REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE UNIVERSITE MENTOURI - CONSTANTINE

FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme

Doctorat en science

Par

BARKAT OUARDA

Intitulée

Etude et Synthèse des Caractéristiques de Réseaux d'antennes Imprimées Supraconductrices dans la Bande Millimétrique

Soutenue le 09 Décembre 2009

Devant le jury

Président :	Mme. S. LASSOUED	Prof.	U. Constantine
Rapporteur :	Mr. A. BENGHALIA	Prof.	U. Constantine
Examinateurs :	Mr. A. CHAABI	Prof.	U. Constantine
	Mr. D. BENATIA	Prof.	U. Batna
	Mr. F. DJEFFAL	M.C.	U. Batna

Remerciements

Ce travail a été effectué au sein de l'équipe de recherche au laboratoire d'hyperfréquences et semi-conducteurs, du département d'Electronique de Constantine.

Je tiens en premier lieu à remercier Monsieur le professeur **BENGHALIA ABDELMADJID**, mon directeur de thèse, qui a dirigé ce travail avec beaucoup d'intérêt et de rigueur. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude pour sa disponibilité à mon égard et ses conseils précieux.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Mme LASSOUED SAIDA, professeur à l'université de Constantine, qui m'a fait l'honneur de présider le jury.

Je remercie beaucoup les membres du jury qui ont bien voulu rapporter et juger le travail présenté dans cette thèse.

- Monsieur CHAABI ABDELHAFID, professeur à l'université de Constantine.
- Monsieur **BENATIA DJAMEL**, professeur à l'université de Batna.
- Monsieur DJEFFAL FAYÇAL, maître de conférences à l'université de Batna.

Sommaire

Introduction générale	2
Chapitre I : Généralités sur les réseaux d'antennes	
millimétriques supraconductrices	
I. 1. Introduction	6
I. 2. Structure d'une antenne imprimée	7
I. 2. 1. Choix du matériaux de patch	7
I. 2. 2. Choix du substrat	10
I. 2. 3. Polarisation	12
I. 3. Alimentation des éléments rayonnants	12
I. 3. 1. Alimentation par ligne microbande	12
I. 3. 2. Alimentation par coaxiale directe	13
1. 4. Avantages, inconvénients et caractéristiques des antennes imprimées	13
I. 5. Réseau d'antennes imprimées	14
I. 5. 1. Techniques d'alimentation d'un réseau d'antennes imprimées	15
I. 5. 1. 1. Alimentation parallèle	15
I. 5. 1. 2. Alimentation série	16
I. 5. 2. Réseaux bidimensionnels	16
I. 6. Méthodes d'analyse des antennes planaires	18
I. 7. Méthodes d'optimisation	19
I. 7. 1. Méthodes d'optimisation globale	20
1. 7. 2. Méthodes d'optimisation locale	20
I. 8. Méthode d'approximation	21
I. 8. 1. Réseau de neurone	21

Chapitre II : Modélisation des antennes imprimées supraconductrices par la méthode spectrale

II. 1. Introduction	23
II. 2. Détermination du tenseur de Green	24

II. 2. 1. Formalisme des transformées vectorielles de Fourier(VFTF)	24
II. 2. 2. Formalisme des transformées vectorielles de Hankel (VHTF)	29
II. 3. Equation intégrale	
II. 4. Détermination de la fréquence de résonance	
II. 5. Détermination du champ rayonné	
II. 6. Résultats numériques	40
II. 6. 1. Antenne imprimée rectangulaire supraconductrice	40
II. 6. 2. Antenne imprimée circulaire supraconductrice	48
II. 6. 3. Antenne imprimée annulaire supraconductrice	53
II. 7. Comparaison de caractéristiques des antennes rectangulaire, circulaire et an	nulaire60
II. 8. Conclusion	62

Chapitre III : Modélisation et synthèse de réseau d'antennes imprimées

III. 1. Introduction	64
III. 2. Paramètres physiques du réseau	65
III. 3. Modélisation d'un réseau linéaire	66
III. 4. Réseau uniforme d'antennes	69
III. 5. Synthèse d'un réseau non uniforme d'antennes	72
II. 6. Modélisation du champ rayonné d'antennes imprimées rectangulaire	s en réseau linéaire
en tenant compte de l'effet de couplage	80
III. 7. Conclusion	85

Chapitre IV: Synthèse d'un réseau d'antennes imprimées supraconductrices par Les algorithmes génétiques

IV. 1. Introduction	87
IV. 2. Représentation chromosomique	87
IV. 3. Organigramme d'un algorithme génétique	88
IV. 3. 1. Génération de la population initiale	90
IV. 3. 2. Codage et décodage des données	90
IV. 3. 3. Evaluation	90
IV. 3. 4. Opérateurs génétiques	91
IV. 4. Résultats numériques	96
IV. 4.1 Synthèse par les amplitudes des courants d'alimentation	97
IV. 4. 2 Synthèse par les amplitudes des courants d'alimentation et les ré	partitions
spatiales	100

IV. 4. 3 Synthèse par les	amplitudes, les phases	des courants d'alimentation et les
répartitions spatial	les	
IV. 5. Conclusion		

Chapitre V: Synthèse de réseau linéaire d'antennes imprimées par Réseaux de neurones

V. 1. Introduction	108
V. 2. Neurones biologiques	108
V. 3. Neurones artificiels	109
V. 4. Réseaux multicouches	110
V. 5. Réseaux à fonctions radiales de base (RBF)	111
V. 6. Apprentissage	111
V. 6. 1. Apprentissage non supervisé	112
V. 6. 2. Apprentissage supervisé	112
V. 6. 2. 1 Apprentissage supervisé avec la règle du perceptron	112
V. 6. 2. 2 Apprentissage des réseaux à fonctions radiales de base (RBF)	116
V. 7. Résultats numériques	118
V. 7. 1 Synthèse par les amplitude des courants d'alimentation par	l'apprentissage
supervisé avec la règle du perceptron	119
V. 7. 2 Synthèse par les amplitudes des courants d'alimentation et le	s répartitions
spatiales par l'apprentissage supervisé avec la règle du perceptron	
V. 7. 3 Synthèse par les amplitudes, les phases des courants d'alime	entation et les
répartitions spatiales par l'apprentissage des réseaux à fonctions ra	adiales de base
(RBF)	124
V. 8. Conclusion	126
Conclusion générale	128
Bibliographie	131
ANNEXE 1	143
ANNEXE 2	144
ANNEXE 3	147

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

Pour répondre aux besoins actuels du domaine des télécommunications, les concepteurs en hyperfréquences sont amenés à élaborer des dispositifs à base des antennes planaires. Ces antennes présentent des caractéristiques très avantageuses, surtout dans le cas où elles doivent opérer dans des fréquences élevées. Elles sont simples à réaliser et elles ont été étudiées et modélisées par plusieurs auteurs [1].

Le présent travail porte sur l'étude et la synthèse d'un réseau d'antennes imprimées. De nombreux travaux de recherche, ont montré que la puissance dissipée dans la bande millimétrique est très grande surtout dans le cas où le matériau de patch est normal (cuivre) [2]. Pour diminuer la puissance dissipée et améliorer le gain, nous proposons l'utilisation de patch à base de matériau supraconducteur. Nous avons élaboré une méthode intégrale, dans le domaine spectral pour la détermination des caractéristiques des antennes imprimées. La méthode de Galerkin est appliquée comme méthode de résolution. Ces antennes présentent quelques limitations telles que: faible efficacité, faible gain, pureté médiocre de polarisation, bandes passantes étroites et rayonnement parasite considérable de leur système d'alimentation [3]. Afin de compenser ces limitations et améliorer les performances des antennes imprimées, celles-ci sont associées en réseau linéaire. Donc, il est possible de réaliser certaines fonctions particulières telles que la modification de la direction de pointage par balayage électronique, et la production des diagrammes de rayonnement variés.

Dans le domaine des réseaux d'antennes, de nombreux outils d'analyse théorique et de synthèse ont été développés (Binomiale, Guassienne, Dolph-Techybecheff, Taylor, ...) [4]. Le problème de synthèse de ces méthodes consiste à estimer les variations des amplitudes d'alimentation. Dans le cas, où les paramètres essentiels de réseau (les amplitudes et les phases des courants d'alimentation, l'écartement entre les éléments de réseau) sont variés, il n'y a pas une méthode analytique pour les déterminer. Les seules méthodes existantes sont les méthodes d'optimisation et d'approximation. Ces méthodes peuvent donner des paramètres, qui nous permettent de fournir un diagramme de directivité aussi proche que possible d'un diagramme désiré.

De nos jours, l'optimisation occupe une place de plus en plus grande dans le monde scientifique. Il existe plusieurs méthodes d'optimisation, et chacune d'entre elles donne de bons résultats avec certains types de problèmes. Le choix de cette méthode dépend d'une série de caractéristiques du problème à optimiser, et surtout du comportement de la fonction qui le représente. Récemment, des méthodes d'optimisation globale et d'approximation sont apparues, capables d'obtenir des optima globaux du problème, en évitant le piégeage dans l'un des ses optima locaux. L'utilisation des méthodes d'optimisation et d'approximation dans le domaine des réseaux d'antennes imprimées est pour rechercher la combinaison optimale des différents paramètres, afin que le réseau répond aux besoins de l'utilisateur et selon un cahier des charges précis [5], [6].

Cette thèse a pour objectif l'étude et la synthèse des caractéristiques de réseau d'antennes imprimées supraconductrices dans la bande millimétrique. Notre contribution s'échelonne sur cing chapitres :

Le premier chapitre, est consacré à l'étude des antennes millimétriques supraconductrices ainsi qu'au réseau d'antennes, leurs différentes techniques d'alimentation, leurs applications. Ceci a conduit aux différentes méthodes d'analyse, d'optimisation et d'approximation.

Dans le second chapitre, nous présenterons une approche pour déterminer le tenseur spectral de Green, la fréquence de résonance complexe, la bande passante et le champ rayonné des antennes imprimées dont la forme du patch est respectivement; rectangulaire, circulaire et annulaire. Nous donnerons des résultats numériques concernant les variations des caractéristiques des antennes en fonction des paramètres physiques de la structure.

Dans le troisième chapitre, une étude détaillée sur le réseau linéaire d'antennes imprimées est abordée ainsi que quelques techniques de modélisation, et de synthèse permettant la représentation des résultats numérique.

Dans le quatrième chapitre, nous traiterons l'optimisation de la forme du diagramme de rayonnement d'un réseau d'antennes imprimées à l'aide d'un algorithme génétique (AG). Le codage des paramètres à optimiser est de type binaire, la sélection des individus se fait par roulette, les opérateurs de croisement et mutation, sont de types binaires. L'évaluation de fonction est calculée grâce à une fonction coût (Fitness) que l'on cherche à minimiser, cette

3

fonction représente le diagramme de rayonnement de l'antenne. Afin de caractériser la qualité de la convergence des résultats d'optimisation, la synthèse par AG est effectuée plusieurs fois pour chaque processus de synthèse. Cela permet de s'assurer que l'algorithme converge vers un optimum global.

Dans le cinquième chapitre, nous proposons aussi des méthodes approximatives basées sur les réseaux de neurones artificiels, qui sont : réseaux de neurones en couches multiples (MLP) et les réseaux de neurones RBF (radiale basis fonction). Ces méthodes capables d'identifier le diagramme de rayonnement d'un réseau d'antennes imprimées à un diagramme désiré (gabarit), par action sur les amplitudes des courants d'alimentation et les écartements.

Enfin nous donnerons la conclusion générale, la bibliographie et les annexes.

Chapitre I

Généralités sur les réseaux d'antennes millimétriques supraconductrices

Résumé

Dans ce chapitre, nous présentons des généralités sur les antennes imprimées, réseau d'antennes et leurs méthodes d'alimentation. Les différentes méthodes d'analyse, d'optimisation et d'approximation sont mentionnées.

I.1 Introduction

Les antennes millimétriques ont connu depuis ces dernières années une forte demande et de très grands progrès technologiques. Ces antennes constituent une première étape vers la conception d'un récepteur millimétrique [7]. Elles sont utilisées aussi dans les réseaux locaux sans fil à haut débit. Les antennes millimétriques présentent des forts gains pour permettre des communications longues portées et de larges bandes passantes pour assurer le haut débit, ainsi que de faibles lobes secondaires pour limiter l'influence des trajets multiples [8], [9]. Les fréquences d'opérations de ces antennes sont dans la bande millimétrique qui s'étend de 30GHz à 300GHz. Cette bande est très utilisée depuis quelques années en raison de l'encombrement du domaine de radiofréquences et hyperfréquences [Annexe1]. Le domaine millimétrique présente un certain nombre d'avantages principalement dû à la réduction de la longueur d'onde. En effet, cela implique une réduction de la taille des dispositifs et de leur poids. Parmi les antennes millimétriques, nous trouvons les antennes imprimées avec des dimensions adéquates à bande millimétrique. L'utilisation de métallisations classiques dans la réalisation des patchs de ces antennes conduit à des pertes trop élevées. Pour diminuer ces pertes, nous proposons d'utiliser les matériaux supraconducteurs (les céramiques à haute température critique). En effet, un avantage essentiel du supraconducteur réside dans la réduction des pertes dans les antennes et les lignes d'alimentation. De nombreux travaux de recherche récents [10] utilisent le substrat de l'antenne avec la permittivité élevée pour être compatible avec le patch supraconducteur de l'antenne imprimée. Ils ont trouvé que les antennes supraconductrices (réceptrices ou émettrices) présentent un rendement proche de 100%, alors que les antennes en métal normal ont normalement un rendement d'environ 50%. Dans de nombreux cas, le gain émis par une antenne seule n'est pas suffisant pour répondre aux exigences d'un cahier des charges. La superposition des diagrammes de rayonnement de plusieurs antennes millimétriques supraconductrices disposées les unes par rapport aux autres conduit à une augmentation très forte du gain dans une direction donnée.

Dans ce chapitre, nous présenterons la structure de réseau d'antennes, où chaque élément est une antenne millimétrique supraconductrice. Par la suite, nous donnerons les principaux substrats et les matériaux supraconducteurs les plus utilisés dans la conception des antennes millimétriques supraconductrices. Nous aborderons aussi les méthodes de modélisations, d'optimisations et d'approximations.

I.2 Structure d'une antenne imprimée

Dans notre travail, nous nous contenterons d'étudier l'antenne imprimée en technologie planaire, qui a été réalisée depuis quelques années [11]. La figure I.1 expose la topologie d'une structure métallique de fine épaisseur et de forme quelconque. L'élément rayonnant est positionné sur un diélectrique métallisé sur sa face inférieure afin de réaliser le plan de masse.



Figure I.1 Structure d'une antenne imprimée

En règle générale, les éléments rayonnants utilisés sont de formes assez simples. Cependant les formes les plus complexes permettent de répondre à des contraintes particulières comme la polarisation circulaire. Dans la plupart des cas, le patch est localisé dans l'air (ϵ_0 , μ_0). Dans notre étude, nous avons étudié les antennes imprimées les plus utilisées, qui sont respectivement : rectangulaire, circulaire et annulaire.



Figure I.2 Divers types d'éléments rayonnants

I.2.1 Choix du matériau de patch

Les matériaux peuvent alors être classés suivant leur susceptibilité et leurs variations en fonction de différents facteurs physiques. Lors du passage de l'onde dans l'antenne, le conducteur de patch s'échauffe et la chaleur est alors dissipée par effet Joule. Pour un métal

normal (cuivre), l'impédance de surface est définie comme le rapport des composantes parallèles des champs électrique et magnétique, elle est liée à la conductivité par:

$$Z_{s} = \frac{E_{II}}{H_{II}} = \sqrt{\frac{i\omega\mu_{0}}{\sigma}}$$
(I.1)

A partir de la formule ci-dessus, l'impédance tend vers 0 lorsque ω tend vers 0 (basses fréquences). Dans le cas les hautes fréquences la résistance de surface augmente, cette augmentation conduisant à une puissance dissipée par unité de surface est donnée par:

$$P = \frac{1}{2} R_{s} H_{II}^{2}$$
(I.2)

Afin de diminuer la puissance dissipée ou bien les pertes métalliques dans les dispositifs hyperfréquences, plusieurs auteurs ont proposé d'utiliser des supraconducteurs et particulièrement des céramiques à haute température critique [12].

Dans le domaine des hyperfréquences, seuls les supraconducteurs de type II gardent leur état supraconducteur au-delà des valeurs élevées du champ et du courant. Au Gigahertz, la résistance de surface des supraconducteurs s'est révélée environ cent fois plus faible, que celle du cuivre. L'impédance complexe de la surface du patch supraconducteur (Zs) est donnée par [12] :

$$Z_{s} = \sqrt{\omega \mu_{0} / (2.\sigma)}$$
(I.3)

Lorsque l'épaisseur du patch (t) est inférieure à trois fois l'épaisseur de peau, l'équation (I-3) peut être approximée comme suit [12] :

$$Z_{s} = 1 / (t\sigma)$$
 (I.4)

Où la conductivité ($\sigma = \sigma_c$) est réelle pour les conducteurs conventionnels. Cette approximation a été vérifiée pour les matériaux pratiques. Pour les supraconducteurs à complexe conductivité est donnée par [12]:

$$\sigma = \sigma_{n} \left(T / T_{c} \right)^{4} - i \left(1 - \left(T / T_{c} \right)^{4} \right)^{-\frac{1}{2}} / \omega \mu_{0} \lambda_{0}^{2}$$
(I.5)

Où

 σ_n : est associé avec la conductivité normale à T_c . λ_0 : est la profondeur effective de pénétration.

Les différences entre les deux types de matériaux, l'un constitué d'un supraconducteur et l'autre d'un métal normal sont présentées dans le tableau I. 1. Nous observons que le supraconducteur offre alors moins de pertes.

Caractéristiques	Conducteur normal	supraconducteur
Résistance de surface (R _s) à 77K	2.2mΩ (Cu)	0.1mΩ (YBaCuO)
Dépendance en fréquence de la résistance de surface	$f^{1/2}$	f^2
Dépendance en champ de la résistance de surface	Constante	$R_s \alpha H^2$
Pénétration du champ à 77K	Epaisseur de peau (δ) (Au~ 500nm)	Longueur de pénétration (λ) (YBaCuO~ 360nm)
Effet Meissner	non	oui
Quantification du flux magnétique	non	oui

Tableau I.1 Différences entre les matériaux supraconducteur et normal

Durant la dernière décennie, de nombreuses familles de céramiques supraconductrices à haute température critique ont été synthétisées pour la fabrication de dispositifs électroniques. Les critères de sélection les plus significatifs sont :

- ✓ Une T_c supérieure à 77K ;
- ✓ Une bonne stabilité dans les conditions thermodynamiques de dépôt.

Les matériaux supraconducteurs les plus utilisés dans les dispositifs d'hyperfréquence sont [13], [14] :YBa₂Cu₃O_{7-x} (YBaCuO) et TI₂Ba₂CaCu₂O_x (TBCCO). Mais, la grande majorité des dispositifs est basée sur YBa₂Cu₃O_{7-x} malgré sa sensibilité à la stœchiométrie en oxygène (le calcul des relations quantitatives entre réactifs et produits au cours d'une réaction chimique).

I.2.2 Choix du substrat

Les substrats possèdent aussi des qualités en tant que métaux, leurs propriétés électromagnétiques sont caractérisées essentiellement par trois grandeurs physiques: conductivité, constante diélectrique relative, angle de perte. Les substrats exploités dans la conception des antennes imprimées sont nombreux et doivent être compatibles avec le matériau de patch.

Dans le cas où le matériau du patch de l'antenne est normal comme le cuivre, la permittivité relative du substrat varie de 1 à 12. Parfois, il est préférable d'utiliser des substrats diélectriques de grande épaisseur et de basse permittivité dans le but d'avoir une grande efficacité et une bande passante large. Mais dans ce cas, les pertes par onde de surface augmentent et l'antenne devient de plus en plus encombrante. Au contraire, l'utilisation de minces substrats de permittivités élevées est conseillée pour les circuits micro-ondes permettant la minimisation des ondes de surfaces et des radiations non désirées. Toutefois, l'efficacité et la bande passante diminuent à cause de la grande perte dans le substrat.

Dans le cas où le matériau de patch est supraconducteur, le substrat doit être monocristallin, de préférence isotrope pour permettre de limiter les défauts lors de la croissance du supraconducteur. Ainsi que les pertes diélectriques doivent être les plus faibles possibles. Les tangentes de pertes des substrats employés sont généralement inférieures à 10^{-5} à T=77K.

Enfin, il est préférable d'utiliser des substrats à fortes permittivités pour diminuer les tailles des antennes millimétriques. Les substrats les plus utilisés dans la conception des dispositifs supraconducteurs sont les suivants (Tableau I. 2) [15]:

- ✓ Le lanthane d'aluminium (LaAlO₃) malgré son coût et la présence de macles (cristaux);
- ✓ L'oxyde de magnésium (MgO) malgré le désaccord de maille;
- ✓ Le saphir taillé (Al₂O₃), est disponible en grandes dimensions, mais il nécessite un traitement de surface.

	LaAlO ₃	MgO	Al ₂ O ₃
Structure cristalline	Rhomboédrique (Cristal dont les six faces sont des losanges)	Cubique	Rhomboédrique
Réaction chimique avec L'YBaCuO	Non	Non	Oui
Couche tampon	Possible	Possible	Obligatoire
Isotrope	Oui	Oui	Anisotropie
Permittivité relative	23.6	9.6	9.3-11.6
Tan(δ)	7.6 10 ⁻⁶ à 77K	6.2 10 ⁻⁶ à 77K	3.8 10 ⁻⁸ à 77K

 Tableau I.2 Propriétés de substrats les plus utilisés dans les antennes, avec des patchs supraconducteurs (YBaCuO)

I.2.3 Polarisation

La polarisation d'une antenne est déterminée par celle de l'onde radiée dans une direction donnée. La pointe du vecteur du champ électrique instantané trace dans le temps une figure. Si le chemin du vecteur de champ électrique suit une ligne, l'antenne est dite linéairement polarisée. Si le vecteur champ électrique demeure constant en longueur, mais tourne selon un cercle, la polarisation est dite circulaire. Dans le cas de l'antenne plaquée du transpondeur (émetteur), nous avons adopté la polarisation linéaire. La polarisation circulaire est préférée pour l'antenne du lecteur.

I.3 Alimentation des éléments rayonnants

L'alimentation de l'antenne dépend de la manière dont cette dernière est intégrée dans le dispositif. La technique d'alimentation utilisée peut modifier de façon importante le fonctionnement de l'antenne. Les alimentations des antennes par ligne microbande et par câble coaxial sont les techniques les plus utilisées dans les antennes imprimées. Dans l'évaluation des pertes dans le dispositif d'alimentation, il convient toutefois de tenir compte également du circuit d'adaptation d'impédance. Actuellement, la tendance est donc d'adapter l'impédance de l'antenne au moyen d'un circuit comportant des lignes de transmission, qui sont également supraconductrices.

I.3.1 Alimentation par ligne microbande

L'alimentation peut se faire par la connexion directe à une ligne microbande (Figure I. 3), dont le point de jonction est sur l'axe de symétrie de l'élément ou décalé par rapport à cet axe de symétrie, si cela permet une meilleure adaptation d'impédance. L'alimentation axiale avec encoche donne de bons résultats [16]. Elle est très utilisée dans les réseaux d'antennes imprimées de différentes formes.



Figure I.3 Alimentation par ligne microbande

I.3.2 Alimentation par coaxiale directe

Elle est effectuée par connexion directe à câble coaxial (Figure I. 4), où le conducteur central est connecté en un point situé sur l'axe de symétrie de l'élément, plus ou moins près du bord. Le conducteur extérieur de câble coaxial est relié au plan de masse. Cette alimentation est très utilisée dans les antennes imprimées qui ont des patchs de formes circulaire et annulaire.



Figure I.4 Alimentation par coaxiale directe

1.4 Avantages, inconvénients et caractéristiques des antennes imprimées

Les antennes imprimées présentent de nombreux avantages comparés aux antennes microondes classiques. Certains avantages sont les suivants :

- ✓ Faible poids, encombrement réduit, configurations conformes possibles ;
- ✓ Faible coût de fabrication, production en masse possible ;
- ✓ Polarisation linéaire et circulaire pour les télécommunications ;
- ✓ Antennes multibandes, multipolarisations possibles ;
- Compatibilité avec les circuits hybrides et MMIC (Microwave monolithic integrated circuit);
- ✓ Réseaux d'alimentation et d'adaptation fabriqués simultanément avec l'antenne.

Toutefois, les antennes imprimées ont également des limitations que ne présentent pas les antennes traditionnelles :

- ✓ Bande passante étroite ;
- ✓ Généralement faible gain;
- ✓ Supportent uniquement des faibles puissances;
- ✓ Pertes de rayonnement par ondes de surfaces.

Egalement, plusieurs éléments radiants peuvent être placés sur la même plaque, avec le réseau d'alimentation, ou avec d'autres circuits imprimés (déphaseurs, commutateurs,.... etc). Les principales caractéristiques des antennes imprimées sont :

- ✓ Le facteur de qualité Q allant d'environ 50 jusqu'à 75 ;
- ✓ Le taux d'onde stationnaire (TOS) est égal à une valeur entre 2 jusqu'a 1.

Ces caractéristiques peuvent être changée par un bon choix de paramètres physiques de l'antenne imprimée (conductivité, constante diélectrique relative, angle de perte.....etc)

I.5 Réseau d'antennes imprimées

L'utilisation d'une antenne plaque unitaire s'avère souvent insuffisante pour répondre aux contraintes de rayonnement imposées. Le réseau d'antennes imprimées est constitué par des éléments rayonnants reliés en chaîne les uns aux autres par des tronçons de ligne microbandes. Les antennes élémentaires fonctionnent à la même fréquence et sont disposées périodiquement selon une ou plusieurs directions. Les réseaux d'antennes sont actuellement utilisés dans de nombreuses applications radars, radio mobile ou spatial.

Les antennes réseaux peuvent avoir différentes géométries : réseaux linéaires et réseaux planaires (bidimensionnels) [17].



Figure I.5 Différents types de réseaux (a) linéaire (b) bidimensionnels

Le champ total rayonné par le réseau est déterminé par l'addition des vecteurs champs rayonnés par les différents éléments. La forme du rayonnement global doit prendre en considération les paramètres suivants :

- la géométrie du réseau : linéaire, plan... ;
- l'espacement relatif entre chaque élément ;
- l'amplitude de l'excitation de chaque élément ;
- la phase appliquée à chaque excitation ;
- le diagramme de rayonnement propre à chaque élément.

I.5.1 Techniques d'alimentation d'un réseau d'antennes imprimées

Le réseau d'alimentation de l'antenne aura pour objectif d'amener l'énergie aux différentes sources en respectant les lois de pondération. La technique la plus simple consiste à alimenter les éléments rayonnants par des lignes microbandes. Le réseau d'excitation peut avoir des architectures variées selon le besoin. Le principe de répartition d'énergie se fait par utilisation des lignes microbandes et des transformateurs d'impédances quart d'ondes. Les déphaseurs dans le circuit d'alimentation peuvent être formés d'éléments supraconducteurs. Toutes les structures d'alimentations sont supposées uniformes de point de vue distribution de puissance (les patchs doivent être alimentés avec la même puissance). Il faut mettre en considération que les signaux émis par les sources sont tous avec la même fréquence en fonction du temps.

Le circuit d'excitation peut prendre plusieurs architectures ; on distingue deux types :

- ✓ Alimentation en série ;
- ✓ Alimentation en parallèle.

Le choix du type d'alimentation se fait en fonction de différents paramètres qui sont :

- ✓ La loi de pondération souhaitée, en amplitude et/ou en phase ;
- ✓ La bande passante souhaitée.

Un réseau série aura une bande passante plus faible dans la mesure où la loi de pondération sera plus sensible à la fréquence que dans le cas d'une alimentation parallèle.

I.5.1.1 Alimentation parallèle

Un réseau parallèle (Figure I. 6), sera plus encombrant qu'un réseau série (Figure I. 7). De plus, il est à noter qu'un réseau parallèle présente des longueurs de lignes supérieures et un plus grand nombre de coudes ce qui engendre d'avantage de pertes, en particulier dans le domaine millimétrique. Un autre choix important dans la conception d'une antenne imprimée est celui du substrat diélectrique. Si la structure du réseau à 2^n éléments rayonnants qui peuvent être alimentés en parallèle par n étages de (2^{m-1}) diviseurs de puissance à chaque étage m. Afin que cette alimentation soit totalement adaptée, il est judicieux d'utiliser des diviseurs de type Wilkinson [17].



Figure I.6 Alimentation parallèle d'un réseau linéaire

I.5.1.2 Alimentation série

Dans la figure I. 7 nous avons une ligne de transmission excite en série les éléments rayonnants. Chaque ligne présente à son entrée un déphaseur, qui lui-même est lié de façon orthogonale à un guide commun d'alimentation. La distance des branchements des lignes sur la ligne principale doit être uniforme, et les signaux doivent arriver en phase jusqu'aux déphaseurs pour ne pas s'induire dans des erreurs de phase.



Figure I.7 Alimentation série d'un réseau linéaire

I.5.2 Réseaux bidimensionnels

Les réseaux linéaires permettent de conformer le diagramme de rayonnement dans un plan passant par les sources du réseau. Afin d'obtenir un effet de réseau dans tout l'espace et, en particulier dans les plan E et H, il est nécessaire d'avoir recours à des réseaux bidimensionnels (Figures I. 8- I. 9). Ils peuvent être obtenus en mode non résonant à partir des réseaux linéaires à alimentation série ou parallèle.



Figure I.8 Alimentation parallèle d'un réseau plan



Figure 1.9 Alimentation série d'un réseau plan

I.6 Méthodes d'analyse des antennes planaires

Depuis l'avènement des antennes imprimées, plusieurs méthodes d'analyse ont été utilisées. Ces méthodes peuvent être largement divisées en deux groupes :

Dans le premier groupe, les méthodes qui sont basées sur la distribution de courant magnétique équivalente, sont données par [18]:

- ✓ Modèle de la ligne de transmission (TLM);
- ✓ Modèle de la cavité.

Le modèle de la ligne de transmission est considéré comme le plus simple. Ce modèle exploite l'analogie qui existe entre un patch d'une antenne imprimée et un tronçon d'une ligne de transmission ayant deux bords rayonnants. Ce modèle prend en compte au départ la nature des phénomènes physiques, ce qui permet d'effectuer des approximations, permettant la modélisation du modèle. Dans le modèle de la ligne de transmission, l'inconnu à déterminer est la constante de propagation. Les pertes par rayonnement sont incluses dans le coefficient d'atténuation de la constante de propagation. Cependant, cette technique ne rend pas compte des effets des modes d'ordre supérieur.

Dans le modèle de la cavité, la structure imprimée peut être assimilée à une cavité limitée en haut par une plaque conductrice, en bas par un plan de masse et entourée par une surface latérale. Les deux plans conducteurs présentent des murs électriques et la surface latérale constitue le mur magnétique. Dans ce modèle, l'inconnu est le système des modes propagatifs et leurs fréquences de résonance. Cependant, ces modèles sont fondés sur des approximations qui peuvent donner lieu à des résultats inexacts, notamment pour des applications qui requièrent un substrat épais ou une constante diélectrique élevée (cas d'antennes opérant à des ondes millimétriques). Les inconvénients spécifiques à ces méthodes sont :

- L'inaptitude de ces méthodes pour prédire toutes les caractéristiques de l'antenne ;
- Les conditions considérées de l'épaisseur faible du substrat diélectrique et d'une constante diélectrique petite, rendent la caractérisation en quelque sorte incomplète, ce qui amène à l'utilisation des formules de correction;
- Ces méthodes sont limitées à des formes géométriques simples.

Dans le deuxième groupe, les méthodes qui sont basées sur la distribution du courant électrique sur le conducteur, sont les suivantes:

- ✓ Méthode des moments (MoM) ;
- ✓ Méthode des différences finies (FEM) ;
- ✓ Méthode de domaine de temps de différence finie (FDTD) ;
- ✓ Méthode spectrale (SDA).

Ces méthodes ne souffrent d'aucune approximation, et s'avèrent être très rigoureuses, puisque aucune supposition initiale n'est considérée. En outre, ces méthodes permettent d'étudier des antennes de formes très variées, mais font appel à des formulations ou calculs plus complexes et des temps de calcul plus importants. Le choix de la méthode analytique avec laquelle nous allons traiter le problème de détermination des caractéristiques des antennes imprimées est la méthode spectrale. Cette méthode permet de résoudre efficacement le système d'équations intégrales dans le domaine spatial. Elle est basée sur la connaissance des champs électromagnétiques dans chaque région. Le système d'équations intégrales à résoudre peut s'écrire sous la forme matricielle, le choix de la condition de continuité surfacique et le vecteur de courant sur les patchs permet de réduire une relation entre les composantes tangentielles des champs électromagnétiques et les courants surfaciques. L'approche de l'équation intégrale dans le domaine spectral est largement utilisée dans l'analyse et la conception de structures imprimées.

I.7 Méthodes d'optimisation

Les méthodes d'optimisation permettent de déterminer plusieurs solutions dans l'espace en maximisant ou minimisant un critère. On définit alors une fonction objective, que l'on cherche à optimiser par rapport à tous les paramètres concernés. Une telle fonction objective présente généralement un grand nombre de solutions non optimales. Ce qui explique l'importance du problème d'optimisation d'une fonction, et ce dans tous les domaines, notamment dans le domaine de la télécommunication. Généralement le processus d'optimisation se fait en trois étapes: analyse, synthèse et évaluation. Dans la littérature deux catégories de méthodes d'optimisation sont utilisées:

- ✓ Une catégorie appelée méthodes locales permettant de déterminer un optimum local ;
- ✓ La deuxième catégorie appelée méthodes de recherche globale qui s'efforcent de déterminer un optimum global.

I.7.1 Méthodes d'optimisation globale

Les techniques d'optimisation globale peuvent être subdivisées en trois groupes :

- ✓ méthodes déterministes ;
- ✓ méthodes stochastiques ;
- ✓ méthodes énumératives.

Les méthodes déterministes sont basées sur le calcul de la dérivée du problème, ou sur des approximations de cette dérivée. Elles nécessitent donc quelques informations sur le vecteur gradient, soit qu'elles cherchent le point où il est nul, soit qu'elles utilisent sa direction. Les méthodes stochastiques utilisent un ensemble d'actions qui cherchent la solution optimale de façon aléatoire orientée, sans avoir besoin d'aucune information sur les dérivées ou sur le comportement du problème. Les méthodes énumératives font un balayage complet (recherche exhaustive) de toutes les solutions possibles, ce qui dans la plupart des problèmes, demande un temps de calcul excessif. Parmi les méthodes d'optimisation, nous avons utilisé dans notre étude les algorithmes génétiques, qui ont été conçus comme outil d'optimisation stochastique. Ils sont inspirés des mécanismes de la génétique et de l'évolution naturelle des être vivants. Ils cherchent la solution globale d'une manière aléatoire. Ces algorithmes sont les plus connus et utilisés des algorithmes évolutionnaires [19].

1.7.2 Méthodes d'optimisation locale

Lorsqu'une exploration de type déterministe est difficile à implanter, on fait appel aux techniques à recherche aléatoire. Ces méthodes font appel à des tirages de nombres aléatoires. Elles assurent au bout d'un certain nombre d'itérations, les solutions fournies convergent vers la solution optimale. Le principe d'une méthode d'optimisation locale est le suivant : à partir d'une solution de départ x_0 , considérée temporairement comme étant la valeur minimale x_{min} , on engendre par transformations élémentaires une suite finie de voisins. Ce type de méthodes permet d'explorer l'espace de recherche plus efficacement. On peut citer:

- ✓ Méthode de Monte Carlo;
- ✓ Méthode de la descente.

I.8 Méthode d'approximation

I.8.1 Réseau de neurone

Les réseaux de neurones sont des modèles mathématiques et informatiques, des assemblages d'unités de calcul appelés neurones formels, et dont l'inspiration originelle était le fonctionnement cérébral de l'être humain. Ils ont été développés dans les années 80 pour résoudre des problèmes d'ingénierie. La modélisation et l'approximation avec les réseaux de neurones relève plus de l'art que de la science. Parmi les réseaux de neurones qui possèdent la propriété d'approximateur universelle de fonction, il y a le perceptron multicouche (MLP) qui se base, en général, sur des fonctions d'activation de type sigmoïde, et le réseau de neurones (RBF) qui se base sur des fonctions d'activation de type gaussienne dont les centres sont à déterminer au cours d'apprentissage. Bien que les deux types de réseaux disposent d'une universelle et, donc sont convenables à la modélisation et capacité d'approximation l'optimisation du diagramme de rayonnement d'un réseau d'antennes imprimées. Le réseau de neurones permet d'établir lors de la phase d'apprentissage des relations analytiques importantes qui nous permettent de caractériser les paramètres du réseau d'antennes pour que la fonction caractéristique du diagramme de rayonnement répond à des spécifications précises, souvent décrite par un gabarit [20].

Chapitre II

Modélisation des antennes imprimées supraconductrices par la méthode spectrale

Résumé

Dans ce chapitre, nous présentons les caractéristiques des antennes imprimées rectangulaire, circulaire et annulaire par la méthode des moments via la procédure de Galerkin. Des résultats numériques concernant les caractéristiques des antennes imprimées supraconductrices seront présentées.

II.1 Introduction

La nécessité d'avoir une analyse rigoureuse des antennes imprimées, a contraint les chercheurs à mettre en ouvre une méthode basée, sur le problème aux frontières des grandeurs électromagnétiques [21]. La méthode spectrale (SDA) est très utilisée pour l'étude des dispositifs planaires [22], il s'agit de la méthode des moments dans le domaine spectral. Elle est devenue célèbre dés que l'approche des immittances fut introduire par Itoh [23]. Elle est numériquement simple et efficace. Dans la littérature, diverses techniques pour la formulation de cette méthode sont utilisées selon la géométrie de la plaque conductrice. Parmi ces transformées nous citons : la transformée vectorielle de Mathieu, la transformée Cylindrique-Fourier, ainsi que les transformées usuelles et vectorielles de Fourier [24] et de Hankel [25]. Les formalismes des transformées usuels, et vectoriels de Fourier sont utilisés pour les géométries rectangulaires, et triangulaires. Les formalismes des transformées usuels et vectoriels de Hankel sont réservés aux formes circulaires et annulaires.

Généralement ces formalismes permettent d'extraire les solutions d'équations intégrales couplées qui apparaissent lorsqu'on travaille dans le domaine spatial. La mise en œuvre de cette méthode consiste à écrire, dans chaque milieu de la structure, les champs électromagnétiques sous la forme de transformées, en tenant compte des courants sur les patchs. A partir des conditions de continuité aux interfaces, nous pouvons déduire une relation entre les composantes tangentielles des champs électromagnétiques et les courants électriques.

Dans le présent chapitre nous nous proposons des formalismes, pour la détermination du tenseur de Green pour les antennes imprimées rectangulaire, circulaire et annulaire. L'utilisation de la méthode des moments pour la résolution des équations intégrales, conduit à la construction d'un système à résoudre. Le choix de la forme de l'élément rayonnant dépend de certains facteurs tel que: la puissance rayonnée, la fréquence d'utilisation, le type de polarisation, le gain, ainsi que la bande passante de l'élément rayonnant. Des résultats numériques concernant les caractéristiques des antennes imprimées supraconductrices dans la bande millimétrique seront présentés.

II.2 Détermination du tenseur de Green

Dans une telle approche, la fonction spectrale de Green, qui lie les champs avec les courants électriques tangentiels selon les différents plans des conducteurs, doit être déterminée. Plusieurs techniques ont été proposées pour évaluer la fonction spectrale de Green [25]-[27]. Cette fonction contient tous les renseignements concernant la structure étudiée. Elle tient compte aussi de l'effet des ondes de surface. Les pertes par diélectrique sont incluses en prenant des valeurs complexes pour les permittivités. Dans ce chapitre la fonction de Green est déterminée par l'utilisation de la méthode spectrale qui permet en particulier d'obtenir les caractéristiques de l'antenne imprimée, ayant les formes suivantes: rectangulaire, circulaire et annulaire.

II.2.1 Formalisme des transformées vectorielles de Fourier (VFTF)

Dans cette section une méthode est proposée pour le calcul du tenseur de Green, cette méthode a été étudiée par plusieurs auteurs [24], [28]-[31]. La géométrie considérée est montrée dans la figure II .1. Un patch microbande rectangulaire de longueur (a), de largeur (b) et d'épaisseur (t) est imprimé sur un substrat uniaxial caractérisé par une permittivité ($\bar{\epsilon}$), qui est définie par :

$$\overline{\varepsilon} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon_x & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$
(II.1)

Le substrat d'épaisseur (d) est à anisotropie uniaxiale avec l'axe (z) comme axe optique; (ε_0) est la permittivité de l'espace libre. (ε_z) est la permittivité relative le long de l'axe optique (z) et (ε_x) est la permittivité relative le long des deux axes perpendiculaire à l'axe optique [31].



Figure II.1 Structure d'une antenne imprimée rectangulaire

Nous avons une onde électromagnétique, qui se propage dans un milieu non chargé (ρ =0). La résolution du problème électromagnétique consiste à l'intégration des équations de Maxwell suivantes :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \overline{H}}{\partial t}$$
(II.2)

$$\overrightarrow{\text{rot}}\overrightarrow{\text{H}} = \overline{\varepsilon} \frac{\partial \overrightarrow{\text{E}}}{\partial t}$$
(II.3)

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \mathbf{0} \tag{II.4}$$

$$div\vec{B} = 0 \tag{II.5}$$

Où, \vec{E} le champ électrique, \vec{H} le champ magnétique, \vec{D} le champ d'induction électrique, \vec{B} le champ d'induction magnétique, ρ la densité de charge, et μ_0 la perméabilité dans le vide. En passant par la transformée vectorielle de Fourier, bidimensionnelle qui est définie par :

$$\widetilde{\overline{A}}(k_x, k_y, z) = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \overline{\overline{A}}(x, y, z) \cdot e^{-j(k_x \cdot x + k_y \cdot y)} dx \cdot dy$$
(II.6)

$$\overline{A}(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \widetilde{\overline{A}}(k_x, k_y, z) e^{j(k_x \cdot x + k_y \cdot y)} dk_x \cdot dk_y$$
(II.7)

- \overline{A} : Un vecteur dans le domaine spatial.
- $\frac{\widetilde{A}}{\widetilde{A}}$: La transformée de Fourier bidimensionnelle.

A partir des équations du Maxwell dans le domaine spectral, selon le formalisme des transformées vectorielles de Fourier, nous pouvons mettre les composantes transversales du champ électromagnétique sous la forme matricielle suivante:

$$\begin{bmatrix} \widetilde{E}_{x}(k_{s},z) \\ \widetilde{E}_{y}(k_{s},z) \end{bmatrix} = \frac{1}{k_{s}^{2}} \begin{bmatrix} k_{x} & k_{y} \\ k_{y} & -k_{x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{j\varepsilon_{z}}{\varepsilon_{x}} \frac{\partial \widetilde{E}_{z}(k_{s},z)}{\partial z} \\ w\mu_{0} \widetilde{H}_{z}(k_{s},z) \end{bmatrix}$$
(II.8)

$$\begin{bmatrix} \widetilde{H}_{y}(k_{s},z) \\ -\widetilde{H}_{x}(k_{s},z) \end{bmatrix} = \frac{1}{k_{s}^{2}} \begin{bmatrix} k_{x} & k_{y} \\ k_{y} & -k_{x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \varepsilon_{0} \varepsilon_{z} \widetilde{E}_{z}(k_{s},z) \\ j \frac{\partial \widetilde{H}_{z}(k_{s},z)}{\partial z} \end{bmatrix}$$
(II.9)

Le module du vecteur d'onde transverse (k_s) est donné par: $k_s = \left\| k_x \vec{x} + k_y \vec{y} \right\|$

Nous pouvons mettre les composantes du champ électrique et du champ magnétique sous la forme suivante :

$$\widetilde{\widetilde{e}} = \begin{bmatrix} \widetilde{e}^{e} \\ \widetilde{e}^{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{j\varepsilon_{z}}{k_{s}\varepsilon_{x}} \frac{\partial \widetilde{E}_{z}}{\partial z} \\ \frac{W\mu_{0}}{k_{s}} \widetilde{H}_{z} \end{bmatrix}$$
(II.10)

$$\widetilde{\widetilde{h}} = \begin{bmatrix} \widetilde{h}^{e} \\ \widetilde{h}^{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{W \varepsilon_{0} \varepsilon_{z}}{k_{s}} \widetilde{E}_{z} \\ j \frac{\partial \widetilde{H}_{z}}{k_{s} \partial z} \end{bmatrix}$$
(II.11)

En tenant compte des conditions aux limites, nous pouvons considérer que le plan de masse est un conducteur parfait, et constitue par conséquent un mur électrique parfait sur lequel: $E_s(r_s, z_0) = 0$ Les formules générales de $\widetilde{\overline{e}}~$ et $\widetilde{\overline{h}}~$ dans le substrat sont données par :

$$\widetilde{\overline{e}} = A e^{ik_z^e z} + B e^{-ik_z^e z}, \qquad \text{pour } 0 < z < d \qquad (II.12)$$

$$\widetilde{\overline{h}} = \overline{g}(k_s).(A e^{ik_z^e z} - B e^{-ik_z^e z}), \quad \text{pour } 0 < z < d \quad (II.13)$$

Avec

$$\overline{g}_{i}(K_{s}) = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon_{0} \varepsilon_{x}}{K_{z}^{e}} & 0\\ 0 & \frac{K_{z}^{h}}{\omega \mu_{0}} \end{bmatrix}$$
(II.14)

Les grandeurs z_i^- et z_i^+ , sont montrées dans la figure II. 2.



Figure II.2 Structure d'une couche

Dans le substrat, la relation entre les champs électriques et magnétiques est donnée par l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} \widetilde{\mathbf{e}}_{i}(\mathbf{k}_{s}, \mathbf{z}_{i}^{-}) \\ \widetilde{\mathbf{h}}_{i}(\mathbf{k}_{s}, \mathbf{z}_{i}^{-}) \end{bmatrix} = \overline{\mathbf{T}} \cdot \begin{bmatrix} \widetilde{\mathbf{e}}_{i}(\mathbf{k}_{s}, \mathbf{z}_{i-1}^{+}) \\ \widetilde{\mathbf{h}}_{i}(\mathbf{k}_{s}, \mathbf{z}_{i-1}^{+}) \end{bmatrix}$$
(II.15)

Avec

$$\overline{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{T}}_{11} & \overline{\mathbf{T}}_{12} \\ \overline{\mathbf{T}}_{21} & \overline{\mathbf{T}}_{22} \end{bmatrix}$$
(II.16)

Les éléments de la matrice T sont donnés par:

$$\overline{T}_{11} = \overline{T}_{22} = \begin{bmatrix} \cos(K_z^e d) & 0\\ 0 & \cos(K_z^h d) \end{bmatrix}$$
(II.17)

$$\overline{T}_{12} = \begin{bmatrix} \frac{-jK_z^e}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_x} \sin(K_z^ed) & 0\\ 0 & \frac{-j\omega\mu_0}{K_z^h} \sin(K_z^hd) \end{bmatrix}$$
(II.18)

$$\overline{T}_{21} = \begin{bmatrix} \frac{-j\omega\varepsilon_{0}\varepsilon_{x}}{K_{z}^{e}}\sin(K_{z}^{e}d) & 0\\ 0 & \frac{-jK_{z}^{h}}{\omega\mu_{0}}\sin(K_{z}^{h}d) \end{bmatrix}$$
(II.19)

Nous exprimons également, une condition de continuité dans le domaine spectral sur les deux faces de la couche considérée par les expressions suivantes :

$$\begin{bmatrix} \widetilde{\mathbf{e}}_{i+1}(\mathbf{k}_{s}, \mathbf{z}_{i}^{+}) \\ \widetilde{\mathbf{h}}_{i+1}(\mathbf{k}_{s}, \mathbf{z}_{i}^{+}) \end{bmatrix} = \overline{\mathbf{T}} \cdot \begin{bmatrix} \widetilde{\mathbf{e}}_{i}(\mathbf{k}_{s}, \mathbf{z}_{i-1}^{+}) \\ \widetilde{\mathbf{h}}_{i}(\mathbf{k}_{s}, \mathbf{z}_{i-1}^{+}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \widetilde{\mathbf{J}}_{s}(\mathbf{k}_{s}) \end{bmatrix}$$
(II.20)

Dans la couche au dessus de la plaque conductrice ($z > z_{i+1}$), nous avons :

$$\widetilde{\mathbf{h}}_{i+1}\left(\mathbf{K}_{s}, \mathbf{Z}_{i}^{+}\right) = \overline{\mathbf{g}}_{i+1}\left(\mathbf{K}_{s}\right) \widetilde{\mathbf{e}}_{i+1}\left(\mathbf{K}_{s}, \mathbf{Z}_{i}^{+}\right)$$
(II.21)

D'après les conditions aux limites précédentes, nous déduisons l'expression qui donne la relation reliant le courant sur le patch $\tilde{J}(k_s)$ au champ électrique tangentiel $\tilde{E}(k_s, z)$.

$$\widetilde{E}_{s}(k_{s},z) = \overline{G}(k_{s}).\widetilde{J}(k_{s})$$
(II.22)

Où

$$\widetilde{\overline{E}}_{s} = \begin{bmatrix} \widetilde{E}_{x} \\ \widetilde{E}_{y} \end{bmatrix} et \quad \widetilde{\overline{J}}_{s} (k_{s}) = \begin{bmatrix} \widetilde{J}_{x} \\ \widetilde{J}_{y} \end{bmatrix}$$

Le tenseur de Green \overline{G} est donné par:

$$\overline{G}(k_s) = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \cdot \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \overline{Q} \cdot \frac{1}{k_s} \cdot \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix}$$
(II.23)

Avec

$$\overline{Q} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & 0 \\ & \\ 0 & Q_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{i\omega\varepsilon_0} \cdot \frac{k_z \cdot k_z^e}{D^e} \sin(k_z^e \cdot d) & 0 \\ 0 & \frac{1}{i\omega\varepsilon_0} \cdot \frac{k_0^2}{D^h} \sin(k_z^h \cdot d) \end{bmatrix}$$
(II.24)

Où

$$D^{e} = \varepsilon_{x} k_{z} .\cos(k_{z}^{e}.d) + ik_{z}^{e} \sin(k_{z}^{e}.d), \quad D^{h} = k_{z}^{h} .\cos(k_{z}^{h}.d) + ik_{z} \sin(k_{z}^{h}.d)$$
$$k_{z}^{e^{2}} = \varepsilon_{x} k_{0}^{2} - \frac{\varepsilon_{x}}{\varepsilon_{z}} k_{s}^{2}, \quad k_{z}^{h^{2}} = \varepsilon_{x} k_{0}^{2} - k_{s}^{2}, \quad k_{0}^{2} = \omega^{2} \varepsilon_{0} \mu_{0} \text{ et } k_{z}^{2} = k_{0}^{2} - k_{s}^{2}$$

II.2.2 Formalisme des transformées vectorielles de Hankel (VHTF)

Nous avons pris la même structure précédente, sauf que la forme du patch a changé. Considérons les structures d'antennes imprimées circulaire et annulaire représentées dans la figure II. 3.



Figure II.3 Structure d'une antenne imprimée dans un milieu anisotrope. (i) circulaire de rayon (a)

(ii) annulaire de rayons (a) et (b)

Les champs axiaux électromagnétiques dans différentes couches peuvent être obtenus, en utilisant le formalisme des transformées vectorielles de Hankel [32]-[35].

$$E_{z}(\rho) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\phi} \int_{0}^{\infty} dk_{\rho} k_{\rho} \widetilde{J}_{n}(k_{\rho}\rho) \cdot \widetilde{E}_{z}(k_{\rho}, z)$$
(II.25)

$$H_{z}(\rho) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\varphi} \int_{0}^{\infty} dk_{\rho} k_{\rho} \widetilde{J}_{n}(k_{\rho}\rho) \cdot \widetilde{H}_{z}(k_{\rho}, z)$$
(II.26)

Avec

- $J_n(k_{\rho})$: fonction de Bessel de première espèce d'ordre n et d'argument $(k_{\rho}\rho)$.
- \mathbf{k}_{ρ} : nombre d'onde transversale.

En considérant une variation temporelle en e $j^{\phi t}$ et à partir des équations de Maxwell en coordonnées cylindriques (ρ , ϕ), les composantes transversales du champ électromagnétique dans la couche peuvent être obtenues, en utilisant des transformées vectorielles de Hankel.

$$\mathbf{E}_{\rho}(\rho,\phi,z_{j}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\rho} \int_{0}^{\infty} dk_{\rho} k_{\rho} \left[\frac{\omega\mu_{0}}{2k_{\rho}} \left(\widetilde{J}_{n-1}(k_{\rho}\rho) + \widetilde{J}_{n+1}(k_{\rho}\rho) \right) \cdot \widetilde{\mathbf{H}}_{jz}(k_{\rho},z_{j}) + \frac{i\epsilon_{jz}}{2k_{\rho}\epsilon_{jx}} \left(-\widetilde{J}_{n+1}(k_{\rho}\rho) + \widetilde{J}_{n-1}(k_{\rho}\rho) \right) \frac{\partial \widetilde{\mathbf{E}}_{jz}(k_{\rho},z_{j})}{\partial z} \right]$$
(II.27)

$$\mathbf{E}_{\varphi}(\rho,\varphi,z_{j}) = \sum_{n=\infty}^{\infty} e^{in\varphi} \int_{0}^{\infty} d\mathbf{k}_{p} \mathbf{k}_{p} [i \frac{\omega \mu_{0}}{2\mathbf{k}_{p}} (\widetilde{J}_{n-1}(\mathbf{k}_{p}\rho) - \widetilde{J}_{n+1}(\mathbf{k}_{p}\rho)) \cdot \widetilde{\mathbf{H}}_{jz}(\mathbf{k}_{p},z_{j}) - \frac{\varepsilon_{jz}}{2\varepsilon_{jx}\mathbf{k}_{p}} (\widetilde{J}_{n+1}(\mathbf{k}_{p}\rho) + \widetilde{J}_{n-1}(\mathbf{k}_{p}\rho)) \frac{\partial \widetilde{\mathbf{E}}_{jz}(\mathbf{k}_{p},z_{j})}{\partial z}]$$
(II.28)

$$\mathbf{H}_{\varphi}(\rho,\varphi,z_{j}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\rho} \int_{0}^{\infty} dk_{\rho} k_{\rho} \left[\left(\frac{i\omega\varepsilon_{jz}\varepsilon_{0}}{2k_{\rho}} \left(\widetilde{J}_{n-1}(k_{\rho}\rho) - \widetilde{J}_{n+1}(k_{\rho}\rho) \right) \cdot \widetilde{\mathbf{E}}_{jz}(k_{\rho},z_{j}) + \frac{1}{2k_{\rho}} \left(\widetilde{J}_{n-1}(k_{\rho}\rho) + \widetilde{J}_{n+1}(k_{\rho}\rho) \right) \cdot \frac{\partial \widetilde{\mathbf{H}}_{jz}(k_{\rho},z_{j})}{\partial z} \right]$$
(II.29)

$$\mathbf{H}_{\rho}(\rho,\phi,z_{j}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\phi} \int_{0}^{\infty} dk_{\rho} k_{\rho} \left[\frac{\omega \varepsilon_{jz} \varepsilon_{0}}{2k_{\rho}} (\widetilde{J}_{n-1}(k_{\rho}\rho) + \widetilde{J}_{n+1}(k_{\rho}\rho)) \cdot \widetilde{\mathbf{E}}_{jz} \left(k_{\rho}, z_{j} \right) + \frac{i}{2k_{\rho}} (\widetilde{J}_{n+1}(k_{\rho}\rho) - \widetilde{J}_{n-1}(k_{\rho}\rho)) \frac{\partial \widetilde{\mathbf{H}}_{jz} \left(k_{\rho}, z_{j} \right)}{\partial z} \right]$$
(II.30)

Nous pouvons mettre les équations (II. 27)- (II. 28) sous les formes suivantes:

$$\mathbf{E}(\rho, \varphi, z_{j}) = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{\rho}(\rho, \varphi, z_{j}) \\ \mathbf{E}_{\varphi}(\rho, \varphi, z_{j}) \end{bmatrix} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{jn\varphi} \int_{0}^{\infty} dk_{\rho} \cdot k_{\rho} \cdot \overline{H}_{n}(k_{\rho}\rho) \cdot \begin{bmatrix} (i\varepsilon_{jz}/\varepsilon_{jx}) \cdot \partial \widetilde{\mathbf{E}}_{jz}(k_{\rho}, z_{j})/\partial \mathbf{z} \\ i\omega\mu_{0}\widetilde{\mathbf{H}}_{jz}(k_{\rho}, z_{j}) \end{bmatrix}$$
(II.31)

$$H(\rho, \varphi, z_{j}) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{\varphi}(\rho, \varphi, z_{j}) \\ -\mathbf{H}_{\rho}(\rho, \varphi, z_{j}) \end{bmatrix} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{jn\varphi} \int_{0}^{\infty} dk_{\rho} \cdot k_{\rho} \cdot \overline{\mathbf{H}}_{n}(k_{\rho}\rho) \cdot \begin{bmatrix} i\omega\varepsilon_{jz}\varepsilon_{0} \ \widetilde{\mathbf{E}}_{jz}(k_{\rho}, z_{j}) \\ i\partial \ \widetilde{\mathbf{H}}_{jz}(k_{\rho}, z_{j}) / \partial \mathbf{z} \end{bmatrix}$$
(II.32)

Nous pouvons écrire ces équations sous les formes suivantes :

$$H(\rho, \phi, z_j) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{jn\phi} \int_0^{\infty} dk_{\rho} . k_{\rho} . \overline{H}_n (k_{\rho}\rho) . \widetilde{e}_n (k_{\rho}, z)$$
(II.33)

$$\mathbf{E}(\rho, \varphi, z_j) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{jn\varphi} \int_{0}^{\infty} dk_{\rho} \cdot k_{\rho} \cdot \overline{\mathbf{H}}_{n}(k_{\rho}\rho) \cdot \widetilde{\mathbf{h}}_{n}(k_{\rho}, z)$$
(II.34)

Avec

 $\overline{H}_n(k_\rho)$: noyau des transformées vectorielles de Hankel, sa matrice est donnée par :

$$\overline{H}_{n}(k_{\rho}\rho) = \begin{bmatrix} \dot{J}_{n}(k_{\rho}\rho) & \frac{-in}{k_{\rho}\rho} J_{n}(k_{\rho}\rho) \\ \frac{in}{k_{\rho}\rho} J_{n}(k_{\rho}\rho) & \dot{J}_{n}(k_{\rho}\rho) \end{bmatrix}$$
(II.35)

 $\dot{J}_n(k_o\rho)$: dérivée de la fonction de Bessel par rapport à l'argument.

$$\widetilde{e}_{n}(k_{\rho},z) = \overline{A}_{nj}(k_{\rho})e^{-i\overline{k}_{jz}z} + \overline{B}_{nj}(k_{\rho})e^{i\overline{k}_{jz}z}$$
(II.36)

$$\widetilde{h}_{n}(k_{\rho},z) = \overline{g}_{j}(k_{\rho}).(\overline{A}_{nj}(k_{\rho})e^{-i\overline{k}_{jz}z} - \overline{B}_{nj}(k_{\rho})e^{i\overline{k}_{jz}z})$$
(II.37)

Où

 \overline{A} et \overline{B} : vecteurs à deux composantes.

 $\overline{g}_{_{\rm J}}(k_{_{\rm P}})\,$: admittance caractéristique des modes TM et TE.

$$\overline{g}_{j}(k_{\rho}) = \begin{vmatrix} \omega \varepsilon_{jx} \varepsilon_{0} / k_{jz}^{h} & 0 \\ 0 & k_{jz}^{e} / \omega \mu_{0} \end{vmatrix}$$
(II.38)
Avec

$$k_{jz}^{e} = (\epsilon_{jx}k_{0}^{2} - (\epsilon_{jx}k_{\rho}^{2}/\epsilon_{jz}))^{1/2} \text{ et } k_{jz}^{h} = (\epsilon_{jx}k_{0}^{2} - k_{\rho}^{2})^{\frac{1}{2}} \text{ : sont respectivement les modes de propagation.}$$

Nous utiliserons les mêmes étapes utilisées pour l'antenne imprimée rectangulaire, nous aboutirons à une expression du tenseur de Green. Dans le domaine spectral, le champ électrique tangentiel E_n sur l'interface du disque circulaire ou annulaire, est lié au courant K_n par la relation suivante :

$$E_{n}(k_{\rho}) = \overline{G}(k_{\rho}) \cdot K_{n}(k_{\rho})$$
(II.39)

Le tenseur de green $\overline{G}(k_{\rho})$ est factorisé en une matrice diagonale, ayant toujours la même forme et indépendante de la géométrie de la plaque rayonnante. Il contient toutes les indications concernant la structure étudiée, il est donné par :

$$\overline{\mathbf{G}}(\mathbf{k}_{\rho}) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}^{\mathrm{TM}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}^{\mathrm{TE}} \end{bmatrix}$$
(II.40)

$$\begin{cases} G^{TM} = \frac{k_0}{i\omega\varepsilon_0} \frac{k_z^e . \sin(k_z^e d)}{\varepsilon_x . k_0 . \cos(k_z^e d) + ik_z^e . \sin(k_z^e d)} \\ G^{TE} = \frac{k_0^2}{i\omega\varepsilon_0} \frac{\sin(k_z^h d)}{k_z^h \cos(k_z^h d) + ik_0 \sin(k_z^h d)} \end{cases}$$
(II.41)

Pour déterminer les composantes de la fonction de Green qui prennent en considération l'effet de supraconductivité du patch, nous allons considérer une impédance de surface complexe Z_s . Cette dernière est déterminée à l'aide des équations de London [Annexe 2].

Généralement, pour une structure rayonnante, il existe: des courants surfaciques J_s sur les conducteurs, et des courants qui sont dus au champ d'excitation \vec{E}_{tan}^{inc} . Ces derniers créent un champ diffracté \vec{E}_{tan}^{scat} , qui peut être exprimé à l'aide de la fonction dyadique de Green.

Les conditions aux limites à la surface du patch supraconducteur de la structure rayonnante, imposent la condition de bord suivante [36]-[38] :

$$\vec{E}_{T} = \vec{0} \tag{II.42}$$

Avec

 \vec{E}_{T} : champ électrique tangentiel total en fonction du courant sur le patch, est donné par :

$$\vec{E}_{T} = \vec{E}_{tan}^{inc} + \vec{E}_{tan}^{scat} - \vec{Z}_{s}\vec{J}$$
(II.43)

II.3 Equation intégrale

Dans la partie précédente, nous avons déterminé le tenseur de Green pour les structures considérées. Le champ électrique tangentiel est nul sur la plaque conductrice, ce qui conduit à une équation intégrale [39]. Plusieurs méthodes sont appliquées pour la résolution des équations intégrales (II. 44). Parmi ces méthodes, nous citons la méthode des moments.

$$E_{T}(r_{s}) = \begin{cases} 0 & \text{sur le métal} \\ \neq 0 & \text{sur l'isolant} \end{cases}$$
(II.44)

II.3.1 Antenne rectangulaire

A partir des composantes transversales du champ électromagnétique, qui sont liées aux transformées vectorielles de Fourrier du courant $\tilde{J}(k_s)$ sur la plaque rayonnante, et par l'utilisation du théorème de Perseval, nous obtenons l'équation intégrale du champ électrique suivante :

$$E(\mathbf{r}_{s}) = \frac{1}{(2\pi)^{2}} \int d\mathbf{k}_{s} \cdot F(\mathbf{k}_{s}, \mathbf{r}_{s}) \cdot (\overline{G}(\mathbf{k}_{s}) - \overline{Z}_{s}) \cdot \widetilde{J}(\mathbf{k}_{s}) = \begin{cases} 0 & \text{sur le métal} \\ \neq 0 & \text{sur l'isolant} \end{cases}$$
(II.45)

Avec

 $\tilde{J}(k_s)$: transformée vectorielle de Fourrier de la densité surfacique du courant.

 $\overline{F}(k_s, r_s) = \frac{1}{k_s} \cdot \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot e^{ik_s r_s} : \text{noyau des transformées vectorielles de Fourrier.}$

L'utilisation de la méthode des moments dans le domaine spectral a permis la résolution du système d'équations intégrales couplées. La méthode des moments (procédure de Galerkin) permet la décomposition de la solution d'une équation intégrale, suivant un développement de fonction de base $J(r_s)$, qui sont exprimées sous forme d'une série de fonctions comme suit [Annexe3]:

$$J(r_s) = \sum_{n=1}^{N} a_n \begin{bmatrix} J_{xn}(k_s) \\ 0 \end{bmatrix} + \sum_{m=1}^{M} b_m \begin{bmatrix} 0 \\ J_{ym}(k_s) \end{bmatrix}$$
(II.46)

En utilisant les formalismes des transformées vectoriels de Fourier, l'expression de $\widetilde{J}(k_s)$ est donnée par :

$$\widetilde{J}(k_{s}) = \sum_{n=1}^{N} a_{n} \cdot \frac{1}{k_{s}} \left[\frac{k_{x} \widetilde{J}_{xn}(k_{s})}{k_{y} \widetilde{J}_{xn}(k_{s})} \right] + \sum_{m=1}^{M} b_{m} \cdot \frac{1}{k_{s}} \left[\frac{k_{y} \widetilde{J}_{ym}(k_{s})}{-k_{x} \widetilde{J}_{ym}(k_{s})} \right]$$
(II.47)

Où

 \widetilde{J}_{xn} et \widetilde{J}_{ym} : Transformées de Fourier scalaires de J_{xn} et J_{ym} .

En substituant l'équation (II. 47) dans l'équation (II. 45), et après quelques manipulations algébriques, nous obtenons le système d'équations intégrales suivant :

$$\begin{cases} \sum_{n=1}^{N} a_n \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} (G_{xx} - Z_S) \widetilde{J}_{xn} (k_x, k_y) \widetilde{J}_{xk} (-k_x, -k_y) dk_x dk_y + \sum_{m=1}^{M} b_m \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} G_{xy} \widetilde{J}_{ym} (k_x, k_y) \widetilde{J}_{xk} (-k_x, -k_y) dk_x dk_y = 0 \quad (II.48) \\ \sum_{n=1}^{N} a_n \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} G_{yx} \widetilde{J}_{xn} (k_x, k_y) \widetilde{J}_{yl} (-k_x, -k_y) dk_x dk_y + \sum_{m=1}^{M} b_m \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} (G_{yy} - Z_S) \widetilde{J}_{yl} (k_x, k_y) \widetilde{J}_{xk} (-k_x, -k_y) dk_x dk_y = 0 \quad (II.49) \end{cases}$$

Avec

✓ k=1....N

Nous pouvons écrire ces équations sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{B}_{kn}^{1})_{N\times N} & (\mathbf{B}_{km}^{2})_{N\times M} \\ (\mathbf{B}_{ln}^{3})_{M\times N} & (\mathbf{B}_{lm}^{4})_{M\times M} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} (a_{n})_{N\times M} \\ (b_{m})_{M\times M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(II.50)

Les éléments de la matrice \overline{B} sont donnés par :

$$(\overline{B}_{kn}^{1})_{NXN} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_{s} \frac{1}{k_{s}^{2}} (G_{xx} - Z_{s}) \widetilde{J}_{xk} (-k_{s}) \widetilde{J}_{xn} (k_{s})$$
(II.51)

$$(\overline{\mathbf{B}}_{km}^{2})_{NXM} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{k}_{s} \frac{\mathbf{k}_{x} \mathbf{k}_{y}}{\mathbf{k}_{s}^{2}} \mathbf{G}_{xy} \widetilde{\mathbf{J}}_{xk} (-\mathbf{k}_{s}) \widetilde{\mathbf{J}}_{ym} (\mathbf{k}_{s})$$
(II.52)

$$(\overline{B}_{ln}^{3})_{MXN} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_s \frac{k_x k_y}{k_s^2} G_{yx} \widetilde{J}_{yl}(-k_s) \widetilde{J}_{xn}(k_s)$$
(II.53)

$$(\overline{B}_{lm}^{4})_{MXM} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_{s} \frac{1}{k_{s}^{2}} (G_{yy} - Z_{s}) \widetilde{J}_{yl}(-k_{s}) \widetilde{J}_{ym}(k_{s})$$
(II.54)

Du fait que l'antenne est une structure rayonnante, le développement doit être illimité (N et M infinis), mais vu que cela est pratiquement impossible, et que les contributions des modes supérieurs décroissent assez vite, nous nous contentons d'un petit nombre de fonctions de base, pour l'étude des premiers modes rayonnants (TM_{10} , TM_{01}). Dans notre étude, nous avons considéré le mode fondamental TM_{01} . Nous précisons aussi que les intégrales sont effectuées le long d'un contour déformé au-dessus de l'axe réel pour éviter les singularités [31].

II.3.2 Antennes circulaire et annulaire

En suivant les mêmes étapes utilisées dans l'antenne imprimée rectangulaire, et en appliquant la méthode de Galerkin pour résoudre l'équation intégrale (II. 44), les courants et les champs tangentiels sur les patchs circulaire et annulaire pour le n^{ème} mode, seront donnés par :

✓ Patch circulaire

$$K_{1n}(\rho) = \begin{cases} \sum_{m=1}^{M} a_{1nm} \Phi_{1nm}(\rho) + \sum_{p=1}^{P} b_{1np} \Psi_{1np}(\rho) & \rho \langle a \rangle \end{cases}$$
(II.55)

$$E_{1n}(\rho) = \begin{cases} 0 & \rho \rangle a \\ \int_{0}^{\infty} dk_{\rho} k_{\rho} \overline{H}_{n}(k_{\rho} \rho) \cdot (\overline{G}(k_{\rho}) - \overline{Z}_{s}) \cdot \overline{k}_{1n}(k_{\rho}) = 0 & \rho < a \\ 0 & \rho \rangle a \end{cases}$$
(II.56)

✓ Patch Annulaire

$$K_{2n}(\rho) = \begin{cases} \sum_{m=1}^{M} a_{2nm} \Phi_{2nm}(\rho) + \sum_{p=1}^{P} b_{2np} \Psi_{2np}(\rho) & a \langle \rho < b \\ 0 & a \langle \rho < b \end{cases}$$
(II.57)

$$E_{2n}(\rho) = \begin{cases} \int_{0}^{\infty} dk_{\rho} k_{\rho} \overline{H}_{n}(k_{\rho} \rho) \cdot (\overline{G}(k_{\rho}) - \overline{Z}_{s}) \cdot \overline{k}_{2n}(k_{\rho}) = 0 & a \langle \rho < b \\ 0 & \rho > b, \rho \langle a \end{cases}$$
(II.58)

En remplaçant les équations des courants sur le patch circulaire ou annulaire, dans les équations intégrales du champ électrique nous aurons :

$$\sum_{m=1}^{M} a_{nm} \int_{0}^{\infty} dk_{\rho} k_{\rho} \overline{H}_{n} (k_{\rho}, \rho) (\overline{G}(k_{\rho}) - \overline{Z}_{s}) \overline{\Psi}_{nm} (k_{\rho}) + \sum_{p=1}^{P} b_{np} \int_{0}^{\infty} dk_{\rho} k_{\rho} \overline{H}_{n} (k_{\rho}, \rho) (\overline{G}(k_{\rho}) - \overline{Z}_{s}) \overline{\Phi}_{np} (k_{\rho}) = 0$$
(II.59)

L'équation (II. 59) est convertie en une équation matricielle, et en multipliant celle-ci par $(\rho \overline{\psi}_{nj}^{T}(\rho))$ et en intégrant de 0 jusqu'à a pour le patch circulaire, et de a jusqu'à b pour le patch annulaire, nous obtenons :

$$\sum_{m=l}^{M} a_{nm} \int_{0}^{\infty} dk_{\rho} k_{\rho} \overline{\Psi}^{T}{}_{nj} (k_{\rho}) (\overline{G}(k_{\rho}) - \overline{Z}_{s}) \overline{\Psi}_{nm} (k_{\rho})$$

$$+ \sum_{p=l}^{P} b_{np} \int_{0}^{\infty} dk_{\rho} k_{\rho} \overline{\Psi}^{T}{}_{nj} (k_{\rho}) (\overline{G}(k_{\rho}) - \overline{Z}_{s}) \overline{\Phi}_{np} (k_{\rho}) = 0 \quad j = 1, 2, ... M$$
(II.60)

De la même manière, en multipliant (II. 59) par $(\rho \phi_{nk}^{-T}(\rho))$, et tenant compte du théorème de Parseval, l'égalité (II. 59) deviendra :

$$\sum_{m=1}^{M} a_{nm} \int_{0}^{\infty} dk_{\rho} k_{\rho} \overline{\Phi}^{T}{}_{nk}(k_{\rho}) (\overline{G}(k_{\rho}) - \overline{Z}_{s}) \overline{\Psi}{}_{nm}(k_{\rho})$$

$$+ \sum_{p=1}^{P} b_{np} \int_{0}^{\infty} dk_{\rho} k_{\rho} \overline{\Phi}^{T}{}_{nk}(k_{\rho}) (\overline{G}(k_{\rho}) - \overline{Z}_{s}) \overline{\Phi}{}_{np}(k_{\rho}) = 0 \quad k = 1, 2, ... P$$
(II.61)

L'exposant T désigne le transposé conjugué.

Alors les équations (II. 60) et (II. 61) constituent un système d'équations algébriques linéaires et homogènes, dont les inconnues a_{nm} et b_{np} sont les amplitudes des fonctions de base.

$$\sum_{m=1}^{M} a_{nm} \mathbf{B}_{jm}^{\boldsymbol{\psi}\boldsymbol{\psi}} + \sum_{p=1}^{P} b_{np} \mathbf{B}_{jp}^{\boldsymbol{\psi}\boldsymbol{\phi}} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, M$$

$$\sum_{m=1}^{M} a_{nm} \mathbf{B}_{km}^{\boldsymbol{\phi}\boldsymbol{\psi}} + \sum_{p=1}^{P} b_{np} \mathbf{B}_{kp}^{\boldsymbol{\phi}\boldsymbol{\phi}} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, P$$
(II.62)

Où

$$\mathbf{B}_{ij}^{\psi\psi} = \int_{0}^{\infty} dk_{\rho} k_{\rho} \overline{\psi}_{ni}^{\mathrm{T}}(k_{\rho}) \cdot (\overline{G}(k_{\rho}) - \overline{Z}_{s}) \cdot \overline{\psi}_{nj}(k_{\rho})$$
(II.63)

$$\mathbf{B}_{ij}^{\psi\varphi} = \mathbf{B}_{ji}^{\varphi\psi} = \int_{0}^{\infty} dk_{\rho} k_{\rho} \overline{\psi}_{ni}^{T}(k_{\rho}) \cdot (\overline{G}(k_{\rho}) - \overline{Z}_{s}) \cdot \overline{\varphi}_{nj}(k_{\rho})$$
(II.64)

$$\mathbf{B}_{ij}^{\varphi\varphi} = \int_{0}^{\infty} dk_{\rho} k_{\rho} \overline{\varphi}_{ni}^{T}(k_{\rho}) \cdot (\overline{G}(k_{\rho}) - \overline{Z}_{s}) \cdot \overline{\varphi}_{nj}(k_{\rho})$$
(II.65)

II.4 Détermination de la fréquence de résonance

Les antennes imprimées sont conçues pour opérer au voisinage de la résonance, toutes leurs caractéristiques sont estimées à résonance. Physiquement, cela signifie qu'en l'absence de la source excitatrice les courants électriques existent, dus à l'entretien mutuel entre le champ et le courant. Les fréquences de résonance des antennes imprimées sont les solutions qui annulent le déterminant du système d'équations (II. 50), ou (II. 62):

$$\det(\mathbf{B}(\mathbf{f})) = 0 \tag{II.66}$$

Cette équation est appelée équation caractéristique. Pour la recherche des racines complexes de cette équation, la méthode de Muller est utilisée. Elle nécessite trois points initiaux qui doivent être plus proches si possible de la solution recherchée pour assurer une convergence rapide. Généralement la partie réelle de la solution f_r représente la fréquence de résonance de la structure, la partie imaginaire f_i indique les pertes d'énergie par rayonnement et le rapport $(2f_i/f_r)$ donne la bande passante.

II.5 Détermination du champ rayonné

II.5.1 Antenne rectangulaire

Une fois le problème de la fréquence de résonance f_r est résolu, le vecteur propre minimal de la matrice \overline{B} donne les coefficients du courant sur le patch. La technique de l'ouverture rayonnante qui s'appuie sur le théorème de la phase stationnaire intervient dans le calcul du champ lointain. Les composantes angulaires du champ rayonné sont définies dans l'intervalle $0 \le \theta \le \pi$, $0 \le \phi \le 2\pi$, et seront données par :

$$E_{\phi}(\theta,\phi) = -E_x \sin\phi + E_y \cos\phi \tag{II.67}$$

$$E_{\theta}(\theta,\phi) = E_x \cos\theta \cos\phi + E_y \cos\theta \sin\phi \qquad (\text{II.68})$$

Dans les équations (II. 67) et (II. 68), (k_x, k_y) sont les points de la phase stationnaire donnés par :

$$k_x = -k_0 \sin \theta \cos \phi, \ k_y = -k_0 \sin \theta \sin \phi$$

(II.69)

II.5.2 Champs des antennes circulaire et annulaire

Les champs lointains sont exprimés en fonction des composantes spectrales du champ électrique qui sont évaluées dans le plan de l'interface air- antenne, et aux points de la phase stationnaire suivants :

$$k_x = k_\rho \cos\phi, \ k_y = k_\rho \sin\phi \ \text{et} \ k_\rho = k \sin\theta$$
(II.70)

En appliquant la méthode de la phase stationnaire, les composantes angulaires (E_{θ}, E_{ϕ}) seront donc déterminées via $\overline{T}(\theta)$ matrice de passage des coordonnées cylindriques en cordonnées sphériques et s'expriment par l'intégrale des transformées vectorielles de Hankel.

$$\begin{bmatrix} E_{\theta}(\overline{r}) \\ E_{\phi}(\overline{r}) \end{bmatrix} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{in\phi} \cdot (-i)^{n} \cdot e^{ikr} \cdot \overline{T}(\theta) \cdot \overline{V}(k_{\rho}) \cdot (\overline{G}(k_{\rho}) - \overline{Z}_{s}) \cdot \overline{K}_{n}(k_{\rho})$$
(II.71)
$$\overline{V}(k_{\rho}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{k_{\rho}}{k_{z}} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
et
$$\overline{T}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Avec 0 1 0

II.5.3 Efficacité de l'antenne

Les pertes dans l'antenne imprimée sont comprises entre :

- ✓ Pertes par rayonnement: $P_r = (1/4\eta_0) \iint \left| E_{\theta} E_{\theta}^* + E_{\phi} E_{\phi}^* \right| r^2 \sin\theta d\theta d\phi$
- ✓ Pertes par conducteurs: $P_c = Z_s \iint \left| H_{\phi}^2 + H_{\rho}^2 \right| dS$
- ✓ Pertes par diélectrique: $P_d = (\omega \epsilon tg \delta / 2) \iint |E|^2 dV$

L'efficacité de l'antenne est donnée par :

$$\eta = P_r / (P_r + P_c + P_d)$$
(II.72)

II.6 Résultats numériques

II.6.1 Antenne imprimée rectangulaire supraconductrice

II.6.1.1 Validation des résultats

Dans ce paragraphe, nous allons donner quelques résultats numériques afin de montrer la faisabilité de la formulation présentée dans ce chapitre. Pour valider nos résultats, nous considérons l'antenne a un patch rectangulaire de largeur (a) et de longueur (b) imprimé, sur un substrat isotrope ($\varepsilon_x = \varepsilon_z$) d'épaisseur (d). Dans notre étude, le mode utilisé est le mode TM₀₁. Des comparaisons avec les résultats théoriques rapportés par la littérature sont effectuées, pour cela, un tableau comparatif (II.1) est établi pour donner la fréquence de résonance pour des antennes imprimées rectangulaires de différentes dimensions. Une bonne convergence est atteinte en utilisant une seule fonction de base (N=0, M=1). Nous observons que les paramètres dimensionnels {a×b} et la permittivité relative de substrat, ont une influence sur la fréquence de résonance. Nos résultats sont en bon accord avec les résultats reportés par la référence [40].

ε _z	b(cm)	a(cm)	Fréquence (GHz)				
			Référence [40]	Nos résultats			
1	4.65	6.2	2.997	3.001			
2.55	3.0	4.0	2.974	2.976			
4.3	2.3	3.1	2.986	2.991			
9.8	1.51	2.0	3.002	3.003			

Tableau II.1 Comparaison de la fréquence de résonance avec les données théoriques de la référence [40] pour une antenne imprimée rectangulaire à substrat isotrope avec d=0.159cm, tanδ=0.001.

II.6.1.2 Effet de variation de l'épaisseur du substrat sur les caractéristiques de l'antenne

Les figures II. 4 montrent l'influence de l'épaisseur du substrat sur la variation de la fréquence complexe de résonance et la bande passante, pour un patch de forme rectangulaire de dimensions [a×b×t=1630 μ m×935 μ m×0.02 μ m]. Ce patch à base d'un matériau supraconducteur (YBCO) est caractérisé par t= T/ T_C =0.5, λ_0 =1500Å, σ_n =210S/mm. Le patch supraconducteur est imprimé sur substrat d'anisotropie uniaxial de différentes permittivités. Nous concluons que la partie réelle de la fréquence de résonance diminue avec l'augmentation de l'épaisseur du substrat d. La croissance de l'épaisseur du substrat anisotropie uniaxial engendre une augmentation considérable de la partie imaginaire de la fréquence de résonance, et entraîne l'élargissement de la bande passante. Bien que l'utilisation de substrats à épaisseur élevée offre une bande passante large, mais ceci permet de créer le problème des ondes de surface. Ces comportements sont en accord avec ceux découverts pour le cas d'un patch réalisé à base d'un conducteur parfait [31].





Figure II.4 Variation de la fréquence de résonance et de la bande passante en fonction de l'épaisseur du substrat. (a=1630 μ m, b=935 μ m, T_C=89°, t=0.02 μ m, T/T_C=0.5, λ_0 =1500Å, σ_n =210S/mm).

- (i) Partie réelle
- (ii) Partie imaginaire
- (iii) Bande passante

II.6.1.3 Effet de l'épaisseur du patch sur les caractéristiques de l'antenne

Dans les figures IV. 5, nous exposons la dépendance de quelques caractéristiques de l'antenne rectangulaire supraconductrice en fonction de l'épaisseur du patch (t). Nous observons que lorsque l'épaisseur (t) du patch croit, la fréquence de résonance augmente rapidement jusqu'à ce que l'épaisseur (t) atteint la valeur de profondeur de pénétration (λ_0). Après cette valeur l'augmentation de la fréquence de résonance devient moins importante. Nous constatons à partir de la même figure que la partie imaginaire de la fréquence de résonance (les pertes par rayonnement) diminue rapidement lorsque l'épaisseur t croit. Cette diminution devient insignifiante et moins importante lorsque t devient supérieur à (λ_0). Cet affaiblissement des pertes est dû à l'augmentation de la densité des électrons supraconducteurs. Les résultats concernant la bande passante sont aussi présentés. Nous notons que la bande passante diminue avec l'augmentation de l'épaisseur du patch. Une bonne concordance a été trouvée entre nos résultats et ceux de [24].



(i)

43



Figure II.5 Variation de la fréquence de résonance et de la bande passante en fonction de l'épaisseur du patch. (d=254.0 μ m, a=1630 μ m, b=935 μ m, T_C =89°, T/T_C=0.5, λ_0 =1500Å, σ_n =210S/mm)

- (i) Partie réelle
- (ii) Partie imaginaire
- (iii) Bande passante

II.6.1.4 Effet de la température sur les caractéristiques de l'antenne

L'effet de la température T sur la fréquence de résonance complexe et la bande passante d'une antenne imprimée rectangulaire ayant un patch supraconducteur est présenté sur les figures III. 6. A partir des résultats de ces figures, nous observons que la fréquence de résonance diminue progressivement avec l'augmentation de la température. Cette diminution devient plus importante pour les valeurs de température proche de la température critique; le même comportement a été observé expérimentalement par M. A. Richard [38]. La variation de la partie imaginaire de la fréquence de résonance est très insignifiante pour les valeurs de température critique. La bande passante reste presque inchangée pour T<Tc, mais une grande augmentation est obtenue pour des températures proches de la température critique. En général les variations brusques des caractéristiques de l'antenne imprimée a patch supraconducteur au voisinage de la température critique sont dues à la disparition du phénomène supraconducteur.





Figure II.6 Variation de la fréquence de résonance et de la bande passante en fonction de T/ T_C. (d=254.0µm, a=1630 µm, T_C =89°, b=935µm, t=0.02µm, λ_0 =1500Å, σ_n =210S/mm).

- (i) Partie réelle
- (ii) Partie imaginaire
- (iii) Bande passante

II.6.1.5 Effet de variation du diagramme de rayonnement

Nous avons tracé les courbes du champ rayonné normalisé par rapport au substrat ayant ($\varepsilon_x = 13$, $\varepsilon_z = 10.3$) pour les différentes permittivités relatives, où les dimensions de patch sont [a×b×t=1630µm ×935µm×0.02µm] et l'épaisseur du substrat est d = 0.16b. Nous constatons à partir des figures II. 7, que la l'ouverture à 3dB dans le plan $\phi=90^\circ$ est plus petite que l'ouverture à 3dB dans le plan $\phi=0^\circ$. Ainsi que les directivités sont dépendantes de la permittivité suivant l'axe z. Le rayonnement est moins important pour les constants diélectriques élevés. Nous notons une bonne concordance entre nos résultats et ceux de [28].



II.6.2 Antenne imprimée circulaire supraconductrice

II.6.2.1 Validation des résultats

L'antenne à patch circulaire, imprimé sur du substrat d'anisotropie uniaxial, a fait l'objet d'un grand nombre de travaux de recherche durant les deux dernières décennies [34], [41]. Cette structure est utilisée tantôt comme un résonateur tantôt comme un élément rayonnant d'une antenne circulaire. Avant de connaître l'effet de paramètres physiques sur les caractéristiques du rayonnement, il faut d'abord valider notre formulation théorique. Dans le tableau II. 2, nous comparons nos résultats concernant les fréquences de résonance et des facteurs de qualité calculés de certains modes d'une antenne circulaire. Une concordance a été trouvée entre nos résultats et les résultats de la théorie et de l'expérience de la référence [21].

Mode	Résultats de la	référence [21]	Nos résultats			
	Fréquences de résonance (GHz)	Facteur de qualité (Q)	Fréquences de résonance (GHz)	Facteur de qualité (Q)		
TM ₁₁	6.1703	19.105	6.2101	19.001		
TM ₁₂	17.056	10.324	17.180	10.303		
TM ₂₁	10.401	19.504	10.468	19.366		
TM_{01}	12.275	8.9864	12.346	8.993		

Tableau II.2 Comparaison des fréquences de résonance et des facteurs de qualité calculés pour certains modes d'une antenne circulaire avec a=7.9375mm, $\varepsilon_x = \varepsilon_z = 2.65$, d=1.5875 mm.

Le tableau II. 3 montre l'effet du rayon (a) du disque circulaire sur la partie réelle de la fréquence de résonance pour le mode TM_{11} . Nous observons à partir de tableau II. 3 que la fréquence de résonance réelle augmente avec la diminution du rayon (a), ce qui est en bon accord avec ceux déjà publiés dans la référence [21].

a/d	Fréquences de résonance (GHz)							
	Résultat	s de [21]	Nos résultats					
	Mesurées	Calculées	Calculées					
4.02	25.6	25.3	25.4772					
8.08	13.1	13.3	13.4006					
12.02	8.96	9.13	9.1857					
16.33	6.81	6.80	6.8307					
20.33	5.47	5.49	5.5277					

Tableau II.3 Comparaison de la fréquence de résonance calculée du mode TM_{11} avec les résultats calculés et les valeurs mesurées pour une antenne circulaire avec $\varepsilon_x = \varepsilon_z = 2.43$, d= 0.49 mm.

II.6.2.2 Effet de l'épaisseur du patch et de la température sur les caractéristiques de l'antenne

Nous utilisons les mêmes caractéristiques du matériau supraconducteur et du substrat de l'antenne rectangulaire, en faisant varier l'épaisseur du patch de disque circulaire. Les résultats obtenus sont montrés dans la figure II. 8, nous avons le même comportement, qui a été trouvé par l'antenne imprimée rectangulaire. Dans la figure II. 9, l'épaisseur du patch est fixée, et nous faisons varier la température du matériau supraconducteur, alors les résultats obtenus montre que la fréquence de résonance dépend de la température. A partir de ces figures nous observons, que les valeurs des fréquences diminuent et s'éloignent de la bande millimétrique, lorsque nous augmentons les valeurs de (ε_x , ε_z). Donc pour obtenir des fréquences dans la bande millimétrique (30GHz -300GHz), il faut un bon choix des paramètres géométriques et physiques de la structure.



Figure II.8 Fréquence de résonance et bande passante en fonction de l'épaisseur de patch. (d=254 μ m, a=815 μ m, T_C=89°, T/T_C=0.5, λ_0 =1500Å, σ_n =210S/mm). (i) Partie réelle

(ii) Bande passante



Figure II.9 Fréquence de résonance en fonction de la température normalisée. (d=254 μ m, a=815 μ m, T_C=89°, t= 0.02 μ m, λ_0 =1500Å, σ_n =210S/mm).

II.6.2.3 Diagrammes de rayonnement de l'antenne imprimée circulaire

Dans ce paragraphe, le rayonnement d'une antenne imprimée circulaire supraconductrice, a été étudié. Le mode d'utilisation, est le mode fondamental TM₁₁, parce que dans ce mode l'énergie totale est stockée dans l'antenne, et perd moins d'énergie par rayonnement [41]. Nous constatons dans la figure II. 10, que le rayonnement est maximal pour $\theta = 0^0$ dans les deux plans ($\varphi = 0$ et $\varphi = \pi/2$). Les diagrammes de rayonnement sont unidirectionnels dans le deux plans de propagation, ce qui est en bon accord avec ceux déjà publiés dans [21].







II.6.3 Antenne imprimée annulaire supraconductrice

II.6.3.1 Validation des résultats

Le concept de la structure annulaire a été étudié la première fois par Bergman et Schultz en 1955 par l'étude des propagations des antennes micro-ondes. En 1980, Mink étudia les caractéristiques de résonance de disque microbande annulaire dans les modes d'ordre inférieur. L'antenne imprimée annulaire est très utilisée dans les applications médicales et télécommunications dont les fréquences d'opération sont dans la bande millimétrique [9]. Le tableau II. 4 montre la différence entre les résultats calculés dans le mode TM₁₁ et dans le mode TM₁₂ pour une antenne annulaire imprimée sur un substrat isotrope. Ces résultats désignent la quantité k_ra donnée par : $k_r a = 2\pi f_r a \sqrt{\varepsilon_x} \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ avec f_r : fréquence de résonance. Nous constatons que nos résultats sont proches de résultats obtenus par les formules de S. M. Ali [24] qui utilise la méthode spectrale et W. C. Chew [42] qui utilise la technique asymptotique.

	Mode TM ₁₂						Mode TM ₁₁			
d/a	Résultats de Ref [42]		Résultats de Ref [24]		Nos Résultats		Résultats de Ref [42]		Nos Résultats	
	Re (k _r a)	Im (k _r a)								
0.005	3.26	0.002	3.24	0.0024	3.257	0.0024	0.67	1,6.10 ⁻⁴	0.676	1,6. 10 ⁻⁴
0.01	3.24	0.003	3.23	0.0024	3.248	0.0036	0.68	1,7. 10 ⁻⁴	0.682	1,8. 10 ⁻⁴
0.05	3.13	0.008	3.10	0.0065	3.085	0.0066	0.70	5,4. 10 ⁻⁴	0.695	5,5. 10 ⁻⁴
0.1	3.01	0.014	2.96	0.0103	2.968	0.0164	0.71	0.0012	0.705	0.0012

Tableau II.4 Comparaison des valeurs (k_ra) avec ceux des références [42] et [24].

b =2a, a= 0.71cm, $\varepsilon_z = \varepsilon_x = 2.65$.

A partir des résultats du tableau II. 4, nous remarquons que:

- ✓ Pour le mode TM₁₁: la partie imaginaire de la fréquence de résonance, qui englobe les pertes par rayonnement de la structure, est négligeable, ce qui montre que le mode TM₁₁ est un mode de faible rayonnement ; mais un bon résonateur de haute qualité.
- ✓ Pour le mode TM_{12} : ayant de pertes de rayonnements plus élevés et une bande passante large.

Pour ces raisons, nous faisons les applications de l'antenne annulaire dans le mode TM_{12} mieux que dans le mode TM_{11} . La différence entre les résultats dans le mode TM_{11} et les résultats dans le mode TM_{12} , revient à la distribution des courants électrique et magnétique sur le patch annulaire (figure II. 11).

Courants magnétiques



Figure II.11 Distribution des courants électrique et magnétique sur le ruban annulaire pour les modes TM_{11} et TM_{12} .

II.6.3.2 Effet de l'épaisseur de patch et de la température sur les caractéristiques de l'antenne annulaire

La figure II.12 montre la dépendance de la fréquence de résonance en fonction de l'épaisseur t de patch annulaire supraconducteur. Lorsque l'épaisseur de film (t) augmente la fréquence de résonance augmente rapidement jusqu' ce que l'épaisseur t atteigne la valeur de profondeur de pénétration λ_0 . Après cette valeur, l'augmentation de la fréquence de résonance devient moins significative. La figure II. 13 montre la relation entre la partie réelle de la fréquence de résonance, et la température normalisée (T/Tc), où la température critique utilisée est (89°). Nous remarquons que la variation dans l'anisotropie uniaxiale et la variation de rapport de la température normalisée entraînent une variation de la partie réelle de la fréquence. Ce comportement a été aussi constaté par Mr. A. Richard dans le cas où la structure est rectangulaire [38].







Figure II.13 variation de fréquence de résonance en fonction de la température normalisée. (d=254 μ m, a=815 μ m, b=2a, T_C =89°, t=0.02 μ m, λ_0 =1500Å, σ_n =210S/mm).

II.6.3.3 Diagrammes de rayonnement de l'antenne annulaire

En considérant une plaque de forme annulaire de dimension (a) et (b) avec (a= 0.71cm) et b varie entre (1.5a) jusqu'à (2.5a), imprimée sur un substrat isotrope d'épaisseur (d=0.01a). Les figures III. 14, donnent les diagrammes de rayonnement obtenus dans les deux plans principaux $\varphi = 0$ (le plan E) et $\varphi = 90^{\circ}$ (le plan H) pour les différentes valeurs de (b/a). Les résultats obtenus montrent que le nombre des lobes secondaires (lobes parasites) diminue avec l'augmentation du (b/a), l'apparition des lobes secondaires est due aux quatre sources de courant magnétique (figure II. 11). Nous allons valider nos résultats avec ceux de la référence [42].



(iii) b=2.5a



La variation du champ rayonné de l'antenne annulaire imprimée supraconductrice est montrée dans la figure II. 15, pour les différentes valeurs de $(\varepsilon_x, \varepsilon_z)$ dans le mode TM₁₂. Nous observons que l'amplitude du champ rayonné diminue avec l'augmentation du ε_z et une mauvaise directivité dans le plan φ =90°.



 Figure II.15 Diagrammes de rayonnement en fonction de l'angle θ

 (a=815µm, b=2a, T_C =89°, t=0.02µm, d=254µm, λ_0 =1500Å, σ_n =210S/mm).

 (---)ε_x= 9.4, ε_z= 11.6;

 (---)ε_x= 9.4, ε_z= 11.6;

 (---)ε_x= 11.6, ε_z= 11.6;

 (---)ε_x= 11.6, ε_z= 10.3;

 (.....) ε_x=10.3, ε_z= 10.3.

II.6.3.4 Efficacité de l'antenne annulaire

Pour trouver la variation de l'efficacité en fonction de la fréquence de résonance, il faut calculer les pertes (P_d , P_c , P_r). Les valeurs des pertes par diélectrique (P_d), les pertes par conducteur (P_c), et les pertes par le rayonnement (P_r), sont dépendantes de la fréquence de résonance. La variation d'efficacité de rayonnement pour le mode TM₁₂ en fonction de fréquence de résonance, pour les différentes constantes diélectriques du substrat, est présentée dans la figure II. 16. Il est clair que l'efficacité diminue avec l'augmentation de la fréquence de résonance. Cette augmentation est due au refroidissement du matériau de patch annulaire, cela veut dire une diminution de la température du matériau ($Z_s=0$). Ainsi que l'augmentation de la constante diélectrique entraîne une augmentation d'une efficacité, donc nous pouvons dire que l'antenne imprimée supraconductrice peut donner une efficacité supérieure en onde millimétrique. La même conclusion a été confirmée par R.C. Hansen [14].





Figure II.16 Efficacité de l'antenne annulaire en fonction de la fréquence de résonance (d=254 μ m, a=815 μ m, T_C =89°, b=2a, t=0.02 μ m, λ_0 =1500Å, σ_n =210S/mm, δ =0.0004 (i) $\epsilon_x = \epsilon_z$ =10.3 (ii) $\epsilon_x = \epsilon_z$ =11.6

II. 7. Comparaison de caractéristiques des antennes rectangulaire, circulaire et annulaire

Pour faire la comparaison des caractéristiques du rayonnement des structures rayonnantes imprimées sur des substrats d'épaisseurs (d=1.59mm) avec des permittivités ($\varepsilon_x = \varepsilon_z = 2.32$), nous prenons la même fréquence de résonance (2GHz). Les dimensions trouvées pour chaque structure sont :

- ✓ Antenne rectangulaire (b=3.28cm, a=4.92cm);
- ✓ Antenne circulaire (a=4.92cm);
- ✓ Antenne annulaire (b=2a avec a=0.92cm).

Les caractéristiques des trois types d'antennes sont montrées dans le tableau II. 6. Nous trouvons que les diagrammes de rayonnement sont transversaux pour les trois types d'antennes imprimées. Le patch annulaire a la plus petite largeur de l'ouverture à 3dB dans les deux plans, et a également la plus grande largeur de bande passante [29].

Caractéristiques	Antenne Rectangulaire		Antenne circulaire		Antenne Annulaire				
Mode									
d'utilisation	TM_{01}		TM_{11}		TM_{11}		TM_{12}		
Champ rayonné Tranversa		sal	Tranversal		Tranversal		Tranversal		
Ouverture à 3dB	Plan E	Plan H	Plan E	Plan H	Plan E	Plan H	Plan E	Plan H	
	102°	85°	100°	80°	103°	81°	30°	47°	
Directivité	7.0dB		7.1dB		7.1dB		10.9dB		
Efficacité 87%		94%		86%		97%			
Gain	Gain 6.1dB		6.8dB		6.1dB		10.6dB		
Bande passante	0.7dB		1.1dB		0.7dB		3.8dB		

 Tableau II.6 Comparaison des caractéristiques des antennes imprimées rectangulaire,

circulaire et annulaire avec f_r=2GHz

II.8 Conclusion

L'objet de ce travail était de caractériser avec exactitude des antennes imprimées, en utilisant des patchs de type supraconducteurs de formes différentes. Pour cela, des méthodes efficaces sont utilisées pour dériver le tenseur spectral de Green, ce dernier regroupe toutes les informations concernant la géométrie de la structure à étudier. Ensuite, nous avons formulé l'équation intégrale du champ électrique, basée sur un problème aux frontières des grandeurs électromagnétiques de la structure. La méthode des moments nous a permis par la suite de résoudre le système d'équations intégrales. Un choix judicieux des fréquences initiales, durant le processus d'annulation de l'équation caractéristique du système homogène, s'avère nécessaire. Pour cela, nous prenons le modèle de la cavité comme point de départ pour prédire les fréquences de résonance exactes.

Les résultats numériques développés ont montré que :

- ✓ La fréquence de résonance et la bande passante d'une antenne imprimée varient d'une structure à une autre. En effet, il a été montré qu'une variation de l'épaisseur et de la température du patch cause une sévère dégradation dans la bande passante, ce qui diminue les performances des systèmes qui les utilisent.
- ✓ Une antenne imprimée opérant sur des fréquences millimétriques, exige une miniaturisation du patch, telle que la forme géométrique et les dimensions de la plaque rayonnante.

Les différents résultats sont en bon accord avec ceux de la littérature.

Chapitre III

Modélisation et synthèse de réseau d'antennes imprimées

Résumé

Dans le présent chapitre, les variations des diagrammes de rayonnements pour les différentes distributions sont données. L'impédance de couplage est calculée par la méthode spectrale. Le calcul de champ de N antennes imprimées rectangulaires tenant compte de l'effet de couplage est mené par la méthode spectrale.

III.1 Introduction

Les réseaux d'antennes occupent une place croissante, en particulier dans les domaines des télécommunications. La synthèse du diagramme de rayonnement d'un réseau de sources n'est pas un problème nouveau en électromagnétisme. Nous pouvons déjà relever quelques articles traitant du sujet en 1940 [43]-[44]. La technologie de réseau d'antennes a été développée pour la radioastronomie vers 1946, par Antony Hewish et Martin Ryle, à l'université de Cambridge. Dans la même année Dolph-Tchebycheff a développé une technique de synthèse pour un réseau d'antennes [43]. L'inconvénient de cette technique est de conduire à des diagrammes pour lesquels les niveaux des lobes secondaires sont tous égaux. Les travaux de Dolph-Tchebycheff sont utilisés dans de nombreuses approches [44]-[46]. L'utilisation des éléments imprimés pour produire un rayonnement électromagnétique remonte aux années cinquante [47], mais l'application de ce phénomène pour la première réalisation d'antennes ne date que du début des années soixante dix, lorsque le besoin de conformer des réseaux est apparu, notamment pour les missiles. Les dernières décennies ont connu un développement spectaculaire dans le domaine de modélisation et synthèse de réseau d'antennes imprimées [20], [48]-[51].

Le groupement de plusieurs antennes élémentaires permet d'obtenir des rayonnements très dirigés, dépendant du nombre et de la nature des éléments, de la forme de leurs alimentations ainsi que de leur disposition géométrique dans le réseau. Les antennes élémentaires fonctionnent à la même fréquence et sont disposées périodiquement selon une ou plusieurs directions. L'antenne élémentaire peut être une antenne imprimée (rectangulaire, circulaire et annulaire). Un choix judicieux de facteurs (courants d'alimentation et écartements) permet de synthétiser des diagrammes de formes complexes, pouvant répondre à des exigences particulières. Le gain de ces assemblages est beaucoup plus élevé que celui de l'antenne isolée.

Dans le présent chapitre, nous allons aborder les différentes méthodes de synthèse : les variations des diagrammes de rayonnements pour les différentes distributions sont données. L'impédance de couplage est calculée par la méthode spectrale. La variation de l'impédance de couplage en fonction de l'espace entre deux éléments est faite. Le calcul de champ de N antennes imprimées rectangulaires, tenant compte de l'effet de couplage, est réalisé par la méthode spectrale.

III.2 Paramètres physiques du réseau d'antennes

III.2.1 Diagramme de rayonnement

C'est la densité de puissance rayonnée P par unité d'angle solide dans la direction (θ , ϕ). Elle traduit la variation de l'intensité du signal rayonné à une distance fixée (R) de l'antenne, suffisante pour que l'onde au point d'observation puisse être assimilée à une onde localement plane (zone de champ lointain) [17].

$$P = \frac{P_r}{4\pi R^2}$$
(III.1)

Dans le diagramme de rayonnement, il existe plusieurs lobes répartis périodiquement avec une largeur inversement proportionnelle au pas du réseau. Ces lobes apparaissent simultanément dans le domaine visible, ils seront une source d'ambiguïté. Les diagrammes de rayonnement sont généralement représentés dans deux plans orthogonaux appelés "plan E et plan H". Ceuxci sont définis par rapport à la direction principale des courants induits à la surface de l'antenne élémentaire comme, il suit :

Plan E : lieu des points de l'espace où le champ électrique rayonné est contenu dans ce plan.Plan H : lieu des points de l'espace où le champ magnétique rayonné est contenu dans ce plan.

III.2.1.1 Angle d'ouverture

C'est l'angle entre les deux directions du lobe principal pour lequel la puissance rayonnée est la moitié (-3dB) de la puissance rayonnée dans la direction la plus favorable. L'angle d'ouverture est généralement spécifié dans les plans de symétrie de l'antenne; il est limité par le rapport entre la plus grande dimension de l'antenne et la longueur d'onde.

III.2.2 Directivité, Gain et Efficacité

La directivité exprime la capacité d'une antenne à rayonner dans une direction privilégiée. Elle est définie comme le rapport entre l'intensité du rayonnement $U(\theta, \phi)$ dans une direction donnée, et l'intensité du rayonnement moyenne d'une antenne isotrope divisée par 4π [17].

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{\frac{1}{4\pi} \iint U(\theta, \phi) . \sin \theta . d\theta . d\phi}$$
(III.2)

Lorsque l'antenne est sans pertes d'énergie, gain et directivité sont confondues. La notion de gain exprime le fait que l'antenne émet de façon non isotrope, c'est à dire concentre la puissance qu'elle rayonne dans une direction particulièrement privilégiée. Le gain d'une antenne dans une direction $\Delta(\theta, \varphi)$ est le rapport entre la puissance $p(\theta, \varphi)$ rayonnée par unité d'angle solide dans cette direction et la puissance qui serait rayonnée par une source isotrope alimentée avec la même puissance. Le gain ne dépend plus alors, que de la variation de $p(\theta, \varphi)$, donc du diagramme de rayonnement.

$$G(\theta, \varphi) = \frac{p(\theta, \varphi)}{P_a/4\pi} = 4\pi \frac{p(\theta, \varphi)}{P_a}$$
(III.3)

L'efficacité totale η d'une antenne est utilisée pour prendre en compte les pertes de l'antenne (pertes dans le conducteur, dans le diélectrique et dans le rayonnement).

Le gain G est lié à la directivité D par l'intermédiaire de l'efficacité, nous pouvons facilement montrer que:

$$G(\theta, \phi) = \eta D(\theta, \phi) \tag{III.4}$$

III.3 Modélisation d'un réseau linéaire

Considérons un réseau linéaire de N sources rayonnantes identiques, ce réseau est placé de telle manière que le centre de la ligne soit confondu avec l'origine du trièdre de référence (xyz), l'origine O sera prise comme centre de phase. Chaque antenne ayant une fonction caractéristique $F(\theta,\phi)$, est située à la position Y_i , et alimentée par une excitation complexe $A_i e^{j\psi_i}$. Le champ du groupement sera le champ résultant des interférences des champs de l'ensemble des antennes. Le champ au point M s'écrira [17]:

$$E_{T} = E_{1} + E_{2} + E_{3} + \dots E_{N}$$
 (III.5)



Figure III.1 Réseau linéaire d'antennes

Le diagramme de rayonnement $F_s(\theta, \phi)$, est une fonction des deux angles de direction θ et ϕ , nous pouvons écrire :

✓ Si le nombre d'antennes est pair (2N):

$$F_{s}(\theta,\phi) = \frac{F(\theta,\phi)}{F_{max}} \sum_{i=1}^{2N} A_{i} \exp[j(k_{0}Y_{i}\sin\theta\cos\phi + \psi_{i})]$$
(III.6)

Ou

$$F_{s}(\theta,\phi) = \frac{F(\theta,\phi)}{F_{max}} \sum_{i=1}^{N} A_{i} \cos[\langle k_{0} Y_{i} \sin\theta\cos\phi + \psi_{i} \rangle]$$
(III.7)

✓ Si le nombre d'antennes est impair (2N+1):

$$F_{s}(\theta,\phi) = \frac{F(\theta,\phi)}{F_{max}} (A_{0} + \sum_{i=1}^{2N} A_{i} \exp[j(k_{0}Y_{i}\sin\theta\cos\phi + \psi_{i})])$$
(III.8)

Ou

$$F_{s}(\theta,\phi) = \frac{F(\theta,\phi)}{F_{max}} (A_{0} + \sum_{i=1}^{N} A_{i} \cos[(k_{0}Y_{i} \sin\theta\cos\phi + \psi_{i})])$$
(III.9)
Dans le plan vertical ($\varphi = 0$), on considère que les courants d'alimentation sont en phase. La relation ($\delta = k_0 Y_i \sin \theta$) montre qu'il pourra exister des maximum de rayonnement pour lesquels :

$$k_0 Y_i \sin \theta_0 = 2\pi m$$

$$k_0 Y_i \sin \theta'_1 = 2\pi (m+1) \qquad (III.10)$$

$$k_0 Y_i \sin \theta''_0 = 2\pi (m-1)$$

Où m étant un entier non nul.

Donc le diagramme de rayonnement comportera 3 valeurs identiques, orientées suivant θ_1 ' correspondant par exemple à (m+1), θ_0 correspondant à m et $\theta_0^{"}$ correspondant à (m-1). On peut tirer ces trois valeurs de θ par la relation suivante:

$$k_0 Y_i \sin\theta = 2\pi m \pm 2\pi \tag{III.11}$$

Ce qui donne :

$$\sin \theta = \left[\frac{2\pi m}{k_0 Y_i}\right] \pm \frac{2\pi}{k_0 Y_i}$$
(III.12)

Ou encore :

$$\sin \theta = \sin \theta_0 \pm \frac{\lambda}{Y_i}$$
(III.13)

Dans ce cas, la puissance rayonnée est au moins répartie dans 3 lobes identiques et le gain dans l'un des lobes est divisé par 3. Pour éviter l'apparition de ces lobes parasites, dits lobes de réseau ou encore faisceaux de second ordre, il suffit de s'arranger pour que la valeur de sin θ soit impossible, ce qui est le cas, si :

$$\sin \theta_0 \pm \frac{\lambda}{Y_i} \ge \pm 1 \tag{III.14}$$

Ce qui donne:

$$Y_{i} \leq \frac{\lambda}{(1 + |\sin \theta_{0}|)}$$
(III.15)

Il existe donc, une distance maximale admissible entre les sources. Pratiquement, on est souvent conduit à prendre $Y=\lambda/2$.

III.4 Réseau uniforme d'antennes

Un réseau d'antennes est dit uniforme, si les sources sont équidistantes et toutes alimentées par des courants ayant une même amplitude. En utilisant la formule d'Euler, nous pouvons écrire :

$$E_{T} = E_{1} \cdot e^{-j(N-1)\frac{\delta}{2}} \cdot \frac{\sin(N\frac{\delta}{2})}{\sin\frac{\delta}{2}}$$
(III.16)

Avec

$$\delta = \frac{2\pi Y_o}{\lambda} \cos \varphi \sin \theta + \psi_i$$
: différence de phase

Y₀ : distance entre deux éléments.

N : nombre d'antennes

III.4.1 Effet de variation de la distance entre les sources sur le diagramme de rayonnement

Dans cette partie, quelques résultats sur le diagramme de rayonnement transversal, dans le plan vertical (φ =0) ont été donnés. Nous avons présenté dans les figures III. 2-III. 4 les diagrammes de rayonnement pour un réseau de 4 sources isotropes, de différents écartements ($\lambda/4$, $\lambda/2$, et $3\lambda/4$). A partir de ces figures, nous constatons que lorsque l'écartement diminue, l'ouverture du lobe principal augmente, ainsi une diminution du nombre des lobes secondaires.



Figure III.2 Diagramme de rayonnement d'un réseau de quatre sources isotropes avec $Y_0 = \lambda/4$



Figure III.3 Diagramme de rayonnement d'un réseau de quatre sources isotropes avec $Y_0 = \lambda/2$



Figure III.4 Diagramme de rayonnement d'un réseau de quatre sources isotropes avec $Y_0 = 3\lambda/4$

III.4.2 Effet de variation du nombre de sources sur le diagramme de rayonnement

Les figures (III. 5)-(III. 6) présentent les diagrammes de rayonnement pour un réseau d'antennes de différents nombres (N=8, 12). L'écartement entre une paire d'éléments est $Y_0 = \lambda/2$. A partir de ces figures, nous constatons que lorsque le nombre d'antennes augmente, il y a une diminution de l'ouverture du lobe principal, donc une plus grande directivité et une augmentation du nombre des lobes secondaires.



Figure III.5 Diagramme de rayonnement d'un réseau de sources isotropes avec N=8, $Y_0 = \lambda/2$



Figure III.6 Diagramme de rayonnement d'un réseau de sources isotropes avec N=12, $Y_0 = \lambda/2$

III.5 Synthèse d'un réseau non uniforme d'antennes

III.5.1 Distributions ; Binomiale, Gaussienne, Blackman, Hamming et Kaiser-Bessel

Pour un réseau linéaire, la synthèse consiste en une recherche de la pondération complexe d'alimentation. L'influence de l'alimentation des antennes du groupement engendre des variations dans la forme du diagramme de rayonnement (le nombre et le niveau des lobes secondaires). En général une distribution adéquate des amplitudes des courants d'alimentation des sources peut mener à une optimisation du diagramme de rayonnement: le niveau de lobe principal étroit et niveaux des lobes secondaires réduits. Un compromis est cependant nécessaire à faire entre la directivité et le niveau des lobes secondaires. En général, l'ouverture du lobe principal augmente avec la diminution du niveau et du nombre des lobes secondaires. Plusieurs méthodes de synthèse du réseau d'antennes ont été développées. Certaines de ces méthodes sont analytiques (binomiale, Gaussienne, Blackman, Hamming, Kaiser-Bessel) [52], elles estiment les amplitudes des courants d'alimentation; ces amplitudes varient en fonction du nombres d'antennes et l'écartement entre les sources. Le tableau III. 1 donne les différentes méthodes de synthèse et leurs formules.

L'application de la distribution binomiale sur les courants d'alimentation d'un réseau de sources isotropes est proportionnelle aux coefficients des séries de Stone, et les amplitudes relatives sont arrangées selon le triangle de Pascal. Dans la figure III. 5 nous avons tracé les variations du champ rayonné pour un réseau linéaire de 6 sources écartées de $(\lambda/2)$. Nous observons que le champ rayonné, suivant la loi binomiale, est sans lobes secondaires, par contre le champ rayonné d'un réseau uniforme ayant quatre lobes secondaires et une directivité meilleur que celle avec la loi binomiale.

La loi Gaussienne est une des principales distributions de probabilité, elle a été introduite par plusieurs auteurs, elle permet de modéliser de nombreuses études. Les poids Gaussiens sont déterminés à partir de la fonction Gaussienne. Dans les figures III. 6- III. 7 les variations du champ rayonné sont réalisées par des lois Gaussienne et Hamming. Nous observons que ces lois ont la même allure que celle de la loi binomiale.

Dans la figure III. 8 nous remarquons que la loi de Blackman a une mauvaise directivité et n'a pas de lobes secondaires.

La figure III. 9 illustre la variation du champ rayonné en utilisant la loi Kaiser-Bessel, nous trouvons que le diagramme de rayonnement a des niveaux minimums des lobes secondaires.

Poids	Expressions			
Binomial	Séries de JOHN STONE: $(a+b)^{n-1} = a^{n-1} + (n-1)a^{n-2}b + \frac{(n-1)(n-2)}{2!}a^{n-3}b^2 + \dots$			
Gaussian	W(k+1) = $e^{\frac{1}{2}(\alpha \frac{k-N/2}{N/2})^2}$ $k = 0,1,,N$ $\alpha \ge 2$			
Blackman	w(k + 1) = 0.42 - $\frac{\cos(2 \pi k/(N - 1))}{2}$ + 0.08 $\cos(\frac{4\pi k}{(N - 1)})$ k = 0, 1, ., N - 1			
Hamming	w(k+1) = 0.540.46 cos[$\frac{2\pi k}{(N-1)}$] k = 0, 1,, N-1			
Kaiser-Bessel	W(k) = $\frac{\pi \alpha \sqrt{1 - (\frac{k}{N/2})^2}}{I_0 [\pi \alpha]}$ $k = 0, 1, \dots, N/2, \alpha \ge 1$			

Tableau III.1 Poids de différentes distributions



Figure III.5 Diagramme de rayonnement d'un réseau de sources isotropes avec N=6, Y₀=0.5λ – Loi Binomiale;– –Distribution uniforme



Figure III.6 Diagramme de rayonnement d'un réseau de sources isotropes avec N=6, $Y_0=0.5\lambda$





Figure III.7 Diagramme de rayonnement d'un réseau avec N=6, Y₀= 0.5λ – Loi Hamming; – –Distribution uniforme



Figure III.8 Diagramme de rayonnement d'un réseau avec N=6, $Y_0=0.5\lambda$ - Loi Blackman; - -Distribution uniforme



Figure III.9 Diagramme de rayonnement d'un réseau avec N=6, Y₀=0.5 λ - Loi Kaiser-Bessel; - -Distribution uniforme

Les amplitudes des courants d'alimentation, en utilisant les différentes distributions sont données dans le tableau III. 2, pour un réseau linéaire de six sources isotropes écartées de $(\lambda/2)$.

Courants D'alimentation	A ₃	A ₂	A_1	A ₁	A ₂	A ₃
Poids						
Binomial	1.000	0.500	0.100	0.100	0.500	1.000
Blackman	1.000	0.236	0.000	0.000	0.236	1.000
Hamming	1.000	0.436	0.087	0.087	0.436	1.000
Gaussien	1.000	0.499	0.124	0.124	0.499	1.000
Kaiser-Bessel	1.000	0.656	0.215	0.215	0.656	1.000

Tableau III.2 Amplitudes normalisées des courants pour les différentes distributions

(III 17)

Dans les résultats des figures III. 5- III. 9, nous avons considéré que toutes les sources du réseau linéaire sont isotropes. Afin de tracer les diagrammes de rayonnements des antennes millimétriques supraconductrices nous utilisons le principe de multiplication de diagramme de rayonnement de l'antenne millimétrique supraconductrice et le facteur de réseau qui est étudié dans les figures précédentes.

III.5.2 Méthode de Dolph-Tchebycheff

Une méthode basée sur les propriétés des polynômes, est proposée par Dolph-Tchebycheff permettant d'obtenir le maximum de gain pour un niveau de lobes secondaires imposé [53]. Le polynôme de Dolph-Techebycheff de dégré (N-1) présente toujours un maximum de niveau important qui correspond au maximum du lobe principal de rayonnement, et une succession de maxima et de minima d'amplitudes égales, qui correspond ici aux lobes secondaires. Les amplitudes des courants des N sources seront calculées à partir des coefficients du polynôme de Dolph-Tchebycheff de degré (N-1). Avec l'utilisation de ces polynômes, tous les lobes secondaires du diagramme de rayonnement ont les mêmes niveaux, ce qui peut présenter des inconvénients si l'on désire que l'antenne assure une certaine protection contre les brouilleurs éloignés de l'axe de rayonnement maximal. Par contre, on peut démontrer qu'un réseau construit suivant cette méthode, présente toujours le maximum de gain compatible avec le niveau de lobes secondaires que l'on s'est imposé.

Pratiquement, le calcul des valeurs des amplitudes des courants d'alimentation sera fait par la fixation du rapport R_a entre l'amplitude du champ maximal du lobe principal et celle des lobes secondaires [53].

$$R_{a} = T_{N-1}(x_{0}) = ch[(N-1)argch(x_{0})]$$
(III.17)

En tenant compte de: $x_0 = ch \left[\frac{argchR_a}{N-1}\right]$

La figure III. 10 montre la variation du champ rayonné en zone lointaine pour la distribution de Dolph-Tchebycheff avec le rapport R_a est -12.5 dB et la distribution uniforme, en fonction de θ . A partir de cette figure, nous pouvons montrer que les deux distributions donnent la même directivité mais les niveaux des lobes secondaires changent. En général, la distribution de Dolph-Tchebycheff nous permet de minimiser les niveaux des lobes secondaires par la prise du bon choix de la valeur R_a . Elle est considérée parmi les méthodes les plus utilisées dans l'optimisation du diagramme de rayonnement.



Figure III.10 Diagramme de rayonnement d'un réseau de sources isotropes avec N=6, $Y_0=0.5\lambda$, – Dolph-Tchebycheff; – –Distribution uniforme

La figure III. 11 présente les résultats de synthèse des diagrammes de rayonnements d'un réseau linéaire de 11 antennes rectangulaires supraconductrices par la méthode de Dolph-Tchebycheff. Le rapport entre l'amplitude du champ maximal du lobe principale et celle de premier lobe secondaire est (-38dB), les substrats considérés sont à base des matériaux suivants :

- ✓ $(\varepsilon_x, \varepsilon_z)=(2.43, 2.88);$
- ✓ $(\varepsilon_x, \varepsilon_z)=(2.43, 4.7);$
- ✓ $(\varepsilon_x, \varepsilon_z) = (2.43, 2.43);$
- ✓ $(\varepsilon_x, \varepsilon_z) = (10.3, 10.3);$
- ✓ $(ε_x, ε_z) = (13, 10.3).$

Les résultats numériques illustrés dans cette Figure nous ont permis de tirer les conclusions suivantes :

- ✓ Un changement du niveau des lobes lorsqu'on augmente ε_Z de 2,43 à 10.3.
- \checkmark L'influence dans le rayonnement est moins importante, lorsqu'on fait varier ε_{X} .



Figure III.11 Diagramme de rayonnement de réseau de 11 antennes rectangulaires supraconductrices par la distribution du Dolph-Tchebycheff pour TM₀₁ mode, avec a=1.5cm, b=1cm, d=1mm, t=0.02 μ m, T/ T_C =0.5, λ_0 =1500Å, σ_n =210S/mm.

Les travaux de Dolph ont été développés par Taylor durant l'année 1955 [44]. En 1984, Villeneuve décrit une nouvelle méthode de synthèse à partir de la méthode du Taylor [45]. Il a développé une méthode pour obtenir un niveau de lobes secondaires décroissant, quand la distance angulaire avec la direction de rayonnement maximal augmente. La forme du diagramme de rayonnement suit la relation suivante :

$$E(u) = \frac{\sin(\sqrt{u^2 - \pi^2 B^2})}{\sqrt{u^2 - \pi^2 B^2}}$$
(III.18)

Avec

 $u = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$

B : est un paramètre qui peut être déduit du niveau R_a du premier lobe secondaire.

III.6 Modélisation du champ rayonné d'antennes imprimées rectangulaires en réseau linéaire en tenant compte de l'effet de couplage

En général, le déplacement des antennes constituant le réseau engendre un problème de couplage lorsqu'elles sont proches les unes des autres. Ce phénomène est un critère important qu'il faut considérer lors du calcul des caractéristiques des réseaux. Le calcul théorique de couplage mutuel a été proposé et étudié par plusieurs chercheurs [54]-[60]. Dans ce paragraphe, nous faisons une étude de la variation de l'impédance mutuelle en fonction de l'espace entre les antennes rectangulaires imprimées sur des substrats isotropes ($\varepsilon_x = \varepsilon_z = \varepsilon_r$), ainsi que l'effet de couplage sur les variations du diagramme de rayonnement.

L'expression de la fonction caractéristique d'un réseau linéaire d'antennes est donnée par :

$$F_{s}(\theta,\phi) = \frac{F(\theta,\phi)}{F_{max}} \sum_{i=1}^{N} A_{i} \exp[j(k_{0}X_{i}\sin\theta\cos\phi + \psi_{1})]$$
(III.19)

Les interférences électromagnétiques ou le couplage entre les éléments rayonnants dans un réseau d'antennes imprimées s'expriment par la modification de la répartition des courants de surface. Pour déterminer les courants A_i , il faut d'abord calculer les deux vecteurs Z et V. La relation entre les trois paramètres est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\mathrm{m}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{\mathrm{mn}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\mathrm{n}} \end{bmatrix}$$
(III.20)

Avec

[Z]: la matrice d'impédance mutuelle qui traduit le couplage entre les éléments.

[V] : le vecteur excitation.

Les courants induits A_n ont été représentés à partir des tensions appliquées V_m à chaque élément. Dans les cas pratiques, la matrice $[V_m]$ est généralement connue et nous pouvons alors déduire le courant à l'entrée de chaque élément en connaissant la matrice d'impédance. Par l'utilisation de la méthode des moments dans le domaine de Fourier, nous pouvons déterminer la matrice d'impédance Z_{mn} que représente le couplage, elle est définie par [57] :

$$Z_{mn}^{xx} = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty} Q_{xx} (K_{x}, K_{y}) F_{x} (J_{n}) F_{y} (J_{n}) F_{x}^{\bullet} (J_{m}) F_{y}^{\bullet} (J_{m}) dK_{x} dK_{y}$$
(III.21)

$$Z_{mn}^{yy} = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} Q_{YY} (K_x, K_y) F_x (J_n) F_y (J_n) F_x^{\bullet} (J_m) F_y^{\bullet} (J_m) dK_x dK_y$$
(III.22)

- J_{xn}, J_{ym} : sont les fonctions de bases issues du modèle de la cavité.
- F(J_{xn}), F(J_{ym}) : sont les transformées de Fourier de J_{xn}, J_{ym} données par [57].

$$F_{x}(J_{n}) = \int_{-\infty}^{+\infty} J_{xn} e^{i(k_{x}x)} dx \qquad (III.23)$$

$$F(J_{yn}) = \int_{-\infty}^{+\infty} J_{yn} e^{i(k_y y)} dy$$
(III.24)

• $F^*(J_{xn}), F^*(J_{ym})$ sont les conjuguées de transformées de Fourier de J_{xn}, J_{ym} .

$$V_{m} = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} Q_{v}(k_{x},k_{y}) F_{x}^{\bullet}(J_{m}) e^{(i.K_{x}x_{p})} F_{y}^{\bullet}(J_{m}) e^{(i.K_{y}y_{p})} dk_{x} dk_{y}$$
(III.25)

Avec

$$Q_{v} = \frac{-i}{4\pi^{2}K_{0}} \cdot \frac{\beta^{2} \cdot k_{x}(\varepsilon_{r} - 1)\sin(k_{1}d) + ik_{x}k_{1}T_{m}}{\varepsilon_{r}T_{m}T_{e}} \cdot \frac{\sin(k_{1}.d)}{k_{1}}$$
(III.26)

 T_m et T_e : sont donnés dans le chapitre II.

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}, \ Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}, \ \beta^2 = k_x^2 + k_y^2, \ k_1^2 = \varepsilon_r k_0^2 - \beta^2 et \ k_1^2 = \varepsilon_r k_0^2 - \beta^2$$

Les intégrales des éléments matriciels de l'impédance $[Z_{mn}]$ et du vecteur de tension $[V_m]$, sont évaluées numériquement. Pour la bonne convergence des résultats numériques, on convertit (k_x, k_y) en coordonnées polaires (β, α) [57].

$$\int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} dk_{x} dk_{y} = \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{2\pi} \beta d\alpha d\beta$$
(III.27)

Les relations (III. 21)-(III.22) et (III. 25) s'écrivent :

$$Z_{mn} = 4 \int_{0}^{\pi/2} \int_{0}^{\infty} Q_{xx}(k_x, k_y) R_e[F_x(J_{xn})F_x^*(J_{ym})] R_e[F_y(J_{xn})F_y^*(J_{ym})] \beta d\beta d\alpha \qquad (III.28)$$

$$V_{m} = 4.i \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{0}^{\infty} Q_{V}(k_{x}, k_{y}) Im[F_{x}^{*}(J_{ym}) exp(i.k_{x}x_{p})] R_{e}[F_{y}^{*}(J_{ym}) exp(i.k_{x}x_{p})] \beta d\beta d\alpha \qquad (III.29)$$

Dans la figure III. 12, nous avons pris un réseau linéaire formé de deux antennes disposées chacune sur l'un des axes à une distance S. L'antenne utilisée dans cette étude a une forme rectangulaire, qui est simple à étudier due à la simplicité des formes des équations modélisant le rayonnement.



Figure III.12 schéma de deux patchs rectangulaires

La variation de l'impédance de couplage Z_{12} en fonction de la distance entre les patchs (S/ λ) dans les plans E et H, est montrée sur la figure III. 13. Les deux patchs rectangulaires sont considérés identiques de longueur a = 10 mm, de largeur b = 15 mm et alimentés par sonde coaxiale, le diélectrique a une hauteur d = 1.58 mm et une permittivité ε_r = 2.35, la fréquence de résonance est f_r =6.532 GHz. Nos résultats pour le premier mode fondamental TM₀₁ montrent que l'impédance de couplage Z₁₂ décroît quand S augmente. Le couplage est important quand les deux antennes sont proches, cette région correspond à la zone de couplage radiatif. Mais quand la distance est grande Z₁₂ est pratiquement constant, cette région correspond au couplage d'onde de surface. Le couplage dans le plan E est plus élevé que dans le plan H. Ces résultats concordent avec les résultats des références [60], [61].

La figure III. 14 représente le diagramme de rayonnement d'un réseau linéaire périodique de 20 antennes imprimées rectangulaires. Les mêmes caractéristiques des antennes du réseau précédent ont été utilisées avec l'écartement (λ /2). Nous remarquons que le niveau des lobes secondaires est moins élevé dans le cas d'un diagramme de rayonnement avec effet de couplage que dans le cas d'un diagramme de rayonnement sans effet de couplage. L'ouverture du lobe principal du réseau est la même dans les deux cas. Plusieurs auteurs ont trouvé les mêmes résultats [55], [60], [63].



Figure III.13 Impédance mutuelle entre deux antennes plaquées dans le plan E et le plan H avec a=6.55cm, b=10.57cm, d=0.1588cm, $\varepsilon_r = 2.55$.



Figure III.14 Diagramme de rayonnement d'un réseau linéaire à N =20 éléments AFSC : Diagramme de rayonnement du réseau sans effet de couplage AFAC : Diagramme de rayonnement du réseau avec effet de couplage a=6.55cm, b=10.57cm, d=0.1588cm, $\varepsilon_r = 2.55$, f_r =6.532 GHz

III.7 Conclusion

Dans ce chapitre, l'étude du champ rayonné en zone lointaine pour un réseau linéaire uniforme et non uniforme en fonction de ses différents paramètres, a été réalisée. Les résultats obtenus montrent l'influence de la distance entre les éléments du réseau et le nombre d'antennes sur le champ total rayonné. L'impédance de couplage est calculée par la méthode spectrale. La variation de l'impédance de couplage en fonction de l'espace entre deux éléments a été abordée. Le calcul de champ rayonné en zone lointaine de N antennes imprimées rectangulaires tenant compte de l'effet de couplage, est fait par la méthode spectrale. De ce fait, nous avons pu analyser le comportement d'un réseau linéaire des antennes imprimées en tenant compte de l'effet de couplage qui peut exister dans le réseau. Les résultats obtenus ont été confrontés à ceux produits sans et avec effet de couplage.

Chapitre IV

Synthèse d'un réseau d'antennes imprimées supraconductrices par les algorithmes génétiques

Résumé

L'objectif de ce chapitre, est de mettre en exergue les particularités de l'algorithme génétique dans la synthèse de réseau d'antennes imprimées supraconductrices. Les paramètres géométriques sont déterminés, ainsi que les lois d'alimentation du réseau afin de produire un diagramme de rayonnement avec le minimum de lobes secondaires.

IV.1 Introduction

La méthode de synthèse de réseau d'antennes imprimées dans ce chapitre, est développée en employant une technique stochastique d'optimisation basée sur les algorithmes génétiques (AGs) [64]-[66]. Ces algorithmes ont été initialement développés par John Holland, de l'université de Michigan, au début des années soixante. Il a commencé à s'intéresser à ce qui allait devenir les algorithmes génétiques. Ses travaux ont trouvé un premier aboutissement en 1975, avec la publication d'adaptation dans le système artificiel.

John Holland poursuivait un double objectif : améliorer la compréhension des processus naturels d'adaptation et concevoir des systèmes artificiels possédant des propriétés similaires aux systèmes naturels. En effet, une grande partie de leur fonctionnement est basée sur le hasard. L'application des algorithmes génétiques aux problèmes d'optimisation a été formalisée par Goldberg en 1989 [68].

Les algorithmes génétiques résolvent des problèmes n'ayant aucune méthode de résolution décrite précisément, où la solution exacte est trop complexe pour être calculée en un temps raisonnable. C'est notamment, le cas des contraintes multiples complexes. Les AGs sont actuellement appliqués à des domaines de plus en plus variés. Ils sont devenus des instruments d'optimisation importants dans l'ingénierie électromagnétique pour la conception de structures diverses.

Dans ce chapitre, nous allons présenter une méthode d'optimisation stochastique (AGs), sa terminologie de base, son principe, les opérateurs participant à l'exploration de l'espace. Cette méthode sera appliquée à la synthèse de réseau d'antennes imprimées supraconductrices, pour abaisser le niveau des lobes secondaires jusqu'au niveau donné par le gabarit.

IV.2 Représentation chromosomique

Un algorithme génétique recherche les extrêmes d'une fonction définie sur un espace de données appelé population. Par analogie avec la génétique, chaque individu de cette population est un chromosome et chaque caractéristique de l'individu est un gène. Dans un cas simple, un gène sera représenté par un bit (0 ou 1), un chromosome par une chaîne de bits.

Chaque gène représente une partie élémentaire du problème, il peut être assimilé à une variable et peut prendre des valeurs différentes appelées allèles. La position du gène dans le chromosome se nomme locus. Nous aboutissons à une structure présentant cinq niveaux d'organisation (figure IV.1) [68].



Figure IV.1 Représentation chromosomique

IV.3. Organigramme d'un algorithme génétique

Un algorithme génétique fonctionne typiquement, à travers un cycle simple de quatre étapes.

- ✓ Génération d'une population initiale ;
- ✓ Evaluation de chaque chromosome ;
- ✓ Sélection des meilleurs chromosomes ;
- ✓ Manipulation génétique tels que : la sélection, le croisement et la mutation.



Figure IV.2 Organigramme de l'algorithme génétique

IV.3.1 Génération de la population initiale

Plusieurs mécanismes de génération de la population initiale sont utilisés dans la littérature. Une population initiale formée de solutions admissibles du problème doit être déterminée. Le choix de la population initiale est important, car il peut prendre plus ou moins rapidement la convergence vers l'optimum global. Si la position de l'optimum dans l'espace est totalement inconnue, il est naturel de générer aléatoirement des individus. Par ailleurs, cette étape présente un problème principal, qui est celui du choix de la taille de la population. En effet, une population trop grande augmente le temps de calcul et demande un espace mémoire considérable, alors qu'une population trop petite conduit à l'obtention d'un optimum local.

IV.3.2 Codage et décodage des données

Dans la littérature, il existe plusieurs types de codage. Notre choix du codage dans cette étude est binaire. L'objectif du décodage est bien sûr d'abord de pouvoir coder n'importe quelle solution. A chaque variable d'optimisation, nous faisons correspondre un gène appelé chromosome. Pour cela, on utilise l'opération de décodage qui est l'inverse du codage pour décoder le chromosome correspondant à chaque individu dans la population. Nous utilisons à cet effet la formule suivante de décodage des gènes à N bits [69]- [70]:

$$P = \frac{P_{max} - P_{min}}{2^{N}} \sum_{i=0}^{N-1} 2^{i} b_{i} + P_{min}$$
(IV.1)

avec

 P_{max} et P_{min} : sont les bornes supérieures et inférieures de l'intervalle des valeurs des paramètres.

b_i : est le bit d'ordre i.

IV.3.3 Evaluation

Pour mesurer les performances de chaque individu, qui correspond à une solution donnée du problème à résoudre, nous introduisons une fonction d'évaluation. Elle permet de quantifier la capacité d'un individu à survivre, en lui affectant un poids couramment appelé fitness ou fonction d'adaptation. La force de chaque chromosome de la population est calculée afin que les plus forts soient retenus. Cette fonction permet la sélection des individus les mieux adaptés.

La fonction d'adaptation (Fitness) est définie par le niveau du premier lobe secondaire [70]-[71]. Le choix de cette fonction n'est pas unique, mais celle-ci est la plus utilisée dans la littérature.

$$F_{s}(\theta,\phi) = 20.\log_{10}(F(\theta,\phi)\sum_{i=1}^{2N}A_{i}\exp[j(k_{0}Y_{i}\sin\theta\cos\phi+\psi_{i})]) \qquad (IV.2)$$

$$Fitness = Max - F_s(\theta, \phi)$$
(IV.3)

Où

Max: est un nombre réel positif plus grand que la plus grande valeur que peut prendre $F_s(\theta, \phi)$.

IV.3.4 Opérateurs génétiques

Les opérateurs génétiques définissent la manière, dont les chaînes binaires se recombinent pendant la phase de reproduction. Ils permettent ainsi la création de nouvelles chaînes. Les deux plus importants opérateurs sont le croisement et la mutation. Généralement, la stratégie de sélection est également un opérateur génétique [72].

IV.3.4.1 Sélection

L'opérateur de sélection est chargé de favoriser les meilleurs individus. Cet opérateur va générer à partir de la population courante, une nouvelle population par copie des individus choisis de la population courante. La copie des chaînes s'effectue en fonction des valeurs de la fonction d'adaptation. Ce procédé permet de donner aux meilleures chaînes, une probabilité élevée de contribuer à la génération suivante. Il existe de nombreuses techniques de sélection, la sélection par classement, la sélection par tournoi et la sélection par roulette, c'est cette sélection qui a été exclusivement utilisée dans cette étude.

IV.3.4.1.1 Sélection par roulette

Elle consiste à choisir aléatoirement deux ou plusieurs individus et à sélectionner le plus fort. Ce processus est répété plusieurs fois, jusqu'à l'obtention de N individus.

L'avantage d'une telle sélection est d'éviter qu'un individu très fort soit sélectionné plusieurs fois. La phase de sélection spécifie les individus de la population qui doivent survivre. La méthode de base, appelée roue de loterie, attribue à chaque individu v_i une probabilité de survie proportionnelle à son adaptation dans la population [70].

$$p_{i} = \frac{F(v(i))}{\sum_{i}^{n} F(v(i))}$$
(IV.4)

Où

n: taille de la population

Lors de la phase de sélection, les individus sont sélectionnés, en respectant les probabilités p_i associées, pour former la population de la nouvelle génération. Ceci s'effectue par le calcul des probabilités d'une sélection cumulée q_i tel que :

$$q_i = \sum_{j=1}^{i} P_j \tag{IV.5}$$

Puis, on génère aléatoirement un réel r sur l'intervalle [0 1] n fois de suite. L'individu V_i est sélectionné à chaque fois où $q_{i-1} < r \le q_i$. De ce fait, les individus les mieux adaptés sont sélectionnés plusieurs fois et les plus faibles rarement apparus [70].

IV.3.4.2 Croisement

Une fois la sélection terminée, les individus sont aléatoirement répartis en couples. La naissance d'un nouvel individu, nécessite la prise aléatoire d'une partie des gènes de chacun des deux parents. Ce phénomène, issu de la nature, est appelé croisement. Il s'agit d'un processus essentiel pour explorer l'espace des solutions possibles. Les chromosomes parents sont alors copiés et recombinés afin de produire chacun deux enfants ayant des caractéristiques issues des deux parents. Dans le but de garder quelques individus parents dans la prochaine population, on associe à l'algorithme génétique une probabilité de croisement, qui permet de décider si les parents seront croisés entre eux ou s'ils seront tout simplement recopiés dans la population suivante. Il existe de nombreux types de croisements, dans notre étude on s'intéresse au croisement en un point.

✓ Croisement en un point

Ce type de croisement est appliqué selon une certaine probabilité P_{cross} (où P_{cross} est la probabilité du croisement comprise entre 0 .6 et 0 .8) [73]-[75].

En effet, si P> P_{cross} une région est aléatoirement sélectionnée, la portion du chromosome précédente, qui suit le point de croisement est copiée des parents vers les enfants. La portion du chromosome, qui suit le point de croisement est placée dans la portion correspondante dans le chromosome de l'enfant comme le montre la figure IV. 3.



Figure IV.3 Croisement en un point

IV. 3. 4. 3. Mutation

La mutation est définie, comme étant la modification aléatoire d'une partie d'un chromosome. Elle est un changement aléatoire d'un ou de plusieurs bits de la chaîne codant l'individu. L'opérateur de croisement devient moins efficace avec le temps, car les individus deviennent similaires. C'est à ce moment que le phénomène de la mutation prend toute son importance. Ces mutations ne créent généralement pas de meilleures solutions au problème, mais elles évitent l'établissement de populations uniformes incapables d'évoluer. Chaque bit de l'ensemble des chaînes de la population a une probabilité p_m de subir une mutation à chaque génération. Cet opérateur est appliqué par un tirage aléatoire sur chacune des positions de la population [74].



Figure IV.4 Opérateur de Mutation

IV.3.4.4 Critère d'arrêt

Le critère d'arrêt détermine l'arrêt d'un processus génétique, qui est l'une des difficultés majeures de l'approche génétique. Dans la pratique, la recherche peut également être stoppée, lorsque le nombre maximum de génération est maximal, ou une erreur prédéfinie entre la sortie réelle et celle désirée.

IV.3.5 Paramètres des algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques peuvent être réglés à travers différents paramètres fixés à l'avance et dont dépend très fortement la bonne convergence de l'algorithme. Les plus importants sont :

✓ Espace de recherche

Une fois les variables d'optimisation sont choisies, il faut définir, c'est-à-dire délimiter l'espace de recherche correspondant à l'aide de considérations physiques. Nous savons par exemple que l'espace entre les patchs ne doit pas être trop petit pour éviter tout couplage entre antennes adjacentes et pas être trop grand pour éviter l'apparition des parasites considérables, qui provoquent une diminution de la directivité. A l'aide de telles considérations, nous avons défini l'espace de recherche suivant : • Ecartement entre deux patchs.

 $Y_{min} \le Y_i \le Y_{max}$

• Amplitudes des courants d'alimentation.

 $A_{min}\!\!\leq\!A_i\!\leq\!A_{max}$

• Phases des courants d'alimentation.

 $\psi_{min}\!\leq\!\psi_i\!\leq\!\psi_{max}$

✓ Taille de la population

Si la taille de la population est petite la probabilité de s'attarder sur des minima locaux est grande. Si la taille de la population est importante, le travail est effectué de manière redondante et l'efficacité de l'algorithme est globalement affectée.

✓ Nombre de générations

Le nombre de générations, que l'on souhaite exécuter peut être fixé à priori. C'est ce que l'on a tenté de faire lorsque l'on doit trouver une solution dans un temps limité. L'algorithme peut être arrêté, lorsque le critère d'arrêt est vérifié ou la génération finale est atteinte.

✓ Taux de croisement

Plus cette valeur est grande, plus des nouvelles structures sont introduites dans les nouvelles générations. Si le taux de croisement est élevé, les structures performantes sont trop fréquemment détruites, par contre, si ce taux est très bas, la population n'évolue pas assez vite.

✓ Taux de mutation

Ce paramètre contrôle la proportion de la population qui doit être remplacée à chaque génération.

IV.4 Résultats numériques

Le rayonnement du réseau linéaire d'antennes imprimées est, comme nous pouvons le constater, conditionné par trois paramètres : l'amplitude, la phase de la loi d'alimentation et les positions des éléments constituant le réseau linéaire. Par action sur au moins de l'un de ces trois paramètres, le diagramme de rayonnement prend des formes variées. En général, ces exigences consistent à reproduire un diagramme de rayonnement qui soit conforme à un diagramme désiré (figure IV. 5).



Figure IV.5 Gabarit caractérisant le diagramme désiré

Toutes les grandeurs de la figure IV. 5 servent à définir le gabarit de puissance. Nous définissons une grandeur qu'on appelle $\Delta \theta$, qui correspond à un intervalle de gisement dans lequel la fonction $F_d(\theta)$ passe de la zone des lobes secondaires à la zone du lobe principale.

- Pour $0 \le \theta \le \theta_1$: domaine d'ondulation est défini par $F_d(\theta) = P_{MAX}$
- Pour $\theta_1 + \Delta \theta \le \theta \le 90^\circ$: niveau des lobes secondaires est défini par $F_d(\theta) = F_{OSCI}$

Dans notre étude, le diagramme synthétisé par l'algorithme génétique doit tenir dans les limites fixées par ce gabarit [76].

IV.4.1 Synthèse par les amplitudes des courants d'alimentation

Nous avons commencé la synthèse d'un réseau linéaire uniforme d'antennes rectangulaires sur un seul paramètre qui est la loi d'amplitude d'alimentation des antennes imprimées. Chaque antenne i est localisée à Y_i et pondérée par le coefficient d'alimentation A_i . L'expression du diagramme de rayonnement $F_s(\theta, \phi)$ est donnée par [77].

$$F_{s}(\theta,\phi) = F(\theta,\phi) \sum_{i=1}^{N} A_{i} \cos[\langle k_{0} Y_{i} \sin \theta \rangle]$$
(IV.6)

$$Y_i = (i - 0.5)\Delta Y \tag{IV.7}$$

Les résultats des figures IV. 6- IV. 7 ont été obtenus pour la synthèse de réseau de 8 antennes, en agissant sur les lois d'amplitude $A_i=[A_1,A_2, A_3, A_4]$. Les valeurs des courants d'alimentations normalisées sont comprises entre 0 Ampère et 1 Ampère.

Les paramètres de l'algorithme génétique sont les suivants :

- Bornes de variation de la phase : $(0^\circ, 90^\circ)$
- Nombre d'individus par population : 100
- Nombre de bits : 15
- Nombre de variables : 4
- Nombre de générations : 80
- Probabilité de croisement : 0.7
- Probabilité de mutation : 0.15

La figure IV. 6 représente l'évolution du niveau maximum du premier lobe secondaire en fonction du nombre des générations. Nous constatons qu'il y a une diminution de valeur du niveau de lobe secondaire d'un diagramme de rayonnement de -17 .161dB à -39.25dB. Nos résultats sont comparés à ceux déjà trouvés par la référence [78]. Nous remarquons que nos résultats sont proches de [78]. Les valeurs des lois d'amplitudes correspondantes sont données dans Le tableau IV. 1.



Figure IV.6 Evolution du niveau maximum de lobe secondaire au cours des générations

	Amplitudes des courants d'alimentation normalisées			
N° d'antenne	Nos résultats	Résultats de Réference [78]		
1	1	1		
2	0.7618203745	0.762745		
3	0.4116464245	0.423787		
4	0.1420796729	0.151384		

 Tableau IV.1
 Valeurs des amplitudes des courants d'alimentation.

La variation du digramme de rayonnement de réseau d'antennes pour le mode TM_{01} , en fonction de θ , avec les valeurs des courants d'alimentation optimisées, est présentée dans la figure IV. 7. Nous observons, que le diagramme de rayonnement est contenu dans les limites imposées par le gabarit. Les dimensions du gabarit sont prises de la référence [78] (Posci=-39, PMAX=-3, θ_1 = 8.5944°, θ_1 + $\Delta\theta$ = 27.5°).



Figure IV.7 Diagramme d'un réseau à 8 antennes imprimées supraconductrices avec f_r =43.33GHz, a=1630 μ m, b=935 μ m, t=0.02 μ m, T/ T_C =0.5, λ_0 =1500Å, σ_n =210S/mm, ϵ_x = 11.6, ϵ_z = 11.6, d=0.16b, ϕ = $\pi/2$

IV.4.2 Synthèse par les amplitudes des courants d'alimentation et les répartitions spatiales

La synthèse de réseau linéaire non périodique non uniforme, peut être obtenue en agissant sur les paramètres suivants: le vecteur des amplitudes des courants d'alimentation défini par $A_i=[A_1,A_2, A_3, A_4]$, et le vecteur des répartitions spatiales est défini par $Y_i=[Y_1, Y_2, Y_3, Y_4]$. L'expression du champ rayonné pour ces paramètres est donnée par [79] :

$$F_{s}(\theta,\phi) = F(\theta,\phi) \sum_{i=1}^{N} A_{i} \cos[\langle k_{0} Y_{i} \sin \theta \rangle]$$
(IV.8)

Figure IV.8 Réseau d'antennes linéaire

Les résultats des figures IV. 9- IV. 10 ont été obtenus pour un réseau linéaire non uniforme et non périodique, comprenant 8 antennes imprimées rectangulaires. Afin de pouvoir négliger l'effet de couplage mutuel, et respecter la distance maximale admissible entre les antennes $(\Delta Y < (\lambda/(1 + |\sin \theta_0|)))$, le minimum de l'écartement est supérieur à 0.2λ et l'écartement maximum sera inférieur à 0.6λ . Les valeurs de la loi d'amplitude de courants d'alimentation sont comprises entre 0 Ampère et 1 Ampère. Les paramètres de l'algorithme génétique sont les suivants :

- Bornes de variation de la phase : (0°, 90°)
- Nombre de variables : 8
- Nombre de générations : 250

- Probabilité de croisement : 0.7
- Probabilité de mutation : 0.15
- Nombre d'individus par population : 100
- -Nombre de bits : 20

La figure IV. 9 représente l'évolution du niveau maximum de lobe secondaire en fonction du nombre des générations. Le niveau maximum de lobe secondaire obtenu est de (-13.495 dB) à (-43.49dB). Ce résultat reste meilleur à celui trouvé par Y. B. Tian qui est de (-39.3 dB) [78], pour un réseau linéaire non uniforme de sources isotropes. Le tableau. IV. 2 donne les valeurs des amplitudes et les répartitions spatiales des antennes correspondantes. La variation du champ rayonné par le réseau d'antennes avec les paramètres optimisés est donnée dans la figure IV. 10. Le réseau d'antennes a les mêmes caractéristiques que celles du réseau présenté précédemment, sauf que les valeurs d'amplitude des courants d'alimentation et les répartitions spatiales sont modifiées. Nous constatons à partir de cette figure que le diagramme de rayonnement est contenu dans les limites imposées par le gabarit (Posci=-39, Pmax=-3, θ_1 = 8.5944°, θ_1 + $\Delta\theta$ = 31.51°).



Figure IV.9 Evolution du niveau maximum de lobe secondaire au cours des générations

NIO	Nos résultats		Résultats de Réference [78]		
d'antenne	Amplitude (A)	Ecartement	Amplitude (A)	Ecartement	
1	1	0.2262368442 λ	1	0.313455 λ	
2	0.578949504494	0.6257978100 λ	0.55333596	0.427314 λ	
3	0.4986152874327	0.9680134897 λ	0.9288753	1.054395 λ	
4	0.2248516429321	1.4810612617 λ	0.306855	1.750000 λ	

 Tableau IV.2
 Valeurs des lois amplitudes des courants d'alimentation et les lois spatiales optimisées



Figure IV.10 Diagramme de rayonnement d'un réseau à 8 antennes imprimées supraconductrices avec f_r =43.33GHz, a=1630µm, b=935µm, t=0.02µm, T/ T_C =0.5, λ_0 =1500Å, σ_n =210S/mm, ε_x = 11.6, ε_z = 11.6, d=0.16b, φ = $\pi/2$.

IV.4.3 Synthèse par les amplitudes, les phases des courants d'alimentation et les répartitions spatiales

Le problème de synthèse peut être généralisé en agissant simultanément sur les paramètres suivants : les amplitudes, les phases des courants d'alimentation et les répartitions spatiales des antennes. L'expression du diagramme de rayonnement pour 2N antennes imprimées supraconductrices montées en réseau linéaire non périodique et non uniforme, est donnée par :

$$F_{s}(\theta,\phi) = F(\theta,\phi) \sum_{i=1}^{N} A_{i} \cos[(k_{0}Y_{i}\sin\theta + \psi_{i})]$$
(IV.10)

$$Y_{i} = \sum_{m=1}^{i} \Delta Y_{m} - \frac{\Delta Y_{1}}{2}$$
(IV.11)

Le problème de synthèse consiste à rechercher les trois vecteurs : $A_i = [A_1, A_2, A_3, A_4]$, $Y_i = [Y1, Y2, Y3, Y4]$ et $\psi_i = [\psi1, \psi2, \psi3, \psi4]$.

Les limites de ces vecteurs sont :

 $\label{eq:constraint} \begin{array}{c} 0.2 \ \lambda \!\leq\! Y_i \!\leq\! 0.6 \lambda \end{array}$

$$\sim 0 \le A_i \le 1$$

$$\textbf{-}\pi \leq \psi_i \leq \textbf{+}\pi$$

Les paramètres de l'algorithme génétique sont les suivants :

- Nombre de variables: 12

- Nombre de générations : 400

- Probabilité de croisement : 0.7
- Probabilité de mutation : 0.15
- Nombre d'individus par population : 100
- Nombre de bits : 16

La figure III. 11 représente la diminution du niveau maximum du premier lobe secondaire de -17.92 dB à -41 dB, en fonction de nombre de générations. Le tableau III. 3 donne les valeurs des amplitudes et les phases des courants d'alimentation ainsi que les répartitions spatiales optimisées. Nous remarquons à partir de la figure III. 12 que le diagramme de rayonnement est contenu dans les limites imposées par le gabarit (Posci=-39, P_{MAX}=-3, θ_1 = 10.3132°, θ_1 + $\Delta\theta$ = 28.6479°).


Figure IV.11 Evolution du niveau maximum de lobe secondaire au cours des générations

N° D'antenne	Amplitude (A)	Ecartement	Phase (rd)
1	1	0.22654128876859 λ	0.0292421534908
2	0.8626469590323181	0.58433204069928 λ	0.2670213497613
3	0.8970990266875027	1.0788603348349 λ	0.210198935112
4	0.3098357655497360	1.6844994916896 λ	0.2251017104562

Tableau IV.3 Valeurs des amplitudes et phases des courantsd'alimentation et des répartitions spatiales



Figure IV.12 Diagramme de rayonnement d'un réseau à 8 antennes imprimées rectangulaires supraconductrices avec f_r =43.33GHz, a=1630µm, b=935µm, t=0.02 µm,

T/ T_C =0.5, λ_0 =1500Å, σ_n =210S/mm, ϵ_x = 11.6, ϵ_z = 11.6, d=0.16b, ϕ = $\pi/2$.

IV.5 Conclusion

Une technique d'optimisation basée sur l'algorithme génétique a été utilisée sous forme de programme, qui optimise le choix des paramètres désirés. Ces paramètres nous ont permis de contrôler simultanément la forme du diagramme de rayonnement du réseau. Les éléments rayonnants utilisés dans la conception de réseau linéaire, sont considérés des antennes imprimées rectangulaires supraconductrices opérantes dans la bande millimétrique. Les paramètres optimisés dans les résultats, peuvent être utilisés dans les réseaux linéaires d'antennes imprimées supraconductrices de différentes formes (rectangulaires, circulaires, annulaires), et peuvent donner des résultats assez intéressants [33], [80]. Les difficultés que

nous avons rencontrées, se résument dans le choix des paramètres de l'algorithme génétique tels que la taille de la population, la probabilité de croisement et de la probabilité de mutation. Le choix de la fonction d'optimisation reste un choix délicat car cette dernière représente le paramètre clé de la convergence vers une solution optimale.

Chapitre V

Synthèse d'un réseau linéaire d'antennes imprimées par les réseaux de neurones

Résumé

En présentant quelques définitions sur les réseaux de neurones, les différentes architectures ainsi que les méthodes d'apprentissage les plus utilisées. L'application de techniques neuronales à la synthèse d'un réseau linéaire d'antennes imprimées rectangulaires est effectuée.

V.1 Introduction

Ces dernières années, des nouvelles variantes de techniques de synthèse basées sur les réseaux de neurones artificiels, ont été développées [81]. Ces techniques sont aujourd'hui les plus utilisées parmi tous les autres types de réseaux de neurones. Ceci est dû à leurs simplicités et leurs propriétés d'approximation universelle, qui permettent d'approximer n'importe quelle fonction non linéaire. Dés 1943, Mac Culloch et Pitts introduisent les réseaux de neurones et donnent ainsi naissance au connexionnisme. Puis en 1957, Rosenblatt présente le premier modèle du Perceptron, qui est le premier modèle à couches opérationnelles. L'identification des paramètres du Perceptron, appelés poids de connexion, est souvent réalisée par l'utilisation de l'algorithme de rétro propagation basé sur la méthode de la descente du gradient, dont l'objectif est la minimisation de l'erreur d'apprentissage. Cependant, la surface de l'erreur est souvent complexe et présente des caractéristiques peu satisfaisantes pour réaliser une descente du gradient, ce qui crée des inconvénients, tels que : la lenteur de la convergence, la sensibilité aux minima locaux et la difficulté a réglé les paramètres d'apprentissage. Un autre type de réseau de neurones très utilisé, est le réseau de neurones à fonctions radiales de base (RBF). Ce réseau à l'avantage d'être beaucoup plus simple que le Perceptron tout en gardant la fameuse propriété d'approximation universelle de fonctions. Les réseaux de neurones sont très exploités dans la synthèse du système de réseau d'antennes imprimées [82]-[85].

L'objectif de ce chapitre est de rappeler les définitions fondamentales relatives aux réseaux de neurones ainsi que leurs propriétés mathématiques. Les résultats concernant la synthèse du réseau linéaire d'antennes imprimées, sont présentés. La synthèse des digrammes de rayonnement consiste à régler les dimensions physiques des différents éléments constitutifs afin de satisfaire un gabarit.

V.2 Neurones biologiques

Dans le cerveau, le neurone biologique (figure V. 1) comprend: le corps cellulaire, qui fait la somme des influx qui lui parviennent. L'axone, qui permet de transmettre les signaux émis par le corps cellulaire aux autres neurones. Les dendrites, qui sont les récepteurs principaux du neurone captant les signaux qui lui parviennent. Les synapses, qui permettent aux neurones de communiquer avec les autres via les axones et les dendrites.



Figure V.1 Neurone biologique

V.3 Neurones artificiels

Ce sont des unités de base d'un réseau de neurones, elles ressemblent à leurs congénères biologiques. elles sont dotées de connexions en entrée $X_0, X_1, X_2,..., X_n$ qui s'ajoutent entre elles afin de déterminer la force de leur sortie, résultant de la somme injectée dans une fonction d'activation *f*.



Figure V.2 Neurone artificiel

Les coefficients de pondération W_i , i=0, 1,..., n s'appellent les poids synaptiques. Le modèle du neurone artificiel représenté sur la figure V. 2, est appelé neurone de MC Culloch et Pitts. En général, la fonction d'activation f(x) représente l'état d'activation de neurone. Bien qu'il existe de nombreuses fonctions d'activation, la plus connue est la fonction d'activation sigmoïde. Les fonctions d'activation les plus utilisées sont les suivantes :

Fonctions d'activation		
Fonction de signe à seuil binaire	$f(\mathbf{X}) = \begin{cases} +1 & \text{si } \mathbf{X} > 0\\ -1 & \text{si } \mathbf{X} < 0 \end{cases}$	
Fonction linéaire à seuil ou multi seuils	$f(X) = \begin{cases} +1 & \text{si } X > a \\ -1 & \text{si } X < a \\ X & \text{si } X[-a, a] \end{cases}$	
Fonction sigmoïde	$f(\mathbf{X}) = \frac{1}{1 + \mathrm{e}^{-\mathrm{k}\mathbf{X}}}$	
Fonction tangente hyperbolique	$f(X) = \frac{2}{(2 + e^{-2x})^{-1}}$	

Tableau V.1 Fonctions d'activation

V.4 Réseaux multicouches (Perceptrons multicouches MLP)

Le réseau de neurones artificiel, le plus populaire est le Perceptron multicouche qui a été développé par Werbos et Rumelhart. Il représente le modèle le plus courant et le plus simple de réseau non linéaire. Pour doter le Perceptron multicouche de la propriété de non linéarité, il faut qu'il comporte, au moins, une couche cachée, et que les fonctions d'activation des neurones, qui le composent soient non linéaires. Plus on introduit de neurones avec une fonction d'activation non linéaire, plus on dote le réseau d'une capacité pour résoudre des problèmes complexes, et plus le découpage de l'espace des inputs obtenu se rapproche de celui des données. Dans la pratique, il est rare d'utiliser plus de deux couches cachées. L'architecture de la figure V. 3 est relative à un réseau multicouche avec une couche cachée et des entrées ainsi que des sorties, qui sont distinctes, et l'information y circule dans un seul sens. Au sein d'une même couche, les neurones ne communiquent pas entre eux. Ils reçoivent des informations venant de la couche précédente, les traitent et les envoient à la couche d'ordre immédiatement supérieur.



Figure V.3 Réseau multicouche

V.5 Réseaux à fonctions radiales de base (RBF)

L'approximation de fonction est une des utilisations les plus courantes des réseaux de neurones artificiels. Le cadre général du problème d'approximation est le suivant : on suppose l'existence d'une relation entre plusieurs variables (les entrées) et une variable de sortie. Cette relation étant inconnue, on essaie de construire un approximateur (boîte noire) entre ces entrées et cette sortie. Pour réaliser ces différentes étapes, on essaye d'utiliser les réseaux à fonctions de base radiales (RBF). Ces réseaux sont capables de fournir une représentation locale de l'espace grâce à des fonctions de base, dont l'influence est restreinte à une certaine zone de l'espace. Les combinaisons linéaires de fonctions gaussiennes sont utilisées depuis les années 60 pour construire des interpolations ou approximations de fonctions. Les modèles RBF sont liés à de nombreuses autres approches utilisées, en reconnaissance des formes ainsi que les relations avec l'étude de l'approximation de fonctions.

V.6 Apprentissage

En apprentissage, il existe essentiellement deux types d'apprentissage: l'apprentissage supervisé et l'apprentissage non supervisé. Dans la majorité des réseaux qui ont été étudiés, l'apprentissage sera dit supervisé, car on impose des entrées fixes et on cherche à récupérer une sortie connue. On effectue alors la modification des poids pour retrouver cette sortie imposée. Malgré tout, il existe des réseaux à apprentissage non supervise.

V.6.1 Apprentissage non supervisé

L'apprentissage non supervisé est le seul, qui peut expliquer l'apprentissage dans le système biologique. Ce processus d'entraînement fait correspondre à une classe donnée de vecteurs d'entrée qui ont une propriété commune, une sortie particulière, mais en premier temps, on ne peut pas connaître pour une classe de vecteurs d'entrée, la sortie correspondante. Nous avons plusieurs règles d'apprentissage non supervisées.

- ✓ Règle de Hebb ;
- ✓ Règle de Kohonen ;
- ✓ Règle de Instar ;
- ✓ Règle de Outstar.

V.6.2 Apprentissage supervisé

Dans ce type d'apprentissage, on cherche à imposer au réseau un fonctionnement donné, en forçant à partir des entrées qui lui sont présentées, les sorties du réseau à prendre des valeurs données en modifiant les poids synaptiques. Le réseau se comporte alors comme un filtre dont les paramètres de transfert sont ajustés à partir des couples (entrée/sortie) présentés. L'adaptation des paramètres du réseau s'effectue à partir d'un algorithme d'optimisation, l'initialisation des poids synaptiques étant le plus souvent aléatoire.

Dans notre étude, nous utilisons:

- ✓ Apprentissage supervisé avec la règle du perceptron ;
- ✓ Apprentissage des réseaux à fonctions radiales de base (RBF).

V.6.2.1 Apprentissage supervisé avec la règle du perceptron

La méthode d'apprentissage supervisé consiste à appliquer le principe de l'algorithme de rétropropagation du gradient et de minimiser l'erreur quadratique entre la sortie du réseau et celle désirée, et ceci en utilisant la méthode de descente du gradient. Il s'agit ensuite de calculer la contribution à cette erreur de chacun des poids synaptiques. En effet, chacun des poids influe sur le neurone correspondant, mais la modification pour ce neurone va influer sur tous les neurones des couches. La structure considérée est illustrée en figure V. 4 nous avons un réseau multicouche (MLP) d'une couche d'entrée (vecteur d'entré X_r), d'une couche de sortie (vecteur de sortie Y_i) ainsi d'une couche cachée de i neurone.



Figure V.4 Réseau multicouche

- (r), (i) et (j) : désignent la couche d'entrée, la couche cachée et la couche de sortie
- W_{ri}: poids entre le point (r) et le i neurone de la couche cachée.

W_{ij}: poids entre le point (i) et le j neurone de la couche de sortie.

Le traitement de l'information par ce réseau, s'effectue selon les étapes suivantes [86]-[89] :

- Etape 1 : Initialiser les poids (W_{ri}, W_{ij}) à de petites valeurs aléatoires ;
- Etape 2 : Choisir un élément de l'ensemble des couples d'entraînement (X_r) et le présenter au réseau ;
- Etape 3 : Calculer la sortie du réseau (Y) ;
- Etape 4 : Calculer l'erreur entre la sortie du réseau et la sortie désirée ;
- Etape 5 : Corriger les poids du réseau de manière à minimiser l'erreur ;
- Etape 6 : Refaire les étapes 2 à 5 pour chaque couple d'apprentissage tant que l'erreur n'est pas inférieure à un seuil qu'on se fixe.

La définition de fonction d'erreur globale (fonction de coût) est primordiale. Elle sert à mesurer l'écart entre les sorties désirées D_j et les sorties du réseau observées Y_j . La fonction la plus communément utilisée est la fonction d'erreur quadratique, dont la définition est :

$$e(n) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N} (D_j(n) - Y_j(n))^2$$
(V.1)

Pour tout l'ensemble d'apprentissage N, on peut définir la fonction de coût :

$$E(n) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} e(n)$$
 (V.2)

Ainsi, on peut diviser l'algorithme de calcul des poids en deux étapes :

✓ La phase avant (FORWARD)

La première phase « forward » concerne le signal qui se propage, d'un neurone à un autre, à partir des neurones de sortie. Pendant cette phase, les poids synaptiques restent inchangés.

$$NET_{ik} = \sum_{r} X_r W_{ri}$$
(V.3)

$$OUT_{ik} = F(NET_{ik}) = \frac{1}{1 + e^{-NET_{ik}}}$$
 (V.4)

$$NET_{jk} = \sum_{i} OUT_{ik} W_{ij}$$
(V.5)

$$OUT_{jk} = F(NET_{jk})$$
(V.6)

✓ La phase arrière (Backward)

La deuxième phase (backward) concerne le signal erreur qui se propage, dans le sens contraire, couche par couche à partir de la couche de sortie. Cette phase consiste à ajuster les poids en minimisant l'erreur selon la méthode du gradient. Dans le cas d'un neurone de sortie, le gradient local est égal au signal d'erreur multiplié par la dérivée de la fonction d'activation appliquée au potentiel à l'entrée de ce neurone.

$$\delta_{jk} = (D_{jk} - Y_{jk})OUT_{jk}(1 - OUT_{jk})$$
(V.7)

$$W_{ij}(n) = W_{ij}(n-1) + \Delta_k W_{ij}$$
 (V.8)

$$\delta_{ik} = OUT_{ik}(1 - OUT_{ik})\sum_{j} W_{ij}\delta_{jk}$$
(V.9)

$$W_{ri}(n) = W_{ri}(n-1) + \Delta_k W_{ri}$$
 (V.10)

avec

 $\Delta_k W_{ij} = \eta \delta_{jk} OUT_{jk}$

$$\Delta_k W_{ri} = \eta \delta_{ik} X_{rk}$$

 η : taux d'apprentissage.

L'organigramme correspondant aux phases précédentes est illustré sur la figure V. 5.



Figure V.5 Algorithme de rétro propagation du gradient

V.6.2.2 Apprentissage des réseaux à fonctions radiales de base (RBF)

Les réseaux à couches RBF peuvent être utilisés dans le cas des problèmes de classification de fonction, et sont capables d'approximer avec un degré de précision quelconque n'importe quelle fonction continue non linéaire [90]. Le réseau RBF est un réseau à trois couches, une couche d'entrée, une couche cachée composée de fonction noyau, et une couche de sortie, dont les neurones sont généralement animés par des fonctions d'activation linéaires. La figure V. 6 représente un réseau de neurones (RBF) avec le vecteur d'entrée X. Le réseau RBF est un réseau de neurones à apprentissage supervisé.



Figure V.6 Modèle neuronal RBF

Dans la couche cachée, la fonction du transfert est de type radiale de base. Le vecteur distance $d_i(X)$ entre le vecteur des centres C_i , et le vecteur des entrées X, est donné par :

$$\mathbf{d}_{i}(\mathbf{X}) = \left\| \mathbf{X} - \mathbf{C}_{i} \right\| \tag{V.11}$$

Où

 C_i : sont les centres de i^{eme} fonction RBF.

La fonction du transfert pour un neurone radiale de base est donnée par:

$$G(C_{i}) = \exp(-(\frac{m_{1}}{d_{\max}^{2}} \|X - C_{i}\|)$$
(V.12)

Avec

$$i = 1, 2, \dots, m_1$$

 m_1 : nombre de centres (nombre de neurones dans la couche cachée).

d_{max}: distance maximale entre les centres choisis.

La largeur de toutes les fonctions radiales de base est fixée à ($\sigma = \frac{d_{max}}{\sqrt{2m_1}}$).

L'activation d'une unité de sortie d'un réseau RBF peut en général s'écrire comme une combinaison linéaire des fonctions noyaux correspondant aux neurones RBF cachées. Donc les sorties Y sont données par :

$$Y(X) = \sum_{i=1}^{ml} w_{ij} \cdot G(||X - C_i||)$$
(V.13)

V.6.2.2.1 Estimation des paramètres du réseau RBF

L'algorithme d'estimation des paramètres comprend deux algorithmes :

-Algorithme de sélection des centres Ci utilisant l'algorithme des K-moyennes :

-Algorithme de détermination des poids W_j utilisant l'algorithme de la méthode des moindres carrées (LMS).

Cette procédure globale (sélection des centre + LMS) est basée sur une règle d'apprentissage linéaire qui garantit une convergence rapide.

✓ Algorithme de sélection des centres (algorithme des K-moyennes)

En général, le choix des centres C_i est arbitraire, ces centres doivent être choisis soit, à partir de la base de données de l'apprentissage, soit en associant à chaque exemple k de l'ensemble d'apprentissages une fonction RBF. L'algorithme des K-moyennes est obtenu en optimisant de manière itérative la moyenne empirique des pertes quadratiques [91]-[94].

$$k = \arg(\min(d_i)) \tag{V.14}$$

$$C_k(n) = C_k(n-1) + G_m \cdot e(n) \cdot (X(n) - C_k(n-1))$$
 (V.15)

$$C_{j}(n) = C_{j}(n-1) \text{ pour } 1 \le j \le n \text{ et } j \ne k$$
(V.16)

✓ Algorithme de détermination des poids W (LMS)

La méthode des moindres carrés a été introduite par Karl Gauss en 1809. Elle a été à la base de toutes les méthodes d'identification et d'estimation des paramètres, cette méthode est basée sur la minimisation d'une fonction d'erreur : $\|S - GW\|^2$. Cette formule permet d'assurer que les RBF ne sont ni trop écartées, ni trop serrées. Les poids de la couche cachée sont donnés par :

$$W = G^+ S \tag{V.17}$$

Avec

 $S = [S_1, S_2, ..., S_n]^T : \text{vecteur des sorties désirées.}$ $G^+ = (G^TG)^{-1}G^T : \text{matrice pseudo inverse de } G.$

V.7 Résultats numériques

La topologie du réseau de neurones doit être convenablement choisie. Il est clair qu'un réseau de neurones à une seule couche ne peut résoudre que les problèmes à séparations linéaires. Il est donc nécessaire d'avoir au moins une couche intermédiaire. Généralement, les étapes de construction et de validation des réseaux neuronaux sont réparties en quatre étapes:

- Choix des entrées des réseaux de neurones;
- Choix des sorties des réseaux de neurones;
- > Choix de l'architecture total des réseaux de neurones étudiés ;
- Tests des réseaux de neurones sélectionnés sur de nouveaux exemples proches des exemples d'apprentissage.

La figure V. 7 représente le schéma synoptique de la phase de test du modèle construit par le réseau de neurones artificiels (RNA).



Figure V.7 Schéma synoptique de la phase de test du modèle construit par le réseau de neurones artificiels (RNA).

V.7.1 Synthèse par les amplitudes des courants d'alimentation par l'apprentissage supervisé avec la règle du perceptron

✓ Phase d'apprentissage

Les résultats de cette partie ont été obtenus pour la synthèse de réseau linéaire d'antennes imprimées rectangulaires, ayant les mêmes caractéristiques et le même nombre d'antennes utilisées dans le chapitres IV. Le diagramme désiré est spécifié à partir d'un gabarit. La base de données contient un ensemble de données (entrée/sortie) obtenues par simulation à partir de l'algorithme génétique (chapitre. IV). Le réseau de neurones (RNA) utilisé est un réseau multicouche composé de trois couches:

- -Une couche d'entrée : elle comprend un seul neurone représentant le niveau maximum de lobe secondaire F_{OSCI};
- -Une couche cachée composée de 20 neurones ;
- -Une couche de sortie de 4 neurones représentant la loi d'amplitude pour un réseau linéaire symétrique à 8 antennes imprimées rectangulaires supraconductrices.

Une fois que l'architecture du réseau a été décidée, la phase d'apprentissage permet de calculer les poids synaptiques W, menant à chaque neurone formel. Elle utilise l'algorithme de retropropagation de gradient. La fonction sigmoïde est effectuée comme une fonction d'activation à la couche cachée. Cet algorithme consiste à présenter au réseau des exemples d'apprentissage, c'est-à-dire des jeux d'activités des neurones d'entrée ainsi que ceux des activités des neurones de sortie.

La courbe représentée dans la figure V. 8 montre l'évolution de l'erreur quadratique moyenne d'apprentissage en fonction du nombre d'époques. En effet, nous remarquons que l'erreur est faible après 100 itérations. Les valeurs des amplitudes des courants d'alimentation normalisées obtenues par les réseaux de neurones (RNA) pour F_{OSCI} =-42.4dB, sont illustrées successivement sur le tableau V. 2.



Figure V.8 Variation d'erreur quadratique moyenne en fonction de nombre (Epochs) d'un réseau à 8 éléments avec F_{OSCI} =-42.4dB

N° antennes	Amplitudes des courants d'alimentation normalisées
1	1.0000
2	0.7325
3	0.3615
4	0.1006

Tableau V.2 Valeurs des amplitudes des courants d'alimentation avec F_{OSCI} =-42.4dB

✓ La phase d'utilisation

Cette phase est appelée phase de reconnaissance, elle consiste à tester les performances du réseau de neurones. La figure V. 9 représente les résultats du diagramme de rayonnement en fonction de θ , pour le mode TM₀₁ et dans le plan H. Nous observons que le diagramme synthétisé est dans les limites fixées par ce gabarit.





V.7.2 Synthèse par les amplitudes des courants d'alimentation et les répartitions spatiales par l'apprentissage supervisé avec la règle du perceptron

✓ La phase d'apprentissage

Après plusieurs essais, nous avons opté par un réseau de neurones avec la topologie suivante:

- ✓ 2 neurones dans la couche d'entrée représentant respectivement le niveau maximum de lobe secondaire désiré F_{OSCI}, le domaine d'ondulation F_{MAXI}.
- ✓ 30 neurones dans la couche cachée.
- ✓ 8 neurones dans la couche de sortie représentant la loi d'amplitude et la loi spatiale pour un réseau symétrique à 8 éléments rayonnants.



Figure V.10 Représentation du modèle de synthèse par les réseaux de neurones avec 2 entrées et 8 sorties

✓ Phase d'utilisation

Une fois l'apprentissage est achevé, nous avons généré plusieurs valeurs de niveau maximum de lobes secondaires. Le tableau V. 3 donne les valeurs des amplitudes des courants d'alimentation et des répartitions spatiales des antennes correspondantes. Ces valeurs permettent au diagramme de rayonnement $F_s(\theta, \phi)$ de s'approcher au diagramme de rayonnement désiré (gabarit). La figure V. 11 représente les résultats de synthèse pour le vecteurs d'entrée (F_{OSCI} =-44.8dB, F_{MAXI} =-3dB).

	RNA		
N° antennes	Amplitudes des courants d'alimentation normalisées	Ecartement entre les antennes	
1	1.0000	0.2253 λ	
2	0.5770	0.6213 λ	
3	0.4921	0.9648λ	
4	0.2177	1.4750λ	

 Tableau. V. 3. Valeurs des amplitudes de courants d'alimentation et les écartements optimisées



Figure V.11 Diagramme de rayonnement d'un réseau à 8 antennes imprimées supraconductrices avec f_r =43.33GHz, a=1630µm, b=935µm, t=0.02µm, T/ T_C =0.5, λ_0 =1500Å, σ_n =210S/mm, ε_x = 11.6, ε_z = 11.6, d=0.16b, ϕ = $\pi/2$, F_{OSCI}=-44.8dB, F_{MAXI}=-3dB.

V.7.3 Synthèse par les amplitudes, les phases des courants d'alimentation et les répartitions spatiales par l'apprentissage des réseaux à fonctions radiales de base (RBF)

L'approximation par RBF est beaucoup plus pertinente pour cette étude car on peut choisir comme fonction de base une gaussienne qui pourrait être une bonne représentation de chacune des fonctions exponentielles. Le principe de réseau de neurone RBF repose sur le fait que toute fonction continue non linéaire peut être approchée, par une somme de fonctions gaussiennes. L'objectif dans cette approche est d'obtenir un diagramme de rayonnement de réseau d'antennes adéquat au diagramme de rayonnement désiré D_i . Nous disposons d'un ensemble d'entrées X_i et d'un ensemble de sorties désirés D_i . L'approximation de D_i par un RBF sera la somme pondérée de m fonctions gaussiennes. Le RBF est schématisé dans la figure V. 6, où nous utilisons le vecteur θ_i comme le vecteur d'entrée de la couche d'entrée, la deuxième couche est une couche cachée dont on utilise la fonction non linéaire $G(X_i)$, et la troisième est une couche de sortie dont on utilise la fonction linéaire. Dans les figures IV. 12, nous voudrions trouver une fonction du champ rayonné de réseau linéaire de 20 antennes supraconductrices répondant à des spécifications précises par un gabarit. La synthèse de ce dernier se fait par la prise en considération des différents niveaux des lobes secondaires.



(a) F_{OSCI} =-27dB, F_{MAXI} =-3dB, $\theta_1 + \Delta \theta = 8.0214^{\circ}$





Après avoir obtenu le vecteur de sortie représentant le diagramme de rayonnement, nous pouvons déterminer aisément les paramètres géométriques et électriques correspondants, par l'utilisation de l'algorithme {lsqnonlin} du logiciel MATLAB, en introduisant le minimum et le maximum de chaque variable.

Le tableau V. 4 donne les limites de chaque variable géométrique.

Variable	Gamme
А	0< A < 1
Y	0.2< Y <0.6
Ψ	$0 < \Psi < \pi$

Tableau V.4 Variables de réseau d'antennes

V.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons examiné les possibilités de synthèse des réseaux d'antennes imprimées par l'approche neurale. Les résultats obtenus par cette approche sont satisfaisants et montrent l'intérêt de l'application des réseaux de neurone dans le domaine de la synthèse des réseaux d'antennes. Cet intérêt vient de leur capacité d'approximation et d'optimisation des modèles non linéaires. Cependant, les réseaux de neurones multicouches à retroprogation du gradient présentent l'inconvénient de la lenteur due à la phase d'apprentissage, qui dépend du nombre d'entrées et d'exemples utilisés, car pour un nombre important d'éléments, il faut une base de données assez riche .

CONCLUSION GENERALE

Une étude théorique des antennes imprimées de formes rectangulaire, circulaire et annulaire a été réalisée dans cette thèse. L'utilisation des fréquences d'opération dans la bande millimétrique a pour intérêt la réduction de la taille des antennes imprimées et de leur poids pour faciliter leurs intégrations dans les dispositifs de télécommunications sans fil et les dispositifs médicaux, ainsi que pour améliorer le gain des antennes. La modélisation des antennes imprimées de différentes formes est faite par la méthode spectrale qui s'avère efficace pour la dérivation de la fonction spectrale de Green. Dans la procédure de résolution de l'équation intégrale par la méthode des moments, le choix approprié des fonctions de base pour chaque géométrie de plaque supraconductrice constitue une étape d'importance primordiale. Le champ rayonné en zone lointaine est calculé en utilisant la technique de la phase stationnaire.

L'utilisation des patchs à base des matériaux supraconducteurs est réalisée pour minimiser les pertes permettant une amélioration du gain. Dans cette étude, nous avons trouvé qu'il y a une variation de l'efficacité en fonction des paramètres physiques et géométriques de patch supraconducteur. Les résultats obtenus montrent que le patch supraconducteur peut donner une bonne efficacité en onde millimétrique.

La comparaison entre les trois structures a montré que l'antenne annulaire a un meilleur gain et une bande passante large par rapport aux autres types d'antennes imprimées. Malgré ces constatations, ces antennes ont fait l'objet d'un grand nombre de travaux de recherche, cela revient à la simplicité de leur analyse et de leur réalisation. Les caractéristiques de ces antennes peuvent être améliorées par plusieurs façons comme l'intégration du patch dans une structure multicouche, l'utilisation d'une structure à une couche protectrice, ou bien d'une structure à gap d'air.

Afin d'améliorer le gain de l'antenne isolée, une étude d'un réseau linéaire d'antennes imprimées uniforme et non uniforme est faite. L'utilisation du principe de multiplication de diagramme de rayonnement nous a permis de tracer le diagramme de rayonnement de réseau en fonction de ses différents paramètres (nombre d'antennes et espace entre éléments). Les résultats obtenus montrent que le diagramme de rayonnement devient plus directif lorsqu'on augmente le nombre d'antennes et la distance entre les sources.

128

L'impédance mutuelle de couplage dans un réseau d'antennes est liée directement avec la distance entre les éléments. Le couplage est très important quand les antennes sont proches par contre, quand la distance est grande, le coefficient de couplage diminue. Nous avons trouvé aussi que le niveau des lobes secondaires est moins élevé dans le cas d'un diagramme de rayonnement avec effet de couplage que dans le cas d'un diagramme de rayonnement sans effet de couplage.

L'utilisation de l'algorithme génétique nous a permis d'optimiser les paramètres de réseau linéaire d'antennes imprimées. Les résultats obtenus sont très intéressants. Cependant le choix de la fonction d'optimisation reste un choix délicat car cette dernière représente le paramètre clé de la convergence vers une solution optimale.

La synthèse du diagramme de rayonnement par le réseau de neurone exige une base de donnée assez riche, le manque de cette dernière nous a obligé d'utiliser la base de données issue d'algorithme génétique. La combinaison d'approches d'optimisation et d'approximation du réseau linéaire d'antennes imprimées par les réseaux de neurones et les algorithmes génétiques, en tenant compte de l'ensemble des caractéristiques géométriques et électriques de réseau d'antennes, s'avère une méthode alternative pour construire un diagramme de rayonnement directif avec le minimum de lobes secondaires.

BIBLIOGRAPHIE

- J. P. Daniel, G. Dubost, J. Citrne, and M. Drissi, "Research on planar antennas and arrays" IEEE transactions Antennas Propagation Magazine, Vol. 35, N°1, pp. 14-38, February 1993.
- [2] Bertrand Dutoit, "Les supraconducteurs en hyperfréquence" cours, Ecole Polytechnique Fédérale d e Lausanne, Juin 2007.
- [3] K. R. Carver and J. W. Mink, "Microstrip antenna technology" IEEE transactions Antennas Propagat, Vol. AP-29, pp. 2-24, January 1981.
- [4] L. Wu, A. Zielinski, "An iterative Method for linear array pattern synthesis" IEEE Journal of oceanic engineering, Vol. 18, N° 3, July 1993.
- [5] Rana J. Pratap, "Design and Optimization of Microwave Circuits and Systems Using Artificial Intelligence Techniques" PhD Thesis, Georgia Institute of Technology, August 2005.
- [6] M. Sarevska, and A. B. M. Salem, "Antenna array beamforming using neural network" Proceeding of world academy of science engineering and technology, Vol. 17, ISSN 1307-6884, December 2006.
- [7] M. Barakat, C. Delaveaud, F. Ndagijimana, "Antenne millimétrique F inversée (IFA) en technologie SOI " 15^{èmes} journées nationales micro-ondes 23-25, Toulouse, Mai 2007.
- [8] D. M. Pozar, "Considerations for millimetre wave printed antennas" IEEE transactions Antennas and Propagation, Vol. AP 31, pp. 740–747, 1983.
- C. F. L. Vasconcelos, S. G. Silva, M. R. M. L. Albuquerque, J. R. S. Oliveira and A. G. d'Assunção, "Annular ring microstrip antennas for millimeter wave applications" Int. J. Infrared Millim Waves, pp. 821–829, April 2007.

- [10] M. G.Viry, A. Perrin, "Couches minces supraconductrices à haute température critique pour l'électronique" The european physical journal applied physics, Vol. AP 3, pp.141-147, 1998.
- [11] K. Lu. Wong, "Compact and broadband microstrip antennas" John Wiley & Sons, Inc. ISBNS: 0-471-41717-3, 2002.
- [12] Z. Cai and J. Bornemann, "Generalized spectral-domain analysis for multilayered complex media and high Tc superconductor application" IEEE transactions on microwave Theory and Tec. Vol. 40, Dec 1992.
- [13] N. Khare, "Handbook of high-Temperature superconductor electronics" National Physical Laboratory, New Delhi, India, ISBN: 0-8247-0823-7, 2003.
- [14] R. C. Hansen, "Electrically small, superdirective, and superconducting antennas" John Wiley & Sons, Inc, Hoboken, New Jersey, 2006.
- [15] S. Courreges, "Les matériaux ferroélectriques et supraconducteurs appliqués à la conception de dispositifs micro-ondes" Thèse de Doctorat, Université de Limoges, 2007.
- [16] L. I. Basilio, M. A. Khayat, J. Williams, S. A. Long, "The dependence of the input impedance on feed position of probe and microstrip line fed patch antennas" IEEE transactions Antennas Propagat, Vol. 49, pp. 45-47, January 2001.
- [17] H. J. Visser, "Array and phased array antenna basics " John Wiley & Sons Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England 2005.
- [18] O. Barkat and A. Benghalia, "Radiation and Resonant Frequency of Superconducting Annular Ring Microstrip Antenna on Uniaxial Anisotropic Media", Springer, Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves, Volume 30, Number 10, October 2009. DOI 10.1007/s10762-009-9526-2

- [19] M. G. Bray, D.H Werner, D. W. Boeringer and D. W. Machuga, "Optimization of thinned aperiodic linear phased arrays using genetic algorithms to reduce grating lobes during scanning" IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique, Vol. 50, pp. 1732-1742, 2002.
- [20] N. Fadlallah, "Contribution à l'optimisation de la synthèse du lobe de rayonnement pour une antenne intelligente. Application à la conception de réseaux à déphasage" Thèse de doctorat, Université de Limoges, 2007.
- [21] V. Losada, R. R. BOIX, and M. Horno, "full wave analysis of circular microstrip resonators in multilayere dmedia containing uniaxial anisotropic dielectrics, magnetized" IEEE Trans. Microwave Theory Tech, Vol. 48, pp. 1057-1063, 2000.
- [22] A. Motevasselian, M. Salehi and A.Tavakoli, "Spectral domain analysis of resonant characteristics of a circular patch microstrip antenna on uniaxial substrate" proceedings of Asia-Pacific microwave conference, 2006.
- [23] T. Itoh, and W. Menzel, "A full-wave analysis method for open microstrip structure" IEEE transactions Antennas Propagation, Vol. AP 29, pp. 63–68, January 1981.
- [24] K. L. Wong and J. S. Row, "Resonance of a rectangular microstrip patch on a uniaxial substrate" IEEE transactions on microwave theory and Techniques, Vol. 41, pp. 698- 701, 1993.
- [25] S. M. Ali, W. C. Chew, and J. A. Kong, "Vector Hankel transform analysis of annularring microstrip antenna" IEEE transactions Antennas Propagation, Vol. AP 30, pp.637-644, July 1982.
- [26] F. L. Mesa, R. Marqués and M. Horno, "A general algorithm for computing the bidimensional spectral green's dyadic in multiyered complex bianisotropic media: the equivalent boundary method" IEEE transactions Microwave Theory Tech., Vol. 39, pp. 1940- 1669, 1991.

- [27] A. Dreher, "A new approach dyadic green's function in spectral domain" IEEE transactions Antenna Propagation, Vol. 43, pp. 1297-1302, November 1995.
- [28] M. C. Bailey and M. D. Deshpande, "Analysis of Rectangular Microstrip Antennas" NASA TP-2276, 1984.
- [29] R. Gard, P. Bhartia, I. Bahl, and A.Ittipiboon, "Microstrip antenne design handbook" Artech House, Boston.London, ISBN 0-89006-513-6, 2001.
- [30] M. Ribero, R. Staraj and J. P. Damiano, "Analytical models for fast analysis and synthesis of various printed Antennas" Antennas and associated systems for mobile satellite communication, pp. 508-515, 1997.
- [31] T. Fortaki, "Contribution a l'étude des problèmes de caractérisation des antennes microbandes multicouches sans et avec ouvertures dans les plans de masse"Thèse de Doctorat, Université de Constantine, Juin 2004.
- [32] L. Vegni, R Ciccetti, and P. Capece, "Spectral dyadic Green's function formulation for planar integrated structures" IEEE transactions Antennas Propagation, Vol. 36, pp. 1057-1065, Aug 1988.
- [33] W. Barkat, A. Benghalia, "Radiation pattern synthesis for linear arrays of microstrip antennas circular using genetic algorithm" International Conference on Modelling and simulation, AMSE08, Port Said (Egypt), 8- 12 April 2008.
- [34] Z. Fan. And K. F. Lee, "Hankel transform domain analysis of dual frequency stacked circular-disk and annular-ring microstrip antenna" IEEE transactions Antennas Propagation, Vol. 39, N° 6, pp. 867-870, June 1991.
- [35] H. Liu. and X. F. Hu " Input impedance of annular- ring microstrip antenna with a thick substrate" Progress in electromagnetic research, PIER 12, pp. 177-204, 1996.

- [36] T. B. A. Senior, "Combined resistive and conductive sheets" IEEE transactions Antennas Propagation, Vol. 33, pp. 577-579, 1985.
- [37] D. Shively, "Scattering from perfectly conducting and resistive strips on a grounded dielectric slab" IEEE transactions Antennas Propagation, Vol. 42, pp. 552-556, 1994.
- [38] M. A. Richard, K. B. Bhasin and P. C. Clapsy, "Superconducting microstrip antennas: an experimental comparison of two feeding methods" IEEE Transactions on Antennas Propagation AP-41, 967- 974, 1993.
- [39] D. M. Pozar, "Radiation and scattering from a microstrip patch on a uniaxial substrate" IEEE transactions Antennas Propagation, Vol. AP 35, pp. 613-621, June 1987.
- [40] G. Kumar, "Broadband Microstrip Antennas" Artech House, Boston London ISBN 1-58053-244-6, 2003
- [41] K. Siwiak, Y. Bahreini, "Radiowave Propagation and Antennas for Personal Communications" Artech House, ISBN 13: 978-1-59693-073-5, 2005.
- [42] W. C. Chew, "A broad-band annular-ring microstrip antenna" IEEE transactions Antennas Propagation, Vol. AP 30, September 1982.
- [43] C. L. Dolph, "A current distribution for broadside arrays which optimizes the relatioship between beamwidth and side lobe level" Proc. IRE, Vol. 34, pp. 335–348, 1946.
- [44] T. T. Taylor, "design of line source antennas for narrow beamwidth and low side lobes" IEEE transactions Antennas, Vol. AP 3, N° 1, pp. 16–28, 1955.
- [45] A.T. Villeneuve, "Taylor patterns for discrete arrays" IEEE transactions Antennas, Vol. AP 32, pp.1089–1093, 1984.

- [46] D. A. Mc Namara, "Generalised Villeneuve n distribution" IEE, Vol. 136, 1989.
- [47] W. L. Stuzman, C. Thiele, "Antenna theory and design" John Wiley & Sons, 1981.
- [48] J. Robinson, S. Sinton, and Y. R. Samii, "Particle swarm, genetic algorithm, and their hybrids: Optimization of a profiled corrugated horn antenna" IEEE AP-S, pp.314-317, 2002.
- [49] M. Ribero, R. Staraj and J. P. Damiano, "Analytical models for fast analysis of various printed antennas" Antennas associated systems for mobile satellite communication, pp. 23-37, 1997.
- [50] V. Kalinichev, "Analysis of Beam-Steering and directive characteristics of adaptive antenna arrays for mobile communications" IEEE Antennas and propagation Magazine, Vol. 43, N° 3, June 2001.
- [51] L. C. Godara, "smart antennas" Boca Raton London, New York Washington, 2004.
- [52] C. E. Balanis, "Antenna Theory, Analysis and Design"Second edition, John Wiley & Sons, New York, 1997.
- [53] A. D. Bresler, "A new algorithm for calculating the current distributions of dolph chebyshev arrays" IEEE transactions Antennas Propagation, Vol. AP 28, N° 6, pp. 951–952, 1980.
- [54] R. S. Adve, T. K. Sarkar, "Compensation for the effects of mutual coupling on direct data domain adaptive algorithm" IEEE transactions Antennas Propagation, Vol. 48, N° 1, pp. 86–94, 2000.
- [55] A. H. Mohammadian, N. M. Martin and D. W. Griffin, "A theoretical and experimental study of mutual coupling in microstrip antenna arrays" IEEE transactions Antennas Propagation, Vol. 37, N° 10, pp. 1217–1223, 1989.

- [56] R. P. Jedlicka and K. R. Carver, "Mutual coupling between microstrip antennas" Proc. Workshop on printed antenna technology. Las Cruces, New-Mexico, October 1981
- [57] D. M. Pozar, "Input impedance and mutual coupling of rectangular microstrip antennas" IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP 30, N° 6, pp 1191-1196, November 1982.
- [58] S. V. Georgakopoulos, A. Balanis and C. R. Birtcher, "Coupling between transmission line antennas: Analytic solution, FDTD, and measurements" IEEE transactions Antennas and Propagation, Vol. 47, N° 6, pp. 978-985, June 1999.
- [59] D. M. Pozar and B. Kaufman, "Increasing the bandwidth of a microstrip antenna by proximity coupling" Electronics Letters, Vol. 23, N° 8, pp. 368-369, April 1987.
- [60] G. Dubost, "Mutual impedance and coupling coefficient between two patches expressed through analytical" Electronics letters, Vol. 21, N° 23, pp. 1099-2001, November 1985
- [61] A. Hafiane, O. Picon, L. Cirio, "Etude du couplage et de l'influence du substrat dans un réseau d'antennes plaquées par la méthode FDTD" Journée du groupe des utilisateurs de logiciels de simulation électromagnétique, Cergy, Septembre 1999.
- [62] C. W. Wu, L. C. Kempel, and E. J. Rothwell, "Mutual coupling between patch antennas recessed in an elliptic cylinder" IEEE transactions Antennas Propagation, Vol. 51, pp. 2489- 2492, Sep 2003.
- [63] M. M. Dawoud and M. K. Amjad, "Analytical solution for mutual coupling in microstrip patch antenna arrays" The Arabian Journal for Science and Engineering, Vol. 31, N° 1 B, pp. 47-60, 2006.

- [64] K. K. Yan and Y. Lu, "Sidelobe reduction in Array-Pattern Synthesis using genetic algorithm" IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 45, N° 7, pp. 1117-1122, July 1997.
- [65] Y. A. Hussein and M. EL. Ghazaly, "Modeling and optimisation of microwave devices and circuit using genetic algorithms" IEEE Transactions on microwave theory and techniques, Vol. 52, N° 1, pp. 329-336, January 2004.
- [66] D. S. Weile, E. Michielssen, "Genetic Algorithms optimization applied to electromagnetics" IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 45, N°. 3, pp. 343-353, March 1997.
- [67] J. H. Holland, "Adaptation in natural and artificial system" Ann Arbor: university of Michigan Press, 1975.
- [68] D. E. Goldberg, "Genetic algorithms in search, optimization and machine learning" Addison- Wesley, 1989.
- [69] Alona. Boag, Amir. Boag, E. Michielssen and R. Mittra, "Design of electrically loaded wire antennas using genetic algorithms" IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 44, N° 5, pp. 687-695, May 1996.
- [70] M. Johnson, R. Sami, "Genetic algorithm optimization for aerospace electromagnetic design and analysis" IEEE transactions antennas Propagation, pp. 87–102, 1996.
 - [71] R. L Haupt, "Thinned arrays using genetic algorithms" IEEE Transactions on Antenna and Propagation, Vol. 42, N° 7, pp. 993-999, July 1994.
 - [72] M. Gen and R. Cheng, "Genetic Algorithms and Engineering Optimization" John Wiley & Sons, Inc. 2000.
 - [73] D. Marcano, and F. Duran, "Synthesis of antenna arrays using genetic algorithms"
 IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 42, N° 3, pp.12-20, 2000.

- [74] F. J. A. Pena, J. R. Gonzalez, E. V. Lopez and S. R. Rengarajan, "Genetic Algorithms in the design and optimization of antenna Arrays patterns" IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 47, N° 3, pp. 506-510. 1999.
- [75] F. J. A. Pena, S. R. Rengarajan, E. Villanueva, E. Skochinski and F. Moreno,
 "Application of genetic algorithms and simulated annealing technique in optimizing the aperture distributions of antenna array patterns" Electronics Letters, Vol. 32, N° 3, pp. 148-149, Feb 1996.
- [76] J. M. Fleuriault, "Synthèse du diagramme de rayonnement d'un réseau de sources" Thèse de Doctorat, Université de Rennes, 1996.
- [77] R. L Haupt, "Interleaved Thinned linear arrays," IEEE Transactions on Antenna and Propagation, Vol. 53, N° 9, pp. 2858-2864, September 2005.
- [78] Y. B. Tian, J. Qian, "Improve the performances of a linear array by changing the spaces among array elements in terms of genetic algorithm" IEEE Transactions on antennas and propagation, Vol. 53, N° 7, pp. 2226-2230, July 2005.
- [79] B. Preetham. Kumar, G. R, E. Branner, "Design of unequally spaced arrays for performance improvement" IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 47, N° 3, pp. 511-523, March 1999.
- [80] W. Barkat, A. Benghalia, "Radiation Pattern Synthesis for Linear Arrays of Microstrip antennas on Uniaxially Anistropic Substrate", in Proc IEEE Catalog. IEEE International Conference on Computational Cybernetics, pp. 209-213, Tunisia, October 2007.
- [81] V. Kumar. Devabhaktuni, M. C. E. Yagoub, Y. Fang, J. Xu, and Q. J. Zhang, "Neural networks for microwave modelling: Model development issues and nonlinear modelling techniques" John wiley & Sons, Inc, 2001.
- [82] H. M. Elkamchouchi, G. A. Saleh, "Solution of the non-uniformly spaced array problem using neural networks" Seventeenth national radio science conference, Minufiya university, Egypt, Feb 2000.
- [83] L. Merad, F. T. Bendimerad, S. M. Meriah, and S. A. Djennas, "Neural networks for synthesis and optimization of antenna arrays" Radioengineering, Vol. 16, N° 1, pp. 23-30, April 2007.
- [84] M. Sarevska. B. Milovanovié, and Z. Stankovié, "Antenna array system modelling using RBF Neural network" Sixth international symposium Nikola Tesla Belgrade, SASA, Serbia, October 18-20, 2006.
- [85] R. Ghayoula, A. Gharsallah, N. Fadlallah, and M. Rammal, "optimisation à la synthèse des diagrammes de rayonnement de réseau d'antennes linéaires par les réseaux de neurones" 4th International conference : Sciences of Electronic, technologies of information and telecommunication, Tunisia, March 25-29, 2007.
- [86] R. K. Mishra and A. Patnaik, "Neurospectral computation for complex resonant frequency of microstrip resonators" IEEE Microwave and Guided wave letters, Vol. 9, N° 9, 1999.
- [87] Ş. Sağiroğlu, K. Güney, M. Erler, "Computation of radiation efficiency for a resonant rectangular microstrip patch antenna using backpropagation multilayered perceptrons"
 "Journal of electrical & Electronics engineering, Vol. 3, N° 1, pp. 663-671, 2003.
- [88] H. Demuth, M. Beale, "Neural network toolbox for use with Matlab" Users guide, mathworks, 1997.
- [89] K. Hafsaoui, "Application of the neural network to the synthesis of vertical dipole antenna over imperfect ground" Proceedings of world academy of science, engineering and technology, Vol. 35, ISSN 2070-3740, November 2008.

- [90] C. Christodoulou, M. Georgiopoulos, "Applications of neural network in electromagnetics "Artech House, Boston. London, 2001.
- [91] L. Bottou, Y. Bengio, "Convergence properties of the K-means algorithm" Advances in Neural Information Processing Systems, Vol. 7, Denver, MIT Press, 1995.
- [92] J. L. Orrm, "Regularization in the Selection of Radial Basis Function Centers " Neural Computation, Vol. 7, pp. 606-623, 1995.
- B. Schölkopf, K. Sung, C.Burges, F.Girosi, P.Niyogi, T.Poggio, V. Vapnik, "Comparing support vector machines with Gaussian kernels to radial basis function classifiers" IEEE transactions Signal Processing, Vol. 45, pp. 2758-2765, N° 1599, Cambridge, 1997.
- [94] J. Ghosh, A. Nag, "Radial basis function neural network theory and applications" Edition R. J. Howlett and L. C. Jain, Physica-Verlag, 2000.

ANNEXES

ANNEXE1 : Bandes de fréquences et domaines d'utilisation

ANNEXE2 : Matériaux supraconducteurs

ANNEXE 3 : Fonctions de base

Bandes de fréquences	Domaine d'utilisation
890 MHz à 915 MHz	Communications du mobile vers la station de base
935 MHz à 960 MHz	Communications de la station de base vers le mobile.
900 MHz et 1800 MHz	GSM(Global System for Mobile communications)
2,4 GHz et 5 GHz	WPAN (Wireless Personal Area Network). WLAN (Wireless Local Area Network).
5 GHz à17 GHz	WMAN (Wireless Metropolitan Area Network)
30GHz à 300GHz	RADAR -Radar militaire sécurisé -Radar sans interférence - Radar haute résolution - Imagerie radar - Cartographie terrestre - Astronomie lunaire - Identification de cibles - Radar météorologique - Détecteur de turbulences aériennes COMMUNICATIONS - Communications militaires sécurisées - Communications point à point très large bande - Communications sans interférence RADIOMETRIE - Surveillance de l'environnement - Radio-astronomie - Détection de bateaux - Mesures radio à partir de stations spatiales INSTRUMENTATION - Examen de plasma - Mesures de la traîne des réacteurs - Détecteur à distance de vibrations

I. Introduction

Le phénomène de la supraconductivité a été découvert en 1911 par un étudiant en physique, Gilles Holst, sous la direction du physicien hollandais Kamerlingh Onnes, qui a montré qu'aux très basses températures, certains métaux changent de propriétés physiques. La supraconductivité résulte des paires d'électrons de Cooper qui portent le courant électrique sans le disperser, ne permettant idéalement aucune dissipation ni aucune source de bruit thermique. Le champ magnétique peut voyager en profondeur à l'intérieur du matériau sous forme de réseaux discrets de vortex de quantum de flux. Les électrons libres normaux sont confinés à l'intérieur de ces vortex, donnant au matériau des propriétés mixtes (conducteur normal et supraconducteur). La théorie phénoménologique basée sur les équations de London et ce modèle bi-fluide prédit une résistance de surface proportionnelle à ω^2 , ce qui est relativement bien observé dans le cas de matériau supraconducteur HTC.

Il y a deux types de supraconducteurs ; le premier type est le supraconducteur de type I (supraconducteur doux). La valeur de H_c (le champ magnétique critique) est toujours trop basse pour ce type de supraconducteurs pour qu'ils puissent être utiles dans la construction des aimants supraconducteurs.

Les supraconducteurs de type II (supraconducteurs durs) sont les plus utilisables dans les applications d'hyperfréquence. Ce sont, en général des alliages ou des métaux de transition ayant une très grande résistivité électrique à l'état normal. Les supraconducteurs de type II ont des propriétés électriques supraconductrices jusqu'à un champ H_{c2} , appelé le champ critique supérieur. La valeur de H_{c2} peut être plus de cent fois supérieure à la valeur du champ critique H_c prévue d'après d'autres considérations.

Les matériaux supraconducteurs ont de nombreuses propriétés électriques et magnétiques :

- ✓ L'absence totale de résistance électrique ;
- ✓ l'effet Meissner: est le fait qu'un échantillon est refroidi en dessous de sa température critique en présence d'un champ magnétique. Il en résulte que le champ magnétique à l'intérieur de l'échantillon est nul, alors que pour un hypothétique conducteur parfait, il devrait être égal au champ magnétique appliqué ;
- ✓ Effets de Cohérence : un courant électrique non nul pouvait circuler d'un bloc de supraconducteur à un second bloc, séparé du premier d'une mince couche isolante en l'absence même de différence de potentiel entre les deux blocs .

II. L'équation de London

C'est une équation phénoménologique empirique, qui remplace la loi d'ohm dans les supraconducteurs. L'hypothèse d'une résistivité nulle conduit à l'équation fondamentale de la dynamique. La première équation de London transposée aux supraconducteurs est donnée par :

$$\frac{dJ}{dt} = \frac{ne^2}{m}E$$
(1)

Où

n : le nombre d'électrons par unité de volume.

J : de densités de courant.

En prenant le rotationnel des deux membres de l'équation (1), nous trouvons :

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{m}{ne^2}\frac{dJ}{dt}\right) = -\frac{1}{C}\dot{H}$$
(2)

Et comme : $\overrightarrow{rot}(\vec{H}) = 4\pi \vec{J}C$

L'équation (2) devient :

$$\frac{C^2 m}{ne^2 4\pi} \nabla^2 \dot{H} = \dot{H}$$
(3)

En intégrant par rapport au temps, nous obtenons

$$\frac{C^2 m}{ne^2 4\pi} \nabla^2 (H - H_0) = (H - H_0)$$
(4)

 $O\dot{u}$: H_0 est le champ à t₀.

Nous avons une solution particulière $H=H_0$ où H_0 est un champ arbitraire existant au temps t=0, mais l'effet Meissner nous impose de refuser les champs fixes. L'équation (4) a des solutions plus générales mais la nature ne le permet dans les supraconducteurs. Donc les courants sont considérés comme les seules sources de champ magnétique interne (on n'a

introduit aucune aimantation), on peut écrire l'équation (4) sous la forme suivante où on appelle l'équation de London :

$$\frac{C^2 m}{ne^2 4\pi} \nabla^2 H = H$$
⁽⁵⁾

III. Application des supraconducteurs dans le domaine d'hyperfréquence

Amélioration de l'imagerie par résonance magnétique

A bas champ, pour des fréquences s'étalant sur la gamme de 2 à 15MHz, le docteur Marie Poirier-Quinot d'université de paris XI en 2004, a trouvé dans son étude expérimentale qu'il y a une augmentation de la qualité des images par résonance magnétique (IRM), en faisant appel à des antennes de surface refroidies en matériau supraconducteur. Les applications d'imagerie sont localisées avec des antennes de surface en cuivre ou supraconductrice. Ces réalisations sont appliquées sur plusieurs régions du corps humain, le cerveau, le genou, le poignet, le doigt ou encore la peau.

✓ Augmentation de la qualité des propriétés des composants micro-ondes

Trois types de composants supraconducteurs ont été réalisés en sein de l'université de Sherbrooke et de l'université de Limoges. Ces composants sont la ligne à transmission microbande, le résonateur microbande fonctionnant autour de 4-5GHz, et le filtre microbande. L'étude des trois composants a permis d'améliorer les caractéristiques des composants micro-ondes.

✓ Augmentation du nombre de communications

Le domaine des télécommunications s'intéresse aux filtres supraconducteurs. Ce sont des sortes de petits boîtiers, dont les parois intérieures sont tapissées de couches minces de matériaux supraconducteurs. Ils permettent notamment d'augmenter le nombre de communications passant dans une même bande de fréquence et d'améliorer la sensibilité des stations relais, parfois très éloignées de l'émetteur, notamment en zone rurale ou désertique.

146

I. Introduction

Théoriquement, il existe plusieurs systèmes de fonctions de base, mais dans la pratique on n'utilise qu'un nombre limité. Ces fonctions de base sont en rapport direct avec la géométrie de la plaque conductrice. Généralement les fonctions cosinusoidales sont utilisées pour les géométries rectangulaires et triangulaires, alors que les fonctions de Bessel sont réservées aux formes circulaires et annulaires. Afin de minimiser l'effort de calcul, on choisit les fonctions dont la variation reflète et ressemble à celle de la solution prévue. Pour cela les fonctions issues du modèle de la cavité simple sont les plus utilisées:

I.1 Fonctions de base pour l'antenne imprimée rectangulaire

Les courants donnés par les équations (1)-(2) sont définis uniquement sur la plaque rayonnante rectangulaire et nulle en dehors de cette dernière. Le choix de n_1, n_2, m_1 et m_2 dépend du mode étudié. Dans notre cas nous nous intéressons au mode TM₀₁ qui possède un courant dominant dans la direction des y. Les courant J_{xn} et J_{ym} dans (1)-(2) vérifient les conditions sur les bords à savoir la tangentielle est maximale alors que la normale s'annule.

$$J_{xn} = \sin\left[\frac{n_1\pi}{a}(x+\frac{a}{2})\right]\cos\left[\frac{n_2\pi}{b}(y+\frac{b}{2})\right]$$
(1)

$$J_{ym} = \sin\left[\frac{m_2\pi}{b}(y+\frac{b}{2})\right]\cos\left[\frac{m_1\pi}{a}(x+\frac{a}{2})\right]$$
(2)

Où

 n_1, n_2, m_1 et m_2 : des nombres entiers.

$$k_{n1} = n_1 \frac{\pi}{a}$$
, $k_{n2} = n_2 \frac{\pi}{b}$, $k_{m1} = m1 \frac{\pi}{a}$ et $k_{m2} = m_2 \frac{\pi}{b}$

Les transformées de Fourier de $\,\widetilde{J}_{xn}\,$ et $\,\widetilde{J}_{ym}\,$ sont :

$$\widetilde{J}_{xn} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} J_{xn} e^{-i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y.$$
(3)

$$\widetilde{J}_{ym} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} J_{ym} e^{-i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y.$$
⁽⁴⁾

Après quelques calculs algébriques nous obtenons :

$$\widetilde{J}_{xn} = \widetilde{I}_{xx} \widetilde{I}_{xy}$$
(5)

$$\widetilde{J}_{ym} = \widetilde{I}_{yx}\widetilde{I}_{yy}$$
(6)

Avec

$$\begin{split} \widetilde{I}_{xx} &= i\frac{a}{2} \Biggl\{ e^{-ik_{n1}\frac{a}{2}} \sin c \Biggl[(k_{x} + k_{n1})\frac{a}{2} \Biggr] - e^{ik_{n1}\frac{a}{2}} \sin c \Biggl[(k_{x} - k_{n1})\frac{a}{2} \Biggr] \Biggr\}. \\ \widetilde{I}_{xy} &= \frac{b}{2} \Biggl\{ e^{-ik_{n2}\frac{b}{2}} \sin c \Biggl[(k_{y} + k_{n2})\frac{b}{2} \Biggr] + e^{ik_{n2}\frac{b}{2}} \sin c \Biggl[(k_{y} - k_{n2})\frac{b}{2} \Biggr] \Biggr\}. \\ \widetilde{I}yx &= \frac{a}{2} \Biggl\{ e^{-ik_{m1}\frac{a}{2}} \sin c \Biggl[(k_{x} + k_{m1})\frac{a}{2} \Biggr] + e^{ik_{m2}\frac{a}{2}} \sin c \Biggl[(k_{x} - k_{m1})\frac{a}{2} \Biggr] \Biggr\}. \end{split}$$
(7)
$$\widetilde{I}_{yy} &= i\frac{b}{2} \Biggl\{ e^{-ik_{m2}\frac{b}{2}} \sin c \Biggl[(k_{y} + k_{m2})\frac{b}{2} \Biggr] + e^{ik_{m2}\frac{b}{2}} \sin c \Biggl[(k_{y} - k_{m2})\frac{b}{2} \Biggr] \Biggr\}. \end{split}$$

I.2 Fonctions de base pour l'antenne imprimée circulaire

Le courant sur le disque circulaire pour le n^{ème} mode sera donné par :

$$K_{1n}(\rho) = \begin{cases} \sum_{m=1}^{M} a_{1nm} \Phi_{1nm}(\rho) + \sum_{p=1}^{P} b_{1np} \Psi_{1np}(\rho) & \rho \langle a \\ 0 & \rho \rangle a \end{cases}$$
(8)

$$\left| 0 \right|$$

✓ Système principal

$$\Phi_{1nm}(\rho) = \begin{cases} \left[\dot{J}_{n}(\beta_{nm}\rho) & \frac{inJ_{n}(\beta_{nm}\rho)}{\beta_{nm}\rho} \right]^{T} & \rho\langle a \\ 0 & \rho \rangle a \end{cases}$$
(9)

Le transformé de Hankel de l'équation (9)

$$\Phi_{nm}(k_{\rho}) = \beta_{nm} a J_{n}(\beta_{nm}a) \left[\frac{\dot{J}_{n}(k_{\rho}a)}{\beta_{nm}^{2} - k_{\rho}^{2}} \frac{in}{k_{\rho}\beta_{nm}^{2}a} J_{n}(k_{\rho}a) \right]^{T}$$
(10)
$$n \in N \text{ et } m = \overline{1, M}$$

> Système orthogonal

$$\Psi_{1np}(\rho) = \begin{cases} \left[\frac{\mathrm{in}}{\alpha_{np}\rho} J_{n}(\alpha_{np}\rho) & \dot{J}_{n}(\alpha_{np}\rho) \right]^{\mathrm{T}} & \rho \langle a \\ 0 & \rho \rangle a \end{cases}$$
(11)

Par l'application du transformé de Hankel, nous trouvons :

$$\Psi_{1np}(k_{\rho}) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{k_{\rho}a\dot{J}_{n}(\alpha_{np}a)J_{n}(k_{\rho}a)}{k_{\rho}^{2} - \alpha_{np}^{2}} \end{bmatrix}^{T} \qquad n \in N \text{ et } p = \overline{1, P}$$
(12)

I.3 Fonctions de base pour l'antenne imprimée annulaire

La distribution du courant sur le ruban annulaire métallique constituant l'élément rayonnant de l'antenne est donnée par :

$$K_{2n}(\rho) = \begin{cases} \sum_{m=1}^{M} a_{2nm} \Phi_{2nm}(\rho) + \sum_{p=1}^{P} b_{2np} \Psi_{2np}(\rho) & a \langle \rho < b \\ 0 & a \langle \rho < b \end{cases}$$
(13)

✓ Système principal

$$\overline{\Psi}_{nm}(\rho) = \begin{cases} \begin{bmatrix} \Psi'_{n}(\beta_{nm}\rho/a) \\ \frac{na}{\beta_{nm}\rho}\Psi_{n}(\beta_{nm}\rho/a) \end{bmatrix} & a < \rho < b \\ 0 & \rho > b, \rho < a \end{cases}$$
(14)

Où

$$\psi(\beta_{nm}\rho/a) = J_n(\beta_{nm}\rho/a)N'_n(\beta_{nm}) - J'_n(\beta_{nm})N_n(\beta_{nm}\rho/a)$$
(15)

$$\Psi'(\beta_{nm}\rho/a) = J'_{n}(\beta_{nm}\rho/a)N'_{n}(\beta_{nm}) - J'_{n}(\beta_{nm})N'_{n}(\beta_{nm}\rho/a)$$
(16)

$$\psi'(\beta_{nm} c_1) = \psi'(\beta_{nm}) = 0$$
 et $c_1 = \frac{b}{a}$

 N_n : c'est la fonction de Bessel de deuxième espèce d'ordre n (Neumann).

Nous appliquons la transformée vectorielle de Hankel sur l'équation (14) nous aurons :

$$\overline{\Psi}_{nm}(k\rho) = \begin{cases} \left[\frac{\beta_{nm}/a}{(\beta_{nm}/a)^2 - k_{\rho}^2} \Psi_{nm}(k_{\rho}) \\ \frac{na}{\beta_{nm}k_{\rho}} \Psi_{nm}(k_{\rho}) \right] & a < \rho < b \\ 0 & \rho > b, \ \rho < a \end{cases}$$
(17)

Avec

$$\mathbf{Y}_{\mathbf{nm}}(\mathbf{k}_{\rho}) = \psi_{\mathbf{n}}(\beta_{\mathbf{nm}}\mathbf{c}_{1})\mathbf{J}_{\mathbf{n}}(\mathbf{k}_{\rho}\mathbf{b}) - \psi_{\mathbf{n}}(\beta_{\mathbf{nm}})\mathbf{J}_{\mathbf{n}}(\mathbf{k}_{\rho}\mathbf{a})$$
(18)

$$\mathbf{Y}_{\mathbf{nm}}'(\mathbf{k}_{\rho}) = \mathbf{b} \quad \psi_{\mathbf{n}}(\beta_{\mathbf{nm}}\mathbf{c}_{1})\mathbf{J}_{\mathbf{n}}'(\mathbf{k}_{\rho}\mathbf{b}) - \mathbf{a} \quad \psi_{\mathbf{n}}(\beta_{\mathbf{nm}})\mathbf{J}_{\mathbf{n}}'(\mathbf{k}_{\rho}\mathbf{a})$$
(19)

> Système orthogonal

$$\overline{\mathbf{\Phi}}_{\mathbf{np}}(\rho) = \begin{cases} \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{na}}{\alpha_{\mathbf{np}}\rho} \boldsymbol{\phi}_{\mathbf{n}} \left(\alpha_{\mathbf{np}}\rho/a\right) \\ \boldsymbol{\phi}_{\mathbf{n}}' \left(\alpha_{\mathbf{np}}\rho/a\right) \end{bmatrix} & \mathbf{a} < \rho < \mathbf{b} \\ \mathbf{0} & \rho > \mathbf{b}, \quad \rho < \mathbf{a} \end{cases}$$
(20)

Avec

$$\boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{n}}(\alpha_{np}\rho/a) = J_{n}(\alpha_{np}\rho/a)N_{n}(\alpha_{np}) - J_{n}(\alpha_{np})N_{n}(\alpha_{np}\rho/a)$$
(21)

$$\boldsymbol{\varphi_n'}\left(\alpha_{np}\rho/a\right) = J_n'(\alpha_{np}\rho/a)N_n(\alpha_{np}) - J_n(\alpha_{np})N_n'(\alpha_{np}\rho/a)$$
(22)

En utilisant les propriétés des fonctions de Bessel et Neumann (annexe) et après un développement mathématique fastidieux, on obtient :

$$\overline{\varphi}_{np}(\mathbf{k}_{\rho}) = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\mathbf{k}_{\rho}a}{\mathbf{k}_{\rho}^{2} - (\alpha_{np}/a)^{2}} \mathbf{Z}_{np}(\mathbf{k}_{\rho}) \end{bmatrix} & a < \rho < b \\ 0 & \rho > b, \rho < a \end{cases}$$
(23)

Avec

$$\mathbf{Z}_{\mathbf{np}}(\mathbf{k}_{\rho}) = \mathbf{c}_{1} \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{n}}'(\boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{np}} \mathbf{c}_{1}) \mathbf{J}_{\mathbf{n}}(\mathbf{k}_{\rho} \mathbf{b}) - \boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{n}}'(\boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{np}}) \mathbf{J}_{\mathbf{n}}(\mathbf{k}_{\rho} \mathbf{a})$$
(24)

Dans les équations précédentes, α_{np} et β_{nm} sont choisies de façon que :

$$\boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{n}}(\alpha_{np}\mathbf{c}_{1}) = 0 \text{ et } \boldsymbol{\psi}_{n}(\beta_{nm}\mathbf{c}_{1}) = 0$$
⁽²⁵⁾