### REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE UNIVERSITE MENTOURI CONSTANTINE FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR - DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

N°d'ordre :

Série :

## THESE

## *Présentée pour obtenir le titre de Docteur en Sciences en Electronique*

## Option

## Semiconducteurs et systèmes électroniques

## PAR

### EL MANSOURI OUALIDA

## Thème

# Modélisation physique numérique de la dynamique des porteurs d'une hétérostructure HEMT par fonctions de Green

Devant le jury :

Président : A. Chaabi Rapporteur : M. Marir Benabbas Examinateurs : C. Azizi M. Zaabat S. Rebiai

Univ. Mentouri.Cne Univ. Mentouri.Cne Univ. O.E.B Univ. O.E.B Univ. Mentouri.Cne

Soutenu le / / 2010

Prof

Prof

Prof

Prof

MC

## منخص

إن تطوير و تحسين الشعب الحديثة للمركبات ذات تأثير الحقل في الترددات العالية، لا يمكن أن يكتمل دون اللجوء إلى النموذجة الفيزيائية، التي تتيح التعريف المسبق بتوسع للبنيات الالكترونية.

إن العمل المقدم، يهدف إلى تطوير نموذج فيزيائي رقمي يسمح باستخراج الخصائص الديناميكية للمركب :

#### HEMT

من اجل هذا، قمنا بتقديم وصف عام للخصائص الفيزيائية لهذا المركب، أين تكون حاملات الشحن محجوزة في بئر كمي بحركة حرة في الاتجاه الموازي للسطح و بحركة كمية في الاتجاه العمودي.

هذه الخاصية ذات البعدين للغاز الالكتروني، تم أخذها بعين الاعتبار في النموذج المقدم للتوصل إلى تحديد التوتر المطبق على سطح المركب ، من خلال التوترات المطبقة على الأقطاب.

عند التوصل لمعرفة هذا التوتر، يمكننا التحكم في كثافة الشحنات و ديناميكيتها، و بالتالي تبيان خصائص المركب و مميزاته التحقيق هذا الهدف، قمنا بتقديم حل دقيق لجملة المعادلات : شرودينغر، يواسون و بولزمان، و هذا باستعمال طرق الإسقاطات و دوال قرين.

## ABSTRACT

The development or the improvement of new branches of field effect transistor in high frequencies cannot be envisaged without the help of physical modeling that allows the predetermination and optimization of structures.

The work we present here aims to improve a numerical physical model that characterizes the dynamic of carriers in a HEMT heterostructure.

To do so, we needed a general description of the physics of HEMT Transistor in which the carriers are confined in a well of potential having a width less than the wavelength of *De Broglie*, with a quantified movement in the perpendicular direction of the interface while staying free in the parallel direction.

This bidirectional character of the gas of electrons is taken into account in our model to determine the potential applied to the heterojunction interface from gate and drain potentials command. Once the potential in the interface is deduced, we can control the density of charges and the dynamic of electrons, and so, the performances of HEMT are highlighted. To reach this goal, a rigorous resolution of Poisson – Schrödinger auto coherent system associated to the Boltzmann equation throw the projective methods and special functions (Method of moments, Galerkin' method and Green' functions) is elaborated.

Le développement ou l'amélioration des nouvelles filières de transistor à effet de champ hyperfréquence ne peut s'envisager sans l'appui de la modélisation physique qui permet la prédétermination et l'optimisation des structures.

Le travail que nous présentons a pour objet l'amélioration d'un modèle physique numérique qui caractérise la dynamique des porteurs dans une heterostructure HEMT.

Pour ce faire, il a fallu donner une description générale de la physique du transistor HEMT. Dans ce dernier, les porteurs se trouvent piégés dans un puits de potentiel dont la longueur est inférieure à la longueur d'onde de De Broglie avec un mouvement quantifié dans la direction perpendiculaire à l'interface, tout en restant libres dans la direction parallèle.

Ce caractère bidimensionnel du gaz d'électrons est pris en compte dans notre modèle pour déterminer le potentiel appliqué à l'interface de l'hétérojonction à partir des tensions de commande de grille et de drain. Une fois que ce potentiel à l'interface est déduit, nous pouvons contrôler la densité de charges et la dynamique des porteurs, et ainsi les performances du HEMT sont mises en évidence.

Pour atteindre ce but, une résolution rigoureuse du système auto cohérent Poisson - Schrödinger en association à l'équation de Boltzmann à l'aide des méthodes projectives et fonctions spéciales (Méthode des moments, Méthode de Galerkin et Fonctions de Green) est élaborée.

<u>III</u>

A la mémoire de mon père A ma mère A ma sœur A mon mari A mes frères A mes neveux et nièces Et très particulièrement à mon cœur AKRAM A tous les miens

## REMERCIEMENTS

Cette thèse a été effectuée au sein du laboratoire d'étude de matériaux et de composants électroniques du département d'électronique université Mentouri de Constantine.

Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur BE .Marir, directeur du laboratoire pour son enthousiasme et son écoute. Ses grandes qualités scientifiques et humaines m'ont beaucoup apporté durant ces années. Je tiens à saluer son soutien et son appui permanent, qui ont contribués énormément à ce travail, ..... Nous ne l'oublierons jamais, merci pour tout. Paix sur son âme.

Je voudrai sincèrement remercier Madame Marir Mimia, professeur à l'université Mentouri de Constantine d'avoir accepté de diriger mon travail, des conseils et des critiques constructifs qu'elle a su m'apporter et de la confiance et du soutien qu'elle m'a accordé. Je lui exprime également ma reconnaissance pour m'avoir fait l'honneur d'être mon rapporteur.

Je remercie Monsieur, A. Chaabi Professeur à l'Université Mentouri de Constantine d'avoir assuré la présidence du jury de thèse. Je lui témoigne toute ma gratitude pour sa collaboration.

Je tiens à remercier très chaleureusement Madame Azizi Cherifa, professeur à l'université d'Oum El Bouaghi d'avoir si aimablement accepter d'être membre du jury.

Je remercie vivement Monsieur M.Zaabat, Professeur à l'université d'Oum El Bouaghi pour l'honneur qu'il me fait en acceptant d'être membre du jury.

Ma reconnaissance va également à Madame Saida Rebiai, Maitre de conférence à l'université Mentouri de Constantine d'avoir accepté juger mon travail.

Je remercie également tous les membres du laboratoire et camarades de promotion, de m'avoir aidé de bon cœur par leurs conseils, idées et soutien moral.

Enfin, je remercie toute personne ayant contribué à l'élaboration de ce travail, de loin ou de prés.

V

# Table de matières

Liste des symbol	les	.VIII
INTRODUCTION	I GENERALE	1
Chavitre 1		
0	THEORIE GENERALE	
I.1 INTRODUC	TION	3
I.2 <b>GENERALI</b> 1. <b>D</b> éfinitions 2. <b>M</b> odèle d' 3. <b>D</b> iscontinu	<b>TES SUR LES HETEROJONCTIONS</b> s fondamentales Anderson uités de bandes aux hétérojonctions	3 4 6 7
<ul> <li>I.3 HETEROJO</li> <li>1. Aperçu su</li> <li>2. Structure</li> <li>3. Principe d</li> </ul>	NCTIONS QUANTIQUES ur le HEMT du HEMT de fonctionnement du HEMT.	10 11 12 13
I.4 CONCLUSIO	N	15
Chapitre 2	INTRODUCTION AU HEMT	
II.1 INTRODUC	TION	16
II.2 MODELISA 1. Couplage 2. Approxim 3. Méthode 4. Modèle d 5. Résolutic déterr	TION DE LA COUCHE D'ACCUMMULATION e des équations de Poisson et Schrödinger hation du puit triangulaire de la fonction d'onde variationnelle le A.Cappy on de l'équation couplée Schodinger Poisson : application à la mination exacte du profile de potentiel dans les HEMTs	16 16 17 18 18
II.3 <b>LA COMMAI</b> 1. <b>M</b> odèle de 2. <b>M</b> odèle de	NDE DE LA COUCHE D'ACCUMULATION P Delagebeaudeuf. P Cappy.	20 20 29
II.4 <b>PROCEDUR</b> 1. <b>M</b> éthode 2. <b>D</b> iscrétisa 3. <b>E</b> tapes de	RE NUMERIQUE DU MODELE DE CAPPY du tir ation des équations nécessaires à la simulation e résolution des équations	36 36 36 37

11.5	GRANDEURS PHYSIQUES DETERMINEES PAR LE MODELE	39
11.0		

II.6	CONCLUSION	43
------	------------	----

# Chapitre 3

MODELISATION D'UNE STRUCTURE HEMT	
III.1 INTRODUCTION	44
III.2 MODELISATION DE LA COUCHE D'ACCUMULATION D'UNE STRUC HEMT GAALAS/GAAS PAR LE MODELE POLYNOMIALE D'ORDRE	CTURE
TROIS	44
III.3 COMMANDE DE LA COUCHE D'ACCUMULATION D'UNE	
HETEROSTRUCURE HEMT GAALAS/GAAS	
1. Formulation du Problème	
2. Détermination de la tension appliquée sur le gaz 2D	48
3. Détermination de Va(z)	
	57
	5/

# Chapitre 4

#### **RESULTATS ET DISCUSSION**

IV.1		58
IV.2	RESULTATS ET DISCUSSION	58
	1. <b>R</b> ésultats du modèle de Cappy	58
	2. <b>R</b> ésultats de notre modèle	66
IV.3	CONCLUSION	.73

Annexe1	
Annexe 2	
Annexe 3	80
Références	

## LISTE DES SYMBOLES

$E_c$	Niveau de la bande de conduction
$E_V$	Niveau de la bade de valence
$E_F$	Niveau de Fermi
$E_{g}$	Energie de Gap
$\Delta E_c$	Discontinuité de la bande de conduction
$\Delta E_V$	Discontinuité de la bande de valence
$\phi$	Travail de sortie
χ	Affinité électronique
V	Potentiel électrostatique
$V_{gs}$	Tension appliquée sur la Grille
V <sub>ds</sub> ,	Tension appliquée sur le Drain
$V_p$	Tension de pincement
V <sub>b</sub>	Tension de la barrière de Schottky
$\phi_{\scriptscriptstyle B}$	Hauteur de la barrière de Schottky
$V_{off}$	Tension de seuil
q	La charge d'électron
<i>m</i> *	Masse effective
$m_{ss}^*$	Masse effective en régime stationnaire
$E_i$	Niveau d'énergie à l'état propre i
$\psi_i$	Fonction d'onde à l'état propre i
$\hbar$	Constante de Plank
$N_D$	Nombre d'atomes donneurs
$N_A$	Nombre d'atomes accepteurs
ρ	Densité volumique de charge
a	Epaisseur de la couche espaceur
A	Epaisseur de la couche donneuse GaAlAs
$a_1$	Epaisseur des couches donneuses et espaceur
ξ	Champ électrique
$E_{ss}$	Champ électrique en régime stationnaire
eps	Permittivité électronique
n	Densité de charge des porteurs libres
n <sub>s</sub>	Densité de charge surfacique ( cm <sup>-2</sup> )
W	Largeur de la Grille
$d_{sc}$	Extension de la zone de charge

$d_{2Deg}$	Largeur effective du puits
$ au_m$	Temps de relaxation du moment
$ au_e$	Temps de relaxation de l'énergie
$\mathcal{E}_0$	Energie moyenne d'agitation thermique
ε	Energie
$\mathcal{E}_{ss}$	Energie en régime stationnaire
v	Vitesse
$v_{ss}$	Vitesse en régime stationnaire
$\mu(arepsilon)$	Mobilité en fonction de l'énergie
I <sub>ds</sub>	Courant entre le drain et la source
$g_m$	Transconductance
$g_d$	Conductance
$c_{gd}$	Capacité Grille-Drain
$C_{gs}$	Capacité Grille-Source
$\mathcal{Q}_{g}$	Quantité de charge accumulée sous la grille
-	

# **INTRODUCTION** GENERALE

#### Introduction générale

Les premiers dispositifs réalisés sur semi conducteurs III-V sont apparus vers les années 1970. Il s'agissait de transistors à effet de champ à grille Schottky réalisés sur GaAs (MESFET).

Depuis, le MESFET est devenu le composant le plus utilisé principalement en hyper fréquences et en logique rapide.

Le MESFET combine entre l'avantage de la bonne dynamique des électrons dans GaAs et la facilité de réaliser de bonnes barrières de Schottky sur GaAs avec des grilles submicroniques ce qui réduit le temps de transit des électrons. Son principe de fonctionnement est très simple : Comme tous les transistors à effet de champ, lorsqu'on applique une certaine tension à la grille, la zone de déplétion dans le canal s'élargit en fonction de cette tension et c'est ainsi que l'on contrôle le nombre d'électrons susceptibles de conduire le courant de la source vers le drain. Ainsi, la vitesse de fonctionnement n'est limitée que par le temps de transit mis par les électrons pour passer de la source vers le drain.

Donc, pour améliorer les performances du MESFET, il faut réduire ce temps de transit des électrons sous la grille, d'où la nécessité d'accroître la vitesse des électrons et /ou réduire la distance entre source et drain. Ceci nécessite un fort dopage du canal afin de réduire sa largeur tout en ayant une intensité de courant élevée.

Cependant, la grande concentration en impuretés due au dopage très élevé augmente les effets de collisions entre les porteurs de charges et ces impuretés. Ce qui implique une détérioration des propriétés du transport du semi conducteur par une réduction de la mobilité et de la vitesse moyenne des électrons.

C'est pourquoi les performances du MESFET GaAs sont limitées à une fréquence  $f_t$ =50 Ghz pour une distance entre source et drain de 0,25 microns [Cap 86]

Le HEMT est donc apparu pour résoudre ce problème. Son principe de base consiste à séparer spatialement les porteurs de charges libres des impuretés de donneurs ionisées dont ils proviennent en intercalant dans un MESFET GaAs une couche mince de GaAlAs dopé n entre l'électrode métallique et la couche active de GaAs non dopée.

<u>1</u>

En effet les électrons qui cherchent toujours à occuper les états énergétiques les plus bas possibles vont passer vers le matériau non dopé à gap étroit (GaAs). Ils vont se trouver spatialement séparés des atomes donneurs ce qui diminue considérablement les collisions des électrons avec les atomes d'impuretés. Les propriétés du transport se trouvent alors nettement améliorées [ Cas 89].

Pour cela, il nous a semblé intéressant d'étudier plus précisément ce composant d'un point de vue théorique afin d'estimer ses performances.

Notre travail est composé de quatre chapitres. Dans le premier nous présentons la théorie générale sur des hétérojonctions. L'hétérojonction quantique est présentée au sein d'une étude qualitative du HEMT.

Dans le second chapitre, une étude physique générale du HEMT est présentée à l'aide des modèles qui semblent être les plus importants de la littérature. L'importance des effets de la dynamique non stationnaire est mise en évidence grâce au modèle de Cappy. Ce dernier nous a permit d'avoir une idée assez concrète de l'étude dynamique de la structure HEMT.

Le troisième chapitre, est consacré à la présentation de notre modèle, grâce auquel nous avons présenté une étude détaillée de la dynamique d'une structure HEMT en tenant compte des effets quantiques simultanément avec l'effet classique, par l'utilisation des méthodes projectives et fonctions spéciales (Méthode des moments, Méthode de Galerkin et Fonctions de Green).

Finalement, dans le quatrième chapitre nous présentons les principaux résultats de la modélisation. Cette dernière nous a permi d'extraire les grandeurs qui caractérisent la dynamique des porteurs dans le canal ainsi que les caractéristiques statiques du composant.

2



# **THEORIE GENERALE**

#### **I.1 INTRODUCTION**

L'électronique moderne fait de plus en plus appel aux hétérostructures à semi conducteurs. Ainsi, pour les transistors à effet de champ, les hétérostructures tendent à supplanter, tout au moins aux hautes fréquences, les transistors à homojonction. Parmi ces transistors, nous citons le HEMT « High Electron Mobility Transistor» qui est devenu le transistor le plus populaire et le plus fiable commercialement.

Le HEMT doit ses grandes performances à l'hétérojonction en GaAlAs/GaAs dont il est essentiellement constitué. Cette dernière, et grâce aux paramètres de maille très proches du GaAlAs et du GaAs et aussi grâce au formidable progrès effectué dans les techniques d'épitaxie avec lesquelles elle est fabriquée, est considérée comme l'hétérojonction abrupte de référence. Très longtemps, elle était la plus étudiée parmi toutes les autres hétérojonctions que ce soit expérimentalement ou théoriquement. Elle garde toujours son intérêt, même si récemment de nouvelles structures telles le GaAIN/GaN, prennent de plus en plus d'ampleur.

#### **I.2 GENERALITES SUR LES HETEROJONCTIONS**

Une jonction PN est constituée par la mise en présence de deux régions différemment dopées d'un même semi conducteur. Ce sont les homojonctions.

Les jonctions obtenues en mettant en présence des matériaux ayant des structures de bande différentes, sont appelées *hétérojonctions*.

Quand une hétérojonction est constituée de deux semi conducteurs du même type (P ou N) on parle alors d'une hétérojonction isotype. Dans le cas contraire on a une hétérojonction anisotype [Vap 70].

Les concepts de base de la théorie des hétérojonctions [And 62] ont été traités en détails dans les travaux de Milnes et Feucht [Mil 72], Sharma et Puricht [Sha 74], Casey et Panich[Cas78], et une série d'articles de Kroemer [Kro 80- Kro 85]. D'importants travaux concernant des développements plus récents dans les aspects théoriques et expérimentaux des hétérostructures ont été rassemblés par Capasso et Margaritino[Cap 87].

<u>3</u>

Dans la pratique on n'a pu fabriquer que des hétérojonctions plus au moins proches du cas idéal. Parmi elles, les hétérojonctions en Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As/GaAs pour lesquelles il a été constaté que l'interface était essentiellement atomiquement abrupte. Il existe plusieurs causes des écarts qui se produisent entre les hétérojonctions réelles et leurs cas idéaux [Mat 01]. La cause la plus évidente est la différence entre les paramètres de mailles des deux semi conducteurs.

Dans le cas du GaAs et l'AlAs, leurs paramètres de maille sont très proches 55,653A° pour GaAs et 5.661A° pour l'AlAs. C'est pourquoi, ces deux matériaux s'ajustent bien au niveau de l'interface, surtout si l'on se borne à des couches très minces ce qui est devenu plus facile avec l'évolution des techniques d'épitaxie telles que l'épitaxie par jet moléculaire EJM [Khl 05].

#### 1. Définitions fondamentales

*a- Niveau du vide :* C'est l'énergie potentielle de l'électron dans le vide au voisinage du matériau.

*b- Le travail de sortie :* Dans le métal, l'électron de conduction est soumis à un ensemble de forces d'interaction dont la résultante est nulle. Il peut se déplacer librement. Quand l'électron arrive à la surface du métal, la compensation des forces d'interactions entre elles n'est plus totale. L'électron est retenu à l'intérieur du métal. Pour extraire un électron du métal, il faudra donc lui fournir de l'énergie. On appelle travail de sortie, cette énergie qu'il faut fournir à un électron pour l'arracher du métal et l'amener au niveau du vide  $N_v$ .

$$\Phi = N_V - E_F$$

Dans les semiconducteurs et les isolants, le travail de sortie  $\Phi$  est défini de la même manière. Cependant pour les semiconducteurs, la position du niveau de Fermi dépend du dopage et  $\Phi$  n'est qu'une constante physique du matériau.

<u>4</u>



Fig.I.1 Travail de sortie d'un métal

*c-Affinité électronique :* On définit l'affinité électronique comme l'énergie qu'il faut fournir à un électron situé dans le bas de la bande de conduction pour l'amener au niveau du vide.

$$\chi = N_V - E_c$$

Cette grandeur est une constante physique des semiconducteurs.



Fig.I.2 Affinité électronique

#### 2. Modèle d'Anderson

Le modèle d'Anderson est le modèle de base utilisé dans l'évaluation des diagrammes de bandes des hétérojonctions [And 62]. Il est basé sur le principe de continuité du niveau de vide à travers l'hétérojonction.

D'après Anderson, lorsque deux semiconducteurs sont infiniment proches l'un de l'autre sans qu'il y ait de vrai contact, tout électron se trouvant dans l'interface qui les sépare occupe un niveau d'énergie qui peut être considéré indifféremment comme le niveau d'extraction du matériau 1 ou du matériau 2. Cela signifie que les niveaux du vide des deux semiconducteurs coïncident.

Donc pour positionner les différents niveaux d'énergie des deux matériaux, le niveau du vide qui est le même pour les deux matériaux, est pris comme référence. A partir de là, et connaissant les affinités électroniques et les largeurs de gaps ainsi que les dopages respectifs des deux semiconducteurs, on peut situer le bas des bandes de conduction, les hauts des bandes de valence ainsi que les niveaux de Fermi des deux matériaux les uns par rapport aux autres comme montré sur la figure (I-3).



Fig.I.3 Positionnement des différents niveaux selon le modèle d'Anderson.

Lorsque le contact est établi, les électrons se déplacent d'un semiconducteur à l'autre jusqu'à ce qu'un nouvel état d'équilibre s'établisse. Ceci n'est possible que lorsque les niveaux de Fermi respectifs aux deux semiconducteurs s'alignent, ce qui implique une certaine courbure de bande comme illustré dans la figure cidessous :

<u>6</u>



Fig.I.4 Diagramme de bandes après contact

Ce modèle présente cependant un manque de rigueur, car pour Anderson la jonction entre deux semiconducteurs n'est qu'une simple superposition des deux derniers avec en plus la possibilité pour les porteurs de charge de passer d'un semiconducteur vers l'autre. Ce qui est évidemment inconcevable vu les différents phénomènes qui se produisent à l'interface et qui seront présentés plus loin dans le chapitre.

#### 3. Discontinuités de bandes aux hétérojonctions

Plusieurs types d'hétérojonctions sont envisageables figure (1-5). Le système le plus utilisé actuellement GaAlAs/GaAs est de type 1 [Ste 78, Nag 02].

Les discontinuités de bandes (ou « offsets » de bandes) aux hétérojonctions  $(\Delta E_c, \Delta E_v)$  sont certainement les paramètres à la fois les plus importants mais aussi les plus difficiles à déterminer. En fait, le problème est très complexe, d'autant plus que la dépendance éventuelle des offsets de bandes en fonction de la technologie de croissance, de l'orientation cristallographique, ou même à la séquence de croissance est peu connue [Bas 88, Sze69].

<u>7</u>



Fig .I .5 Divers types d'hétérojonctions définis par la position relative des bandes des semiconducteurs A et B

Les principales théories permettant de prévoir ces discontinuités de bandes sont des théories dites *linéaires*. Elles supposent qu'il existe une énergie absolue spécifique associée à chaque bord de bandes de tout semiconducteur. Les offsets de bandes sont alors simplement la différence entre les énergies absolues de chaque bande pour chacun des deux semiconducteurs.

Par exemple pour la bande de conduction [Mil 72, Ver 85, Har 02]:

$$\Delta E_c(A/B) = E_c(B) - E_c(A) \tag{I-1}$$

En fait cette hypothèse de linéarité est bien évidemment une approximation et on devait écrire :

$$\Delta E_c(A/B) = E_c(B) - E_c(A) + \delta(A/B) \tag{I-2}$$

Où  $\delta(A/B)$  est une correction ne pouvant être exprimée linéairement en fonction des propriétés individuelles des semi conducteurs A et B, mais une caractéristique propre à la combinaison A/B.

Compte tenu de l'hypothèse de linéarité, la propriété de transitivité des discontinuités de bandes aux hétérojonctions se déduit immédiatement, et l'on a :

 $\Delta E_c(A/C) = \Delta E_c(A/B) + \Delta E_c(B/C)$ 

Cette règle couramment admise, est cependant difficile à vérifier expérimentalement. Elle a été très bien vérifiée sur certaines hétérostructures, mais la détermination expérimentale des discontinuités de bandes aux hétérostructures est toujours un problème d'actualité et ce même pour des systèmes bien connus comme le cas de l'hétérostructure GaAlAs/GaAs.

La mesure des discontinuités des bandes d'énergie n'est pas simple vu qu'elles ne sont pas des quantités physiques directement mesurables.

Les méthodes de mesure sont nombreuses et très variées, et chacune d'elle repose sur une certaine modélisation de l'interface .Comme conséquence de cette diversité, les résultats eux aussi diffèrent les uns des autres. Car juste le temps pour qu'un résultat soit établi et accepté, il apparaît un autre résultat qui démontre son inexactitude.

Pour illustrer ce fait, considérons le cas du système GaAlAs/GaAs qui est le plus étudié de tous. Le développement d'hétérostructures de haute qualité grâce surtout à l'EJM, a permis la fabrication de « puits quantiques » dans lesquels l'énergie des électrons est quantifiée [Mef 08]. Ces états quantifiés ont été mesurés spectroscopiquement en 1974 par Dingle, Wiegman et Henry [Din 74].Puis en comparant le spectre obtenu avec les états énergétiques d'un puits de potentiel carré, ils sont arrivés au résultat suivant pour  $\Delta E_c$ :

 $\Delta E_c = 0.85 \Delta E_g \tag{I-4}$ 

Ce résultat a été longtemps accepté jusqu'en 1984 où Miller, Kleinman et Gossard [Mil 85] trouvèrent :

 $\Delta E_c = 0.57 \Delta E_g \tag{I-5}$ 

Pour un puits de potentiel parabolique.

Dans [Fre 95] des résultats expérimentaux plus récents donnent une valeur moyenne de  $\Delta E_c$  égale à

$$\Delta E_c = 0.60 \Delta E_g \tag{I-6}.$$

En utilisant une modélisation par méthode intégrale de la couche d'accumulation, Bouneb et Benabass [bou 09] étudient l'influence des paramètres physiques (dopage) sur  $\Delta E_c$ . Le résultat principal obtenu est :

 $\Delta E_c = 0.023 N_d^4 - 0.18 N_d^3 + 0.53 N_d^2 - 0.66 N_d + 0.34$ 

(I-3)

#### **I.3 HETEROJONCTIONS QUANTIQUES**

Dans la littérature l'étude des hétérostructures montre que la région voisine de l'interface entre deux semiconducteurs est le siège d'une grande densité de porteurs libres. Cette densité est fonction de la nature de deux semiconducteurs constituants l'hétérojonction et de la polarisation de l'hétérostructure [Fan 66, Alf 01].

Les différences de gap, de travail de sortie et d'affinité électronique entre les deux semiconducteurs, peuvent entraîner l'existence d'une couche d'accumulation ou d'inversion dans la région voisine de l'interface où les porteurs libres sont localisés dans un puits de potentiel très étroit représenté dans le diagramme énergétique par la courbure des bandes de conduction et/ou des bandes de valences, selon le cas, au voisinage de l'interface [Boy 90].

Ce puits de potentiel dans certaines conductions a une largeur (dans la direction perpendiculaire à l'interface) plus petite que la longueur d'onde des électrons de De Broglie et par conséquent, les électrons se trouvent piégés et quantifiés dans ce puits avec des niveaux d'énergie différents (sous bandes).

Le calcul exact d'un potentiel de charges fixes dépend de la précision de la connaissance de la densité de ces charges. Cependant le calcul d'un très grand nombre d'électrons considérés comme libres au voisinage de l'interface d'une hétérojonction (inversion ou accumulation) est très difficile à déterminer.

Pour la présentation des calculs et des équations qui régissent les différents phénomènes et grandeurs dans les hétérojonctions à puits quantique et spécialement dans le puits, nous avons choisi de présenter le dispositif électronique qui peut être considéré comme la meilleure application des hétérojonctions à puits quantiques : le HEMT. En premier lieu nous allons présenter une description générale du composant. Une étude plus détaillée sera présentée dans le chapitre suivant.

<u>10</u>

#### 1. Aperçu sur le HEMT

Il a était conçu et réalisé en 1980, simultanément à Fujitsu [Mim 80] et à Thomson [Del 80]. L'idée de base est d'utiliser comme canal d'un transistor à effet de champs un gaz d'électrons bidimensionnel accumulé à l'interface d'une hétérojonction AlGaAs dopé/ GaAs non dopé. Le gaz d'électrons étant situé dans le matériau faiblement dopé [Soa 84, Gre 99].

Les transistors de type HEMT permettent de contrôler avec de faibles tensions, de fortes densités de courant [ Lal 01, Cap 86]. Cette caractéristique autorise l'utilisation de ce composant pour des applications de puissance aux fréquences Microondes. D'autre part, les transistors à hétérojonctions peuvent être encore utilisés pour des circuits fonctionnant à des fréquences de l'ordre de 90Ghz.

Les transistors HEMTs sont également appelés MODFETs (Modulation Dopped Field Effect Transistor), TEGFET ( Two dimentional Electron Gaz Field Effect Transistor), ou encore SDHT (Selectivey doped Heterostructure Transistor).

Les résultats sur le HEMT progressent très rapidement depuis 1980. En 1982 ABE(M) et Mimura [Mim 82] ont montré que le HEMT est le dispositif à semiconducteur le plus rapide avec 16.7ps à 300k et 12.8ps à77k et présente la meilleure figure de mérite temps de propagation et produit puissanceX temps (18 ps et 7fj respectivement) [Tun 82].

Depuis 1984, de multiples variantes ont été développées [Sch 03, Bim 01], Parmi elles, *les structures à super réseau* où la couche de GaAlAs(N+) est remplacée par un super réseau GaAlAs. *La technique de dopage ou dopage \delta* est de plus en plus utilisé en EJM (Epitaxie par Jet Moléculaire). Elle permet d'introduire de façon très localisée (par exemple prés de l'interface) une importante concentration de dopants. Une autre structure qui est *la structure à multiples canaux* permet principalement d'augmenter le courant pour le HEMT et donc ils sont bien adaptés à une utilisation en puissance. Enfin *les structures pseudomorphiques* où l'on intercale une fine couche de GalnAS entre la couche de GaAs( non dopé) et de GaAlAs(N+) qui va former le canal du transistor. Les électrons bénéficient ainsi de très bonnes propriétés de transport de GalnAs [Baa 00, Die 96].

<u>11</u>

#### 2. Structure du HEMT



Fig 1.6. Structure d'un transistor HEMT [Soa 84]

La structure d'un HEMT est présentée sur la figure (1-6). Elle est constituée essentiellement de trois matériaux différents : le substrat, un matériau à grand gap et un matériau à petit gap. On retrouve les électrodes de source, grille et drain communes au MESFET.

La couche superficielle (appelée *Cap Layer*) est formée par un matériau de faible bande interdite pour permettre la réalisation des contacts ohmiques de source et de drain. Cette couche est généralement fortement dopée afin de diminuer la valeur des résistances de contact et donc, celle des résistances d'accès.

La couche à grand gap non dopée est destinée à la réalisation du contact Schottky de grille qui est déposé après gravure du "*Cap Layer* ".

La couche de matériau à grand gap dopé a pour rôle de fournir les électrons libres à la structure , c'est la couche donneuse.

Vient ensuite **l'espaceur** (*spacer*), une couche de matériau à grand gap non intentionnellement dopé (NID), permettant de séparer les atomes donneurs

d'électrons de la couche donneuse des électrons du canal. Les interactions à distance électrons-impuretés sont ainsi réduites. Plus cette couche sera épaisse, meilleure sera la mobilité des électrons dans le canal. A l'inverse, le transfert des électrons de la couche donneuse dans le canal est favorisé par un espaceur fin [Act 88, Anh 01].

**un matériau à petit gap non intentionnellement dopé**, cette couche, importante dans la mesure où elle reçoit le gaz bidimensionnel d'électrons, déterminera les performances du composant à travers les propriétés de transport des électrons dans le matériau.

**Une couche tampon**, communément appelée "*buffer*", permet d'améliorer le confinement des électrons dans le canal en réduisant l'injection des porteurs vers le substrat. Cette couche permet également d'avoir un matériau de base de bonne qualité cristallographique nécessaire à la croissance des autres couches.

Enfin, **le substrat semi-isolant (SI**) est un matériau binaire qui identifie la filière (GaAs, InP).

#### 3. Principe de fonctionnement du HEMT

Le principe de fonctionnement du HEMT est identique à celui d'un transistor à effet de champ à grille Schottky de type MESFET[ Che 10, Mano 06, Gal 91, Cas 89 ]. Il est basé sur la modulation de la conductance entre deux contacts ohmiques appelés "Source" et "Drain", par l'action électrostatique d'une électrode de commande dénommée "Grille".

Dans le cas du HEMT, la juxtaposition d'un matériau à grand gap et d'un matériau à petit gap implique la création d'une discontinuité de bande de conduction à l'interface entre les deux matériaux (Modèle d'Anderson). Cette "hétérojonction", illustrée par la figure (I-7), entraîne la formation d'un puits de potentiel dans le matériau à petit gap où transfèrent et s'accumulent les électrons provenant de la couche donneuse [Wol 90].

L'hétérojonction est caractérisée par la discontinuité de bande de conduction  $\Delta E_c$ entre les deux matériaux. Le transfert de charges génère dans la couche donneuse une zone désertée. Le profil électrique de charges détermine la courbure de bande de

<u>13</u>

part et d'autre de l'hétérojonction. Ceci se traduit par la formation d'un puits de potentiel dans le canal. Pour une largeur de puits inférieure à la longueur d'onde de De Broglie, apparaissent les effets quantiques. Ces effets se traduisent par la quantification des niveaux d'énergie des électrons et par la restriction du mouvement des porteurs dans un plan parallèle à l'hétérojonction. On appelle gaz d'électrons bidimensionnel (*2DEG : two Dimensional Electron Gas*), l'accumulation des électrons dans ce puits. L'hétérojonction permet la séparation spatiale des atomes donneurs ionisés et des électrons libres. Ces électrons ne sont donc plus soumis aux interactions sur impuretés ionisées et peuvent alors atteindre des mobilités importantes. Le HEMT bénéficie donc d'un transport électronique dans un gaz (quasi-bidimensionnel) bien supérieur à celui d'un matériau dopé.



fig I .7. Structure de bande d'une hétérojonction en présence d'un potentiel de grille [Che 10].

### **I.4 CONCLUSION**

Dans ce chapitre nous avons présenté la théorie générale de certaines hétérojonctions. L'évaluation des diagrammes de bande est établie à l'aide du modèle d'Anderson. Nous constatons que les discontinuités de bandes aux hétérojonctions sont certainement les paramètres à la fois les plus importants mais aussi les plus difficiles à déterminer. Pour l'étude de l'hétérojonction quantique, nous avons choisi de la présenter au sein d'une étude du HEMT qui peut être considéré comme sa meilleure application.



# INTRODUCTION AU HEMT

#### **II. 1 INTRODUCTION**

Différents modèles de HEMT ont été proposés dans la littérature [Ste 78, Del 82, Cap 86, Cir 03]. Les premiers modèles sont des modèles analytiques ou semi analytiques. Viennent alors des modèles bidimensionnels classiques ou de type Monte Carlo. Avec le développement du HEMT et l'apparition de ses nouvelles variantes, de nouveaux modèles ont été proposés.

Le but de ce chapitre est de donner une vue panoramique sur les plus cités.

#### **II.2 MODELISATION DE LA COUCHE D'ACCUMULATION**

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, la discontinuité  $\Delta Ec$  impose un transfert d'électrons de GaAlAs (n+) vers GaAs. La courbure de bande qui en résulte du coté GaAs crée un puits de potentiel de faible largeur. Or, lorsque la largeur d'un puits de potentiel est de l'ordre de l'onde de De Broglie, les effets quantiques introduisent une suite de niveaux discrets [Har 02]. Pour obtenir les valeurs des niveaux d'énergie et les fonctions d'ondes associées a chaque niveau, il faut résoudre de façon auto cohérente les équations de Schrödinger et de Poisson.

#### 1. Couplage des équations de Poisson et Schrödinger

L'équation de Schrödinger s'écrit [ Ste 75]:

$$\frac{-\hbar^2}{2m^*}\Delta\psi_i(x) + V(x)\psi_i(x) = E_i \ \psi_i(x) \tag{II-1}$$

$$\left[-\left(\frac{h^2}{8\pi^2 m^*}\right)\Delta + V\right]\psi_i(x) = E_i \ \psi_i(x)$$

 $H_i \psi_i = E_i \ \psi_i$ 

 $m^*$ : Masse effective de l'électron.

 $E_i et \psi_i(x)$ : représentent respectivement la fonction d'onde et l'énergie associées respectivement a l'état propre i.

V(x): Le potentiel électrostatique

 $H_i$ : L'opérateur Hamiltonien

L'équation de poisson étant:

$$\Delta V(x) + \frac{\rho(x)}{eps} = 0 \tag{II-2}$$

Avec :

$$\rho(x) = \begin{cases} q[N_D - \sum_i n_i |\psi_i(x)^2|] & \text{dans GaAlAs} \\ q[-N_A - \sum_i n_i |\psi_i(x)^2|] & \text{dans GaAs non dopé} \end{cases}$$
(II-3)

"*eps*" est la permittivité du matériau,  $\rho(x)$  la densité volumique totale de charge de l'hétérojonction.

Ces deux équations représentent un système d'équations non linéaires n'admettant pas de solution analytique, ce qui rend nécessaire la résolution numérique du système par un calcul auto cohérent. Or, la résolution numérique devant tenir compte de la rétro influence du potentiel et de la fonction entre le système couplé Schrödinger-Poisson, est assez complexe, c'est pourquoi la plupart des auteurs ont eu recours à des méthodes approximatives plus simples mais moins rigoureuses.

#### **2.** Approximation du puits triangulaire

Cette méthode consiste à considérer, le puits comme triangulaire la résolution de l'équation de Schrödinger peut alors se mener analytiquement et donne :

$$E_{i} = \left(\frac{\hbar^{2}}{2 m^{*}}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{3}{2} \pi \xi \left(i + \frac{3}{4}\right)\right)^{\frac{2}{3}}$$
(II-4)

Avec: 
$$\xi = q \left( N_{dep} + \frac{n}{2} \right) / eps_1$$
  
 $\psi_i(z) = A_i \left[ \left( \frac{2 m^* q \xi}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{3}} \left( z - \frac{E_i}{q \xi} \right) \right]$ 
(II-5)

Dans ces expressions  $\xi$  représente la valeur du champ électrique constant dans le cas du puits triangulaire et  $A_i(Z)$  la fonction d'Airy de deuxième espèce. Le principal avantage de cette formulation est la loi particulièrement simple liant les valeurs des niveaux d'énergie avec le champ électrique, ce qui permet l'introduction de ces expressions dans la modélisation du composant [Sha 74, Kro 82, Asg 05].

#### **3.** Méthode de la fonction d'onde variationnelle

Dans cette approche utilisée par Frang et Haward, la fonction d'onde est approximée par [Ste 75] :

$$\psi(Z) = \left(\frac{1}{2}b^3\right)^{\frac{1}{2}} z \exp^{\frac{-bz}{2}}$$
 (II-6)

Dans cette expression, b est un paramètre variationnel. Cette méthode donne de bons résultats a basse températures, lorsque le nombre des niveaux occupés est faible (1 ou 2).

#### 4. Modèle de A.Cappy

Pour la résolution numérique self consistant du system formé par les équations de Schrödinger et Poisson pour une couche d'accumulation de l'hétérojonction GaAsAl/GaAs, A.Cappy a repris la philosophie générale de F. Stern [Ste 78] pour la modélisation des couches d'inversion dans le transistor MOS. Cette approche est basée sur les approximations suivantes [Cap 86] :

- ✤ la validité de l'approximation de la masse effective
- la différence des masses effectives dans les deux semiconducteurs est négligée.

- Solution aux limites impose que  $\psi(-w) = \psi(+w) = 0$
- La fonction d'onde est définie comme un produit d'une fonction enveloppe et un terme oscillant :

 $\psi^{i}(x, y, z) = \psi^{i}(z) . \exp(i.k_{x}.x + i.k_{y}.y)$ 

Où  $k_x$ ,  $k_y$  représentent les vecteurs d'onde dans la direction parallèle à l'hétérojonction

Solution S'écrit sous la forme  $V_0(z) = V(z) - \Delta E_C H(z - z_0)$ où H représente la fonction échelon.

Deux grandeurs sont imposées dans ce modèle self consistant de Cappy [Cap 86] :

- La densité superficielle d'électrons N<sub>s</sub> dépend des caractéristiques technologiques et physiques de l'hétérojonction (température, dopage spacer...)
- La position du niveau de Fermi : E<sub>F</sub>=0

A partir d'une solution initial  $V_0$  (z) donnée, les niveaux d'énergie et les fonctions d'onde sont calculés ainsi que la valeur du niveau de fermi; l'intégration de l'équation de Poisson fournit alors une nouvelle valeur du potentiel .Tant que la valeur du niveau de Fermi est différente de zéro une nouvelle itération est effectué en utilisant le nouveau potentiel comme solution initial.

# **5.** Résolution de l'équation couplée Schrödinger Poisson : application à la détermination exacte du profile de potentiel dans les HEMTs.

Cette étude sur laquelle notre modèle se base, présente une solution exacte de la combinaison des équations non linéaires de Schrödinger et de Poisson, pour l'étude de l'énergie potentielle et les distributions des porteurs à l'interface d'une simple hétérojonction. Ici, les formes de la fonction d'onde et du

#### Chapitre2

potentiel ne sont pas données a priori, mais sont calculées à l'aide des taux de dopage et des énergies de gap des deux matériaux formant l'hétérojonction [Ben91]. L'utilisation des fonctions de Green permet l'intégration du Laplacien dans l'équation de poisson. Ce dernier, une fois injecté dans l'équation de Schrödinger comprenant l'Hamiltonien, permet d'aboutir à l'application de la méthode des moments et de Galerkin à l'équation. Celle-ci mène à un système d'équations globalement non linéaire nécessitant au préalable un nombre défini de fonctions de base [Ben 91].

Après avoir brièvement décrit les différentes études précédentes se basant fondamentalement, pour chacune, sur la résolution du système couplé Schrödinger Poisson, nous passons aux modèles qui s'intéressent à l'étude de la commande de charge de la couche d'accumulation.

#### **II.3 LA COMMANDE DE LA COUCHE D'ACCUMULATION**

Dans les applications du type transistor à effet de champ, la couche d'accumulation à l'interface de l'hétérojonction est commandée par une jonction Schottky déposée sur le GaAIAs.

Plusieurs modèles de cette commande ont été proposés, dans cette thèse nous présentons le modèle de Delagebeaudeuf et le modèle de Cappy :

#### **1.** Modèle de Delagebeaudeuf

La première étude de la commande de charge est due à D. Delagebeaudeuf et N.T.Linh [Del 82]. Bien qu'elle soit limitée du point de vue réalité physique, cette méthode par son accessibilité analytique est précieuse. Le modèle est basé sur quelques hypothèses simplificatrices qui sont :

- ✓ le puits de potentiel est supposé triangulaire.
- ✓ Le champ électrique est constant.
- La commande de la couche bidimensionnelle se fait par une grille schottky.
- ✓ L'existence d'une couche GaAlAs non dopé pour augmenter la séparation des électrons des impuretés ionisées d'une épaisseur a.

Plusieurs équations régissent les phénomènes physiques du modèle :

#### a-Concentration d'électrons dans la couche bidimensionnelle

la figure (II-1) représente le schéma de bandes de l'hétérojonction. Les différents niveaux quantiques sont donnés par la relation :

$$E_{i} = \left(\frac{\hbar^{2}}{2 m^{*}}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{3}{2} \pi \xi \left(i + \frac{3}{4}\right)\right)^{\frac{2}{3}}$$
(II-7)

i=0,1,2,....

En considérant pour GaAs l'existence de deux sous bandes, nous avons [Del 82] :

$$E_{0}(eV) \cong 1.83 \times 10^{-6} \xi_{10}^{2/3}$$
(II-8)

$$E_1(eV) \cong 1,83 \times 10^{-6} \xi_{10}^{2/3}$$

Dans les GaAs, le champ électrique  $\xi_1$  vérifie l'équation de Poisson :

$$\frac{d\xi_1}{dx} = -\frac{q}{eps_1} [n(x) + N_A]$$
(II-9)

Où *eps*<sub>1</sub> est la constante diélectrique de GaAs, n(x) la concentration de porteurs libres et  $N_A$  la concentration d'accepteurs ionisés (la couche GaAs faiblement dopée est p<sup>-</sup>) avec  $n(x) >> N_A$ . En résolvant l'équation de Poisson avec les conditions aux limites appropriées ( $\xi = \xi_{10}$  à l'interface :  $\xi_1 = 0$  loin de l'interface) nous trouvons :





$$\xi_1 \xi_{10} \cong q n_s$$

$$n_s = \int n(x) dx$$
(II-10)

 $n_s$  = concentration du gaz bidimensionnel. L'équation (II-8) devient :

$$E_{0} = \gamma_{0} n_{s}^{\frac{2}{3}}$$

$$E_{1} = \gamma_{1} n_{s}^{\frac{2}{3}}$$

$$\gamma_{0} = \left(\frac{\hbar^{2}}{2m^{*}}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{9\pi q^{2}}{16 e p s_{1}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$\gamma_{1} = \left(\frac{\hbar^{2}}{2m^{*}}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{21\pi q^{2}}{4 e p s_{1}}\left(i + \frac{3}{4}\right)\right)^{\frac{2}{3}}$$
(II-11)

En considérant la relation  $n_s$  et la position du niveau de Fermi, il peut être facilement montré que [Del 82] :

$$n_s = \frac{D}{q} KT \ln\left[\left(1 + \exp q \,\frac{(E_f - E_0)}{KT}\right) \left(1 + \exp q \,\frac{(E_f - E_1)}{KT}\right)\right] \tag{II-12}$$

Où D est la densité d'état dans le gaz bidimensionnel :

$$D = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \tag{II-13}$$

A l'interface de l'hétérojonction, nous avons une continuité du vecteur déplacement (en négligeant les états d'interfaces)

$$eps_1 \ \xi_{10} = eps_2 \ \xi_{20} = q \ n_s \tag{II-14}$$

La quantité  $\varepsilon_2 \xi_{20}$  peut être déterminée :

$$eps_{2}\xi_{20} = \sqrt{2qN_{D}v_{20} + q^{2}N_{D}^{2}a^{2}} - qN_{D}a$$
(II-15)

Où  $N_D$  est la concentration d'électrons dans AlGaAs. a est l'épaisseur du "Spacer" et :

$$v_{20} = \Delta E_c - \delta_2 - E_{_{F0}} \tag{II-16}$$

Où  $v_{20}$  est la courbure de la bande de conduction et  $\delta$  est la différence entre  $E_c$  et  $E_v$ .

En combinant les équations (II-12),(II-14), (II-15) et (II-16), on peut déterminer  $n_s$  et la solution est numériquement trouvée.

La variation de  $n_s$  avec la concentration d'électrons  $N_D$  est représentée dans la figure (II-2).


Fig .II.2 Variation de la concentration d'électrons du gaz 2D (gaz bidimensionnel) [Del 82].

#### b. Caractéristiques statiques du HEMT

La figure (II-3) représente le diagramme de bandes de l'hétérostructure soumise à l'influence d'une grille Schottky. Nous supposons que pour une certaine tension  $V_{gs}$ , les deux régions de charge d'espace (Schottky et hétérojonction) se recouvrent. Dans ces conditions nous avons :

$$eps_{2}\xi_{20} = \frac{eps_{2}}{a_{1}} \left( V_{p} - v_{2} \right)$$
(II-17)

$$V_{p} = \frac{qN_{D}}{2eps_{2}}(a_{1} - a)^{2}$$
(II-18)

$$v_2 = \phi_B - V_{gs} - E_F - \Delta E_c \tag{II-19}$$

Où  $a_1$  est l'épaisseur totale des deux couches de l'AlGaAs (fig. II-3).On déduit donc la relation entre la concentration surfacique  $Q_s$  et  $V_{gs}$ :

$$Q_{s} = \frac{eps_{2}}{a_{1}} \left( V_{p} - \phi_{B} - E_{F} + \Delta E_{c} + V_{gs} \right)$$
(II-20)



Fig .II.3 Détails du schéma de bande du HEMT sous polarisation de grille [Del 82]. ------ à l'équilibre — avec tension  $V_{gs}$  appliquée

Si  $E_{F}$  est négligeable devant les autres termes, on peut écrire :  $Vo_{ff} = \phi_{B} - \Delta E_{c} - V_{p}$  (II-21)  $Q_{s} = \frac{eps_{2}}{a1} (V_{gs} - Vo_{ff})$  (II-22) Si E<sub>F</sub> n'est pas négligeable, on peut le mettre sous la forme :

$$E_F = (n_s, T) \cong 1.21 \times 10^{-17} n_s + 3.3 \times 10^{-2} \left( 1 - \frac{T}{280} \right)$$
(II-23)

Où T est la température.

On obtient alors [Del 82] :

$$Q'_{s} = \frac{eps_{2}}{a'_{1}} \left( V_{g} - V'_{off} \right)$$
(II-22b)

Avec :

 $a'_1 = a_1 + 80A^\circ$  $a' = a + 80A^\circ$ 

$$\Delta E'_{c} = \Delta E_{c} - 3.3 \times 10^{-2} \left[ 1 - \frac{T}{280} \right]$$
(II-24)

Ayant obtenu  $Q_s$ , le courant de drain peut être calculé de manière habituelle comme dans un MESFET.

i) En supposant une distribution V(x) du potentiel dans le canal, donc une distribution  $Q_s(x)$  de la charge :

$$qn_{s} = Q_{s} = (x) \cong \frac{eps_{2}}{a'_{1}} \left[ V_{gs} - V(x) - V'_{off} \right]$$
(II-25)

ii) En calculant le courant de manière classique par :

$$I_{ds} = Q_s W v(x) \tag{II-26}$$

Où *W* est la largeur de la grille et v(x) la vitesse électronique à l'abscisse x. On suppose que la vitesse est saturée à la valeur  $v_s$  dans la région où le champ atteint la valeur critique  $\xi_c$ . On déduit alors pour un transistor à grille courte :

$$I_{ds} = \frac{W eps_2}{a'_1} \left( V_{gs} - V' o_{ff} - R_s I_{ds} - \xi_c L \right)$$
(II-27)

Où L est la longueur de la grille.

L'équation (II-27) peut être mise sous la forme :

$$I_{ds} = g_m = (V_{gs} - V'o_{ff} - \xi_c L)$$
(II-28)

Où  $g_m$  est la transconductance :

$$g_m = \frac{g_{m0}}{1 + R_S g_{m0}} \tag{II-29}$$

$$g_{m0} = \frac{eps_2 v_s W}{d'_2}$$
(II-30)

#### c. Limitations du modèle

- L'expression (II-25) montre que la commande de charges est linéaire, ce qui correspond à une capacité de grille constante dans la gamme des tensions où la couche d'accumulation est effectivement commandée. En fait, ce résultat simple est en désaccord avec l'expérience comme le montre la figure (II-4) où l'évolution de la capacité de grille à tension Drain -Source nulle est représentée en fonction de la polarisation de grille V<sub>gs</sub>.
- En effet, pour une tension de grille, trois populations d'électrons définissent la valeur de la capacité :
  - Les électrons libres de GaAs
  - Les électrons libres de GaAlAs
  - Les électrons liés au donneur de GaAlAs qui sont donc neutres Dans l'expression (II-25), seul le premier groupe est pris en compte avec une relation  $E_F(n_s)$  idéalisée.
- Les équations (II-27) et (II-28) montrent une relation linéaire entre le courant I<sub>DS</sub> et la tension V<sub>gs</sub>. En d'autre terme la transconductance reste constante dans un large domaine de la tension grille. Ce résultat peut être relié au fait que la capacité est constante.



Fig II.4. Evolution expérimentale de la capacité de grille d'un HEMT à tension drain-source  $V_{ds}$  nulle [Cap86].

#### 2. Modèle de Cappy

Le modèle présenté précédemment, est basé sur des hypothèses simplificatrices qui reposent essentiellement sur l'hypothèse de l'existence d'un champ électrique uniforme sous la grille et en négligeant les phénomènes de la dynamique non stationnaires qui apparaissent essentiellement pour les composants submicroniques.

Le modèle de Cappy vient pour mettre en évidence ces effets de la dynamique non stationnaire dans un modèle unidimensionnel avec un esprit d'analyse simple.

Avant de donner une description détaillée du modèle, nous allons présenter une description phénoménologique de la dynamique électronique non stationnaire et des phénomènes qui en résultent [Man 04, Man06].

#### a. Effets de dynamique électronique non stationnaire

#### a-1 Présentation physique de ces effets

Lorsque dans un semiconducteur, les porteurs sont soumis à des variations de champ électrique qui se produisent en des temps de l'ordre des temps de relaxation, la relation entre la vitesse et le champ électrique est fondamentalement différente de celle que l'on obtiendrait en régime stationnaire. Des phénomènes quelque peu inattendus peuvent en être la conséquence [Car 80].

Pour étudier le comportement non stationnaire, dans le cas de l'arséniure de gallium de type N, nous nous sommes basés sur une étude faite par [Car 80].

Des électrons se déplaçant initialement dans un champ électrique de 2 KV/ cm (régime de mobilité), sont brutalement soumis, durant 2 ps, à un champ électrique beaucoup plus élevé de 20KV/ cm.

Un calcul Monte Carlo développé par [Car 80], permet de prévoir l'évolution temporelle de la vitesse des électrons (figure(II-5-a)). Sa forme s'écarte notablement de celle prévue en appliquant les relations usuelles (régime statique) entre vitesse des porteurs et champ électrique.

En effet, la vitesse non seulement ne suit pas instantanément le champ électrique, mais sa valeur dépasse nettement la valeur qu'elle avait en régime stationnaire avant de tendre vers celle là. Ce phénomène de survitesse est particulièrement marqué pour des champs électriques supérieurs à 10 KV/cm pour lesquels la vitesse maximale peut atteindre 5 à 8x10<sup>7</sup> cm/s [Car 80]. D'autre part, quand le champ électrique décroît, non seulement la vitesse des porteurs évolue

<u>29</u>

avec un certain retard, mais aussi, elle peut atteindre une valeur inférieure à celle du régime stationnaire avant de tendre ensuite vers celle là. Contrairement au cas précédent, on a donc un phénomène de sous vitesse quand le champ électrique passe d'une valeur élevée à une valeur faible.



Fig .II.5 Réponse de la vitesse de dérive (a) et de l'énergie moyenne des porteurs(b) au créneau de champ électrique représenté dans l'encadré. N<sub>D</sub>=0. [Car 80]

Ces phénomènes peuvent être facilement interprétés si l'on représente l'évolution temporelle de l'énergie des porteurs déduite du calcul par la méthode Monte Carlo (figure (II.5.b)) [Car 80]. Dans la phase où le champ électrique passe d'une valeur faible à une valeur plus élevée, l'énergie moyenne des porteurs ne peut pas s'expliquer facilement si l'on considère que les porteurs ne reçoivent de l'énergie que du champ électrique. En première approximation, l'énergie reçue est égale au travail de la force exercée sur les porteurs par le champ électrique.

Pour que l'énergie des porteurs s'accroisse notablement, il faut, non seulement que le champ électrique soit élevé, mais que la distance parcourue soit suffisante. Dans un premier temps, la plupart des électrons restent dans la vallée centrale (électrons froids), leur mobilité est importante et la vitesse peut atteindre une valeur très supérieure à sa valeur d'équilibre.

Au fur et à mesure de la croissance de l'énergie, les transferts d'électrons dans les vallées supérieures deviennent importants, la mobilité diminue et la vitesse, après être passée par un maximum, décroît pour tendre vers sa valeur de l'équilibre. Notons toutefois que le caractère non instantané de la croissance de la vitesse est lié à un effet d'inertie que l'on caractérise par un temps de relaxation du moment. Le même type de raisonnement peut être appliqué à la phase où le champ électrique passe d'une valeur élevée à une valeur faible. La décroissance de l'énergie des électrons résulte de leurs interactions avec le réseau cristallin. Elle ne peut se produire instantanément puisqu'elle nécessite un grand nombre d'interactions. Au départ, une proportion importante des électrons reste dans les vallées supérieures (électrons chauds) où leur mobilité est faible et reste donc très inférieure à la valeur qu'elle atteindrait en régime stationnaire pour cette valeur du champ électrique. Il en est de même de la vitesse, d'ou le phénomène de sous vitesse. Au fur et à mesure que les électrons reviennent dans la vallée centrale et que leur énergie diminue, la mobilité s'accroît. Il en est de même pour la vitesse [Car 80, Tro 65].

# a-2 Formulation analytique des effets de dynamique électronique non stationnaire

Pour décrire l'évolution de la vitesse des porteurs en régime non stationnaire, l'idée de base de la formulation analytique utilisée dérive directement des résultats présentés. L'énergie constitue une grandeur fondamentale dont la valeur détermine directement la relation entre la vitesse v des porteurs et le champ électrique  $\xi$ . On calcule l'évolution de l'énergie moyenne des porteurs au cours de leur déplacement dans la direction du champ électrique. Pour cela, on évalue la variation de cette énergie  $d\varepsilon$  correspondant à une variation dx de la position moyenne des porteurs dans la direction du champ. Elle résulte de l'action du champ électrique et de

<u>31</u>

l'interaction des porteurs avec le réseau que l'on peut caractériser par un temps de relaxation de l'énergie  $\tau_{\varepsilon}$ . On écrit [Sch 03]

$$d\varepsilon = q \xi \, dx - \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\tau_{\varepsilon}(\varepsilon)} dt \tag{II-31}$$

Où  $\varepsilon_0$  est l'énergie à l'équilibre thermodynamique, q la charge des porteurs.

Connaissant l'énergie moyenne des porteurs, on accède alors à la vitesse moyenne d'entraînement v en écrivant l'équation fondamentale de la dynamique (Equation de Boltzman d'ordre 1) :

$$\frac{d(m^*(\varepsilon)v)}{dt} = q\xi - \frac{m^*(\varepsilon)v}{\tau_m(\varepsilon)}$$
(II-32)

Où  $m^*(\varepsilon)$  est la masse effective moyenne des porteurs en fonction de l'énergie. Dans cette équation, le terme  $\frac{m^*(\varepsilon)v}{\tau_m(\varepsilon)}$  représente la force d'interaction (ou de fortement) liée à l'existence du réseau. Le terme  $\tau_{\varepsilon}$  peut être interprété comme le temps de relaxation du moment.

En régime stationnaire, les équations (II-31) et (II-32) prennent la forme de deux équations implicites à deux inconnues ( $v \ et \ \varepsilon$ ) pour une valeur du champ électrique  $\xi$ :

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\tau_{\varepsilon}(\varepsilon)} = q \, \xi \, v(\varepsilon) \tag{II-33}$$

$$v = \frac{q \tau_m(\varepsilon)}{m^*(\varepsilon)} \xi = \mu(\varepsilon)\xi$$
(II-34)

L'équation (II-34) est rigoureusement équivalente à l'expression usuelle reliant la vitesse des porteurs au champ électrique. La mobilité équivalente  $\mu(\varepsilon)$  étant fonction de l'énergie.

En régime non stationnaire, deux effets interviennent :

- L'énergie moyenne ne suit plus instantanément l'évolution du champ électrique auquel les porteurs sont soumis (figure II.5.b).
- La vitesse moyenne évolue avec un certain retard par rapport au champ électrique. Cela se traduit par l'existence des temps de montée et de descente de la vitesse figure (II.5.a).

D'un point de vue phénoménologique, ce système d'équations traduit donc bien les évolutions de la vitesse des porteurs décrites précédemment. Toutefois, à ce niveau, deux problèmes se posent :

D'une part, elles introduisent trois paramètres  $\tau_m$ ,  $\tau_{\varepsilon} et m^*$  dont il importe d'évaluer la dépendance avec l'énergie. En effet, on admet que toutes les grandeurs moyennes caractérisant le système (temps de relaxation du moment  $\tau_m$  et de l'énergie  $\tau_{\varepsilon}$ ) ne dépendent que de l'énergie moyenne  $\varepsilon$ , que l'on soit ou non en régime stationnaire [Car 80].

D'autre part, des questions se posent quant à la validité des équations de conservation. Cependant, le problème a été étudié du point de vue phénoménologique par [Car 80].

#### a-3 Evaluation du temps de relaxation

Il est facile de connaître la variation des temps de relaxation et de la masse effective moyenne avec l'énergie en régime stationnaire. Dans ce cas :

$$\frac{d (m^*(\varepsilon)v)}{dt} = 0 \text{ et } d\varepsilon = 0$$
(II-35)

Les équations (II-33) et (II-34) s'écrivent alors :

$$\tau_m(\varepsilon) = \frac{m^*(\varepsilon)}{q} \quad \frac{v_{ss}(\varepsilon)}{E_{ss}} \tag{II-36}$$

Où  $v_{ss}(\varepsilon)$  et  $E_{ss}(\varepsilon)$  sont les valeurs en régime stationnaire de la vitesse et du champ électrique correspondant à l'énergie  $\varepsilon$ .

Ainsi, à partir de l'évolution de la vitesse des porteurs  $v_{ss}$  et de l'énergie des porteurs  $\varepsilon$  en fonction du champ électrique  $E_{ss}$  en régime stationnaire, il est possible de calculer  $\tau_m$  et  $\tau_{\varepsilon}$  et de connaître le comportement des porteurs en régime non stationnaire. Ces fonctions  $v_{ss}(E_{ss})$  et  $\varepsilon(E_{ss})$  peuvent être déduites facilement des résultats utilisant la méthode de Monté Carlo [Car 80]. Remarquons que la masse effective moyenne des porteurs peut être calculée en régime stationnaire en fonction du champ électrique  $E_{ss}$ . Connaissant les variations de l'énergie moyenne avec  $E_{ss}$ , on déduit facilement  $m^*(\varepsilon)$ .



**Fig II.6.** Vitesse de dérive électronique stationnaire  $v_{st}(v_{ss}(E_{ss}))$  et énergie moyenne  $\varepsilon_{st} (\varepsilon(E_{ss}))$  [Act 88]



**Fig II.7.** Variations du temps de relaxation (a) de l'énergie (b) du moment , avec l'énergie dans GaAs à 300k pour trois dopages [Act 88].

### b. La modélisation

Le principe de la méthode consiste à suivre les porteurs de la source au drain en prenant en compte l'évolution des grandeurs physiques caractérisant la dynamique des porteurs, notamment l'énergie, ainsi que les caractéristiques statiques en régime dynamique et les éléments du schéma équivalent. Afin de simplifier le calcul, des hypothèses ont été mises.

Le modèle est basé sur les principales hypothèses suivantes [Cap81, Cap 86] :

- > L'espace sous grille est divisé en tranches de largeur  $\Delta x$
- Les épaisseurs désertées sont données par la formule de schockley sous la grille et déduites des travaux de Wasserstrom et Mac-Kenna pour les effets de bord [Wss 70].
- > La transition entre zones désertées et non désertées est abrupte.
- > La loi de commande de charge est celle utilisée par D.Delagebeaudeuf.

Partant des hypothèses précédentes, nous aurons donc à résoudre les équations suivantes [Cap 86] :

# Equation de poisson

$$\frac{d\xi_x}{dx} = \frac{q}{eps}(n_{ch} - n) \tag{II-37}$$

# Equation de continuité de courant

$$I_{ds} = q \ n \ v \ b \ W = q \ n \ v \ (a_1 + d_{2Deg} - d_{sc}) \tag{II-38}$$

# Equation de relaxation de l'énergie

$$d\varepsilon = q \,\xi_x \,dx - \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\tau_\varepsilon(\varepsilon)} dt \tag{II-39}$$

# Equation de relaxation du moment

$$\frac{d(m^*(\varepsilon)v)}{dt} = q\xi_x - \frac{m^*(\varepsilon)v}{\tau_m(\varepsilon)}$$
(II-40)  
Avec  $dt = \frac{dx}{v}$ ; et où :

*n* est la densité des électrons dans le canal à n'importe quelle position x. b est l'épaisseur du canal de gaz 2D.

Vu l'importance de ce modèle, nous avons fait le choix de le développer et de faire une étude plus détaillée en utilisant une méthode numérique qui nous permet des résoudre le système d'équations présentées.

# **II.4 PROCEDURE NUMERIQUE DU MODELE DE CAPPY**

#### 1. Méthode du tir

L'idée directrice de cette méthode est de calculer les grandeurs physiques de proche en proche de la source au drain. L'axe source drain est divisé en sections de longueurs  $\Delta x$ . Le courant drain ainsi que la tension Grille-Source sont fixés. Les équations présentées précédemment seront écrites sous forme de différences finies vu que la méthode est basée sur la discrétisation.



Fig. II.8 Principe de la modélisation [Sch 03]

# 2. Discrétisation des équations nécessaires à la simulation

Pour pouvoir résoudre le système d'équations du modèle de Cappy, on doit passer de la forme différentielle à la forme discrétisée pour appliquer la méthode de Tir. Le passage de la forme différentielle à celle discrétisée est expliqué dans l'annexe. Après la discrétisation nous obtenons le nouveau système d'équations suivant :

$$\xi_{x,i} = \xi_{x,i-1} + \Delta x \frac{q}{eps} (n_{ch} - n_i)$$
(II-41)

$$I_{ds} = n_i \ q \ v_i \ b_i \ W = q \ n_i \ v_i \ (a_1 + d_{2Deg} - d_{sc,i})$$
(II-42)

$$\varepsilon_{i} = \varepsilon_{i-1} + \Delta x \left( q \xi_{x,i-1} - \frac{\varepsilon_{i-1} - \varepsilon_{0}}{v_{i-1} \tau_{e,i}} \right)$$
(II-43)

$$v_{i} = \frac{q \tau_{m,i}}{m_{i}^{*}} \xi_{xi} - v_{i-1} \tau_{m,i} \frac{v_{i-} v_{i-1}}{\Delta x}$$
(II-44)

Dans ces équations, l'indice i est défini par  $x = i\Delta x$ . Les notations des différentes grandeurs physiques sont présentées dans le chapitre précédent.

#### 3. Etapes de résolution des équations

La méthode du tir nécessite une condition initiale. Cette condition est choisie au niveau de la source où nous avons :

$$\begin{cases} n(1) = n_{ch} \\ d_{sc}(1) = a_{1} \\ \varepsilon(1) = \varepsilon(\xi_{x}(1)) \\ v(1) = \mu(\varepsilon(1)) \xi_{x}(0) \\ I_{ds} = qWv(1)(a_{1} - d_{2Deg} - d_{sc}(1)) \end{cases}$$
(II-45)

Le courant  $I_{ds}$  étant fixé, la vitesse v(1), le champ  $\xi_x(1)$  et l'énergie  $\varepsilon(0)$  sont obtenus à partir des relations (II-45) et à l'aide des caractéristiques stationnaires  $v_{ss} - E_{ss}$ ,  $\varepsilon_{ss} - E_{ss}$  du matériau du canal.

Le calcul des différentes grandeurs est alors effectué de proche en proche de la source au drain en suivant les étapes suivantes :

1- Calcul du temps de relaxation de l'énergie par :

$$\tau_{\varepsilon,i} = \frac{\varepsilon_{ss,i-1} - \varepsilon_0}{qE_{ss,i-1} v_{ss,i-1}} \tag{II-46}$$

**2-** calcul de l'énergie à la position x i par l'équation (II-43)

- **3-** Mettre  $\varepsilon_{ss,i} = \varepsilon_i$ , et déduire les valeurs stationnaires du champ électrique, la vitesse et la masse effective à la position x<sub>i</sub> à partir de la valeur de  $\varepsilon_i$  et des caractéristiques  $v_{ss} E_{ss}$ ,  $\varepsilon_{ss} E_{ss}$ ,  $m_{ss}^* \varepsilon_{ss}$  du GaAs.
- 4- Calcul du temps de relaxation du moment par :

$$\tau_{m,i} = \frac{m_{ss,i}^* v_{ss,i}}{q E_{ss,i}}$$
(II-47)

**5-** Calcul de la vitesse à la position  $x_i$  à l'aide de l'équation de relaxation du moment après son organisation. En fait, nous avons besoin des expressions du champ électrique  $\xi_{xi}$  et de la densité  $n_i$  à la position  $x_i$ . Cette dernière peut être déterminée à partir de l'équation de poisson (II-44) et de l'équation du courant après réorganisation :

$$n_{i} = \frac{I_{ds}}{qv_{i}(a_{1} + d_{2Deg} - d_{sc,i})W}$$
(II-48)

Ainsi, l'équation de relaxation du moment discrétisée est donnée par (II-47). En combinant l'équation (II-44) et l'équation (II-47), nous obtenons l'équation de la vitesse suivante :

$$D_1 v_i^2 + D_2 v_i + D3 = 0 \tag{II-49}$$

avec :

$$\begin{cases} D_{1} = 1 + \frac{v_{i-1}\tau_{m,i}}{\Delta x} \\ D_{2} = \frac{-q\tau_{m,i}}{m_{ss,i}^{*}} \left( \frac{q}{eps} \Delta x \, n_{ch} + \xi_{x,i-1} + \frac{v_{i-1}^{2}}{\Delta xq} m_{ss,i}^{*} \right) \\ D_{3} = \frac{q\tau_{m,i} \, \Delta x \, I_{ds}}{m_{ss,i}^{*} \, eps \, W(a_{1} + d_{2Deg} - d_{sc,i})} \end{cases}$$
(II-50)

Après la résolution de cette équation du  $2^e$  ordre nous déterminons la vitesse à la position  $x_i$ .

- 6- Calcul à la position x<sub>i</sub>, de la densité des électrons dans le canal par l'équation (II-48) et la valeur du champ électrique par l'équation (II-41).
- **7-** Passer à la position  $x_{i+1}$  et reprendre le calcul par l'étape 1.

On admet que la valeur de la zone de charge d'espace qui apparaît dans les équations précédentes, est égale à  $a_1$  loin de la grille comme le montre la figure (II-8). Son épaisseur sous la grille est déduite à partir des travaux de J.McKenna comme nous l'avons déjà mentionné [Sch 03, Wss 70]:

$$d_{sc,i} = \sqrt{d_{sc,i-1}^{2} + \frac{\left|\xi_{x,i-1}\right| \Delta x \ 2 \ eps}{qn_{i-1}}} \tag{II-51}$$

#### **II.5 GRANDEURS PHYSIQUES DETERMINEES PAR LE MODELE**

La procédure numérique décrite dans la section précédente, nous permettra d'extraire des grandeurs physiques qui caractérisent le HEMT.

La dynamique des électrons dans le canal est caractérisée par l'énergie moyenne, la vitesse moyenne et le champ électrique moyen suivant l'axe source drain. Après la détermination de ces grandeurs, on peut tirer les courbes statiques  $I_{ds}$  ( $V_{ds}$ ,  $V_{gs}$ ) du composant ainsi que les éléments essentiels du transistor intrinsèque du schéma équivalent petits signaux figure (II-9).



Fig.II.9 Modèle simple petit signal des TECs [Kwo 02]

Par définition, les éléments essentiels du schéma équivalent sont [Kwo 02]:

#### La transconductance

La transconductance intrinsèque  $g_m$  est définie comme la variation du courant Ids en fonction de la tension  $V_{gs}$  intrinsèque (i.e. la ddp entre le métal de grille à l'interface de la jonction Schottky et le semi-conducteur) à  $V_{ds}$  constant :

$$g_m = \left[\frac{\partial I_{ds}}{\partial V_{gs}}\right] \quad ; V_{ds} = \text{constant} \tag{II-52}$$

Le gm intrinsèque traduit le contrôle de charge dans le canal par la tension de grille.

#### La conductance de sortie

La conductance de sortie gd est définie comme la variation du courant  $I_{ds}$  en fonction de  $V_{ds}$  à  $V_{gs}$  constant :

$$g_{d} = \left[\frac{\partial I_{ds}}{\partial V_{ds}}\right] \quad ; V_{gs} = \text{constant} \tag{II-53}$$

Le  $g_d$  traduit la conduction Drain-Source parasite de la structure. Elle peut servir d'indicateur de régime de saturation.

#### La capacité grille-source

 $C_{gs}$  décrit l'interaction capacitive sous la grille entre la grille et la source. Sa valeur est majoritairement déterminée par la partie de la capacité de la zone de charge d'espace de la jonction Schottky Grille - Source.

$$C_{gs} = \frac{\partial Q_g}{\partial V_{gs}} \quad ; V_{ds} \quad \text{constant} \tag{II-54}$$

Avec :

Q: La charge de la ZCE de la jonction Schottky.

#### La capacité grille-drain

 $C_{gd}$  est définie comme l'interaction capacitive dans le semi-conducteur entre la grille et le drain. Elle reflète la variation de la quantité de charge dans la ZCE de la jonction Schottky à tension  $V_{gs}$  constante.

$$C_{gd} = \frac{\partial Q_g}{\partial V_{ds}} \quad ; V_{gs} \quad \text{constant} \tag{II-55}$$

Dans le cas de notre modèle, nous calculons d'abord la tension drain- source  $V_{ds}$  par Intégration numérique du champ électrique  $\xi_x$  [Cap 86] :

$$V_{ds} = \sum_{i=i\min}^{i\max-1} \left( \frac{\xi_{xi} + \xi_{xi+1}}{2} \right) \Delta x$$
 (II-56)

De cette façon nous avons accès aux caractéristiques statiques  $I_{ds}(V_{gs}, V_{ds})$ . De même, une intégration de l'épaisseur de la zone désertée permet de définir la valeur de la charge stockée sous la grille  $Q_{g}$ :

$$Q_{g} = qWn_{chg} \sum_{i=i\min}^{i\max-1} \left(\frac{d_{sc,i} + d_{sc,i+1}}{2}\right) \Delta x$$
(II-57)

Ces deux grandeurs vont nous permettre de calculer de façon simple les éléments principaux du schéma équivalent petit signal.

Les valeurs des éléments intrinsèques sont, pour un point de fonctionnement donné, calculés numériquement de la façon suivante. Connaissant, pour un point les grandeurs  $V_{ds}$  et  $Q_g$ , nous les calculons de nouveau dans les deux cas suivants :

> Le courant  $I_{ds}$  subit un accroissement  $\Delta I_{ds}$  et la tension  $V_{gs}$  est maintenue constante. La connaissance des nouvelles valeurs de  $V_{ds}$  et de  $Q_g$ , donc des variations  $\Delta V_{ds}$  et  $\Delta Q_g$  permet de calculer :

$$\begin{cases} g_d = \frac{\Delta I_{ds}}{\Delta V_{ds}} \\ C_{gd} = \frac{\Delta Q_g}{\Delta V_{ds}} \end{cases}$$
(II-58)

> Le courant  $I_{ds}$  est maintenu constant et la tension $V_{gs}$  subit un accroissement  $\Delta V_{gs}$ . Nous obtenons les nouvelles valeurs de  $V_{ds}$  et de  $Q_g$  dont on peut déduire :

$$\begin{cases} g_m = g_d \frac{\Delta V_{ds}}{\Delta V_{gs}} \\ C_{gs} = \frac{-\Delta Q_g + C_{gd} (\Delta V_{ds} - \Delta V_{gs})}{\Delta V_{gs}} \end{cases}$$
(II-59)

La procédure décrite précédemment est résumée dans l'organigramme suivant :



Fig.II.10 Organigramme générale de la méthode numérique

#### **II. 6 CONCLUSION**

Dans ce chapitre, nous avons donné une vue générale sur les différents modèles du HEMT. Nous avons montré l'importance des phénomènes non stationnaires et les effets qui en résultent. Nous nous sommes particulièrement intéressés au modèle de Cappy, qui prend en compte les effets non stationnaires dans les composants submicroniques, et utilise la méthode des différences finies qui le rend accessible du point de vue numérique. De ce fait, il est assez rigoureux par rapport aux modèles qui l'ont précédé.

Toutefois, le modèle manque de précision, à cause des différentes hypothèses considérées. A cet effet, et afin de lever quelques limitations rencontrées, nous proposons, dans le chapitre suivant, un modèle qui prend en compte les effets quantiques simultanément avec les effets classiques pour l'étude la dynamique des porteurs dans une hétérostructure HEMT GaAlAs /GaAs.



# MODELISATION D'UNE STRUCTURE HEMT GAAlAs/GaAs

# **III.1 Introduction**

Dans ce chapitre, nous présentons une étude de la dynamique d'une heterostructure HEMT GaAlAs/GaAs, basée essentiellement sur une résolution bidimensionnelle des équations Schrödinger-Poisson en association avec l'équation de Boltzmann, en vu de déterminer le potentiel appliqué à l'hétérojonction, qui est à déduire de la tension de commande de grille. La résolution des équations est effectuée à l'aide des fonctions de Green ainsi que les méthodes projectives, à savoir la méthode de Galerkin.

Mais d'abord, nous commençons par la présentation de La modélisation de la couche d'accumulation que nous avons utilisé pour entamer notre étude dynamique.

# III .2 Modélisation de la couche d'accumulation d'une heterostructure HEMT GaAIAs /GaAs par le modèle polynomiale d'ordre trois

#### a. Hypothèses et calculs

La résolution self consistant du système d'équation Schrödinger - Poisson est basée sur les approximations majeures suivantes [Ben 00] :

- ✤ la validité de l'approximation de la masse effective.
- $\clubsuit$  la fonction d'onde s'annule à  $\infty$ .
- ✤ le niveau de Fermi est pris comme origine des énergies.
- Le potentiel à l'interface est approximé par une fonction polynomiale du 3<sup>eme</sup> degré

#### b. Méthode de calcul

Pour la résolution du système d'équation Schrödinger –Poisson, la méthode utilisée est self consistante avec un paramètre de relaxation pour assurer la convergence du processus itératif.

la résolution de l'équation de Poisson a été réalisée par la méthode de Galerkin où le potentiel est approximé à l'aide de fonction de base ce qui réduit considérablement les calculs [Ben 00]

Pour l'équation de Schrödinger sa résolution est divisée en deux parties qui sont étroitement liées :

- la détermination de la fonction d'onde
- la détermination de l'énergie.

La fonction d'onde est exprimée à l'aide de fonction de base dont les coefficients sont déterminés par la méthode de Galerkin [Ben 00] alors que l'énergie est calculée à partir d'une équation qui exprime que la fonction d'onde s'annule à la limite de l'hétérojonction.

Le détail de cette méthode et les calculs effectués pour la résolution du système Schrödinger – Poisson sont présentés en Annexe 3.

# III.3 Commande de la couche d'accumulation d'une Heterostructure HEMT GaAIAs /GaAs

Comme nous l'avons décrit au chapitre précédent, différents modèles du HEMT ont été proposés. Le premier modèle qui a été réalisé par Delagebeaudeuf [Del 82] est encore le plus utilisé. Il repose sur l'analyse du contrôle de charge [cap 86]. Le puits de potentiel associé à l'hétérojonction est donné à priori et il est supposé être de forme triangulaire, ce qui permet une expression analytique simple des énergies des différentes sous bandes. A ce traitement de l'hétérojonction est associée une fonction idéalisée de la vitesse des porteurs en fonction du champ électrique. Un modèle de type Schokley permet d'obtenir les caractéristiques statiques du transistor. Ceci nécessite l'utilisation de certains paramètres d'ajustement pour avoir un accord satisfaisant théorie -expérience.

Le modèle que nous proposons, ne considère d'une part aucune forme donnée au préalable de potentiel, mais tient compte de la forme exacte du potentiel et des énergies des différents états liés, donnés par le programme présenté dans la première partie de ce chapitre. D'autre part, il permet la détermination exacte du potentiel à l'interface dans le plan parallèle à l'axe source-drain sous l'effet de la commande de la couche d'accumulation par une tension de grille Vg.

Lorsque la tension drain Vds est appliquée, l'évolution du potentiel dans le canal entraîne une modification de la géométrie du puits de potentiel sous la grille. Le premier effet peut être assimilé à un effet de " pincement de canal ", identique à celui que l'on rencontre dans les Tec conventionnels. Il s'en suit un élargissement de la

bande de conduction sous la grille, voire la disparition complète du puits de potentiel, associée à une diminution de la densité surfacique des électrons. L'apparition de la tension de drain aura également pour une conséquence l'existence d'un courant de drain lds, dont la valeur dépend directement des caractéristiques de la dynamique électronique dans la couche active [cap 86].

Dans la structure HEMT, cette dynamique est rendue complexe par :

- 1 la présence d'un gaz d'électron bidimensionnel dégénéré.
- 2 La présence de la couche de GaAlAs (2D).

Dans un gaz bidimensionnel d'électrons, la dynamique des porteurs dépend de la position relative des différentes sous bandes, et par conséquent de la largeur du puits. Différentes études théoriques concernant la mobilité en champ faible d'un tel système, ont montré que cette mobilité, diffère peu de celle en volume [ Dur 82, Dur 81, Din 78], et ceci quelque soit la largeur du puits. Par contre en régime dynamique le régime des électrons est encore très mal connu du fait de l'évolution de la largeur du puits, et de la coexistence des porteurs soumis à une dynamique tridimensionnelle à l'extérieur du puits de potentiel, et des porteurs soumis à une dynamique bidimensionnelle à l'intérieur du puits.

#### 1. Formulation du problème

Des études précédentes [Mar 91, Ben 93] ont montré que seuls les deux premiers niveaux pouvaient être occupés. Cependant la majorité des porteurs va se situer sur le premier niveau. Nous allons donc supposer qu'il n'existe qu'un seul niveau dans le puits pour simplifier la présentation théorique de l'étude. L'équation Schrödinger s'écrit alors :

$$\frac{-h^2}{2m^*}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} - \frac{h^2}{2m^*}\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} - \frac{h^2}{2m^*}\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} + V(x)\psi = E\psi$$
(III.1)

Avec :

$$\begin{cases} p_{y} = -i h \frac{\partial}{\partial y} \\ p_{z} = -i h \frac{\partial}{\partial z} \end{cases}$$

L'équation de Schrödinger devient:

$$\frac{p^2}{2m^*}\psi - \frac{h^2}{2m^*}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + V(x) = E\psi$$
(III.2)

On considère une onde plane dans la direction yoz.

L'équation de Poisson s'écrit :

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = -\frac{\rho_0(x)}{\varepsilon} - \frac{\rho_M(x)}{\varepsilon}$$
(III.3)

 $\rho_0(x)$  Représente la densité de charges fixes.

 $\rho_M(x)$  Représente la densité des charges mobiles.

Pour calculer la densité de charges mobiles, il faut tenir compte du fait que le milieu est infini dans le plan yoz. En toute rigueur, l'équation de Schrödinger admet une infinité non dénombrable de solutions. Par contre, l'équation :

$$-\frac{h^2}{2m^*}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + V(x)\,\psi = E\,\psi \tag{III.4}$$

N'admet qu'un nombre fini de solutions.

On peut alors exprimer la densité de charges mobiles :

$$\rho_{M} = \frac{q|\psi(x)|^{2} n(V_{0}, \varphi)}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^{2} dx}$$
(III.5)

L'équation de Boltzman de moment d'ordre 1 [Sze 69], qui tient compte de la collision entre les particules, du champ électromagnétique et de la diffusion :

$$\frac{m^* \vec{v}}{q\tau} = \vec{E} - \frac{KT}{q} \,\overline{Grad}(Log \,\rho) \tag{III.6}$$

Nous permet d'écrire :

$$\vec{v} = -\mu \,\overline{Grad} \,\varphi \tag{III.7}$$

Où :

 $\varphi$  est le pseudo niveau de fermi.

- $\tau$  est le temps de relaxation.
- v la vitesse de dérive des porteurs.
- $\rho$  La densité de charges des porteurs.
- $\vec{E}$  Le champ électrique sous la grille
- $\mu$  La mobilité des porteurs.
- V le potentiel électrique.

Car  $\mu = \frac{q \tau}{m^*}$  et  $\varphi = V - \frac{KT}{q} Log \rho$ 

On admet que la vitesse de dérive des porteurs est liée à un pseudo niveau de Fermi.

# 2. Détermination de la tension appliquée sur le gaz (2D)

Les conditions à l'infini ne sont plus V=0, mais V=Va. L'équation de Schrödinger s'écrit:

$$-\frac{h^2}{2m^*}\frac{\partial^2\psi}{\partial x} + V(x)\,\psi = V_0\,\psi \tag{III.8}$$

On peut se ramener aux conditions précédentes c'est à dire avec V=0 à l'infini en résolvant l'équation :

$$-\frac{h^2}{2m^*}\frac{\partial^2\psi}{\partial x} + (V(x) + V_a)\psi = (V_0 + V_a)\psi = V_0'\Psi$$
(III.9)

Avec V=0 à l'infini.

Le potentiel  $(V(x)+V_a)$  devient égal à *Va* quand x tend vers l'infini. Nous prendrons donc :

$$n(V_0, \psi) = n_0 Log \left[ 1 + \exp \frac{E_F - (V_0 + V_a - \varphi)}{KT} \right]$$
(III.10)

Tout ce passe comme si dans le semiconsucteur, on l'impose un nouveau niveau de Fermi différent  $E'_F$  et que l'on étude le cas statique tel que :  $E'_F = E_F - V_a + \varphi$ .

Le logiciel développé dans [Bou 08], permet la représentation de  $\rho_s$  en fonction de  $E_F$  donc de  $\rho_s = \rho_s(\varphi - V_a)$  puisque  $E_F = \varphi - V_a$ . En faisant varier  $E_F$  tel que  $E_F$ :  $E_F, E_F + KT, E_F + 2KT, E_F + 3KT,...$ 

On calcule pour un état lié unique la valeur de  $\rho_s$  correspondante en interpolant ou en approchant un polynôme du 1<sup>er</sup> degré les valeurs obtenues, on trouve :

$$\rho_{s} = 0.05 (\varphi - V_{a}) + 2.43.10^{-3}$$

$$= \frac{\rho_{s1}}{KT} (\varphi - V_{a}) + \rho_{s0}$$
(III.11)

La densité de courant étant donnée par la relation :

$$\vec{j} = \rho_s \vec{v}$$
 (III .12)

Si l'on tient en compte de l'équation (III-6). En reportant l'équation (III-7) dans (III-12), sachant que la vitesse des porteurs est parallèle à l'axe source drain, la densité des porteurs dans le canal s'écrit :

$$j_0 = -\frac{\mu}{q} \rho_s \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$
(III-13)

En reportant l'équation (III-7) dans l'équation (III-12) on obtient :

$$j_0 = -\frac{\mu}{q} \left[ 0.05 \left( \varphi - V_a \right) + 2.43.10^{-3} \right] \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$
(III-14)

L'équation (III-39) pourrait se mettre sous la forme :

Où 
$$\rho_{s1} = 1.3 \ 10^{-3}$$
 et  $\rho_{s0} = 2.43.10^{-3}$ 

Par différentiation de l'équation (III-15), on obtient :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{KT}{\rho_{s1}} \frac{d\rho_s}{dz} + \frac{dV_a}{dz}$$
(III-16)

L'équation à résoudre sera donc :

$$j_0 = -\frac{\mu}{q} \rho_s \left( \frac{KT}{\rho_{s1}} \frac{d\rho_s}{dz} + \frac{dV_a}{dz} \right)$$
(III-17)

On se propose donc de calculer la tension Va(z) appliquée sur le gaz bidimensionnel.

#### 3. Détermination de Va (z)

Notre but est de résoudre l'équation (III-17) qui est une équation non linéaire où  $\rho_s$  et *Va* (z) sont des inconnues.  $j_0$  Sera fixé et  $\rho_{s1,\mu}$  sont connues.

Pour ce faire, il faut résoudre l'équation de Poisson au niveau de la structure proposée (Fig. III.4), afin d'établir l'expression de Va (z) en fonction de la densité de charge et la tension VG appliquée sur la Grille.

L'inversion de l'opérateur laplacien dans l'équation de poisson, est réalisée par la technique des fonctions de Green



Fig .III.4 Conditions aux limites de la structure étudiée

Par définition le potentiel dans une structure fermée est :

$$V(x,z) = \oint G \frac{\partial V}{\partial n} dl - \oint V \frac{\partial G}{\partial n} dl$$
(III-18)

Avec :

- G est la fonction de Green
- dl élément du domaine fermé
- $\frac{\partial}{\partial n}$  Dérivée par rapport à la normale (au point d'origine)

En appliquant cette définition sur notre structure en tenant compte des conditions aux limites définies sur la figure (III.4) nous obtenons:

$$V(x,z) = \int_{Drain} G \frac{\partial V}{\partial n} dl + \int_{Gaz} G \frac{\partial V}{\partial n} dl + \int_{Gaz} G \frac{\partial V}{\partial n} dl + \int_{Grille} G \frac{\partial V}{\partial n} dl - \int_{Drain} V \frac{\partial G}{\partial n} dl$$
(III-19)

Avant de déterminer le potentiel, nous devons d'abord définir notre fonction de Green.

# a- Choix et calcul de la fonction de Green à utiliser

La fonction de Green que nous cherchons, doit répondre à certaines conditions qui sont essentiellement :

- La fonction de Green est dans un domaine rectangulaire, donc elle sera en Sinus et Cosinus [Col 60]
- Le potentiel vaut  $V_D$  à z=L, celle-ci comportera le terme  $\frac{V_D z}{L}$  en plus de la série en Sin et Cosinus qui s'annule en z=L.
- C'est une fonction de Green en x et z, elle est bidimensionnelle.

Par définition :

$$\Delta G(\vec{r}, \vec{r'}) = -\delta(\vec{r}, \vec{r'}) = \Delta \sum_{mn} \frac{f_{mn}(\vec{r}) f_{mn}(\vec{r'})}{\lambda_{mn}}$$
(III.20)

 $\mathsf{Où} \ \Delta f_{mn} = -\lambda_{mn} f_{mn}$ 

Donc :

$$\Delta G = -\sum_{mn} \frac{\lambda_{mn}}{\lambda_{mn}} f_{mn}(\vec{r}) f_{mn}(\vec{r'}) = -\sum_{mn} f_{mn}(\vec{r}) f_{mn}(\vec{r'})$$

Avec :

$$f_{mn} = A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{b} \sin \frac{n\pi z}{L}$$
(III.21)

Avec  $f_{mn}$  est une fonction normée, et  $A_{mn}$  est la constante de normation

# 1- Calcul de $A_{mn}$ :

m=n par définition.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f_{mn}(\vec{r})|^2 d\vec{r} = 1$$

$$= \int_{0}^{b} \int_{0}^{L} |f_{mn}(\vec{r})|^2 dx dz = \int_{0}^{b} \int_{0}^{L} A_{mn}^2 \cos^2 \frac{m\pi x}{b} \sin^2 \frac{m\pi z}{L} dx dz$$

$$= A_{mn}^2 \int_{0}^{b} \cos^2 \frac{m\pi x}{b} dx \int_{0}^{L} \sin^2 \frac{m\pi z}{L} dz = A_{mn}^2 \int_{0}^{b} \frac{1}{2} (\cos \frac{2m\pi x}{b} + 1) dx \int_{0}^{L} \frac{1}{2} (1 - \cos \frac{2m\pi z}{b}) dz$$

$$= \frac{A_{mn}^2}{4} \left\{ \left[ \frac{b}{2m\pi} \sin \frac{2m\pi x}{b} + x \right]_{0}^{b} * \left[ z - \frac{L}{2m\pi} \sin \frac{2m\pi z}{L} \right]_{0}^{L} \right\}$$

Si m=0, l'équation devient :

$$1 = \frac{A_{mn}^2}{4} \{ [b+b] * [L-L] \}$$
$$1 = 0 * \frac{A_{mn}^2}{4}$$

**Si**  $m \neq 0$  nous aurons :

$$1 = \frac{A_{mn}^2}{4} b L \Longrightarrow A_{mn} = \sqrt{\frac{4}{bL}}$$

Finalement nous aurons :

$$A_{mn} = \sqrt{\frac{2\tau_m}{bL}} / \begin{cases} \tau_m = 2m / m \neq 0 \\ \tau_m = 2m / m = 0 \end{cases}$$
(III.22)

2. Etablissement de la fonction de Green

$$\begin{split} \Delta f_{mn} &= -\lambda_{mn} f_{mn} \Rightarrow \lambda_{mn} = -\frac{\Delta f_{mn}}{f_{mn}} \\ \Delta f_{mn} &= \frac{\partial^2 f_{mn}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_{mn}}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial}{\partial x} f_{mn} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial}{\partial z} f_{mn} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left[ -A_{mn} \frac{n\pi}{b} \sin \frac{n\pi x}{b} \sin \frac{n\pi z}{L} \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left[ A_{mn} \frac{n\pi}{L} \cos \frac{n\pi z}{L} \cos \frac{n\pi x}{b} \right] \right\} \\ &= -A_{mn} \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \cos \frac{n\pi x}{b} \sin \frac{n\pi z}{L} - A_{mn} \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2 \sin \frac{n\pi z}{L} \cos \frac{m\pi x}{b} \\ &= -A_{mn} \cos \frac{n\pi x}{b} \sin \frac{n\pi z}{L} \left[ \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2 \right] \\ &\Rightarrow \frac{\Delta f_{mn}}{f_{mn}} = \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2 = \lambda_{mn} \end{split}$$

D'où :

$$G(\vec{r}, \vec{r'}) = \frac{V_D z}{L} + \sum_{mn} \frac{f_{mn}(\vec{r}) f_{mn}(\vec{r'})}{(\frac{n\pi}{b})^2 + (\frac{n\pi}{L})^2}$$
(III.23)

La définition de notre fonction de Green bidimensionnelle nous permet d'entamer le calcul du potentiel sur les différents éléments de la structure.

# b. Définition du potentiel sur les différents éléments de notre structure

Reportons nous à l'équation (II.19), nous aurons [Mar 93] :

Sur le drain :  $V_D = V(x,L)$ 

$$V_{D} = \int_{0}^{b} G(x/x_{0}, L/L) \frac{\rho_{D}}{\varepsilon} dx_{0} - + \int_{0}^{L} G(x/0, L/z_{0}) \frac{\rho_{s}(z_{0})}{\varepsilon} dz_{0} + \int_{c}^{d} G(x/b, L/z_{0}) \frac{\rho_{G}(x_{0})}{\varepsilon} dx_{0} - V_{D} \int_{0}^{b} \left[ \frac{\partial}{\partial z_{0}} G(x/x_{0}, L/L) \right] dx_{0}$$
(III-24)

Sur la grille :  $V_G = V(b, z)$ 

$$V_{G} = \int_{0}^{b} G(b/x_{0}, z/L) \frac{\rho_{D}(x_{0})}{\varepsilon} dx_{0} + \int_{0}^{L} G(b/0, z/z_{0}) \frac{\rho_{s}}{\varepsilon} dz_{0} + \int_{c}^{d} G(x/b, L/z_{0}) \frac{\rho_{G}(z_{0})}{\varepsilon} dz_{0} - V_{G} \int_{0}^{b} \left[ \frac{\partial}{\partial z_{0}} G(b/x_{0}, z/L) \right] dx_{0}$$
(III-25)

**Sur l'interface :**  $V_a(0,z) = V_a(z)$ 

$$V_{a}(z) = \int_{0}^{b} G(0/x_{0}, z/L) \frac{\rho_{D}(x_{0})}{\varepsilon} dx_{0} + \int_{0}^{L} G(0/0, z/z_{0}) \frac{\rho_{s}(z_{0})}{\varepsilon} dz_{0} + \int_{c}^{d} G(0/b, z/z_{0}) \frac{\rho_{G}(z_{0})}{\varepsilon} dz_{0} - V_{a}(z) \int_{0}^{b} \left[ \frac{\partial}{\partial z_{0}} G(0/x_{0}, z/L) \right] dx_{0}$$
(III-26)

Les inconnues de notre problème ainsi posé, sont  $V_a(z)$ ,  $\rho_D$ ,  $\rho_S$ ,  $\rho_G$ . Pour définir ces grandeurs, nous appliquons la méthode des moments :

1- Ecrivons les inconnues sur des fonctions de base  $f_n$ 

$$V_{a}(z) = \sum_{n} V_{an} f_{n}(z) = \sum_{n} V_{an} \cos \frac{n\pi}{L}$$

$$\rho_{s}(z) = \sum_{n} \rho_{sn} f_{n}(z) = \sum_{n} \rho_{sn} \cos \frac{n\pi z}{L}$$

$$\rho_{D}(x) = \sum_{n} \rho_{Gn} f_{n}(z) = \sum_{n} \rho_{Gn} \cos \frac{n\pi(z-c)}{W_{a}}$$

$$\rho_{G}(z) = \sum_{n} \rho_{sn} f_{n}(x) = \sum_{n} \rho_{Dn} \cos \frac{n\pi x}{W_{D}}$$

2- Ecrivons alors les expressions des potentiels :

$$*V_{D} = \frac{1}{\varepsilon} \int_{0}^{b} G(x/x_{0}, L/L) \sum_{n} \rho_{Dn} \cos \frac{n\pi x_{0}}{W_{D}} dx_{0} + \frac{1}{\varepsilon} \int_{0}^{L} G(x/0, L/z_{0}) \sum_{n} \rho_{sn} \cos \frac{n\pi z_{0}}{L} dz_{0} + \frac{1}{\varepsilon} \int_{c}^{d} G(x/b, L/z_{0}) \sum_{n} \rho_{Gn} \cos \frac{n\pi (z_{0} - c)}{W_{G}} dz_{0} - V_{D} \int_{0}^{b} \frac{\partial}{\partial z_{0}} G(x/x_{0}, L/L) dx_{0}$$

$$\Rightarrow V_{D} \left\{ 1 + \int_{0}^{b} \left[ \frac{\partial}{\partial z_{0}} G(x/x_{0}, L/L) \right] dx_{0} \right\} = \frac{1}{\varepsilon} \sum_{n} \left\{ \rho_{Dn} \int_{0}^{b} \frac{G(x/x_{0}, L/L) \cos \frac{n\pi x_{0}}{W_{D}} dx_{0} + \rho_{sn} \int_{0}^{L} G(x/0, L/z_{0}) \cos \frac{n\pi z}{L} \right\}$$
(III-27)

$$*V_{G} = \frac{1}{\varepsilon} \int_{0}^{b} G(b/x_{0}, z/L) \sum_{n} \rho_{Dn} \cos \frac{n\pi x_{0}}{W_{D}} dx_{0} + \frac{1}{\varepsilon} \int_{0}^{L} G(b/0, z/z_{0}) \sum_{n} \rho_{sn} \cos \frac{n\pi z_{0}}{L} dz_{0} + \frac{1}{\varepsilon} \int_{c}^{d} G(b/b, z/z_{0}) \sum_{n} \rho_{Gn} \cos \frac{n\pi (z_{0} - c)}{W_{G}} dz_{0} - V_{G} \int_{0}^{b} \frac{\partial}{\partial z_{0}} G(b/x_{0}, z/L) dx_{0}$$

$$\Rightarrow V_{G}\left\{1+\int_{0}^{b}\left[\frac{\partial}{\partial z_{0}}G\left(b/x_{0},z/L\right)\right]dx_{0}\right\}=$$

$$\frac{1}{\varepsilon}\sum_{n}\left\{\rho_{Dn}\int_{0}^{b}G\left(b/x_{0},z/L\right)\cos\frac{n\pi x_{0}}{W_{D}}dx_{0}+\rho_{sn}\int_{0}^{L}G\left(b/0,z/z_{0}\right)\cos\frac{n\pi z_{0}}{L}dz_{0}\right\}$$

$$\left(\text{III-28}\right)$$

$$\left\{+\rho_{Gn}\int_{c}^{d}G\left(b/b,z/z_{0}\right)\cos\frac{n\pi(z_{0}-c)}{W_{G}}dz_{0}\right\}$$

$$\sum_{n} V_{an} \cos \frac{n\pi z}{L} = \frac{1}{\varepsilon} \int_{0}^{b} G(0/x_{0}, L/L) \sum_{n} \rho_{Dn} \cos \frac{n\pi x_{0}}{W_{D}} dx_{0} + \frac{1}{\varepsilon} \int_{0}^{L} G(0/0, z/z_{0}) \sum_{n} \rho_{sn} \cos \frac{n\pi z_{0}}{L} dz_{0}$$
$$+ \frac{1}{\varepsilon} \int_{c}^{d} G(0/b, z/z_{0}) \sum_{n} \rho_{Gn} \cos \frac{n\pi (z_{0} - c)}{W_{G}} dz_{0} - \sum_{n} V_{an} \cos \frac{n\pi z}{L} \int_{0}^{b} \frac{\partial}{\partial z_{0}} G(0/x_{0}, z/L) dx_{0}$$

$$\Rightarrow \sum_{n} V_{an} \cos \frac{n\pi z}{L} \left\{ 1 + \int_{0}^{b} \frac{\partial}{\partial z_{0}} G(0/x_{0}, z/L) dx_{0} \right\} = \frac{1}{\varepsilon} \sum_{n} \left\{ \rho_{Dn} \int_{0}^{b} G(0/x_{0}, z/L) \cos \frac{n\pi x_{0}}{W_{D}} dx_{0} + \rho_{sn} \int_{0}^{L} G(0/0, z/z_{0}) \cos \frac{n\pi z_{0}}{L} dz_{0} + \rho_{Gn} \int_{c}^{d} G(0/b, z/z_{0}) \cos \frac{n\pi (z_{0} - c)}{W_{G}} dz_{0} \right\}$$
(III-29)

N=M, nombre total de fonctions de bases

3- A l'équation (III-28) comprenant le terme  $v_G$  appliquons la méthode de Galerkin en vue de déterminer les poids  $\rho_{Gn}, \rho_{Dn}, \rho_{sn}$ . Nous formons ainsi le

système I de 3M équation à 3 M inconnues (M est nombre total de fonctions de base). l'équation d'ordre m sera :

$$\begin{aligned} \mathbf{a} - m &\leq M \\ & \int_{0}^{b} \left\{ V_{G} + V_{G} \int_{0}^{b} \left[ \frac{\partial}{\partial z_{0}} G(b / x_{0}, z / L) \right] dx_{0} \right\} \sin \frac{m \pi x_{0}}{W_{D}} dx_{0} \\ & = \frac{1}{\varepsilon} \sum_{n} \int_{0}^{b} \left\{ \rho_{Dn} \int_{0}^{b} G(b / x_{0}, z / L) \cos \frac{m \pi x_{0}}{W_{D}} dx_{0} + \rho_{sn} \int_{0}^{L} G(b / 0, z / z_{0}) \cos \frac{n \pi z_{0}}{L} dz_{0} \\ & + \rho_{Gn} \int_{c}^{d} G(b / b, z / z_{0}) \cos \frac{n \pi (z_{0} - c)}{W_{G}} dz_{0} \end{array} \right\} * \sin \frac{m \pi x_{0}}{W_{D}} dx_{0} \end{aligned}$$

**b** - 
$$M \prec m \leq 2M$$

$$\int_{0}^{L} V_{G} + V_{G} \int_{0}^{b} \left[ \frac{\partial}{\partial z} G(b/x_{0}, z/L) \right] dx_{0} \sin \frac{m\pi z_{0}}{L} dz_{0}$$

$$= \frac{1}{\varepsilon} \sum_{n} \int_{0}^{L} \left\{ \rho_{Dn} \int_{0}^{b} G(b/x_{0}, z/L) \cos \frac{m\pi x_{0}}{W_{D}} dx_{0} + \rho_{sn} \int_{0}^{L} G(b/0, z/z_{0}) \cos \frac{n\pi z_{0}}{L} dz_{0} \right\} * \sin \frac{m\pi z_{0}}{L} dz_{0}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{c} &- 2M \prec m \leq 3M \\ &\int_{0}^{L} V_{G} + V_{G} \int_{0}^{b} \left[ \frac{\partial}{\partial z} G(b/x_{0}, z/L) \right] dx_{0} \sin \frac{m\pi (z_{0} - c)}{W_{G}} dz_{0} \\ &= \frac{1}{\varepsilon} \sum_{n} \int_{c}^{d} \left\{ \begin{aligned} \rho_{Dn} \int_{0}^{b} G(b/x_{0}, z/L) \cos \frac{m\pi x_{0}}{W_{D}} dx_{0} + \rho_{sn} \int_{0}^{L} G(b/0, z/z_{0}) \cos \frac{n\pi z_{0}}{L} dz_{0} \\ &+ \rho_{Gn} \int_{c}^{d} G(b/b, z/z_{0}) \cos \frac{n\pi (z_{0} - c)}{W_{G}} dz_{0} \end{aligned} \right\} * \sin \frac{m\pi (z_{0} - c)}{W_{G}} dz_{0} \end{aligned}$$

3 La résolution de ce système de 3M équations à 3M inconnues fournira les valeurs ρ<sub>Gn</sub>, ρ<sub>Dn</sub>, ρ<sub>sn</sub>. Ces valeurs seront injectées dans l'équation (III-29) à laquelle nous appliquons à nouveau la méthode de Galerkin, en choisissant comme fonction test les fonctions de base f<sub>n</sub> sur lesquelles est écritV<sub>a</sub>(z). Nous formons ainsi le système II de M équations à M inconnues.

L'équation d'ordre M sera donc :

$$\sum_{n} V_{an} \int_{0}^{L} \cos \frac{n\pi z}{L} \sin \frac{m\pi z}{L} dz$$

$$= \frac{1}{\varepsilon} \sum_{n} \int_{0}^{L} \left\{ \rho_{Dn} \int_{0}^{b} G(0/x_{0}, z/L) \cos \frac{m\pi x_{0}}{W_{D}} dx_{0} + \rho_{sn} \int_{0}^{L} G(0/0, z/z_{0}) \cos \frac{n\pi z_{0}}{L} dz_{0} \right\} * \sin \frac{m\pi z_{0}}{L} dz$$

$$+ \rho_{Gn} \int_{c}^{d} G(0/b, z/z_{0}) \cos \frac{n\pi (z_{0} - c)}{W_{G}} dz_{0}$$

$$- V_{D} \int_{0}^{L} \left\{ \int_{0}^{b} \left[ \frac{\partial}{\partial z_{0}} G(0/x_{0}, z/z_{0}) \right] dx_{0} \right\} \sin \sin \frac{m\pi z_{0}}{L} dz$$

La résolution de ce deuxième système donnera les valeurs de  $V_{an}$  donc le  $V_a(z)$ . Toute la procédure précédente est résumée par la figure suivante :



Fig .III.5 Principe du processus itératif

Une fois les valeurs Va(z) et  $\rho_s$  sont déterminées, nous aurons facilement l'expression du courant le long du canal par l'intégration de l'équation (III-17), et par conséquent les caractéristiques statiques I(V).

# **III.4 Conclusion**

Dans ce chapitre, une modélisation de la dynamique des porteurs d'une hétérostructure HEMT a été établie. La résolution bidimensionnelle des équations Schrödinger, Poisson et Boltzmann, nous a permis de définir le potentiel appliqué sur l'hétérojonction en fonction de la tension de commande de la grille.

Cette résolution est effectuée à l'aide des fonctions de Green et la méthode des moments.

Les principaux résultats obtenus seront présentés dans le chapitre suivant.



# RESULTATS ET DISCUSSION
### **IV.1 INTODUCTION**

Dans ce chapitre, nous allons présenter les principaux résultats obtenus par les modèles proposés précédemment, notamment ceux concernant la dynamique des porteurs dans le canal conducteur, ainsi que les caractéristiques statiques.

### **IV.2. RESULTATS ET DISCUSSION**

#### **1. RESULTATS DU MODELE DE CAPPY**

#### a. Caractéristiques dynamiques

Les figures (IV-1) à (IV-3) présentent les évolutions des trois principales grandeurs physiques  $\xi_x(x), v(x), \varepsilon(x)$  respectivement.

Les valeurs maximales obtenues sont [Man 10, Man 04]:

- $\checkmark$   $v_{\text{max}} = 5.646 \times 10^7 \ cm/s$  Vitesse des porteurs.
- $\checkmark \quad \xi_{x \max} = 189.10 \ KV \ / \ cm$  Champ électrique.
- ✓  $\varepsilon_{\text{max}} = 0.603 \, ev$  Energie des porteurs.



Fig IV.1. Evaluation du champ électrique dans le canal



Fig .IV.2. Evaluation de la vitesse des porteurs dans le canal



Fig IV.3. Evaluation de l'énergie des porteurs dans le canal

Les résultats obtenus illustrent l'importance des effets non stationnaires et nous permettent de mieux comprendre le fonctionnement des composants à grille submicronique.

Nous remarquons d'abord que l'évolution de la vitesse moyenne sous la grille se partage en deux zones distinctes au tour d'une valeur maximale de l'ordre de  $5.646 \times 10^7 \ cm/s$  avant de diminuer rapidement dans la deuxième zone.

Expliquons ces deux zones avec plus de détails. Dans la première, l'énergie moyenne croit mais reste inférieure à  $\Delta \varepsilon_{\Gamma L}$  (écart énergétique entre le bas des vallées  $\Gamma$  et L ). Ceci implique donc que dans cette partie du composant, les porteurs restent en majorité en vallée  $\Gamma$  bien que le champ électrique soit fort. Conformément aux principes physiques régissant le phénomène de survitesse, l'énergie moyenne des porteurs en un point x<sub>0</sub> reste inférieure à l'énergie qu'auraient les porteurs dans un champ uniforme en régime stationnaire. Dans cette zone, la mobilité moyenne des porteurs reste proche de sa valeur en champ faible. Ainsi, la conjugaison d'un champ électrique important et d'une mobilité élevée confère aux porteurs une vitesse moyenne importante bien supérieure à la vitesse maximum qu'ils peuvent atteindre en champ uniforme.

Nous pouvons remarquer que dans cette zone, les porteurs ne perdent pratiquement pas d'énergie dans leurs interactions avec le réseau. En effet, d'après l'équation classique de conservation de l'énergie :

$$\frac{d\varepsilon}{dx} = q\xi_x - \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{v\tau_i}$$

Le terme  $\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{v\tau_i}$  représente le taux de perte d'énergie des porteurs dans leurs collisions avec le réseau. Celui ci reste, dans la zone à vitesse élevée, largement inférieur à  $\xi_x$ . Ainsi, l'énergie moyenne des porteurs provoque, lorsque la valeur  $\Delta \varepsilon_{TL}$  est atteinte, la fin de la période de survitesse.

En effet, lorsque l'énergie devient supérieure à  $\Delta \varepsilon_{\Gamma L}$ , c'est à dire dans la deuxième zone, les populations respectives des vallées  $\Gamma$  et L s'inversent et les porteurs se transfèrent en majorité dans les vallées L et X. Il s'ensuit une diminution rapide de la mobilité, malgré la croissance du champ électrique.

<u>60</u>

Dans cette zone les porteurs ont pratiquement atteint leur état stationnaire  $\varepsilon_{ss}(\xi_x) \approx \varepsilon_x$ , conformément à [Cap 86, Soa 84].

Cette diminution rapide de la vitesse moyenne provoque une augmentation de la densité de porteurs libres à laquelle est liée une augmentation de la valeur du champ électrique. Les porteurs chauds, parviennent alors à l'extrémité de la grille. La vitesse moyenne évoluant peu, La conservation du flux de charges entraîne une diminution de la densité de porteurs ce qui induit une phase de décroissance du champ électrique.

Les porteurs perdent alors plus d'énergie dans leurs interactions avec le réseau qu'ils en gagnent en se déplaçant dans le champ électrique. L'énergie moyenne décroît également. Cette décroissance s'accompagne d'un retour des électrons dans la vallée  $\Gamma$  donc d'une augmentation de la mobilité moyenne de la population. Cette phase de retour à l'équilibre se termine lorsque toutes les grandeurs retrouvent les valeurs qu'elles avaient dans l'espace Source-Grille.

En résumé, le transit des porteurs se décompose en trois phase :

- La première est une phase de survitesse, tant que l'énergie dont la croissance est proportionnelle à la valeur du champ électrique reste inférieure à Δε ΓL
- Dans la deuxième, la majorité des porteurs est transférée dans les vallées supérieures, la vitesse moyenne décroît rapidement alors que le champ électrique croit fortement.
- ✤ La troisième phase consiste en un retour à l'équilibre.

#### b. Caractéristiques $I_{DS}(V_{ds}, V_{gs})$



Fig IV.4 . Caractéristiques statiques  $I_{dS}(V_{ds}, V_{gs})$ 

Sur la figure (IV-4), sont tracées les caractéristiques statiques du HEMT. Elle montre l'évaluation du courant  $I_{ds}$  circulant entre drain et source lorsque l'on fait croître la tension  $V_{ds}$  en maintenant la tension  $V_{gs}$  à une valeur constante.

Comme pour un TEC conventionnel, les caractéristiques statiques présentent deux régions. La première région est la région linéaire , le courant croit linéairement avec la tension Drain – Source , dans la deuxième, le courant se maintient constant, c'est la région de saturation. Le courant ne vari plus avec la tension  $V_{ds}$ .

#### **REGION DE SATURATION**

Dans le HEMT la saturation peut survenir soit par le pincement du canal soit parce que la vitesse des porteurs se sature.

<u>62</u>

Lorsque la tension  $V_{ds}$  est appliquée, l'évolution du potentiel dans le canal entraîne une modification de la géométrie du puits de potentiel sous la grille.

Cet effet peut être assimilé à un effet de pincement de canal, lorsque la tension  $V_{ds}$  est supérieure à  $V_{gs} - V_{off}$  le pincement du canal surviendra [Keb 08, Cas 89].

La saturation de la vitesse survient lorsque l'énergie des électrons est supérieure à l'énergie de transfert  $\Delta \varepsilon_{\Gamma L}$  dans les vallées supérieures de la bande de conduction.

#### c. Conductance et transconductance

Le tracé des courbes caractéristiques  $I_{ds}(V_{ds}, V_{gs})$  ne donne pas une bonne idée sur les performances des composants à effet de champ comme il est le cas avec les dérivées de ces courbes qui sont la transductance et la conductance.

La figure (IV-5) montre la variation de la conductance à partir des formules présentées dans les sections précédentes. D'après la courbe, on remarque que la conductance présente un pic dans la gamme des tensions négatives après lequel elle commence à diminuer et cela même pour les tensions positives. Généralement une faible valeur de la conductance est recommandée pour les transistors à effet de champ fonctionnant en hyperfréquences.

Pour la transconductance figure (IV-6), elle a le même comportement que la conductance. Une valeur élevée de la transconductance est recommandée.



**Fig IV.5.** Variation de la conductance en fonction de la tension  $V_{gs}$ 



Fig IV.6. Variation de la transconductance en fonction de la tension  $V_{\rm gs}$ 

#### d. Capacités







Fig IV.8. Variation de la capacitance  $C_{gd}$  en fonction de la tension  $V_{gs}$ 

Dans la figure (IV-7) est présentée la variation de la capacité  $C_{gs}$ . Nous constatons que cette capacité accroît avec l'augmentation de la tension  $V_{gs}$ . Elle présente des valeurs plus élevées aux tensions positives qu'aux tensions négatives, pour avoir des fréquences de fonctionnement élevées,  $C_{gs}$  est souhaitée faible.

Contrairement au  $C_{gs}$ , la capacité  $C_{gd}$  -figure (IV-8) – décroît avec l'augmentation de la tension Grille-Source, ses valeurs les plus élevées appartiennent à la gamme des tensions négatives.

#### 2. RESULTATS DE NOTRE MODEL

En premier lieu, nous présentons les résultats les plus importants relatifs à l'hétérojonction GaAs / Ga Al As et le puits quantique associé à cette hétérojonction, étant l'énergie potentielle, la fonction d'onde et la densité surfacique. Ces résultats seront suivis de celles concernant la dynamique des porteurs [Ben00].

La figure (IV-9) représente l'allure du puits de potentiel au niveau de l'interface pour différents nombres des niveaux d'énergie pris en compte.



Fig IV.9 . L'énergie potentielle

Les fonctions d'onde dans différents niveaux d'énergie sont illustrées sur la figure (IV-10). On constate que la grande probabilité de trouver les électrons se situe à quelques dizaines d'A°, ce qui implique qu'il y a une pénétration de ces fonction d'onde dans la barrière du potentielle.



Fig IV.10. Fonctions d'ondes des six premiers niveaux



Figure IV.11. Distribution spatiale des électrons

La figure (IV-11) illustre la distribution spatiale des électrons. On remarque que les électrons sont localisés à l'intérieur du puits de potentiel.

La valeur de Ns est égale à 1,019.10<sup>16</sup>m<sup>-2</sup>, ce qui est conforme aux résultats obtenus par la plupart des auteurs.

Le tableau ci-dessous donne les énergies et les populations des différents niveaux, alors que l'histogramme donne une comparaison avec des résultats obtenus par d'autres auteurs.

Niveau (i)	E <sub>i</sub> (eV)	$n_i (10^{16} \text{ m}^{-2})$	% Ns
0	-3,181. 10 <sup>-3</sup>	0,548	53,78
1	3,295. 10 <sup>-2</sup>	0,179	17,57
2	<b>4,963</b> . 10 <sup>-2</sup>	0,099	9,71
3	5,787. 10 <sup>-2</sup>	0,074	7,26
4	6,191. 10 <sup>-2</sup>	0,063	6,18
5	6,504. 10 <sup>-2</sup>	0,056	5,50
Ns (10 <sup>16</sup> m <sup>-2</sup> )		1,019	



Figure IV.12. Histogramme de comparaison des résultats concernent l'occupation des différents niveaux



Caractéristiques dynamiques de l'hétérojonction AlGaAs/GaAs

Fig IV.13. Variation de la densité du gaz (2D) en fonction du pseudo niveau de Fermi.

La figure (IV-13), illustre la variation de  $\rho_s$  en fonction de  $E_F$  donc de  $(\varphi - V_a)$ , nous constatons que le niveau de Fermi, donc  $\varphi - V_a$ , évolue d'une façon linéaire avec  $\rho_s$ , conformément aux résultat de la référence [Kwy 83, Ver 85, God 89]. Les résultats de Godts sont représentés par les symboles, ils correspondent à  $\Delta E_c = 0.18$  eV. L'écart entre nos résultats et ceux de Godts pourrait s'expliquer par la différence des méthodes de résolution du système d'équation Schrödinger- Poisson.



**Fig.IV.14** Variation du potentiel à l'interface de l'hétérojonction en fonction de Vgs

La figure (VI-14) représente la tension appliquée sur le gaz le long du canal, en considérant comme paramètre la tension de grille. Connaissant Va(z) en tout point du canal en fonction de Vgs, il aisé à l'aide du programme développé de connaitre la commande du gaz de la couche d'accumulation. Le problème dynamique posé se trouve ainsi résolu.



Fig.IV.15 Caractéristiques statiques  $I_{dS}(V_{ds}, V_{gs})$ 

Comparaison entre notre model, Model de Cappy, et l'expérience [Mem 08]

Sur la figure (IV-15), qui représente les variations du courant drain-Source Ids en fonction de la tension drain source, nous constatons que nos résultats sont nettement meilleurs que ceux de Cappy et même ceux de l'expérience. Cet écart est probablement dû aux différentes approximations utilisées dans le model de Cappy.

### **IV.3 CONCLUSION**

Dans ce chapitre, l'objectif que nous nous sommes fixé a été atteint. C'est à dire la détermination des grandeurs dynamiques des porteurs dans le canal « gaz bidimensionnel » ainsi que les caractéristiques statiques.

Pour ce faire, nous avons présenté une étude détaillée du modèle de Cappy. La simulation de ce model nous a permis d'extraire les grandeurs essentiels qui caractérisent la structure HEMT.

Afin de lever quelques limitations rencontrées dans le model de Cappy, nous avons élaboré un modèle assez rigoureux. La comparaison de nos résultats avec ceux de Cappy et de l'expérience, met en valeur notre modèle.

# **CONCLUSION** GENERALE

#### **CONCLUSION GENERALE**

Dans cette thèse, le travail que nous avons présenté avait pour objet l'amélioration d'un modèle physique numérique bidimensionnel d'une heterostructure HEMT GAalAs/ GaAs, dans le but d'envisager le transport dans le canal par la modélisation de la dynamique des porteurs constituant le gaz 2D.

Pour atteindre ce but, nous avons d'abord présenté une étude physique générale du HEMT à l'aide de quelques modèles connus de la littérature.

Afin d'avoir une idée concrète de l'étude dynamique de la structure HEMT. Nous avons opté pour une étude détaillée du modèle de Cappy.

Bien que ce dernier soit assez rigoureux par rapport aux modèles qui l'ont précédé, il présente toutefois des limitations à cause des différentes hypothèses simplificatrices sur lesquelles il est essentiellement basé.

Pour remédier à ces limitations, nous avons élaboré un modèle basé sur la résolution bidimensionnelle des équations Schrödinger-Poisson et Boltzmann, utilisant des méthodes projectives et fonctions spéciales (Méthode des moments, Méthode de Galerkin et Fonctions de Green).

Suite à quoi, nous avons pu déterminer le potentiel appliqué à l'interface de l'hétérojonction à partir des tensions de commande de grille et de drain. Une fois ce potentiel à l'interface est déduit, le contrôle de la densité des charges et la dynamique des porteurs est maitrisé, et ainsi les performances du HEMT sont mises en évidence.

Cette modélisation mise au point pour le cas d'un HEMT à hétérojonction GaAlAs/GaAs, peut être appliquée à toutes les autres hétérojonctions.

Pour ce qui est des perspectives d'avenir, nous envisagerons l'étude des structures CNT HEMT.

<u>74</u>

# <u>ANNEXE 1</u>

# Grandeurs physiques et géométriques

Les différentes grandeurs pour la détermination des performances du HEMT nécessaires à la simulation sont résumées dans le tableau suivant :

Paramètres physiques et géométriques	Valeurs/unité	
Concentration des impuretés $N_D$	$2 \times 10^{18} \ cm^{-3}$	
Longueurs des électrodes : Source	0.3µm	
Grille	$0.25 \mu m$	
Drain	0.5µm	
Espace inter-électrodes :Source-Grille	0.35µm	
Grille-Drain	0.5 <i>µ</i> m	
Epaisseur de la couche Donneuse	$270 \ A^0$	
GaAlAs		
Epaisseur de l'Espaceur GaAs	60 A <sup>0</sup>	
Discontinuité de la bande de conduction	0.2 ev	
Epaisseur effective du gaz		
bidimensionnel $d_{2Deg}$	20 nm	
Tension de grille $V_{gs}$	0.3 <i>volt</i>	
Courant de drain $I_D$	100 mA	
Permittivités électrique de GaAlAs $\mathcal{E}_r$	12.08 F/cm	
Permittivités électrique de GaAs $\mathcal{E}_r$	13.1 F/cm	
Mobilité μ	<b>5000</b> $cm^{-2}V^{-1}S^{-1}$	

Tab.1 Grandeurs physiques et géométriques de la simulation

# <u>ANNEXE 2</u>

#### I .L A METHODE DES DIFFERENCES FINIES

Cette méthode nous permis de passer de la forme différentielle à une forme discrétisée.

Soit à discrétiser le domaine qui s'étend suivant l'axe  $o\vec{z}$  tel que  $O \le Z \le L$ 



Soit N un entier positif, les points de discrétisation sont tels que :

 $zi = ih = i \Delta z$  ,  $0 \le i \le N+1$ 

Le pas de discrétisation est tel que :

h= 
$$\Delta z = L/N - 1$$

#### Différence à gauche

En utilisant le développement limité d'une fonction f à gauche d'un point d'abscisse z, on obtient :

 $f(z - \Delta z) = f(z) - \Delta z f'(z) + (\Delta z^2/2) f''(z) - (\Delta z^3/6) f'''(z) + \dots$ 

#### Différence à droite

On obtient la différence à droite de la même façon :

 $f(z + \Delta z) = f(z) + \Delta z f'(z) + (\Delta z^2/2) f''(z) + (\Delta z^3/6) f'''(z) + \dots$ 

#### Différence centrée

On obtient la différence centrée en sommant les différences à droite et à gauche

 $f(z + \Delta z) + f(z - \Delta z) = 2f(z) + \Delta z^{2} f''(z)$  $f''(z) = (f(z + \Delta z) + f(z - \Delta z) - 2f(z))/\Delta z^{2}$  $f''(z) = (f_{j+1} + f_{j-1} - 2f_{j})/h^{2}$ 

#### II. Les fonctions de Green

Soit V le volume d'un domaine (D), borné et régulier de l'espace de trois (ou deux) dimensions, S sa surface continue et  $\vec{n}$  le vecteur normal extérieur unitaire à la surface S [Cha 86, Euv 94, Roa 60]



**Fig.A.1.** : points : origine(o), observation(M), source(p). (S) surface du bord du domaine (D) et  $\vec{n}$  vecteur normal extérieur

Soit  $\varphi$  et  $\Psi$  deux fonctions définies continues ayant des dérivées continues jusqu'au second ordre dans  $(V \cup S)$ .

La fonction de Green G (M, P) est une fonction de deux points [Cha 86, Euv 94, Roa 60]:

-point M : appelé point d'observation (ou point influencé)

-point P : appelé point source (ou point influençant).

Les fonctions de Green associées à une équation aux dérivées partielle peuvent être définies ou calculées, leurs formes dépendent de la fonction physique à étudier dans notre cas le potentiel, elles dépendent aussi du domaine de définition et des conditions aux limites.

L'interprétation mathématique au sens de distribution de ces conditions est :

 $\Delta_M G(M, P) = \delta_p(r - r_0) \tag{A-1}$ 

<u>77</u>

## III. Méthode des moments et méthode de Galerkin [Har 68, Euv 94]

La méthode des moments peut être définie comme une procédure générale à transformer une équation fonctionnelle en une équation matricielle.

Etant donné une équation inhomogène écrite sous la forme réduite suivante :

$$L(f) = g \tag{A-2}$$

Où :

-L est un opérateur linéaire.

-f une fonction inconnue.

-g une fonction connue

Une équation fonctionnelle du type précèdent peut être transformé par la méthode des moments en une équation matricielle.

La fonction inconnue f de l'équation (A-2) est supposée de la forme linéaire suivante :

$$f = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \cdot f_i$$
 (A-3)

Les  $\alpha_i$  et  $f_i$ , i  $\in$  N, sont respectivement des constantes réelles et des fonctions d'une base complète.

L'entier n du développement en série précèdent de la fonction f de l'équation (A-3) est dicté par la précision et par conséquent par le coût du calcul numérique.

En tenant compte de l'égalité (A-3), l'équation (A-2) peut être écrite sous la forme suivante :

$$L(\sum_{i=1}^{n} f_i) = g \quad , \qquad \Longrightarrow \qquad \sum_{i=1}^{n} \alpha_i L(f_i) = g \qquad (A-4)$$

On choisit:

- Une base de fonctions test w j, j=1....m.
- Un produit scalaire approprié au problème.

Et on calcule le produit scalaire de chaque w<sub>j</sub>, avec les deux membres de l'équation (A-4) :

$$\langle w_j | L(f) \rangle = \sum_{i=1}^n \alpha_i \langle w_j | L(f_i) \rangle = \langle w_j | g \rangle$$
, j=1,...., m (A-5)

<u>78</u>

Cet ensemble d'équations peut se mettre sous la forme d'une équation matricielle :

$$[L_{mn}][\alpha_n] = [g_m]$$
 (A-6)

Avec :

$$[L_{mn}] = \begin{bmatrix} \langle w_1 | L(f_1) \rangle \cdots \langle w_1 | L(f_i) \rangle \cdots \langle w_n | L(f_n) \rangle \\ \vdots \\ \langle w_j | L(f_1) \rangle \cdots \langle w_j | L(f_i) \rangle \cdots \langle w_j | L(f_n) \rangle \\ \vdots \\ \langle w_m | L(f_1) \rangle \cdots \langle w_m | L(f_i) \cdots \langle w_m | L(f_n) \rangle \rangle \end{bmatrix}$$

L'équation (A-5) est résolue par des méthode standards tel que factorisation ou inversion de la matrice .Dans le cas ou la matrice  $[L_{mn}]$  n'est pas singulière (inversible) son inverse  $[L_{mn}]^{-1}$  existe ; les $[\alpha_n]$  sont donc donné par :

$$[\alpha_n] = [L_{mn}]^{-1} . [g_m]$$
 (A-7)

Dans le cas ou :  $w_j=f_i$ , i=j=1,...,m ; la méthode est connue sous le nom de « méthode de Galerkin ».

# <u>ANNEXE 3</u>

# I .RESOLUTION DU SYSEME D'EQUATIONS SCHROEDINGER-POISSON PAR LA METHODE POLYNOMIALE D'ORDRE 3

L'originalité de la méthode proposée consiste en l'application de la méthode de Galerkin à l'équation de Schrödinger et celle de Poisson. Donc si l'on projette le potentiel sur les fonctions de base Galerkin, on obtient :

$$\Phi(x) = \sum_{i=1,N} \varphi_i \sin\left(\frac{i\pi(x-x_0)}{x_1-x_0}\right) + Av x + Bv$$

Où Av et Bv dépendent des conditions aux limites. Cette forme simple, réduit considérablement les calculs lors de la résolution de l'équation de Schroedinger et ou celle de Poisson.

Le système des équations Schroedinger - Poisson s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{-\hbar^2}{2m_s^*} \frac{\partial^2 \xi_k(x)}{\partial x^2} + V(x) \ \xi_k(x) = E_k \xi_k(x) \\ \frac{\partial^2 \Phi(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{\varepsilon} \left[ \rho_{fixe} - e \sum n_k \xi_k^2(x) \right] \end{cases}$$

 $V(x) = -e \Phi(x)$ , donc le potentiel image et le potentiel d'échange et de corrélation ont été négligés.  $\rho_{fixe}$  est la densité de charge due aux atomes d'impureté ionisés. L'énergie d'ionisation de ces derniers est considérée comme nulle.

#### I-1 Ecriture du potentiel et conditions aux limites

D'abord déterminons les limites. Pour ce faire, on a partagé l'hétérojonction en plusieurs régions suivant la valeur de la densité de charge qui y reigne. Ceci est schématisé sur la figure ci-dessous :



Fig.A3.1 Partition de l'hétérojonction

Où le niveau de Fermi est pris comme origine des énergies et où Xnn et Xpp représentent les limites du cristal de l'hétérojonction.

La région G, comprise entre –Xnn et –Xn est la région neutre du GaAlAs.

La région H, comprise entre –Xn et –d est la zone de déplétion dans le GaAlAs.

La région I, comprise entre -d et 0 est la région de l'interface, où d est égal à une distance interatomique dans le GaAIAs.

La région T, comprise entre 0 et Xp est la zone de déplétion dans le GaAIAs.

La région D, comprise entre Xp et Xpp est la région restée neutre dans le GaAlAs.

Dans les deux régions de part et d'autre de l'interface, le champ électrique est nul. La différence entre la bande de conduction et le niveau de Fermi reste la même que celle quand les deux semi-conducteurs étaient isolés.

La continuité du potentiel et du vecteur déplacement doit être vérifiée en tout point. Donc, le potentiel dans chacune des régions de l'hétérojonction sera détaillé comme suit :

#### • Région G :

Dans cette région le potentiel est constant et est égal à :

$$\Phi_G(x)=-\frac{Ven}{e}$$

Avec : Ven =  $E_c - E_{FN}$ 

 $E_{G}(X) = 0$ 

• Region H :

Dans cette région le potentiel s'écrit sous la forme :

$$\Phi_{H}(x) = \sum_{m=1,N} \varphi_{Hm} \sin\left(\frac{m\pi(x+Xn)}{Xn-d}\right) + Ap_{H}x + Bp_{H}$$

L'indice *H* se rapporte à la région H.

Pour alléger l'écriture, on pose :

$$M_{H} = \frac{m\pi}{Xn - d} \qquad pour \ m = 1, \dots N$$

Le potentiel s'écrit maintenant sous la forme :

$$\Phi_H(x) = \sum_{m=1,N} \varphi_{Hm} \sin(M_H(x+Xn)) + Ap_H x + Bp_H$$

Déterminons maintenant les constantes  $Ap_H$  et  $Bp_H$  à partir des conditions aux limites.

La continuité de vecteur déplacement ( $\epsilon E$ )à la limite de la zone de déplétion (x= -*Xn*) implique que :

$$\frac{\partial \Phi_H(x)}{\partial x}\Big|_{x=-X_n} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \sum_{m=1,N} \varphi_{Hm} M_H + A p_H = 0$$

Il en résulte que :

$$Ap_{H} = -\sum_{m=1,N} \varphi_{Hm} M_{H}$$

D'autre part, la continuité du potentiel en ce même point donne :

$$\Phi_G(-Xn) = \Phi_H(-Xn) \qquad \Leftrightarrow \qquad -\frac{Ven}{e} = -Ap_H Xn + Bp_H$$

D'où :

$$Bp_{H} = -Xn \sum_{m=1,N} \varphi_{Hm} M_{H} - \frac{Ven}{e}$$

Reste à déterminer les coefficients  $\phi_{Hm}$  par la résolution de l'équation de Poisson qui se fera ultérieurement.

De la même manière, on procéder avec les autres régions de l'hétérojonction.

#### • Région D :

Dans cette région, comme dans la région G, le potentiel est constant et est égal à :

$$\Phi_D(x) = -\frac{Vep}{e}$$

Avec :  $Vep = E_c - E_{FP}$  :  $E_{FP}$  est le niveau de Fermi dans le semi- conducteur 2 isolé.  $E_p(x)=0$ 

#### • RégionT :

Dans cette région nous avons une condition supplémentaire. Le bas de la bande de conduction au point (x=0) doit être inferieur à  $\Delta E_c$  au haut de la barrière de potentiel au point (x=-d).

Cela veut dire :

$$-e\Phi_r(0) = -e\Phi_H(-d) - \Delta E_c$$

Ceci est illustré par la figure suivante :



Fig. A3-2. Allure présumée du potentiel à l'interface.

Afin que les trois conditions citées ci-dessus, on écrit le potentiel sous la forme :

$$\Phi_{\tau}(x) = \sum_{n=1,N} \varphi_{\tau_n} \sin(M_{\tau} x) + Ap_{\tau} x^2 + Bp_{\tau} x + Cp_{\tau}$$

Avec :

$$M_T = \frac{m\pi}{Xp}$$

Les constantes Apr, Bpr et Cpr se déduisent des conditions aux limites comme suit :

$$-e\Phi_{T}(0) = -e\Phi_{H}(-d) - \Delta E_{C} \qquad \Leftrightarrow \qquad Cv_{T} = -Ap_{H}d + Bp_{H} + \frac{\Delta E_{C}}{e}$$

$$\Phi_{T}(Xp) = \Phi_{D}(Xp) \qquad \Leftrightarrow \qquad Ap_{T}Xp^{2} + Bp_{T}Xp + Cp_{T} = -\frac{Vep}{e}$$

$$E_{T}(Xp) = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad 2Ap_{T}Xp + Bp_{T} + \sum_{m=1,N}\varphi_{Tm}M_{T}(-1)^{m}$$

En résolvant le système formé des deux dernières équations, on obtient :

$$Ap_{T} = \frac{-Xp\sum_{m=1,N}\varphi_{Tm}M_{T}(-1)^{m} + \frac{Vep}{e} + Cp_{T}}{Xp^{2}}$$

$$Bp_{T} = \sum_{m=1,N} \varphi_{Tm} M_{T} (-1)^{m} + 2 \frac{\left(Cp_{T} - \frac{Vep}{e}\right)}{Xp}$$

Pour alléger l'écriture, on pose :

$$\Phi_{wT} = \Phi_T(0) = Cp_T$$
  
$$\Phi_{TP} = \frac{\partial \Phi_T(x)}{\partial x}|_{x=0} = \sum_{m=1,N} \varphi_{Tm} M_T + Bp_T$$

#### • Région de l'interface :

Dans cette région le problème est différent, car tout ce que l'on sait sur la densité de charge, ce sont ses valeurs aux deux limites de l'interface. Nous allons donc faire une interpolation entre ces limites en utilisant le maximum d'informations que nous avons en ces deux points.

Vu les conditions de continuité du potentiel et du vecteur déplacement en ces deus points, la méthode d'interpolation par splines cubiques s'impose d'elle-même.

Dancs cette méthode, le potentiel s'écrit sous la forme d'un polynôme du 3<sup>ième</sup> degré :

$$\Phi_1(x) = Ap_1x^3 + Bp_1x^2 + Cp_1x + Dp_1$$

La continuité du potentiel au point (x=0) donne :

$$\Phi_I(0) = \Phi_T(0) \qquad \Rightarrow \qquad Dp_I = Cp_T$$

La continuité du vecteur déplacement en ce même point donne :

$$\varepsilon_I \frac{\partial \Phi_I(x)}{\partial x}\Big|_{x=0} = \varepsilon_2 \frac{\partial \Phi_I(x)}{\partial x}\Big|_{x=0} \implies Cp_I = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \Phi_{TP}$$

D'autre patr, les conditions de conduité du potentiel et du vecteur déplacement au pont (x = -d) impliquent que :

$$-Ap_{I}d^{3} + Bp_{I}d^{2} - Cp_{I}d + Dp_{I} = \Phi_{WH}$$

$$\wedge$$

$$\varepsilon_{I} \left[3Ap_{I}d^{2} - 2Bp_{I}d + Cp_{I}\right] = \varepsilon_{I}\Phi_{HP}$$

En remplaçant Cpi et Dpi par leurs valeurs et en résolvant le système composé de ces deux dernières équations, on obtient :

$$Ap_{I} = \frac{1}{d^{2}} \left[ 2 \frac{\left( \Phi_{WH} - \Phi_{WT} \right)}{d} + \frac{\varepsilon_{1}}{\varepsilon_{I}} \Phi_{HP} + \frac{\varepsilon_{2}}{\varepsilon_{I}} \Phi_{TP} \right]$$

$$Bp_{I} = \frac{1}{d} \left[ 3 \frac{\left( \Phi_{WH} - \Phi_{WT} \right)}{d} + \frac{\varepsilon_{1}}{\varepsilon_{I}} \Phi_{HP} + 2 \frac{\varepsilon_{2}}{\varepsilon_{I}} \Phi_{TP} \right]$$

#### I-2 Ecriture des fonctions d'ondes :

Pour la fonction d'onde, on doit tenir compte de certaine conditions.

D'abord, la fonction d'ondes doit être nulle aux deux limites de l'hétérojonction  $(\xi(-Xnn) = \xi(Xpp) = 0)$ , car les électrons sont supposés se trouvés dans le cristal et qu'ils ne peuvent pas le quitter.

La conservation du flux de particules impose, en tout point de l'hétérojonction, la continuité de la fonction d'onde ainsi que la quantité



#### • Région G :

Dans cette région, l'énergie potentielle est constante et est égale à *Ven*. L'équation de Schroedinger s'écrit donc :

$$\frac{-\hbar^2}{2m_{e1}^*}\frac{\partial^2\xi_G(x)}{\partial x^2} + (Ven - E)\xi_G(x) = 0$$

La résolution analytique de cette équation est bien connue. C'est pourquoi, on préfère l'utiliser.

#### On distingue Deux Cas :

#### 1. <u>E < Ven :</u>

Dans ce cas, la fonction d'onde est égale à :

$$\xi_{G}(x) = C_{1} e^{\rho_{x}} + C_{1} e^{-\rho_{x}}$$

Où :

$$\rho_1 = \sqrt{\frac{2m_{e1}^*(Ven - E)}{\hbar^2}}$$

$$\xi_G(-Xnn) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad C'_1 = -C_1 e^{2\rho_1 Xnn}$$

Donc :

$$\xi_G(x) = C_1 \left[ e^{\rho_1 x} - e^{-\rho_1(x+2Xnn)} \right]$$

On peut maintenant determiner la valeur de la fonction d'onde et sa dérivée au point (x = -Xn) :

$$\xi_{BPG} = \xi_G(-Xn) = C_1 \left[ e^{-\rho_1 Xn} - e^{-\rho_1 (-Xn + 2Xnn)} \right]$$
  
$$\xi_{GP} = \frac{\partial \xi_G(x)}{\partial x} \Big|_{x = -Xn} = \rho_1 C_1 \left[ e^{-\rho_1 Xn} + e^{-\rho_1 (-Xn + 2Xnn)} \right]$$

#### 2. <u>E>=Ven</u>:

La fonction d'onde à la forme suivante :

$$\xi_{\sigma}(x) = C_1 \sin(\rho_1 x) + C_1 \cos(\rho_1 x)$$

$$\xi_G(-Xnn) = 0 \implies C'_1 = \tan(\rho_1 Xnn)C1$$

D'où :

$$\xi_{\sigma}(x) = C_1[\sin(\rho_1 x) + \tan(\rho_1 x)\cos(\rho_1 x)]$$

Et

$$\xi_{WG} = \xi_G(-Xn) = C_1 \left[ \sin(-\rho_1 Xn) + \tan(\rho_1 Xnn) \cos(\rho_1 Xn) \right]$$

$$\xi_{GP} = \frac{\partial \xi_G(x)}{\partial x}\Big|_{x=-Xn} = C_1 \rho_1 \Big[ \cos(\rho_1 Xn) + \tan(\rho_1 Xnn) \sin(\rho_1 Xn) \Big]$$

Dans ce qui suit, on pose C1=1.

#### • Région H :

Dans cette région, la fonction d'onde s'écrit :

$$\xi_H(x) = \sum_{m=1,N} \alpha_{Hm} \sin(M_H(x+Xn)) + A_H x + B_H$$

AH et BH se calculent à partir des conditions aux limites au point (x = -Xn). Mais du fait que la masse effective est la même dans les deux régions G et H, on a :

$$\frac{\partial \xi_H(x)}{\partial x}\Big|_{x=-Xn} = \frac{\partial \xi_G(x)}{\partial x}\Big|_{x=-Xn} \implies \sum_{m=1,N} \alpha_{Hm} M_H + A_H = \xi_{GP}$$
$$A_H = \xi_{GP} - \sum_{m=1,N} \alpha_{Hm} M_H$$

$$\xi_H(-Xn) = \xi_G(-Xn) \qquad \Rightarrow \qquad -A_H Xn + B_H = \xi_{WG}$$

$$B_{H} = \xi_{WG} + A_{H} X n$$

Ici on pose :

$$\xi_{HP} = \xi_H(-d) = -A_h d + B_H$$
  
$$\xi_{HP} = \frac{\partial \xi_H(x)}{\partial r}\Big|_{x=-d} = \sum \alpha_{Hm} M_H(-1)^m + B_H$$

De la même manière, on procède dans les régions I et T.

Région I :

$$\xi_I(x) = \sum_{m=LN} \alpha_{Im} \sin(M_I(x+d)) + A_I x + B_I$$

Avec :

$$M_1 = \frac{m\pi}{d}$$
 pour  $m = 1, \dots, N$ 

$$A_{T} = \frac{m_{el}^{*}}{m_{el}^{*}} \xi_{HP} - \sum_{m=LN} \alpha_{Im} M_{I}$$

$$B_{I} = \xi_{HH} + A_{H} d$$

$$\xi_{HP} = \xi_{I}(0) = B_{I}$$

$$\xi_{HP} = \frac{\partial \xi_{HP}(x)}{\partial x} |_{x=0} = \sum_{m=L,N} \alpha_{Im} M_{I}(-1)^{m} + B_{I}$$

$$Region T:$$

$$\xi_{T}(x) = \sum_{m=LN} \alpha_{Tm} \sin(M_{T}x) + A_{T}x + B_{T}$$

$$A_{T} = \frac{m_{el}^{*}}{m_{el}^{*}} \xi_{HP} - \sum_{m=LN} \alpha_{Tm} M_{T}$$

$$B_{T} = \xi_{HI}$$

$$\xi_{HT} = \xi_{T}(Xp) = A_{T}Xp + B_{T}$$

$$\frac{\partial \xi_{I}(x)}{\partial x}$$

•  $\xi_{TP} = \frac{\partial \zeta_T(x)}{\partial x}\Big|_{x=Xp} = \sum_{m=1,N} \alpha_{Tm} M_T (-1)^m + B_T$ 

• Région D :

Comme dans la région G, le potentiel est constant et est égal à *Vep*. L'équation de Schroedinger s'écrivant :

$$\frac{-\hbar^2}{2m_{e2}^*}\frac{\partial^2\xi_D(x)}{\partial x^2} + (Vep - E)\xi_D(x) = 0$$

A pour solution, la fonction d'onde suivante :

$$\xi_{D}(x) = C_{2}e^{-\rho_{2}x} + C_{2}e^{\rho_{2}x}$$
Avec :

$$\rho_2 = \sqrt{\frac{2m_{*2}^*(Vep - E)}{\hbar^2}}$$

A partir des conditions de continuité au point (xx=Xp), on va déterminer C<sub>2</sub> et C'<sub>2</sub>:

$$\begin{aligned} \xi_D(Xp) &= \xi_T(Xp) \qquad \Rightarrow \qquad C_2 e^{-\rho_2 Xp} + C_2' e^{\rho_2 Xp} &= \xi_{WT} \\ \frac{\partial \xi_D(x)}{\partial x}\Big|_{x=Xp} &= \frac{\partial \xi_T(x)}{\partial x}\Big|_{x=Xp} \qquad \Rightarrow \qquad \rho_2 \Big[-C_2 e^{-\rho_1 Xp} + C_2' e^{\rho_1 Xp}\Big] = \xi_{TP} \end{aligned}$$

Ce qui donne :

$$C_{2} = \left(\xi_{WT} - \frac{\xi_{TP}}{\rho_{2}}\right) \frac{e^{\rho_{2} \chi_{P}}}{2}$$
$$C_{2}^{*} = \left(\xi_{WT} + \frac{\xi_{TP}}{\rho_{2}}\right) \frac{e^{-\rho_{2} \chi_{P}}}{2}$$

Ecrivons maintenant la condition qui impose à la fonction d'onde de s'annuler à la limite de l'hétérojonction :

-

$$\xi_D(Xpp) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad C_2 e^{-\rho_2 Xpp} + C'_2 e^{\rho_2 Xpp} = 0$$

En remplaçant C<sub>2</sub> et C'<sub>2</sub> par leurs valeurs, on obtient :

$$\left(\xi_{WT} - \frac{\xi_{TP}}{\rho_2}\right)e^{\rho_2(XP-Xpp)} + \left(\xi_{WT} + \frac{\xi_{TP}}{\rho_2}\right)e^{\rho_2(XPP-Xp)} = 0$$

Cette équation nous permettra de déterminer les différents niveaux d'énergie des électrons sans faire des calculs variationnels. On l'appellera "équation de l'énergie". Sa résolution est un peu particulière, car elle doit se faire simultanément avec l'équation de Schrödinger.

## I.3 Normalisation des fonctions d'ondes

La normalisation des fonctions d'onde se fait en écrivant :

$$C_1^2 \int_{-Xm}^{Xpp} \xi^2(x) dx = 1$$

Ce qui signifie que la probabilité de présence de l'électron dans toute l'hétérojonction doit être égale à 1. Ceci nous permet de calculer la valeur de la constante  $C_1$ :

$$C_1 = \left[\frac{1}{\int_{-\chi_{nn}}^{\chi_{pp}} \xi^2(x) dx}\right]^{1/2}$$

I-4Résoluion de l'équation de Schoedinger

Puisque le potentiel s'écrit de manières différentes dans chaque région de l'hétérojonction, on doit résoudre l'équation de Schoedinger pour chacune d'elles, sauf dans les deux régions eutres où la fonction d'onde est déjà connue.

On obtient pour chaque région un système d'équations linéaires que l'on écrit pour la région h sous la forme matricielle suivante :

# $Mat_H$ $Alp_H = Bmat_H$ .

Où *Mat<sub>H</sub>* est une matrice carrée de dimension NxN, dont les éléments sont données par :

$$Mat_{H}(i, j) = \frac{1}{4} \left\{ \sum_{\substack{m=1,N\\i-j+m\neq 0}} v_{Hm} \frac{\left((-1)^{i-j+m}\right)}{I_{H} - J_{H} + M_{H}} + \sum_{\substack{m=1,N\\i+j-m\neq 0}} v_{Hm} \frac{\left((-1)^{i+j-m}\right)}{I_{H} + J_{H} - M_{H}} - \sum_{\substack{m=1,N\\i+j-m\neq 0}} v_{Hm} \frac{\left((-1)^{i-j-m}\right)}{I_{H} - J_{H} - M_{H}} - \sum_{\substack{m=1,N\\m=1,N}} v_{Hm} \frac{\left((-1)^{i+j+m}\right)}{I_{H} + J_{H} + M_{H}} \right\} + \left[ (XnBB_{H}) + AA_{H} \right] J_{H} - \frac{(Xn - d)}{2} \left[ \frac{\hbar^{2}}{2m_{e1}^{*}} I_{H}^{2} + (Bv_{H} - E) \right] \delta_{i,j} \qquad i, j = 1, \dots N$$
$$- \frac{Av_{H}}{2} \left\{ \frac{(d^{2} - Xn^{2})}{2} \delta_{i,j} + \left[ \frac{\left((-1)^{j-i} - 1\right)}{(J_{H} - I_{H})^{2}} - \frac{\left((-1)^{j+i} - 1\right)}{(J_{H} + I_{H})^{2}} \right] (1 - \delta_{i,j}) \right\} \quad si \ i \neq j$$

$$Bmat_{H}(i) = BB_{H}(\xi_{WG} + Xn\xi_{GP}) + AA_{H}\xi_{GP} \qquad i = 1, \dots, N$$

$$Alp_{H}(i) = \alpha_{Hi}$$
  $i = 1, \dots, N$ 

Et où :

$$I_{H} = \frac{i\pi}{(Xn-d)}, \quad J_{H} = \frac{j\pi}{(Xn-d)}, \quad v_{Hi} = -e\varphi_{Hi}$$
 pour  $ij = 1, ..., N$ 

De même pour les régions I et T :

$$Mat_{I}(j,k) = (BB_{I}d + AA_{I})K_{I} + \left[Cv_{I}\frac{d^{2}}{4} - Bv_{I}\frac{d^{3}}{6} + Av_{I}\frac{d^{4}}{8} - \frac{d}{2}\left(\frac{\hbar^{2}}{2m_{ei}^{*}}J_{I}^{2} + Dv_{I} - E\right)\right]\delta_{k,j}$$
$$-\frac{3}{2}Av_{I}\frac{d^{2}}{(K_{I} + J_{I})^{2}} + Bv_{I}\frac{d}{(K_{I} + J_{I})^{2}}$$
$$+\left\{-\frac{Cv_{I}}{2}\left[\frac{((-1)^{k-j} - 1)}{(K_{I} - J_{I})^{2}} - \frac{((-1)^{k+j} - 1)}{(K_{I} + J_{I})^{2}}\right] - Bv_{I}\frac{d}{(K_{I} - J_{I})^{2}}$$
$$-\frac{Av_{I}}{2}\left[\frac{-3d^{2}}{(K_{I} - J_{I})^{2}} - \frac{6((-1)^{k-j} - 1)}{(K_{I} - J_{I})^{4}} + \frac{6((-1)^{k+j} - 1)}{(K_{I} + J_{I})^{4}}\right]\right\} \quad si \quad j \neq k$$

$$Bmat_{I}(j) = BB_{I}\left(\xi_{WH} + d\frac{m_{ei}}{m_{e1}}\xi_{HP}\right) + AA_{I}\frac{m_{ei}}{m_{e1}}\xi_{HP}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{avec}: \ J_{I} &= \frac{j\pi}{d}, \qquad K_{I} = \frac{k\pi}{d}. \\ Mat_{T}(i,j) &= \frac{1}{4} \left\{ \sum_{\substack{m=1,N\\ l-j+m\neq0}} v_{Tm} \frac{\left((-1)^{i-j+m}\right)}{I_{T} - J_{T} + M_{T}} + \sum_{\substack{m=1,N\\ i+j-m\neq0}} v_{Tm} \frac{\left((-1)^{i+j-m}\right)}{I_{T} + J_{T} - M_{T}} - \sum_{\substack{m=1,N\\ m=1,N}} v_{Tm} \frac{\left((-1)^{i-j-m}\right)}{I_{T} - J_{T} - M_{T}} - \sum_{\substack{m=1,N\\ m=1,N}} v_{Tm} \frac{\left((-1)^{j+j+m}\right)}{I_{T} + J_{T} + M_{T}} \right\} \\ &+ AA_{T}J_{T} + Av_{T} \frac{Xp(-1)^{j+i}}{(J_{T} + I_{T})^{2}} \\ &- \left[ Av_{T} \frac{Xp^{3}}{6} + Bv_{T} \frac{Xp^{2}}{4} + \frac{Xp}{2} \left( \frac{\hbar^{2}}{2m_{e2}^{*}} I_{T}^{2} + Cv_{T} - E \right) \right] \delta_{i,j} \qquad i, j = 1, ..N \\ &- \left[ Av_{T} \frac{Xp(-1)^{j-i}}{(J_{T} - I_{T})^{2}} + \frac{Bv_{T}}{2} \left( \frac{\left((-1)^{j-i} - 1\right)}{(J_{T} - I_{T})^{2}} - \frac{\left((-1)^{j+i} - 1\right)}{(J_{T} + I_{T})^{2}} \right) \right] \qquad si \quad i \neq j \end{aligned}$$

 $Bmat_T(i) = BB_T \xi_{WT} + AA_T$ i = 1, ..., N

Avec :

 $I_T = \frac{i\pi}{Xp}, \ J_T = \frac{J\pi}{Xp}.$ 

Donc pour connaitre la fonction d'onde à travers toute l'hétérojonction, il nous faut résoudre les trois systèmes précédents. Mais il faut connaitre à priori l'énergie qui donne un sens physique à la fonction d'onde obtenue. Donc cette énergie doit vérifier l'équation :

$$\left(\xi_{WT}-\frac{\xi_{TP}}{\rho_2}\right)e^{\rho_2(X_P-X_{PP})}+\left(\xi_{WT}+\frac{\xi_{TP}}{\rho_2}\right)e^{\rho_2(X_{PP}-X_P)}=0.$$

Cette équation contient le terme p2 qui dépend de l'énergie, mais qui contient aussi des termes qui dépendent de la fonction d'onde ,qui elle-même, dépend de l'énergie.

Pour résoudre ce problème, on va tout d'abord changer le problème de recherche des racines de l'équation, en un problème de recherche des zéros d'une fonction fe(E) telle que :

$$fe(E) = \left(\xi_{WT} - \frac{\xi_{TP}}{\rho_2}\right) e^{\rho_2(X_P - X_{PP})} + \left(\xi_{WT} + \frac{\xi_{TP}}{\rho_2}\right) e^{\rho_2(X_{PP} - X_{PP})}$$

Cette recherche se fera par dichotomie dans un intervalle d'énergies comprises entre te sommet de la barrière de potentiel et le bas du puits de potentiel.

Donc on divise l'intervalle en plusieurs sous intervalle, et pour chacune des limites de cet intervalle on résout l'équation de Schroedinger pour avoir la fonction d'onde et ainsi calculer *fe* 

On peut alors déterminer les sous-intervalles où *fe* change de signe. *Ces derniers* sont susceptible de contenir la solution, car la fonction *fe* n'est pas continue dans tout l'intervalle.

94





\*fe est donnée en unités arbitraires.

Après la détermination des sous intervalles contenant les zéros de *fe*, on procède par dichotomie pour la détermination des énergies des différents états liés ainsi que leurs fonctions d'ondes.

L'organigramme suivant illustre la méthode de résolution de l'équation de Schrödinger pour un seul niveau avec une erreur sur l'énergie inferieure ou égale à ɛ.



Organigramme de résolution de l'équation de Schrödinger.

<u>96</u>

Anaktique

Noire m

60

Pour vérifier la validité de la méthode, on l'a appliquée au cas d'un puits de potentiel carré, car la résolution de l'équation de Schrödinger pour ce cas est connue.

Le tableau ci-dessous donne une comparaison entre laes valeurs des énergies des trois premiers niveaux obtenues par notre méthode et par la méthode analytique, et ce pour un puits de potentiel.30A° de largeur et de 5,5eV de profondeur. On y remarque que la différence entre les deux résultats est de l'ordre du meV, ce qui montre la validité de notre méthode.

	Méthode analytique	Notre Méthode	
E₀ (eV)	- 0,4701	- 0,4706	
E1 (eV)	- 0,3822	- 0,3833	
E <sub>2</sub> (eV)	- 0,2409	- 0,2418	

250

20/1-

15 EU

-30

(×) %







distance (Ű)

## I-5 Résolution de l'équation de Poisson.

La résolution de l'équation de Poisson est beaucoup plus simple. elle se fait par la méthode de Galerkin qui donne directement les valeurs des  $\varphi_H$  et des  $\varphi_T$ .

# I.6 Calcul self- consistant

L'organigramme suivant détaille le calcul self consistant afin de résoudre le système composé des deux équations Poisson, et Schrödinger :





#### II. CALCUL DE Xn

Dans nos calculs précédents, nous avons implicitement supposé que Xn et Xp, les limites des zones de déplétion, étaient connues. Si cela est vrai pour Xp et  $Xn_H$  dont le calcul est facile à effectuer, le cas Xn est beaucoup plus compliqué.

Tous les auteurs que nous avons lus prennent des valeurs empiriques pour Xn même si cela influe grandement le potentiel et les niveaux d'énergie et donc la densité du gaz bidimensionnel d'électrons (voire la figure ci-après).



Fig A2.6 Comparaison entre potentiels obtenus pour deux valeurs différentes de Xn.

Le tableau ci-dessous donne les énergies des deux premiers niveaux ainsi que la densité totale des électrons du gaz bidimensionnel Ns.

Xn (A°)	E <sub>0</sub> (eV)	E1(eV)	Ns (m <sup>-2</sup> )
150	-5,518.10 <sup>-2</sup>	-7,33.10 <sup>-3</sup>	1,80.10 <sup>16</sup>
200	-2,58.10-2	3,68.10 <sup>-3</sup>	0,81.10 <sup>16</sup>

En constatant la différence entre ces résultats, connaitre Xn avec précision s'impose. Ceci n'est possible que si l'on résout l'équation :

$$Nd (Xn - Xn_H) = Ns = \sum_{i=1,nn} n_i(E_i)$$

L'organigramme suivant explique comment on procède :



Organigramme du calcul Self-Consistant de Xn

# <u>Bibliographie</u>

# Bibliographie

[Act 88] Acta electronica , *Special issue on Heterostructures*, volume 28, 1988.

- [ALF 01] Z.I.Alferov, "The double Heterostructure: The concept and its applications in physics, Electronics, and Technology", Wiley, Chemphychem vol 2, ,pp 500-513, 2001.
- [And 62] R.L. Anderson, "Experiments on GaAsheterojunctions", Solid- State Electron.Vol 5, 1-351,1962.

[Asg 05]A. Asgari, M. Kalafi, L. Faraone, "A quasi two- Dimentional charge transport modelof AlGaAn/GaN high electron mobility transistor (HEMTs)", Physica Low dimentional systemand nanostructures, Vol 28, Issue 4, pp 491-499, Sept 2005.

[Baa 00] M.Baazouzi, "Etude du matérieau semiconducteur pour la modélisation d'une structure pseudomorphique (GaAlAs/GaInAs/GaAs", thèse de magister. Université de Batna, 2000.

[Bas 88] G. Bastart, "*Wave mechanics applied to semiconductors heterostructures*", les éditions de physiques, 1988.

[Bas 88] D.Bimberg, M.G.Rundmann, N.N Ledentsov, "Quantums dots heterostructures", quatrième édition, Masson, 2001.

[Ben 91] M.Benabbas, B. Marir, D.Bajon, H. Baudrand , "*Exact resolution of coupled Schrodinger Poisson equation : Application to accurate determination of potential in HEMTs*", Electronic Letters,Vol2,7 N°20,26<sup>th</sup> September 1991.

[Ben 93] M.Benabbas, B. Marir, D.Bajon, H. Baudrand, "Effect of multiple subband occupancy on the performances of gaz (2D), in the modulation doped heterostructures", IEEE transactions on electron devices, vol, p, 1993.

#### <u>101</u>

- [Bie 06] M.Bierlaire, "Introduction à l'optimisation différentiable", presse polytechnique et universitaires romandes, première édition, 2006.
- [Bou 09] I.Bouneb, "Contribution à la modélisation d'une structure nanométrique: application aux transistors HEMTS et pseudomorphiques", thèse de magister. Université Mentouri de Constantine, Juin 2009.
- [Boy 90] P. T. Boyer, "Elaboration d'un modèle pseudo bidimentionnal d'un transistor pseudomorphique GaAlAs /GaInAs/GaAs", laboratoire d'électronique Philips, Juin 1990.
- [Cap 81] A.Cappy,"Sur un nouveau modèle de transistor à effet de champ à grille submicronique", thèse 3<sup>e</sup> cycle, Lille, 1981.
- [Cap 86] A.Cappy, "*Propriétés physiques et performances potentielles des composants submicroniques à effet de champ*", thèse d'état. Université de Lille, France 1986.
- [Car 80] B.Carnez, A.Cappy, G.Salmer , E.Constant, "*Modélisation de transistor à effet de champ à grille ultra courte*", Acta electronica, pages 165-183, 23 /2/1980.
- [Cas 78] Jr.Casey., and M.B.Panish, *"Heterostructure Lasers, Part B:Materials and Operating Characteristics"*, H.C Academic press, New York, 1978.
- [Cas 89] R.Castagné, J.P.Duchemin, M.Gloanec, Ch.Rumelhard, "*Circuits intégrés en arseniure de Gallium*"; Edition MASSON, 1989.
- [Cha 86] P. du Château, D. W. Zachaman, "Theory and problem of partial differential equations" Schaum's outline series 1986.
- [Che 2010] P.Chevalier,"*www.eudil.com*" Site Internet du polytechnique de Lille consulté en juillet 2010.
- [Cir 03] A. Cidronali , G. Leuzzi., G. Manes , F. Giannini ,"Physical electromagnetic PHEMT modelling"

#### 102

IEEE trans. Microwave Theory Ttechs, vol.51, pp 830-838, March. 2003.

- [Col 60] R.E.Collin, "Field theory of guided Waves", MC Grawer Hill New York USA, 1960.
- [Del 82] D.Delagbeaudeuf, NT.Linh, "*Metal n-AlGaAs-GaAs two dimensional electron gas Fet*", IEEE trans29, p 950-955, 1982.
- [Die 96] F.Diette, D.Laugrez, J.LCodron, E.Delos, D.theron and G.Salmer, "1510ms/mm 0.1μm gate length pseudomorphic HEMTs with intrinsic currunt gain cut off frequency of 220 Ghz", Electronic Letters 32, pp 848-850, 1996.
- [Din 74] R.Dingle, W.Wiegmann and C.H.Henry. Physical review letters vol33.P827(1974).
- [Dum 81] T.J.Durmmond et al, "Effect of background doping on the mobility of GaAlAs/GaAs heterostructures", J.appl. Phys 52(9), September 1981.
- [Dum 82] T.J.Durmmond, W. Kopp, H. Morkoc, M. Keever "*Transport n modulation doped structures* (*Al x Ga 1-x As/ GaAs*) and correlations with monte carlo calculations (*GaAs*)", Apl.Phys.Lett, 41(3), P 277, August 1982.
- [Euv 94] D.Euvrad, "résolution numérique des équations aux dérivées partielles", 3ème édition, 1994.
- [For 95] A. Fortin, " Analyse numérique pour l'ingénieur", édition de l'école polytechnique de Montréal, 1995.
- [Fre 95] W.R.Frensley, "*Heterojunction band alignement theory*", 1995.

[God 89] P. Godts, D. Depreeuw, E. Constant, J. Zimmermann, "Méthode générale de modélisation du transistor à effet de champ à hétérojonction", Revue de physique appliquée, 24, PP 151-170, 1989.

- [Gou 91] A.Gourdin, M. Boumahrat, "*Méthode numériques appliquées*", OPU 1991.
- [Gre 99] W. Grener, "Mécanique quantique une introduction", Springer, 1999.

#### <u>103</u>

[Gup 03]	R. Gupta, M. Gupta, R.S.Gupta, "A new depletion dependent analytical mode for sheet carrier density, InP based HEMT", Solid State electronics, Vol 47, pp 33-38, 2003.
[Har 02]	P. Harrison, "Quntum wells, wires and dots", Edition Wiley, 2002.
[Har 68]	R.F. Harrington, "Field computation by moments methods", Mac Milan, 1968.
[Keb 08]	F. Kebaili, O. El Mansouri, B. Marir, M. Marir. "Modelling and characterization of GaAs MESFET" Online Revue "Africain journal",ISSN 1970-4097, Vol 2, 2008.
[Khl 05]	R. Khlil, "Etude d'un gaz bidimensionnel d'électrons dans les hétérostructures Températures", thèse de doctorat, université Reims champagne-Ardenne, 2005.
[Kro 81]	H.kroemer, and Wu-Yi Chen, Solid St.Electron.24,655,1981.
[Kro 82]	H.Kroemer, Proc.IEEE.70,13,1982.
[Kro 83]	H.Kroemer,Surface Sci,132543,1983.
[Kro 84]	H.Kroemer,J.of Vac.Sci and Tech,B2,433,1984.
[Kro 85]	H.Kroemer, Appl.Phys.Lett.46,504,1985.

[Kwo 02] K.Vg.Kwok , "*Complete guide to Semiconductor Devices*", Edition Wiely 2002.

[Kwy 83] L.Kwyro, M.S.Shur et al, "*Current–Voltage and Capacitance–Voltage characteristics of modulation doped field effect transistors*", IEEE transactions on electron devices, Vol E30, 3 Mars 1983.

[Lal 2001]A.LALOUE, "Modélisation non linéaire distribuée des transistors à effet de champ :<br/>application à l'analyse de la stabilité des transistors et des caractéristiques en bruit dans les<br/>circuits MMIC", thèse de doctorat. Université de Limoge France, 2001.

[Man 04] O.EL Mansouri, "Introduction à la modélisation empirique de la dynamique des porteurs d'un

#### <u>104</u>

TEGFET en GaAlAs/GaAs", thèse de magister. Université Mentouri de constantine, 2004.

- [Man 06-a] O. El Mansouri, F.Kebaili, M. Marir, BE. Marir, "*Etude de modélisation quasi bidimensionnelle du HEMT*", Revue "Sciences–Technologies et développement", N°00, pp 6- 12, Août 2006.
- [Man 10] O.El Mansouri, M. Benabbas," *Simulation and Characterization of nanostructure Component* ", International Review of Physics (IREPHY), ISSN 1971-680 x, Vol. 4 N°3, June 2010.
- [Mano 06] E.B Manoukian, "Quantum theory a wide spectrum", Springer 2006.
- [Mar 91] B. Marir, M.Benabbas, D.Bajon, H. Baudrand, "New two dimentional approach for determinig deption layer in field effect transistor", Electronics Letters, Vol. 27, 19, 12th September 1991.
- [Mef 08] A. Meftah, H. Ajlani, A.Marzouki, R.Chtourou, M. Oueslati, "*Electronic energies in delta doped AlGaAs /GaAs heterostructures*", American Journal of applies science, Vol 5(4), PP 425-439, 2008.
- [Mem 08] N.M.Memoun, "Modelling techniques of submicron GaAs MESFETs an HEMTs", PHD, university of Islamabed, October 2008.
- [Mil 72] A.G.Milnes and D.L.Feucht, "*Heterojunctions and metal semiconductors Junction*", Academic press, NewYork, 1972.
- [Mil 85] R.C.Miller, D.A.Kleinmann and A.C.Gossard .Physical Reviw B29.PP7085 (1985)
- [Mim 80] T. Mimura , S. Hiyamizu , T. Fuji, K. Nanbu . JPN J.appl.phys,19,L.225(1980).
- [Nag 02] B.R.Nag, L.R.Carley, G.Declerck, F.M.Klaassen, "*Physics of Quantum welldevices*", Kluwer academic publishers.
- [Oun 00] A.Ounissi, "*Modélisation physique et numérique des transistors à gaz (2D) application aux hétérojonctions pseudo morphiques* ", thèse doctorat. Université de Batna, 2000.

#### <u>105</u>

- [Par 01] A.E.Parker, G.Rthmell, "Measurment and characterization of HEMT dynamics",
  IEEE trans. Microwave Theory and techniques, Vol. 49, N° 11, PP 2105-2111, Nov 2001.
- [Rem 04] K.Remashan, K.Radhakrishnan, "A compact analytical I-V Model of AlGaAs/ InGaAs/ GaAs p-HEMTs based model", on non linear charge control Microelectronics Engineering, Vol.75, pp 127-136, 2004.
- [Roa 60] G.F. Roach, "Green function introductory theory with applications", VNR Company, London 1960.
- [Sch 03] F. Schwierg, Juin J.Lion, "*Modern Microwave transistors*", Edition Wiley 2003.

:

- [Sha 74] B.L.Sharma et R.K. Puricht, "semiconductor Heterojunctions", Pergamon, Oxford, 1974.
- [Soa 84] R.Soares, J.Graffeuil et J.Obregon, "Application des transistors à effet de champ en Arsènuire de galluim", ELN/2224, chapitre10, page 425-449,1984.
- [Ste 72] F.Stern," self-consistent results for n-type Si inversion layer ", physical rview B, volume 5, Number 12, june 1972.
- **[SZE 69]** S.M.SZE ,"Physics of semiconductors devices", Wiley interscience publication, 1969.
- [Tro 65] F.N.Trofimenkoff, "*Field dependent mobility analysis for the feild effect transistor*", Proc IEEE N° 53, PP 1765-1766, 1965.
- [Tun 82] PN.Tung , P. Delescluse , D. Delagebeaudeuf, M.Laviron , J.Charplart , N.T.Linh " *High speed two dimentional electron gas Fet logic*", Electronic letters.18,1982, 109-110.
- [Van 07] O.Vanbesieu, "Composants à hétéro structures, applications en nanométrique et nanophonique", N° 4, PP 25-33, 2007.
- [Vap 70] A.vapaille, "Physique des dispositifs a semi conducteurs Tome 1. Electronique du silicium homogène ", Masson Paris France, 1970.
- [Ver 85] C.Versnayen, "Etude théorique et expérimentale du transistor à effet de champ à hétérojonction AlGaAs/GaAs", thèse de doctorat 3<sup>e</sup> cycle. Université des sciences et techniques de Lille, 1985.

#### <u>106</u>

- [Wol 90] M. Wolny, D. Selle, "*Introduction aux composants à hétérostructures*", l'onde électrique, Vol 70, 3, pp 59- 74, Mai – Juin 1990.
- [Wss 70] E.Wsserstrom, J. McKenna, "*The potential due to a charged metallic on a semiconductor surface*", BSTJ, 49, pp 853-877, 1970.