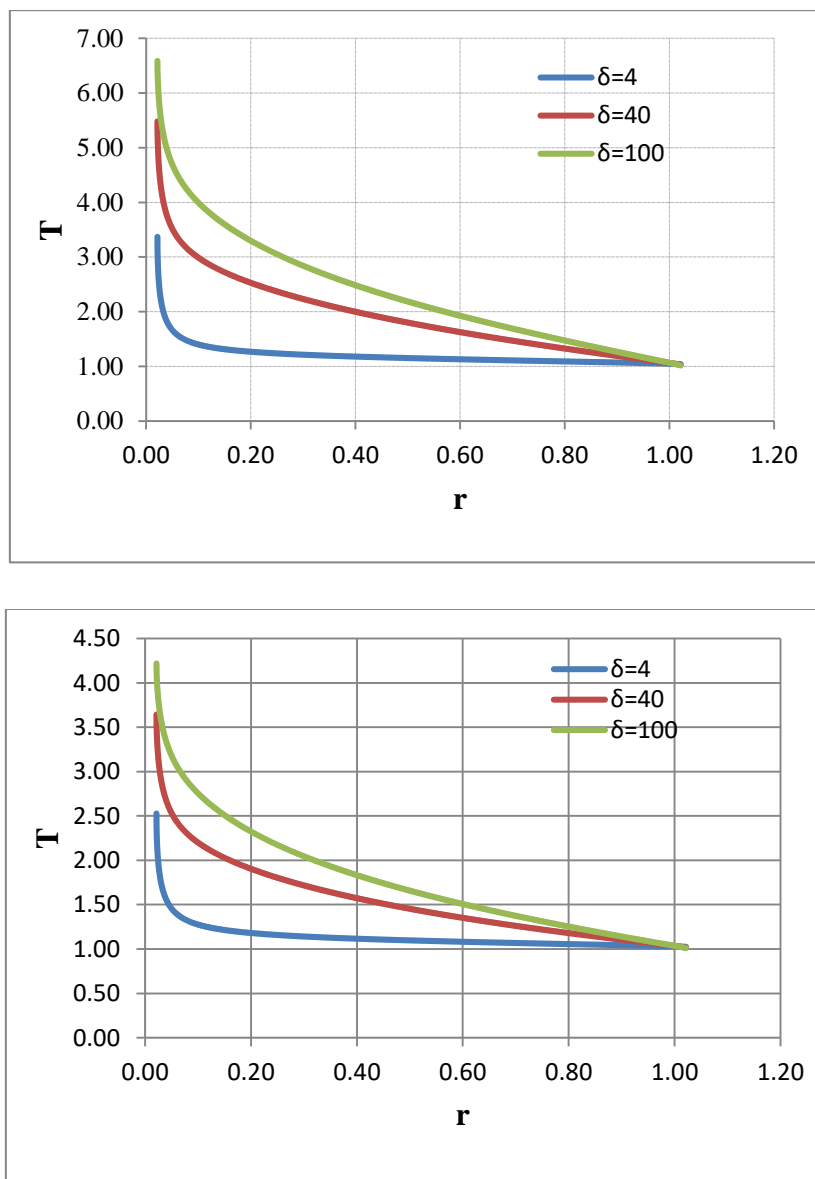


Figure 5.15: Profils de Température adimensionnelle entre les deux cylindres pour $\delta = 4$, 40 , et 100 , avec $T_A/T_B = 9$ (en haut) et $T_A/T_B = 5$ (en bas).

La figure 5.16 illustre le comportement des profils du nombre adimensionnel de densité. Il peut être perçu que le nombre de densité augmente à partir de la paroi chaude intérieure ou du filament vers la paroi froide extérieure parce que le chauffage du cylindre intérieur entraîne une réduction de la densité au voisinage de la paroi chaude, comme expliqué ci-dessus, cette diminution de densité crée une différence locale de densité et par conséquent de la masse de gaz, ceci est en accord avec les résultats de la température et du flux thermique.

En comparant les profils des trois régimes (hydrodynamique, de glissement et de transition), on remarque qu'en se déplaçant de la paroi chaude vers la paroi froide, le nombre de densité augmente pour les trois régimes d'écoulement, cette augmentation n'est significative que pour le régime hydrodynamique et de glissement, pour le régime de transition ($\delta=4$) la variation du nombre de densité devient presque constante à partir de $r=0.5$, ceci est dû à l'atmosphère qui devient moins raréfiée.

En comparant les profils des deux rapports de températures (Figure 5.16), on constate que le comportement qualitatif est similaire. Sur le plan quantitatif, il y a une légère différence : à proximité du filament (la paroi chaude) où les valeurs du nombre de densité du rapport de températures $T_A/T_B=5$ sont légèrement plus grandes que celles du rapport $T_A/T_B=9$ pour les trois régimes d'écoulement ; à la paroi froide c'est l'inverse car c'est les valeurs du nombre de densité du rapport $T_A/T_B=9$ qui deviennent plus importantes que celles du rapport $T_A/T_B=5$. Ce qui est logique, car le gradient de température dû au rapport de températures élevé ($T_A/T_B=9$) est plus important que celui dû au rapport ($T_A/T_B=5$), ce qui provoque une réduction de densité plus importante au voisinage de la paroi chaude, et l'inverse à la paroi froide ; ce qui est en accord avec l'explication donnée ci-dessus.

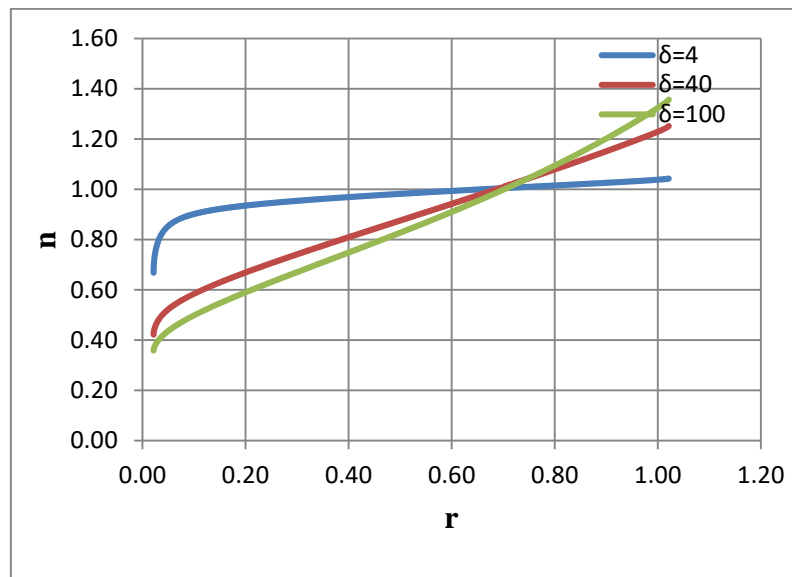
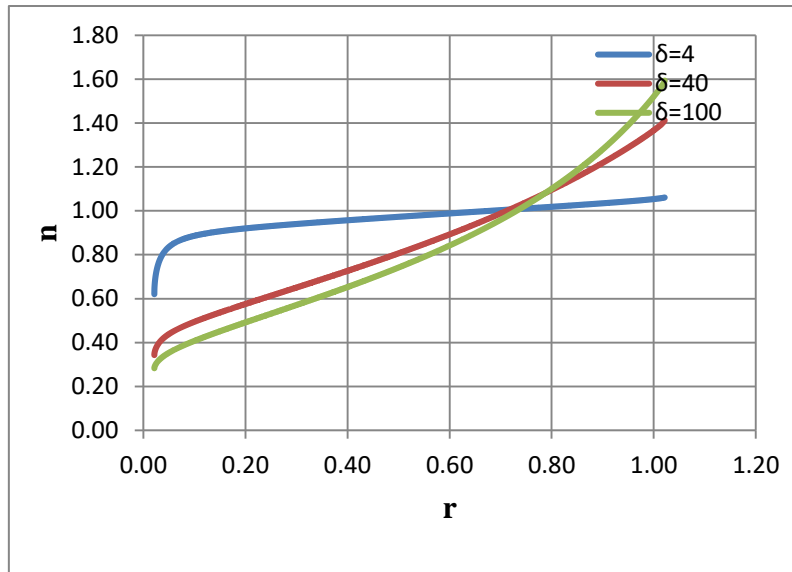


Figure 5.16: Profils de Densité adimensionnelle entre les deux cylindres pour $\delta = 4, 40,$ et 100 , avec $T_A/T_B = 9$ (en haut) et $T_A/T_B = 5$ (en bas).

Le profil de pression adimensionnelle est représenté dans la figure 5.17. On voit que la variation de pression a proximité du filament augmente avec la diminution de δ (l'augmentation de raréfaction) et l'augmentation du rapport des températures T_A/T_B . L'augmentation du gradient de pression est due au flux de chaleur et favorisée par les conditions de non-équilibre et devient plus importante à des grandes différences de température et dans des milieux modérément ou fortement raréfiées. Ce comportement est en accord avec les résultats décrits ci-dessus.

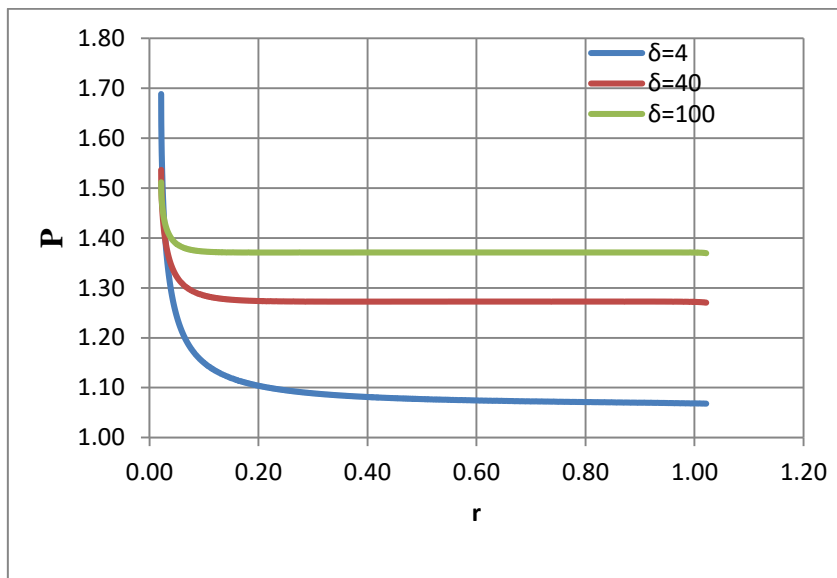
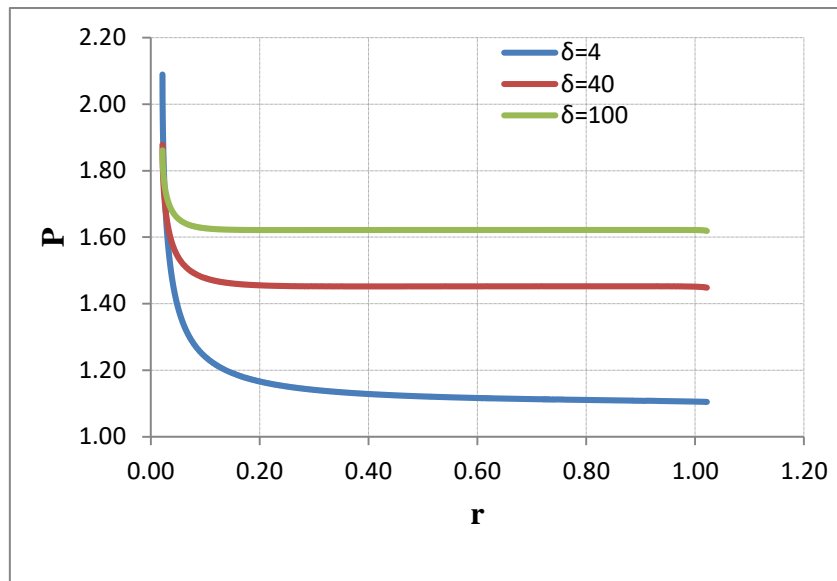


Figure 5.17: Profils de Pression adimensionnelle entre les deux cylindres pour $\delta = 4, 40,$ et $100,$ avec $T_A/T_B = 9$ (en haut) et $T_A/T_B = 5$ (en bas).

Dans toutes les figures, on peut voir que pour le régime de transition, qui correspond à des gaz modérément raréfiés, les collisions intermoléculaires libres ne sont pas très importantes pour permettre un changement notable des propriétés du gaz dans la région annulaire. Alors que près du filament, la variation des quantités macroscopiques devient importante, ces changements à proximité du filament sont de moins influençant dans le régime de glissement qui représente un régime légèrement raréfié mais restent toujours importants, mais ils ne sont pas importants dans le régime hydrodynamique où l'absence est totale de la couche de knudsen et le changement des propriétés du gaz est macroscopique.

Des résultats similaires ont été obtenus par Pantazis et al. [5.4] en utilisant la forme non linéaire du modèle cinétique de Shakhov soumis aux conditions limites de Cercignani-Lampis.

5.1.3. Comparaison des résultats du modèle cinétique de Shakhov avec les calculs de l'équation de Navier-Stokes-Fourier et le modèle analytique

Dans tous les calculs, seulement une accommodation totalement diffuse ($\alpha = 1$) [5.2], [5.4], [5.5], a été appliquée. Pour la solution analytique, le modèle des molécules de sphères rigides ($\omega = 0,5$) [5.2] a été considéré (équation 4.13). Les résultats numériques obtenus à l'aide du modèle cinétique non linéaire de Shakhov (Section 4.2.1.2 du chapitre VI) ont été comparés avec ceux obtenus par le code Fluent avec et sans la méthode LPBS (Section 4.2.1.1.1 du chapitre IV) et la solution analytique (Section 4.2.1.1.2 du chapitre IV).

Les figures 5.18 et 5.19 présentent des profils de température à l'état stationnaire, en fonction du rayon (déplacement radiale), obtenus en utilisant l'équation cinétique de Shakhov, les calculs de Navier-Stokes-Fourier (Fluent) et la solution analytique soumise à des conditions aux limites du saut de température, pour trois différents paramètres de raréfaction ($\delta = 100, 40$ et 4), couvrants les régimes d'écoulements de l'hydrodynamique jusqu'au régime de transition, et pour deux rapports de température ($T_A/T_B = 9$ et 5). Il est à noter que le code Fluent ne permet pas le calcul adimensionnel; donc pour pouvoir effectuer la comparaison, les températures et le déplacement radial sont pris en dimensions réelle pour les trois modèles.

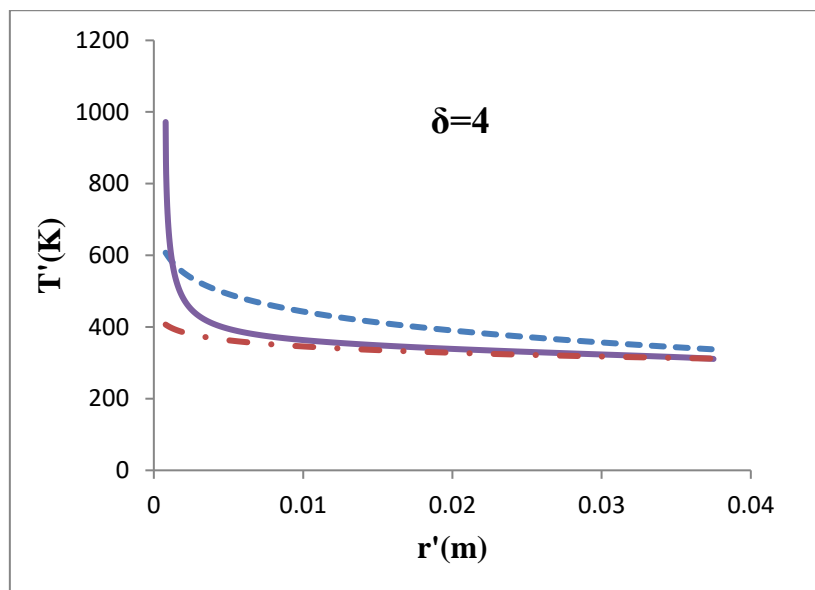
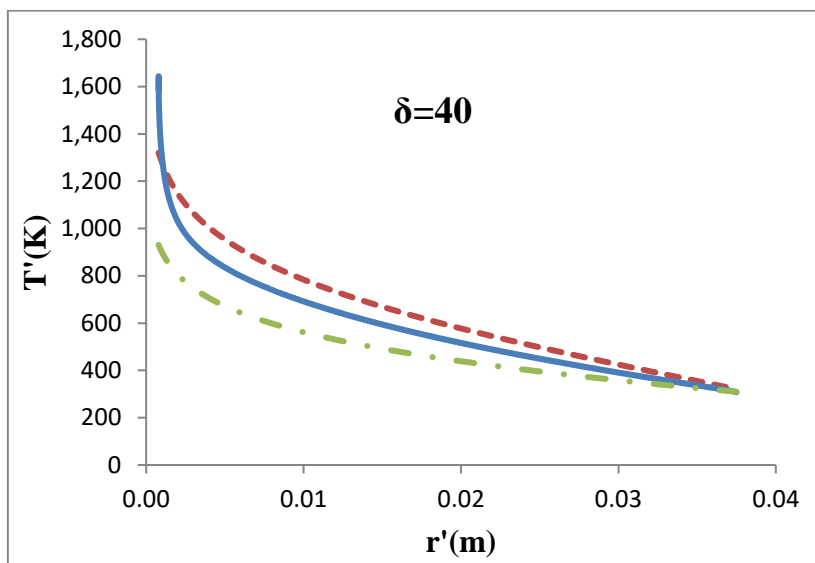
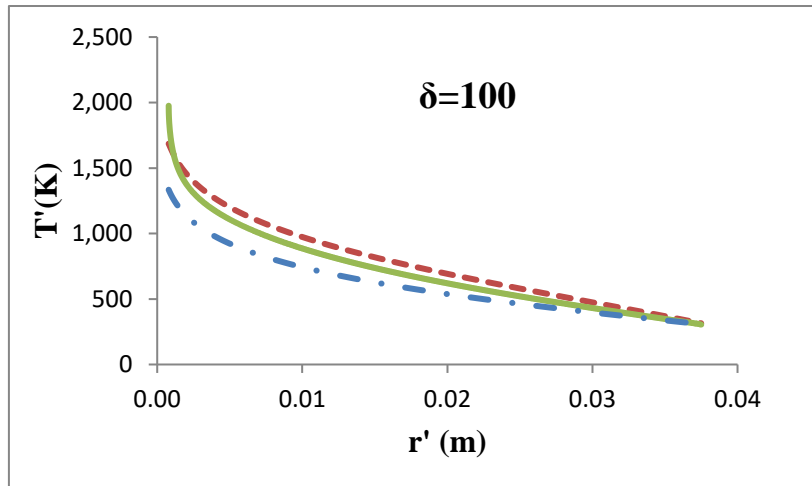


Figure 5.18: Distribution des températures à l'état stationnaire obtenues en utilisant le modèle cinétique de Shakhov (trait plein), le code Fluent (ligne pointillée) et la solution analytique (ligne discontinue et pointillée) pour $T_A/T_B = 9$ et pour $\delta = 4, 40$ et 100 .

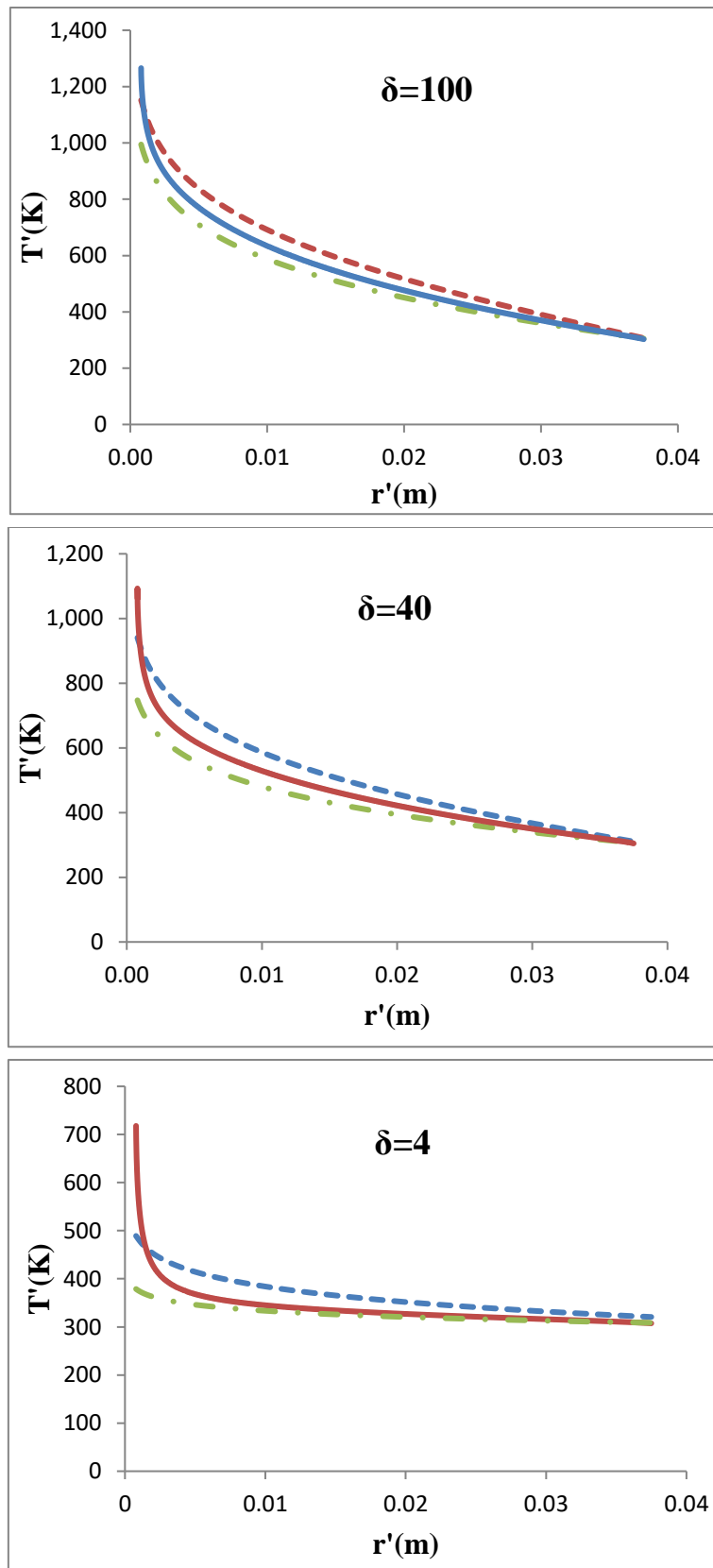


Figure 5.19: Distribution des températures à l'état stationnaire obtenues en utilisant le modèle cinétique de Shakhov (trait plein), le code Fluent(ligne pointillée) et la solution analytique (ligne discontinue et pointillée) pour $T_A/T_B= 5$ et pour $\delta = 4, 40$ et 100.

Les figures 5.18 et 5.19 montrent que le comportement qualitatif de la distribution de température donnée par les trois équations, est très similaire. Les résultats montrent une bonne concordance entre les méthodes utilisées pour un faible rapport de température et un paramètre de raréfaction élevé (régime hydrodynamique). La différence est plus importante pour le rapport de température $T_A/T_B = 9$ que celle du rapport $T_A/T_B = 5$. Pour $\delta = 4$ (régime de transition) une différence notable entre les trois modèles est observée pour les deux rapports de température au voisinage du filament.

Les distributions de température obtenues à l'aide des équations de Navier-Stokes et Fourier (Fluent), montrent plus de précision (moins d'écart) que la solution analytique, en particulier à proximité du filament, par rapport aux profils de température obtenus par l'équation cinétique.

Le tableau suivant donne les précisions calculées pour le code Fluent, en utilisant la méthode LPBS pour le régime de glissement ($\delta=40$) et le régime de transition ($\delta=4$) et sans la méthode LPBS (voir section 2.5, chapitre II) pour le régime hydrodynamique ($\delta=100$), et pour la solution analytique par rapport à l'équation cinétique pour les trois régimes étudiés.

Tableau 5.1: Comparaison des précisions des résultats du saut de température, à proximité du filament, obtenus par les trois modèles pour trois paramètres de raréfaction et deux rapports de température.

T_A/T_B	δ	Fluent (méthode LPBS)	Solution analytique
5	40	88.60%	70.50%
	4	68.14%	52.78%
9	40	83.60%	58.80%
	4	62.48%	41.85%
T_A/T_B	δ	Fluent (sans LPBS)	Solution analytique
5	100	91.00%	78.60%
9	100	85.40%	67.60%

Le tableau 5.1 montre que la méthode LPBS proposée par le code Fluent est plus précise pour le régime de glissement lorsque le rapport de température est faible ; 88.60% pour $T_A/T_B=5$ contre 83.60% pour $T_A/T_B=9$, ceci est dû à l'augmentation de la raréfaction causée par l'augmentation de la température. Comme prévu, cette précision est réduite

considérablement pour le régime de transition ($\delta = 4$) qui est plus raréfié que le régime de glissement, où toutes les études effectuées jusqu'à maintenant en utilisant l'approche continue ou les équations de Navier-Stokes et Fourier associées à des conditions aux limites adéquates, dans le but de prolonger la validité des équations continues jusqu'à dans le régime de transition, ne sont pas complètement valables. Malgré ça, la méthode LPBS présente une précision qui avoisine les 70% (Tableau 5.1) pour une non linéarisation modérée ($T_A/T_B = 5$) contre un pourcentage de 62.48% lorsque la non linéarité devient élevé. Les résultats obtenus par la méthode de la solution analytique montrent un écart considérable (jusqu'à 30%) par rapport aux résultats obtenus par le modèle cinétique de Shakhov, pour le rapport $T_A/T_B = 9$. La précision augmente considérablement pour le régime hydrodynamique, environ 91% pour $T_A/T_B=5$ contre 85,4% pour $T_A/T_B=9$, ce qui est logique car dans ce régime le gaz est considéré comme un milieu continu et donc l'approche macroscopique, qui considère des fonctions continues dans l'espace et le temps, basée sur les équations de Navier-Stokes et de Fourier donne généralement des résultats meilleurs, mais les températures considérés dans notre étude sont élevés ce qui provoque un déséquilibre thermodynamique, ce dernier est plus important lorsque la température est élevée, ce qui explique les écarts de précisions pour les deux rapports de températures.

D'après cette comparaison de précision, on peut conclure que l'augmentation de la raréfaction et la non linéarisation diminuent la précision de l'approche continue (surtout pour le rapport $T_A/T_B=9$) et d'une manière significative la solution analytique, qui a été jugée suffisamment précise pour des conditions linéaires où le rapport de températures entre les deux cylindres ne dépassait pas 2 [5.5].

5.2. Résultats de l'état instationnaire

Le but est d'étudier l'évolution transitoire du transfert de chaleur à travers un gaz raréfié confiné entre deux cylindres coaxiaux pour une large gamme du degré de raréfaction du gaz et pour une grande et moyenne ($T_A/T_B=9$ et $T_A/T_B=5$) différence de température entre les cylindres.

Dans cette partie de travail, nous exposons les résultats obtenus de la modélisation du problème décrit en détail dans la section 4.1 et la section 4.2.2 du chapitre IV. Les simulations numériques ont été effectuées pour un état instationnaire, les modèles mathématiques et

numériques de cet état ont été décrits en détail dans le chapitre IV. Les calculs ont été effectués pour deux approches, une approche continue basée sur l'utilisation de l'équation de conservation d'énergie soumise à des conditions aux limites du saut de température (Voir la section 4.2.2.1, chapitre IV) et une solution analytique de l'équation d'énergie (section 4.2.2.1.B du chapitre IV). Et une approche cinétique basée sur l'utilisation de la forme non linéaire du modèle cinétique de Shakhov (Section 4.2.2.2, chapitre IV).

On commence par la présentation des résultats obtenus par le code cinétique basé sur le modèle non linéaire de Shakhov pour la simulation du transfert de chaleur transitoire entre deux cylindres coaxiaux, ensuite on effectue la comparaison entre les résultats obtenus par le régime de glissement en utilisant le modèle cinétique de Shakhov et ceux obtenus par le code de conservation d'énergie et la méthode analytique soumise à des conditions aux limites du saut de température.

5.2.1. Résultats numériques

Les calculs numériques ont été réalisés pour plusieurs valeurs du paramètre de raréfaction dans un intervalle allant du régime de transition ($\delta = 4$) au début de l'hydrodynamique ($\delta = 80$). Les valeurs de δ ($\delta = 4, 20, 30, 40, 50$ et 80) ont été calculées avec des pressions supérieures à 10^{-3} mbar [5.4] (0.01, 0.05, 0.08, 0.10, 0.12 et 0.18 mbar).

Les températures du gaz varient de 300 K au cylindre extérieur jusqu'à 1500K et 2700K au filament de tungstène.

Les calculs numériques sont effectués pour les rapports de température du filament et de l'enveloppe suivants: $T_A/T_B = 5$ et 9 ; pour des conditions, respectivement, non-linéaire et fortement non-linéaire. Le rapport des rayons des deux cylindres (du filament et de l'enveloppe) est égal à $R_B / R_A = 47,5$.

Le gaz renfermé est de l'azote (N_2). Le modèle de sphère rigide (VHS) avec la variable $\omega=0,5$ a été appliqué [5.5]. Le coefficient d'accommodation est supposé totalement diffuse ($\alpha=1$).

À l'instant $t = 0$, la température des deux cylindres est supposée être égale à T_B , la température du cylindre interne augmente et devient instantanément $T_A = \beta T_B$, où $\beta = 5$ et 9 .

Les calculs cessent lorsque le critère de convergence est rempli. Ce critère de convergence est défini dans l'équation (4.68) du chapitre IV.

La convergence est calculée selon la norme L_2 [5.5], elle est atteinte lorsque elle devienne inférieure à $\varepsilon=10^{-8}$ (voir la section 4.2.2.3, chapitre IV). Le nombre des étapes de temps

nécessaires pour atteindre l'état d'équilibre est donné dans la section suivante pour différentes valeurs du paramètre de raréfaction.

Pour plus de commodité, le temps qui est représenté dans les diagrammes est le temps adimensionnel (t), ce temps est égale au temps réel sur le temps caractéristique ou appelé aussi acoustique (t_0) [5.6], ce dernier est pris comme temps de référence (équation (4.34), chapitre IV) : $t = t'/t_0$.

Où $t_0 = ((R'_A - R'_B) / v_0)$ c.à.d. le rapport de la distance entre les deux cylindres ($R'_A - R'_B$) et la vitesse moléculaire la plus probable v_0 .

A) Comportement transitoire

D'abord la solution transitoire des propriétés macroscopiques de l'état initial jusqu'à l'état stationnaire est analysée. Le flux de chaleur $Q(t)$, la pression $P(t)$ et la vitesse $U(t)$, pour la coordonnée d'espace r sont calculés comme suit:

$$\begin{aligned} Q(t) &= \frac{2}{R_B^2 - R_A^2} \int_{R_A}^{R_B} q_r(t, r) r dr \\ P(t) &= \frac{2}{R_B^2 - R_A^2} \int_{R_A}^{R_B} p(t, r) r dr \\ U(t) &= \frac{2}{R_B^2 - R_A^2} \int_{R_A}^{R_B} u_r(t, r) r dr \end{aligned} \quad (5.1)$$

Le comportement transitoire des quantités macroscopiques est présenté dans les figures 5.20 et 5.21 ; en traçant les profils de flux de chaleur Q , de pression P et de la vitesse U en fonction du temps, pour différentes valeurs du paramètre de raréfaction δ . Sur la figure 5.20, on peut voir que le chauffage soudain de la paroi intérieure provoque une augmentation du flux de chaleur, et ce dans les premiers temps, principalement pour $\delta = 4$ (régime de transition) dont la valeur de flux de chaleur est maximale ($15 \cdot 10^{-2}$), alors qu'après une certaine distance le profil du flux de chaleur transitoire atteint l'état stationnaire rapidement à $t=6.78$ (voir tableau 5.2), contrairement au début du régime hydrodynamique ($\delta = 80$) où la valeur atteinte de flux de chaleur est égale à $0.7 \cdot 10^{-1}$ mais le temps nécessaire pour atteindre l'état stationnaire est le plus élevé ($t=34.1$), il est 5 fois plus supérieure que celui du régime de transition ; le temps nécessaire pour l'atteinte de l'état stationnaire diminue pour les autres δ jusqu'à la valeur minimale (celle de $\delta=4$). L'évolution des profils de pression dans la figure 5.20 indique que la

distribution de pression change de façon monotone jusqu'à ce que l'état d'équilibre soit atteint à une pression plus élevée que celle de départ, principalement pour la plus grande valeur du paramètre de raréfaction $\delta = 80$ où la valeur de pression adimensionnelle est maximale ($P=1.43$) et le temps adimensionnel nécessaire pour atteindre l'état d'équilibre est le plus long ($t=24.5$), ce temps diminue au 1/6 pour $\delta=4$ (3.85) malgré que le changement de la valeur de pression n'est pas significatif. Comme le cas de flux de chaleur, le temps nécessaire pour atteindre l'équilibre augmente sensiblement du régime de transition jusqu'au régime hydrodynamique.

L'évolution de la vitesse moyenne adimensionnelle en fonction du temps $U(t)$ est montrée dans la Figure 5.21: pour les valeurs du paramètre de raréfaction δ variant de 4 à 80. Cette figure montre qu'il y a un mouvement macroscopique de gaz, dans l'intervalle entre les cylindres ; ce mouvement est dû au changement important de température de la paroi interne du cylindre. D'après la même figure on remarque que l'amplitude de l'oscillation de ce mouvement augmente avec l'augmentation du paramètre de raréfaction c.à.d. plus la raréfaction diminue et plus la vitesse de mouvement devient importante car les collisions entre molécules augmentent.

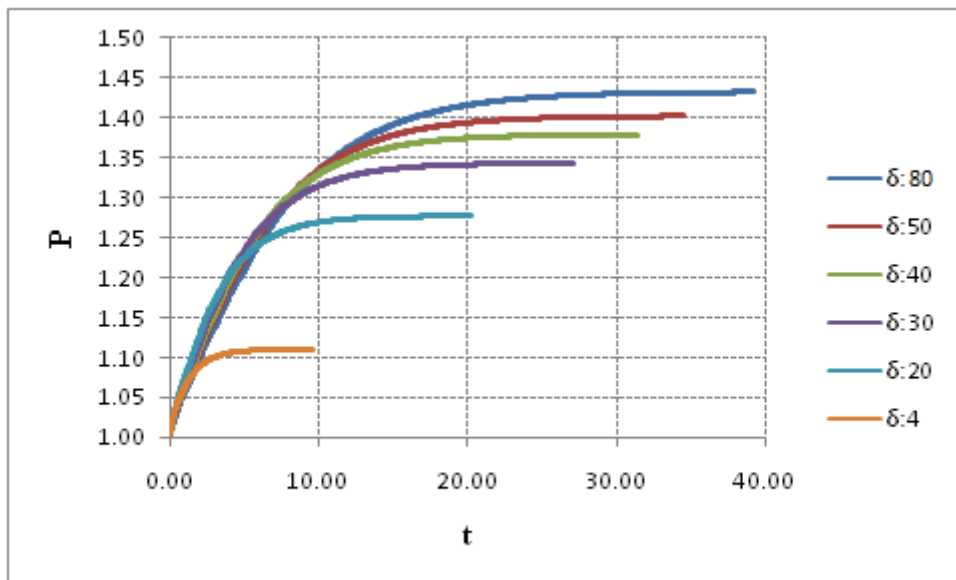
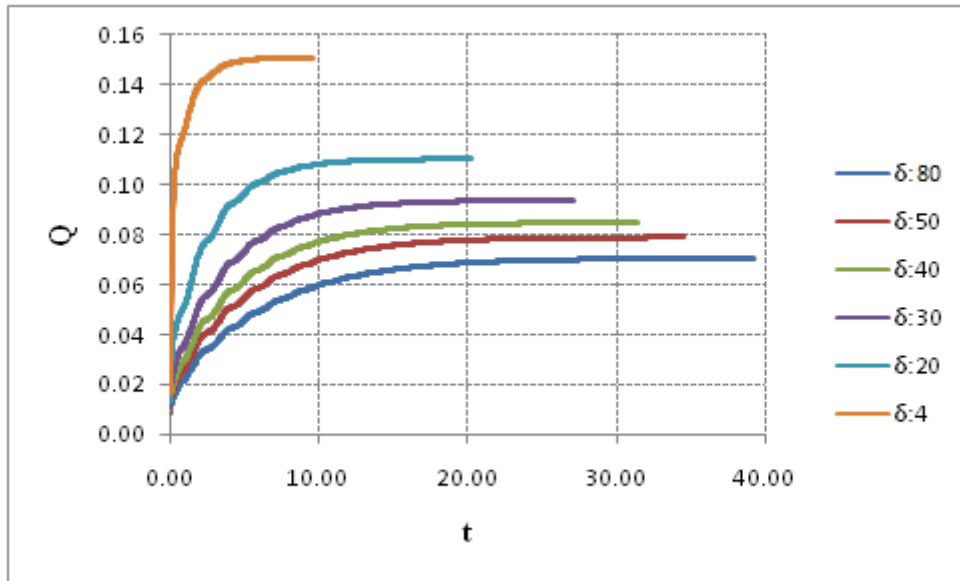


Figure 5.20: Evolution de l'écoulement adimensionnel de la chaleur (Q) et de la pression adimensionnelle (P) entre les cylindres pour différentes valeurs de δ , avec $T_A/T_B=9$.

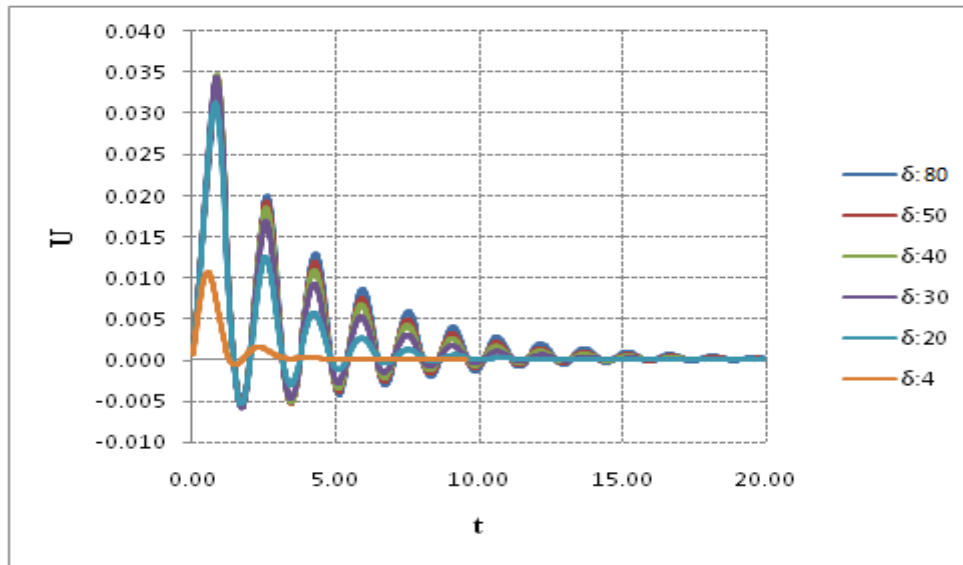


Figure 5.21: Evolution de la vitesse moyenne adimensionnelle (U) entre les cylindres pour différentes valeurs de δ , avec $T_A/T_B = 9$.

Tableau 5.2: Le temps nécessaire pour atteindre l'état stationnaire (d'équilibre), t_{eq} , pour le flux de chaleur adimensionnel Q , la pression adimensionnelle P et la vitesse moyenne adimensionnelle U . Le paramètre de raréfaction δ varie de 4 à 80 pour $T_A/T_B=9$

δ	Q	P	U
4	$t_{\text{eq}}=6.78$	$t_{\text{eq}}=3.85$	9.57
20	$t_{\text{eq}}=12.7$	$t_{\text{eq}}=13.6$	20.2
30	$t_{\text{eq}}=23.5$	$t_{\text{eq}}=20.6$	27.1
40	$t_{\text{eq}}=27.2$	$t_{\text{eq}}=14.6$	31.4
50	$t_{\text{eq}}=32.8$	$t_{\text{eq}}=16.7$	34.5
80	$t_{\text{eq}}=34.1$	$t_{\text{eq}}=24.5$	39.3

Les évolutions, en fonction du temps, du flux de chaleur au niveau du cylindre externe (Q_{ext}), au milieu des deux cylindres (Q_{milieu}) ainsi qu'au niveau du cylindre interne (Q_{int}) sont représentées, respectivement, dans les figures 5.22 (a), 5.22 (b) et 5.22 (c). Il est à noter que le flux de chaleur au niveau du cylindre interne diminue de façon monotone dans le temps pour toutes les valeurs considérées du paramètre de raréfaction (de 4 à 80), contrairement au cylindre externe où le flux de chaleur augmente avec le temps, il atteint son état d'équilibre (voir tableau 5.2) après plusieurs oscillations, voir la figure 5.22 (c). La figure 5.22 (b) montre que le comportement du flux de chaleur entre le filament et l'enveloppe (les deux cylindres) augmente d'une manière monotone avec le temps mais l'état stationnaire (voir tableau 5.2) est atteint plus rapidement que celui à la paroi du cylindre externe.

En comparant les trois figures 5.22 (a), 5.22 (b) et 5.22 (c), on peut voir que le flux de chaleur prend des valeurs plus importantes au niveau du cylindre interne car les gradients de températures sont plus importants, ces valeurs diminuent au milieu des deux cylindres et deviennent plus faibles au niveau du cylindre externe où les gradients de températures deviennent moins importants. D'après les mêmes figures, nous observons aussi que plus le flux de chaleur est important plus l'état stationnaire est atteint rapidement (Tableau 5.2) ; ceci est dû aux très faibles collisions entre les molécules de gaz car le transfert de chaleur résulte d'un transfert d'énergie cinétique d'une molécule à une autre molécule adjacente; ce qui explique aussi l'allure presque plate dès les premiers temps du flux de chaleur à l'interface interne (Q_{int}), pour le régime de transition $\delta=4$, (Figure 5.22(c)). Ces très faibles collisions moléculaires sont aussi traduites par l'absence des oscillations (Figures 5.22(a), 5.22(b) et 5.22(c)) ; ces dernières augmentent avec l'augmentation du δ et donc la diminution de la raréfaction et par conséquent l'augmentation des collisions entre molécules.

D'une manière générale le flux de chaleur Q dans l'ensemble de l'enceinte augmente de l'intérieur vers l'extérieur (Figure 5.20). Les valeurs de Q_{milieu} (l'espace annulaire) sont les mêmes que celles de la figure 5.20, donc les comportements quantitatif et qualitatif du Q_{milieu} sont majoritaires dans l'enceinte. Quand aux Q_{int} et Q_{ext} , ils représentent le comportement du flux aux deux interfaces ; pour le Q_{int} où les gradients de températures sont importants et donc le comportement qualitatif est différent des autres (Q_{ext} et Q_{milieu}); en ce qui concerne le comportement qualitatif de Q_{ext} , il suit le même comportement du Q_{milieu} puisque les gradients de températures diminuent en s'éloignant du filament.

Tableau 5.3: Le temps nécessaire pour atteindre l'état stationnaire (d'équilibre), t_{eq} , pour le flux de chaleur adimensionnel au niveau des cylindres externe et interne et au milieu des deux cylindres. Le paramètre de raréfaction δ varie de 4 à 80 pour $T_A/T_B=9$

δ	Q_{ext}	Q_{milieu}	Q_{int}
4	$t_{\text{eq}}=8.17$	$t_{\text{eq}}=6.74$	$t_{\text{eq}}=4.12$
20	$t_{\text{eq}}=17.5$	$t_{\text{eq}}=13$	$t_{\text{eq}}=7.53$
30	$t_{\text{eq}}=24.9$	$t_{\text{eq}}=25.3$	$t_{\text{eq}}=8.89$
40	$t_{\text{eq}}=29.6$	$t_{\text{eq}}=26.6$	$t_{\text{eq}}=16.5$
50	$t_{\text{eq}}=31.1$	$t_{\text{eq}}=29.5$	$t_{\text{eq}}=21$
80	$t_{\text{eq}}=35.1$	$t_{\text{eq}}=34.1$	$t_{\text{eq}}=23.2$

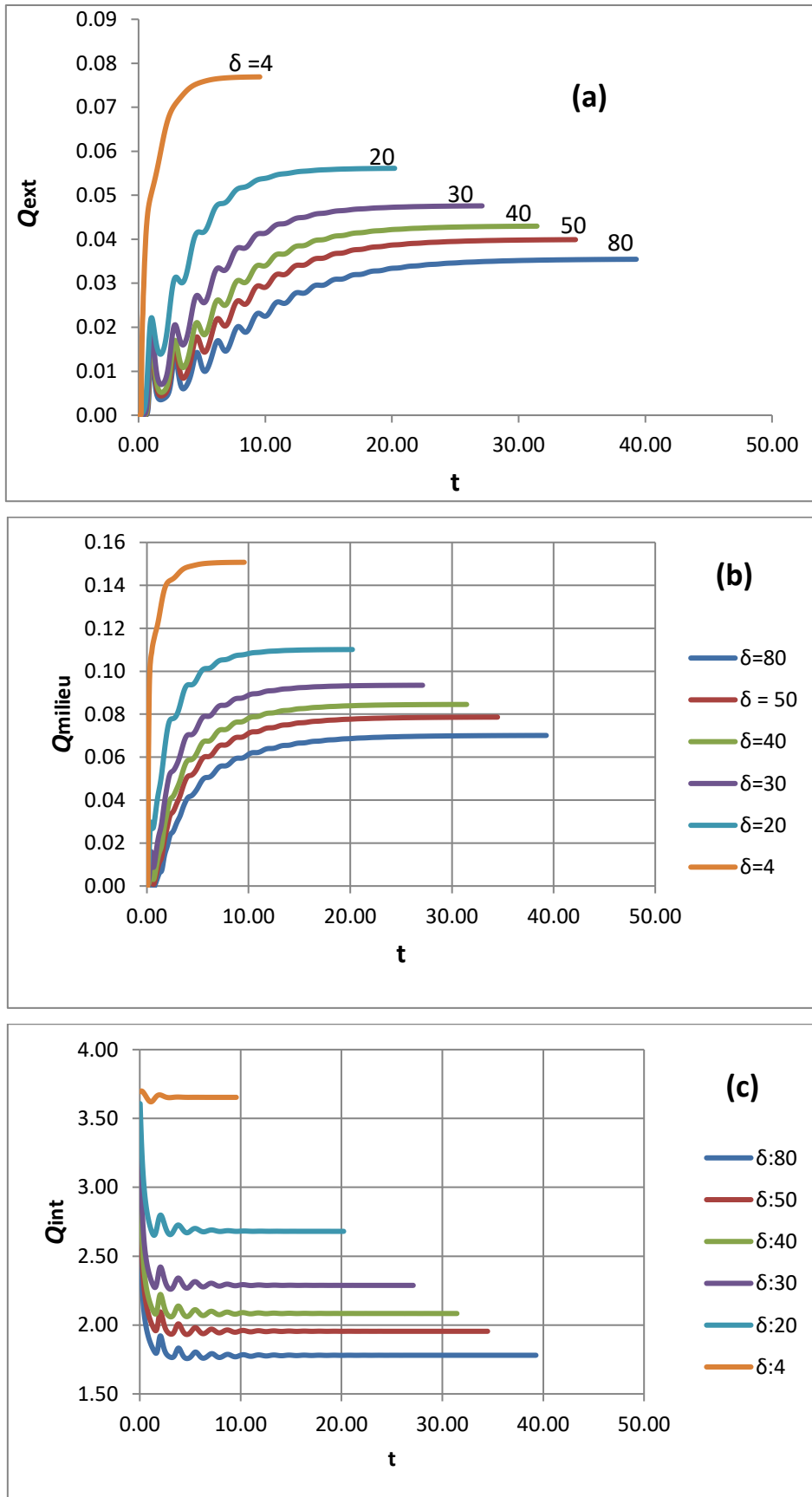


Figure 5.22: Evolution temporelle du flux de chaleur adimensionnel au niveau du cylindre externe (a), au milieu interne des deux cylindres(b) et au niveau du cylindre interne (c) Le paramètre de raréfaction δ varie de 4 à 80 pour $T_A/T_B=9$

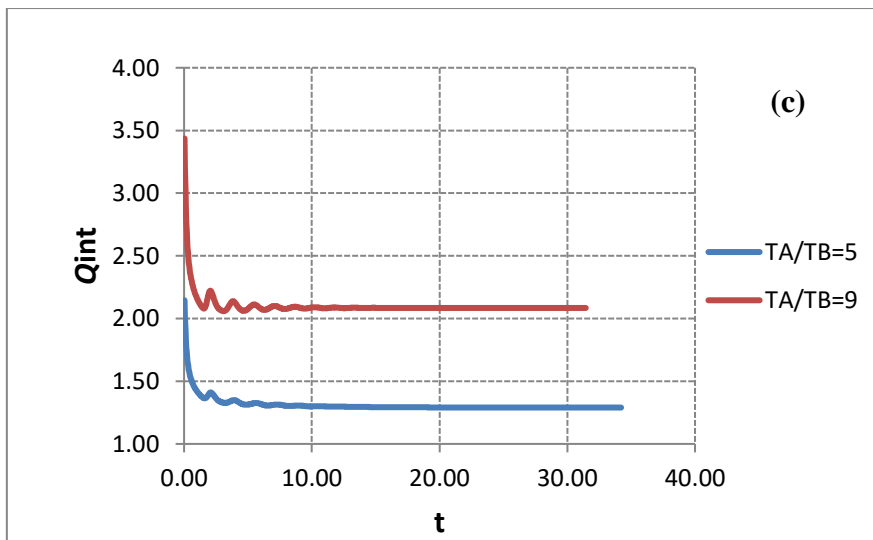
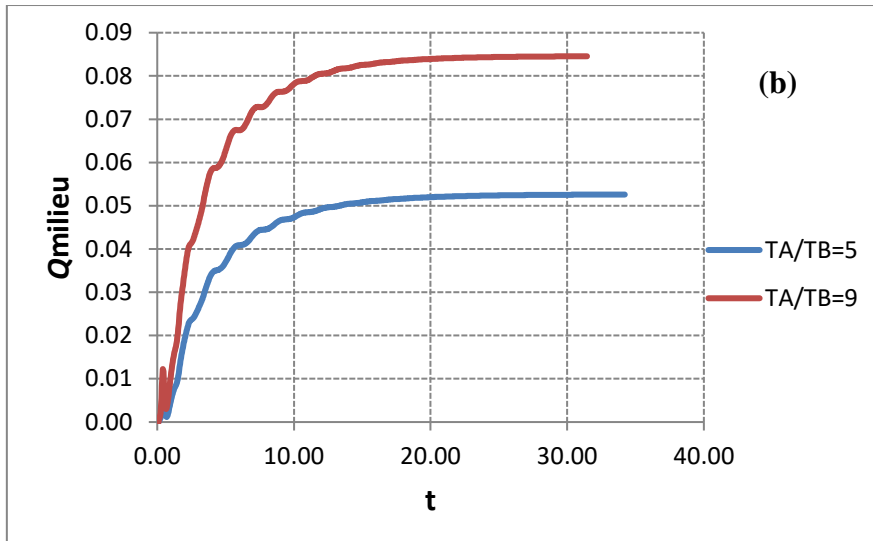
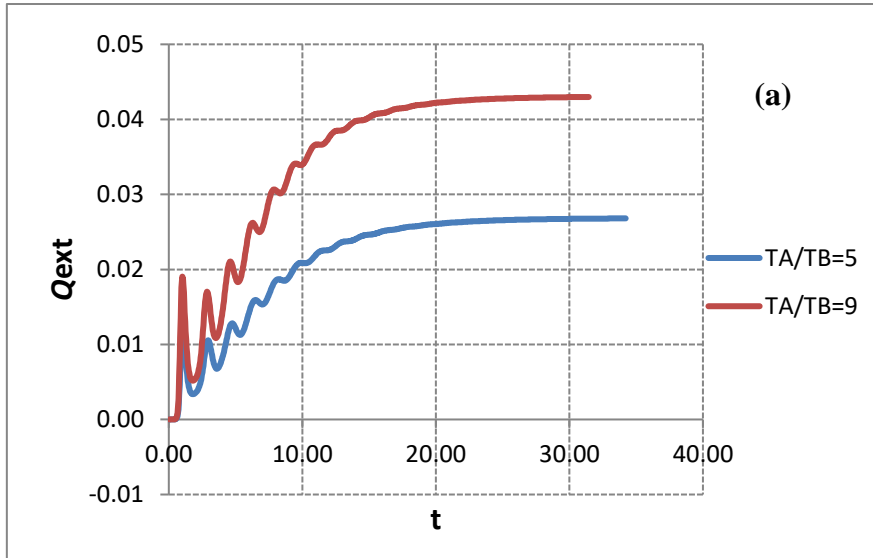


Figure 5.23: Evolution temporelle du flux de chaleur adimensionnel au niveau du cylindre externe (a), au milieu interne des deux cylindres (b) et au niveau du cylindre interne (c), pour un paramètre de raréfaction $\delta = 40$, $T_A/T_B=5$ et $T_A/T_B=9$.

La figure 5.23 montre une comparaison entre l'évolution temporelle du flux de chaleur adimensionnel au niveau du cylindre externe (a), au milieu interne des deux cylindres (b) et au niveau du cylindre interne (c), pour un paramètre de raréfaction $\delta = 40$, $T_A/T_B=5$ et $T_A/T_B=9$. D'après cette figure, on peut remarquer que le comportement qualitatif du flux de chaleur est le même pour les deux rapports de températures ($T_A/T_B=5$ et $T_A/T_B=9$), mais quantitativement un écart significatif du flux pour les deux rapports est observé, ce qui confirme que la raréfaction est favorisée par l'augmentation du rapport de températures entre les deux cylindres coaxiaux.

B) Effet des paramètres gouvernants (paramètre de raréfaction δ et le rapport des températures) sur la solution transitoire

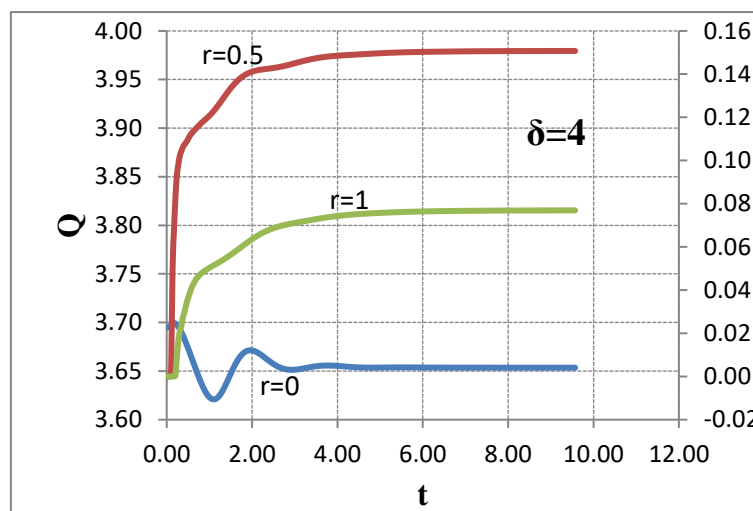
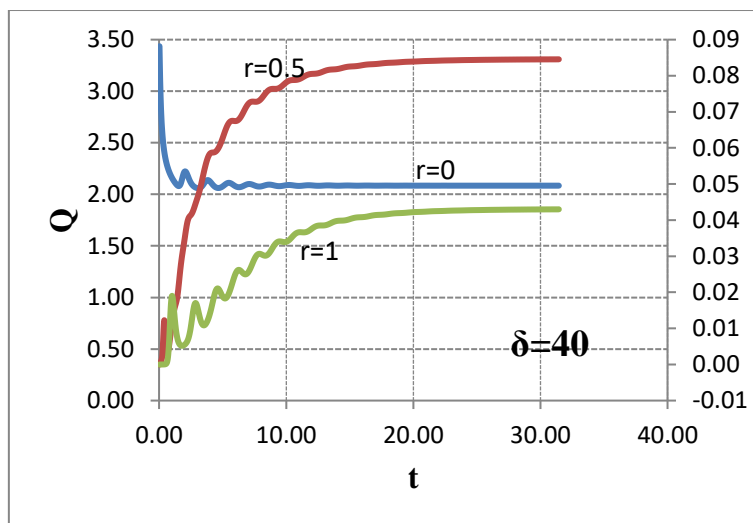
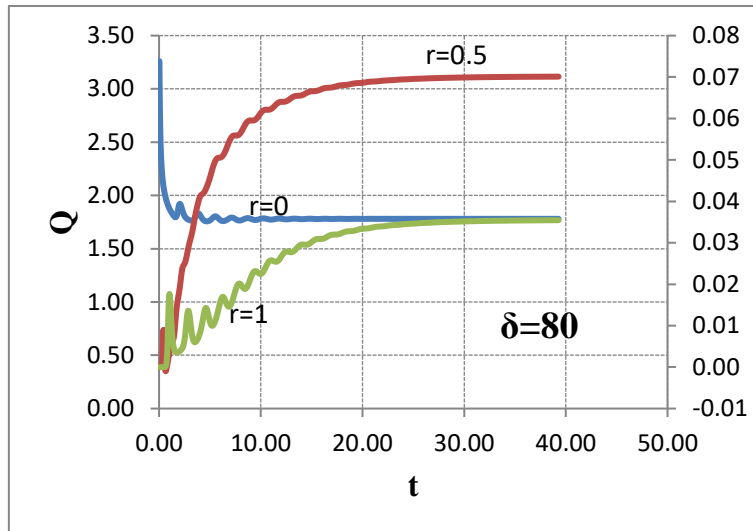


Figure 5.24: L'évolution du flux de chaleur adimensionnel Q en fonction du temps, dans trois différentes positions entre les deux cylindres, à proximité du cylindre intérieur chaud (position $r = 0$), au milieu (position $r = 0,5$) et au voisinage du cylindre extérieur froid (position $r = 1$), pour $T_A / T_B = 9$ et $\delta = 80, 40$ et 4 .

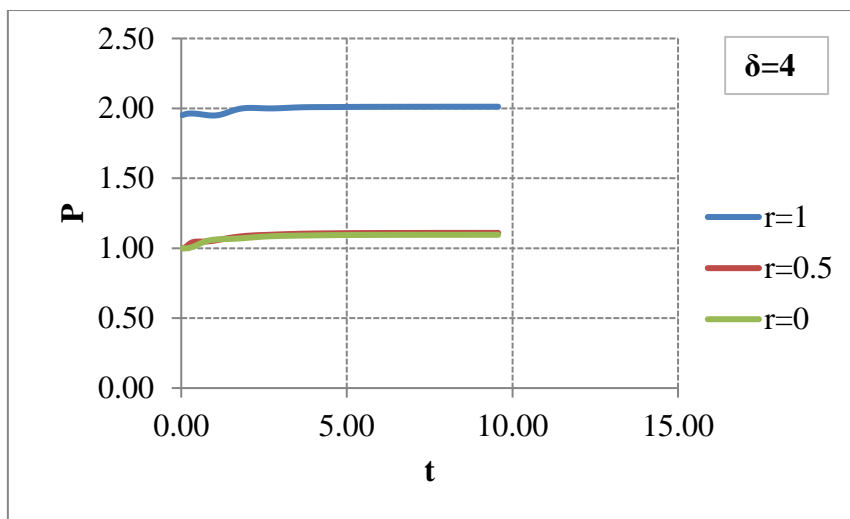
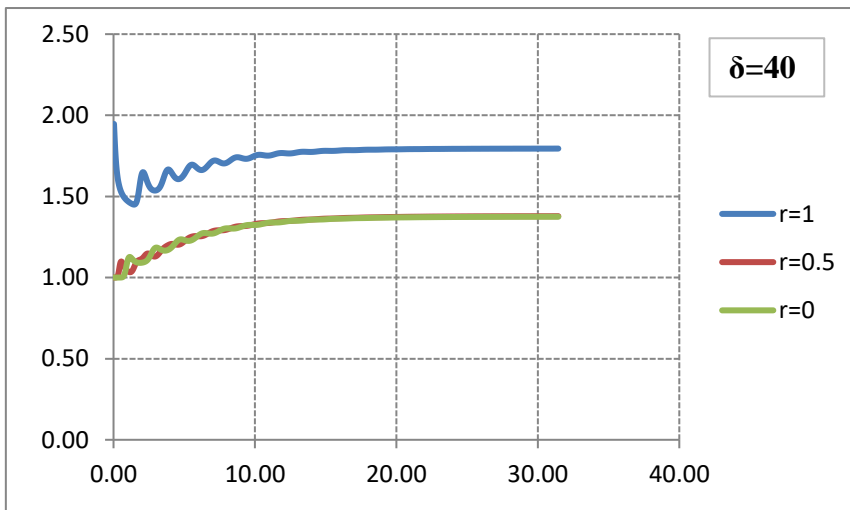
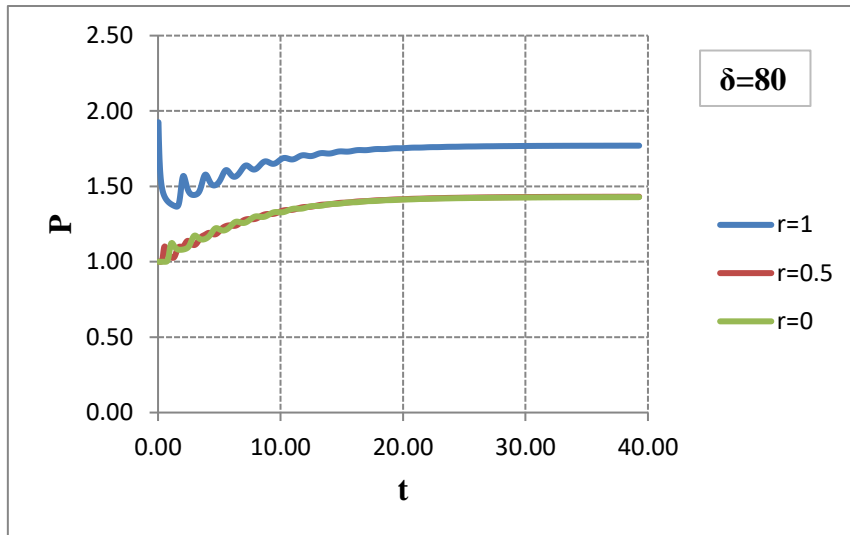


Figure 5.25: L'évolution de la pression adimensionnelle (P) en fonction du temps, dans trois différentes positions entre les deux cylindres, à proximité du cylindre intérieur chaud (position $r = 0$), au milieu (position $r = 0,5$) et au voisinage du cylindre extérieur froid (position $r = 1$), pour $T_A / T_B = 9$ et $\delta = 80, 40$ et 4 .

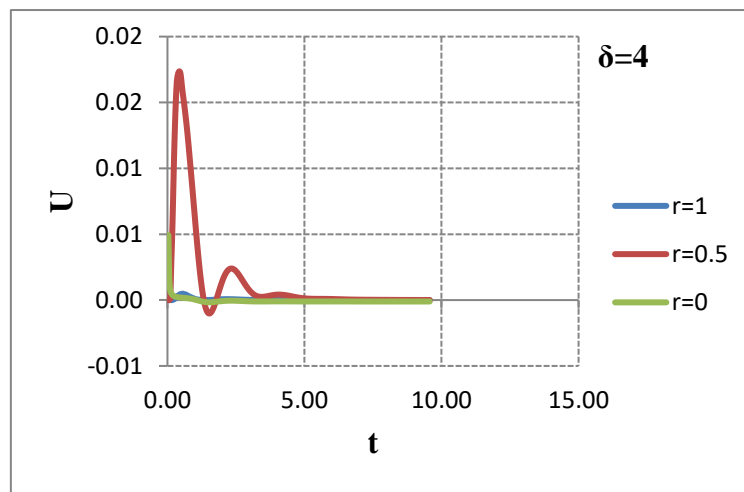
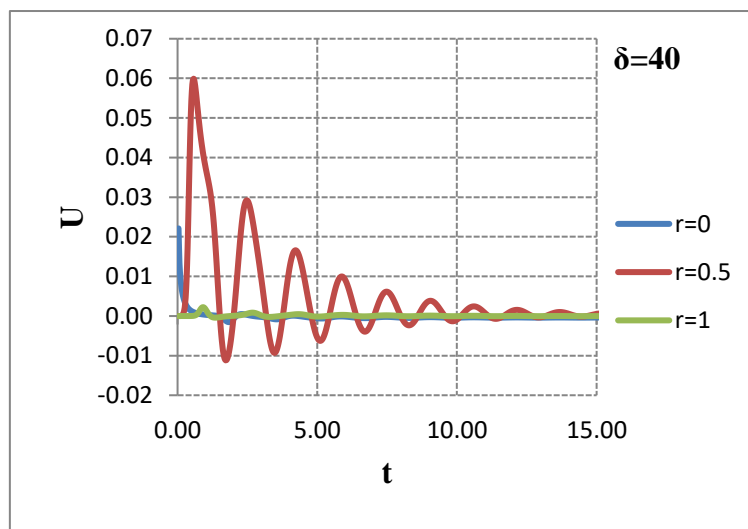
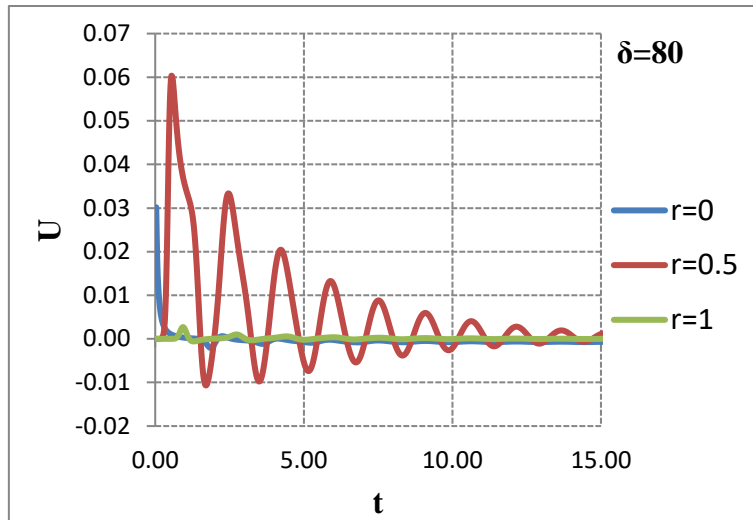


Figure 5.26: L'évolution de la vitesse adimensionnelle (U) en fonction du temps, dans trois différentes positions entre les deux cylindres, à proximité du cylindre intérieur chaud (position $r = 0$), au milieu (position $r = 0,5$) et au voisinage du cylindre extérieur froid (position $r = 1$), pour $T_A / T_B = 9$ et $\delta = 80, 40$ et 4 .

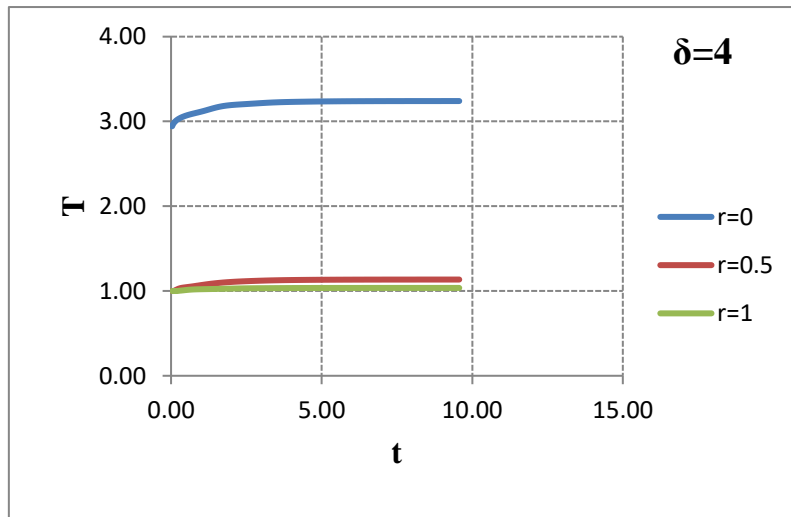
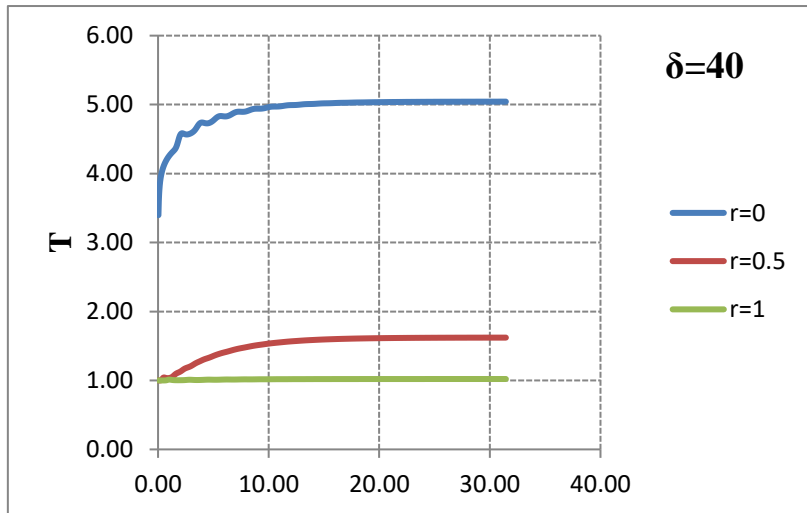
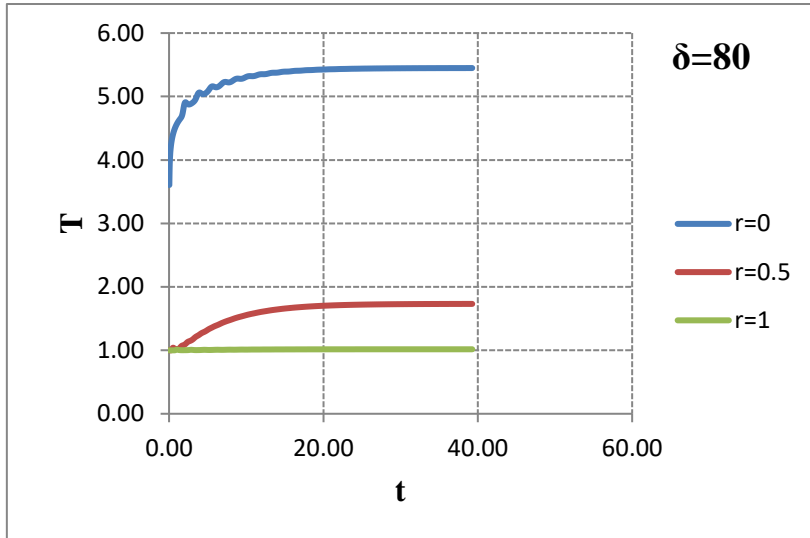


Figure 5.27: Evolution de la température (T) en fonction du temps, dans trois différentes positions entre les deux cylindres, à proximité du cylindre intérieur chaud (position $r = 0$), au milieu (position $r = 0,5$) et au voisinage du cylindre extérieur froid (position $r = 1$), pour $T_A/T_B = 9$ et $\delta = 80, 40$ et 4 .

Pour un même rapport de températures $T_A/T_B = 9$ et $\delta = 4, 40$ et 80 , l'évolution dans le temps des propriétés macroscopiques pendant la période transitoire est représentée sur les figures 5.24, 5.25, 5.26 et 5.27 pour trois différentes positions dans l'espace entre les deux cylindres suivant un déplacement radial, à proximité du cylindre intérieur $r = 0$ (valeurs représentées sur l'axe vertical principale), au milieu des deux cylindres $r = 0,5$ (axe vertical principale) et à proximité du cylindre extérieur $r = 1$ (axe vertical secondaire).

On voit que l'augmentation rapide de la température de la paroi interne crée un mouvement macroscopique de la masse de gaz, comme montré dans les profils de vitesse (Figure 5.26). Les perturbations de vitesse diminuent au bout de quelques oscillations. Le nombre d'oscillations ainsi que l'amplitude diminuent avec la diminution du paramètre de raréfaction.

Les profils de température de la figure 5.27 indiquent que dans les premiers temps le changement affecte uniquement la région proche du cylindre intérieur provoquant localement une augmentation de la température, tandis que le reste du profil de température demeure inchangé. La distribution de la température change de façon monotone jusqu'à ce que l'état stationnaire soit atteint. Cependant, l'évolution du flux thermique est différente (Figure 5.24). Initialement, le flux de chaleur proche du cylindre chaud prend des valeurs plus élevées que celles de l'état stationnaire correspondant (voir tableau 5.2), alors qu'après une certaine distance, le profil de flux thermique transitoire traverse l'état stationnaire en prenant des valeurs inférieures. L'évolution du profil de pression est montrée dans la Figure 5.25. Comme déjà montré dans la figure 5.20, l'état stationnaire est atteint à une pression plus élevée que celle de départ; cet état est atteint proche de la paroi extérieure.

Tableau 5.3: Le temps adimensionnel nécessaire pour atteindre l'état d'équilibre, t_{ss} , pour le flux de chaleur moyen entre les deux cylindres, pour différentes valeurs du paramètre de raréfaction δ .

δ	4	20	30	40	50	80
t_{ss} (de Q pour $T_A/T_B=9$)	6.78	12.7	23.5	27.2	32.8	43
t_{ss} (de Q pour $T_A/T_B=5$)	9.11	15.3	25.9	29.44	35.2	45.9

Le temps nécessaire pour atteindre l'état stationnaire " t_{ss} ", pour le flux de chaleur est présenté dans le tableau 5.3. Ce temps est défini comme le moment, lorsque, la caractéristique d'écoulement (le flux de chaleur) diffère de sa valeur d'état stationnaire ou d'équilibre de

moins de 1%. C.à.d. ce temps a été calculé en considérant que l'état stationnaire a été atteint lorsque la différence relative entre la quantité macroscopique (Q_i) et sa valeur à l'état stationnaire ($Q_{ss,i}$) est inférieure à 1% de la différence entre la valeur d'état stationnaire et la valeur initiale de cette quantité ($Q_{0,i}$), pour chaque point de l'espace intérieur entre le filament et le cylindre extérieur :

$$Err_i = \left| \frac{Q_{ss,i} - Q_i}{Q_{ss,i} - Q_{0,i}} \right| < 0.01 \quad (5.2)$$

En analysant le tableau 5.3, on peut conclure que le t_{ss} commence à augmenter en passant par une valeur minimale pour le paramètre de raréfaction $\delta = 4$ (régime d'écoulement transitionnel). Quand on se rapproche du régime hydrodynamique, cette fois-ci le t_{ss} est supérieure d'environ 6 fois sa valeur au régime de transition. Ce temps est proportionnel au temps t_0 caractéristique (acoustique) du problème présenté par l'équation (4.34) du chapitre IV. Lorsque le temps nécessaire pour atteindre l'état stationnaire t_{ss} est égal, par exemple, à 6,78, cela signifie que le flux de chaleur a besoin de 6,78 fois de temps caractéristique pour atteindre sa valeur d'état stationnaire.

Les informations sur le temps total adimensionnel requis par les calculs numériques afin de satisfaire le critère de convergence, équation (4.68), ainsi que le nombre total des étapes de calcul, sont donnés dans le tableau 5.4. On remarque que le minimum de ce temps est atteint pour $\delta = 4$.

Il est à noter, que le temps nécessaire pour atteindre l'état stationnaire t_{ss} est obtenu à partir des simulations numériques dans la forme adimensionnelle. Par conséquent, afin d'obtenir le temps réel en secondes, ce temps est multiplié par le temps caractéristique t_0 [équation (4.34)] : $t'_{ss} = t_{ss}t_0$, qui est inversement proportionnel à la vitesse moléculaire la plus probable (dans notre cas le temps de référence $t_0 = 0.03671$, calculé en appliquant la formule citée ci-dessus).

Tableau 5.4: *Le temps adimensionnel nécessaire pour atteindre le critère de convergence (4.68) et le nombre correspondant d'étapes de temps de calcul.*

δ	4	20	30	40	50	80
Temps nécessaire pour atteindre le critère de convergence	9.57	20.21	27.11	31.44	34.48	52.37
Nombre d'étapes de temps ($\times 10^3$)	8156	19595	21560	26992	36349	53777

Les simulations sont également effectuées pour le rapport des températures des deux cylindres $T_A/T_B = 5$, les comportements qualitatifs similaires de l'évolution des paramètres macroscopiques (Q , P , et U) sont observés (figure 5.28). Cependant, les valeurs des paramètres macroscopiques augmentent avec l'augmentation du rapport des températures. Le temps pour atteindre l'état stationnaire maintient la même tendance avec la variation de δ , comme pour le cas du rapport des températures $T_A/T_B = 9$, mais pour le cas de $T_A/T_B = 5$, le t_{ss} augmente (par rapport au rapport des températures $T_A/T_B=9$) d'environ plus ou moins 4% pour δ allant de 30 à 80, ce pourcentage augmente brusquement pour $\delta=20$, il dépasse 9% ; pour le régime d'écoulement de transition il dépasse 14%, (tableau 5.3 et figure 5.29).

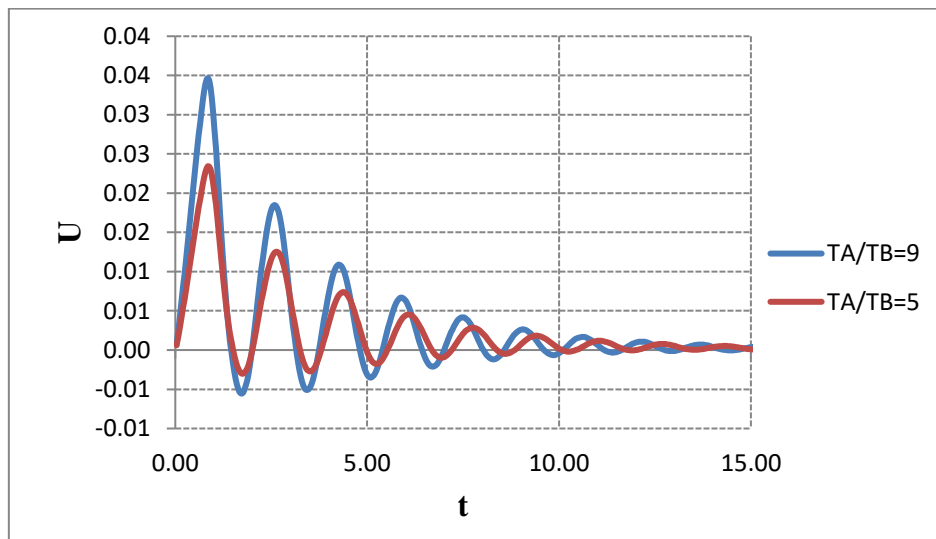
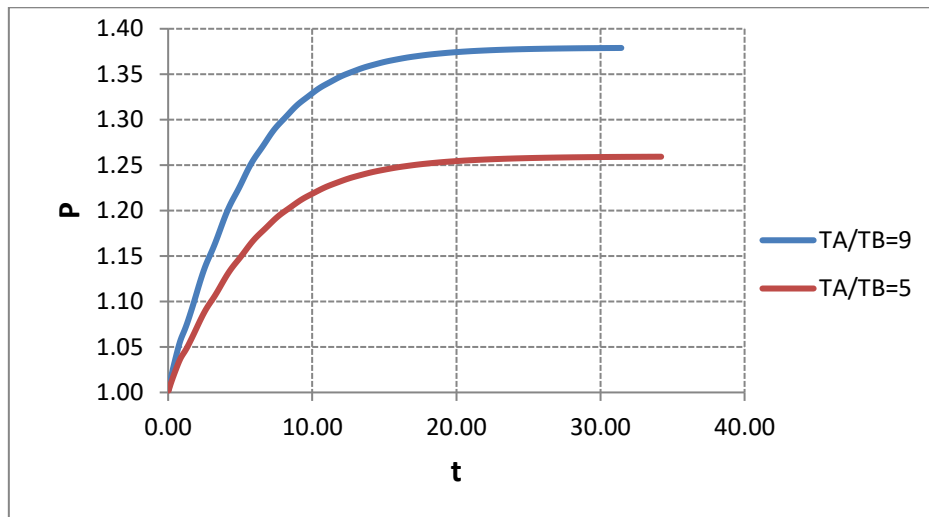
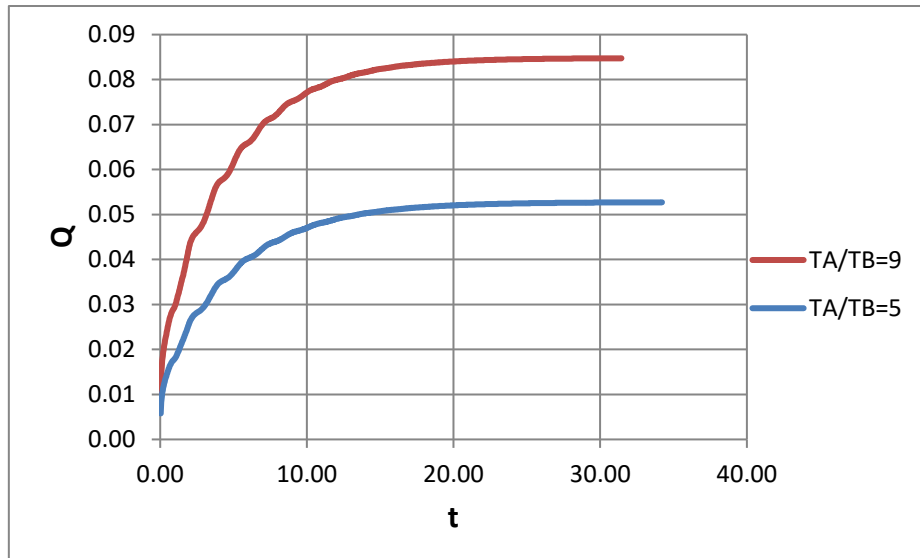


Figure 5.28: Evolution des paramètres adimensionnels: le flux de chaleur Q , la pression P , et la vitesse U entre les deux cylindres pour le régime de glissement ($\delta = 40$), avec $T_A/T_B = 9$ et $T_A/T_B = 5$.

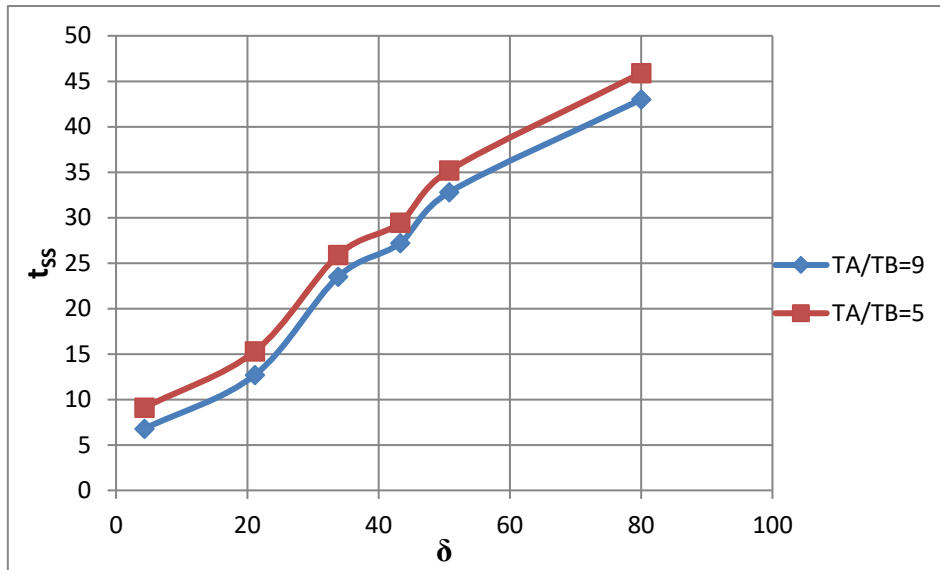


Figure 5.29: Influence des rapports de températures ($T_A / T_B = 9$ et 5) sur le temps nécessaire adimensionnel t_{ss} pour atteindre l'état stationnaire, en terme de δ .

D) Comparaison des résultats obtenus par l'équation d'énergie avec la solution de l'équation S-modèle cinétique

Dans le régime d'écoulement de glissement, l'équation d'énergie instationnaire (équation (4.44), chapitre IV) soumise aux conditions des limites du saut de température, équation (4.43), est résolue. Les coefficients du saut de température ξ_A et ξ_B sur les surfaces ou les parois des cylindres internes et externe, sont égaux à 1,95 [5.7], [5.8]. Comme il a été souligné dans la section 4.2.2.1.A dans le chapitre IV, afin d'obtenir le profil de température de l'équation (4.44), la pression entre les deux cylindres est supposée être constante. Les résultats de l'évolution du flux thermique dans le temps $Q(t)$, sont représentés graphiquement sur la figure 5.30 ainsi que les résultats correspondants obtenus à partir de la solution de l'équation S-modèle cinétique pour trois valeurs du paramètre de raréfaction $\delta = 20, 40$ et 80 . Comme on peut le voir sur la figure 5.30, le comportement qualitatif de l'évolution du flux de chaleur, donné par les deux approches, est très similaire: les flux de chaleur augmentent de façon monotone pour atteindre l'état stationnaire. Toutefois, les valeurs du flux de chaleur sont différentes. D'après la même figure, on peut observer, que le temps pour atteindre l'état stationnaire " t_{ss} ", obtenu par les deux approches, est pratiquement le même. Par conséquent, cette approche de continuité peut être utilisée pour l'estimation du temps " t_{ss} " dans le régime d'écoulement de glissement (figures 5.30 et 5.31). La figure 5.31 montre que l'écart entre les deux approches : continue (équation d'énergie) et l'approche cinétique (équation cinétique de Shakov) diminue avec la diminution du rapport des températures (T_A/T_B).

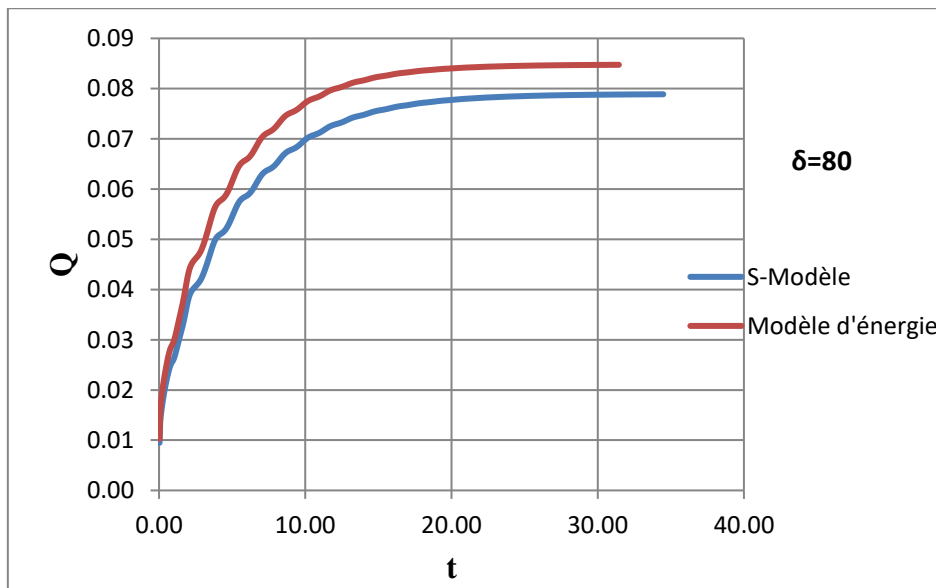
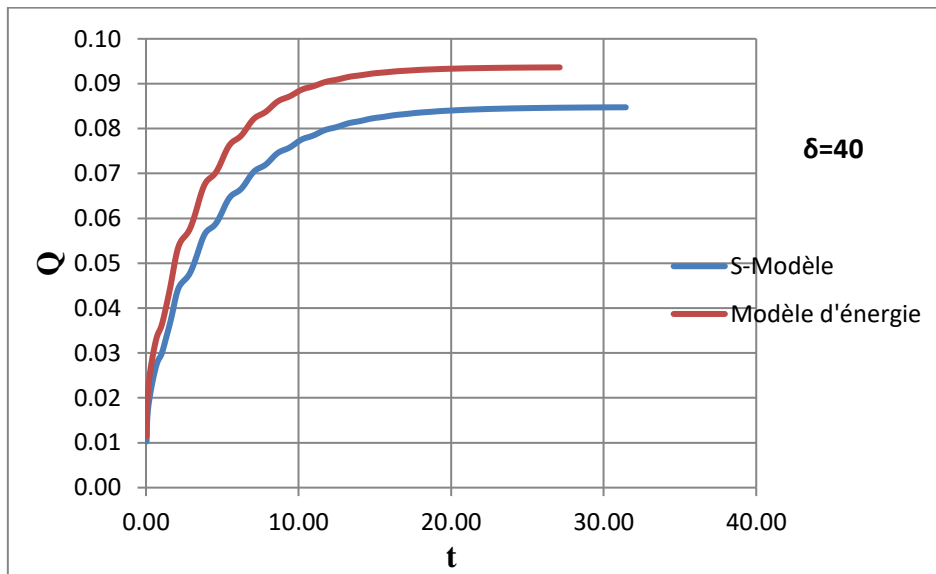
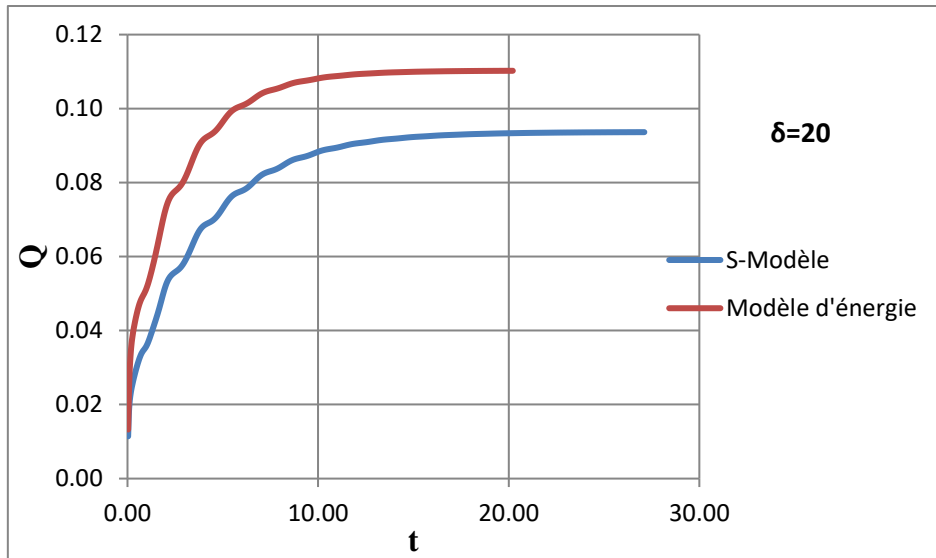


Figure 5.30: Flux de chaleur adimensionnel, au régime d'écoulement de glissement, en fonction du temps pour $\delta = 20, 40, 80$ et $T_A / T_B = 9$.

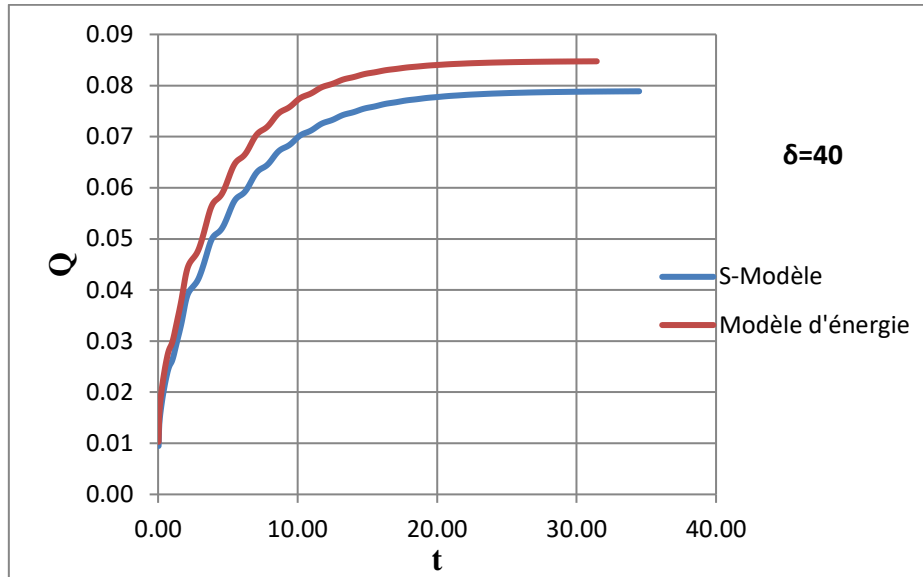


Figure 5.31: Flux de chaleur adimensionnel, au régime d'écoulement de glissement, en fonction du temps pour $\delta = 40$ et $T_A / T_B = 5$.

La figure 5.32 montre la comparaison entre les profils de température, en régime de glissement ($\delta=40$) et pour un rapport de température entre les cylindres (T_A/T_B) égale à 5, calculés par le code cinétique de Shakhov et le code de conservation d'énergie basé sur l'équation d'énergie (4.44) et la solution analytique (équation 4.46) soumises à des conditions aux limites du saut de température. Les profils des températures montrent un comportement similaire pour les trois codes, et il est clair que les trois résultats sont en bon accord, surtout la solution de conservation d'énergie. Donc cette approche continue soumise à des conditions aux limites (4.43) est applicable pour le régime de glissement, pour des rapports de températures faibles et modérés (≤ 5).

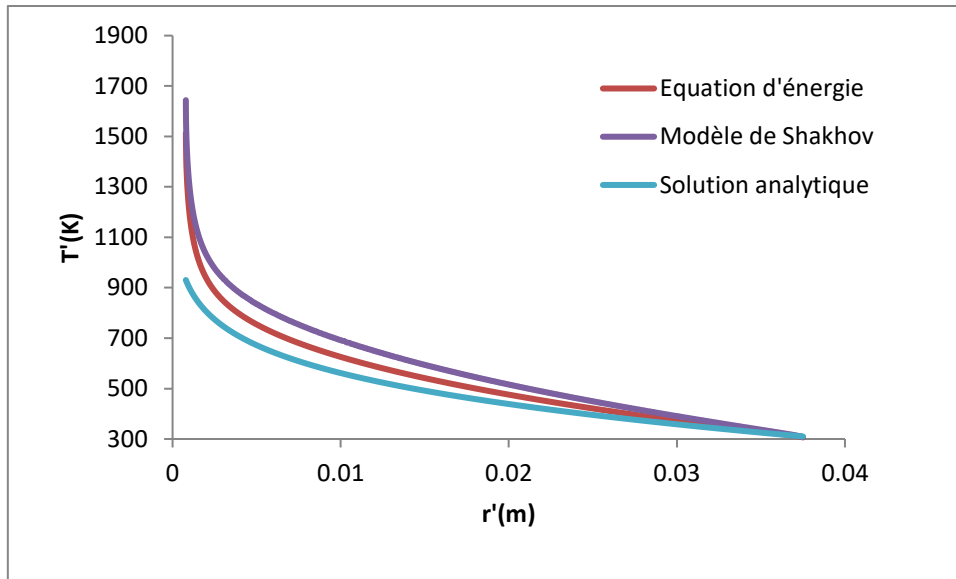


Figure 5.32: Distributions de température en fonction du déplacement radial, pour $\delta = 40$ et $T_A/T_B = 5$.

5.3. Influence de l'interaction gaz-surface

L'influence de l'interaction gaz-surface sur les quantités macroscopiques d'un gaz entre deux surfaces cylindriques est étudiée en faisant varier le coefficient d'accommodation sur le cylindre interne pour des valeurs de $\alpha_A = 0.001, 0.01$ et 1 où la réflexion de Maxwell diffuse-spéculaire est supposée. Une accommodation complète est supposée sur la surface du cylindre extérieur ($\alpha_B = 1$). Dans la figure 5.33, le flux de chaleur adimensionnel (Q_{int}) à la surface du cylindre interne, en fonction du temps, a été calculé par le modèle cinétique de Shakhov. L'accommodation de la surface du cylindre externe est supposée complète et la réflexion de Maxwell diffuse-spéculaire (équation 4.63) est supposée sur la surface du cylindre interne avec les coefficients d'accommodation égal à $0.001, 0.01$ et 1 pour le régime d'écoulement hydrodynamique (Figure 5.33 (a)) et 0.01 et 1 pour le régime d'écoulement de glissement (Figure 5.33 (b)) avec $T_A/T_B = 9$. On voit clairement dans la figure que le changement du coefficient d'accommodation a une influence importante sur le paramètre du flux de chaleur à l'interface filament-gaz.

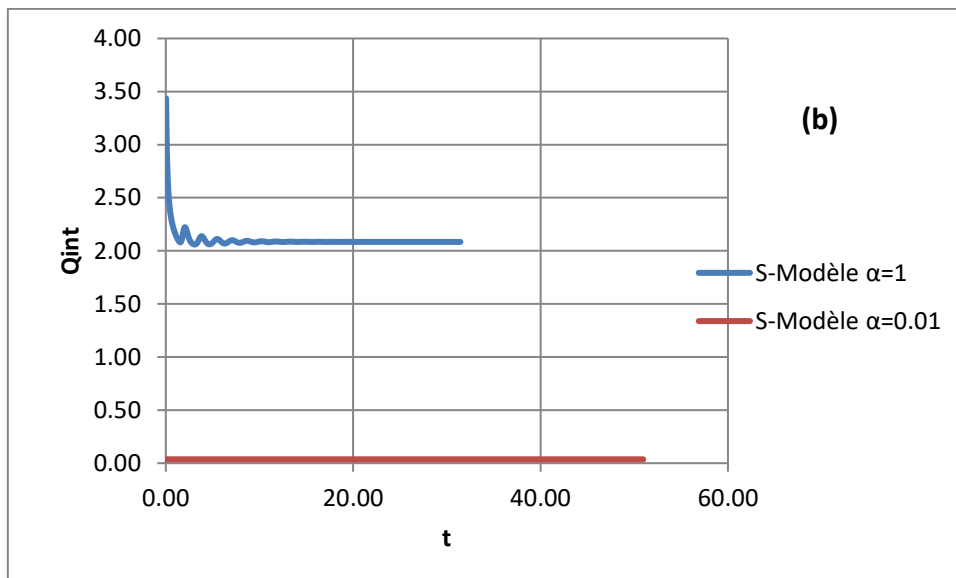
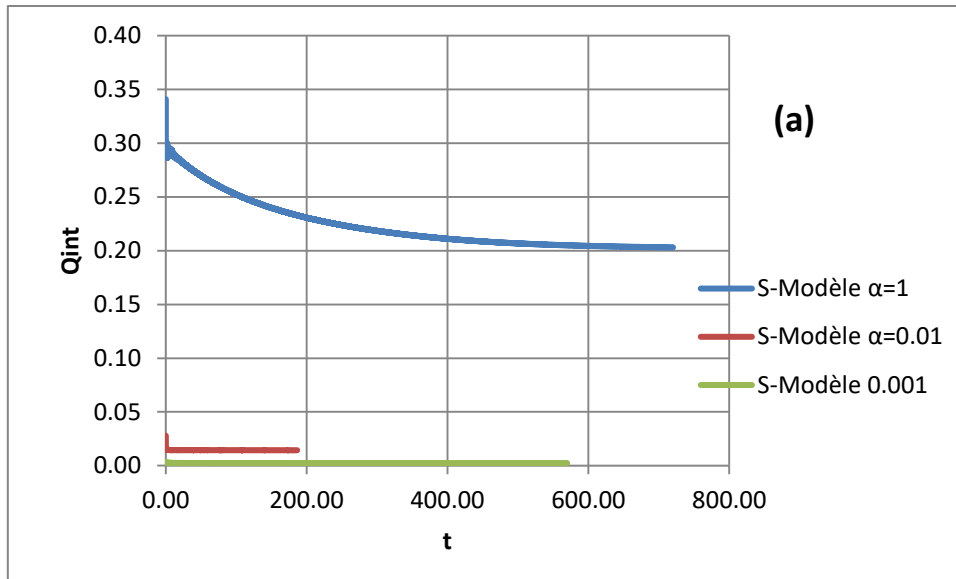


Figure 5.33 : Flux de chaleur adimensionnel à la surface du cylindre interne, en fonction du temps, calculé par le Modèle cinétique de Shakhov pour $\alpha_A=0.001, 0,01$ et 1 et pour un régime d'écoulement Hydrodynamique **(a)** et de glissement **(b)** avec $T_A/T_B=9$.

La distribution de température à la surface du cylindre intérieur en fonction du déplacement radial (r') est tracée pour trois valeurs du coefficient d'accommodation à la surface du cylindre interne ($\alpha_A= 0,001, 0,01$ et 1), (équation (4.63) du chapitre IV), l'accommodation est supposée complète au cylindre extérieur ($\alpha_B = 1$). La solution numérique du modèle cinétique de Shakhov avec les différentes valeurs de coefficients d'accommodation cités ci-dessus est montrée dans la Figure 5.34.

La solution numérique du modèle cinétique de Shakhov est comparée avec la solution numérique obtenue par le code Fluent (Figure 5.35).

Il ressort des figures 5.33, 5.34 et 5.35 que le coefficient d'accommodation a une influence significative sur les paramètres macroscopiques.

Comme il est montré dans la figure 5.35 pour l'accommodation complète des molécules, sur les surfaces des cylindres internes et externes, le calcul effectué par le modèle cinétique a un profil qualitatif similaire à la solution obtenue par le code Fluent en utilisant la méthode LPBS pour les conditions aux limites du saut de température (modèle de Maxwell).

Il est également conclu, que dans notre cas, une accommodation incomplète à la surface du cylindre interne altère complètement les paramètres macroscopiques pour le régime hydrodynamique ou raréfié (Figures 5.34 et 5.35). Cette étude de l'influence de l'interaction gaz-surface justifie notre choix d'une accommodation complète aux deux cylindres interne et externe dans notre thèse.

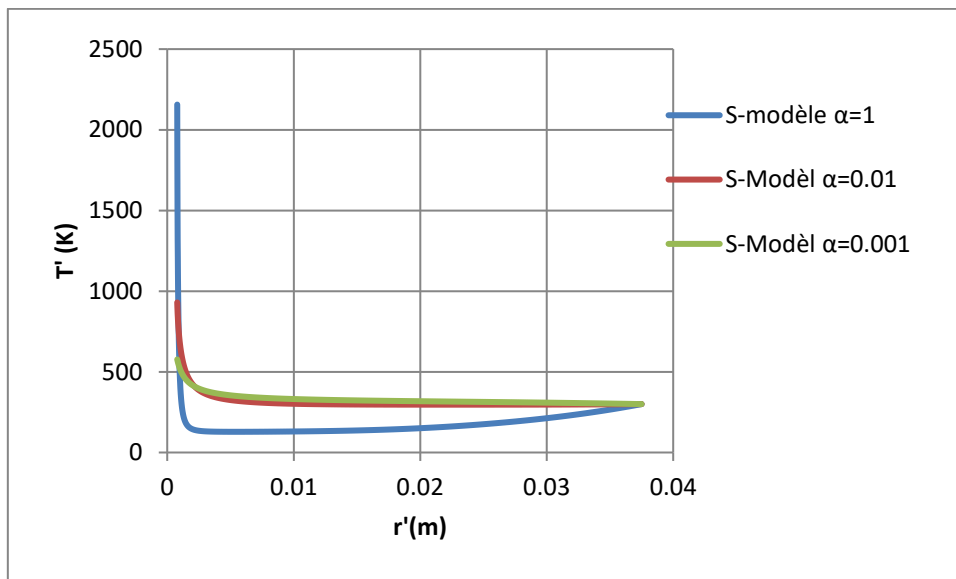


Figure 5.34 : Profils de température en fonction du déplacement radial, calculés par le Modèle cinétique de Shakhov; $\alpha_A = 0.001, 0.01$ et 1 et $\alpha_B = 1$. Pour un régime d'écoulement hydrodynamique avec $T_A/T_B = 9$.

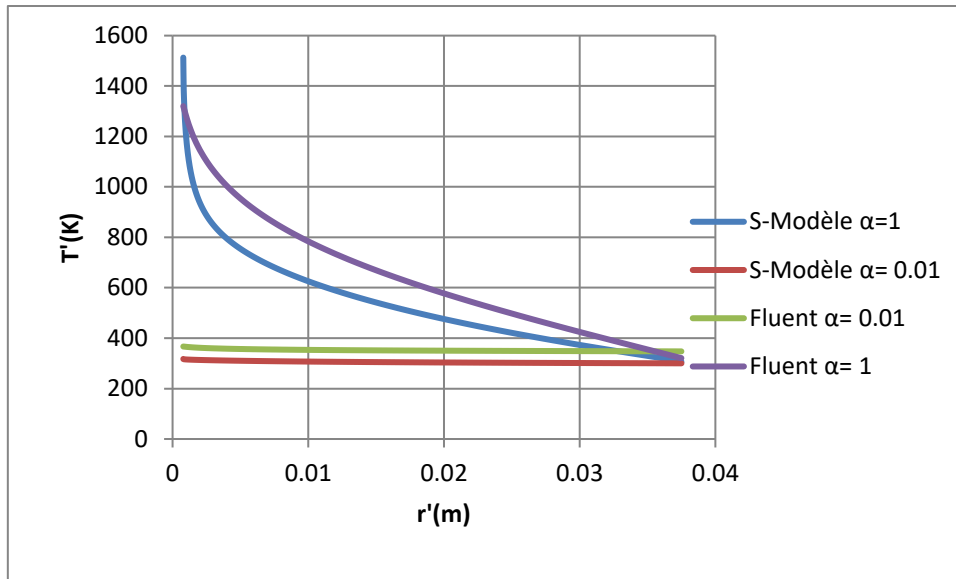


Figure 5.35 : Profils de température en fonction du déplacement radial, calculés par le Modèle cinétique de Shakhov et Fluent; $\alpha_A = 0.01, 1$ et $\alpha_B = 1$. Pour un régime d'écoulement de glissement avec $T_A/T_B = 9$

Conclusion

Dans ce travail nous avons considéré la simulation numérique du transfert thermique à travers un gaz raréfié simple confiné entre un filament de tungstène chauffé, disposé le long de l'axe cylindrique d'une enveloppe en Pyrex, le filament et l'enveloppe sont simulés, respectivement, par deux cylindres interne et externe.

L'intervalle de la température du gaz s'étend de 300K à l'enveloppe de l'enceinte jusqu'au 2700 et 3000K au filament de tungstène. En raison de la grande différence de température entre les deux cylindres, il ya un flux thermique radial à travers le gaz confiné à partir du cylindre chaud vers le cylindre froid.

Le calcul numérique des grandeurs macroscopiques entre les deux cylindres, en termes des rapports de températures et du paramètre de raréfaction δ , a été réalisé par différents modèles dans les régimes d'écoulement hydrodynamique, de glissement et de transition. L'interaction gaz-interface a été également étudiée.

Notre problème a été résolu, à l'état stationnaire et instationnaire, deux approches (continue et cinétique) ainsi que plusieurs modèles théoriques ont été utilisés pour chaque état.

La modélisation de notre problème à l'état stationnaire, a été effectuée en se basant sur deux approches, une approche continue basée sur l'utilisation des équations de Navier-Stokes et Fourier ; et une solution analytique du problème soumise à des conditions aux limites ; et une approche cinétique basée sur l'utilisation de la forme non linéaire du modèle cinétique de Shakhov soumis à des conditions aux limites de Maxwell.

Initialement, l'influence du type de maillage sur la solution a été examinée en comparant les distributions de température calculées à l'aide des équations de Navier-Stokes et de Fourier et de la solution analytique. On a constaté que le maillage structuré avec un raffinement progressif est le plus précis.

L'effet de la variation de la pression du gaz à l'intérieur de l'enceinte a été étudié pour plusieurs valeurs de pression. On abaissant la pression au-dessous de l'atmosphère (10^5 Pa), le mode de transfert change de la convection à la conduction. L'écoulement de gaz devient raréfié à partir des pressions inférieures à 20 Pa. Donc la pression est un paramètre macroscopique très important pour ajuster ou imposer le régime d'écoulement gazeux ou le

mode de transfert thermique dans les écoulement à l'intérieur des enceintes ou conduites fermées.

Les profils de température, de densité et de vitesse en fonction du déplacement radial Dans l'espace annulaire entre les deux cylindres, pour deux températures du filament (3000K et 1500K) ont été présentés pour un nombre de Knudsen égal à 0,02 et donc pour un régime d'écoulement de glissement en utilisant la méthode « *Low Pressure Boundary Slip* » (LPBS) implémentée dans le code de simulation Fluent.

Une comparaison qualitative et quantitative entre les différentes distributions des différentes quantités macroscopiques pour les deux températures citées ci-dessus ; il a été constaté que le comportement qualitatif est identique. Il a été aussi observé que le saut de température augmente considérablement avec la température du filament, ceci est dû au chauffage des molécules gazeuses à l'interface solide-gaz qui perturbe l'équilibre initial des énergies internes des molécules puis la relaxation du système conduit vers un nouvel état d'équilibre. Cette perturbation est d'autant plus forte que la température du filament est grande et les variations des gradients sont importantes.

Le problème non linéaire de conduction de la chaleur entre un filament en tungstène chauffé, et simulé par un cylindre, dans une enceinte cylindrique contient un gaz raréfié (N_2) à l'intérieur est résolu, pour une large gamme de raréfaction du gaz, en utilisant le modèle cinétique non-linéaire de Shakhov (S-modèle) soumis à des conditions aux limites de Maxwell. Le modèle cinétique de Shakhov stationnaire est résolu numériquement par la Méthode Discrète de Vitesse (MDV); le schéma de TVD-like (total variation diminishing) du second ordre a été utilisé. Les simulations ont été réalisées pour différents régimes d'écoulement ; de l'hydrodynamique jusqu'au régime de transition. Les comportements du flux de chaleur, de température, de densité et de pression en termes du paramètre de raréfaction et des rapports de températures entre les deux cylindres ont été étudiés.

Il a été démontré que les flux de chaleur interne et externe sont fortement influencés par la raréfaction. Le comportement qualitatif pour chaque quantité macroscopique (flux de chaleur radial, la température, la densité ou la pression) est similaire pour les différents paramètres de raréfaction, mais l'effet non linéaire apparaît avec l'augmentation du rapport des températures.

Une comparaison des profils de températures dans l'état stationnaire en termes du déplacement radial (rayon) obtenus par le modèle cinétique de Shakhov, le code de CFD Fluent (équation de Navier-Stokes-Fourier) avec la méthode LPBS et par le modèle analytique soumis aux conditions limites du saut de température, est effectuée. Le

comportement qualitatif de la distribution de température, donnée par les trois équations, est très similaire. Cependant, la méthode LPBS se révèle être plus précise que la solution analytique au voisinage du filament (la couche de Knudsen).

Ainsi, les calculs des Navier-Stokes-Fourier avec la méthode LPBS proposée par Fluent pour prédire le glissement à proximité d'une interface cylindrique pour des différences de température modérées ($T_A / T_B = 5$) donne des résultats précis.

La modélisation de notre problème en état instationnaire, a été effectuée pour deux approches, une approche continue basée sur un modèle de l'équation de conservation d'énergie soumise à des conditions aux limites du saut de température. Et une approche cinétique basée sur l'utilisation de la forme non linéaire du modèle cinétique de Shakhov.

L'évolution transitoire du transfert de chaleur à travers un gaz raréfié confiné entre deux cylindres coaxiaux pour une large gamme du degré de raréfaction du gaz et pour une grande et moyenne différence de température entre les cylindres a été étudiée. Le modèle cinétique (S-modèle) instationnaire est résolu numériquement pour simuler l'évolution temporelle des paramètres de gaz. Le temps nécessaire pour atteindre les conditions de régime permanent pour les différents paramètres du gaz est évalué pour différents niveaux de raréfaction. Dans le régime d'écoulement de glissement le flux de chaleur est calculé à partir du bilan énergétique (équation de la conservation d'énergie) et il est comparé au flux obtenu à partir de l'équation modèle cinétique. Les simulations ont été effectuées à partir de l'écoulement de transition jusqu'au régime hydrodynamique pour un seul rapport de rayons des deux cylindres, deux ratios de températures des surfaces et différentes valeurs du paramètre de raréfaction.

Il a été constaté que, pour le plus grand rapport de températures $T_A / T_B = 9$, le temps nécessaire pour atteindre la valeur de l'état stationnaire, pour le flux de chaleur, varie d'environ 12,7 à 43 du temps caractéristiques du régime d'écoulement de transition au régime d'écoulement hydrodynamique. Un minimum a été observé au début du régime transitionnel d'écoulement. Lorsque le rapport des températures diminue à $T_A / T_B = 5$, le temps de l'état stationnaire (t_{ss}) augmente jusqu'à environ 4% pour le régime de glissement, et jusqu'à 14% pour le régime d'écoulement de transition (environ 9% à la limite du régime de transition). Dans le régime d'écoulement de glissement, le temps t_{ss} peut également être trouvé à partir de la solution de l'équation de conservation de l'énergie soumise aux conditions aux limites du saut de température.

En comparant les deux approches, il a été constaté que l'écart entre ces deux approches, diminue avec l'abaissement de la valeur du rapport des températures des surfaces des deux cylindres.

Dans le régime d'écoulement de glissement le temps pour atteindre l'état d'équilibre peut également être trouvé à partir de la solution de l'équation de l'énergie complétée par les conditions aux limites du saut de température.

L'influence de l'interaction gaz-surface sur les quantités macroscopiques d'un gaz entre deux surfaces cylindriques a été étudiée en faisant varier le coefficient d'accommodation sur le cylindre interne. Il a été conclu qu'une accommodation incomplète à la surface du cylindre interne altère complètement les paramètres macroscopiques et que cette influence significative sur les paramètres macroscopiques augmente avec la raréfaction.

D'après notre travail, on peut conclure que l'étude d'un gaz simple confiné entre deux cylindres en états stationnaire et instationnaire, pour un régime de glissement et pour un rapport de température ≤ 5 est préférable par une approche continue c.à.d les équations de Naviers stokes et Fourier associées à des conditions aux limites de Maxwell, où la méthode LPBS proposée par le code Fluent a fait preuve, et ce pour diminuer le coût et le temps de calcul. En ce qui concerne le régime de transition l'approche cinétique basée sur le modèle non linéaire de Shakhov est recommandée et ce pour des températures modérées ou élevées.

Pour le régime hydrodynamique, l'approche continue en se basant sur les équations de Navier stokes est meilleur quelque soit le rapport de température entre les cylindres.

Références Bibliographiques

Introduction générale

- [1] S. E. K. Dadzie, "Conditions aux limites dans un gaz raréfié: loi de réflexion à la paroi, saut de température, glissement de vitesse, couche de Knudsen", Thèse de Doctorat. Université de Provence (AIX-MARSEILLE I), Marseille, 2005.
- [2] Fluent. Inc., Fluent documentation, www.fluent.com. 2006.
- [3] P.J. Sun, J.Y. Wu, P. Zhang, L. Xu, M.L. Jiang, "Experimental study of the influences of degraded vacuum on multilayer insulation blankets", *Cryogenics* 49, 2009.
- [4] S.Pantazis and D. Valougeorgis, "Heat transfer through rarefied gases between coaxial cylindrical surfaces with arbitrary temperature difference", *Eur. J. Mech. B/Fluid* 29, 494, 2010.
- [5] R. Devonshire, D.Hong, "Translational and vibrational contributions to the thermal conductivity of molecular gases", *Chem. Phys. Letters*, 243, 1995.
- [6] H. Chalabi *et al*, "Experimental analysis of heat transfer between a heated wire and a rarefied gas in an annular gap with high diameter ratio", *J. Phys: Conf. Ser.* 362 012028, 2012.
- [7] D. R. Willis, "Heat Transfer and Shear between Coaxial Cylinders for Large Knudsen Numbers", *Phys. Fluids*, vol. 8, 1965.
- [8] C.-L. Su, "Heat Conduction in a Rarefied Gas between Concentric Cylinders", *Phys. Fluids*, vol. 11, 1968.
- [9] D. G. M. Anderson, "On the steady Krook kinetic equation: Part 2", *Journal of Plasma Physics*, vol. 1, 1966.
- [10] F. M. Sharipov and G. M. Kremer, "On the frame dependence of constitutive equations. I. Heat transfer through a rarefied gas between two rotating cylinders", *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, vol. 7, 1995.
- [11] F. M. Sharipov and G. M. Kremer, "Heat conduction through a rarefied gas between two rotating cylinders at small temperature difference", *ZAMP Zeitschrift fur angewandte Mathematik und Physik*, vol. 46, 1995.
- [12] F. Sharipov and G. Bertoldo, "Heat transfer through a rarefied gas confined between two coaxial cylinders with high radius ratio", *Journal of Vacuum Science Technology A: Vacuum, Surfaces, and Films*, vol. 24, 2006.
- [13] W. Jitschin and S. Ludwig, "Dynamical behaviour of the Pirani sensor", *Vacuum*, vol.75, 2004.

- [14] D. C. Wadsworth, D. A. Erwin, and E. P. Muntz, "Transient motion of a confined rarefied gas due to wall heating or cooling", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 248, 1993.
- [15] A. Alexeenko, D. Fedosov, S. Gimelshein, D. Levin, and R. Collins, "Transient Heat Transfer and Gas Flow in a MEMS-Based Thruster", *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 15, 2006.
- [16] F. Sharipov, "Transient flow of rarefied gas through a short tube", *Vacuum*, vol. 90, 2013.
- [17] I. Graur, M. T. Ho, and M. Wuest, "Simulation of the transient heat transfer between two coaxial cylinders", *J. Vac. Sci. Technol.*, A31, 061603, 2013.
- [18] E. Y. Yu, "Heat conduction between concentric cylinders in the slip regime", *Phys. Fluids* B3, 2484-2491, 1991.

Chapitre I

- [1.1] C. Aubert, "Écoulements compressibles de gaz dans les microcanaux : effets de raréfaction, effets instationnaires", Thèse de Doctorat. Université Paul Sabatier, Toulouse 1999.
- [1.2] S. Colin, et L. Baldas, "Effets de raréfaction dans les micro-écoulements gazeux", *C. R. Physique*, Vol. 5, 2004.
- [1.3] M. V. Hernando, "Modeling and simulation of heat transfer and thermal phenomena in micro gas flows", Thèse de Doctorat. Bulgarian Academy of sciences of Sofia, 2012.
- [1.4] J. Pitakarnnop, "Analyse expérimentale et simulation numérique d'écoulements raréfiés de gaz simples et de mélanges gazeux dans les microcanaux", Thèse de Doctorat. Université Toulouse, 2009.
- [1.5] T. Ewart, "Étude des écoulements gazeux isothermes en microconduits : du régime hydrodynamique au proche régime moléculaire libre", Thèse de Doctorat. École Polytechnique Universitaire de Marseille, Université de Provence, 2007.
- [1.6] N. G. Hadjiconstantinou, "Comment on Cercignani's second-order slip coefficient", *Physics of Fluids*, 15(8), 2003.
- [1.7] P. M. Chaikin and T. C. Lubensky, "Principles of Condensed Matter Physics, Cambridge", University Press, 1995.
- [1.8] F. Sharipov, "Rarefied Gas Dynamics: Fundamentals for Research and Practice", 2016.
- [1.9] G. A. Bird, "Definition of mean free path for real gases", *Physics of Fluids*, 26(11), 1983.

- [1.10] L.Wu, H.Liu, Y.Zhang and J.M. Reese, "Influence of intermolecular potentials on rarefied gas flows: Fast spectral solutions of the Boltzmann equation", *Physics of Fluids* 27, 082002, 2015.
- [1.11] J. Kestin, J.Yata, Viscosity, "Diffusion Coefficient of Six Binary Mixtures", *Journal of Chemical Physics*, Vol. 49, 1968.
- [1.12] J. A. Kunc, D. B. Hash and H. A. Hassan. "The GHS interaction model for strong attractive potentials", *Physics of Fluids*, 7(5), 1995.
- [1.13] J.Fan, "A generalized soft-sphere model for Monte Carlo simulation", *Physics of Fluids*, 14(12), 2002.
- [1.14] H. Matsumoto, "Variable sphere molecular model for inverse power law and Lennard-Jones potentials in Monte Carlo simulations." *Physics of Fluids*, 14(12), (2002).
- [1.15] K. Koura, H. Matsumoto, "Variable soft sphere molecular model for air species", *Physics of Fluids A*, 1992.
- [1.16] S. Chapman, T.G. Cowling, "The mathematical theory of non-uniform gases (2nd edition)", Cambridge University Press, 1952.
- [1.17] S. E. K. Dadzie, "Conditions aux limites dans un gaz raréfié: loi de réflexion à la paroi, saut de température, glissement de vitesse, couche de Knudsen", Thèse de Doctorat. Université de Provence (AIX-MARSEILLE I), Marseille, 2005.
- [1.18] A. Knuth and Warburg.E, "Pogg", *Ann*, 156 :177, 1875.
- [1.19] P.Welander, "On the temperature jump in rarefied gas", *Arkiv for Fysik*, 7(44):507, 1954.
- [1.20] C.Cercignani, "The Boltzmann equation and its applications", Springer-Verlag, new york, 1988.
- [1.21] M. V. Smoluchowski, "wurmeleitung in verdünntengasen", *annalen der physik und chemie, Wied, Ann*, (64):101, 1899.
- [1.22] P.Welander, "On the temperature jump in rarefied gas", *Arkiv for Fysik*, 7(44): 507, 1954.

Chapitre II

- [2.1] J.Pitakarnnop, " Analyse expérimentale et simulation numérique d'écoulements raréfiés de gaz simples et de mélanges gazeux dans les microcanaux", Thèse de Doctorat. Université Toulouse, 2009.
- [2.2] J. C. Maxwell, "On the dynamical theory of gases", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 157, 1867.
- [2.3] Y. Sone, "Kinetic Theory and Fluid Dynamics", Birkhäuser, Boston, 2002.

- [2.4] G.E.Karniadakis, A.Beskok and N.Aluru, "Microflows and Nanoflows: Fundamentals and Simulation", Springer Science, 2006.
- [2.5] E. H. Kennard, "Kinetic Theory of Gases", McGraw-Hill, 1938.
- [2.6] S.Chapman and T. G. Cowling, "The mathematical theory of non-uniform gases", Cambridge University Press, London, 1970.
- [2.7] L. C. Woods, "An Introduction to the Kinetic Theory of Gases and Magneto plasmas", Oxford Science Publications, 1993.
- [2.8] C.Cercignani, "The Boltzmann equation and its applications", Springer-Verlag, New York, 1988.
- [2.9] G. A. Bird, "Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows", Oxford University Press Inc, New York, 1994.
- [2.10] D. Hilbert, "Begründung der kinetischen Gastheorie", Mathematische Annalen, 72, 1916/1917.
- [2.11] G. K. Batchelor, "An introduction to fluid dynamics", F.R.S, Cambridge University Press, 1967.
- [2.12] S. E. K.Dadzié, "Conditions aux limites dans un gaz raréfié: loi de réflexion à la paroi, saut de température, glissement de vitesse, couche de Knudsen", Thèse de Doctorat. Université de Provence, Aix-Marseille, 2005.
- [2.13] D. A.Lockerby, J. M. Reese and M. A.Gallis."Capturing the Knudsen layer in continuum-fluid models of no-equilibrium gas flows", AIAA Journal, vol. 43(6), 2005.
- [2.14]S.Colin, P.Lalonde and R.Caen,"Validation of a second-order slip flow model in rectangular microchannels", Heat Transfer Engineering, vol. 25(3), 2004.
- [2.15]J.Maurer, P.Tabeling, P.Joseph and H.Willaime, "Second-order slip laws in microchannels for helium and nitrogen", Physics of Fluids, vol. 15(9), 2003.
- [2.16] F. Sharipov, "Data on the Velocity Slip and Temperature Jump on a Gas-Solid Interface", J. Phys. Chem. Ref. Data 40, 023101, 2011.
- [2.17] H. Yamaguchi et al, "Investigation on heat transfer between two coaxial cylinders for measurement of thermal accommodation coefficient", Phys. Fluids 24, 062002, 2012.
- [2.18] F. Sharipov and G. Bertoldo, "Numerical modeling of Pirani sensor ", XVIII IMEKO WORLD CONGRESS Metrology for a Sustainable Development, September, 17 - 22, Rio de Janeiro, Brazil, 2006.
- [2.19] I.Graur, MT.Ho, and M.Wuest, "Simulation of the transient heat transfer between two coaxial cylinders", J. Vac. Sci. Technol, A31, 061603, 2013.

[2.20] H.Chalabi *et al*, "Experimental analysis of heat transfer between a heated wire and a rarefied gas in an annular gap with high diameter ratio", *J. Phys: Conf. Ser.* 362 012028, 2012.

[2.21] F.Sharipov, "Application of the Cercignani-Lampis scattering kernel to calculations of rarefied gas flows. II. Slip and jump coefficients", *Eur. J. Mech. B / Fluids* 22, 2003.

[2.22] Fluent. Inc, Fluent documentation, www.fluent.com,2006.

[2.23] S.V. Patankar, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, Washington D.C, 1980.

ChapitreIII

[3.1] J. C. Maxwell, "On the dynamical theory of gases", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1867.

[3.2] L. Boltzmann, "Weitere Studienüber das Wärmegleichgewichtunter Gasmolekülen, Sitzung Berichte Kaiser", *Akad. derWissenschaften*, 1872.

[3.3] M. Knudsen, "Die Molekularstromung der Gasedurch Offnungen und die Effusion", *Ann. Phys*, 1909.

[3.4] D. Hilbert "Grundügeeinerallgemein Theorie der linearen Integralgleichungen", Teubner, Leipzig, 1912.

[3.5] D. Enskog, "Bermerkungenzueiner Fundamentalgleichung in der kinetischen Gastheorie", *Phys. Z*, 1911.

[3.6] S. Chapman, "On the law of distribution of molecular velocities, and on the theory of viscosity and thermal conduction, in a non-uniform simple monoatomic gas", *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, 1916.

[3.7] P. L. Bhatnagar, E.P.Gross and M.Krook, "A model for collision process in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems", *Physical Review*, 1954.

[3.8] P.Welander, "On the temperature jump in a rarefied gas", *Arkivfür Fysik*, 1954.

[3.9] T. Ohwada, Y. Sone, and K. Aoki, "Numerical analysis of the Poiseuille and thermal transpiration flows between two parallel plates on the basis of the Boltzmann equation for hard sphere molecules", *Phys. Fluids A* 1, 1989.

[3.10] F. Sharipov, "Rarefied gas dynamics and its applications to vacuum technology", CERN Accelerator School, vacuum in accelerators, Platja d'Aro, Spain, May, 16-24, 2006.

[3.11] J.Pitakarnnop, " Analyse expérimentale et simulation numérique d'écoulements raréfiés de gaz simples et de mélanges gazeux dans les microcanaux", Thèse de Doctorat. Université Toulouse, 2009.

- [3.12] E. M. Shakhov, "Method of Investigation of rarefied gas flows", Nauka Moscow, 1974.
- [3.13] P. L. Bhatnagar, E.P.Gross and M.Krook, "A model for collision process in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems", Physical Review, 1954.
- [3.14] J. Holway and H. Lowell, "New statistical models for kinetic theory: models of construction", Physics of fluids, 1966.
- [3.15] L. Lees, C.Y. Liu, "Kinetic-theory description of conductive heat transfer from a fine wire", Phys. Fluids, 1962.
- [3.16] C.Y. Liu, "Part II: kinetic theory description of conductive heat transfer from a fine wire", Ph.D. Thesis. California Institute of Technology, 1962.
- [3.17] D. R. Willis, "Heat transfer and shear between coaxial cylinders for large Knudsen numbers", Phys. Fluids, 1965.
- [3.18] D. G. M. Anderson, "On the steady Krook kinetic equation", Harvard University, Engineering Sciences Laboratory, Technical Report, 1966.
- [3.19] C.L. Su, "Variational principals for the heat flux in a rarefied gas between concentric cylinders", Phys, 1968.
- [3.20] C.L. Su and D. R. Willis, "Heat conduction in rarefied gas between concentric cylinders", Phys, 1968.
- [3.21] P. Bassanini, C. Cercignani, C.D. Pagani, "Influence of the accommodation coefficient on the heat transfer in a rarefied gas", Int. J. Heat Mass Transfer, 1968.
- [3.22] W. Jitschin, S. Ludwig, "Dynamical behavior of the Pirani sensor", Vacuum, 2004.
- [3.23] E. Y. Yu, "Heat conduction between concentric cylinders in the slip regime", Phys. Fluids, 1970.
- [3.24] C.L. Su, R.W. Springer, "A modified discrete ordinate approach to nonlinear cylindrical heat transfer", Int. J. Heat Mass Transfer, 1970.
- [3.25] Y.S. Lou, T.K. Shih, "Nonlinear heat conduction in rarefied gases confined between concentric cylinders and spheres", Phys. Fluids, 1972.
- [3.26] B.T. Yeh, A. Frohm, "Heat conduction in binary gas mixtures between cylinders", Phys, 1973.
- [3.27] F. Sharipov, G.M. Kremer, "On the frame dependence of constitutive equations.I. Heat transfer through a rarefied gas between two rotating cylinders", Contin. Mech. Thermodyn, 1995.

- [3.28] Felix M. Sharipov and Gilberto M. Kremer, "Heat conduction through a rarefied gas between two rotating cylinders at small temperature difference", *Z angew Math Phys*, 1995.
- [3.29] Sharipov and G. M. Kremer, "Non-isothermal couette flow of a rarefied gas between two rotating cylinders", *Eur. J. Mech. B/Fluid*, 1999.
- [3.30] H. Yamaguchi et al, "Investigation on heat transfer between two coaxial cylinders for measurement of thermal accommodation coefficient", *Phys. Fluids* 24, 062002, 2012.
- [3.31] F. Sharipov, G. Bertoldo, "Heat transfer through a rarefied gas confined between two coaxial cylinders with high radius ratio", *J. Vac. Sci. Technol*, 2006.
- [3.32] H. Chalabi *et al*, "Experimental analysis of heat transfer between a heated wire and a rarefied gas in an annular gap with high diameter ratio", *J. Phys*, 2012.
- [3.33] S. Pantazis and D. Valougeorgis, "Heat transfer through rarefied gases between coaxial cylindrical surfaces with arbitrary temperature difference", *Eur. J. Mech. B/Fluid*, 2010.
- [3.34] G. A. Bird, "Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows", Oxford University Press Inc, New York, 1994.
- [3.35] G. Dechristé, "Méthodes numériques pour la simulation d'écoulements de gaz raréfiés autour d'obstacles mobiles", Thèse de Doctorat. Université de BORDEAUX, 2014.
- [3.36] F. Sharipov and V. Seleznev, "Data on internal rarefied gas flows", *J. Phys. Chem. Ref. Data*, 1998.
- [3.37] R. Gatignol, "Théorie cinétique des gaz à répartition discrète de vitesses", Lecture notes in physics, Springer, 1975.
- [3.38] Hernando .M.V. "Modeling and simulation of heat transfer and thermal phenomena in micro gas flows", Thèse de Doctorat. Bulgarian academy of sciences, Institute of mechanics, Sofia, 2012.
- [4.39] M. N. Kogan. "Rarefied Gas Dynamics". Plenum, New York, 1969.
- [4.40] F. M. Sharipov and E. A. Subbotin, "On optimization of the discrete velocity method used in rarefied gas dynamics", *Z. Angew. Math. Phys*, 1993.
- [3.41] F. Sharipov, "Application of the Cercignani-Lampis scattering kernel to calculations of rarefied gas flows. I. Plane flow between two parallel plates", *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 2002.
- [3.42] F. Sharipov, "Application of the Cercignani-Lampis scattering kernel to calculations of rarefied gas flows. III. Poiseuille flow and thermal creep through a long tube", *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 2003.

[3.43] B.T.Porodnov et al, "Experimental investigation of rarefied gas flow in different channels", *Journal of Fluid Mechanics*, 64, 417-437, 1974.

[3.44] C.Cercignani, M. Lampis. "Kinetic models for gas-surface interactions, Transport theory and statistical physics", 1971.

[3.45] K.Moe, M.M. Moe and S.D. Wallace, "Improved Satellite Drag Coefficient Calculations from Orbital Measurements of Energy Accommodation", *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1998.

[3.46] M. Gad-el-Hak, "The fluid mechanics of microdevices-The Freeman scholar lecture", *J. Fluids Eng*, 1999.

[3.47] H.Chalabiet *al*, "Experimental analysis of heat transfer between a heated wire and a rarefied gas in an annular gap with high diameter ratio", *J. Phys: Conf. Ser.* 362 012028, 2012.

[3.48] F. Sharipov, G.J. Bertoldo, "Heat transfer through a rarefied gas confined between two coaxial cylinders with high radius ratio", *Vac. Sci. Technol*, 2006.

Chapitre IV

[4.1] F.Sharipov, "Application of the Cercignani-Lampis scattering kernel to calculations of rarefied gas flows .II. Slip and jump coefficients", *Eur. J. Mech. B / Fluids*, 2003.

[4.2] H Chalabi *et al*, "Experimental analysis of heat transfer between a heated wire and a rarefied gas in an annular gap with high diameter ratio", *J. Phys: Conf. Ser.* 362 012028, 2012.

[4.3] F.Sharipov and G.Bertoldo. "Numerical modeling of Pirani sensor ", XVIII IMEKO WORLD CONGRESS Metrology for a Sustainable Development, September, 17 - 22, Rio de Janeiro, Brazil, 2006.

[4.4] I.Graur, MT.Ho, and M.Wuest, Simulation of the transient heat transfer between two coaxial cylinders", *J. Vac. Sci. Technol*, 2013.

[4.5] M. N. Kogan, "Rarefied Gas Dynamics", Plenum, New York, 1969.

[4.6] F. Sharipov, "Data on the Velocity Slip and Temperature Jump on a Gas-Solid Interface", *J. Phys. Chem. Ref. Data* 40, 023101, 2011.

[4.7] Y.Sone, T. Ohwada and Aoki, "Temperature jump and knudsen layer in a rarefied gas over a plane wall: Numerical analysis of the linearized Boltzmann equation for hard-sphere molecules", *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 1989.

- [4.8] E. M. Shakhov, "Generalization of the Krook kinetic relaxation equation", *Fluid Dyn*, 1968.
- [4.9] M.T. Ho, I. Graur, "Numerical study of unsteady rarefied gas flow through an orifice", *Vacuum* 109, 2014.
- [4.10] H. Yamaguchi et al, "Investigation on heat transfer between two coaxial cylinders for measurement of thermal accommodation coefficient", *Phys. Fluids* 24, 062002, 2012.
- [4.11] J. E. Broadwell, "Study of rarefied shear flow by the discrete velocity method", *J. Fluid Mech.* 19(3), 1964.
- [4.12] I. A. Graur and A. P. Polikarpov, "Comparison of different kinetic models for the heat transfer problem", *Heat Mass Transfer* 46(2), 2009.
- [4.13] G. A. Bird, "Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows", Oxford University Press Inc, New York, 1994.
- [4.14] C. Cercignani, "Mathematical Methods in Kinetic Theory", Premium, New York, 1990.
- [4.15] M. N. Kogan, "Rarefied Gas Dynamics" ,Plenum, New York, 1969.
- [4.16] E. M. Shakhov, "Generalization of the Krook kinetic relaxation equation", *Fluid Dyn*, 1968.
- [4.17] V. A. Titarev, "Conservative numerical methods for model kinetic equations", *Computers & Fluid*, 2007.
- [4.18] E. M. Shakhov and V. A. Titarev, "Numerical study of the generalized cylindrical Couette flow of rarefied gas", *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 2009.
- [4.19] I. Graur, A. P. Polikarpov, and F. Sharipov, "Numerical modelling of rarefied gas flow through a slit into vacuum based on the kinetic equation", *Computers & Fluids*, 2011.
- [4.20] S. Pantazis and D. Valougeorgis, "Heat transfer through rarefied gases between coaxial cylindrical surfaces with arbitrary temperature difference", *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 2010.
- [4.21] I. Graur, A. P. Polikarpov, and F. Sharipov, "Numerical modelling of rarefied gas flow through a slit at arbitrary gas pressure ratio based on the kinetic equations", 2012.
- [4.22] A. Polikarpov and I. Graur "Unsteady rarefied gas flow through a slit", *Vacuum*, 2014.
- [4.23] I. N. Larina and V. A. Rykov, *Comput. Math.Phys.* 38, 1335 (1998).

[4.24] E. M. Shakhov and V. A. Titarev, "Numerical study of the generalized cylindrical Couette flow of rarefied gas", *Eur. J. Mech. B/Fluid* 28, 152 (2009).

[4.25] L. Mieussens, "Discrete-Velocity Models and Numerical Schemes for the Boltzmann-BGK Equation in Plane and Axisymmetric Geometries" *J. Comput. Phys.* 162, 429 (2000).

[4.26] R. Courant, K. Friedrichs, and H. Lewy, "On the Partial Difference Equations of Mathematical Physics". *IBM J. Res. Dev.* 11, 215, 1967.

Chapitre IV

[5.1] S. Boutebba, W. Kaabar. "Conductive heat transfer through a rarefied gas confined between two coaxial cylinders". International Conference on Chemical, Civil and Environmental Engineering (CCEE-2015) June 5-6, 2015 Istanbul (Turkey). <http://dx.doi.org/10.15242/IICBE.C061511379>

[5.2] H. Yamaguchi et al, "Investigation on heat transfer between two coaxial cylinders for measurement of thermal accommodation coefficient", *Phys. Fluids* 24, 062002, 2012.

[5.3] H. Chalabi *et al.* "Experimental analysis of heat transfer between a heated wire and a rarefied gas in an annular gap with high diameter ratio". *J. Phys: Conf. Ser.* 362 012028, 2012.

[5.4] Pantazis and D. Valougeorgis, "Heat transfer through rarefied gases between coaxial cylindrical surfaces with arbitrary temperature difference", *Eur. J. Mech. B/Fluid* 29, 494 (2010).

[5.5] I.Graur, MT.Ho, and M.Wuest. "Simulation of the transient heat transfer between two coaxial cylinders", *J. Vac. Sci. Technol.*A31, 061603, 2013.

[5.6] M.Vargas, S.Stefanov, V. Roussinov. "Transient heat transfer flow through a binary gaseous mixture confined between coaxial cylinders". *International Journal of Heat and Mass Transfer* 59, 2013.

Annexes

Annexe A :

Calcul de Q_{0M}

On a,

$$Q_{0M} = \frac{1}{2}m \int [(\alpha_x V_x'^2 + \alpha_y V_y'^2 + \alpha_z V_z'^2) - \sigma_0 C_w^2 - \alpha_y U_y^2 - \alpha_z U_z^2] |V_x'| F^0(V') dV' \quad (A.1)$$

Utilisant les premiers éléments de la table d'intégrales, on trouve

$$Q_{0M} = \frac{mnC_0\sigma_0}{4\sqrt{\pi}} (C_0^2 - C_w^2) - \frac{mnC_0}{4\sqrt{\pi}} (\alpha_y U_y^2 + \alpha_z U_z^2) \quad (A.2)$$

Calcul de $Q_{0\varphi}$

On a

$$Q_{0\varphi} = -\frac{1}{2}m \int [\chi_\sigma (\alpha_x V_x'^2 + \alpha_y V_y'^2 + \alpha_z V_z'^2)] |V_x'| F^0(V') \varphi(V') dV' \quad (A.3)$$

Où on a noté $X\sigma = \sigma_0 C_w^2 + \alpha_y U_y^2 + \alpha_z U_z^2$

Ecrivons l'expression de $\varphi(V')$, sous la forme

$$\varphi(V') = \frac{2\lambda_c}{nkTC^2} \nabla T \cdot V' - \frac{4\lambda_c}{5nkTC^4} V'^2 \nabla T \cdot V' + \frac{2\mu}{nkTC^2} (V'_i \cdot V'_j) : \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right) - \frac{2\mu}{3nkTC^2} V'^2 \nabla \cdot U \quad (A.4)$$

Sur chacune des quatre parties de cette expression de $\varphi(V')$, on peut répertorier les termes qui, pour des raisons de parité, conduisent à une intégrale nulle, dans le calcul de $Q_{0\varphi}$. Ainsi dans cette expression de $\varphi(V')$, les termes en $\frac{\partial T}{\partial y} V'_y$ et $\frac{\partial T}{\partial z} V'_z$ conduisent à des intégrales nulles puisque liées à une fonction impaire sur V'_y ou impaire sur V'_z . Par suite, dans le second membre de l'équation (A.4), les fonctions dont les intégrales ne sont pas nulles, sont les fonctions qui proviennent des termes suivants de $\varphi(V')$:

$$\frac{\partial T}{\partial y} V'_y ; \quad \frac{\partial T}{\partial x} V'_x V'^2 ; \quad V'^2 \frac{\partial U_x}{\partial x} ; \quad V'^2 \frac{\partial U_z}{\partial z} ; \quad \text{et } V'^2 \nabla \cdot U \quad (A.5)$$

En utilisant la table des intégrales, en suivant l'ordre dans les quatre parties de l'expression de $\varphi(V')$ apparaissent dans la relation (A5) :

$$\begin{aligned}
Q_{0\varphi} = & -\frac{m\lambda_c}{nkTC^2} \frac{\partial T}{\partial x} \left[-\chi_\sigma \frac{nC^2}{4} + \alpha_x \frac{3nC^4}{8} + \alpha_y \frac{nC^4}{8} + \alpha_z \frac{nC^4}{8} \right] \\
& + \frac{2m\lambda_c}{5nkTC^4} \frac{\partial T}{\partial x} \left[-\chi_\sigma \frac{5nC^4}{8} + \alpha_x \frac{21nC^6}{16} + \alpha_y \frac{7nC^6}{16} + \alpha_z \frac{7nC^6}{16} \right] \\
& - \frac{m\mu}{nkTC^2} \left[\frac{\partial Ux}{\partial x} \left(\chi_\sigma \frac{nC^3}{2\sqrt{\pi}} - \alpha_x \frac{nC^5}{\sqrt{\pi}} - \alpha_y \frac{nC^4}{4\sqrt{\pi}} - \alpha_z \frac{nC^5}{4\sqrt{\pi}} \right) \right] \\
& + \frac{\partial Uy}{\partial y} \left(\chi_\sigma \frac{nC^3}{4\sqrt{\pi}} - \alpha_x \frac{nC^5}{4\sqrt{\pi}} - \alpha_y \frac{3nC^5}{8\sqrt{\pi}} - \alpha_z \frac{nC^5}{8\sqrt{\pi}} \right) \\
& + \frac{\partial Uz}{\partial z} \left(\chi_\sigma \frac{nC^3}{4\sqrt{\pi}} - \alpha_x \frac{nC^5}{4\sqrt{\pi}} - \alpha_y \frac{nC^5}{4\sqrt{\pi}} - \alpha_z \frac{3nC^5}{8\sqrt{\pi}} \right) \\
& + \frac{m\mu}{3nkTC^2} \nabla \cdot U \left(\chi_\sigma \frac{nC^3}{\sqrt{\pi}} - \alpha_x \frac{3nC^5}{4\sqrt{\pi}} - \alpha_y \frac{3nC^5}{4\sqrt{\pi}} - \alpha_z \frac{3nC^5}{4\sqrt{\pi}} \right)
\end{aligned} \tag{A.7}$$

En développement cette dernière expression et en ordonnant les termes suivant les gradients

$$Q_{0\varphi} = \frac{\sigma_1 m\lambda_c}{20 kT} C^2 \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\mu mC}{kT\sqrt{\pi}} \left[\frac{\partial Ux}{\partial x} \left(\frac{\chi_\sigma}{6} - \frac{3\alpha_x}{4} C^2 \right) - \frac{\partial Uy}{\partial y} \left(\frac{\chi_\sigma}{12} + \frac{\alpha_y - \alpha_z}{8} C^2 \right) - \frac{\partial Uz}{\partial z} \left(\frac{\chi_\sigma}{12} + \frac{\alpha_z - \alpha_y}{8} C^2 \right) \right] \tag{A.8}$$

Où $\sigma_1 = 3\alpha_x + \alpha_y + \alpha_z$. Ce résultat peut se réécrire encore sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
Q_{0\varphi} = & \frac{\sigma_1 m\lambda_c}{20 kT} C^2 \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\mu mC}{12kT\sqrt{\pi}} (\sigma_0 C_w^2 + \alpha_y U_y^2 + \alpha_z U_z^2) \left[3 \frac{\partial Ux}{\partial x} - \nabla \cdot U \right] + \frac{\mu mC^3}{4kT\sqrt{\pi}} \left[3\alpha_x \frac{\partial Ux}{\partial x} + \right. \\
& \left. \frac{\alpha_y - \alpha_z}{2} \frac{\partial Uy}{\partial y} + \frac{\alpha_z - \alpha_y}{2} \frac{\partial Uz}{\partial z} \right]
\end{aligned} \tag{A.9}$$

Annexe B :

Solution dans le cas du potentiel de loi de puissance inverse [modèle variable du Sphère rigide (VHS):

Dans le régime de l'écoulement hydrodynamique, la température de gaz à proximité de l'interface solide est égale à la température de l'interface solide, et l'équation gouvernante peut être résolue analytiquement. La Solution est dans le cas du potentiel de loi de puissance inverse [modèle variable dur Sphere (VHS).

Dans la limite du régime hydrodynamique ($\delta_0 \rightarrow \infty$), la loi de Fourier est introduite dans l'équation de l'énergie en donnant l'équation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial \hat{r}} \left[k(T) \frac{\partial T}{\partial \hat{r}} \right] = 0 \quad (\text{B.1})$$

En se basant sur la loi de puissance inverse, on obtient

$$k(T) = k(T_B) (T/T_B)^\omega \quad (\text{B.2})$$