

**THESE**BED  
640

présentée à l'UNIVERSITE DE NANCY 1  
en vue d'obtenir le grade de  
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE NANCY 1  
EN GENIE ELECTRIQUE

p a r

**Mouledj BEDDA**

Maître-ès-Sciences

SUJET

"EFFETS THERMIQUES DES COUCHES AMORPHES CHIMIQUES DU TYPE Ni-P.  
ETUDES PRELIMINAIRES THEORIQUES ET TECHNOLOGIQUES"

Soutenue publiquement le 08 JUILLET 1985 devant la Commission d'Examen

JURY

Président : M. A. TOSSER, Professeur à l'Université de Nancy 1  
Rapporteurs : M. G. VILLERMAIN-LECOLIER, Professeur à Reims,  
M. E. YVROUD, Maître de Recherches C.N.R.S.,  
Examineurs : M. J. FLECHON, Professeur à l'Université de Nancy 1  
M. F. MACHIZAUD, Docteur-ès-Sciences à Nancy 1,  
Melle C. FICHARD, Docteur-ès-Sciences à Nancy 1.

# THESE

présentée à l'UNIVERSITE DE NANCY 1

en vue d'obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE NANCY 1

EN GENIE ELECTRIQUE

p a r

**Mouldi BEDDA**

Maître-ès-Sciences

---

SUJET

"EFFETS THERMIQUES DES COUCHES AMORPHES CHIMIQUES DU TYPE Ni-P.  
ETUDES PRELIMINAIRES THEORIQUES ET TECHNOLOGIQUES"

---

Soutenue publiquement le 08 JUILLET 1985 devant la Commission d'Examen

---

JURY

Président : M. A. TOSSER, Professeur à l'Université de Nancy 1

Rapporteurs : M. G. VILLERMAIN-LECOLIER, Professeur à Reims,  
M. E. YVROUD, Maître de Recherches C.N.R.S.,

Examineurs : M. J. FLECHON, Professeur à l'Université de Nancy 1  
M. F. MACHIZAUD, Docteur-ès-Sciences à Nancy 1,  
Melle C. PICHARD, Docteur-ès-Sciences à Nancy 1.

## AVANT - PROPOS

Ce travail a été réalisé au laboratoire d'Electronique de l'UNIVERSITE DE NANCY 1, sous la direction du Professeur TOSSER. Qu'il me soit permis de lui exprimer ma profonde gratitude pour l'aide, les conseils et aussi les encouragements qu'il ne cessa de me prodiguer au cours de cette étude. L'honneur qu'il me fait en acceptant de présider mon jury de thèse prouve l'intérêt qu'il a toujours porté à mes recherches. Qu'il trouve ici l'expression de mes plus vifs remerciements.

Que Monsieur VILLERMAIN-LECOLIER, Professeur à Reims et Monsieur YVROUD, Maître de Recherches C.N.R.S., veuillent bien agréer l'expression de mes sentiments reconnaissants pour avoir accepté de juger mon travail et de participer à la constitution de mon jury de thèse.

A Monsieur le Professeur FLECHON et Monsieur MACHIZAUD, j'adresse mes remerciements les plus sincères pour avoir examiné mon travail et pour avoir eu l'amabilité de faire partie de mon jury.

Je dois beaucoup à Mademoiselle PICHARD. Son extrême compétence, dont elle m'a fait profiter avec abondance et bienveillance, a été déterminante pour la réalisation de cette étude. Qu'elle sache combien je lui en suis respectueusement reconnaissant.

J'associe à mes remerciements Mademoiselle KASTNER qui a assumé avec rapidité et compétence la tâche de dactylographier ce mémoire.

Mes camarades du laboratoire savent combien j'ai toujours été sensible aux marques de sympathie qu'ils m'ont si souvent témoignées. A chacune, à chacun, je veux dire un grand merci.

A la mémoire de mon Père,

A ma Mère,

A mon Frère TAHAR,

# TABLE DES MATIERES

---

	<u>pages</u>
<b><u>CHAPITRE 1 : INTRODUCTION</u></b>	1
<b><u>CHAPITRE 2 : VALIDITE GENERALE DES DESCRIPTIONS STATISTIQUES MULTIDIMENSIONNELLES DES DIFFUSIONS D'ELECTRONS DE CONDUCTION</u></b>	5
2.1. - l.p.m. de Cottey	6
2.2. - l.p.m. dû aux joints de grains	8
2.3. - l.p.m. résultant	13
2.3.1.-Cas d'une couche polycristalline	13
2.3.2.-Cas d'une couche monocristalline ou en colonne	14
2.4. - Nouvelle approche de la fonction Fuchs-Sondheimer (F-S)	15
2.4.1.-Equation de Boltzmann Méthode de résolution de Fuchs-Sondheimer (F-S)	15
2.4.2.-Résultats préliminaires :	19
-A-Divergences entre le modèle de Cottey-étendu (e-C) et le modèle de Fuchs-Sondheimer (F-S)	19
-B-Domaine de validité des équations approchées de Fuchs-Sondheimer (F-S)	22
2.4.3.-Analyse de la procédure de calcul de Fuchs-Sondheimer (F-S)	22
-A-Comparaison du modèle F-S avec le modèle e-C pour $p > 0,3$	22
-B-Comparaison du modèle F-S avec le modèle e-C pour $p < 0,3$	28
2.5. - Limites de validité des modèles multidimensionnels	31
2.6. - Interprétation des phénomènes de conduction dans les couches minces amorphes	34

<b>CHAPITRE 3 : <u>COEFFICIENT DE HALL ET SES EXPRESSIONS A CHAMP MAGNETIQUE FAIBLE ET ELEVE, EFFET HALL DANS DES COUCHES DE NICKEL</u></b>	<b>35</b>
<b>3.1. - Coefficient de Hall et produit résistivité - coefficient de température</b>	<b>36</b>
3.1.1.-Expression générale du coefficient de Hall	36
3.1.2.-Coefficient de température de la résistivité	44
3.1.3.-Relation entre le coefficient de Hall et le produit résistivité - coefficient de température	46
<b>3.2. - Nouvelle méthode simple de calcul du coefficient de Hall réduit pour un champ magnétique faible</b>	<b>47</b>
3.2.1.-Méthode de calcul	47
3.2.2.-Comparaison avec les résultats antérieurs	53
<b>3.3. - Coefficient de Hall et résistivité électrique à champ élevé</b>	<b>56</b>
3.3.1.-Expressions du coefficient de Hall et de la résistivité électrique	56
3.3.2.-Comparaison avec les résultats antérieurs	59
3.3.3.-Effet des joints de grains	61
<b>3.4. - Effet de Hall dans des couches minces de nickel</b>	<b>64</b>
3.4.1.-Rappel des résultats théoriques	64
3.4.2.-Comparaison avec l'expérience	67
3.4.3.-Discussion	73
3.4.4.-Conclusion	78
 <b>CHAPITRE 4 : <u>CONDUCTIVITE THERMIQUE</u></b>	 <b>79</b>
<b>4.1. - Définition et expression générale</b>	<b>80</b>
<b>4.2. - Relation entre la conductivité thermique et la conductivité électrique</b>	<b>85</b>
<b>4.3. - Etudes expérimentales de transfert thermique</b>	<b>86</b>

4.3.1.-Préparation des couches	86
-A-Mécanisme réactionnel	86
-B-Obtention des dépôts	88
4.3.2.-Description du montage expérimental	89
4.3.3.-Mise en équations	89
4.3.4.-Analyse des résultats expérimentaux	93
<b>CHAPITRE 5 : <u>VALEURS NUMERIQUES APPROCHEES DES PARAMETRES DE TRANSPORT DE COUCHES MINCES METALLIQUES</u></b>	108
5.1. - Rappels de résultats théoriques	109
5.1.1.-Résistivité, coefficient de température et coefficient de Hall	109
5.1.2.-Pouvoir thermoélectrique	111
5.2. - Expressions approchées des fonctions $A(b,\lambda)$ , $B(b,\lambda)$	114
5.3. - Couches épaisses	119
5.3.1.-Expressions approchées des paramètres	119
5.3.2.-Comparaison avec les résultats antérieurs	119
5.4. - Expressions approchées des paramètres à faible épaisseur	122
5.5. - Conséquences physiques	128
5.6. - Discussion	132
<b><u>CONCLUSION</u></b>	133
<b><u>BIBLIOGRAPHIE</u></b>	136
<b><u>ANNEXES</u></b>	141

# **CHAPITRE I**

---

## **INTRODUCTION**

---

## I N T R O D U C T I O N

---

L'objectif de ces travaux était de déterminer si la présence d'une couche très mince d'alliage amorphe sur une paroi de verre était susceptible d'améliorer l'isolement thermique de cette paroi.

Du point de vue industriel on sait bien que la présence d'une couche d'argent améliore considérablement, par son pouvoir réflecteur optique, la faible déperdition thermique d'une enceinte en verre à revêtement intérieur d'argent. Des applications grand public sont connues.

Nous souhaiterions obtenir ces mêmes propriétés avec une couche mince amorphe de verre métallique du type Ni-P, dont la résistivité électrique dépasse très notablement celle de l'argent. Cependant, dans l'objectif d'un développement industriel, il était indispensable de définir une méthode rapide et sûre de contrôle de qualité de la couche déposée.

Comme il est exclu, pour des raisons de délais de mesure, de mesurer directement la conductivité thermique, nous nous sommes appuyés sur des résultats récents /43/, qui établissent la généralité de la loi de Wiedemann-Franz pour toute couche mince homogène, pour décider de contrôler la conductivité électrique, proportionnelle à la conductivité thermique.

Un contrôle précis des paramètres électriques suppose la connaissance de la valeur de la résistivité et de celle de son coefficient de température puisque ces deux paramètres déterminent la plupart des autres fonctions de transfert, comme C. PICHAUD l'a montré.

Comme un contrôle de la résistivité est facile à effectuer, il restait à proposer une méthode de mesure sensible au coefficient de température de la résistivité. Le choix était entre le pouvoir thermoélectrique et l'effet Hall. Le dernier a été préféré en raison de sa plus grande simplicité industrielle de mise en oeuvre. La méthode directe de mesure avait été écartée a priori en raison du temps de mesure et de la complexité de l'environnement expérimental.

L'exposé ci-dessous comprend donc plusieurs chapitres soit développant une nouvelle modélisation de l'effet Hall après des rappels de théories récentes / 44 / (chapitre 3), soit proposant des équations simplifiées, et de bonne approximation, pour décrire la variation de la résistivité (chapitre 2), soit rappelant les méthodes de dépôt de couches minces amorphes par oxydoréduction homogène, dans la ligne développée par le Professeur FLECHON (chapitre 4) et enfin, confrontant la théorie à l'expérience.

On peut remarquer que les faibles épaisseurs de verre métallique utilisées rendent très probablement négligeable la conductivité thermique transversale et que les effets d'interface ont alors une probabilité forte d'être prépondérants. En tenant compte des résultats d'essais cristallographiques effectués par C. PICHARD et H. ZANTOUC, qui montrent une très grande homogénéité des dépôts /45/, on pouvait escompter un haut pouvoir de réflexion optique superficiel et donc un renforcement de l'isolement thermique du verre.

Cette opinion ne fut pas démentie mais souleva d'autres difficultés d'interprétation.

Chemin faisant, et pour des considérations pratiques de mesure, il s'avéra en effet nécessaire de disposer d'une formulation de la résistivité de couches minces non recuites, qui ait un caractère général, quelle que soit la structure de la couche. En raison de la faible valeur du coefficient de réflexion spéculaire des couches non recuites, les expressions théoriques proposées précédemment / 2, 3 / n'étaient pas valables et nous avons dû procéder à de nouvelles analyses théoriques de la fonction de Fuchs-Sondheimer, et généraliser ainsi les modèles de conduction multidimensionnels / 54 /.

Des analyses théoriques ont aussi montré l'inanité de l'utilisation de champs élevés pour l'effet Hall /56/.

Un certain volume de travail théorique fut donc nécessaire avant d'entreprendre des essais pratiques avec des couches minces dont on pouvait contrôler indépendamment les caractéristiques électriques.

---

## **CHAPITRE II**

---

# **VALIDITE GENERALE DES DESCRIPTIONS** **STATISTIQUES MULTIDIMENSIONNELLES** **DES DIFFUSIONS D'ELECTRONS DE** **CONDUCTION**

---

Dans ce chapitre, après avoir rappelé de façon très succincte les bases théoriques des modèles de conduction multidimensionnels prenant en compte les diffusions d'électrons de conduction par les phonons, les joints de grains et les surfaces externes, nous étudions de près la procédure de calcul de l'effet Fuchs-Sondheimer. Nous comparons cette problématique à celle de la définition des libres parcours moyens (l.p.m.) représentant chaque source de diffusion afin d'en tirer des conséquences pour le domaine de validité des équations déduites des modèles multidimensionnels.

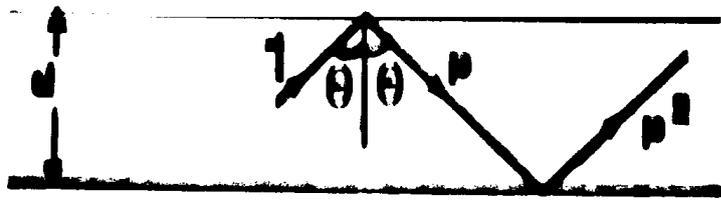
Les diffusions par les phonons sont décrites par un libre parcours moyen (l.p.m.),  $\lambda_0$ , indépendant de l'épaisseur de la couche, de la position et de la valeur de la vitesse des électrons.

## 2.1. - LE LIBRE PARCOURS MOYEN DE COTTEY $\lambda_S$

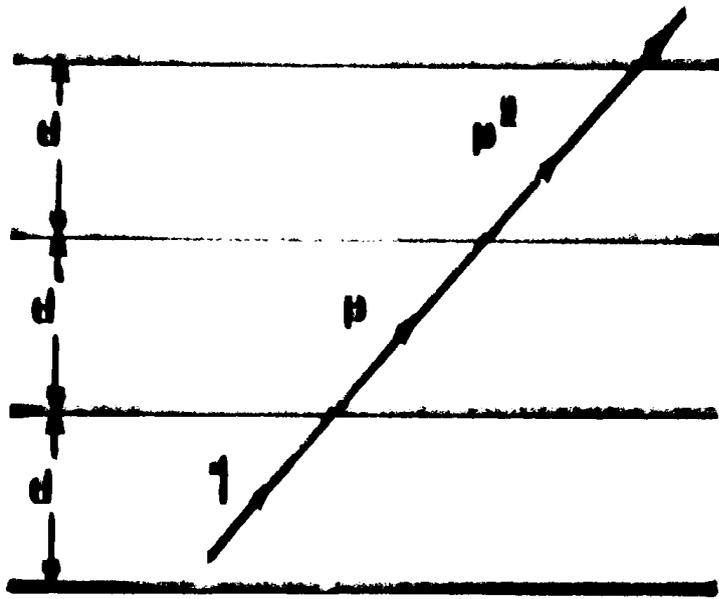
Pour décrire les phénomènes de diffusion par les surfaces externes, Cottey /1/ a proposé de remplacer la couche mince d'épaisseur  $d$  par une superposition infinie de couches d'épaisseur  $d$ , où les interfaces entre couches sont représentées par des plans partiellement réfléchissants parallèles entre eux (figure 1).

En suivant l'idée émise initialement par Fuchs-Sondheimer, la proportion d'électrons traversant chaque interface sans changement du vecteur vitesse est égale à  $p$ . Dès lors la probabilité  $P$  pour qu'un électron, arrivant sur l'interface sous l'angle d'incidence  $\theta$ , parcourt une distance  $L$  sans avoir été diffusé est :

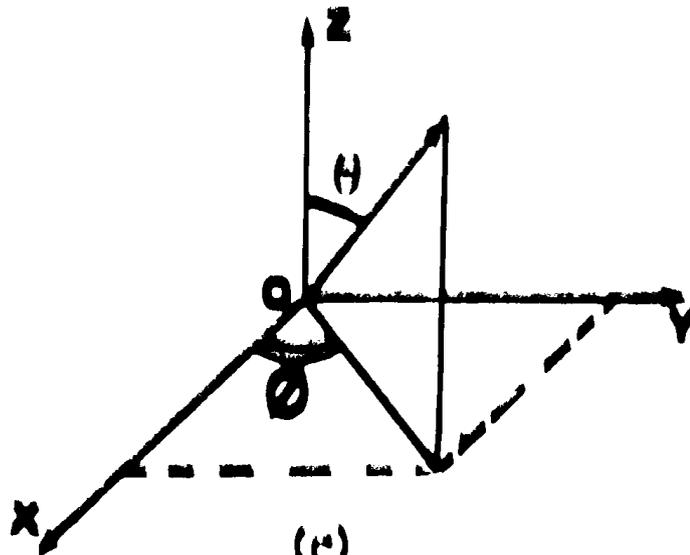
$$P = p^{(L|\cos\theta|/d)} = \exp\left\{\frac{|\cos\theta|}{d} \ln(p) L\right\} \quad (2.1)$$



(A)

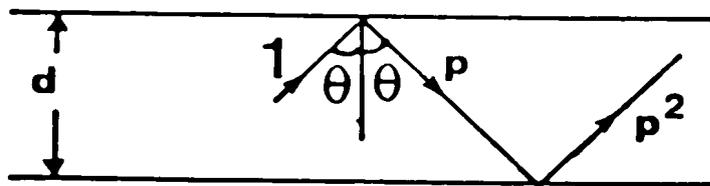


(B)

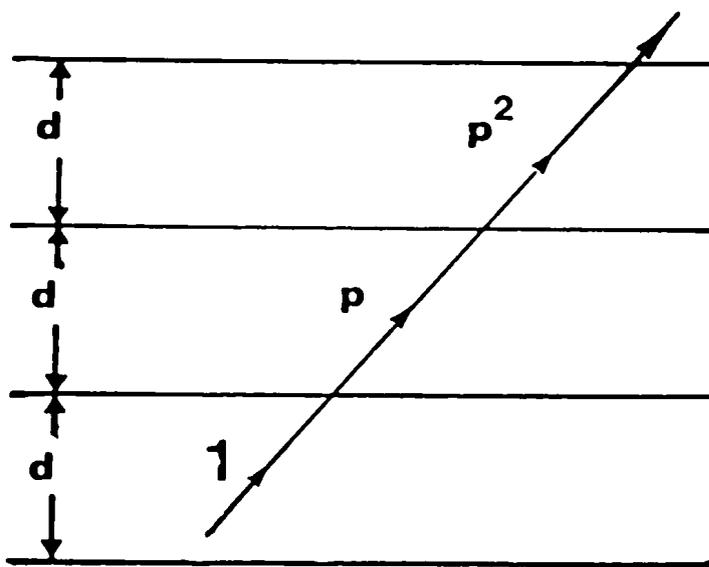


(C)

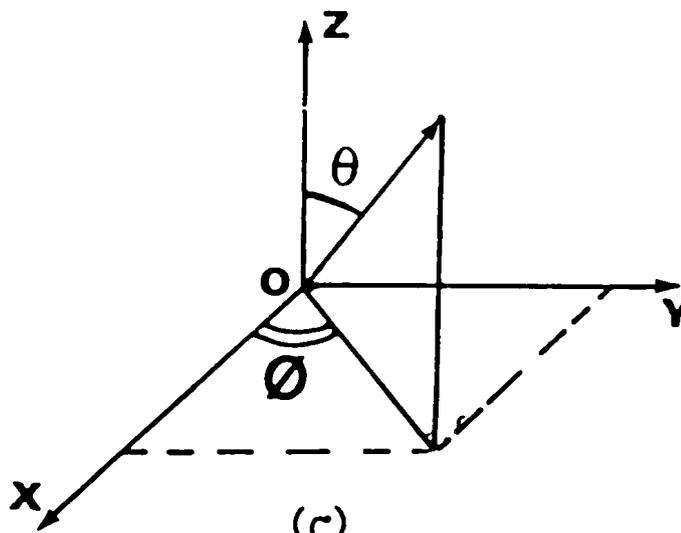
FIGURE 1



(A)



(B)



(c)

FIGURE 1

En introduisant le libre parcours moyen  $\lambda_S$ , correspondant à la diffusion par les surfaces, et défini par la relation :

$$P = \frac{1}{\lambda_0} \exp \left\{ -\frac{L}{\lambda_0} \right\} \quad (2.2)$$

on obtient :

$$\lambda_S(\theta) = \frac{d}{|\cos\theta| \ln(1/p)} \quad (2.3)$$

On introduit un paramètre d'épaisseur,  $\mu$ , défini par :

$$\mu = \frac{d}{\lambda_0 \ln(1/p)} \quad (2.4)$$

Pour  $p \approx 1$ , on peut écrire, avec Cottey /20/ :

$$\mu \approx \frac{d}{\lambda_0 (1-p)} \quad (2.5)$$

## 2.2. - 1.p.m. REPRESENTANT LA DIFFUSION PAR DES JOINTS DE GRAIN. $\lambda_g$

Quand une couche mince n'a pas la structure d'un monocristal, elle comprend des grains à distribution tridimensionnelle ; les joints de grains tridimensionnels peuvent être représentés par trois séries de plans réflecteurs perpendiculaires aux axes X, Y et Z ; dans chaque série, l'espacement moyen, D, représente l'écart statistique des joints de grains successifs, en supposant qu'ils sont répartis suivant une statistique régulière dans la couche ; chaque plan réflecteur transmet partiellement le flux électronique avec un coefficient de transmission  $t$  qui mesure la proportion d'électrons dont le vecteur vitesse reste inchangé à la traversée du plan. En coordonnées sphériques  $(r, \theta, \phi)$ , les distances  $L_x$ ,  $L_y$  et  $L_z$  mesurées

entre deux points consécutifs de la trajectoire d'un électron (dont la direction est définie par  $\theta, \phi$ ), situés sur des plans réflecteurs respectivement perpendiculaires aux axes  $Ox, Oy$  et  $Oz$  (figure 2a, 2b, 2c) sont exprimées par :

$$L_x = D |\cos \phi|^{-1} |\sin \theta|^{-1}$$

$$L_y = D |\sin \phi|^{-1} |\sin \theta|^{-1}$$

$$L_z = D |\cos \theta|^{-1}$$

En exprimant la probabilité totale  $P$  pour qu'un électron parcourt une distance  $L$  sans être diffusé, sous la forme :

$$P = \exp \{-L \lambda_g^{-1}\} \quad (2.6.1.)$$

Cette probabilité  $P$  peut encore s'écrire sous la forme :

$$P = t^{N_x + N_y + N_z} \quad (2.6.2.)$$

avec  $N_x = LL_x^{-1}$  ;  $N_y = LL_y^{-1}$  ;  $N_z = LL_z^{-1}$

On obtient :

$$\exp \{-\lambda_g^{-1} L\} = \exp \{-L (L_x^{-1} + L_y^{-1} + L_z^{-1}) \ln (\frac{1}{t})\} \quad (2.7)$$

d'où

$$\lambda_g^{-1} = D^{-1} \ln (\frac{1}{t}) \{ |\cos \phi| |\sin \theta| + |\sin \phi| |\sin \theta| + |\cos \theta| \} \quad (2.8)$$

Une forme simple de  $\lambda_g$  peut être obtenue en utilisant la relation approchée :

$$|\cos \alpha| + |\sin \alpha| \approx C \alpha^{\frac{4}{\pi}}$$

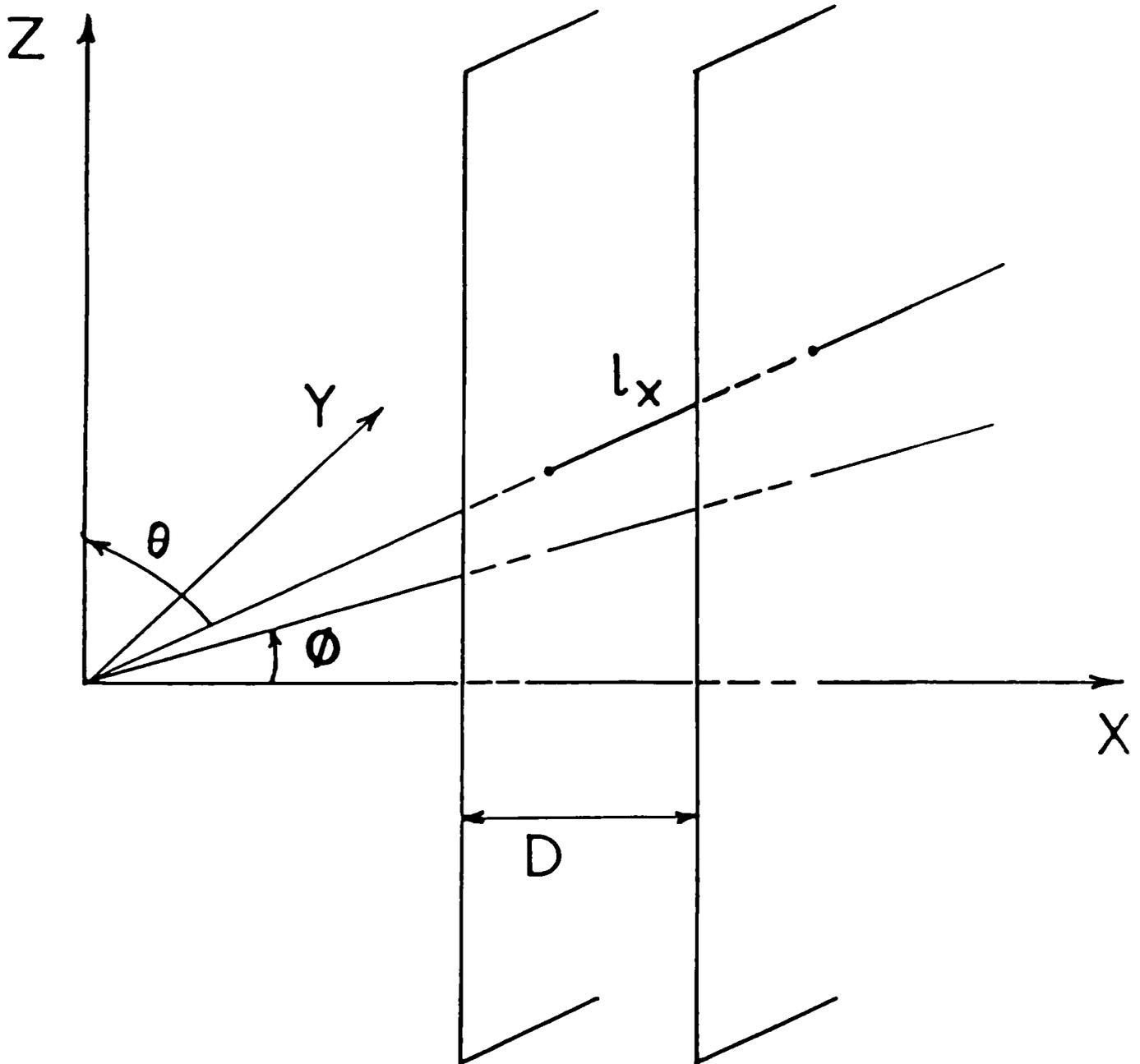


Figure 2.a

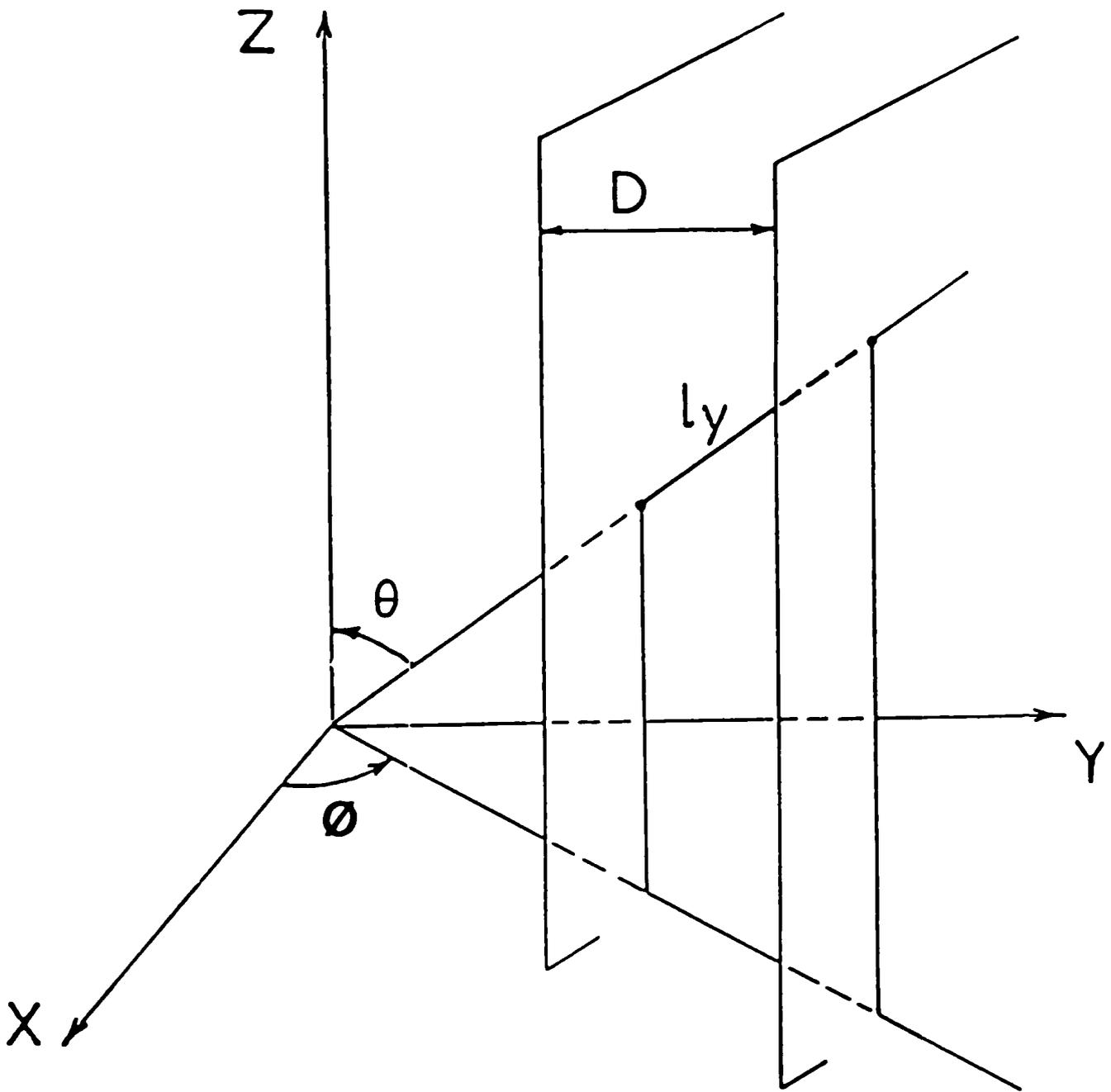


Figure 2.b

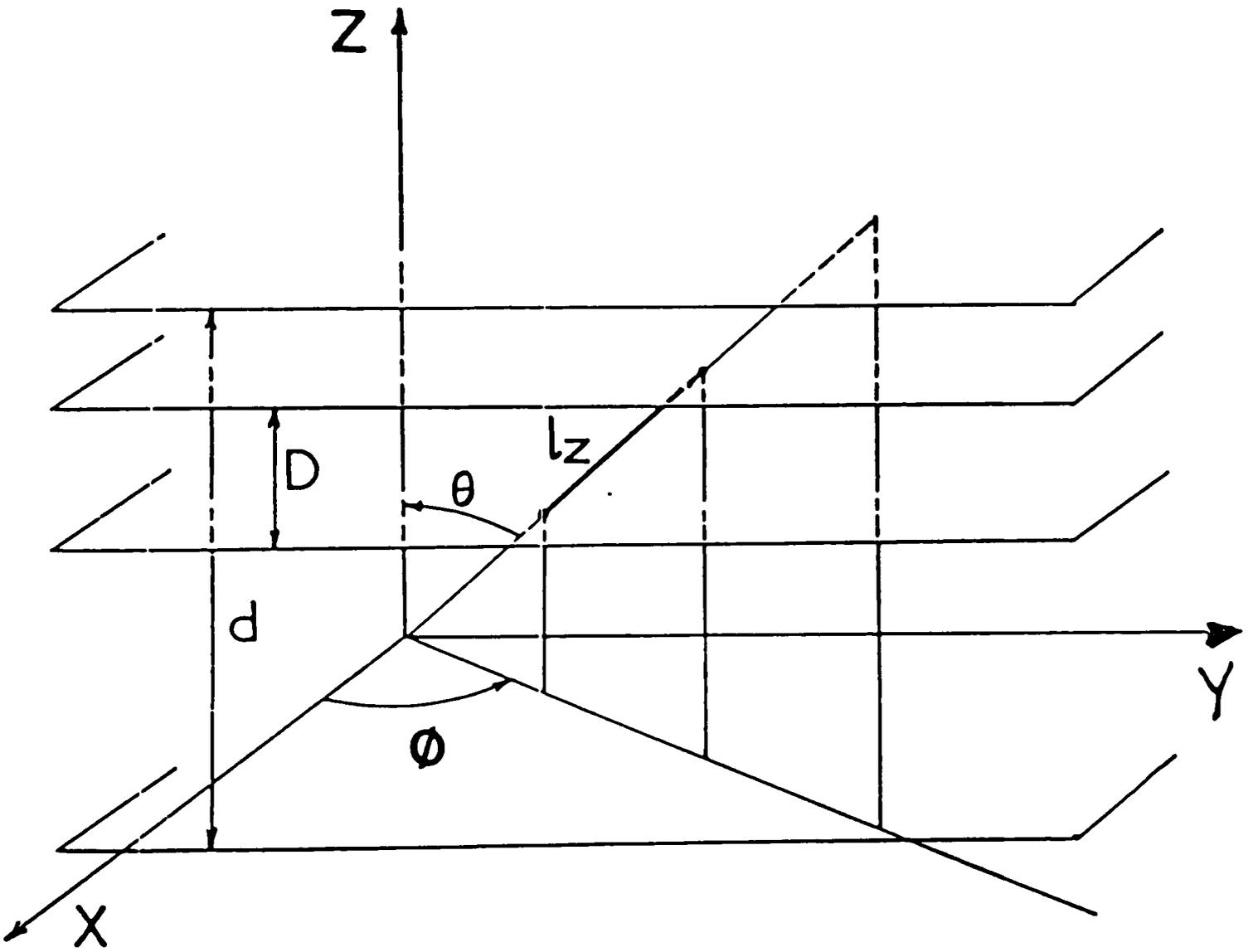


Figure 2.c

On en déduit :

$$\lambda_g^{-1} \approx D^{-1} \left( \ln \frac{1}{t} \right) \left[ C |\sin\theta| + |\cos\theta| \right] \quad (2.9.1)$$

ou bien :

$$\lambda_g^{-1} \approx D^{-1} \left( \ln \frac{1}{t} \right) \left[ C^2 + (1-C) |\cos\theta| \right] \quad (2.9.2)$$

On introduit alors le paramètre de grain,  $\nu$ , défini par :

$$\nu = \frac{D}{\lambda_o \ln \frac{1}{t}} \quad (2.10)$$

## 2.3. - LIBRE PARCOURS MOYEN RESULTANT , $\lambda_r$

### 2.3.1. - LIBRE PARCOURS MOYEN RÉSULTANT POUR UNE COUCHE POLYCRISTALLINE

Le libre parcours moyen résultant dû aux trois types de diffusions (phonons, joints de grains et surfaces externes) est calculé en supposant que les effets de ces trois phénomènes de diffusion sont indépendants, ce qui conduit à la relation :

$$\exp(-L/\lambda_r) = \exp(-L/\lambda_o) \exp(-L/\lambda_g) \exp(-L/\lambda_s) \quad (2.11)$$

On en déduit :

$$\lambda_r^{-1} = \lambda_o^{-1} + \lambda_g^{-1} + \lambda_s^{-1} \quad (2.12)$$

où  $\lambda_0$  est le libre parcours moyen dans le métal massif.

En tenant compte des équations (2.3) et (2.9), on écrit :

$$\lambda_{rp}^{-1} = \lambda_0^{-1} + \lambda_0^{-1} v^{-1} (C^2 + (1-C) |\cos\theta|) + \lambda_0^{-1} \mu^{-1} |\cos\theta| \quad (2.13)$$

donc :

$$\lambda_{rp}^{-1} = \lambda_0^{-1} \left[ 1 + \frac{C^2}{v} + |\cos\theta| \left( \frac{1-C}{v} + \frac{1}{\mu} \right) \right] \quad (2.14)$$

ou :

$$\lambda_{rp} = \lambda_0 \left[ 1 + \frac{C^2}{v} + |\cos\theta| \left( \frac{1-C}{v} + \frac{1}{\mu} \right) \right]^{-1} \quad (2.15)$$

### 2.3.2. - LIBRE PARCOURS MOYEN RÉSULTANT POUR UNE COUCHE MONO-CRISTALLINE OU EN COLONNES

On a :

$$\lambda_r^{-1} = \lambda_0^{-1} + \lambda_g^{-1} + \lambda_s^{-1} \quad (2.16)$$

où  $\lambda_g$  est le libre parcours moyen dû aux joints de grains, mais, dans ce cas il n'y a aucun joint de grain dans la direction de l'épaisseur Oz. En utilisant l'équation (2.7), on a alors :

$$\frac{1}{\lambda_g} = \frac{1}{\lambda_0 v} (C^2 - C |\cos\theta|)^{-1} \quad (2.17)$$

d'où :

$$\lambda_r^{-1} = \lambda_0^{-1} + \lambda_0^{-1} v^{-1} \left[ C^2 - C |\cos\theta| \right] + \lambda_0^{-1} \mu^{-1} |\cos\theta| \quad (2.18)$$

donc le libre parcours moyen résultant d'une couche monocristalline ( $D > d$ ),  $\lambda_{rm}$  ou en colonne ( $D < d$ ),  $\lambda_{rc}$ , se met sous la forme :

$$\lambda_{rm(c)} = \lambda_0 \left[ 1 + \frac{c^2}{v} - |\cos\theta| \left( \frac{c}{v} - \frac{1}{\mu} \right) \right]^{-1} \quad (2.19)$$

## 2.4. - NOUVELLE APPROCHE DE LA FONCTION FUCHS-SONDHEIMER

### 2.4.1. - ÉQUATION DE BOLTZMANN - MÉTHODE DE RÉOLUTION DE FUCHS-SONDHEIMER /2, 3/

La fonction de distribution des électrons  $f(\vec{r}, \vec{v})$  est définie à partir des trois composantes cartésiennes de la position  $\vec{r}$  et de la vitesse  $\vec{v}$ . L'équation de transfert de charges de Boltzmann indique que dans l'état stationnaire en chaque point  $(\vec{r}, \vec{v})$  et pour chaque valeur de vecteur d'onde  $\vec{k}$ , la variation totale par rapport au temps  $t$  de la fonction de distribution est nulle, soit :

$$\left. \frac{\partial f_K}{\partial t} \right|_{\text{mouvement}} + \left. \frac{\partial f_K}{\partial t} \right|_{\text{champ}} + \left. \frac{\partial f_K}{\partial t} \right|_{\text{collisions}} = 0 \quad (2.20)$$

Si les forces externes sont dues à un champ électrique  $E$  et à une induction magnétique  $B$ , les termes dûs au mouvement et au champ s'écrivent respectivement :

$$\left. \frac{\partial f_K}{\partial t} \right|_{\text{mouvement}} = -v_K \frac{\partial f_K}{\partial r} \quad (2.21)$$

$$\left. \frac{\partial f_K}{\partial t} \right|_{\text{champ}} = -\dot{K} \frac{\partial f_K}{\partial K} = \frac{-e}{\hbar} (E + v_K \wedge B) \frac{\partial f_K}{\partial K} \quad (2.22)$$

où  $e$  est la valeur absolue de la charge de l'électron  $\bar{h} = \frac{h}{2\pi}$  où  $h$  est la constante de Planck, le terme dû aux collisions se met sous la forme :

$$\left. \frac{\partial f_K}{\partial t} \right|_{\text{collisions}} = - \frac{f_K - f_K^0}{\tau} \quad (2.23)$$

La fonction  $f_0$  est la fonction Fermi-Dirac correspondant à l'équilibre thermique des porteurs en l'absence du champ électrique appliqué dans le cas du métal massif.

$\tau$  est le temps de relaxation, il est défini dans la théorie classique des phénomènes de transfert de Boltzmann comme étant le temps nécessaire pour que le système revienne à l'état d'équilibre, lorsque les forces extérieures qui ont pour effet de créer une distribution de vitesse différente, ont cessé d'agir ; le temps de relaxation est relié au libre parcours moyen  $\lambda_0$  et à la vitesse de Fermi,  $v_F$ , par l'équation :

$$\lambda_0 = v_F \tau \quad (2.24)$$

Dans le cas d'une couche mince, placée dans un champ électrique  $E$ , dirigé selon l'axe  $X$ , et dont les surfaces sont parallèles au plan  $(X, Y)$ , on suppose que la fonction de distribution est peu perturbée et qu'elle peut donc être simplement décrite par :

$$f = f_0 + f_1(\vec{v}, z) \quad (2.25)$$

Dans ce cas l'équation de Boltzmann se réduit à :

$$\frac{\partial f_1}{\partial z} + \frac{f_1}{\tau v_z} = \frac{e E}{m v_z} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} \quad (2.26)$$

La solution générale de l'équation (2.26) est :

$$f_1(\vec{v}, z) = \frac{e \tau_0 E}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} \left\{ 1 + F(\vec{v}) \exp \left\{ - \frac{z}{\tau_0 v_z} \right\} \right\} \quad (2.27)$$

où  $m$  est la masse effective de l'électron.

$F(\vec{v})$  est une fonction de la vitesse  $\vec{v}$  des électrons déterminée par les conditions aux limites.

On rappelle que le vecteur densité de courant  $J$  est donné par :

$$J = \frac{e}{(2\pi)^3} \int \vec{v}_K f_K(\vec{r}) d\vec{K} \quad (2.28)$$

la densité de courant  $J(z)$  au point de côte  $z$  s'écrit donc :

$$J(z) = -2e \left(\frac{m}{h}\right)^3 \iiint v_x f_1 dv_x dv_y dv_z \quad (2.29)$$

et la conductivité  $\sigma_f$  de la couche mince d'épaisseur  $d$  est :

$$\sigma_f = \frac{1}{E d} \int_0^d J(z) dz \quad (2.30)$$

Si on admet que les processus de relaxation intervenant lors de réflexions sur les interfaces de la couche mince et lors des collisions internes dans le métal massif sont comparables et que chaque électron subit sur les surfaces des collisions diffuses telles que la fonction de distribution des électrons quittant chaque surface soit indépendante de la direction de la vitesse incidente, les conditions aux limites se calculent comme suit, dans le cas où une fraction  $p$  des électrons arrivant sur la surface subit la

réflexion élastique, la fraction restante  $(1-p)$  subit la réflexion diffuse ; on simplifie beaucoup les calculs en considérant que le coefficient de réflexion spéculaire  $p$ , qui représente le rapport du nombre d'électrons réfléchis sous un angle  $\theta$  sur le nombre d'électrons arrivant sur la surface sous l'incidence  $\theta$ , est une constante, ce qui constitue une hypothèse discutée par beaucoup d'auteurs /2, 3, 4/. Les conditions aux limites s'écrivent :

- à la surface  $z = 0$  :

$$f_0 + f_1(v,0) = p \left[ f_0 + f_1^-(v,0) \right] + (1-p) f_0 \quad (2.31.1)$$

- à la surface  $z = d$  :

$$f_0 + f_1(v,d) = p \left[ f_0 + f_1^+(v,d) \right] + (1-p) f_0 \quad (2.31.2)$$

Les équations (2.31) permettent de déterminer la fonction  $f_1$  :

$$f_1^+(v,z) = \frac{eE\tau}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v} \left[ 1 - \frac{1-p}{1-p \exp\left(\frac{-d}{\tau v_z}\right)} \times \exp\left(-\frac{z}{\tau v_z}\right) \right], \quad v_z > 0 \quad (2.32)$$

$$f_1^-(v,z) = \frac{eE\tau}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v} \left[ 1 - \frac{1-p}{1-p \exp\left(\frac{d}{\tau v_z}\right)} \times \exp\left(\frac{d-z}{\tau v_z}\right) \right], \quad v_z < 0 \quad (2.33)$$

A partir de l'équation (2.29), on écrit :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_0} = \frac{3}{2} \int_0^{\pi/2} \sin^3 \theta \left[ 1 - \frac{1-p}{k} \cos \theta \frac{1 - \exp\left(\frac{-k}{\cos \theta}\right)}{1 - p \exp\left(\frac{-k}{\cos \theta}\right)} \right] d\theta \quad (2.34.1)$$

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_0} = 1 - \Lambda(k,p) \quad (2.34.2)$$

où  $\sigma_0$  est la conductivité électrique du métal massif donnée par :

$$\sigma_0 = \frac{n e^2 \lambda_0}{m v_F} \quad (2.35)$$

et :

$$A(k,p) = \frac{3}{2k} (1-p) \int_1^\infty \left( \frac{1}{t^3} - \frac{1}{t^5} \right) \frac{1 - \exp(-kt)}{1 - p \exp(-kt)} dt \quad (2.36)$$

avec :  $k = d \lambda_0^{-1}$  et  $t = (\cos \theta)^{-1}$

## 2.4.2. - RÉSULTATS PRÉLIMINAIRES

### A) - Divergences entre le modèle de Cottey étendu (e-C) et le modèle de Fuchs-Sondheimer (F-S)

En partant de l'équation (2.35), quelle que soit la valeur de  $p$ , les expressions asymptotiques suivantes de la résistivité réduite sont obtenues :

$$\frac{\rho_f}{\rho_0} \approx \left[ 1 + \frac{3}{8k} (1-p) \right] , \quad k \gg 1 \quad (2.37.1)$$

qui peut être aussi écrite sous la forme :

$$\frac{\rho_f}{\rho_0} \approx \left[ 1 - \frac{3}{8k} (1-p) \right]^{-1} , \quad k \gg 1 \quad (2.37.2)$$

et :

$$\frac{\rho_f}{\rho_0} \approx \left[ \frac{3}{4} \frac{1+p}{1-p} k \ln \frac{1}{k} \right]^{-1} , \quad k \ll 1 \quad (2.38)$$

La conductivité électrique réduite est exprimée par la fonction de Cottey  $C(\nu)/4$ :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_0} = C(\nu) \quad (2.39)$$

avec :

$$C(\mu) = \frac{3}{2} \mu \left[ \mu - \frac{1}{2} + (1 - \mu^2) \ln \left( 1 + \frac{1}{\mu} \right) \right] \quad (2.40)$$

Dans les analyses habituelles du modèle de Cottey étendu (modèle e-C), le paramètre  $\mu$  est exprimé par :

$$\mu = k \left( \ln \frac{1}{p} \right)^{-1}, \quad p \neq 0 \quad (2.41)$$

Dans le cas limite, couche épaisse et couche très mince, les expressions approximatives suivantes peuvent être établies /1, 4/ :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_0} \approx 1 - \frac{3}{8k} \ln \frac{1}{p}, \quad p \neq 0, \quad k \gg 1 \quad (2.42.1)$$

ou :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_0} \approx \left( 1 + \frac{3}{8k} \ln \frac{1}{p} \right)^{-1}, \quad p \neq 0, \quad k \gg 1 \quad (2.42.2)$$

et :

$$\frac{\rho_f}{\rho_0} \approx \left[ \frac{3}{2} \mu \ln \frac{1}{\mu} \right]^{-1}, \quad p \neq 0, \quad \mu \ll 1 \quad (2.43.1)$$

ou :

$$\frac{\rho_f}{\rho_0} \approx \left[ \frac{3}{2} k \ln \left( \ln \frac{1}{p} \right) \right]^{-1}, \quad p \neq 0, \quad k \ll 1 \quad (2.43.2)$$

Les calculs de la résistivité réduite (tableau 1) montrent que les valeurs numériques issues du modèle e-C s'écartent de moins de 10 % de celles déterminées dans le modèle F-S pour les valeurs de  $p \geq 0,30$  (programme de calcul de la fonction de Cottey est donné dans l'Annexe 1).

TABLEAU 1

P	K	1/C(J)	F(K,P)	-(F-1/C)/F %
.25	.01	20.7873	18.1950	14.24 %
	.02	12.2685	10.7600	14.02 %
	.04	7.4535	6.5548	13.71 %
	.06	5.6635	4.9909	13.47 %
	.08	4.7028	4.1516	13.27 %
	.10	4.0948	3.6206	13.09 %
	.20	2.7637	2.4593	12.37 %
	.40	1.9911	1.7889	11.30 %
	.60	1.7007	1.5398	10.45 %
	.80	1.5452	1.4081	9.73 %
	1.00	1.4473	1.3265	9.11 %
	2.00	1.2380	1.1585	6.86 %
	4.00	1.1237	1.0754	4.50 %
6.00	1.0837	1.0491	3.30 %	
8.00	1.0633	1.0364	2.59 %	
.50	.01	12.2665	11.8200	3.79 %
	.02	7.4535	7.1839	3.75 %
	.04	4.7028	4.5350	3.70 %
	.06	3.6717	3.5422	3.65 %
	.08	3.1161	3.0073	3.61 %
	.10	2.7637	2.6681	3.58 %
	.20	1.9911	1.9250	3.43 %
	.40	1.5452	1.4974	3.19 %
	.60	1.3798	1.3398	2.99 %
	.80	1.2924	1.2571	2.80 %
	1.00	1.2380	1.2061	2.64 %
	2.00	1.1237	1.1013	2.04 %
	4.00	1.0633	1.0491	1.35 %
6.00	1.0425	1.0322	1.00 %	
8.00	1.0320	1.0239	.79 %	
.75	.01	6.5588	6.5149	.67 %
	.02	4.1881	4.1603	.66 %
	.04	2.8178	2.7992	.66 %
	.06	2.3011	2.2860	.66 %
	.08	2.0225	2.0093	.65 %
	.10	1.8460	1.8341	.65 %
	.20	1.4623	1.4532	.62 %
	.40	1.2462	1.2389	.59 %
	.60	1.1685	1.1620	.56 %
	.80	1.1282	1.1223	.52 %
	1.00	1.1035	1.0980	.50 %
	2.00	1.0527	1.0487	.38 %
	4.00	1.0266	1.0239	.27 %
6.00	1.0178	1.0158	.20 %	
8.00	1.0134	1.0118	.15 %	

B) - Domaines de validité des équations approchées de Fuchs-Sondheimer (F-S)

Les valeurs numériques (tableau 2) montrent que les équations exactes de F-S, ne peuvent pas être toujours convenablement obtenues à l'aide des formes asymptotiques connues ; pour des faibles épaisseurs et quand  $p$  prend des valeurs inférieures à 0,5 aucune équation approchée n'est convenable. En conséquence, nous allons rechercher des expressions analytiques nouvelles pour représenter de façon satisfaisante l'équation de F-S dans tout le domaine expérimental.

2.4.3. - ANALYSE DE LA PROCÉDURE DE CALCUL DE FUCHS-SONDHEIMER (F-S)

A) - Comparaison du modèle F-S avec le modèle e-C pour  $p > 0,3$

De l'équation (2.34) on peut déduire un libre parcours moyen effectif  $\lambda_{\text{eff}}(\theta)$ , défini par la relation :

$$\lambda_{\text{eff}}(\theta) = \lambda_0 \left[ 1 - \frac{1-p}{k} \cos \theta \frac{1 - \exp\left(-\frac{k}{\cos \theta}\right)}{1 - p \exp\left(\frac{-k}{\cos \theta}\right)} \right] \quad (2.44)$$

donc l'équation (2.34) devient :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_0} = \frac{3}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{\lambda_{\text{eff}}(\theta)}{\lambda_0} \sin^3 \theta \, d\theta \quad (2.45)$$

Dans le cas des couches épaisses, l'équation (2.44) sera :

$$\lambda_{\text{eff}}(\theta) \approx \lambda_0 \left[ 1 - \xi \frac{\cos \theta}{k} \right], \quad k \gg 1 \quad (2.46.1)$$

avec :

$$p = 1 - \xi, \quad \xi \ll 1$$

TABLEAU 2

P	K	F(K,P)	F (EQ2-37)	F (EQ2-38)
.00	.01	26.4030	29.5000	+23.9529
	.02	15.3820	19.7500	+17.0414
	.04	9.0385	10.3750	+10.3555
	.06	6.7859	7.2500	+ 7.8986
	.08	5.5566	5.6875	+ 6.5987
	.10	4.7816	4.7500	+ 5.7905
	.20	3.0959	2.8750	+ 4.1422
	.40	2.1284	1.9375	+ 3.6378
	.60	1.7685	1.6250	+ 4.3502
	.80	1.5798	1.4687	+ 7.4690
	1.00	1.4622	1.3750	-3.6092 $10^9$
	2.00	1.2208	1.1875	- .9617
	4.00	1.1031	1.0937	- .2404
6.00	1.0666	1.0625	- .1240	
8.00	1.0491	1.0466	- .0901	
.25	.01	19.1250	23.1250	+17.3717
	.02	10.7600	15.0625	+10.2243
	.04	6.5548	8.0312	+ 6.2133
	.06	4.9903	5.6875	+ 4.7392
	.08	4.1516	4.5156	+ 3.5592
	.10	3.6206	3.8125	+ 3.4743
	.20	2.4593	2.4062	+ 2.4853
	.40	1.7989	1.7031	+ 2.1327
	.60	1.5398	1.4687	+ 2.6101
	.80	1.4081	1.3515	+ 4.4914
	1.00	1.3265	1.2812	-2.1655 $10^9$
	2.00	1.1535	1.1406	- .5779
	4.00	1.0754	1.0703	- .1442
6.00	1.0491	1.0468	- .0744	
8.00	1.0364	1.0351	- .0480	
.50	.01	11.8200	13.7500	+ 9.6509
	.02	7.1939	10.3750	+ 5.6804
	.04	4.5050	5.6875	+ 3.4518
	.06	3.5422	4.1250	+ 2.6328
	.08	3.0073	3.3437	+ 2.1995
	.10	2.6681	2.8750	+ 1.9301
	.20	1.9250	1.9375	+ 1.3907
	.40	1.4974	1.4687	+ 1.2126
	.60	1.3393	1.3125	+ 1.4500
	.80	1.2571	1.2343	+ 2.4896
	1.00	1.2061	1.1875	-1.2030 $10^9$
	2.00	1.1013	1.0937	- .3205
	4.00	1.0491	1.0468	- .0901
6.00	1.0322	1.0312	- .0413	
8.00	1.0239	1.0234	- .0267	
.75	.01	6.5149	10.3750	+ 4.1361
	.02	4.1603	5.6875	+ 2.4344
	.04	2.7992	3.3437	+ 1.4793
	.06	2.2960	2.5625	+ 1.1283
	.08	2.0093	2.1718	+ .9426
	.10	1.8341	1.9375	+ .8272
	.20	1.4532	1.4687	+ .5917
	.40	1.2389	1.2343	+ .5196
	.60	1.1520	1.1562	+ .6214
	.80	1.1223	1.1171	+ 1.0670
	1.00	1.0980	1.0937	-5.1560 $10^8$
	2.00	1.0487	1.0468	- .1373
	4.00	1.0209	1.0234	- .0343
6.00	1.0158	1.0156	- .0177	
8.00	1.0113	1.0117	- .0114	

Une forme équivalente est donnée par :

$$\lambda_{\text{eff}}(\theta) \approx \left[ 1 + \xi \frac{\cos\theta}{k} \right]^{-1}, \quad k \gg 1, \quad p \approx 1 \quad (2.46.2)$$

L'équation (2.46.2) est obtenue dans le modèle de Cotter étendu, à partir de l'équation :

$$\lambda_r^{-1} = \lambda_o^{-1} + \lambda_s^{-1} \quad (2.47)$$

En remplaçant  $\lambda_s$  par son expression générale donnée au paragraphe 2.1., on obtient :

$$\lambda_r = \lambda_o \left[ 1 + \lambda_o |\cos\theta| \ln \frac{1}{p} d^{-1} \right]^{-1} \quad (2.48)$$

Quand  $p$  prend des valeurs très proches de l'unité  $\lambda_r$  est donné par la relation :

$$\lambda_r \approx \lambda_o \left[ 1 + (1-p) \frac{|\cos\theta|}{k} \right]^{-1}, \quad p \approx 1 \quad (2.49)$$

qui est en bon accord avec l'équation (2.46). Pour les faibles épaisseurs, l'équation (2.44) peut être développée sous la forme suivante :

$$\lambda_{\text{eff}}(\theta) \approx \lambda_o \left[ 1 - \frac{1-p}{k} \cos\theta \left( \frac{k}{\cos\theta} - \frac{k^2}{2\cos^2\theta} + \dots \right) \left( 1 - p + \frac{p k}{\cos\theta} - \dots \right)^{-1} \right]$$

$$\frac{k}{\cos\theta} \ll 1 \quad (2.50)$$

qui donne :

$$\lambda_{\text{eff}}(\theta) \approx \lambda_o \frac{k}{\cos\theta} \frac{1+p}{2(1-p)}, \quad \frac{k}{\cos\theta} \ll 1 \quad (2.51)$$

pour les faibles épaisseurs, l'équation (2.47) devient :

$$\lambda_r^{-1} \approx \lambda_s^{-1}, \quad \frac{k}{\cos\theta} \ll 1 \quad (2.52.1)$$

qui donne :

$$\lambda_r \approx \lambda_0 \frac{k}{\cos\theta} \left(\ln \frac{1}{p}\right)^{-1}, \quad \frac{k}{\cos\theta} \ll 1 \quad (2.52.2)$$

Les valeurs numériques de  $\left(\ln \frac{1}{p}\right)^{-1}$  et  $\frac{1+p}{2(1-p)}$  sont très voisines pour  $p > 0,31$  (tableau 3), on peut donc dire que :

$$\lambda_{\text{eff}}(\theta) \approx \lambda_r, \quad \frac{k}{\cos\theta} \ll 1 \quad (2.53)$$

On compare le libre parcours moyen effectif  $\lambda_{\text{eff}}(\theta)$  (qui est une représentation équivalente du modèle de F-S) et le libre parcours moyen résultant du modèle de Cottey-étendu ; à partir des valeurs numériques des fonctions dimensionnelles dans les équations (2.44) et (2.48).

Les valeurs tabulées (tableau 4) des fonctions :

$$F_{\text{F-S}}(U) = 1 - \frac{1-p}{U} \times \frac{1 - e^{-U}}{1 - p e^{-U}} \quad (2.54)$$

et :

$$F_{\text{e-C}}(U) = \left(1 + \frac{\ln(1/p)}{U}\right)^{-1} \quad (2.55)$$

montrent que pour  $p > 0,3$  les valeurs de  $\lambda_{\text{eff}}$  et  $\lambda_r$  sont identiques. En conséquence le modèle de Cottey étendu est identique à celui de F-S dans un large domaine d'épaisseur ( $0,001 < k < \infty$ ) sous réserve que  $p > 0,3$ .

TABLEAU 3

P	$1/\text{LOG}(1/P) \dots A$	$(1+P)/2(1-P) \dots B$	$-(A-B)/B$ %
.10	.434294	.611111	28.93 %
.12	.471639	.636363	25.88 %
.14	.508617	.662790	23.26 %
.16	.545678	.690476	20.97 %
.18	.583158	.719512	18.95 %
.20	.621334	.750000	17.15 %
.22	.660446	.782051	15.54 %
.24	.700713	.815789	14.10 %
.26	.742349	.851351	12.80 %
.28	.785567	.888888	11.62 %
.30	.830583	.928571	10.55 %
.32	.877628	.970588	9.57 %
.34	.926947	1.015151	8.68 %
.36	.978807	1.062500	7.87 %
.38	1.033501	1.112903	7.13 %
.40	1.091356	1.166666	6.45 %
.42	1.152737	1.224137	5.83 %
.44	1.218055	1.285714	5.26 %
.46	1.287782	1.351851	4.73 %
.48	1.362455	1.423076	4.25 %
.50	1.442695	1.500000	3.82 %
.52	1.529223	1.583333	3.41 %
.54	1.622886	1.673913	3.04 %
.56	1.724677	1.772727	2.71 %
.58	1.835781	1.880952	2.40 %
.60	1.957615	2.000000	2.11 %
.62	2.091893	2.131578	1.86 %
.64	2.240710	2.277777	1.62 %
.66	2.406649	2.441176	1.41 %
.68	2.592940	2.625000	1.22 %
.70	2.803673	2.833333	1.04 %
.72	3.044102	3.071428	.88 %
.74	3.321099	3.346153	.74 %
.76	3.643825	3.666666	.62 %
.78	4.024770	4.045454	.51 %
.80	4.481420	4.500000	.41 %
.82	5.039028	5.055555	.32 %
.84	5.735477	5.750000	.25 %
.86	6.630293	6.642857	.18 %
.88	7.822683	7.833333	.13 %
.90	9.491221	9.500000	.09 %
.92	11.993052	12.000000	.05 %
.94	16.161510	16.166666	.03 %
.96	24.496598	24.500000	.01 %
.98	49.498317	49.500001	.00 %

TABLEAU 4

P	U	$F_{1,5} (E02-54)$	$F_{1,5}^{calc} (E02-55)$	$-(F_{1,5}^{calc} - F_{1,5}) / F_{1,5} \%$	P	U	$F_{1,5} (E02-54)$	$F_{1,5}^{calc} (E02-55)$	$-(F_{1,5}^{calc} - F_{1,5}) / F_{1,5} \%$
.25	.002	.00161	.00144	13.43	.50	.002	.00292	.00297	3.02
	.004	.00322	.00287	13.43		.004	.00576	.00573	3.81
	.006	.00483	.00450	13.43		.006	.00859	.00856	3.81
	.008	.00644	.00612	13.43		.008	.01142	.01140	3.81
	.010	.00805	.00773	13.42		.010	.01425	.01422	3.81
	.020	.01610	.01542	13.41		.020	.02840	.02804	3.81
	.040	.03220	.02904	13.39		.040	.05679	.05455	3.81
	.060	.04830	.04418	13.37		.060	.08518	.07966	3.81
	.080	.06440	.05856	13.35		.080	.01156	.10347	3.30
	.100	.07763	.06723	13.32		.100	.13106	.12608	3.80
	.200	.14526	.12608	13.22		.200	.26212	.22332	3.78
	.400	.25740	.22332	13.00		.400	.52424	.46321	3.74
	.600	.34622	.30207	12.77		.600	.78636	.69328	3.70
	.800	.41941	.36591	12.54		.800	.10481	.93578	3.65
	1.000	.47732	.41205	12.31		1.000	.13269	.11961	3.60
	2.000	.6432	.53061	11.19		2.000	.26534	.24262	3.32
	4.000	.81508	.74262	8.89		4.000	.53071	.52230	2.72
	6.000	.87523	.81281	7.18		6.000	.79607	.80643	2.21
	8.000	.90627	.85230	5.95		8.000	.93751	.92026	1.83
	10.000	.92500	.87824	5.05		10.000	.95000	.93517	1.56
20.000	.95250	.93517	2.83	20.000	.97500	.96500	.87		
40.000	.98125	.96650	1.59	40.000	.99250	.98296	.45		
60.000	.98750	.97741	1.02	60.000	.99625	.98857	.31		
80.000	.99062	.98296	.77	80.000	.99875	.99441	.23		
.38	.002	.00185	.00165	10.55	.75	.002	.00625	.00620	.68
	.004	.00370	.00331	10.54		.004	.01250	.01371	.68
	.006	.00554	.00495	10.54		.006	.01875	.02043	.68
	.008	.00737	.00660	10.54		.008	.02500	.02705	.68
	.010	.00920	.00822	10.54		.010	.03125	.03359	.68
	.020	.01826	.01634	10.53		.020	.06250	.06500	.68
	.040	.03572	.03215	10.52		.040	.12500	.12706	.68
	.060	.05318	.04746	10.50		.060	.18750	.17257	.68
	.080	.06961	.06230	10.49		.080	.25000	.21757	.68
	.100	.08556	.07668	10.47		.100	.31250	.25724	.68
	.200	.15898	.14245	10.40		.200	.62500	.41231	.68
	.400	.27733	.24938	10.24		.400	.12500	.78562	.67
	.600	.36986	.33259	10.07		.600	.25000	.67521	.67
	.800	.44309	.39920	9.90		.800	.37500	.73550	.65
	1.000	.50262	.45312	9.72		1.000	.50000	.77658	.66
	2.000	.68456	.62422	8.81		2.000	.75000	.97203	.30
	4.000	.82725	.76964	7.08		4.000	.12500	.98750	.17
	6.000	.88353	.83287	5.73		6.000	.25000	.99375	.08
	8.000	.91252	.86910	4.74		8.000	.37500	.99522	.05
	10.000	.93000	.89254	4.02		10.000	.50000	.99611	.04
20.000	.96500	.94321	2.25	20.000	.75000				
40.000	.98250	.97078	1.19	40.000	.12500				
60.000	.98833	.98032	.80	60.000	.25000				
80.000	.99125	.98517	.61	80.000	.37500				

B) - Comparaison du modèle de F-S avec le modèle e-C pour  $p < 0,3$

Pour les faibles valeurs de  $p$ , une loi approximative représentant la variation du flux d'électrons  $\phi(l)$  avec la longueur du parcours de l'électron,  $l$ , peut être une gaussienne (figure 3) avec une déviation standard,  $\xi(p)$ , qui dépend de  $p$  :

$$\phi(l) = \exp(-l^2/2 \xi^2(p)) \quad (2.56.1)$$

avec :

$$\xi(p) = C(p) \cdot \lambda'_c \quad (2.56.2)$$

où  $\lambda'_c$  est le libre parcours moyen gaussien indépendant de  $p$ .

Le libre parcours moyen,  $\lambda_s$ , est usuellement défini par une loi exponentielle :

$$\phi(l) = \exp(-l/\lambda_s) \quad (2.57)$$

et pour simplifier les calculs ultérieurs, on suppose que les valeurs du flux  $\phi(l)$  coïncident dans les lois gaussienne et exponentielle lorsque  $l = \lambda_s$

Par conséquent :

$$C(p) \lambda'_c \sqrt{2} = \lambda_s \quad (2.58)$$

les valeurs de  $\lambda'_c$  sont calculées pour les valeurs du flux des électrons correspondant à la première diffusion pour  $l = L_z$  (figure 3) ; en première approximation, sa valeur est une fonction linéaire en  $p$  :

$$\exp(-L_z^2/(2 C^2(p) \lambda_c'^2)) = C_3 p + C_4 \quad (2.59)$$

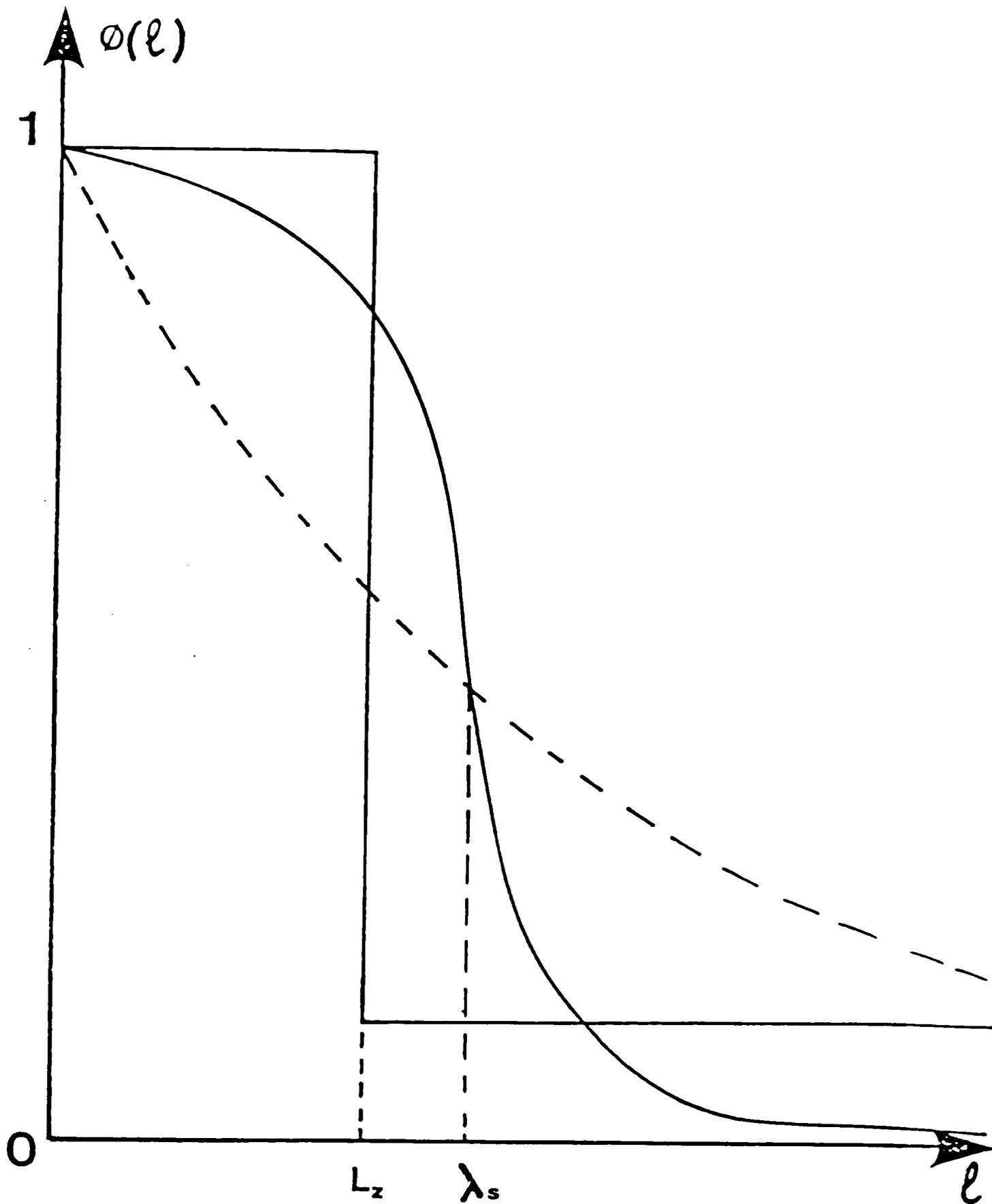


Figure 3

où  $C_3$  et  $C_4$  sont des constantes.

De l'équation (2.58) et (2.59), on déduit :

$$\lambda_s = L_z \left[ \ln (C_3 p + C_4)^{-1} \right]^{-1/2} \quad (2.60)$$

Pour les faibles valeurs de  $p$ , une approximation pour  $\lambda_c$  est donnée par la relation :

$$\lambda_s \approx L_z \left( \ln \frac{1}{C_4} \right)^{1/2} \left\{ 1 + \left( 2 \ln \frac{1}{C_4} \right)^{-1} \left( 1 - \frac{C_3}{C_4} p \right) \right\}, \quad p \ll 1 \quad (2.61)$$

où

$$L_z = d |\cos \theta|^{-1} \quad (2.62)$$

La forme de l'équation (2.61) est similaire à celle de l'équation (2.51) parce que :

$$2(1-p)(1+p)^{-1} \approx 2(1-2p), \quad p \ll 1 \quad (2.63)$$

En conséquence, on examine la nouvelle expression suivante pour le libre parcours moyen résultant,  $\lambda_r$  :

$$\lambda_r = \lambda_o \left[ 1 + \frac{2(1-p)}{1+p} \frac{|\cos \theta|}{k} \right]^{-1} \quad (2.64)$$

Les valeurs numériques de la fonction  $F_{F-S}(U)$ , équation (2.54) et la fonction  $F_{e-CL}(U)$  définie par l'expression :

$$F_{e-CL}(U) = \left[ 1 + \frac{2(1-p)}{1+p} \frac{1}{U} \right]^{-1} \quad (2.65)$$

montrent (tableau 5), que l'écart est faible pour  $p < 0,3$ .

Une conséquence attendue est qu'un remplacement du paramètre  $\mu$  par un paramètre  $\mu^*$  donné par la relation :

$$\mu^* = k \frac{1+p}{2(1-p)} \quad (2.66)$$

conduit à un faible écart, entre les valeurs de la résistivité dans le modèle de F-S et le modèle e-C (tableau 6).

Par conséquence, en substituant  $\mu$  par  $\mu^*$  l'équation (2.40) est valable dans un large domaine de  $p$  et  $d$ .

## 2.5. - LIMITES DE VALIDITE DES MODELES MULTIDIMENSIONNELS

Les calculs théoriques du paragraphe précédent, montrent que deux formulations peuvent être équivalentes à la formulation de Fuchs-Sondheimer.

La première fonction est l'expression du modèle de Cottey étendu (équation 2.39), sa validité est conditionnée par les valeurs de  $p > 0,31$  (sans aucune restriction sur l'épaisseur).

La seconde fonction a une validité beaucoup plus générale, quelle que soit l'épaisseur et la nature de la surface, elle est obtenue à partir de l'équation (2.39) en remplaçant  $\mu$  par  $\mu^*$ .

TABLEAU 6

P	K	$\mu^0$	F(K,P)	$1/\alpha(\mu)$
.00	.01	.0050	25.4330	27.7395
	.02	.0100	15.3220	16.1629
	.04	.0200	9.0985	9.6511
	.06	.0300	6.7859	7.2952
	.08	.0400	5.5565	5.9575
	.10	.0500	4.7816	5.1541
	.20	.1000	3.0959	3.3773
	.40	.2000	2.1284	2.3472
	.60	.3000	1.7697	1.9509
	.80	.4000	1.5792	1.7501
	1.00	.5000	1.4622	1.6192
	2.00	1.0000	1.2208	1.3333
	4.00	2.0000	1.1031	1.1753
6.00	3.0000	11.0666	1.1192	
8.00	4.0000	1.0491	1.0904	
.25	.01	.0025	19.1950	18.5392
	.02	.0050	10.7600	11.0000
	.04	.0100	6.5543	6.7437
	.06	.0150	4.9969	5.1541
	.08	.0200	4.1516	4.2975
	.10	.0250	3.6206	3.7550
	.20	.1000	2.4593	2.5665
	.40	.2000	1.7989	1.8762
	.60	.3000	1.5399	1.6192
	.80	.4000	1.4081	1.4739
	1.00	.5000	1.3265	1.3991
	2.00	1.0000	1.1585	1.2080
	4.00	2.0000	1.0754	1.1077
6.00	3.0000	1.0491	1.0726	
8.00	4.0000	1.0364	1.0550	
.50	.01	.0150	11.0200	11.9197
	.02	.0300	7.1839	7.2552
	.04	.0600	4.5350	4.5998
	.06	.0900	3.5422	3.5359
	.08	.1200	3.0073	3.0591
	.10	.1500	2.6691	2.7682
	.20	.3000	1.9250	1.9589
	.40	.6000	1.4974	1.5268
	.60	.9000	1.3399	1.3667
	.80	1.2000	1.2571	1.2821
	1.00	1.5000	1.2061	1.2295
	2.00	3.0000	1.1013	1.1192
	4.00	6.0000	1.0491	1.0609
6.00	9.0000	1.0322	1.0469	
8.00	12.0000	1.0239	1.0398	
.75	.01	.0350	6.5149	6.5293
	.02	.0700	4.1603	4.1705
	.04	.1400	2.7992	2.8075
	.06	.2100	2.2360	2.2397
	.08	.2800	2.0093	2.0166
	.10	.3500	1.8341	1.8411
	.20	.7000	1.4532	1.4595
	.40	1.4000	1.2339	1.2447
	.60	2.1000	1.1620	1.1674
	.80	2.8000	1.1223	1.1274
	1.00	3.5000	1.0980	1.1028
	2.00	7.0000	1.0487	1.0524
	4.00	14.0000	1.0239	1.0264
6.00	21.0000	1.0159	1.0177	
8.00	28.0000	1.0118	1.0133	

## 2.6. - INTERPRETATION DES PHENOMENES DE CONDUCTION DANS DES COUCHES MINCES AMORPHES

Les équations proposées ci-dessus, concernent des couches minces métalliques homogènes mais, comme C. Pichard et al /26/ l'ont montré la structure en agrégats des couches de Ni-P d'origine chimique permet d'introduire deux résistivités correspondant aux zones conductrices et aux étroites zones de raccordement des agrégats /38, 41/.

Cette modélisation permet d'interpréter les évolutions globales de la résistivité lors de recuit, comme on l'a récemment montré pour des couches de Ni-B /39, 40/.

Comme la conduction dans les zones conductrices semblent emprunter des fibres, dont l'existence est corrélée par l'ordre à grande distance /40, 42/, un phénomène dimensionnel affecte cette conductivité et il était nécessaire de s'assurer que les équations théoriques étaient adéquates. C'est le cas avec les nouvelles équations générales proposées plus haut.

**CHAPITRE III**

**COEFFICIENT DE HALL, ET SES**  
**EXPRESSIONS A CHAMP MAGNETIQUE**  
**FAIBLE ET ELEVE,**  
**EFFET HALL DANS DES COUCHES**  
**DE NICKEL**

### 3.1. - COEFFICIENT DE HALL ET PRODUIT RESISTIVITE - COEFFICIENT DE TEMPERATURE

---

#### 3.1.1. - EXPRESSION GÉNÉRALE DU COEFFICIENT DE HALL

---

On suppose que la couche est soumise à un champ électrique longitudinal  $\vec{E}_x$  et une induction magnétique transversale  $\vec{B}$ .

Les surfaces de la couche sont parallèles au plan (x,y) et son épaisseur est suivant Z (figure 4). En raison des dimensions limitées de la couche, un champ de Hall  $E_y$  transversal apparaît afin d'interdire la circulation du courant dans la direction Oy. Le champ électrique  $\vec{E}$  dans le plan de la couche a alors deux composantes ( $E_x, E_y, 0$ ), l'induction magnétique transversale a pour composantes (0, 0,  $B$ ).

L'équation de Boltzmann pour un électron soumis à l'action simultanée des champs électrique et magnétique, est /5, 10/ :

$$\frac{e \vec{E}}{\hbar} \frac{\partial f}{\partial K} = \frac{f - f_0}{\tau(\theta)} - \frac{e}{\hbar} (\vec{v} \cdot \vec{B}) \frac{\partial f}{\partial K} \quad (3.1)$$

On définit  $f_1$  comme étant l'écart de la fonction de distribution  $f$  des électrons par rapport à la distribution  $f_0$  à l'équilibre thermique :

$$f = f_0 + f_1 \quad (3.2)$$

donc l'équation (3.1) peut être écrite sous la forme :

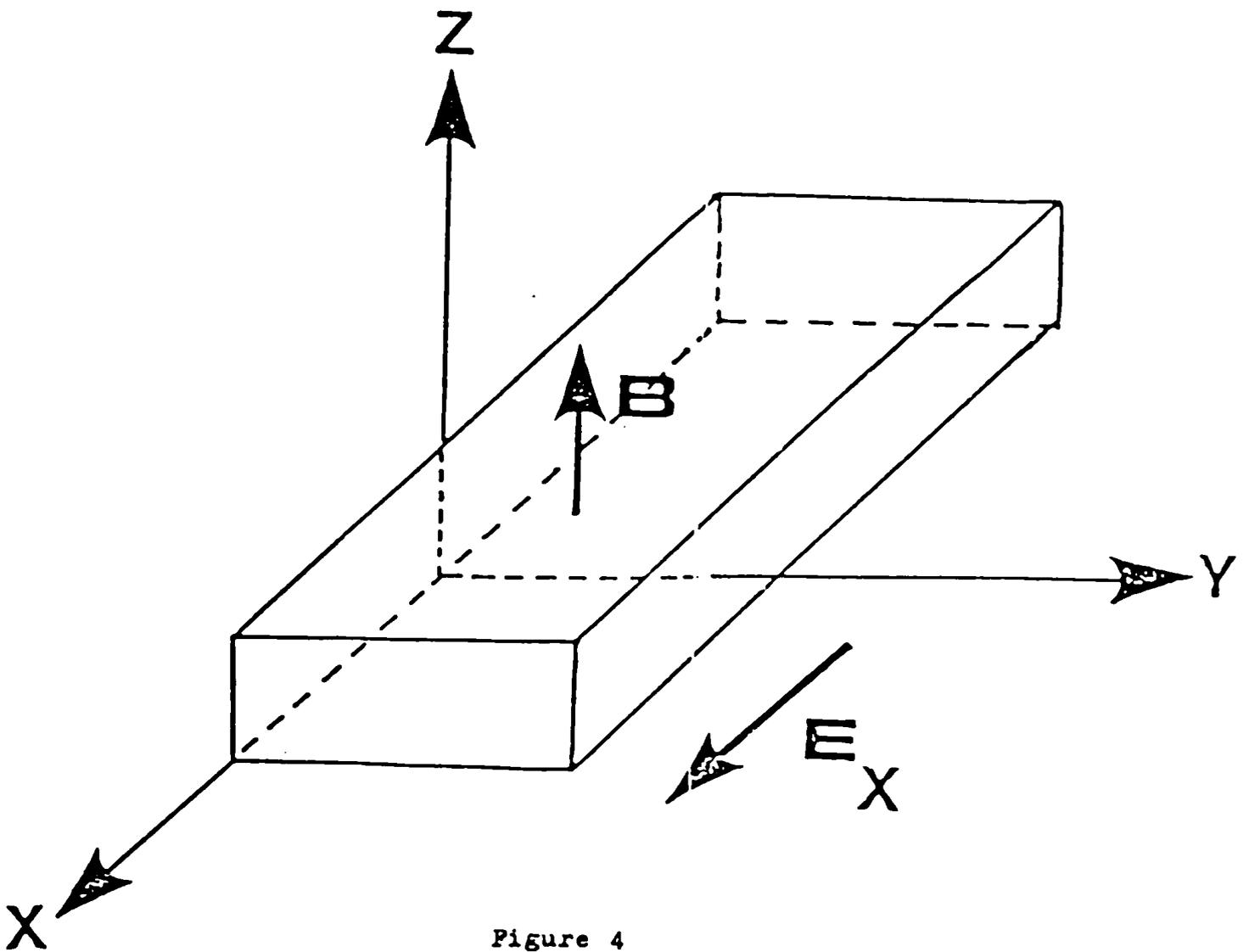


Figure 4

$$\frac{f_1}{\tau(\theta)} - \frac{e \mathcal{B}}{m} \left( v_y \frac{\partial f_1}{\partial v_x} - v_x \frac{\partial f_1}{\partial v_y} \right) = \frac{e}{m} \left( E_x \frac{\partial f_0}{\partial v_x} + E_y \frac{\partial f_0}{\partial v_y} \right) \quad (3.3)$$

où :

$$\tau(\theta) = \frac{\lambda(\theta)}{v_F} \quad (3.4)$$

$\lambda(\theta)$  est le libre parcours moyen de l'électron de vitesse  $v_F$ , égale à la vitesse de Fermi.

Pour résoudre l'équation (3.3), on utilise la méthode proposée par Sondheimer /2/, on écrit  $f_1(v)$  sous la forme suivante :

$$f_1(v) = (C_1 v_x + C_2 v_y) \frac{\partial f_0}{\partial v} \quad (3.5)$$

où  $C_1$  et  $C_2$  sont des fonctions de  $v_z$  et  $v$  et ne dépendent pas de  $v_x$  et  $v_y$ .

La substitution de l'équation (3.5) dans l'équation (3.3) conduit au système d'équation suivant :

$$\frac{C_1}{\tau(\theta)} - e \frac{\mathcal{B}}{m} C_2 = \frac{e}{mv} E_x \quad (3.6)$$

$$\frac{C_2}{\tau(\theta)} - e \frac{e}{m} C_1 = \frac{e}{mv} E_y \quad (3.7)$$

On introduit alors les quantités complexes  $\bar{E}$  et  $\bar{C}$  /2/ :

$$\bar{E} = E_x - j E_y \quad (3.8.1)$$

$$\bar{C} = C_1 - j C_2 \quad (3.8.2)$$

D'où une expression simple :

$$\frac{\bar{C}}{\tau(\theta)} - j \frac{e \mathcal{B}}{m} \bar{C} = \frac{e}{m v} \bar{E} \quad (3.9)$$

Le rayon  $r$  de la trajectoire circulaire de l'électron libre en présence d'un champ magnétique, ou rayon de Larmor, est donné par la relation :

$$r = \frac{m v}{e \mathcal{B}} \quad (3.10)$$

En utilisant l'équation (3.10), l'équation (3.9) se réduit à :

$$\left( \frac{1}{\tau(\theta)} + j \frac{v}{r} \right) \bar{C} = \frac{e}{m v} \bar{E} \quad (3.11)$$

où  $\bar{C}$  est donnée par la formule simplifiée suivante :

$$\bar{C} = \frac{e}{m v} \frac{\left( \frac{E_x}{\tau(\theta)} + \frac{v}{r} E_y \right) + j \left( \frac{E_y}{\tau(\theta)} - E_x \frac{v}{r} \right)}{\frac{1}{\tau^2(\theta)} + \frac{v^2}{r^2}} \quad (3.12)$$

En introduisant le coefficient  $\alpha$  défini par :

$$\alpha = \frac{\lambda_0}{r} = \frac{\lambda_0 e}{m v} \mathcal{B} \quad (3.13)$$

On remarque que  $\alpha$  est proportionnel à  $\mathcal{B}$ , donc à champ faible  $\alpha \ll 1$ , tandis qu'à champ fort  $\alpha \gg 1$ .

L'équation (3.12) prend alors la forme :

$$\bar{C} = \frac{e}{mv} \frac{\left( \frac{E_x}{\tau(\theta)} + \alpha E_y \right) + j \left( \frac{E_y}{\tau(\theta)} - \alpha E_x \right)}{\frac{1}{\tau^2(\theta)} + \alpha^2} \quad (3.14)$$

Rappelons que le libre parcours moyen résultant de l'électron de conduction dans le modèle tridimensionnel de conduction des couches minces métalliques est donnée par la relation (Cf. Chapitre 2) :

$$\lambda_r(\theta) = \lambda_0 \left[ 1 + \frac{c^2}{v} + \left( \frac{1-c}{v} + \frac{1}{\mu} \right) |\cos \theta| \right]^{-1} \quad (3.15)$$

En posant :

$$a_1 = 1 + \frac{c^2}{v} \quad (3.16)$$

$$b_1 = \frac{1-c}{v} + \frac{1}{\mu} \quad (3.17)$$

l'équation (3.15) s'écrit sous la forme :

$$\lambda(\theta) = \lambda_0 \left[ a_1 + b_1 |\cos \theta| \right] \quad (3.18)$$

et  $\bar{C}$  est donné par la relation :

$$\bar{C} = \frac{e \lambda_0}{m v} \frac{\left[ E_x (a_1 + b_1 |\cos \theta|) - \alpha E_y \right] - j \left[ E_y (a_1 + b_1 |\cos \theta|) + \alpha E_x \right]}{(a_1 + b_1 |\cos \theta|)^2 + \alpha} \quad (3.19)$$

A partir de (3.8.1) et (3.3.2), les densités de courant ont pour expression, en coordonnées polaires ( $v, \theta, \phi$ ), :

$$J_x = -2 e \left( \frac{m}{h} \right)^3 \int_0^{2\pi} \cos^2 \phi \, d\phi \int_0^\pi C_1 \sin^3 \theta \, d\theta \quad (3.20)$$

$$J_y = -2 e \left(\frac{m}{h}\right)^3 \int_0^\pi \sin^2 \phi \, d\phi \int_0^\pi C_2 \sin^3 \theta \, d\theta \quad (3.21)$$

Après intégration en  $\theta$  les densités de courant s'écrivent :

$$J_x = \frac{3}{2} \sigma_0 \left[ A E_x - \alpha B E_y \right] \quad (3.22)$$

$$J_y = \frac{3}{2} \sigma_0 \left[ \alpha B E_x + A E_y \right] \quad (3.23)$$

où  $\sigma_0$  est la conductivité électrique du métal massif, qui est égale à :

$$\sigma_0 = \frac{n e^2 \lambda_0}{m v_F} \quad (3.24)$$

$v_F$  étant la vitesse de Fermi,

et où  $A$  et  $B$  sont données par les relations ci-dessous /10/ :

$$A = \frac{1}{b_1} \left[ -\frac{1}{2} + \frac{a_1}{b_1} + \frac{\alpha^2 + b_1^2 - a_1^2}{2 b_1^2} \ln \left( 1 + \frac{b_1^2 + 2 a_1 b_1}{\alpha^2 + a_1^2} \right) - 2 \alpha \frac{a_1}{b_1} \operatorname{arctg} \left( \frac{\alpha b_1}{\alpha^2 + a_1 (a_1 + b_1)} \right) \right] \quad (3.25)$$

$$B = \frac{1}{b_1} \left[ -\frac{1}{b_1} + \frac{a_1}{b_1^2} \ln \left( 1 + \frac{b_1^2 + 2 a_1 b_1}{\alpha^2 + b_1^2} \right) + \frac{b_1^2 + \alpha^2 - a_1^2}{\alpha b_1^2} \operatorname{arctg} \left( \frac{b_1 \alpha}{\alpha^2 + a_1 (a_1 + b_1)} \right) \right] \quad (3.26)$$

Le coefficient de Hall d'une couche mince métallique est défini par /2/ :

$$R_{Hf} = \frac{E_y}{B J_x} \Big|_{J_y = 0} \quad (3.27)$$

La densité de courant  $J_y$  est nulle si :

$$E_y = - \frac{\alpha B}{A} E_x \quad (3.28)$$

En utilisant les équations (3.22), (3.23) et (3.28) le coefficient de Hall se met donc sous la forme :

$$R_{Hf} = \frac{2}{3} \frac{-\alpha B}{\sigma_0 B(A^2 + \alpha^2 B^2)} \quad (3.29)$$

et en utilisant les équations (3.13) et (3.24), on obtient :

$$R_{Hf} = - \frac{1}{ne} \frac{2}{3} \frac{B}{A^2 + \alpha^2 B^2} \quad (3.30)$$

et puisque  $R_{Ho}$ , coefficient de Hall du métal massif est égal à /5/ ( $-\frac{1}{ne}$ ), le coefficient de Hall réduit qui est le rapport des coefficients de Hall de la couche et du métal massif, s'écrit sous la forme suivante, dont la validité a été établie dans le cas des modèles Fuchs-Sondheimer /2/ et multidimensionnels de conduction /4/ :

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} = \frac{2}{3} \frac{B}{A^2 + \alpha^2 B^2} \quad (3.31)$$

Un traitement théorique général a montré /10, 52/ que cette relation est valable, en retenant éventuellement toutes les sources de diffusion des électrons (phonons, joints de grains et surfaces externes).

Dans le cas d'un champ magnétique faible ( $\alpha \ll 1$ ), les équations (3.25) et (3.26) se réduisent à /10/ :

$$A \Big|_{\alpha \ll 1} \approx \frac{1}{b_1} \left[ -\frac{1}{2} + \frac{a_1}{b_1} + \left(1 - \left(\frac{a_1}{b_1}\right)^2\right) \ln \left(1 + \frac{b_1}{a_1}\right) \right] \quad (3.32)$$

$$B \Big|_{\alpha \ll 1} \approx \frac{1}{b_1} \left[ -\frac{2}{b_1} + \frac{1}{a_1} + 2 \frac{a_1}{b_1^2} \ln \left(1 + \frac{b_1}{a_1}\right) \right] \quad (3.33)$$

On pose :

$$b = b_1 = \frac{1}{\mu} + \frac{1-C}{\nu} \quad (3.34)$$

$$a = \frac{a_1}{b_1} = \left(1 + \frac{C^2}{\nu}\right) / b_1 \quad (3.35)$$

et les équations (3.32) et (3.33) sont alors :

$$A \Big|_{\alpha \ll 1} \approx \frac{1}{b} \left[ -\frac{1}{2} + a + (1 - a^2) \ln \left(1 + \frac{1}{a}\right) \right] \quad (3.36)$$

et

$$B \Big|_{\alpha \ll 1} \approx \frac{1}{b^2} \left[ \frac{1}{a} - 2 + 2a \ln \left(1 + \frac{1}{a}\right) \right] \quad (3.37)$$

Dans ce cas, le coefficient de Hall réduit est :

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} \approx \frac{2}{3} \frac{B}{A} \quad (3.38)$$

### 3.1.2. - COEFFICIENT DE LA TEMPÉRATURE DE LA RÉSISTIVITÉ (C.T.R.)

---

#### A) - Définition

Le coefficient de température de la résistance de valeur  $R_F$  est par définition :

$$\beta_f = \frac{1}{R_F} \frac{d R_F}{dT} \quad (3.39)$$

où  $R_F$  s'exprime en fonction de la résistivité  $\rho_f$ , de l'épaisseur  $d$ , de la longueur  $L$  et de la largeur  $w$  de la couche mince métallique à l'aide de la relation :

$$R_F = \rho_f \frac{L}{w d} \quad (3.40)$$

Reprenant la remarque initiale de Hall /6/, des nombreux auteurs /27, 28, 29/ ont établi des formules générales dans lesquelles on tient compte des dilatations linéaires de la couche, en épaisseur, en longueur et en largeur et de celles de substrat ; lorsque le coefficient de dilatation linéaire du substrat (support de la couche) est différent de celui de la couche mince, il y a lieu d'introduire des termes supplémentaires afin de prendre en considération les différences de dilatation entre la couche et le substrat qui conduisent à des contraintes mécaniques/30, 6/. Les corrections dues aux dilatations géométriques sont en général inférieures à  $10^{-4} \text{ K}^{-1}$  /6, 7/ et le terme dû aux contraintes thermiques est environ 100 fois plus faible que le terme  $\beta_f$  (pour  $\beta_f > 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ) ; aussi le plus souvent on assimile le coefficient de température de la résistance au coefficient de température de la résistivité, lorsque celui-ci n'a pas de très faibles valeurs :

$$\beta_f = \frac{1}{\rho_f} \frac{d \rho_f}{dT} = \frac{d \ln \rho_f}{dT} \quad (3.41)$$

En supposant que le nombre des électrons par unité de volume est indépendant de la température, dans le domaine de température considéré (autour de la température ambiante), les variations thermiques du libre parcours moyen sont alors très voisines de celles de la conductivité, et le c.t.r. du métal massif s'écrit :

$$\beta_o = -\frac{1}{\sigma_o} \frac{d\sigma_o}{dT} = -\frac{1}{\lambda_o} \frac{d\lambda_o}{dT} \quad (3.42)$$

### B) - Expression générale

L'expression générale de la conductivité est donnée par (Cf. chapitre 2) :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_o} = \frac{3}{2b} G(a) \quad (3.43)$$

avec :

$$G(a) = a - \frac{1}{2} + (1-a^2) \ln \left(1 + \frac{1}{a}\right) \quad (3.44)$$

où :

$$a = \left(1 + \frac{C^2}{v}\right) b^{-1} \quad (3.45)$$

$$b = \frac{1}{\mu} + \frac{1-C}{v} \quad (3.46)$$

Par dérivation logarithmique, l'équation (3.43) donne :

$$\frac{d\sigma_f}{\sigma_f} - \frac{d\sigma_o}{\sigma_o} = -\frac{db}{b} + \frac{dG(a)}{G(a)} \quad (3.47)$$

En utilisant les hypothèses précédentes :

$$\frac{db}{b} = \frac{d\lambda_o}{\lambda_o} \quad (3.48)$$

$$\frac{da}{a} = - \frac{d\lambda_o}{\lambda_o} \left(1 + \frac{C^2}{v}\right)^{-1} \quad (3.49)$$

ce qui donne :

$$\frac{d\sigma_f}{\sigma_f} = \frac{d\sigma_o}{\sigma_o} - \frac{d\lambda_o}{\lambda_o} + \frac{a}{G(a)} \frac{dG(a)}{da} \frac{1}{1 + \frac{C^2}{v}} \left(- \frac{d\lambda_o}{\lambda_o}\right) \quad (3.50)$$

après un simple calcul, on trouve le coefficient de température de la résistivité réduit sous la forme /10/ :

$$\frac{\beta_f}{\beta_o} = \frac{1}{b} \frac{\frac{1}{a} - 2 + 2a \ln\left(1 + \frac{1}{a}\right)}{a - \frac{1}{2} + (1 - a^2) \ln\left(1 + \frac{1}{a}\right)} \quad (3.51)$$

### 3.1.3. - RELATION ENTRE LE COEFFICIENT DE HALL ET LE PRODUIT RÉSISTIVITÉ COEFFICIENT DE TEMPÉRATURE DE LA RÉSISTIVITÉ

De l'équation (3.38) qui donne le coefficient de Hall réduit pour un champ magnétique faible :

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} \approx \frac{2}{3} \frac{B}{A} \quad (3.52)$$

avec :

$$A \Big|_{\alpha \ll 1} \approx \frac{1}{b} \left[ a - \frac{1}{2} + (1-a^2) \ln \left( 1 + \frac{1}{a} \right) \right] \quad (3.53.1)$$

et :

$$B \Big|_{\alpha \ll 1} \approx \frac{1}{b^2} \left[ \frac{1}{a} - 2 + 2a \ln \left( 1 + \frac{1}{a} \right) \right] \quad (3.53.2)$$

et en utilisant les relations (3.43) et (3.51), on déduit que :

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} \Big|_{\alpha \ll 1} \approx \frac{B_f \rho_f}{B_o \rho_o} \quad (3.54)$$

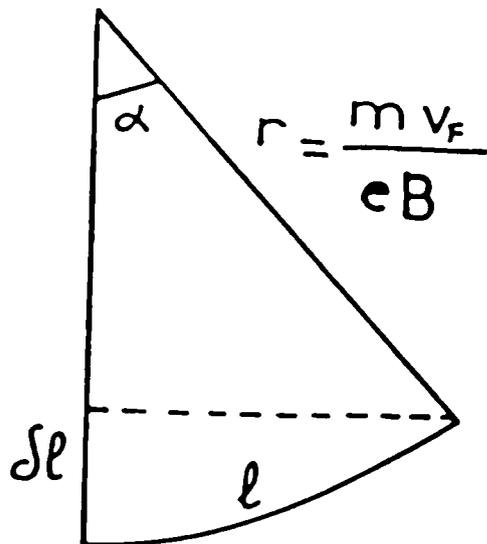
Cette expression est générale quelque soit le type de diffusions des électrons /4/.

## 3.2. - NOUVELLE METHODE SIMPLE DE CALCUL DU COEFFICIENT DE HALL REDUIT POUR UN CHAMP MAGNETIQUE FAIBLE

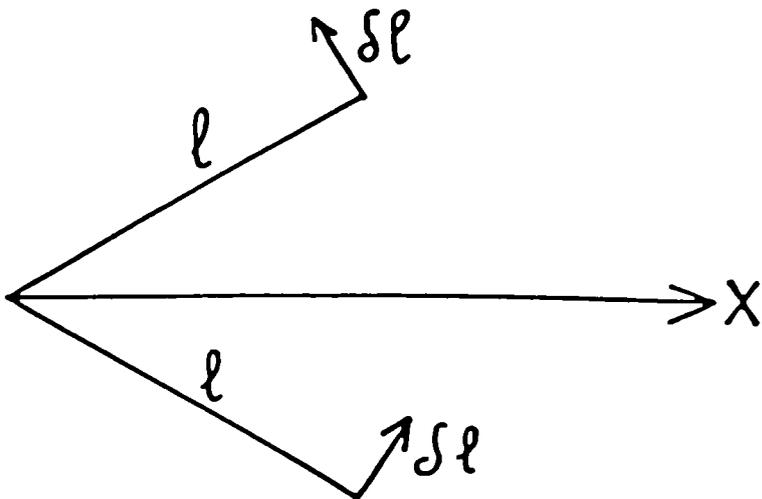
### 3.2.1. - MÉTHODE DE CALCUL

Examinons d'abord les actions simultanées d'un champ électrique longitudinal  $\vec{E}_x$  et d'un champ magnétique transversal  $\mathcal{B}$  (dirigé selon z) sur un échantillon de métal de dimensions infinies.

La trajectoire de chaque électron libre, de longueur l, est modifiée et on admet, au 1er ordre, que la trajectoire modifiée se comporte de deux parties rectilignes, l'une suivant Ox de longueur  $l - \delta l^2/2l$  et l'autre suivant Oy de longueur  $\delta l$  (figure 5).



$$\begin{aligned} \delta l &= r \frac{\alpha^2}{2} \\ l &= r \alpha \end{aligned} \Rightarrow \delta l = \frac{l^2}{2r}$$



$$\overline{\delta l} = 2 \times \frac{\overline{l^2}}{2r} = \frac{\lambda_0^2}{r}$$

Figure 5

Sous l'action de  $\vec{B}$  seul la trajectoire de l'électron libre est circulaire, de rayon  $r$ , ou rayon de Larmor, donné par :

$$r = \frac{m v}{e B} \quad (3.55)$$

La figure 5 montre qu'une expression approchée de  $\delta l$  est :

$$\delta l \approx r \frac{\alpha^2}{2} \quad (3.56)$$

avec :

$$\alpha = \frac{1}{r} \quad (3.57)$$

D'où :

$$\delta l = l^2 / (2r) \quad (3.58)$$

En admettant que la longueur  $x$  de la trajectoire électronique est distribuée suivant une loi exponentielle sous l'effet de la diffusion par les phonons, la probabilité que  $x$  prenne une valeur donnée  $l$  est exprimée par :

$$P(x=l) = \lambda_0^{-1} \exp(-l/\lambda_0) \quad (3.59)$$

et la valeur moyenne de la longueur de la trajectoire électronique est :

$$\bar{x} = \lambda_0 \quad (3.60)$$

Sous l'action conjuguée du champ électrique longitudinal et du champ magnétique transversal, les valeurs moyennes des deux composantes de la trajectoire électronique,  $l_1$  et  $l_2$ , peuvent être calculées à partir de cette distribution exponentielle :

$$l_1 = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{\delta l^2}{2l}\right) \lambda_0^{-1} \exp(-l \lambda_0^{-1}) dl \quad (3.61)$$

et :

$$l_2 = \int_0^{\infty} \delta l \lambda_0^{-1} \exp(-l \lambda_0^{-1}) dl \quad (3.62)$$

D'après (3.58), on écrit :

$$l_1 = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{l^3}{8r^2}\right) \lambda_0^{-1} \exp(-l \lambda_0^{-1}) dl \quad (3.63)$$

et :

$$l_2 = \int_0^{\infty} \frac{l^2}{2r \lambda_0} \exp(-l \lambda_0^{-1}) dl \quad (3.64)$$

On en déduit :

$$l_1 \approx \lambda_0 \quad (3.65)$$

et :

$$l_2 \approx \frac{\lambda_0^2}{r} \quad (3.66)$$

On peut en conclure que la circulation d'un courant dans l'échantillon massif de métal, dans une direction quelconque du plan  $xoy$  donne lieu, en présence des champs  $E_x$  et  $B$  à la circulation d'un courant supplémentaire dans une direction perpendiculaire à la direction du courant principal, avec une valeur proportionnelle à  $l_2$ . Ainsi une conductivité  $\sigma_x$  dans la direction  $Ox$  détermine une conductivité  $\sigma_y$  dans la direction  $Oy$ , exprimée par :

$$\sigma_y = \sigma_x \frac{l_2}{l_1} \quad (3.67)$$

puisque la conductivité est usuellement proportionnelle au libre parcours moyen.

Quand plusieurs sources de diffusion électronique agissent, on admet en général l'indépendance des différents phénomènes /4/ de diffusions et on additionne des inverses des libres parcours moyens partiels pour obtenir l'inverse du libre parcours moyen résultant (Cf. chapitre 2).

Comme les effets de diffusions par les surfaces externes et les joints de grains sont calculés à partir des trajectoires rectilignes d'électrons et que l'effet simultané de  $E_x$  et  $\mathcal{B}$  dans un échantillon parallélépipédique de dimensions finies conduit à des lignes de courant parallèles à  $E_x$ , les libres parcours moyens correspondants ne sont pas affectés par la présence de  $\mathcal{B}$ .

En conséquence, l'action de  $E_x$  et  $\mathcal{B}$  fait naître dans la direction Oy un courant dont la densité est  $\sigma_{fy} E_x$ , exprimée par :

$$\sigma_{fy} E_x = \frac{\partial \sigma_f}{\partial \lambda_0} l_2 E_x \quad (3.68)$$

où  $\sigma_f$  est la conductivité longitudinale de la couche métallique.

Le champ de Hall,  $E_y$ , induit dans la direction Ox un courant dont la densité :

$$\sigma_{fx} E_y = - \frac{\partial \sigma_f}{\partial \lambda_0} l_2 E_y \quad (3.69)$$

Les composantes de la densité de courant dans une couche sont donc :

$$J_x = \sigma_f E_x - \frac{\partial \sigma_f}{\partial \lambda_0} l_2 E_y \quad (3.70)$$

$$J_y = \frac{\partial \sigma_f}{\partial \lambda_0} l_2 E_x + \sigma_f E_y \quad (3.71)$$

Pour  $J_y = 0$  les équations (3.70) et (3.71) donnent :

$$R_{Hf} = - \frac{\partial \sigma_f}{\partial \lambda_0} \frac{l_2}{\mathcal{B}} \frac{1}{\sigma_f} \frac{1}{1 + \left( \frac{\partial \sigma_f}{\sigma_f \partial \lambda_0} l_2 \right)^2} \quad (3.72)$$

avec :

$$l_2 = \frac{\lambda_0}{r} = \frac{\lambda_0^2 e \mathcal{B}}{m v_F} \quad (3.73)$$

qui est obtenu des équations (3.55) et (3.66).

Dans le cas d'un champ magnétique faible, l'équation (3.72) se réduit à :

$$R_{Hf} \sim \frac{e \lambda_0^2}{m v} \frac{\partial \rho_f}{\partial \lambda_0} \quad (3.74)$$

où  $\rho_f$  est la résistivité électrique.

Dans le cas du métal massif, la résistivité  $\rho_0$  est /2/ :

$$\rho_o = m (n e^2 \tau_o)^{-1} \quad (3.75)$$

et l'équation (3.74) s'écrit :

$$R_{Hf} = R_{Ho} = - \frac{1}{n e} \quad (3.76)$$

Le coefficient de Hall réduit est exprimé par :

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} = - \frac{n e^2 \lambda_o^2}{m v} \frac{\partial \rho_f}{\partial \lambda_o} \quad (3.77)$$

Les équations (3.74) et (3.77) sont valables dans le cas d'un champ magnétique faible.

Une forme équivalente de l'équation (3.74) est donnée par :

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} = - \frac{\lambda_o}{\rho_o} \frac{\partial \rho_f}{\partial \lambda_o} \quad (3.78)$$

### 3.2.2. - COMPARAISON AVEC DES RÉSULTATS ANTÉRIEURS

---

L'expression du coefficient de Hall réduit pour un champ magnétique faible est donnée par (paragraphe 3.1., équation (3.52)) :

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} \approx \frac{2}{3} \frac{B}{A^2} \quad (3.79)$$

avec :

$$A \approx \frac{1}{b} \left[ -\frac{1}{2} + a + (1-a^2) \ln \left( 1 + \frac{1}{a} \right) \right] \quad (3.80)$$

$$B \approx \frac{1}{b^2} \left[ \frac{1}{a} - 2 + 2a \ln \left( 1 + \frac{1}{a} \right) \right] \quad (3.81)$$

a et b ont été définis précédemment (eq. (3.45) et (3.46)).

Les expressions générales des densités de courant suivant x et y sont (éq. (3.22) et (3.23)) :

$$J_x = \frac{3}{2} \sigma_o (A E_x - \alpha B E_y) \quad (3.82)$$

$$J_y = \frac{3}{2} \sigma_o (\alpha B E_y + A E_x) \quad (3.83)$$

avec :

$$\alpha = \frac{\lambda_o}{r} \quad (3.84)$$

Un calcul antérieur (Pichard et al, 1981.d/ a montré la validité de la formule suivante :

$$(ab)^2 B = (ab) A - a \frac{\partial (ab A)}{\partial a} \quad (3.85)$$

donc, on peut facilement à partir des équations (3.80), (3.81), (3.45) et (3.46) déduire que :

$$\sigma_o B = \lambda_o \frac{\partial (\sigma_o A)}{\partial \lambda_o} \quad (3.86)$$

vérifie que :

$$\alpha \lambda_0 = \lambda_0^2 r^{-1} \quad (3.87)$$

d'où

$$\alpha \lambda_0 = \delta \lambda_0 \quad (3.88)$$

qui est en bon accord avec l'équation (3.73).

Au paragraphe précédent, on a montré que :

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} \approx \frac{\beta_f \rho_f}{\beta_o \rho_o} \quad (3.89)$$

où  $\beta$  est le coefficient de température de la résistivité définie par :

$$\beta = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT} \quad (3.90)$$

L'équation (3.74) peut être écrite sous la forme :

$$R_{Hf} \approx \frac{e \lambda_0^2}{m v} \beta_f \rho_f \left( \frac{\partial \lambda_0}{\partial T} \right)^{-1} \quad (3.91)$$

En gardant les hypothèses précédentes (paragraphe 3.1.2.),  $\beta_o$  s'écrit :

$$\beta_o = - \frac{1}{\lambda_0} \frac{\partial \lambda_0}{\partial T} \quad (3.92)$$

et l'équation (3.91) se met sous la forme :

$$R_{Hf} \approx - \frac{e \tau_o}{m \beta_o} \beta_f \rho_f \quad (3.93)$$

En introduisant :

$$\rho_o^{-1} = \frac{n e^2 \tau_o}{m} \quad (3.94)$$

l'équation (3.93) conduit à :

$$R_{Hf} \approx - \frac{1}{ne} \frac{\beta_f \rho_f}{\beta_o \rho_o} \quad (3.95)$$

On remarque que l'équation (3.95) est identique à l'équation (3.89) puisque  $R_{Ho} = - \frac{1}{ne}$

En conclusion, un simple calcul (eq. (3.70) et (3.71)) qui tient compte des distorsions géométriques des trajectoires des électrons en milieu indéfini conduit à une expression générale du coefficient de Hall (eq. (3.77)) qui est en bon accord avec les études antérieures.

Elle a une validité générale pour les matériaux homogènes.

### 3.3. - COEFFICIENT DE HALL ET RESISTIVITE ELECTRIQUE A CHAMP

#### ELEVE

#### 3.3.1. - EXPRESSION DU COEFFICIENT DE HALL ET DE LA RESISTIVITE ELECTRIQUE

Le coefficient de Hall réduit est exprimé par (eq. (3.31)) :

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} = \frac{2}{3} \frac{B}{A^2 + \alpha^2 B} \quad (3.96)$$

Notons que la résistivité électrique d'une couche mince, placée dans un champ magnétique transversal et un champ électrique longitudinal, est donnée par :

$$(\rho_{Hf})^{-1} = \frac{J_x}{E_x} \Big|_{J_y=0} \quad (3.97)$$

En utilisant les équations (3.82) et (3.83), on obtient l'expression de  $\rho_{Hf}^{-1}$  :

$$(\rho_{Hf})^{-1} = \frac{3}{2} \sigma_o \frac{A^2 + \alpha^2 B^2}{A} \quad (3.98)$$

d'où

$$\frac{\rho_{Hf}}{\rho_o} = \frac{2}{3} \frac{A}{A^2 + \alpha^2 B^2} \quad (3.99)$$

avec :

$$A = \frac{1}{b} \left[ -\frac{1}{2} + \frac{a_1}{b} + \frac{\alpha^2 + b^2 - a_1^2}{2b^2} \ln \left( 1 + \frac{b^2 + 2ba_1}{\alpha^2 + a_1^2} \right) - \frac{2\alpha a_1}{b^2} \operatorname{arctg} \frac{b\alpha}{\alpha^2 + a_1(a_1 + b)} \right] \quad (3.100)$$

$$B = \frac{1}{b} \left[ -\frac{1}{b} + \frac{a_1}{b^2} \ln \left( 1 + \frac{b^2 + 2ba_1}{\alpha^2 + a_1^2} \right) + \frac{b^2 + \alpha^2 - a_1^2}{\alpha b^2} \operatorname{arctg} \left( \frac{b\alpha}{\alpha^2 + a_1(a_1 + b)} \right) \right] \quad (3.101)$$

équations données au paragraphe (3.1) et où :

$$a_1 = 1 + C^2 v^{-1} \quad (3.102)$$

Pour les couches polycristallines :

$$b = b_3 = \mu^{-1} + (1-C) v^{-1} \quad (3.103)$$

Pour les couches monocristallines :

$$b = b_2 = \mu^{-1} - C v^{-1} \quad (3.104)$$

Dans le cas d'un champ magnétique élevé :

$$\alpha^{-1} \ll 1 \quad (3.105)$$

En développant /8/  $\ln \left( 1 + \frac{b^2 + 2\alpha a_1}{\alpha^2 + a_1^2} \right)$  et

$\arctg \left( \frac{b}{\alpha^2 + a_1(a_1+b)} \right)$  des expressions approchées de A et B sont

obtenues :

$$A \approx \left( \frac{2}{3} a_1 + \frac{b}{4} \right) \frac{1}{\alpha^2} - \left( \frac{2}{3} a_1^3 + \frac{3}{4} a_1^2 b + \frac{2}{5} a_1 b^2 + \frac{1}{12} b^3 \right) \frac{1}{\alpha^4}, \quad \alpha^{-1} \ll 1 \quad (3.106)$$

$$B \approx \frac{2}{3} b \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{b} \left( -\frac{1}{2} a_1 b^2 - \frac{2}{3} a_1^2 b - \frac{2}{15} b^3 \right) \frac{1}{\alpha^4}, \quad \alpha \ll 1 \quad (3.107)$$

En introduisant ces approximations dans les équations (3.96) et (3.99) et en négligeant les termes dont l'exposant de  $\alpha$  est supérieur

à 2, on obtient les relations approchées suivantes :

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} \approx 1 + \frac{19}{320} \frac{b^2}{\alpha^2}, \quad \alpha^{-1} \ll 1 \quad (3.108)$$

et :

$$\frac{\rho_{Hf}}{\rho_o} \approx a_1 + \frac{3}{8} b + \frac{1}{\alpha^2} \left[ -\frac{19}{320} a_1 b^2 - \frac{71}{2560} b^3 \right], \quad \alpha^{-1} \ll 1 \quad (3.109)$$

### 3.3.2. - COMPARAISON AVEC LES RÉSULTATS ANTÉRIEURS

---

En l'absence de joints de grains ( $\nu \gg 1$ )  $a_1$  et  $b$  prennent les formes suivantes :

$$a_1 = 1 \quad (3.110.1)$$

$$b = \frac{1}{\nu} \quad (3.110.2)$$

et les équations (3.108) et (3.109) deviennent :

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} \approx 1 + \frac{19}{320} \frac{1}{\nu^2} \quad (3.111)$$

$$\frac{\rho_{Hf}}{\rho_o} \approx 1 + \frac{3}{8\nu} - \frac{1}{\alpha^2} \left[ \frac{19}{320} \frac{1}{\nu^2} + \frac{71}{2560} \frac{1}{\nu^3} \right] \quad (3.112)$$

Les équations (3.111) et (3.112) ont été proposées antérieurement /8, eq. 11 et 12/.

Les études antérieures ont montré la validité de la relation :

$$\frac{\rho_{Hf}}{\rho_o} \approx 1 + \frac{3}{8\mu} \quad (3.113)$$

pour  $\mu > 0,1$ .

Et il est clair que l'écart de valeur du coefficient de Hall réduit par rapport à 1 est faible pour les valeurs de  $\mu > 0,04$ . Ces résultats montrent que l'effet Fuchs-Sondheimer est beaucoup plus faible pour le coefficient de Hall que pour la conductivité électrique. On va s'intéresser dans ce qui suit aux effets des joints de grains.

On peut remarquer que les équations (3.111) et (3.112) prennent des formes similaires, aux équations obtenues pour un champ magnétique faible /9/ :

$$\frac{\rho_{Hf}}{\rho_{Ho}} \approx 1 + \frac{1}{\mu} \frac{19}{320} (1 - \alpha^2) \quad , \quad \alpha \ll 1 \quad , \quad \mu \gg 1 \quad (3.114)$$

$$\frac{\sigma_{Hf}}{\sigma_o} \approx 1 - \frac{3}{8\mu} + \frac{1}{\mu} \left[ \frac{1}{5} - \frac{19}{320} \alpha^2 \right] \quad , \quad \alpha \ll 1 \quad , \quad \mu \gg 1 \quad (3.115)$$

### 3.3.3. - EFFETS DE JOINTS DE GRAINS

-----

Les effets de joints de grains sont généralement plus marqués dans les couches polycristallines que dans les couches monocristallines /10/, on se limite au cas des couches polycristallines.

Dans le cas d'une couche polycristalline infiniment épaisse, l'équation (3.103) devient :

$$b = (1 - c) v^{-1} \quad (3.116)$$

les valeurs numériques exactes (eq. (3.96) et (3.99)) et approchées (eq. (3.111) et (3.112)) de la conductivité électrique réduite,

$\frac{\sigma_{Hf}}{\sigma_0} = \left( \frac{\rho_{Hf}}{\rho_0} \right)^{-1}$ , et du coefficient de Hall réduit  $\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}}$  sont données dans le tableau 7. On voit que les expressions approchées du coefficient de Hall (eq. 3.111) et de la conductivité électrique réduite (déduite de l'équation (3.113)) donnent des valeurs acceptables dans un large domaine de valeur de diamètre de grain et du champ magnétique ( $\alpha \ll \beta$ ). On note que l'effet du champ magnétique est peu marqué sur la conductivité : à l'aide d'un microcalculateur, les valeurs exactes de la conductivité réduite dans un large domaine de  $\alpha$  (tableau 8) et les valeurs approximatives sont calculées (tableau 9).

On remarque que l'effet du champ magnétique est négligeable et que l'équation approximative est valable pour tout  $\alpha$ .

TABLÉAU 7

$\alpha$	$\nu = 0.01$		$\nu = 0.05$		$\nu = 0.1$	
	$\sigma_{HF} / \sigma_o$	$R_{HF} / R_{Ho}$	$\sigma_{HF} / \sigma_o$	$R_{HF} / R_{Ho}$	$\sigma_{HF} / \sigma_o$	$R_{HF} / R_{Ho}$
1	0.00655428	1.00196903	0.0319326	1.001871178	0.06188508	1.00174708
5	0.00655427	1.00197080	0.03193112	1.0018235	0.06187587	1.00159634
10	0.00655423	1.0019641	0.03192701	1.00169167	0.06185520	1.00125553
50	0.00655403	1.00177428	0.03189015	1.00051351	0.06178875	1.00016093
100	0.00655037	1.00136297	0.03187922	1.00016168	0.06178088	1.00004251
500	0.00654268	1.00016218	0.03187147	1.00000805	0.06185659	0.99996951
1 000	0.00654193	1.0000418	0.03172887	0.99991154	0.06405793	1.00008415
2 000	0.00654086	1.00000356				
Valeurs Approchées	0.0654162	1	0.03187405	1	0.06177896	1

Valeurs Exactes

TABLEAU 8 :  $\frac{\sigma_{HF}}{\sigma_0}$

$\nu$ \ $\alpha$	0.1	0.5	1	5
0.01	0.00655428	0.00655428	0.00655428	0.00655427
0.05	0.03193263	0.03193261	0.03193260	0.03193112
0.1	0.0618855	0.06188540	0.06188508	0.06187587
0.5	0.24796063	0.24795654	0.24794453	0.24779340
1	0.39731492	0.39730429	0.3972764	0.39709055
5	0.76710595	0.76710492	0.76707824	0.76712760
10	0.86816484	0.86822626	0.86819217	0.86745854
50	0.97215459	0.97598111	0.97146027	1.00173687

TABLEAU 9

$\nu$	0.01	0.05	0.1	0.5
$\sigma_{HF}/\sigma_0$	0.00654162	0.03187405	0.06177896	0.24768733
$\nu$	1	5	10	50
$\sigma_{HF}/\sigma_0$	0.3970343	0.76702715	0.86815548	0.97052187

### 3.4. - EFFET HALL DANS DES COUCHES MINCES DE NICKEL

---

Des récents travaux scientifiques /11/ ont examiné les propriétés de transport de couches minces de nickel, déposées à basse température (71 K) par évaporation sous ultra-vide, et recuites à une température inférieure à 300 K.

Des études théoriques postérieures /12, 13/, dont seules les premières étaient disponibles à cette époque /14/, permettent d'examiner avec plus de précision, les interprétations expérimentales relatives aux variations de la résistivité  $\rho_f$ , du coefficient de température  $\beta_f$ , de la résistivité et du coefficient de Hall  $R_{Hf}$  avec l'épaisseur  $d$  de la couche mince.

Rappelons d'abord quelques résultats :

#### 3.4.1. - RAPPEL DE RÉSULTATS

---

A) - Variations linéaires de  $\rho_f$  et  $\beta_f^{-1}$  avec l'épaisseur  $d$

Que la couche mince ait une structure polycristalline ou monocristalline, et quel que soit le modèle de conduction utilisé pour tenir compte de joints de grains /15, 16/, on peut écrire /10, 12, 17/ :

$$d\rho_f = d\rho_\infty + H(d, D_g, p, t) \quad , \quad d\lambda_o^{-1} > 0,1 \quad (3.117)$$

$$d\beta_f^{-1} = d\beta_\infty^{-1} + H(d, D_g, p, t) \quad (3.118)$$

où  $\rho_\infty$  et  $\beta_\infty$  sont la résistivité et le coefficient de température de la couche infiniment épaisse et  $H$  une fonction analytique qui peut dépendre, au plus, de l'épaisseur de la couche, du diamètre moyen de grain  $D_g$  (avec  $D_{gx} = D_{gy} = D_{gz} = D_g$  et  $D_g < d$  dans la structure polycristalline et  $D_{gx} = D_{gy} = D_g$  et  $D_g > d$  dans la structure monocristalline), du coefficient  $p$  de réflexion spéculaire des électrons sur les surfaces externes de la couche (Cf. Chapitre 2) et du coefficient  $t$  de transmission statistique du joint de grain (Cf. Chapitre 2), ou tout paramètre équivalent, tel le coefficient de réflexion du modèle Mayadas-Shatzkes /15/.

Enfin, si les variations de la résistivité et du coefficient de température s'interprètent aussi bien /10/ dans le modèle Mayadas-Shatzkes /15/ que dans le modèle tridimensionnel, les expressions théoriques du coefficient de Hall ne peuvent être obtenues que dans le dernier modèle en raison du caractère unidimensionnel de la mise en équation du modèle Mayadas-Shatzkes /4, 15, 31/. Si le tracé des courbes  $(d\rho_f, d)$  et  $(d\beta_f^{-1}, d)$  donne une loi linéaire, la couche est homogène et on peut définir  $\rho_\infty$  et  $\beta_\infty$ , résistivité et coefficient de température de la couche infiniment épaisse. Deux cas se présentent; ou  $\rho_\infty$  et  $\beta_\infty$  s'écartent peu des valeurs  $\rho_o$  et  $\beta_o$  du métal massif et la couche a très certainement une structure monocristalline, ou  $\rho_\infty$  et  $\beta_\infty$  sont, en fait, les paramètres  $\rho_g$  et  $\beta_g$  d'une couche polycristalline infiniment épaisse.

Dans le cas des couches monocristallines, on peut écrire /17/ :

$$H(d, D_g, p, t) = C_1 \frac{\lambda_o \rho_o \ln(1/t)}{D_g} d + C_2 \lambda_o \rho_o \ln(1/p) \quad (3.119)$$

avec :

$$C_1 = 1,144 \quad ; \quad C_2 = 0,36 \quad ; \quad D_g > d$$

Dans le cas d'une couche polycristalline et pour des grains de grand diamètre /14/ :

$$H(d, D_g, p, t) \approx C_3 \lambda_0 \ln(1/p) \quad (3.120.1)$$

avec :

$$C_3 = \frac{3}{8} \rho_0 \quad (3.120.2)$$

Dans le modèle Mayadas-Shatzkes /15/ , la fonction H s'écrit :

$$H = \frac{3}{8} (1-p) \rho_0 \lambda_0 \quad (3.121)$$

Les valeurs de  $\frac{\rho_g}{p}$  et  $\frac{\beta_g}{\beta_0}$  permettent de calculer t, connaissant  $\lambda_0$ . En toute hypothèse, pour  $\lambda_0$  donné, on détermine p et t.

### B) - Expression du coefficient de Hall

On peut écrire le coefficient de Hall réduit (éq. 3.55) :

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} = \frac{\beta_f \rho_f}{\beta_0 \rho_0} \quad (3.122)$$

ou bien :

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} \approx \frac{2}{3} \left[ a^{-1} - 2 + 2a \ln(1+a^{-1}) \right] \left[ a - \frac{1}{2} + (1-a^2) \ln(1+a^{-1}) \right]^{-2} \quad (3.123)$$

avec :

$$a = \left( 1 + \frac{c^2}{v} \right) \left( \frac{1}{\mu} + \frac{1-c}{v} \right)^{-1} \quad (3.124)$$

$$v = D_g \lambda_o^{-1} \left( \ln \frac{1}{t} \right)^{-1} \quad (3.125)$$

$$\mu = d \lambda_o^{-1} \left( \ln \frac{1}{p} \right)^{-1} \quad (3.126)$$

### 3.4.2. - COMPARAISON AVEC L'EXPÉRIENCE

-----

#### A) - Correlation entre $R_{Hf}$ et le produit $\beta_f \rho_f$

Elle est effectivement observée (figure 6), la valeur du produit  $\beta_f \rho_f$  à forte épaisseur est compatible avec l'équation :

$$\beta_f \rho_f = \beta_o \rho_o \quad (3.127)$$

On obtient en effet :

$$\beta_f \rho_f \Big|_{d \rightarrow \infty} = 40 \cdot 10^{-11} \Omega \text{ m K}^{-1} \quad (3.128)$$

alors que le calcul donne pour  $\beta_o \rho_o$  // la valeur :

$$\beta_o \rho_o = 46,9 \cdot 10^{-11} \Omega \text{ m K}^{-1} \quad (3.129)$$

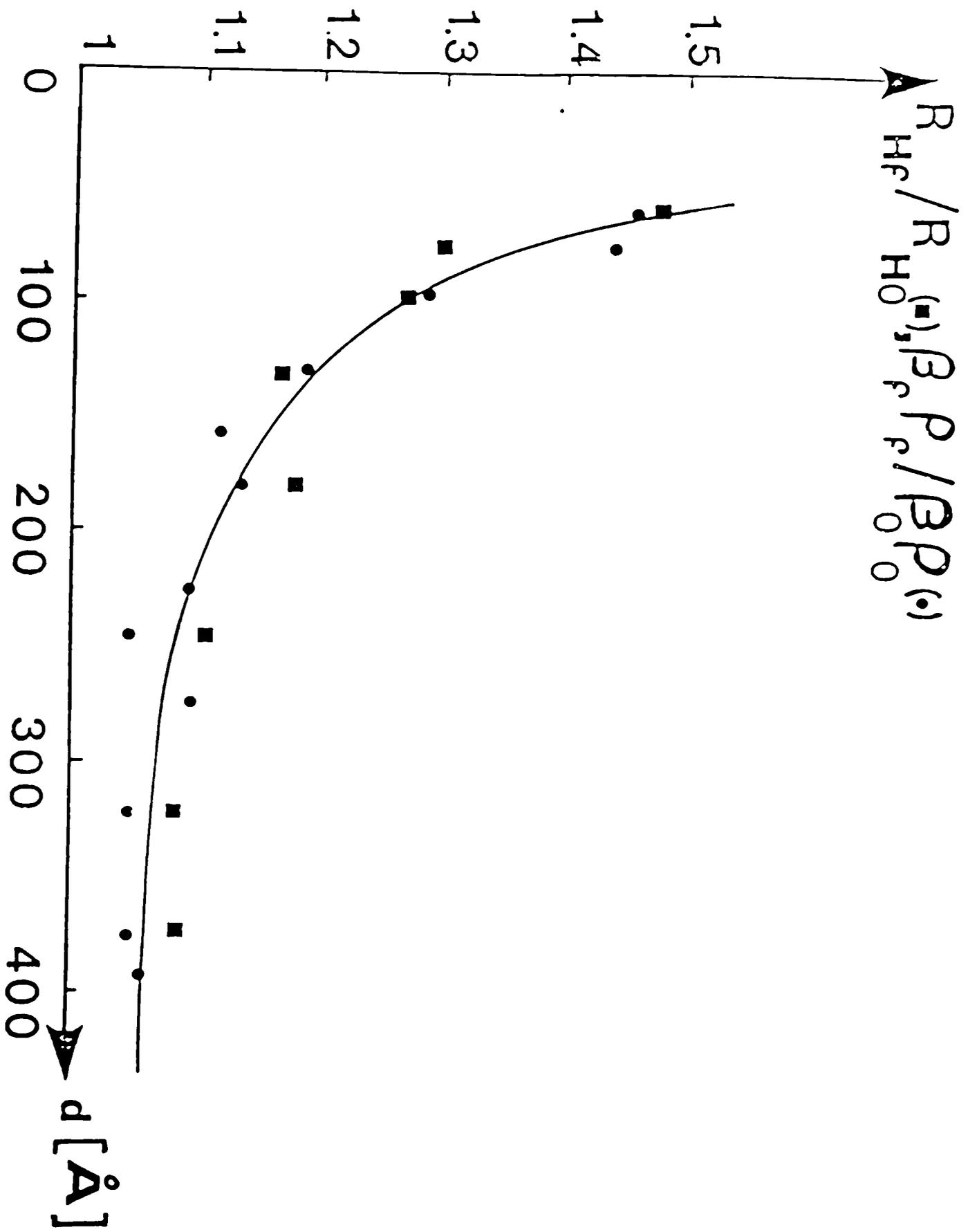


Figure 6

de plus :

$$R_{Hf} \Big|_{d \rightarrow \infty} = 0,63 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1} \quad (3.130)$$

ce qui diffère peu de la valeur moyenne des  $R_{Ho}$  connus (de  $0,55 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$  à  $0,66 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$  /11/).

Remarquons que la variation marquée de  $R_{Hf}$  avec l'épaisseur réduite (même au voisinage de 1) laisse prévoir un coefficient  $p$  faible et une structure polycristalline.

#### B) - Détermination du $\rho_{\infty}$ , $\beta_{\infty}$ , $p$ et $t$

Les courbes  $(d\rho_f, d)$  et  $(d\beta_f^{-1}, d)$  (figures 7 et 8) sont des droites dont les pentes conduisent à :

$$\rho_{\infty} = 9,5 \cdot 10^{-8} \text{ } \Omega \text{ m} \quad (3.131)$$

$$\beta_{\infty} = 3,68 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \quad (3.132)$$

Il s'agit donc des couches polycristallines à grains de dimensions constantes et par conséquent  $\rho_{\infty} = \rho_g$  et  $\beta_{\infty} = \beta_g$ .

La pente des courbes  $(\rho_f, d^{-1})$  et  $(\beta_f^{-1}, d^{-1})$  permet de calculer  $p$ , en adoptant  $\lambda_0 = 100 \text{ } \text{Å}$  /7/. On obtient  $p = 1,6 \times 10^{-4}$  et  $p = 1,5 \times 10^{-3}$ .

Comme tous les auteurs /11, 18, 21, 22/ ne s'accordent pas pour attribuer la valeur de  $100 \text{ } \text{Å}$  à  $\lambda_0$ , nous avons tracé la courbe  $p(\lambda_0)$  entre  $90$  et  $150 \text{ } \text{Å}$  (figure 9).

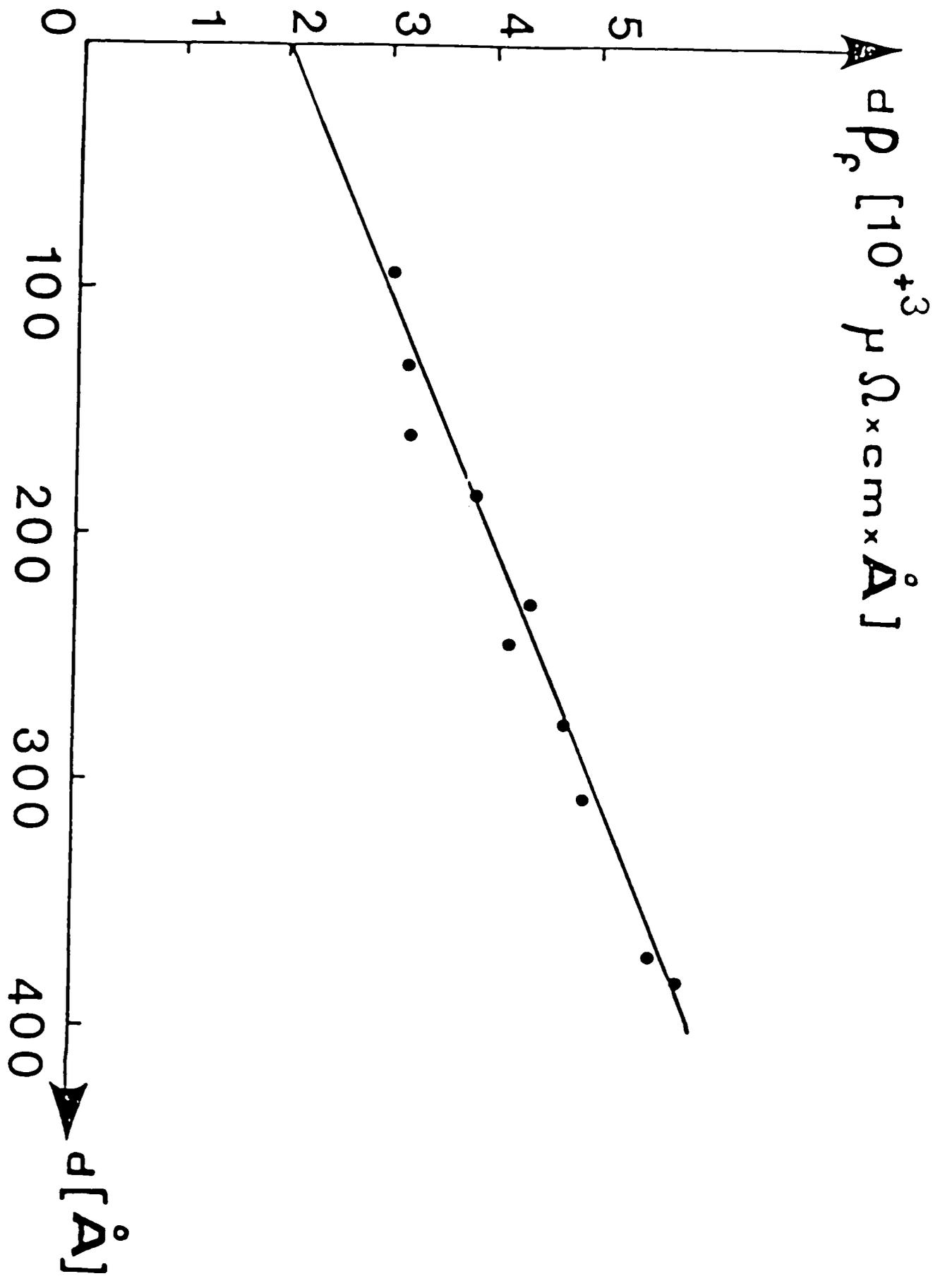


Figure 7

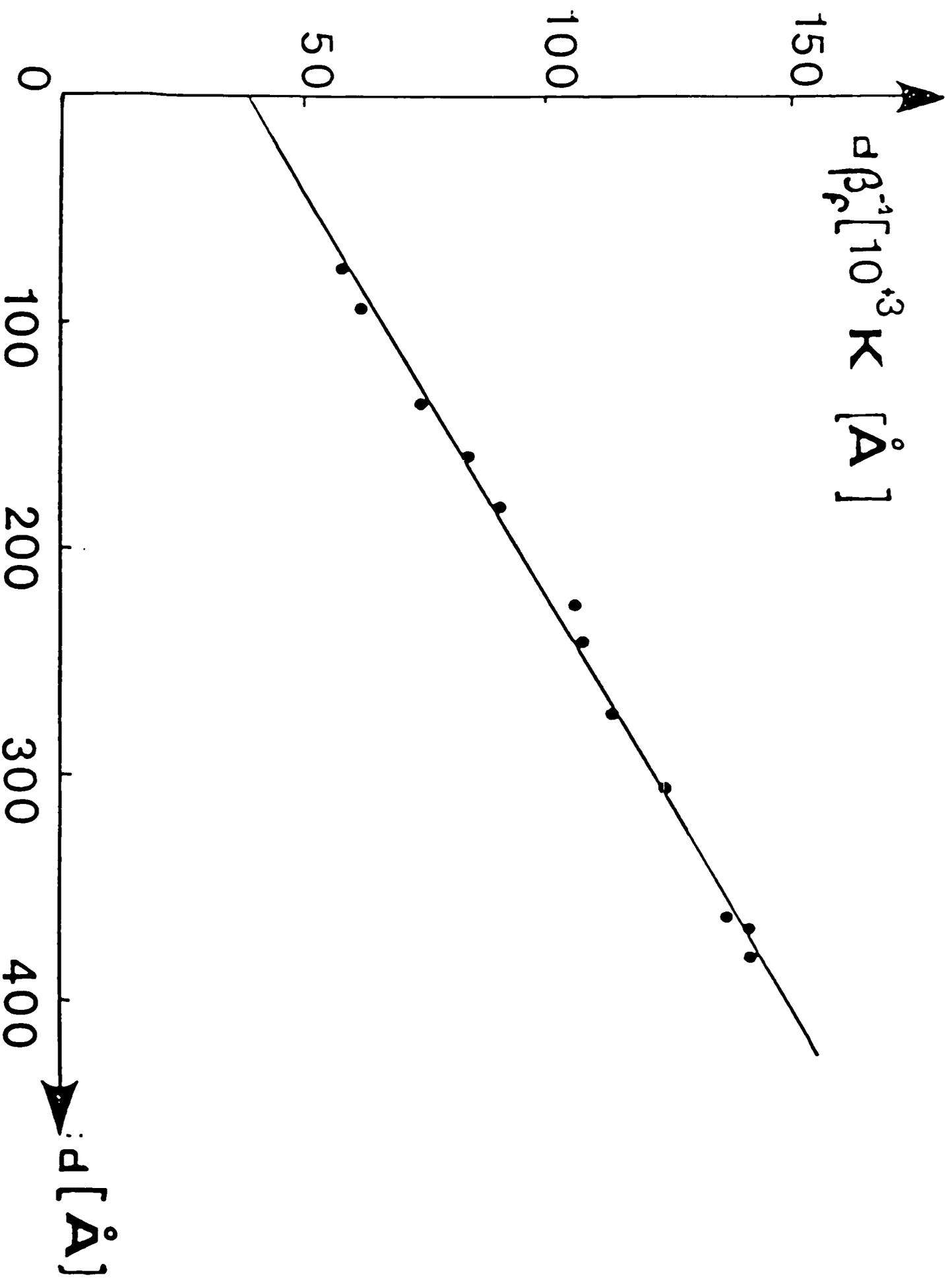


Figure 8

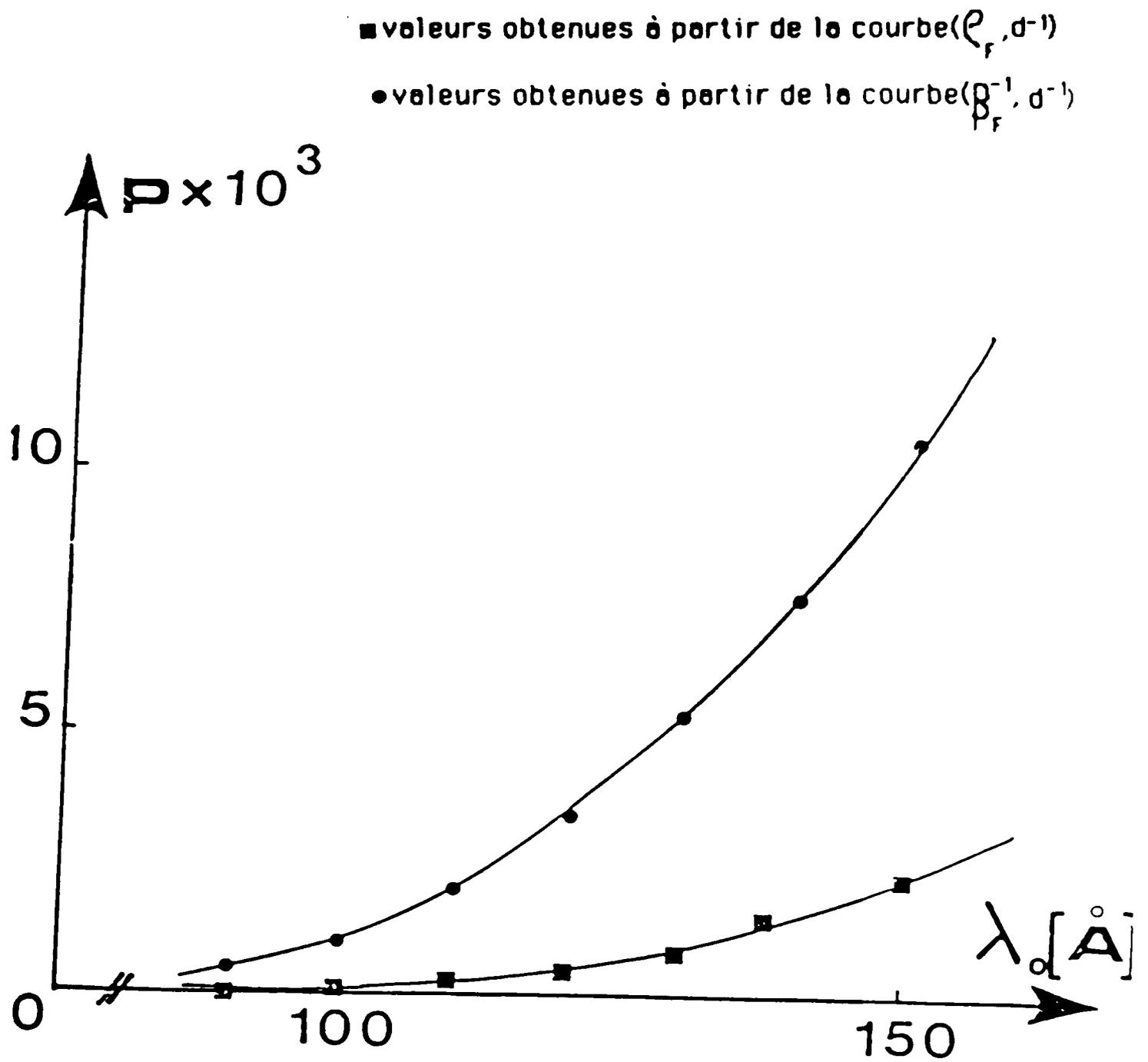


Figure 9

L'écart entre les valeurs obtenues est important en raison du fait que  $p$  est calculé à partir de  $\ln\left(\frac{1}{p}\right)$  ; on peut simplement en conclure que  $p$  est très faible.

A partir de  $\rho_{\infty}$  et  $\beta_{\infty}$  on calcule donc les valeurs de  $v$  et pour  $D_g = 50 \text{ \AA}$  et  $\lambda_0 = 100 \text{ \AA}$ , on obtient  $t = 0,86$  et  $t = 0,74$ , dans l'hypothèse de structure polycristalline,  $t = 0,83$  et  $t = 0,68$  dans l'hypothèse d'une structure en colonne. Les variations de  $t$  avec  $\lambda_0$  sont peu importantes (figure 10.a et b) quelle que soit la structure considérée.

### 3.4.3. - DISCUSSION

En retenant pour  $v$  les valeurs expérimentales (sans hypothèse relative à  $\lambda_0$ ) et en prenant  $p$  comme paramètre, on calcule les valeurs de l'équation simplifiée (eq. (3.123)) et on obtient des courbes dont l'une est en bon accord avec l'expérience (figure 11.a). Elle correspond à  $p = 1,5 \times 10^{-3}$ , dans l'hypothèse de structure polycristalline. Pour  $p = 1,1 \times 10^{-3}$ , un accord convenable est obtenu dans l'hypothèse de structure en colonne (figure 11.b).

Comme on peut établir une relation /31/ entre le coefficient  $t$  de transmission du joint de grain typique et le coefficient de réflexion  $R$ , du modèle de conduction Mayadas-Shatzkes /15/, les résultats, ci-dessus, peuvent être comparés à ceux initialement obtenus par l'expérimentateur initiateur de ces travaux, qui obtient  $R = 0,57$  et  $p = 0,5$  /11, p. 68/ ; l'écart est important pour  $p$  mais on peut noter que l'auteur a utilisé /11, p 53-54, éq. 1-28/ des équations linéarisées proposées par Mola et Héras /23/ afin de représenter les variations de la résistivité et du coefficient de température d'une couche monocristalline ; l'auteur /11/ a estimé que les valeurs obtenues pour la résistivité d'une couche infiniment épaisse

## Structure polycristalline

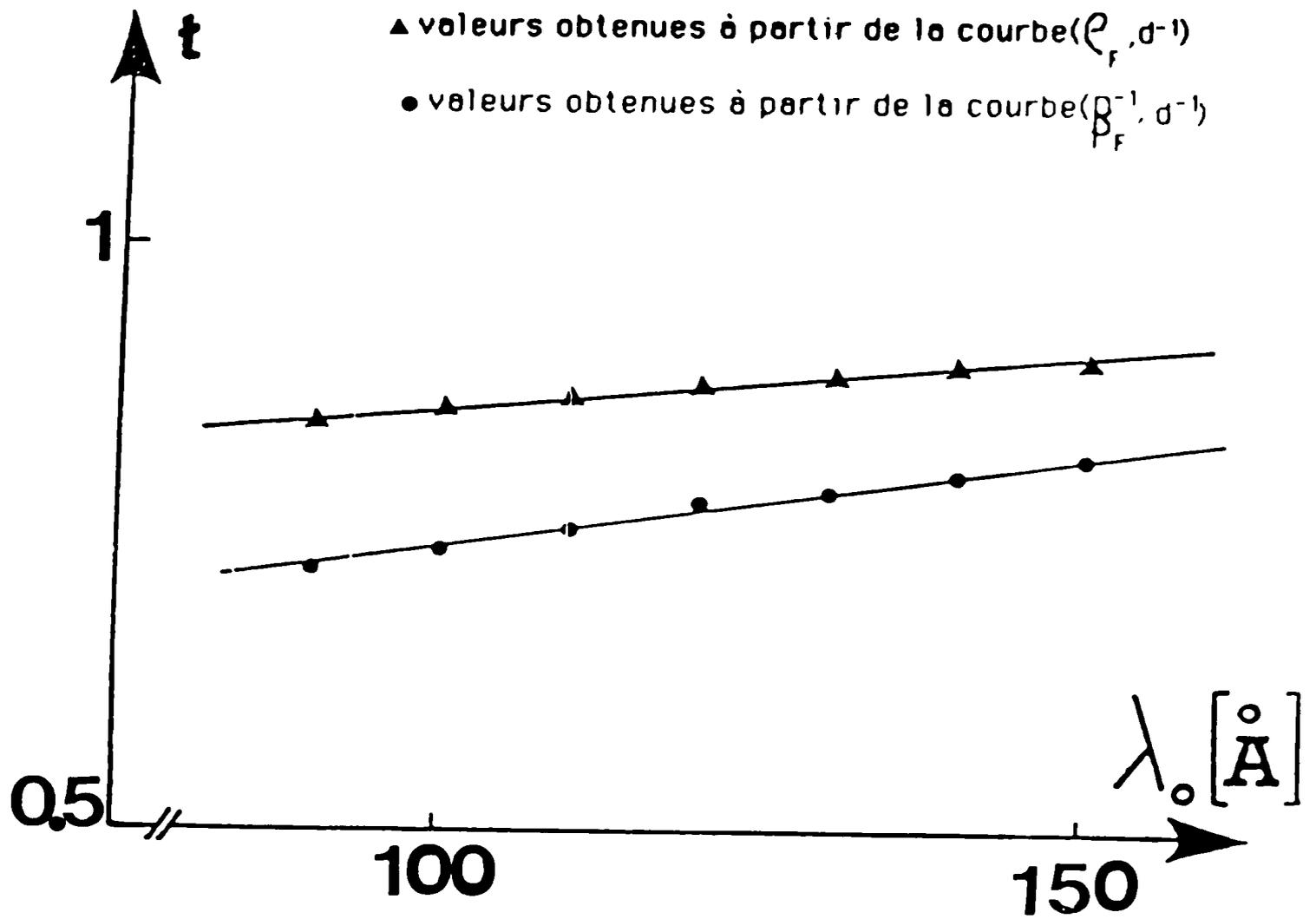


Figure 10e

## Structure en colonne

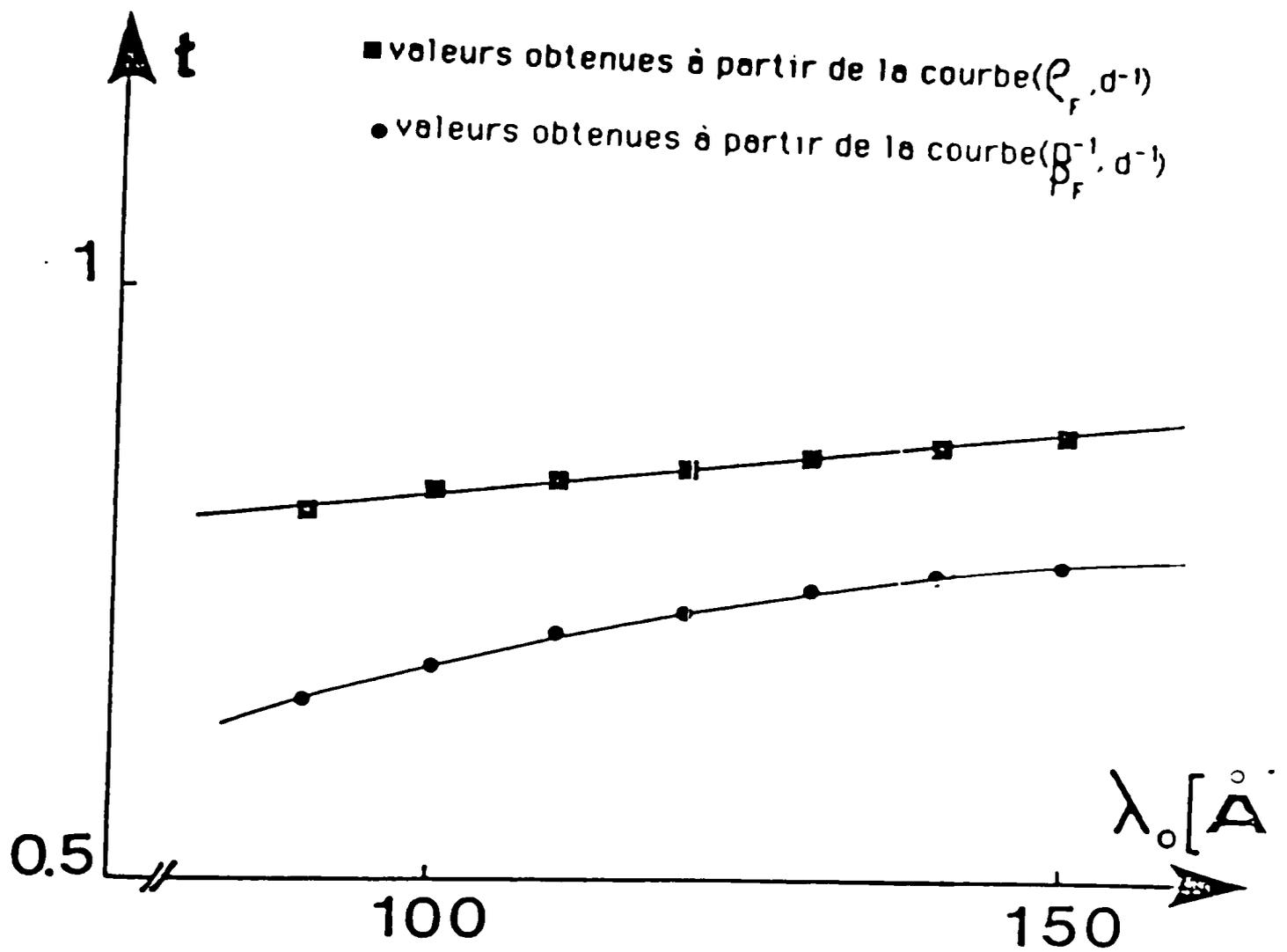


Figure 10b

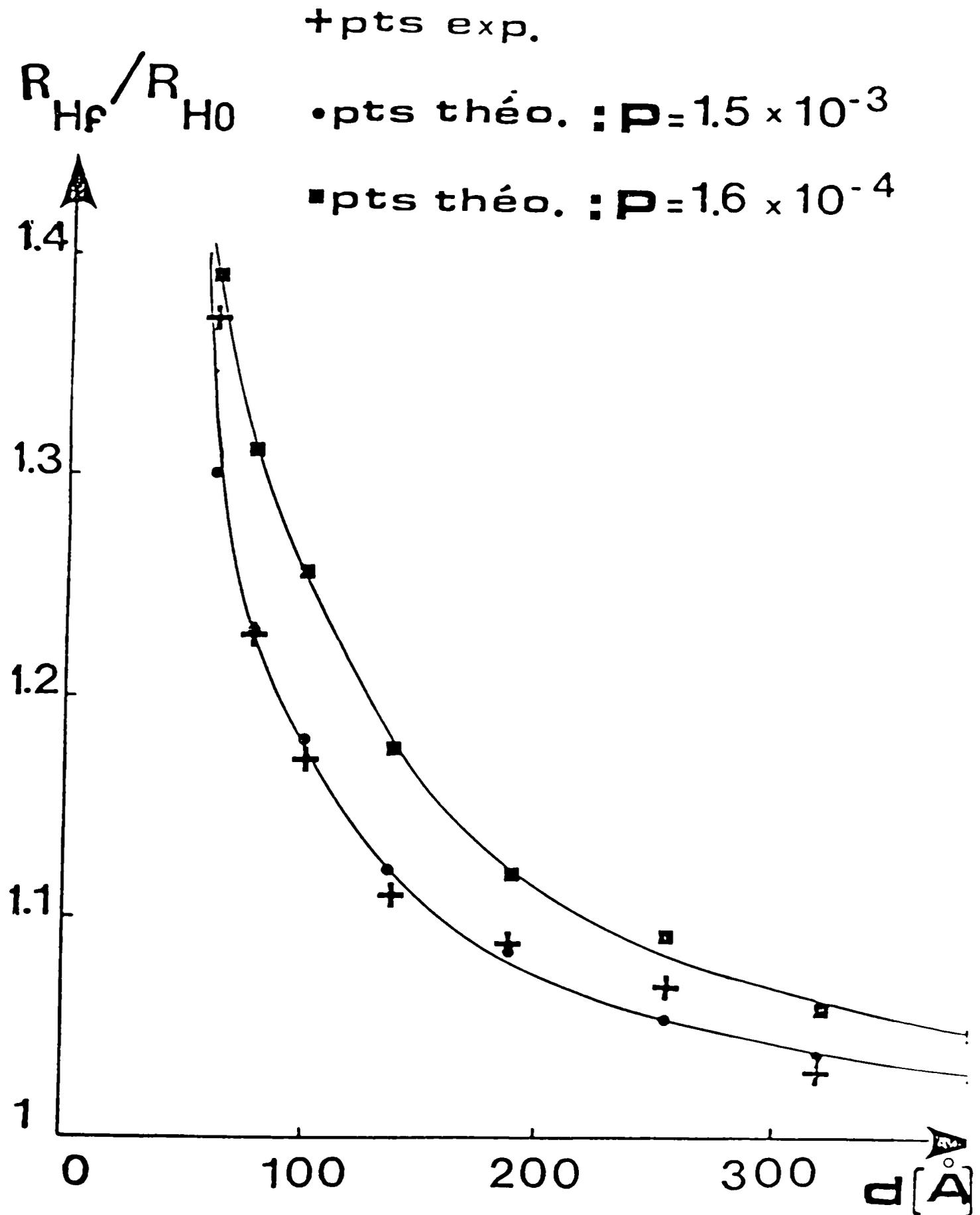


Figure 11a

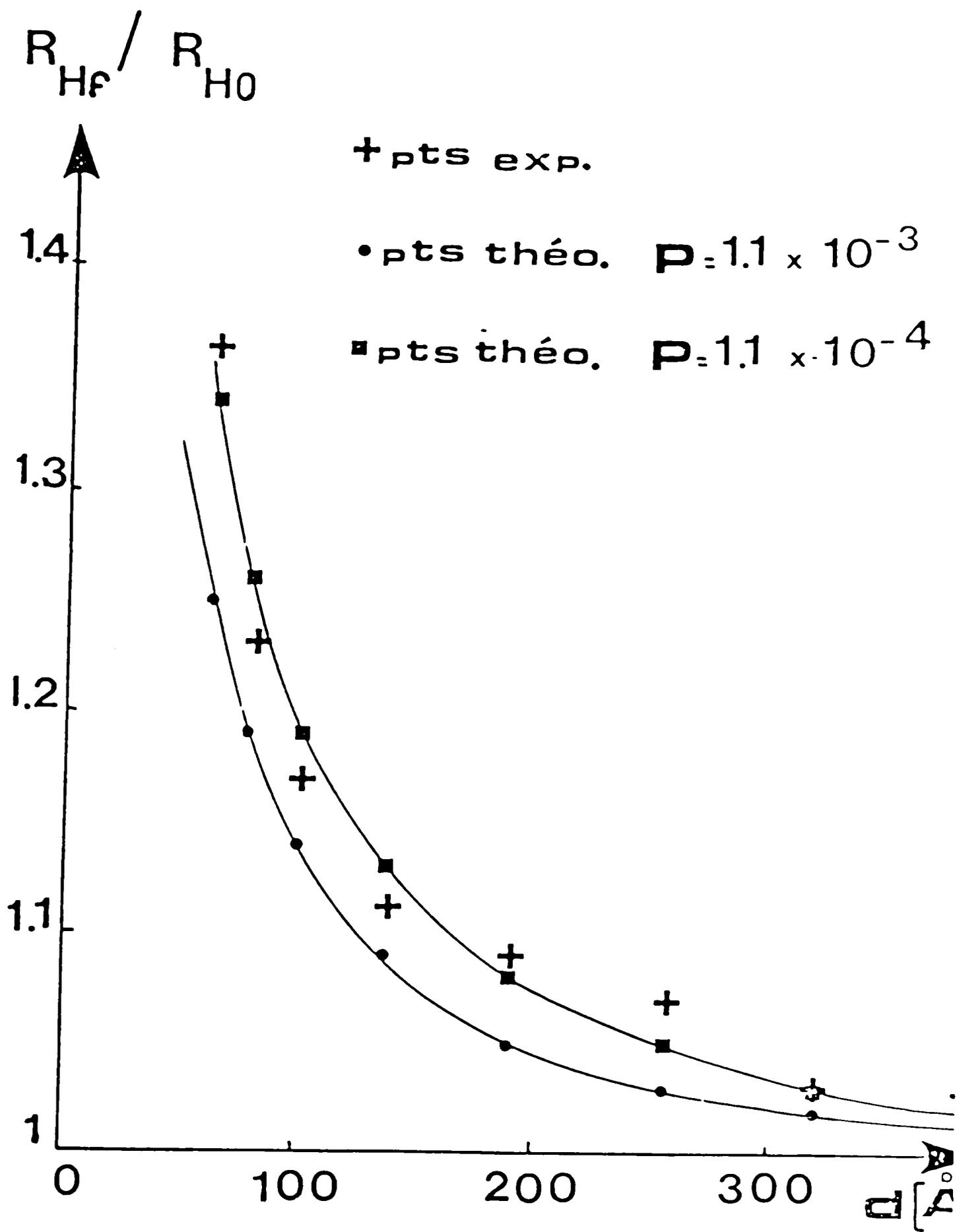


Figure 11b

( $\rho_{\infty} = 9,5 \times 10^{-8}$  cm) et le coefficient de température ( $\beta_{\infty} = 4 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ) permettaient d'envisager une structure monocristalline alors qu'elles s'écartent notablement des valeurs du métal massif.

Le fait que le coefficient  $p$  soit faible, même après recuit, peut être justifié qualitativement par le fait que la forte évolution de résistivité observée au cours de recuit /11, figure 25/ (sur une demi-décade environ) et la très faible évolution du coefficient de Hall /11, figure 34/ sont dues à l'élimination des défauts qui affectent la résistivité  $\rho_f$  sans affecter notablement le coefficient de Hall qui est proportionnel à  $d\rho_f/dT \sim \beta_f \rho_f$  /25/ ; dans ces conditions l'obtention d'un état de surface non rugueux, correspondant à une valeur  $p$  proche de 1, relève du recuit à température plus élevée, comme plusieurs auteurs l'ont indiqué /20, 32/.

#### 3.4.4. - CONCLUSION

-----

L'analyse des variations, avec l'épaisseur, de la résistivité, du coefficient de température de résistivité et de l'effet Hall des couches minces de nickel déposées sous vide, peut être effectuée en bon accord avec l'expérience à l'aide d'un modèle de conduction décrivant de façon statistique l'effet de joints de grains et conduit à postuler l'existence d'une structure polycristalline ou en colonne à grains de diamètre constant.

## **CHAPITRE IV**

---

# **CONDUCTIVITE THERMIQUE**

#### 4.1. - EXPRESSION GENERALE

La conductivité thermique due au transport d'électrons dans une couche métallique mince,  $e_f$ , est définie par /1, 2/ :

$$\vec{U} = - e_f \text{ grad } T \quad (4.1.)$$

où  $\vec{U}$  est le vecteur densité de courant thermique et  $T$  la température.

Considérons une couche mince métallique soumise simultanément à un champ électrique  $\vec{E}$  dont ses composantes sont  $(E_x, 0, 0)$  et à un gradient de température  $\frac{\partial T}{\partial x}$  selon l'axe  $O_x$ , l'équation (4.1) se réduit à :

$$U_x = - e_f \frac{\partial T}{\partial x} \quad (4.2)$$

Dans ce cas l'équation de Boltzmann s'écrit en coordonnées polaires, sous la forme /5/ :

$$f_1 = \frac{e}{m} \tau(\theta) \left[ E'_x + \frac{1}{e} \frac{\epsilon - \epsilon_F}{T} \frac{\partial T}{\partial x} \right] \frac{\partial f_0}{\partial v_x} \quad (4.3)$$

$f_1$  est l'écart de la fonction de distribution par rapport à la fonction de distribution à l'équilibre  $f_0$  ;

$v_x$  est la composante de la vitesse  $v$  de l'électron suivant l'axe  $O_x$  ;

$e$  la valeur absolue de la charge de l'électron et  $m$  sa masse ;

$\epsilon$  est l'énergie de l'électron et  $\epsilon_F$  son énergie libre qui représente son potentiel chimique, l'énergie correspondant à la quantité de chaleur est alors  $\epsilon - \epsilon_F$ .

$E'_x$  est le champ électrique effectif /5/, son expression est :

$$E'_x = E_x + \frac{1}{e} \frac{\partial \epsilon_F}{\partial x} \quad (4.4)$$

$\tau(\theta)$  est le temps de relaxation de l'électron, qui est égal à :

$$\tau(\theta) = \frac{\lambda(\theta)}{v_F} \quad (4.5)$$

où  $\lambda(\theta)$  est le libre parcours moyen résultant de l'électron et  $v_F$  la vitesse de l'électron.

Les expressions des densités de courant thermique,  $U_x$ , et électrique,  $J_x$ , sont données par /5, 48/ :

$$J_x = -2 e \left(\frac{m}{h}\right)^3 \int f_1 v_x d^3 v \quad (4.6.1)$$

$$U_x = 2 \left(\frac{m}{h}\right)^3 \int f_1 (\epsilon - \epsilon_F) v_x d^3 v \quad (4.6.2)$$

Dans le modèle tridimensionnel  $\lambda(\theta)$  s'écrit sous la forme (Cf. chapitre 2) :

$$\lambda(\theta) = \lambda_0 \left[ 1 + \frac{c^2}{v} + \left( \frac{1}{u} + \frac{1-c}{v} \right) |\cos \theta| \right]^{-1} \quad (4.7)$$

le libre parcours moyen dans le métal massif,  $\lambda_0$ , peut être exprimé à partir du temps de relaxation dans le métal massif  $\tau_0$  /1/ :

$$\lambda_0 = v_F \tau_0 (\epsilon_F) \quad (4.8)$$

On sait que l'énergie d'un électron libre est proportionnelle au carré,  $v^2$ , de sa vitesse ( $\epsilon = \frac{1}{2} m v^2$ ) donc :

$$v_F \sim \epsilon^{1/2} \quad (4.9)$$

de plus, si  $\tau_0$  dépend de l'énergie /47/, on peut écrire :

$$\tau_0 = \tau_1 \epsilon^q \quad (4.10)$$

où  $\tau_1$  ne dépend pas de  $\epsilon$ .

D'où :

$$\lambda_0 = \tau_1 \left(\frac{2}{m}\right)^{1/2} \epsilon^{q+1/2} \quad (4.11)$$

et  $\frac{\partial f_0}{\partial v_x}$  s'écrit en fonction de l'énergie :

$$\frac{\partial f_0}{\partial v_x} = \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \cdot \frac{\partial \epsilon}{\partial v_x} = \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \cdot m v_x \quad (4.12)$$

Pour les calculs des intégrales (4.6), on suppose que la distribution de l'électron est peu perturbée par rapport à l'état d'équilibre : le théorème de Taylor est alors applicable et en admettant que la dérivée de  $\frac{\partial f_0}{\partial \epsilon}$  est une impulsion de Dirac, on obtient :

$$- \int f(\epsilon) \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} d\epsilon = f(\epsilon_F) + \frac{1}{6} \pi^2 B^2 T^2 \left. \frac{\partial^2 f}{\partial \epsilon^2} \right|_{\epsilon=\epsilon_F} \quad (4.13)$$

avec :

$$\frac{\pi B T}{\epsilon_F} \ll 1$$

où  $B$  est la constante de Boltzmann.

En utilisant les résultats précédents,  $J_x$  et  $U_x$  prennent les formes /47/ :

$$J_x = \frac{4 \pi e^2}{m^2} \left(\frac{m}{h}\right)^3 \left[ K_0 E_x + \frac{1}{eT} K_1 \frac{\partial T}{\partial x} \right] \quad (4.14.1)$$

$$U_x = - \frac{4 \pi e}{m^2} \left(\frac{m}{h}\right)^3 \left[ K_1 E_x + \frac{1}{eT} K_2 \frac{\partial T}{\partial x} \right] \quad (4.14.2)$$

où

$$K_0 = 2 \left(\frac{2}{m}\right)^{1/2} \tau_1 \epsilon_F^{q+3/2} b^{-1} L_0(a) \quad (4.15)$$

$$K_1 = \frac{1}{3} (\pi B T)^2 \cdot 2 \cdot \left(\frac{2}{m}\right)^{1/2} \tau_1 \epsilon_F^{q+1/2} \times \\ \times \left( (q+\frac{1}{2}) b^{-2} L_1(a) + b^{-1} L_0(a) \right) \quad (4.16)$$

$$K_2 = \frac{1}{3} (\pi B T)^2 K_0, \quad \frac{\pi B T}{\epsilon_F} \ll 1 \quad (4.17)$$

avec :

$$L_0(a) = a - \frac{1}{2} + (1-a^2) \ln \left(1 + \frac{1}{a}\right) \quad (4.18)$$

$$L_1(a) = -2 + a^{-1} + 2a \ln \left(1 + \frac{1}{a}\right) \quad (4.19)$$

où :

$$a = \left(1 + \frac{C^2}{v}\right) b^{-1} \quad (4.20.1)$$

et :

$$b = \frac{1}{u} + \frac{1-C}{v} \quad (4.20.2)$$

Pour déterminer la conductivité thermique, on opère expérimentalement à  $J = 0$ , c'est-à-dire en circuit électrique ouvert, donc le champ électrique est donné par :

$$E_x = - \frac{1}{eT} \frac{K_1}{K_0} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (4.21)$$

et la densité de courant thermique prend la forme :

$$U_x = - \frac{4 \pi e}{m^2} \left(\frac{m}{h}\right)^3 \left[ - \frac{K_1^2}{K_0} + K_2 \right] \frac{1}{eT} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (4.22)$$

et :

$$\epsilon_f = \frac{4 \pi e}{m^2} \left(\frac{m}{h}\right)^3 \frac{1}{eT} \left[ K_2 - \frac{K_1^2}{K_0} \right] \quad (4.23)$$

$$= \frac{4 \pi e}{m^2} \left(\frac{m}{h}\right)^3 \frac{1}{eT} \left[ \frac{K_0^2 (\pi B T)^2 / 3 - K_1^2}{K_0} \right] \quad (4.24)$$

Puisque :

$$\frac{\pi B T}{\epsilon_F} \ll 1$$

l'expression de la conductivité thermique se réduit à :

$$\epsilon_f = \frac{\pi^2 B^2 T}{3 e^2} \frac{4 \pi e^2}{m^2} \left(\frac{m}{h}\right)^3 2 \lambda_0 \epsilon_F b^{-1} L_0(a) \quad (4.25)$$

## 4.2. - RELATION ENTRE LA CONDUCTIVITE ELECTRIQUE ET LA CONDUCTIVITE THERMIQUE

La conductivité électrique d'une couche mince métallique est donnée par (Cf. Chapitre 3) :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_o} = \frac{3}{2b} \left\{ a - \frac{1}{2} + (1-a^2) \ln \left( 1 + \frac{1}{a} \right) \right\} \quad (4.26)$$

$$= \frac{3}{2b} L_0(a) \quad (4.27)$$

où  $\sigma_o$  est la conductivité électrique du métal massif est égale à :

$$\sigma_o = \frac{8\pi}{3} \frac{m v^2 \lambda_o}{h^3} \quad (4.28)$$

$\sigma_o$  peut encore être écrite en fonction de l'énergie de l'électron ( $\epsilon_F = \frac{1}{2} m v^2$ ) :

$$\sigma_o = \frac{8\pi}{3 m^2} \left( \frac{m}{h} \right)^3 2 \epsilon_F \lambda_o \quad (4.29)$$

et l'équation (4.27) devient :

$$\sigma_f = \frac{1}{e^2} \frac{4\pi e^2}{m^2} \left( \frac{m}{h} \right)^3 2 \epsilon_F \lambda_o b^{-1} L_0(a) \quad (4.30)$$

En faisant le rapport des équations (4.25) et (4.30), on trouve :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_f} = \frac{\pi^2 B^2 T}{3 e^2} \quad (4.31)$$

Cette relation est connue sous le nom de "Loi de Wiedmann-Frantz" /1/, et le rapport  $(\sigma_f / T \sigma_f = \pi^2 B^2 / 3 e^2)$  est appelé le nombre de Lorentz.

### 4.3. - ETUDES EXPERIMENTALES DE TRANSFERT THERMIQUE

#### 4.3.1. - PRÉPARATION DES COUCHES

En 1946, Brenner et Riddel /33, 34/, mettent au point une méthode de nickelage par immersion. Le dépôt est constitué par un alliage de nickel-phosphore ; cet alliage peut être obtenu à 90° C en milieu acide ou basique, sur différents supports : métal, plastique, verre.

Reprenant cette méthode, Fléchon /35/ obtient des couches à la température ambiante. Nous avons utilisé cette méthode pour la préparation de nos couches de Ni-P.

#### A) - MÉCANISME RÉACTIONNEL

Le principe repose sur la réduction catalytique des ions  $N_i^{2+}$  en présence d'ions hypophosphite. Cavallotti /36/, a étudié le processus chimique.

Cette étude conduit à penser que la théorie n'est pas encore parfaitement adaptée à l'expérience. Aussi, nous nous bornerons à donner un schéma général correspondant le mieux à nos conditions de travail : milieu tamponné (pH = 7), température de préparation 20° C. Le mécanisme a été proposé par Lukes /37/ :



Nous avons utilisé des solutions dont les concentrations sont indiquées dans le tableau 4.1. :

TABLEAU 4-1

Solution	Concentration en g/l
$\text{NaH}_2\text{PO}_2$	40
$\text{NaCH}_2\text{COO} \cdot 3\text{H}_2\text{O}$	40
$\text{Ni}(\text{CH}_3\text{COO})_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$	40
$\text{PdCl}_2$	05

Le chlorure de palladium joue le rôle de catalyseur et l'acétate de sodium celui de "tampon".

Les bains réactionnels ont un volume de  $1000 \text{ cm}^3$  dont  $500 \text{ cm}^3$  d'acétate de sodium,  $300 \text{ cm}^3$  d'acétate de nickel,  $200 \text{ cm}^3$  d'hypophosphite de sodium et  $10 \text{ cm}^3$  de chlorure de palladium.

## B) - OBTENTION DES DÉPÔTS

Les cylindres de verres préalablement lavés pendant 24 heures dans une solution de D.D.N. 150 sont ensuite rincés abondamment à l'eau distillée avant d'être plongés dans le milieu réactionnel.

Un agitateur tournant à 100 t/mn assure la bonne homogénéité du bain.

Un temps d'induction pendant lequel aucun dépôt ne se produit est mis en évidence, il est de l'ordre de 10 mn.

Une simple couche nécessite une durée d'environ 30 mn, celle-ci est plus brillante à l'extérieur qu'à l'intérieur, son épaisseur est de l'ordre de  $800 \text{ \AA}$ . Selon les échantillons, on élimine la couche externe à l'aide d'acide nitrique.

Si on désire avoir des couches doubles, on met en marche un second bain 10 mn (temps d'induction) avant la fin du premier dépôt, celui-ci est accompagné d'une quantité variable de poudre.

### 4.3.2. - DESCRIPTION DU MONTAGE EXPÉRIMENTAL

Le dispositif réalisé est destiné à suivre le transfert de chaleur à travers la paroi de verre d'un cylindre fermé recouverte d'une couche mince de Ni-P réalisée par dépôt chimique.

La température du bain interne est mesurée à l'aide d'un thermocouple, implanté au centre du cylindre ; un montage électronique réalisant une référence de température, nous dispense d'utiliser un thermocouple de référence (compensation de soudure froide) (figure 13).

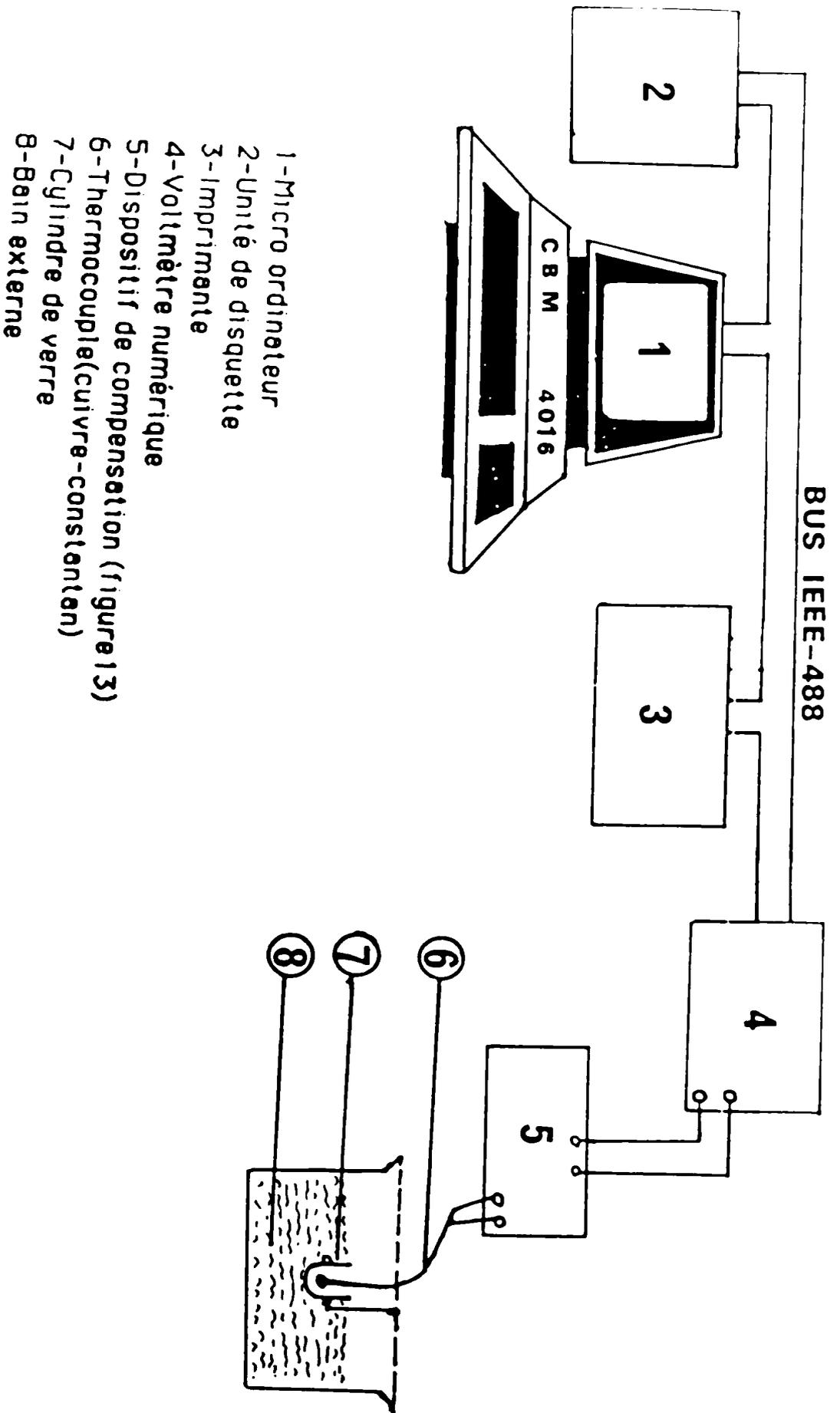
Le dispositif de compensation de soudure froide restitue une tension qui obéit à une loi affine en fonction de la température, cette dernière est lue par un voltmètre numérique. Un programme (voir Annexe 2) exécuté par le micro-ordinateur CBM 4016 permet d'acquérir les données transmises par le voltmètre à l'aide du BUS IEEE 488 et de les traiter pour obtenir finalement les relevés de température sur imprimante (figure 12).

### 4.3.3. - MISE EN ÉQUATION

La quantité de chaleur perdue par l'eau chaude par unité de temps est :

$$\frac{dQ}{dt} = \rho V c \frac{dT}{dt} \quad (4.32)$$

où :  
 $\rho$  est la masse volumique de l'eau,  
 $V$  est le volume d'eau,  
 $c$  est la chaleur massique de l'eau.



**Figure 12**

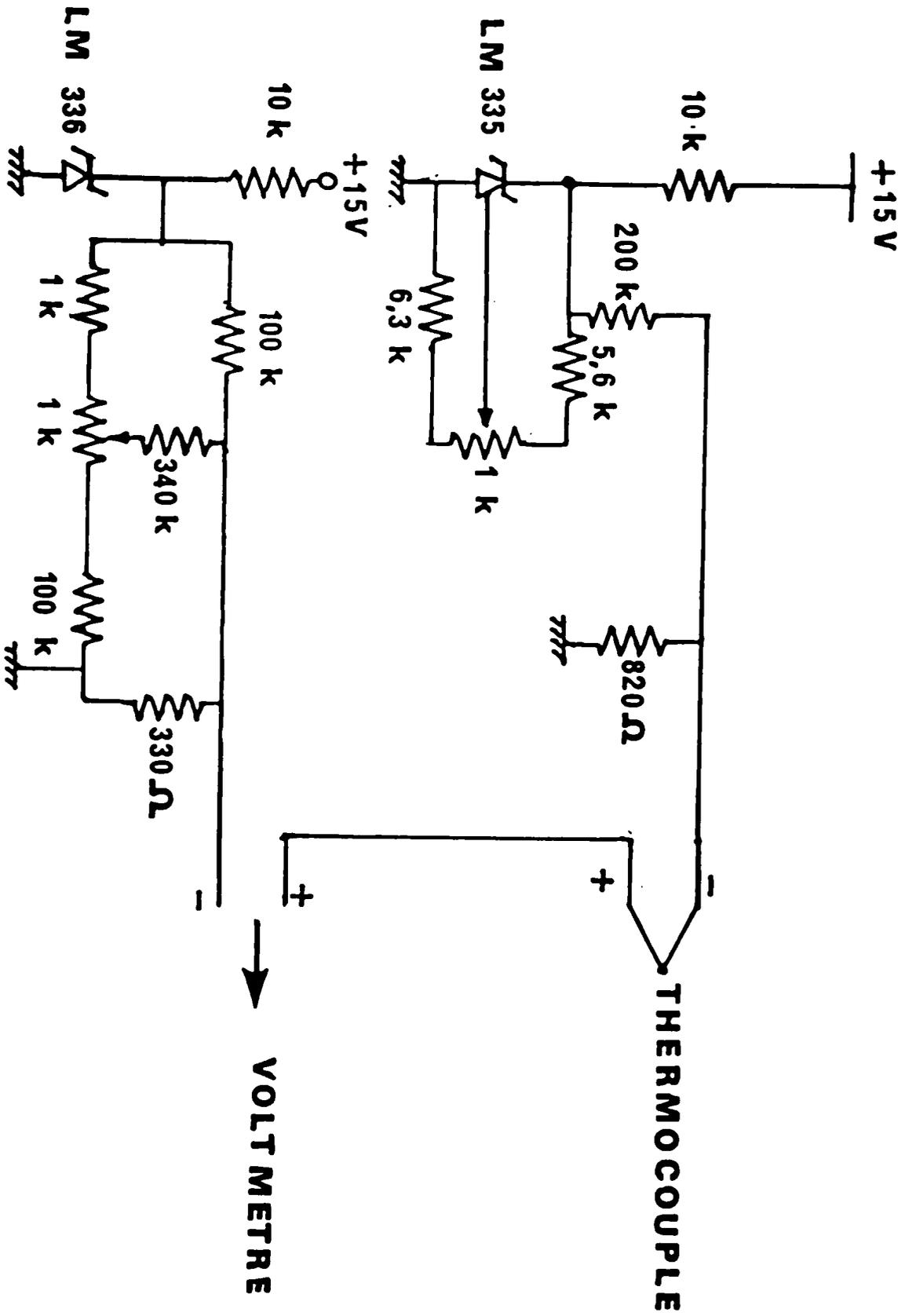


Figure 13

En négligeant les quantités de chaleur qui disparaissent pour échauffer la couche métallique et la paroi de verre, la quantité de chaleur précédente est dissipée par une résistance thermique  $R_{th}$ . Nous avons alors la relation :

$$\frac{dQ}{dt} = - \frac{T - T_0}{R_{th}} \quad (4.33)$$

où :  $T$  est la température du bain interne,  
 $T_0$  est la température de la solution externe,

donc, on en déduit l'équation d'échange :

$$\rho V c \frac{dT}{dt} = - \frac{T - T_0}{R_{th}} \quad (4.34)$$

qui donne :

$$T = A e^{-\frac{t}{\rho V c R_{th}}} + T_0 \quad (4.35)$$

où  $A$  est une constante.

La température varie selon une loi exponentielle décroissante en fonction du temps, avec une constante de temps  $\tau$  :

$$\tau = \rho V c R_{th} \quad (4.36)$$

L'équation (4.35) est analogue à celle décrivant la décharge d'un condensateur électrique à travers une résistance, aussi nous pouvons assimiler le terme  $\rho V c$  à une capacité thermique  $C_{th}$  chargée initialement à un potentiel thermique  $T$ , et la quantité  $R_{th} C_{th}$  à la constante du temps du système.

#### 4.3.4. - ANALYSE DES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

L'étude en fonction du temps de la variation de la température  $(T-T_0) = \Delta T$  et de son logarithme (figures 14 à 17) a été faite pour les cas suivants :

- 1 - verre seul,
- 2 - verre + une couche à l'intérieur du cylindre,
- 3 - verre + deux couches à l'intérieur du cylindre,
- 4 - verre + une couche des deux côtés du cylindre,
- 5 - verre + deux couches des deux côtés du cylindre.

On constate que la décroissance thermique a lieu avec des constantes de temps différentes : une pour le temps faible ( $< 600$  s) et une pour des temps élevés (tableau 4.2.).

Pour les temps faibles, la cinétique de transfert de chaleur est pratiquement la même et quelle que soit la nature de l'échantillon. Dans ce cas, la constante de temps initiale correspond à l'échauffement de la paroi de verre.

Par contre, pour des temps élevés, chaque échantillon possède sa propre constante de temps (tableau 4.2.).

TABLEAU 4-2

N° DU CAS	1	2	3	4	5
$\tau$ (s) Temps faible	152	164	159	161	178
$\tau$ (s) Temps élevé	329	500	794	602	926

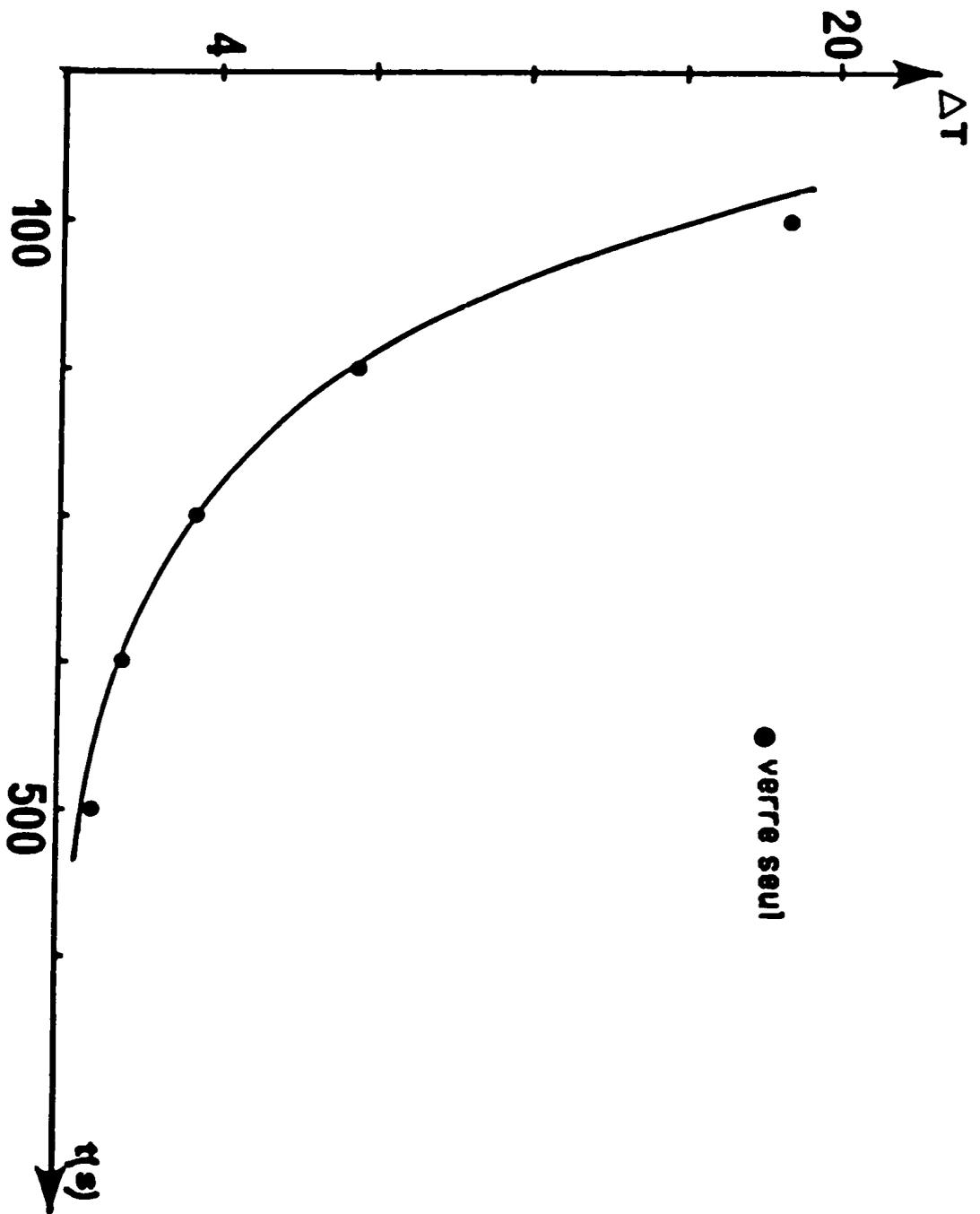


Figure 149

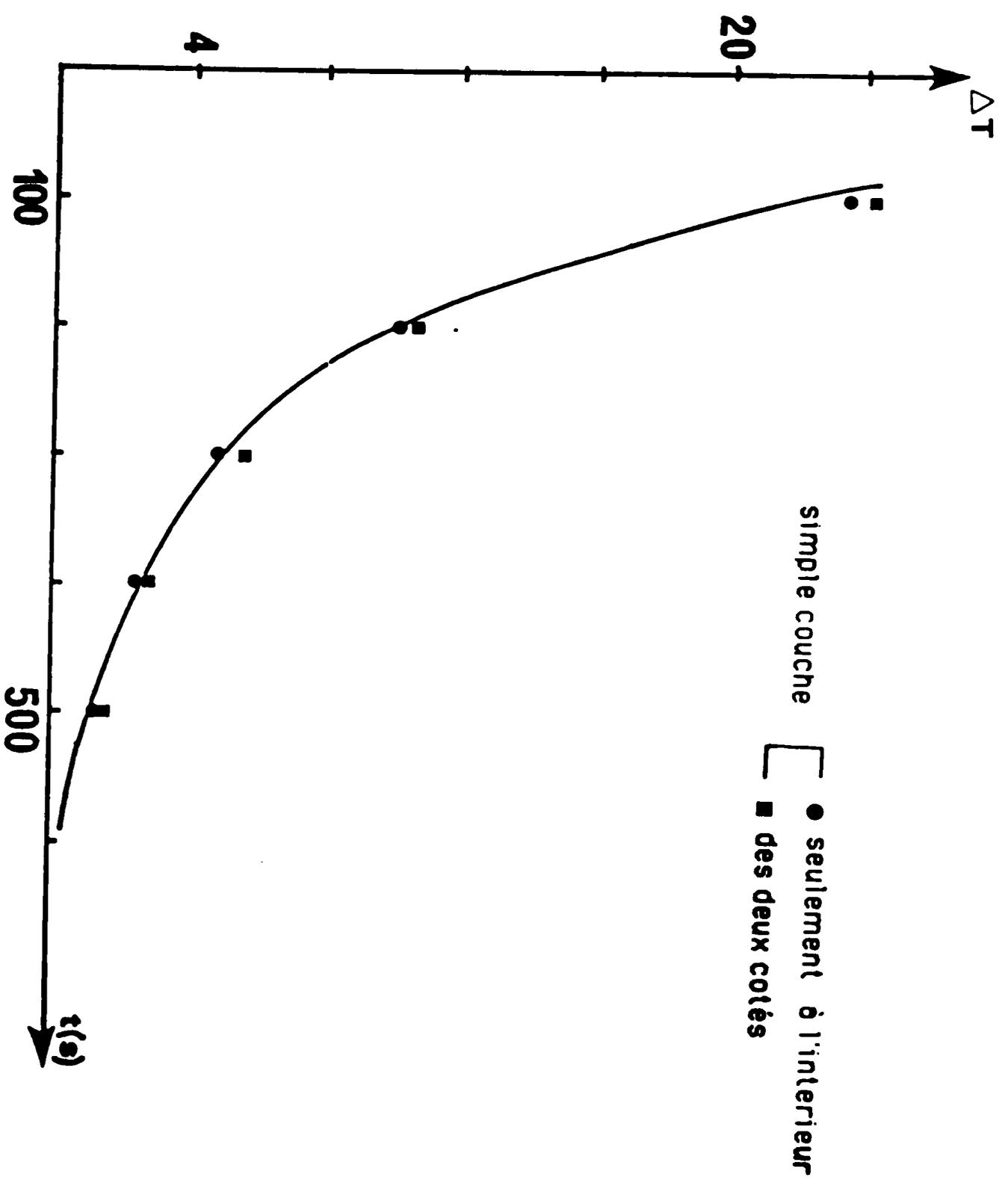


Figure 14b

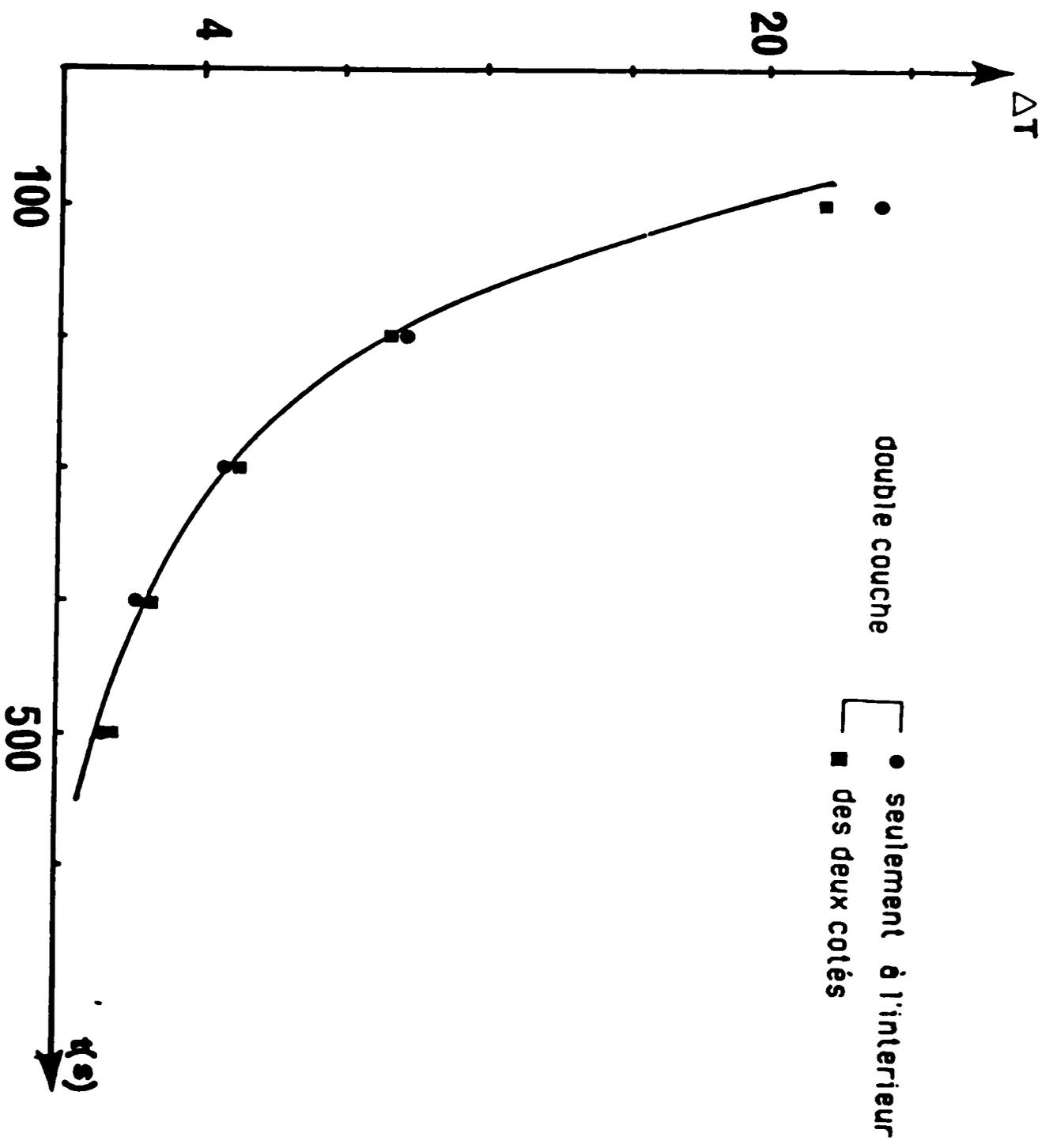


Figure 14c

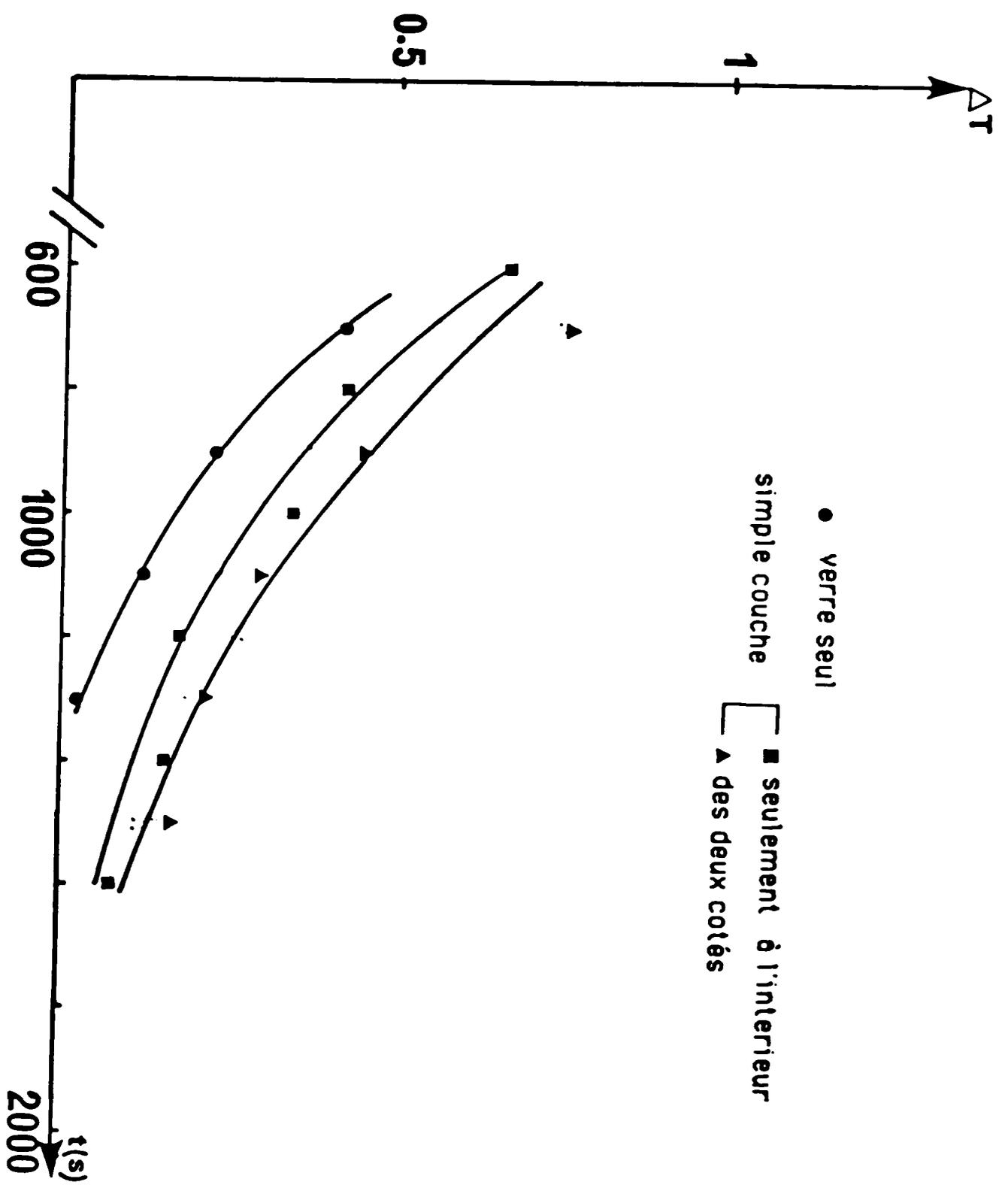


Figure 15a

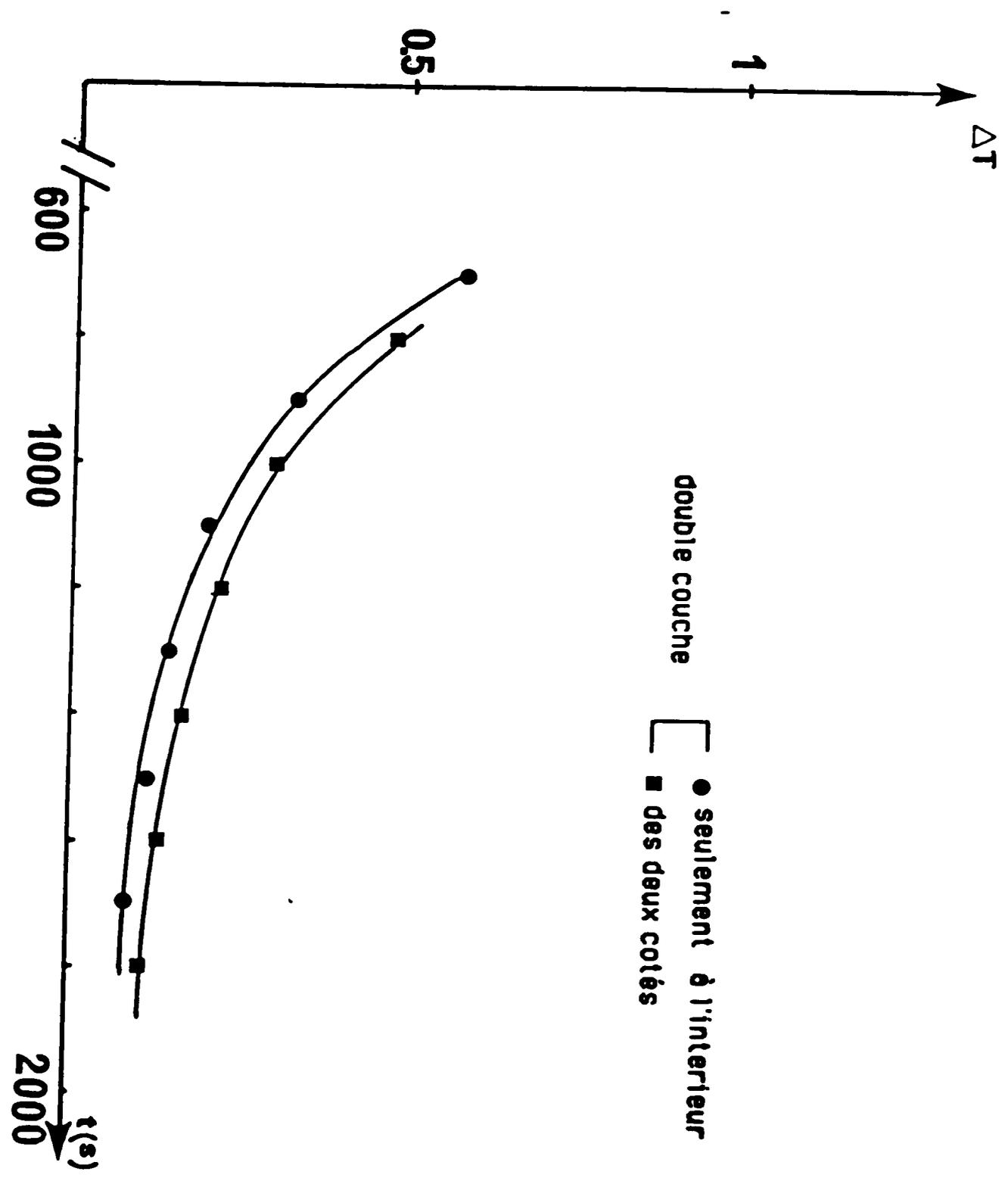


Figure 15b

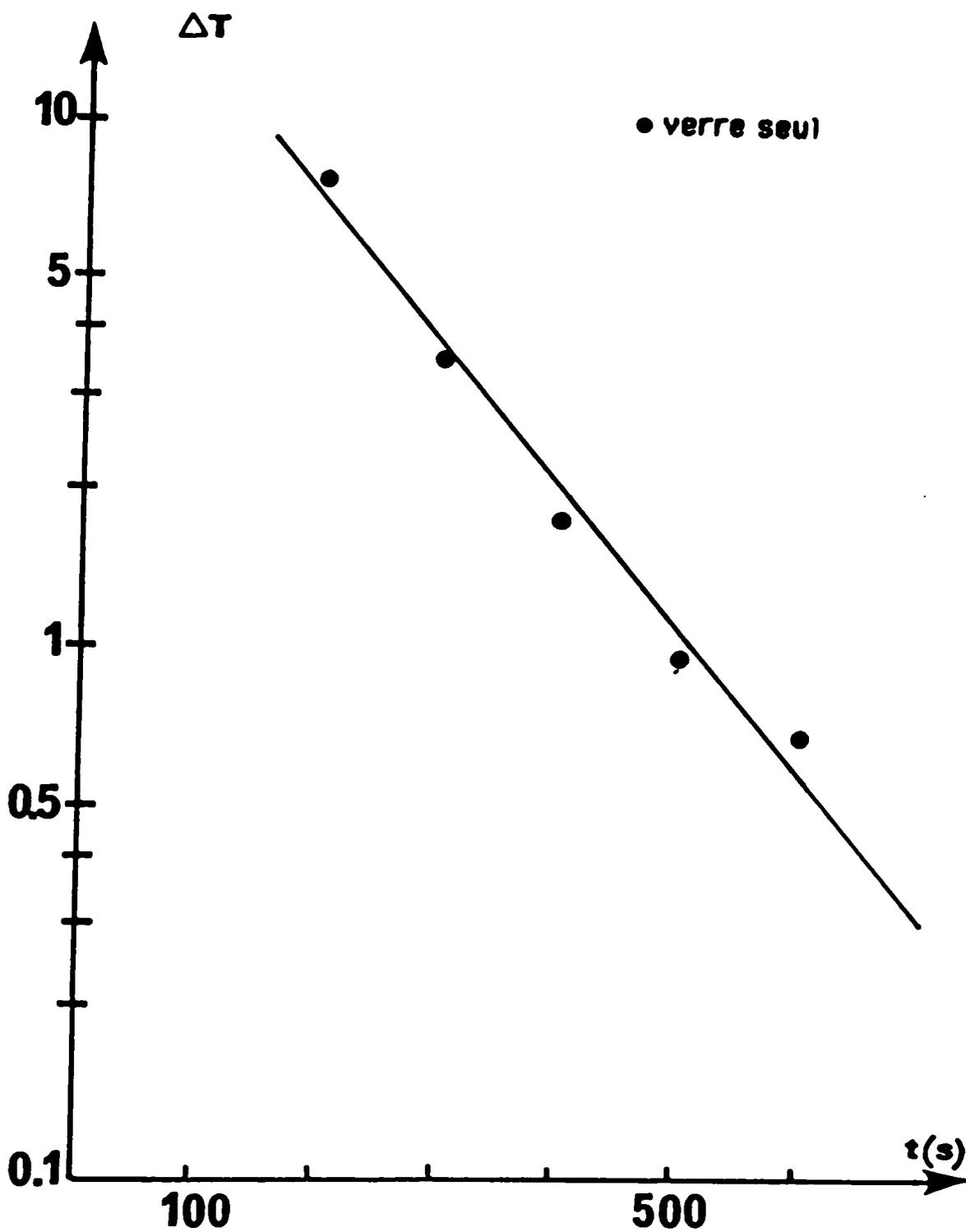


Figure 16a

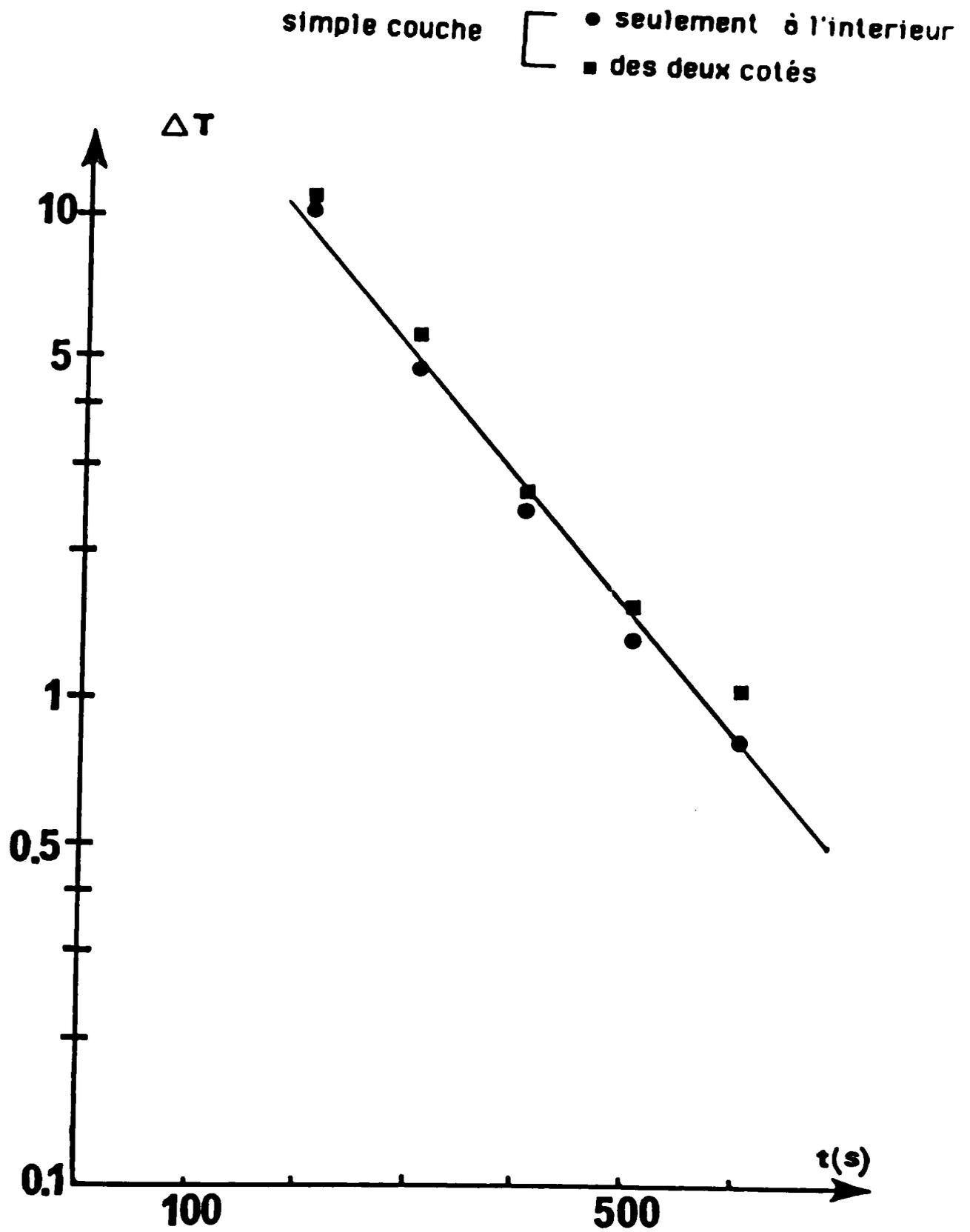


Figure 16b

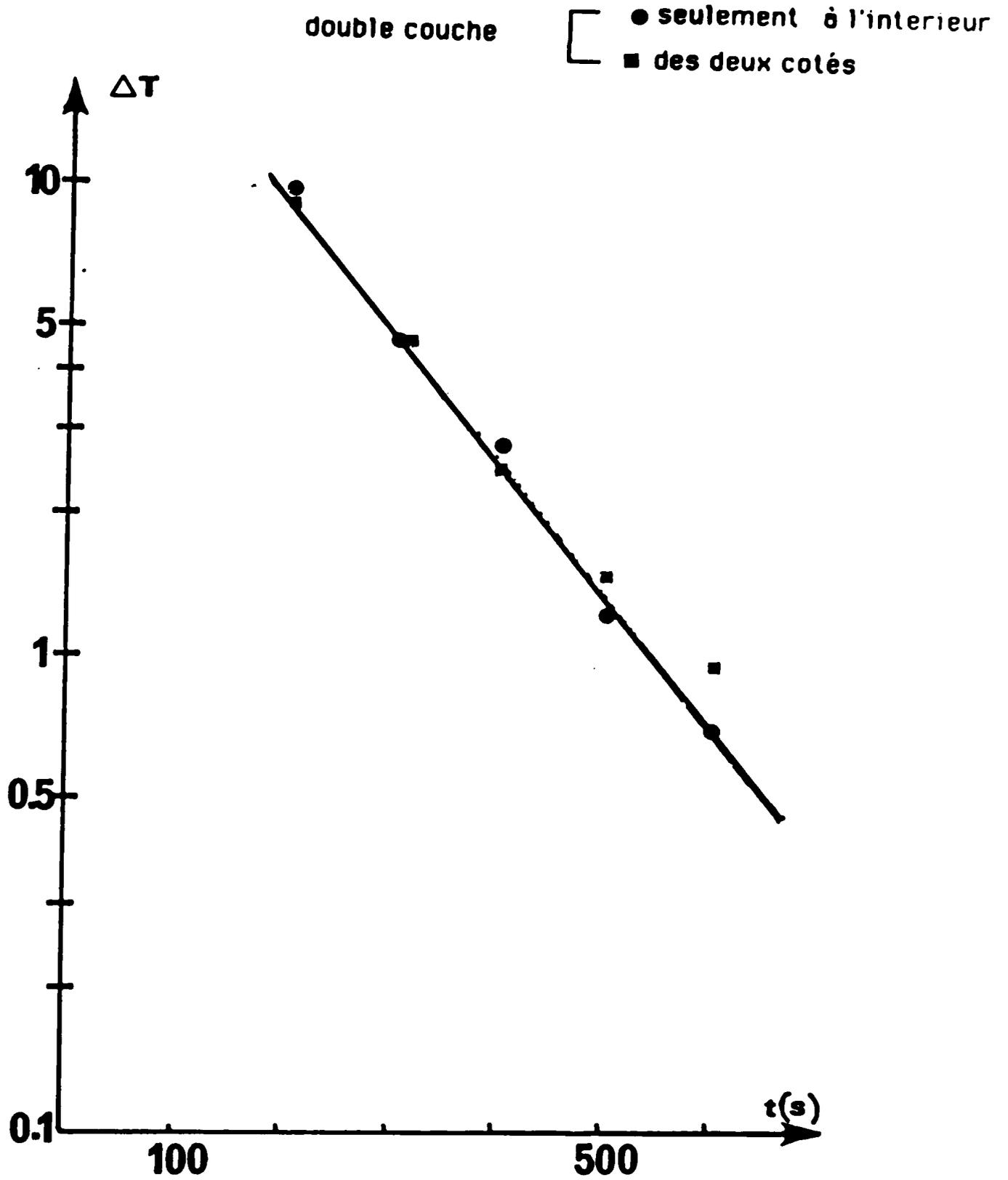


Figure 16c

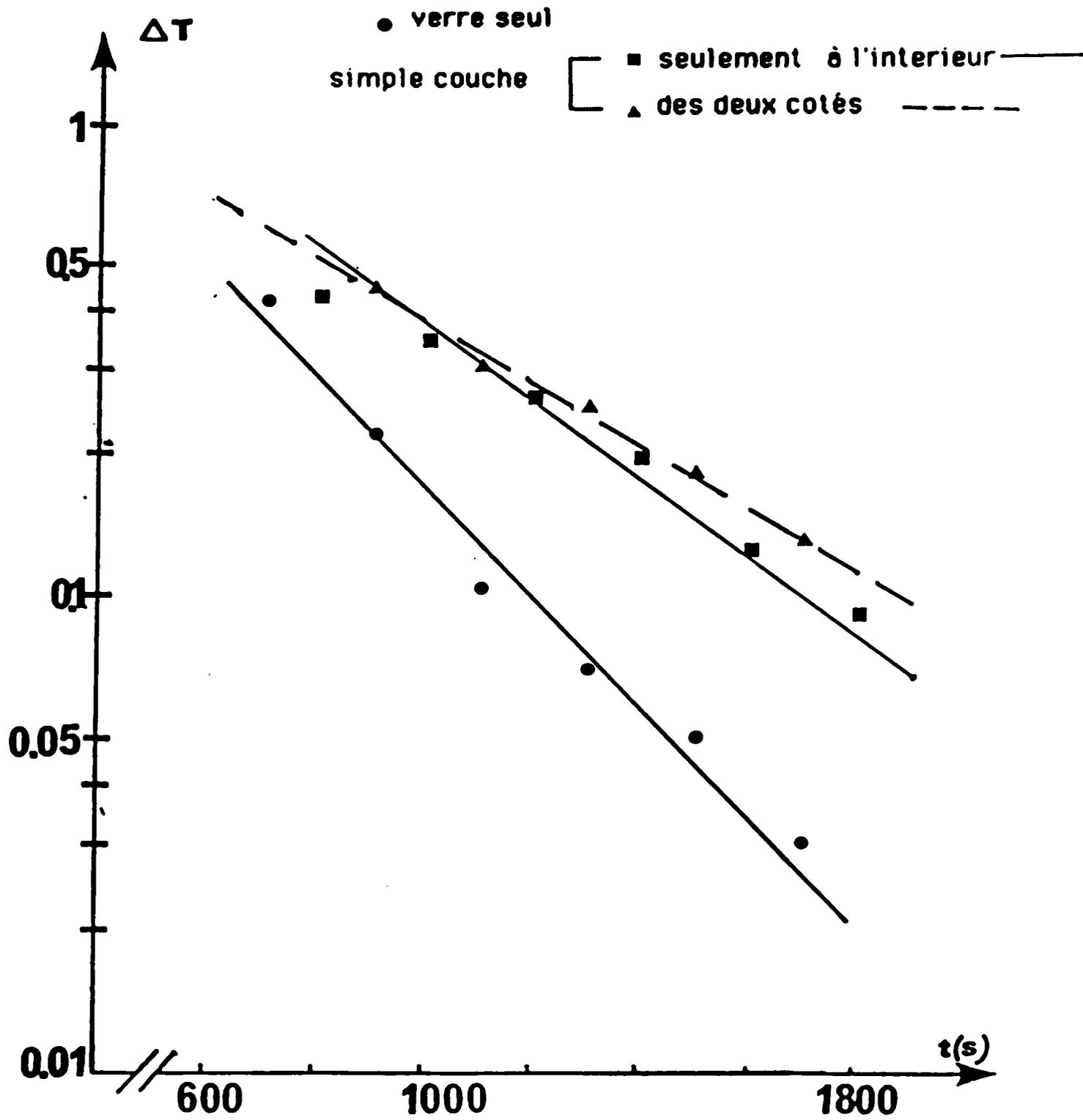


Figure 17a

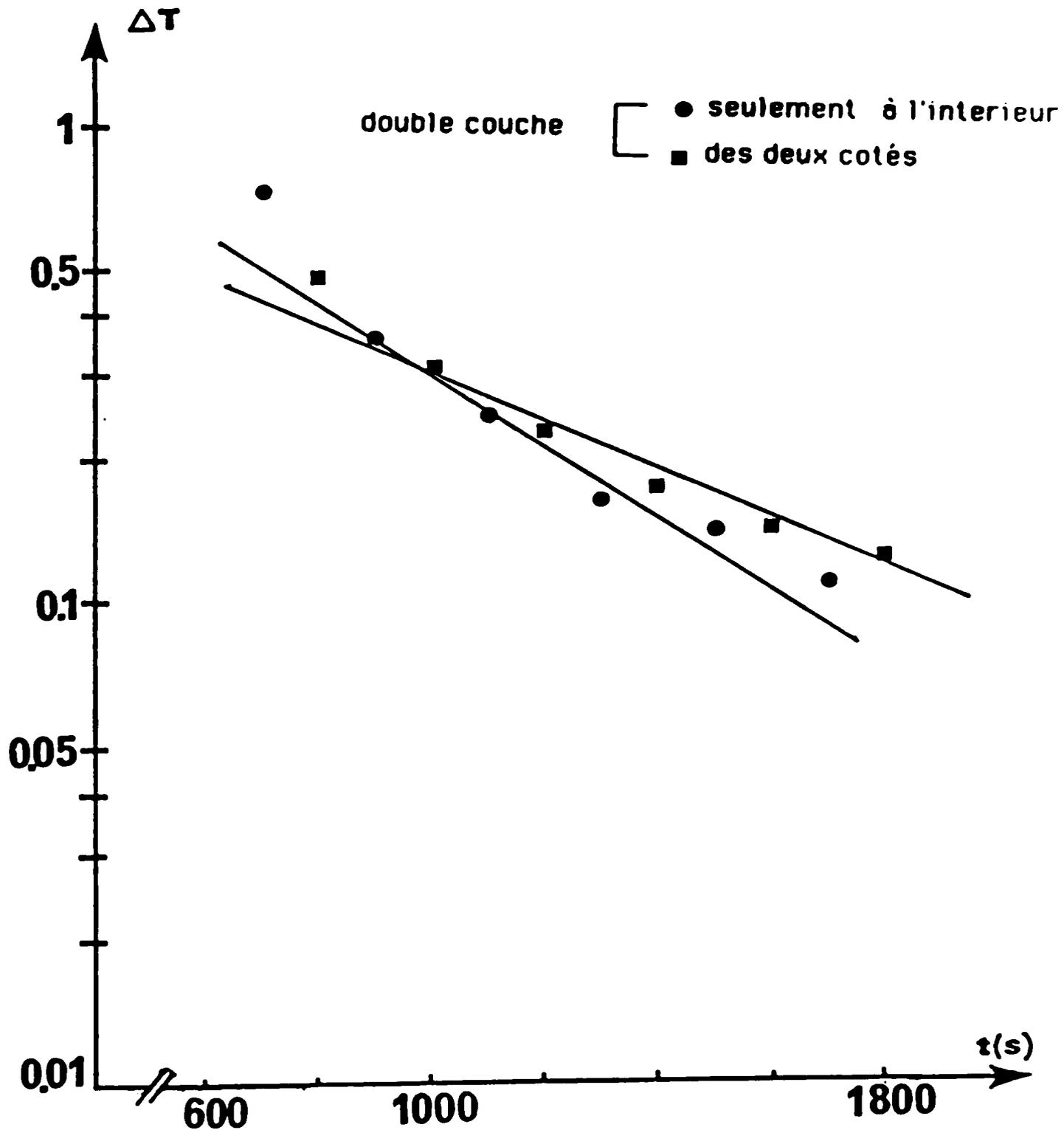


Figure 17b

A partir de l'équation (4.36), on peut calculer la résistance thermique dans chaque cas.

Sachant que :

$$\rho V c = 152,63713 \text{ J K}^{-1} \quad (4.37)$$

on en déduit les valeurs de  $R_{th}$  (tableau 4.3) :

TABLEAU 4-3

N° DU CAS	1	2	3	4	5
$R_{th}$ (K/W)	2.1694	3.2757	5.1996	4.0947	6.0662

Pour le premier cas (verre seul) : la résistance thermique est la somme des trois résistances thermiques (résistance de l'interface liquide-verre, résistance du verre et résistance de l'interface verre-liquide) :

$$R_{th} = R_{th \text{ l-v}} + R_{th \text{ v}} + R_{th \text{ v-l}} \quad (4.38)$$

La résistance thermique est donnée par :

$$R_{th} = \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{e}{S} \quad (4.39)$$

où :  $\epsilon$  est la conductivité thermique,  
e est l'épaisseur,  
S est la surface.

Pour le cas du verre, la valeur de la conductivité donnée dans la littérature /46/ est :

$$\epsilon = 1,2 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (4.40)$$

D'où la résistance thermique :

$$R_{th} = 0,7073 \text{ K W}^{-1} \quad (4.41)$$

les résistances des interfaces :

$$R_{th \text{ l-v}} + R_{th \text{ v-l}} = 1,4621 \text{ K W}^{-1} \quad (4.42)$$

On remarque ici que l'effet thermique des interfaces est prépondérant.

Etudions maintenant le cas du cylindre recouvert par des couches de Ni-P.

Soit :

- 1) -  $R_{1-N}$  la résistance d'interface liquide - Ni-P
- 2) -  $R_{(N-N)1}$  la résistance d'interface Ni-P - Ni-P à l'intérieur
- 3) -  $R_{N-v}$  la résistance d'interface Ni-P - verre
- 4) -  $R_v$  la résistance d'interface verre
- 5) -  $R_{v-N}$  la résistance d'interface verre - Ni-P

- 6) -  $R_N$  la résistance d'interface Ni-P
- 7) -  $R_{(N-N)2}$  la résistance d'interface Ni-P  $\rightarrow$  Ni-P à l'extérieur
- 8) -  $R_{N-1}$  la résistance d'interface Ni-P - liquide

Le cas 5 par exemple, est alors schématisé par la figure 18 :

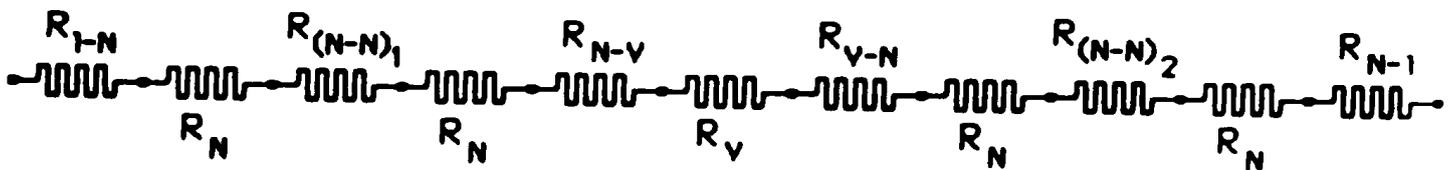


Figure 18

En supposant que les résistances des interfaces à l'intérieur du cylindre sont les mêmes pour les cas 2 et 4, nous pouvons écrire :

$$R_{V-N} + R_N + R_{N-1} - R_{V-1} = 0,8190 \text{ K W}^{-1} \quad (4.43)$$

Avec les mêmes hypothèses, nous trouvons pour les cas 3) et 5) :

$$R_{V-N} + R_N + R_{(N-N)2} + R_N + R_{N-1} - R_{V-1} = 0,8666 \text{ K W}^{-1} \quad (4.44)$$

La différence entre les équations (4.43) et (4.44) donne :

$$R_{(N-N)2} + R_N = 0,047 \text{ K W}^{-1} \quad (4.45)$$

En conclusion, vue l'épaisseur de la couche simple de Ni-P ( $\approx 800 \text{ \AA}$ ) et la valeur de la résistivité du Ni-P de ce type ( $\sim 2 \cdot 10^{-7} \Omega \text{ m}$ ) /66/, il est légitime d'estimer que la résistance thermique de la couche est négligeable devant celle du verre et celle de l'interface Ni-P - Ni-P.

# CHAPITRE V

VALEURS NUMERIQUES APPROCHEES

DES PARAMETRES DE TRANSPORT

DE COUCHES MINCES METALLIQUES

L'objet de ce chapitre est de donner les expressions générales de la conductivité électrique, de son coefficient de température, du coefficient de Hall (à champ magnétique faible) et de proposer des expressions linéaires, qui soient facilement utilisables pour interpréter les relevés expérimentaux, quelle que soit la structure de la couche (polycristalline, monocristalline ou en colonne).

## 5.1. - RAPPELS DE RESULTATS THEORIQUES

### 5.1.1. - RÉSISTIVITÉ, COEFFICIENT DE TEMPÉRATURE ET COEFFICIENT DE HALL

Les expressions générales des paramètres électriques: résistivité,  $\rho_f$ , coefficient de température de la résistivité,  $\beta_f$ , coefficient de Hall  $R_{Hf}$  et la conductivité thermique  $\sigma_f$  sont (cf. chapitres 2, 3 et 4) :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_0} = \Lambda(b, a) \quad (5.1)$$

$$\frac{\beta_f}{\beta_0} = B(b, a) \times [\Lambda(b, a)]^{-1} \quad (5.2)$$

$$\frac{R_{Hf}}{R_{H0}} = B(b, a) \times [\Lambda(b, a)]^{-2} \quad (5.3)$$

avec :

$$b = \frac{1}{\mu} + \frac{C_1}{\nu} \quad (5.4)$$

$$a = \frac{1}{b} (1 + c^2 \nu^{-1}) \quad (5.5)$$

$$\mu = d \lambda_0^{-1} \left( \ln \frac{1}{p} \right)^{-1}, \quad p > 0,3 \quad (5.6.1)$$

$$\nu = D_g \lambda_0^{-1} \left( \ln \frac{1}{t} \right)^{-1}, \quad t > 0,3 \quad (5.7.1)$$

ou :

$$\mu = d \lambda_0^{-1} (1+p) \left[ 2 (1-p) \right]^{-1} \quad (5.6.2)$$

$$\nu = D_g \lambda_0^{-1} (1+t) \left[ 2 (1-t) \right]^{-1} \quad (5.7.2)$$

sans aucune restriction sur p et t.

$$A(b,a) = \frac{3}{2b} \left[ a - \frac{1}{2} + (1-a^2) \ln (1+a^{-1}) \right] \quad (5.8)$$

$$B(b,a) = \frac{3}{2b^2} \left[ a^{-1} - 2 + 2 a \ln (1+a^{-1}) \right] \quad (5.9)$$

avec :

- .  $C_1 = 1 - C$  dans le cas des couches polycristallines ;
- .  $C_1 = - C$  dans le cas des couches monocristallines ou en colonne.

$\lambda_0$  est le libre parcours moyen de l'électron libre dans le métal massif, P le coefficient de réflexion spéculaire des électrons sur les surfaces externes et t le coefficient de transmission statistique aux joints de grains.

Dans le cas des métaux nobles, la conductivité thermique due aux électrons,  $\epsilon_f$ , est liée à la conductivité électrique (cf. chapitre 4) par la loi de Wiedemann-Franz qui s'écrit sous la forme :

$$\frac{\epsilon_f}{\sigma_f T} = L \quad (5.10)$$

où  $L$  est la constante de Lorentz :

$$L = \frac{\pi^2 B^2}{3 e^2} \quad (5.11)$$

$B$  étant la constante de Boltzmann,  
 $e$  la valeur absolue de la charge de l'électron.

### 5.1.2. - POUVOIR THERMOÉLECTRIQUE (t.e.p)

-----

L'expression théorique des effets thermoélectriques d'un métal massif, se déduit des relations générales d'Onsager /50, 51/ ; en introduisant un gradient de température  $\nabla T$  et un champ électrique  $E$  ; elles s'écrivent :

$$\vec{J} = K_{11} \vec{E} + K_{12} \nabla T \quad (5.12)$$

$$\vec{U} = K_{21} \vec{E} + K_{22} \nabla T \quad (5.13)$$

où  $\vec{J}$  est le vecteur densité de courant électrique,

$\vec{U}$  est le vecteur densité de courant thermique et  $K_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) sont des scalaires.

Lorsqu'un échantillon conducteur est soumis à un gradient de température, un champ électromoteur  $E$  apparaît :

$$E = S_0 \nabla T \quad (5.14)$$

où  $S_o$ , pouvoir thermoélectrique absolu du métal, est donné par la relation :

$$S_o = - \frac{K_{12}}{K_{11}} \quad (5.15)$$

Le pouvoir thermoélectrique,  $S_f$ , d'une couche mince est défini par /5/ :

$$S_f = - \frac{\pi^2 B^2 T}{3 e} \left. \frac{d \ln \sigma_f}{d \epsilon} \right|_{\epsilon = \epsilon_F} \quad (5.16)$$

ou :

$$S_f = - \frac{\pi^2 B^2 T}{3 e \epsilon_F} \left. \frac{d \ln \sigma_f}{d \ln \epsilon} \right|_{\epsilon = \epsilon_F} \quad (5.17)$$

où  $B$  est la constante de Boltzmann,  $T$  la température absolue et  $\epsilon_F$  l'énergie de Fermi.

En posant :

$$\frac{\pi^2 B^2 T}{3 e \epsilon_F} = S \quad (5.18)$$

la relation (5.17) s'écrit sous la forme :

$$S_f = - S \left. \frac{d \ln \sigma_f}{d \ln \epsilon} \right|_{\epsilon = \epsilon_F} \quad (5.19)$$

Comme l'équation  $\frac{\sigma_f}{\sigma_o} = \frac{3}{2b} G(a)$  (cf. équation 3.43) peut se mettre sous la forme :

$$\sigma_f = \sigma_o F(\lambda_o) \quad (5.20)$$

où  $F(\lambda_o)$  est une fonction du libre parcours moyen  $\lambda_o$ , l'équation (5.19) s'écrit aussi :

$$S_f = -S \left[ \frac{d \ln \sigma_o}{d \ln \epsilon} \Big|_{\epsilon = \epsilon_F} + \frac{d \ln F(\lambda_o)}{d \ln \epsilon} \Big|_{\epsilon = \epsilon_F} \right] \quad (5.21)$$

le pouvoir thermoélectrique relatif au métal massif est

$$S_o = -S \frac{d \ln \sigma_o}{d \ln \epsilon} \Big|_{\epsilon = \epsilon_F} \quad (5.22)$$

ou :

$$S_o = -S [U + V] \quad (5.23)$$

avec :

$$U = \frac{d \ln \lambda_o}{d \ln \epsilon} \Big|_{\epsilon = \epsilon_F} \quad (5.24)$$

et :

$$V = \frac{d \ln \mathcal{A}_F}{d \ln \epsilon} \Big|_{\epsilon = \epsilon_F} \quad (5.25)$$

où  $\mathcal{A}_F$  est l'aire de la surface de Fermi.

Comme :

$$\frac{d \ln F(\lambda_o)}{d \ln \epsilon} \Big|_{\epsilon = \epsilon_F} = \frac{d \ln F(\lambda_o)}{d \ln \lambda_o} \cdot \frac{d \ln \lambda_o}{d \ln \epsilon} \Big|_{\epsilon = \epsilon_F} \quad (5.26)$$

En introduisant les équations (5.23) et (5.26) dans l'équation (5.21), on obtient :

$$S_f = -S \{V + U \left[ 1 + \frac{d \ln F(\lambda_o)}{d \ln \lambda_o} \right]\} \quad (5.27)$$

Nous avons défini précédemment (cf. chapitre 3) le coefficient de température de la résistivité d'une couche mince :

$$\beta_f = - \frac{d \ln \sigma_f}{dT} \quad (5.28)$$

Pour le métal massif, on a :

$$\beta_o = - \frac{d \ln \sigma_o}{dT} \quad (5.29)$$

Comme  $\sigma_f = \sigma_o F(\lambda_o)$ ,  $\beta_f$  prend la forme suivante :

$$\beta_f = \beta_o \left[ 1 + \frac{d \ln F(\lambda_o)}{d \ln \lambda_o} \right] \quad (5.30)$$

L'équation (5.30) nous permet alors d'exprimer  $S_f$  en fonction du rapport  $\frac{\beta_f}{\beta_o}$  c'est-à-dire /53/ :

$$S_f = - S \left[ v + u \frac{\beta_f}{\beta_o} \right] \quad (5.31)$$

## 5.2. - EXPRESSIONS APPROCHEES A(b,a), B(b,a)

Les valeurs numériques de  $A(b,a)$  et  $B(b,a)$  sont calculées (tableau 10) à l'aide du microcalculateur (programme de calcul dans l'Annexe 3), en se limitant aux valeurs satisfaisant la relation :

$$|ba| > 1 \quad (5.32)$$

qui est issue des équations (5.4) et (5.5).

Dans l'équation (5.4)  $C_1$  prend des valeurs négatives, donc  $b$  peut prendre des valeurs négatives ; la valeur minimale de  $b$  est obtenue pour  $\frac{1}{\nu} = 0$ . Dans ce cas, la valeur minimale est donnée par :

$$b_{\min} = \frac{C_1}{\nu} \quad (5.33)$$

la valeur correspondante de  $\tilde{a}$  est :

$$\tilde{a}_{\min} = \frac{\nu + C^2}{C_1} < \tilde{a}_m < 0 \quad (5.34)$$

avec :

$$\tilde{a}_m = \frac{C^2}{C_1} \quad (5.35)$$

où :

- $\tilde{a}_m = \frac{C^2}{1-C} \approx -6$  pour les couches polycristallines ;
- $\tilde{a}_m = -C \approx -1,28$  pour les couches monocristallines ou en colonne.

On en déduit le domaine de variation de  $\tilde{a}$ , qui est :

$$\tilde{a} < \tilde{a}_m < 0 \quad \text{et} \quad \tilde{a} > 0$$

Comme on sait /10, 55/ que le coefficient de Hall à champ magnétique faible a un effet dimensionnel à seuil très bas, les valeurs de  $A^2$  sont tabulées (tableau 10). On remarque que la relation :

$$A^2 \approx B \quad (5.36)$$

est valable dans un large domaine de  $\tilde{a}$  et  $b$ .

b	$\alpha$	A(EQ.5-8)	A <sup>2</sup>	B(EQ.5-9)	$-(\alpha - \frac{1}{Ab})$
-1.5	-2	.420538	.176669	.181725	.4148
	-3	.256279	.065678	.06304	.3986
	-4	.184768	.034139	.034204	.3918
	-5	.144554	.020096	.020957	.3881
	-6	.118745	.014100	.014128	.3857
	-7	.100767	.010154	.010168	.3841
	-8	.087522	.007660	.007669	.3828
	-9	.077357	.005984	.005989	.3819
-2	-2	.315418	.099489	.102220	.4148
	-3	.192269	.036944	.037296	.3986
	-4	.138576	.019283	.019296	.3918
	-5	.102416	.011754	.011788	.3881
	-6	.089659	.007931	.007947	.3857
	-7	.075575	.005711	.005719	.3841
	-8	.065641	.004308	.004313	.3828
	-9	.058817	.003366	.003368	.3819
-3	-2	.210279	.044217	.045431	.4148
	-3	.128139	.016419	.016576	.3986
	-4	.092384	.008534	.008576	.3918
	-5	.072277	.005224	.005239	.3881
	-6	.059372	.003525	.003532	.3857
	-7	.050383	.002538	.002542	.3841
	-8	.043761	.001915	.001917	.3828
	-9	.038678	.001496	.001497	.3819
-5	-2	.126167	.015918	.016355	.4148
	-3	.076883	.003911	.003967	.3986
	-4	.053430	.002072	.002087	.3918
	-5	.043366	.001880	.001886	.3881
	-6	.035623	.001269	.001271	.3857
	-7	.030238	.000913	.000915	.3841
	-8	.026236	.000689	.000690	.3828
	-9	.023207	.000538	.000539	.3819
-7	-2	.030119	.008121	.008344	.4148
	-3	.054916	.003015	.003044	.3986
	-4	.039593	.001567	.001575	.3918
	-5	.030976	.000939	.000962	.3881
	-6	.025445	.000647	.000648	.3857
	-7	.021593	.000466	.000466	.3841
	-8	.018754	.000351	.000352	.3828
	-9	.016576	.000274	.000275	.3819
-9	-2	.070093	.004913	.005047	.4148
	-3	.042713	.001824	.001841	.3986
	-4	.030794	.000948	.000952	.3918
	-5	.024092	.000580	.000582	.3881
	-6	.019790	.000391	.000392	.3857
	-7	.016794	.000282	.000282	.3841
	-8	.014587	.000212	.000213	.3828
	-9	.012892	.000168	.000166	.3819

b	$\alpha$	A(EQ.5-8)	A <sup>2</sup>	B(EQ.5-9)	$-(\alpha - \frac{1}{Ab})$
.04	26	.947954	.898618	.898668	.3725
	30	.823182	.677498	.677525	.3728
	36	.687303	.472386	.472441	.3740
	40	.519200	.333403	.333465	.3746
	46	.399722	.239399	.239539	.3759
	50	.496325	.246328	.246273	.3762
	60	.311034	.096742	.096756	.3778
	100	.249119	.062060	.062008	.3535

b	$\alpha$	A(EQ.5-8)	A <sup>2</sup>	B(EQ.5-9)	$-(\alpha - \frac{1}{Ab})$
10	16	.964383	.930034	.930539	.3693
	20	.618026	.373182	.373185	.3714
	26	.420657	.248951	.248984	.3726
	30	.379181	.143778	.143786	.3725
	36	.329241	.108399	.108404	.3728
	40	.279221	.075581	.075590	.3740
	46	.247680	.061345	.061354	.3746
	50	.215629	.046495	.046506	.3759
	80	.198530	.039414	.039403	.3782
	100	.124413	.015478	.015481	.3778
	100	.099647	.009929	.009921	.3535

b	$\alpha$	A(EQ.5-8)	A <sup>2</sup>	B(EQ.5-9)	$-(\alpha - \frac{1}{Ab})$
10	6	.392723	.154231	.154451	.3658
	10	.241095	.058127	.058158	.3693
	16	.152705	.023318	.023324	.3714
	20	.122716	.015065	.015061	.3726
	26	.094795	.008986	.008986	.3725
	30	.082310	.006774	.006775	.3728
	36	.061926	.004723	.004724	.3740
	40	.053907	.002903	.002924	.3746
	46	.049632	.002463	.002462	.3759
	50	.031183	.000967	.000967	.3782
	100	.024911	.000626	.000626	.3535

b	$\alpha$	A(EQ.5-8)	A <sup>2</sup>	B(EQ.5-9)	$-(\alpha - \frac{1}{Ab})$
1	1	.750000	.562500	.579441	.3333
	5	.157089	.024677	.024712	.3693
	10	.096438	.009300	.009305	.3693
	16	.061882	.003731	.003731	.3714
	20	.049886	.002489	.002489	.3726
	26	.037818	.001437	.001437	.3725
	30	.032924	.001083	.001084	.3728
	36	.027492	.000755	.000755	.3740
	40	.024768	.000613	.000613	.3746
	46	.021862	.000464	.000465	.3759
	50	.019853	.000394	.000394	.3782
	80	.012441	.000154	.000154	.3778
	100	.009564	.000099	.000099	.3535

b	$\alpha$	A(EQ.5-8)	A <sup>2</sup>	B(EQ.5-9)	$-(\alpha - \frac{1}{Ab})$
4	1	.187500	.035156	.036215	.3333
	6	.032872	.001542	.001544	.3693
	10	.024109	.000580	.000581	.3693
	16	.015270	.000233	.000233	.3714
	20	.012771	.000158	.000158	.3726
	26	.009479	.000089	.000089	.3725
	30	.008231	.000067	.000067	.3728
	36	.006873	.000047	.000047	.3740
	40	.006192	.000038	.000038	.3746
	46	.005350	.000029	.000029	.3759
	50	.004963	.000024	.000024	.3782
	80	.003110	.000009	.000009	.3778
	100	.002491	.000006	.000006	.3535

b	$\alpha$	A(EQ.5-8)	A <sup>2</sup>	B(EQ.5-9)	$-(\alpha - \frac{1}{Ab})$
10	1	.075000	.005625	.005794	.3333
	6	.015708	.000246	.000247	.3693
	10	.009643	.000093	.000093	.3693
	16	.006188	.000037	.000037	.3714
	20	.004988	.000024	.000024	.3726
	26	.003791	.000014	.000014	.3725
	30	.003292	.000010	.000010	.3728
	36	.002749	.000007	.000007	.3740
	40	.002476	.000006	.000006	.3746
	46	.002156	.000004	.000004	.3759
	50	.001985	.000003	.000003	.3782
	80	.001244	.000001	.000001	.3778
	100	.000996	.000000	.000000	.3535

b	$\alpha$	A(EQ.5-8)	A <sup>2</sup>	B(EQ.5-9)	$-(\alpha - \frac{1}{Ab})$
50	1	.015000	.000225	.000231	.3333
	6	.003141	.000009	.000009	.3693
	10	.001928	.000003	.000003	.3693
	16	.001221	.000001	.000001	.3714
	20	.000881	.000000	.000000	.3726
	26	.000758	.000000	.000000	.3725
	30	.000658	.000000	.000000	.3728
	36	.000543	.000000	.000000	.3740
	40	.000495	.000000	.000000	.3746
	46	.000431	.000000	.000000	.3759
	50	.000397	.000000	.000000	.3782
	80	.000248	.000000	.000000	.3778
	100	.000199	.000000	.000000	.3535

b	$\alpha$	A(EQ.5-8)	A <sup>2</sup>	B(EQ.5-9)	$-(\alpha - \frac{1}{Ab})$
100	1	.007500	.000556	.000557	.3333
	6	.001570	.000002	.000002	.3693
	10	.000964	.000000	.000000	.3693
	16	.000618	.000000	.000000	.3714
	20	.000490	.000000	.000000	.3726
	26	.000379	.000000	.000000	.3725
	30	.000329	.000000	.000000	.3728
	36	.000274	.000000	.000000	.3740
	40	.000247	.000000	.000000	.3746
	46	.000215	.000000	.000000	.3759
	50	.000198	.000000	.000000	.3782
	80	.000124	.000000	.000000	.3778
	100	.000099	.000000	.000000	.3535

TABLEAU 10

Les valeurs numériques de la quantité  $-(a - (Ab)^{-1})$  (tableau 10) montrent que la relation :

$$a - (Ab)^{-1} \approx -0,375 \quad (5.37)$$

est valable dans un large domaine.

Par conséquent une expression linéaire approchée de A est :

$$A \approx [ba + c_2 b]^{-1} \quad (5.38)$$

avec :

$$c_2 = 0,375$$

Une forme équivalente est :

$$A \approx \{1 + (c^2 + c_1 c_2) v^{-1} + c_2 \mu^{-1}\}^{-1}, \quad p, t > 0,3 \quad (5.39)$$

Les valeurs de A correspondant aux équations (5.8) et (5.38) ont été calculées (tableau 11).

Dans la partie du domaine où l'équation (5.38) n'est pas valable (tableau 11), les équations suivantes donnent une bonne approximation (tableau 12) :

$$A(b, a) \approx \frac{3}{2b} \ln a^{-1} - \frac{3}{4b} \quad (5.40)$$

$$B(b, a) \approx \frac{3}{2b^2 a} - \frac{3}{2b^2} \quad (5.41)$$

les équations (5.40) et (5.41) sont obtenues en développant les équations (5.8) et (5.9) en puissance de  $a^{-1}$ .

TABLEAU 11

b	q	A EQ 5-8	A EQ 5-38
.04	25.20	.977594	.977517
	25.60	.962546	.96263
	25.80	.955195	.955109
	26.00	.947954	.947867
	30.00	.823102	.823045
	40.00	.619200	.619195
	50.00	.496325	.496277
	80.00	.311034	.311041
	100.00	.249119	.249866
	10.20	.946124	.945626
	10.60	.911608	.911161
	10.80	.895276	.894854
	16.00	.610820	.610687
	20.00	.490867	.490797
	26.00	.379181	.379146
	30.00	.329241	.329218
	40.00	.247680	.247678
	50.00	.198530	.198511
	80.00	.124413	.124416
	100.00	.099647	.099626
4	2.60	.845876	.840336
	2.80	.791960	.787401
	6.00	.392723	.392156
	10.00	.241095	.240963
	16.00	.152705	.152671
	20.00	.122716	.122699
	26.00	.094795	.094786
	30.00	.082310	.082304
	40.00	.061920	.061919
	50.00	.049632	.049627
	80.00	.031103	.031104
	100.00	.024911	.024908
1	1.20	.649950	.634920
	1.60	.513911	.506329
	1.80	.463441	.459770
	6.00	.157089	.156862
	10.00	.096438	.096385
	16.00	.061082	.061068
	20.00	.049086	.049079
	26.00	.037918	.037914
	30.00	.032924	.032921
	40.00	.024768	.024767
	50.00	.019853	.019851
	80.00	.012441	.012441
	100.00	.009964	.009962

TABLEAU 12

b	q	A EQ 5-8	A EQ 5-38
4	.60	.272899	.256410
	.80	.221975	.212765
	1.00	.187500	.181818
	6.00	.039272	.039215
	10.00	.024109	.024096
	16.00	.015270	.015267
	20.00	.012271	.012269
	26.00	.009479	.009478
	30.00	.008231	.008230
	40.00	.006192	.006191
	50.00	.004963	.004962
	80.00	.003110	.003110
	100.00	.002491	.002490
10	.20	.213013	.173913
	.60	.109159	.102564
	.80	.088790	.085106
	1.00	.075000	.072727
	6.00	.015708	.015686
	10.00	.009643	.009638
	16.00	.006108	.006106
	20.00	.004988	.004987
	26.00	.003791	.003791
	30.00	.003292	.003292
	40.00	.002476	.002476
	50.00	.001985	.001985
	80.00	.001244	.001244
	100.00	.000996	.000996
100	.06	.036320	.022988
	.08	.024990	.021978
	.10	.029608	.021052
	.60	.010915	.010256
	.80	.008879	.008510
	1.00	.007500	.007272
	6.00	.001570	.001568
	10.00	.000964	.000963
	16.00	.000610	.000610
	20.00	.000490	.000490
	30.00	.000329	.000329
	40.00	.000247	.000247
	50.00	.000198	.000198
	80.00	.000124	.000124
	100.00	.000099	.000099

100	.06	.036320	.022988
	.08	.024990	.021978
	.10	.029608	.021052
	.60	.010915	.010256
	.80	.008879	.008510
	1.00	.007500	.007272
	6.00	.001570	.001568
	10.00	.000964	.000963
	16.00	.000610	.000610
	20.00	.000490	.000490
	30.00	.000329	.000329
	40.00	.000247	.000247
	50.00	.000198	.000198
	80.00	.000124	.000124
	100.00	.000099	.000099

b	q	A EQ 5-8	A EQ 5-40	$\frac{\Delta A}{A} \%$	B EQ 5-9	B EQ 5-41	$\frac{\Delta B}{B} \%$
10	.12	.2732	.2430	11.04	.1030	.0950	7.80
	.16	.2385	.1998	15.20	.0732	.0637	12.97
	.20	.2130	.1604	21.87	.0557	.0450	19.28
20	.06	.1816	.1735	4.45	.0562	.0550	2.29
	.08	.1624	.1519	6.47	.0409	.0393	3.81
	.10	.1480	.1351	8.67	.0317	.0300	5.65
	.12	.1366	.1215	11.04	.0257	.0237	7.80
	.16	.1192	.0999	16.20	.0183	.0159	12.97
	.20	.1065	.0832	21.87	.0139	.0112	19.28
40	.03	.1148	.1127	1.84	.0295	.0293	.67
	.06	.0988	.0867	4.45	.0140	.0137	2.29
	.08	.0812	.0729	6.47	.0102	.0098	3.81
	.10	.0740	.0675	8.67	.0079	.0075	5.65
	.12	.0683	.0607	11.04	.0064	.0059	7.80
	.16	.0596	.0499	16.20	.0045	.0039	12.97
	.20	.0532	.0416	21.87	.0034	.0028	19.28
60	.02	.0862	.0853	1.10	.0200	.0200	.32
	.06	.0605	.0578	4.45	.0062	.0061	2.29
	.08	.0541	.0506	6.47	.0045	.0043	3.81
	.10	.0493	.0450	8.67	.0035	.0033	5.65
	.12	.0455	.0405	11.04	.0028	.0026	7.80
	.16	.0397	.0333	16.20	.0020	.0017	12.97
	.20	.0355	.0277	21.87	.0015	.0012	19.28
100	.02	.0517	.0511	1.10	.0072	.0072	.32
	.06	.0363	.0347	4.45	.0022	.0022	2.29
	.08	.0324	.0303	6.47	.0016	.0015	3.81
	.10	.0296	.0270	8.67	.0012	.0012	5.65
	.12	.0273	.0243	11.04	.0010	.0009	7.80
	.16	.0238	.0199	16.20	.0007	.0006	12.97
	.20	.0213	.0166	21.87	.0005	.0004	19.28

### 5.3. - COUCHES EPAISSES

#### 5.3.1. - EXPRESSIONS APPROCHÉES DES PARAMÈTRES

Dans le domaine de validité de l'équation (5.39), on peut écrire, en partant des équations (5.1), (5.2), (5.3), (5.10) et (5.31) :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_o} = \left( \frac{\rho_f}{\rho_o} \right)^{-1} \approx 1 + \frac{c^2 + c_1 c_2}{\nu} + \frac{c_2}{\nu} \quad (5.42)$$

$$\frac{\beta_f}{\beta_o} \approx \frac{\rho_o}{\rho_f} \quad (5.43)$$

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} \approx 1 \quad (5.44)$$

$$s_f = -s \left[ U + \nu \frac{\beta_f}{\beta_o} \right] \approx -s \left[ U + \nu \frac{\rho_o}{\rho_f} \right] \quad (5.45)$$

$$\frac{\epsilon_f}{\epsilon_o} \approx \left[ 1 + \frac{c^2 + c_1 c_2}{\nu} + \frac{c_2}{\nu} \right] \quad (5.46)$$

avec :

$$c_2 = 0,375$$

#### 5.3.2. - COMPARAISON AVEC LES RÉSULTATS ANTÉRIEURS

Dans le cas d'une couche monocristalline, en prenant  $D_g = d$ , l'expression approchée suivante a été proposée empiriquement /4, 57/.

$$\frac{\rho_{fm}}{\rho_o} \approx 1 + k^{-1} \left[ 0,36 \ln \frac{1}{p} + 1,144 \ln \frac{1}{t} \right] \quad (5.47)$$

avec :

$$k = d \lambda_o^{-1}$$

pourvu que :

$$k \gg 0,01 \quad ; \quad t > 0,3 \quad ; \quad p > 0,3$$

qui peut être comparée avec l'équation (5.42) pour :

$$C_1 = - C$$

qui s'écrit alors :

$$\frac{\rho_{fm}}{\rho_o} \approx 1 + v^{-1} + 0,375 \mu^{-1} \quad (5.48)$$

On remarque qu'elle est en bon accord qualitatif avec l'équation (5.47).

Dans le cas des couches polycristallines, la formule asymptotique proposée /4, 58/ :

$$\frac{\rho_{fp}}{\rho_o} \approx 1 + \mu^{-1} \left[ 4,7 v^{-1} + 3 \right]^{-1} \quad (5.49)$$

est valable pour :

$$\mu > 0,1 \quad ; \quad 0,1 < v < 4$$

La résistivité réduite d'une couche infiniment énaïse, en présence de joints de grains peut être déduite de l'équation (5.42) en faisant  $\frac{1}{\mu} = 0$  ; ce qui donne :

$$\frac{\rho_R}{\rho_o} \approx 1 + \frac{C^2 + C_1 C_2}{v} \quad (5.50)$$

En combinant les équations (5.42) et (5.50), on obtient :

$$\frac{\rho_g}{\rho_o} \approx 1 + \frac{C_2}{\mu} \frac{1}{1 + \frac{C^2 + C_1 C_2}{\nu}} \quad (5.51)$$

avec :

$$C_1 = 1 - C$$

donc :

$$\frac{\rho_f}{\rho_g} \approx 1 + \mu^{-1} \frac{1}{2,62 + 4 \nu^{-1}} \quad (5.52)$$

qui n'est pas trop éloigné de l'équation (5.49), mais leurs domaines de validité sont différents.

Dans le cas d'une couche polycristalline, infiniment épaisse, on a (équation 5.50) :

$$\frac{\rho_g}{\rho_o} \approx 1 + 1,5 \nu^{-1} \quad (5.53)$$

qui est en bon accord avec l'expression suivante, obtenue /10,59/ en supposant que la diffusion des joints de grains est isotropique :

$$\frac{\rho_g}{\rho_o} = 1 + 1,45 \nu^{-1} \quad (5.54)$$

En l'absence de diffusion des joints de grains, l'équation (5.42) devient :

$$\frac{\rho_f}{\rho_o} \approx 1 + 0,375 \mu^{-1} \quad (5.55)$$

qui est en bon accord avec l'expression asymptotique usuelle de Fuchs-

Sondheimer (cf. Chapitre 2) :

$$\left. \frac{\rho_f}{\rho_o} \right|_{F-S} \approx 1 + \frac{3}{8} (1-p) k^{-1} \quad (5.56)$$

tout en remarquant que l'écart entre  $(1-p)$  et  $\ln \left(\frac{1}{p}\right)$  n'est pas marqué pour les valeurs de  $p$  non faibles.

#### 5.4. - EXPRESSIONS APPROCHEES DES PARAMETRES A FAIBLE EPAISSEUR

Quand les équations (5.40) et (5.41) sont valables, les équations (5.1), (5.2), (5.3), (5.10) et (5.31) s'écrivent sous la forme :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_o} \approx \frac{3}{2b} \ln a^{-1} \left[ 1 - (2 \ln a^{-1})^{-1} \right] \quad (5.57)$$

$$\frac{\beta_f}{\beta_o} \approx (b a \ln a^{-1})^{-1} (1 - 2a) \quad (5.58)$$

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} \approx \frac{2}{3} a^{-1} (\ln a^{-1}) (1 - 2a) \quad (5.59)$$

$$s_f \approx -s \left[ u + v (b a \ln a^{-1})^{-1} (1 - 2a) \right] \quad (5.60)$$

$$e_f \approx \frac{3 LT}{2} \frac{\ln a^{-1}}{b} \left[ 1 - (2 \ln a^{-1})^{-1} \right] \quad (5.61)$$

Si les joints de grains ne contribuent pas à la diffusion, les équations (5.57) à (5.59) prennent les formes suivantes pour les couches de très faible épaisseur :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_o} \approx \frac{3}{2} \mu \ln \mu^{-1} \quad , \quad \mu \ll 1 \quad (5.62)$$

$$\frac{\beta_f}{\beta_o} \approx (\ln \mu^{-1})^{-1} \quad , \quad \mu \ll 1 \quad (5.63)$$

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} \approx \frac{2}{3} \mu^{-1} (\ln \mu^{-1})^{-2} \quad , \quad \mu \ll 1 \quad (5.64)$$

les équations (5.62) à (5.64) ont été obtenues antérieurement /60/ à partir du modèle de Cottey étendu (cf. chapitre 2) /4/.

Dans le cas des couches très minces monocristallines, le diamètre du grain,  $D_g$ , prend des valeurs indépendantes de l'épaisseur de la couche ; en conséquence :

$$v = \text{const.} \quad \text{et} \quad \mu \ll 1$$

d'où

$$b \approx \mu^{-1} \quad (5.65)$$

$$a \approx (1 + c^2 v^{-1}) \mu \quad (5.66)$$

$$\ln a^{-1} \approx \ln \mu^{-1} \quad (5.67)$$

et les équations (5.57) à (5.59) deviennent :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_o} \approx \frac{3}{2} \mu \ln \mu^{-1} \quad , \quad \mu \ll 1 \quad , \quad D_g = \text{const.} \quad (5.68)$$

$$\frac{\beta_f}{\beta_o} \approx \left[ (1 + c^2 v^{-1}) \ln \mu^{-1} \right]^{-1} \quad , \quad \mu \ll 1 \quad , \quad D_g = \text{const.} \quad (5.69)$$

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} \approx \frac{2}{3} \mu^{-1} (1 + c^2 v^{-1})^{-1} (\ln \mu^{-1})^{-2} \quad , \quad \mu \ll 1 \quad , \quad D_g = \text{const.} \quad (5.70)$$

Il apparaît que la conductivité électrique a un effet indépendant des joints de grains, par contre le coefficient de température de la résistivité (t.c.r.) et le coefficient de Hall sont plus faibles en l'absence de diffusion par les joints de grains.

Pour les couches polycristallines très minces, le seuil d'épaisseur pour la continuité de la couche correspond généralement à la taille du grain  $/4, 7/$  ; la situation se ramène donc aux cas des couches monocristallines où le diamètre de grain est égale à l'épaisseur de la couche ; la situation est similaire pour les couches très minces à structure en colonne.

$$b \approx k^{-1} (M(p) - CN(t)) \quad , \quad k \ll 1 \quad (5.71)$$

avec :

$$M(p) = \begin{cases} \ln \frac{1}{p} \\ \frac{2(1-p)}{1+p} \end{cases} \quad , \quad p > 0,3 \quad (5.72)$$

$$N(t) = \begin{cases} \ln \frac{1}{t} \\ \frac{2(1-t)}{1+t} \end{cases} \quad , \quad t > 0,3 \quad (5.73)$$

$$a \approx c \left[ M(p) (CN(t))^{-1} - 1 \right]^{-1} \quad , \quad k \ll 1 \quad (5.74)$$

On pose :

$$A(b, a_0) \approx A_4 k \quad , \quad k \ll 1 \quad (5.75)$$

$$B(b, a_0) \approx B_4 k^2 \quad , \quad k \ll 1 \quad (5.76)$$

avec :

$$A_4 = A(1, a_0) (M(p) - CN(t))^{-1} \quad (5.77)$$

$$B_4 = B(1, a_0) (M(p) - CN(t))^{-2} \quad (5.78)$$

En conséquence :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_0} \approx A_4 k \quad , \quad k \ll 1 \quad , \quad D_g = d \quad (5.79)$$

$$\frac{\beta_f}{\beta_0} \approx \frac{B_4}{A_4} k^2 \quad , \quad k \ll 1 \quad , \quad D_g = d \quad (5.80)$$

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} \approx \frac{B_4}{A_4^2} \quad , \quad k \ll 1 \quad , \quad D_g = d \quad (5.81)$$

$$B(1, \bar{a}_0) \approx A^2(1, \bar{a}_0) \quad , \quad \bar{a}_0 > 2 \quad (5.82)$$

Des nouvelles équations peuvent être déduites des équations (5.77), (5.78) et (5.82) :

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} \approx 1 \quad , \quad k \ll 1 \quad , \quad \bar{a}_0 > 2 \quad , \quad D_g = d \quad (5.83)$$

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} \approx B(1, \bar{a}_0) [A(1, \bar{a}_0)]^{-2} \quad , \quad k \ll 1 \quad , \quad \bar{a}_0 < 2 \quad (5.84)$$

La variation de  $\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}}$  en fonction de  $\bar{a}_0$  est donnée dans le tableau 13.

Pour les couches polycristallines d'épaisseurs données avec des grains très fins :

$$v \ll 1$$

et donc :

$$b \approx (1-c) v^{-1} , \quad v \ll 1 \quad (5.85)$$

$$a \approx c^2 (1-c)^{-1} = a_1 \quad (5.86)$$

avec :

$$a_1 = - 5,8$$

En conséquence :

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_o} \approx A_5 v , \quad v \ll 1 \quad (5.87)$$

$$\frac{\beta_f}{\beta_o} \approx B_5 v^2 , \quad v \ll 1 \quad (5.88)$$

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} \approx \frac{B_5}{A_5^2} , \quad v \ll 1 \quad (5.89)$$

avec :

$$A_5 = (1-c)^{-1} A(1, a_1) \quad (5.90)$$

$$B_5 = (1-c)^{-2} B(1, a_1) \quad (5.91)$$

Les valeurs numériques de  $A(1, \bar{a})$  et  $B(1, \bar{a})$  (tableau 13) montrent pour  $\bar{a} = a_1$  :

$$B(1, a_1) \approx [A(1, a_1)]^2 \quad (5.92)$$

donc :

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} \approx 1 , \quad v \ll 1 \quad (5.93)$$

TABLEAU 13

$a$	$A(1, a)$	$B(1, a)$	$\frac{B(1, a)}{A^2(1, a)}$
.02	5.175379	72.235909	2.696924
.04	4.189325	34.890971	1.988038
.06	3.632012	22.516902	1.706923
.08	3.249048	16.374645	1.551170
.1	2.960874	12.719368	1.450860
.2	2.130133	5.575055	1.228670
.4	1.428481	2.253315	1.104263
.6	1.091596	1.265492	1.062027
.8	.887902	.821232	1.041683
1	.750000	.579441	1.030118
2	.425407	.182790	1.010054
4	.229270	.052722	1.003002
6	.157089	.024712	1.001426
8	.119503	.014292	1.000830
10	.096438	.009305	1.000542
12	.080839	.006537	1.000382
14	.069584	.004843	1.000290
16	.061062	.003731	1.000224
18	.054431	.002963	1.000191
20	.049066	.002409	1.000139
30	.032924	.001084	1.000040

(A)

$a$	$A(1, a)$	$B(1, a)$	$\frac{B(1, a)}{A^2(1, a)}$
-1.25	1.267036	1.835392	1.143274
-1.50	.940101	.943755	1.067848
-1.75	.753672	.591170	1.040753
-2	.630637	.408883	1.027457
-4	.277153	.077184	1.004828
-6	.178118	.031788	1.001950
-8	.131283	.017253	1.001049
-10	.103963	.010815	1.000654
-12	.086059	.007409	1.000448
-14	.073418	.005391	1.000322
-16	.064015	.004099	1.000248
-18	.056748	.003221	1.000186
-20	.050963	.002597	1.000139
-30	.033758	.001139	1.000008

(B)

## 5.5. - CONSEQUENCES PHYSIQUES

L'équation (5.42) peut être écrite sous la forme :

$$\frac{\rho_f}{\rho_o} \approx 1 + C_2 \frac{\rho_o}{\rho_1} \frac{1}{\mu} \quad (5.94)$$

avec :

$$\rho_1 = \rho_o \left( 1 + \frac{C^2 + C_1 C_2}{v} \right) \quad (5.95)$$

En introduisant :

$$\lambda_1 = \lambda_o \frac{\rho_o}{\rho_1} \quad (5.96)$$

et :

$$\mu_1 = \frac{\lambda_o}{\lambda_1} \mu \quad (5.97)$$

l'équation (5.94) devient :

$$\frac{\rho_f}{\rho_1} \approx 1 + \frac{C_2}{\mu_1} \quad (5.98)$$

Cette équation a la même forme que l'expression usuelle (équation 5.48) de Fuchs-Sondheimer et on peut l'appeler équation effective de Fuchs-Sondheimer, comme suggéré antérieurement /4, 60/,  $\lambda_1$  est alors le libre parcours moyen effectif /60, 61/.

Dans le cas des couches polycristallines, on peut se référer aux paramètres de transport des couches infiniment épaisses (marquées par l'indice g) :

$$\frac{\rho_{fp}}{\rho_g} \approx 1 + \frac{C_2}{\mu_g} \quad (5.99)$$

et :

$$\lambda_g = \frac{\lambda_o \rho_o}{\rho_g} \quad (5.100)$$

donc le paramètre effectif  $\mu_g$  peut être défini par :

$$\mu_g = \frac{\lambda_o}{\lambda_g} \mu \quad (5.101)$$

La comparaison des équations (5.42) et (5.44) montre que l'effet dimensionnel du coefficient de Hall est moins marqué que pour la résistivité électrique des couches métalliques polycristallines, monocristallines ou en colonnes. Ce résultat a été établi séparément /57, 62/ et confirmé par plusieurs expériences /4/.

Dans le cas où le diamètre du grain reste constant, pour les couches à faibles épaisseurs, la variation de la conductivité (équation 5.42) n'est pas altérée par la diffusion des joints de grains, ce qui n'est pas le cas pour le coefficient de température de la résistivité (équation 5.63) et le coefficient de Hall (équation 5.64).

A partir de l'équation (5.70), on remarque que la relation entre les coefficients de Hall réduits d'une couche monocristalline,  $R_{Hf}/R_{Ho}$ , et d'un monocristal,  $R_{Hf}/R_{Ho} \Big|_{F-S}$ , peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} = \frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} \Big|_{F-S} (1 + C^2 \nu^{-1})^{-1} \quad (5.102)$$

Cette équation suggère une procédure de détermination expérimentale de  $\nu$ .

L'équation (5.69) montre que le coefficient de température de la résistivité ne peut pas prendre de valeurs négatives pour les faibles épaisseurs si la taille de grain reste constante.

Pour les couches à faibles épaisseurs et quand le diamètre de grain,  $D_g$ , est égal à l'épaisseur,  $d$ , la comparaison des équations (5.62) et (5.79) suggère que l'effet dimensionnel de la résistivité est beaucoup plus marqué pour  $D_g = d$ .

Quand une couche polycristalline contient des grains très fins, la diffusion par les joints de grains a une importance majeure, elle détermine les propriétés de transport (équations 5.87 à 5.89) ; de plus le coefficient de Hall est proche de celui du métal massif. Comme le coefficient de Hall réduit des couches minces prend la valeur unité pour quelques cas de faible et forte épaisseurs, on a calculé une expression asymptotique du coefficient de Hall pour  $\bar{a} \gg 1$  qui est beaucoup plus exacte que l'équation (5.44).

En introduisant le paramètre  $G$  défini par :

$$G = 1 + c^2 v^{-1} \tag{5.103}$$

les équations (5.8) et (5.9) deviennent :

$$A(g, \bar{a}) = \frac{1}{G} a \left[ a - \frac{1}{2} + (1 - a^2) \ln (1 + \bar{a}^{-1}) \right] \tag{5.104}$$

$$B(g, \bar{a}) = \frac{1}{G^2} a^2 \left[ \bar{a}^{-1} - 2 + 2 a \ln (1 + \bar{a}^{-1}) \right] \tag{5.105}$$

Pour les grandes valeurs de  $\bar{a}$  les expressions asymptotiques des équations (5.104) et (5.105) sont :

$$A(g, a) \approx \frac{1}{6} \left( 1 - \frac{3}{8a} + \frac{1}{5a^2} \right) \quad (5.106)$$

$$B(g, a) \approx \frac{1}{6^2} \left( 1 - \frac{3}{4a} + \frac{3}{5a^2} \right) \quad (5.107)$$

donc :

$$\frac{R_{Hf}}{R_{Ho}} \approx 1 + \frac{1}{a^2} \left( \frac{1}{5} - \frac{9}{64} \right) \quad (5.108)$$

En l'absence de diffusion des joints de grains,  $a$  se réduit à  $\mu$  et l'équation (5.108) est identique à celle obtenue antérieurement /9/.

Dans le cas des couches polycristallines infiniment épaisses,  $a$  prend la valeur asymptotique  $a_g$  donnée par :

$$a_g = \frac{v}{1-c} (1 + c^2 v^{-1}) \quad (5.109)$$

Il est clair que :

$$|a_g| > \frac{c^2}{c-1} = 5,8 \quad (5.110)$$

et en conséquence l'équation (5.108) donne :

$$1 < \frac{R_{Hg}}{R_{Ho}} < 1 + 1.7 \cdot 10^{-3}$$

donc :

$$\frac{R_{Hg}}{R_{Ho}} \approx 1 \quad (5.111)$$

ce qui est en bon accord avec les tabulations directes /10/.

## V.6. - DISCUSSION

Les équations approchées proposées dans ce chapitre peuvent être remplacées par des autres équations approchées, si le domaine de validité ne convient pas pour le cas à étudier ; des suggestions empiriques sont faites dans cette direction /57/.

Du point de vue général, on voit que la résistivité électrique et son coefficient de température sont les outils de base pour l'analyse des propriétés de transport ; aucune information nouvelle ne peut être déduite de la mesure du coefficient de Hall, qui peut seulement confirmer la cohérence des hypothèses.

Les mesures thermoélectriques dépendent des paramètres  $U$  et  $V$  qui peuvent être déterminés à partir des expériences simultanées de la résistivité et de son coefficient de température comme on l'a montré dans le cas de couches polycristallines et monocristallines.

---

# **C O N C L U S I O N**

---

## CONCLUSION

---

Les travaux qui ont été présentés ne permettent pas d'avoir une vue définitive sur les meilleures conditions d'obtention d'un renforcement de l'isolation thermique d'une paroi de verre à l'aide d'une mince couche amorphe. Cependant, il me semble qu'on peut affirmer que les différents résultats théoriques et expérimentaux conduisent à établir la faisabilité d'un tel dispositif ; en effet les procédures de mesures sont définies pour contrôler la qualité du matériau, à l'aide des nouvelles expressions de la résistivité et du coefficient de Hall, et pour déterminer, dans des conditions reproductibles, l'effet thermique de la couche mince de matériau amorphe déposée à la surface du verre.

Mon opinion est, cependant, que les thèmes les plus intéressants sont dans le domaine théorique notamment la nouvelle expression équivalente de la fonction de Fuchs-Sondheimer et les conséquences qui en découlent pour l'analyse des couches minces non recuites ; en effet, il est clair que ces nouvelles formulations permettent d'étendre la validité des modèles de conduction métallique multidimensionnels aux couches non recuites et en cours de recuit, ouvrant ainsi un vaste champ expérimental aux interprétations physiques. La simplicité des nouvelles expressions du coefficient de Hall redonne de l'intérêt à

cette méthode de mesure assez rapide, et des développements théoriques nouveaux sont là aussi prévisibles.

En résumé, j'ai l'impression d'avoir préparé le terrain pour de futurs travaux théoriques ou très pratiques, dans un domaine où la modélisation électrique en est encore à ses débuts.

---

# **BIBLIOGRAPHIE**

---

## BIBLIOGRAPHIE

---

- /1/ A.A. COTTEY, *Thin Solid Films*, 1 (1967/68) 297.
- /2/ E.H. SONNHEIMER, *Phys. Rev.*, 80 (1950) 401.
- /3/ K.FUCHS, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 34 (1938) 100.
- /4/ C.R. TELLIER and A.J. TOSSER, "Size effects in Thin Films", Elsevier-Amsterdam (1982) Chapitre 1.
- /5/ J.M. ZIMAN, "Electron and Phonons", Oxford University Press London (1962).
- /6/ P.M. HALL, *Appl. Phys. Lett.*, 12 (1968) 212.
- /7/ K.L. CHOPRA, "Thin Film Phenomena", Mc Gray-Hill, New-York (1969)
- /8/ C.R. TELLIER, A.J. TOSSER, C.R. PICHARD, *J. Mat. Sc.*, 16 (1981) 1118.
- /9/ C.R. PICHARD, C.R. TELLIER, A.J. TOSSER, *Thin Solid Films*, 81 (1981) 169.
- /10/ /4/ Chapitre 2.
- /11/ P. DE. GROOT, Thesis, *Fak. Phys.*, Techn. Univ. MUNCHEN .
- /12/ C.R. PICHARD, C.R. TELLIER, A.J. TOSSER, *J. Mat. Sc.*, 15 (1980) 2236.
- /13/ A.J. TOSSER, C.R. TELLIER, C.R. PICHARD, *Phys. Stat. Sol (a)*, 68 (1982) K171.
- /14/ C.R. PICHARD, C.R. TELLIER, A.J. TOSSER, *J. Phys.F.*, 10 (1980) L101.
- /15/ A.F. MAYADAS, M. SHATZKES, *Phys. Rev. B*, 1 (1970) 1382.
- /16/ C.R. TELLIER, A.J. TOSSER, *Thin Solid Films*, 70 (1980) 225.
- /17/ C.R. TELLIER, C.R. PICHARD, A.J. TOSSER, *Thin Solid Films*, 76 (1981) 129.
- /18/ M.A. ANGADI, L.A. UDACHAN, *Thin Solid Films*, 79 (1981) 149.
- /19/ E.I. TOCHITSKI and N.M. BELYAVSKII, *Phys. Stat., Sol (a)*, 61 (1980) K21.

- /20/ G. GOUREAUX, Thèse, Université de Caen (1960).
- /21/ C.R. TELLIER, C.R. PICHARD, A.J. TOSSER,  
**Thin Solid Films**, 61 (1979) 349.
- /22/ C.R. PICHARD, C.R. TELLIER, A.J. TOSSER,  
**Thin Solid Films**, 62 (1979) 189.
- /23/ E.E. MOLA, J.M. HERAS, **Thin Solid Films**, 18 (1973) 137.
- /24/ P.WISSMANN, **Thin Solid Films**, 5 (1970) 329.
- /25/ C.R. PICHARD, C.R. TELLIER, A.J. TOSSER, **J. Mat. Sc. Lett.**,  
1 (1982) 423.
- /26/ C.R. PICHARD, F. MACHIZAUD, A. ES. SLASSI, A.J. TOSSER,  
**Thin Solid Films**, 112 (1984) 289.
- /27/ B.S. VERMA and S.K. CHARMA, **Thin Solid Films**, 5 (1970) R44.
- /28/ A. SINGH, **Thin Solid Films**, 2 (1972) 159.
- /29/ A. SINGH, **Proce. I.E.E.E.**, 61 (1973) 1653.
- /30/ /4/ Chapitre 4.
- /31/ C.R. PICHARD, C.R. TELLIER, A.J. TOSSER, **Le Vide**, 203 (1980) 207.
- /32/ J. Le BAS, Thèse, Université de Rouen (1971).
- /33/ A. BRENNER, G.E. RIDDEL, **J. Res. N.B.S.**, 37 (1946) 10.
- /34/ A. BRENNER, G.E. RIDDEL, **Proc. Am. Electroplat.**, 34 (1947) 156.
- /35/ J. FLECHON, Thèse, Nancy, (1960).
- /36/ P.CAVALOTTI, G. SALVAGO, **Electrochem. Metal. Ital.** 3, 3 (1968).
- /37/ R.M. LUKES, **Plating**, 51 (1964) 969.
- /38/ A.J. TOSSER, C.R. PICHARD, H. ZANTOUT, M. BEDDA, J. FLECHON,  
**IASTED Congres MIC'84 (Insbruck), Proced.**, (1984) 164.
- /39/ F.A. KUHNAST, F. MACHIZAUD, J. FLECHON, C.R. PICHARD, A.J. TOSSER,  
**Thin Solid Films**, 81 (1981) 181.
- /40/ C.R. PICHARD, Z. BOUHALA, A.J. TOSSER, A. RASHID and J. FLECHON,  
**J. Mat. Sc.**, (1985), (à paraître).
- /41/ F. MACHIZAUD, F.A. KUHNAST, J. MBEMBA, J. FLECHON,  
**J. Phys.**, C9 - 12 (1982) 75

- /42/ C.R. PICHARD, A.J. TOSSER, F.A. KUHNAST, F.MACHIZAUD, J. FLECHON, M. ZANTOUT, **J. Mat. Sc.**(1985) (submitted).
- /43/ C.R. PICHARD, L. OUARBYA, Z. BOUHALA, A.J. TOSSER, **J. Mat. Sc. Lett.**, 3 (1984) 725.
- /44/ A.J. TOSSER, C.R. PICHARD, M. LAHRICHI, M. BEDDA, **J. Mat. Sc. Lett.**, (1985) (submitted).
- /45/ C.R. PICHARD, H. ZANTOUT, **Note interne**, (1985).
- /46/ J.F. SACADURA, "Initiation aux transferts thermiques", Lavoisier, Paris (1982).
- /47/ C.R. PICHARD, C.R. TELLIER, L. OUARBYA et A.J. TOSSER, **Phys. Stat. Sol. (a)**, 68 (1981) 477.
- /48/ /4/ Chapitre 3.
- /49/ R.H. HUBE, "Electronic properties of cristalline solids", Academic Pres London, (1974) chap. 7.
- /50/ J.Y. NYE, "Propriétés physiques des cristaux", Dunod, (1961) 219.
- /51/ R.D. BARNARD, "Thermoelectricity in metal and alloys", Taylor and Francis, (1972).
- /52/ C.R. PICHARD, "Thèse", Université de Nancy 1, (1985).
- /53/ C.R. TELLIER, C.R. PICHARD, A.J. TOSSER, **Thin Solid Films**, 42 (1977) L 31.
- /54/ M. BEDDA, C.R. PICHARD, A.J. TOSSER, **J. Mat. Sc.**, (1985) (submitted).
- /55/ C.R. PICHARD, A.J. TOSSER, C.R. TELLIER, **J. Mat. Sc. Lett.**, 1 (1982) 260.
- /56/ C.R. PICHARD, C.R. TELLIER, M. BEDDA, A.J. TOSSER, **J. Mat. Sc. Lett.**, 3 (1984) 783.
- /57/ C.R. PICHARD, V.I. VATAMANYUK, A. KHALID-NACIRI, C.R. TELLIER, A.J. TOSSER, **J. Mat. Sc. Lett.**, 3 (1984) 447.
- /58/ C.R. PICHARD, C.R. TELLIER, A.J. TOSSER, **Le Vide "Les Couches Minces"**, 215 (1983) 3.
- /59/ A.J. TOSSER, C.R. TELLIER, C.R. PICHARD, **J. Mat. Sc.**, 16 (1981) 944.
- /60/ C.R. TELLIER, **Thin Solid Films**, 51 (1978) 311.
- /61/ C.R. TELLIER, A.J. TOSSER, C. BOUTRIT, **Thin Solid Films**, 44 (1977) 201.

- /62/ C.R. TELLIER, C.R. PICHARD, V.I. VATAMANYUK, A.J. TOSSER,  
**J. Mat. Sc. Lett.**, 2 (1983) 579.
- /63/ /4/ Chapitre 3.
- /64/ C.R. PICHARD, M. BELDA, C.R. TELLIER, V.I. VATAMANYUK, A.J. TOSSER,  
**J. Mat. Sc.**, (1985) (à paraître).
- /65/ C.R. PICHARD, M. BELDA, A.J. TOSSER,  
**J. Mat. Sc. Lett.**, 3 (1984) 743.
- /66/ M. VIARD, *Thèse*, Université de Nancy 1, (1974)
-

# **ANNEXES**



# ANNEXE 1

## PROGRAMME DE CALCUL

```

5 OPEN#0,4:OPEN#1,4,1:OPEN#2,4,2
8 PRINT#40,"          TABLEAU 1°"
9 PRINT#40,":PRINT#40,
16 PRINT#40
20 PRINT#40,"-----"
23 PRINT#40,"|           |           |           |           |           |"
30 PRINT#40,"|   P   |       K   |   1/C(U)  |   F(K,P)  | -(F-1/C)/F % |"
32 PRINT#40,"|-----|-----|-----|-----|-----|"
42 FOR I=1 TO 3
44 PRINT#40,"-----"
45 F=0.25*I
50 PRINT#42,"  3  9.99  3  39.99  3  99.9999  3  99.9999  3  99.99  3  3"
90 READ A
95 GOSUB 550
98 PRINT#42,"  3  39.99  3  99.9999  3  99.9999  3  99.99  3  3"
130 FORM=0 TO 3
140 Q=0.01*(10*M)
150 FOR N=1 TO 5
160 X=Q*N*2
195 IF X>360 TO 230
170 U=X/LOG(1/P)
180 F=1/((3/2)*U*(U-1/2+(1-U*U)*LOG(1+1/U)))
190 READ A
200 R=-100*(F-A)/A
220 PRINT#41,X,F,A,R
230 NEXT N,M,I
400 STOP
550 X=0.01
570 U=X/LOG(1/P)
580 F=1/((3/2)*U*(U-1/2+(1-U*U)*LOG(1+1/U)))
585 R=-100*(F-A)/A
590 PRINT#41,P,X,F,A,R
600 RETURN
610 REM LES DONNEES
620 DATA 18.195,10.760,6.5548,4.9909,4.1516,3.6206
640 DATA 2.4533,1.7889,1.5398,1.4081,1.3265,1.1585
660 DATA 1.0754,1.0491,1.0364
720 DATA 11.820,7.1839,4.5350,3.5422,3.0073,2.6681
740 DATA 1.9250,1.4974,1.3398,1.2571,1.2061,1.1013
760 DATA 1.0491,1.0322,1.0233
820 DATA 6.5149,4.1603,2.7992,2.2860,2.0093,1.8341
840 DATA 1.4532,1.2389,1.1620,1.1223,1.0988,1.0487
860 DATA 1.0233,1.0158,1.0118

```

## ANNEXE 2

### MESURE DE LA TEMPERATURE

```
10 OPEN#0,4
20 OPEN#6,16
30 PRINT#6,F0R3X
40 PRINT#40,CHR$(1)" *MESURE DE LA TEMPERATURE*"
50 PRINT#40:PRINT#40
60 INPUT#3
70 PRINT#40,"CHÂPEAU ";B$
75 PRINT#40,
80 REM MESURE DE LA TEMPERATURE
90 INPUT#6,A$
100 V=1000*VAL(MID$(A$,5,15))
101 PRINTV
102 H=INT(100*(V+2.088)/0.0398)/100
105 PRINT#40," TEMP DE LA SOLUTION EXTERIEURE ="H
107 STOP
108 OPEN#1,4,1:OPEN#2,4,2
110 B=INT(10*TI/50)/10
111 PRINT#40," TEMPS TEMPERATURE T-T0 "
112 PRINT#42," 3333 59.39 99.99 "
115 FORI=1TO400
120 IF(TI*10/50)/10<B+10*!GOTO120
130 INPUT#6,A$
140 V=1000*VAL(MID$(A$,5,15))
150 T=INT(100*(V+2.088)/0.0398)/100
155 L=(TI/50)-B
160 PRINT#41,L,T,T-H
170 IF(T>H) THEN NEXTI
180 STOP
200 OPEN#4,4
250 OPEN#6,16
900 INPUT#6,A$
```

## ANNEXE 3

### a negatif

```

12 OPEN#0,4:OPEN#1,4,1:OPEN#2,4,2
16 PRINT#40
30 FORM#0T017
40 Z=-1.5-0.5*M
100 PRINT#40,"      =";Z
105 PRINT#40,
110 PRINT#40,"-----"
118 PRINT#40,"          | A          |          A*A          | B          |-( -1/(A* )) |
122 PRINT#40,"-----"
125 PRINT#42,"S999.9      99.9999      99.9999          99.9999      99.9999 "
130 FOR I=0T075
140 IF I<=17 THEN X=-1.5-0.5*I:GOTO160
145 IF I<=37 THEN X=X-2:GOTO160
150 IF X>=-10 THEN X=X-10:GOTO160
155 GOTO205
160 A=(3/(2+Z))*(X-1/2+(1-X*X)*LOG(1+1/X))
180 B=(3/(2+Z*Z))*(1/X-2+2*X*LOG(1+1/X))
200 PRINT#41,X,A,A*A,B,-(X-1/(Z*A))
202 NEXT I
205 STOP
210 NEXT M
220 STOP

```

READY.

### a positif

```

12 OPEN#0,4:OPEN#1,4,1:OPEN#2,4,2
16 PRINT#40
30 FORM#0T02
40 Q=0.02*(10+M)
50 FORN=2T05
60 Z=Q*N
100 PRINT#40,"      =";Z
105 PRINT#40,
110 PRINT#40,"-----"
118 PRINT#40,"          | A          |          A*A          | B          |-( -1/(A* )) |
122 PRINT#40,"-----"
125 PRINT#42," 999      99.9999      99.9999          99.9999      99.9999 "
130 FOR I=1T050
140 IF I<=10 THEN X=I:GOTO160
145 IF I<=30 THEN X=X+2:GOTO160
150 IF X<=90 THEN X=X+10:GOTO160
155 GOTO205
160 IF X*Z<1 GOTO202
170 A=(3/(2+Z))*(X-1/2+(1-X*X)*LOG(1+1/X))
180 B=(3/(2+Z*Z))*(1/X-2+2*X*LOG(1+1/X))
200 PRINT#41,X,A,A*A,B,-(X-1/(Z*A))
202 NEXT I
205 STOP
210 NEXT N,M
220 STOP

```

NOM DE L'ETUDIANT : BEDDA Mouldi

NATURE DE LA THESE : Doctorat de l'Université de NANCY I en Génie Electrique

VU, APPROUVE ET PERMIS D'IMPRIMER

NANCY, le 20 JUN 1985

LE PRESIDENT DE L'UNIVERSITE DE NANCY I



## R E S U M E

Une première étape en vue de l'étude de la conductivité thermique des couches minces amorphes a consisté, en généralisant la loi de Wiedmann-Frantz, à s'intéresser à des expressions générales de la conductivité électrique, valables quel que soit l'état de recuit. A cette fin, une nouvelle expression de l'effet Fuchs-Sondheimer est proposée. L'utilisation des expressions avec des libres parcours moyens exclusivement est alors justifiée, même pour des couches non recuites. Les expressions théoriques du coefficient de Hall, à champ magnétique faible et élevé et du coefficient de température de la résistivité sont ensuite fournies. A partir des tabulations numériques étendues, des équations linéarisées sont proposées dans tout domaine d'épaisseur et pour tout état de recuit.

Un montage automatique à microprocesseur est mis au point pour mesurer le transfert thermique, en fonction du temps, à travers une couche amorphe de Ni-P, déposée par une méthode chimique sur une paroi de verre.

## M O T S - C L E S

- 1 - Nouvelles équations Fuchs-Sondheimer
- 2 - Utilisation généralisée des libres parcours moyens partiels : résistivité électrique, coefficient de température
- 3 - Effet Hall
- 4 - Transfert thermique