

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université Mentouri – Constantine

Faculté des Sciences de l'Ingénieur  
Département d'Electronique

N° d'ordre :  
Série :

## THESE

Présentée pour obtenir le titre de :

MAGISTERE EN ELECTRONIQUE

Option : Contrôle

Par

**Meriem Hacini**

Titre de la thèse:

***Filtrage anisotropique et segmentation par Level Sets:  
Application aux images médicales***

Soutenu le : 25.11.2009

Devant le jury d'examen composé de:

Mr: A.Bennia	Professeur	Université de Constantine	<i>Président</i>
Mme : Fella Hachouf	Maitre de conférences	Université de Constantine	<i>Rapporteur</i>
Mme : Nora Mansouri	Professeur	Université de Constantine	<i>Examineur</i>
Mr: F. Soltani	Professeur	Université de Constantine	

A ma famille  
A mes amies

# Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein du laboratoire d'automatique et de Robotique de l'université Mentouri de Constantine.

Durant cette thèse, j'ai été encadré par Madame Fella Hachouf. Sa compétence, sa grande rigueur scientifique et ses conseils judicieux m'ont été très précieux. Qu'elle trouve ici l'expression de ma profonde gratitude. Je la remercie vivement, de m'avoir accordé sa confiance en me permettant d'y effectuer ma thèse de magistère sur un sujet passionnant. Je la remercie également d'avoir accepté la lourde tâche de rapporteur et d'avoir consacré un temps précieux à l'examen de ce manuscrit. La qualité et la précision de ses remarques m'ont été très précieuses.

Mes remerciements s'adressent aussi à Monsieur *Abdelmalik Taleb-Ahmed* de l'université de Valenciennes pour avoir proposé l'idée de ce sujet.

Je suis sensible à l'honneur que me fait Monsieur A. Bennia en acceptant de présider le jury de cette thèse.

Je remercie Madame Nora Mansouri et Monsieur F. Soltani pour avoir accepté d'examiner cette thèse et de participer à ce jury.

J'aimerais remercier vivement mes amis. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde amitié.

Enfin, j'adresse une pensée toute particulière à ma grande famille et notamment mes parents. Cette page serait loin de suffire pour vous exprimer toute ma reconnaissance et mon affection.

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>iii</b>
<b>Table des matières</b>	<b>iv</b>
<b>Liste des Tableaux</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des Figures</b>	<b>viii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre 1 Filtrage et Restauration</b>	<b>5</b>
1 Introduction.....	5
2 Types de bruits.....	6
3 Le filtrage du bruit.....	7
3.1 Les filtres adaptatifs classiques.....	8
3.1.1 Le filtre de Lee.....	8
3.1.2 Le filtre de Kuan.....	8
3.1.3 Le filtre de Frost.....	9
3.1.4 Amélioration du filtre de Lee et de Frost.....	9
3.2 Méthodes de filtrages modernes basées sur les nouveaux paradigmes.....	10
3.2.1 Méthodes utilisant la transformée en ondelettes.....	10
3.2.2 Famille des Filtres de voisinages.....	13
3.2.3 Le filtre de diffusion anisotropique.....	15
4 Conclusion.....	17
<b>Chapitre 2 Filtrage anisotropique</b>	<b>18</b>
1 Introduction.....	18
2 Introduction aux équations aux dérivées partielles (EDP).....	19
2.1 Définition d'une EDP.....	19
2.2 Résolution d'une EDP.....	19
2.3 Classification des EDP.....	20
2.4 Mise en œuvre des EDP.....	21
2.5 Les EDP en traitement d'images.....	22
2.5.1 L'équation de la chaleur.....	22
3 Diffusion non-linéaire.....	24
4 Modèles de diffusion pour la restauration d'images médicales.....	26
4.1 Le modèle de Yu et Acton [20].....	27
4.2 Le modèle de Jinshan Tang et al [21].....	28
4.3 Le modèle de E. Ardizzone et al [15].....	30
5 Conclusion.....	31
<b>Chapitre 3 Les contours actifs : Etat de l'art</b>	<b>32</b>
1 Introduction.....	32
2 Modèles déformables (Snakes).....	33
3 Méthodes des Ensembles de niveaux (Level set).....	35
4 Contours actifs basés contours.....	39
5 Contours actifs basés régions.....	41
6 Contours actifs hybrides .....	42
7 Conclusion.....	46
<b>Chapitre 4 Contributions</b>	<b>49</b>
1 Introduction.....	49
2 Processus de segmentation.....	49
3 Prétraitement.....	50
3.1 Rehaussement de contraste.....	50

3. 2 Le modèle de diffusion proposée.....	52
4 Segmentation par Level sets.....	56
4. 1 Contours actifs basés gradient.....	56
4. 2 Contours actifs basés régions.....	59
4. 3 Le modèle proposé.....	60
5 Conclusion.....	62
<b>Chapitre 5 Résultats Expérimentaux</b>	<b>63</b>
1 Introduction.....	63
2 Prétraitements.....	63
2. 1 Evaluation quantitative.....	63
2. 1. 1 Figure du mérite de Pratt (FOM).....	63
2. 1. 2 Rapport Signal-Bruit (PSNR).....	64
2. 2 Temps de calcul des différents filtres.....	65
2. 3 Résultats sur des images de synthèses.....	66
2. 3. 1 Résultats comparatifs sur une image de synthèse.....	68
2. 4 Résultats comparatifs sur des images médicales.....	71
2. 4. 1 Cas d'une image IRM.....	71
2. 4. 2 Cas d'une échographie de la thyroïde.....	73
3 Segmentation par Level sets.....	76
3. 1 Influence de l'initialisation sur la segmentation.....	76
3. 2 Influence du paramètre $\sigma$ sur la segmentation.....	77
3. 3 Validation de la méthode proposée sur des images médicales.....	79
3. 3. 1 Validation sur des images IRM.....	80
3. 3. 2 Validation sur des images échographique.....	82
3. 4 Comparaison de la méthode proposée avec la méthode d'O. Chilali [57].....	84
3. 4. 1 Comparaison sur des images IRM.....	84
3. 4. 2 Comparaison sur des images échographique.....	86
4 Conclusion.....	87
<b>Conclusion</b>	<b>88</b>
<b>Références bibliographique</b>	<b>90</b>

# Liste des Tableaux

**TAB. 5. 1.** Paramètres des différents filtres testés.

**TAB. 5. 2.** Statistiques des résultats de chaque filtre : Figure du mérite (FOM), Peak signal to noise ratio (PSNR).

**TAB. 5. 3.** Statistiques des résultats des filtres sur l'image tumeur.

**TAB. 5. 4.** Statistiques des résultats des filtres sur l'image thyroïdienne.

**TAB. 5. 5.** Temps CPU (en secondes) pour la méthode proposée et du modèle de C. Li pour les images des figures Fig. 5.13 à Fig. 5.16 respectivement.

**TAB. 5. 6.** Temps CPU (en secondes) pour la méthode proposée et du modèle d'O. Chilali pour les figures 5. 17 à 5. 20 respectivement.

# Liste des Figures

**FIG. 1. 1.** Restauration par le schéma de Pizurika. A gauche: Images bruitées. A droite: résultats du filtrage

**FIG. 1. 2.** A gauche: Images bruitées. A droite: résultats du filtrage de Portilla

**FIG. 1. 3.** A gauche: Images bruitées. A droite: résultats du filtrage de Buades.

**FIG.2. 1.** Lissage gaussien. (a) L'image originale, (b) l'image après 50 itérations, (c) l'image après 500 itérations, (d) l'image après 5000 itérations.

**FIG.2.2.** Schéma de Perona et Malik à (a)  $t=0$ , (b)  $t=50$ , (c)  $t=100$ , (d)  $t=200$

**FIG. 2.3.** Filtre de Yu appliquée à une image écho cardiaque d'un fœtus de 12 semaines, Pour  $q_0 = 1, \rho = 1/6$ , après 10, 40 et 150 itérations.

**FIG. 2.4.** Filtre de Jinshan appliquée à une image IRM réelle d'un cartilage du pied pour  $k=0.2$ , après 300 itérations.

**FIG. 2. 5.** Filtre de Ardizzone et al appliquée pour: de haut en bas PD-, T1-, T2- Images pondérées, respectivement. (a) images corrompus (b) et (c) La méthode d'Ardizzone en utilisant les deux fonctions de diffusion  $c_1$  et  $c_2$

**FIG.3. 1.** Exemple des snakes classiques

**FIG.3. 2.** L'évolution de la fonction level set et la propagation des contours correspondant: (a) la vue topologique de l'évolution de  $\Phi(x, y)$ , (b) les changements du level set initiale  $C: \Phi(x, y) = 0$

**FIG 3. 3.** Contour initiale et la distance signée correspondante: (a) le contour initiale  $C_0$ , (b) la fonction Level set initiale  $\Phi_0(x, y)$  déterminé par la distance signée  $= \pm D((x, y), N_{xy}(C_0))$

**FIG. 3. 4.** Changement de la topologie observée dans l'évolution de la fonction level set et la propagation des contours correspondant: (a) la vue topologique de l'évolution de  $\Phi(x, y)$ , (b) les changements du Level set initiale  $C: \Phi(x, y) = 0$

**FIG 3. 5.** (a) image originale d'une Leucémie et (c) Image originale d'une IRM du cœur, (b) et(d) Résultats de la segmentation obtenu par Seongjai

**FIG. 3. 6.** séquence des images de contours du foie avec une courbe initiale (ligne verte), contour finale (ligne rouge)

**FIG. 3. 7.** Initialisation, évolution et segmentation finale avec (b) le modèle de *Chan* et *Vese*, pour 6 itérations et un temps de calcul de 30s et (c) le modèle adopté pour 2 itérations et un temps de calcul de 2s

**FIG 4. 1.** Diagramme général de la Segmentation

**FIG.4. 2.** Résultats d'application des opérateurs de la morphologie mathématique: (a) image initiale, (b) Image TopHat, (c) image BottomHat et (d) image rehaussée.

**FIG 4.3.** Voisinage considéré

**FIG.4.4.** Fonctions de diffusion  $c_1$  et  $c_2$

**FIG. 5. 1.** Temps de calcul des différents filtres. Nombre d'itérations. Fixé à 20 (Sauf pour Wiener, Médian, Wavelet non itératif

**FIG. 5. 2.** Résultats de la diffusion proposée pour une variance croissante.

**FIG. 5. 3.** Figure du mérite de Pratt des résultats de la diffusion pour une variance croissante.

**FIG. 5. 4.** PSNR des résultats de la diffusion pour une variance croissante.

**FIG. 5. 5.** Résultats des filtres sur l'image de synthèse.

**FIG. 5. 6.** Images IRM et échographique réelles utilisées pour les tests

**FIG. 5. 7.** Résultats des filtres de Perona, Yu et du filtre proposée sur (a) une image de tumeurs craniale et (b) sur une image échographique de la thyroïde.

**FIG. 5. 8.** Contours des résultats des filtres sur les images de la figure 5.7.

**FIG. 5. 9.** Résultats des filtres de Perona, Yu et proposé sur une échographie de la thyroïde

**FIG. 5. 10.** Détections des contours sur les images de la figure FIG. 5. 9

**FIG. 5. 11.** Résultats de la segmentation par Level set en utilisons trois méthodes d'initialisations différentes

**FIG. 5. 12.** Résultats de la segmentation sur une image de synthèse pour trois valeurs de  $\sigma$

**FIG. 5. 13.** Comparaison des résultats de la segmentation obtenu par la méthode de C. Li [60] et la méthode proposée sur une Sep

**FIG. 5. 14.** Comparaison des résultats de la segmentation obtenu par la méthode de C. Li [60] et la méthode proposée sur une IRM du foie

**FIG. 5. 15.** Comparaison des résultats de la segmentation obtenue par la méthode de C. Li [60] et la méthode proposée sur une échographie de la thyroïde

**FIG. 5. 16.** Comparaison des résultats de la segmentation obtenu par la méthode de C. Li et la méthode proposée sur une échographie d'un sein gauche

**FIG. 5. 17.** Comparaison des résultats de la segmentation obtenue par la méthode de d'O. Chilali et la méthode proposée sur une IRM de la SEP

**FIG. 5. 18.** Comparaison des résultats de la segmentation obtenue par la méthode d'O. Chilali et la méthode proposée sur une IRM du foie

**FIG. 5. 19.** Comparaison des résultats de la segmentation obtenue par la méthode proposée et la méthode d'O. Chilali sur une échographie de la thyroïde

**FIG. 5. 20.** Comparaison des résultats de la segmentation obtenu par la méthode de C. Li et la méthode proposée sur une échographie du sein kyste simple



# Introduction.

La technologie d'imagerie Non-Invasive a changé le visage de la médecine au 20ème siècle. L'imagerie médicale a commencé avec la découverte de Roentgen du Rayon-X en 1895 et s'est poursuivie avec les diverses technologies de l'imagerie tridimensionnelles (3D) telles que la tomographie assistée par ordinateur (CT), la résonance magnétique (IRM), l'échographie (US), la tomographie d'émission de position (Animal familier), la tomographie calculée d'émission simple de photon (SPECT), et une foule entière d'autres acronymes.

La technologie d'imagerie a progressé considérablement de radiographies simples qui fournissent uniquement une projection à deux dimensions (2D) de la densité de tissus à des techniques modernes de reconstruction d'images permettant une reconstruction full 3D à haute résolution qui peuvent afficher des informations au-delà des frontières du tissu.

Le rayon X est toujours la technique la plus utilisée en imagerie médicale. L'équipement est omniprésent et bon marché et réalise un bon travail montrant de nombreux maux. Il est limité dans son application étant donné que c'est une projection à 2D et peut seulement montrer à quel point le tissu absorbe les rayons X (Il montre essentiellement la densité des tissus) ; la radiographie est couramment appliquée comme un test de précaution initiale sur place ainsi que d'un diagnostic pour de nombreux problèmes, y compris fracture, caries dentaires, des problèmes respiratoires et le cancer du sein (mammographie).

CT sont tout simplement les technologies de radiographie étendu à 3D. Une image de rayon-X est la projection de la carte de densité 3D sur le plan de l'image. En acquérant des images multiples de rayon-X dans différents plans et en résolvant le problème inverse (appelé tomographie), nous pouvons trouver la carte de densité à l'origine de nos images observées. Avec des réalisations modernes, le CT est rapide et a de très bonne résolution spatiale. Il fait un excellent travail en affichant les os et des contrastes entre les tissus durs, tissus mous, et l'air. Le CT est largement utilisé pour de nombreuses applications telles que l'analyse cardiaque, la coloscopie virtuelle et l'analyse vasculaire. Cette technologie est aussi utilisée dans la bombe de balayage de machines en cours d'installation dans les aéroports. Le CT conserve également beaucoup des inconvénients des rayons X, y compris l'utilisation des rayonnements et l'impossibilité d'afficher une différenciation significative entre les tissus mous.

Une autre technique est presque aussi omniprésente que les rayons-X est l'échographie. L'échographie emploie des techniques basées sur le sonar pour construire des images. L'utilisation la plus connue de l'échographie est de voir le fœtus chez la femme enceinte. D'autres utilisations incluent la vérification de la présence de calculs biliaires et d'enquêter sur des croissances dans le rein ou le foie. L'échographie est très bonne avec les tissus mous, mais n'est pas aussi bonne avec les cavités osseuses et l'air. Puisque une échographie est construite en utilisant des ondes sonores, au lieu de photons, la résolution spatiale tend à être assez limitée et la qualité de l'image est beaucoup inférieure à celle obtenue avec une MR ou une CT.

MR (Résonance Magnétique) est différent de la plupart des autres techniques d'imagerie médicale car elle n'emploie pas la tomographie pour obtenir une image 3D. MR a révolutionné notre capacité à diagnostiquer des maux, particulièrement ceux impliquant les tissus mous, sa capacité à fournir du contraste est inégalée. L'imagerie MR est basée sur un phénomène connu sous le nom de *RMN*; Magnétique nucléaire résonance. Les images MR sont des mesures globales de composition des tissus au niveau moléculaire. La mesure où cette structure moléculaire reste constante au sein de tissus et varie selon les différents tissus, détermine l'efficacité de l'imagerie par résonance magnétique. MR est de loin la technique de formation d'images la plus souple à cause de l'existence d'un nombre énorme de paramètres à contrôler au cours du processus de formation d'images. Il peut mesurer des choses aussi simples que la densité de protons à des choses aussi complexes tel que les cartes d'activité cérébrale (fonctionnelle IRM), la circulation sanguine (angiographie). La principale difficulté avec MR est le coût. Les machines coûtent des millions de dollars, les dépenses de fonctionnement sont élevées, et seulement les radiologistes qualifiés peuvent interpréter les résultats. MR est employé couramment dans la détection de cancer, des ligaments et les diagnostics du cerveau.

## 1 Traitement d'images médicales

Au cours du XX<sup>ème</sup> siècle, la médecine a vu l'apparition d'un nouvel outil qui l'a révolutionnée : l'imagerie médicale. Elle offre une série d'images du patient dont l'intensité des pixels représente une propriété physique différente selon les caractéristiques des tissus concernés. Cependant, si les techniques d'acquisition évoluent chaque jour, la lecture et la compréhension des images restent souvent un art difficile à maîtriser. Les progrès réalisés en technologie informatique ont permis de résoudre en partie les difficultés de lecture en traduisant l'information contenue dans l'image filtré ou segmenté. L'image traitée et améliorée doit être précise et fiable pour une interprétation facile et rapide.

Les techniques de traitement d'images nécessaires pour l'imagerie médicale peuvent aller du classique tel que le dé-bruitage et amélioration de contraste à des techniques plus modernes telles que la segmentation et l'interprétation. Le premier peut être considéré comme le prétraitement pour les deux évaluations; radiologie ou le traitement informatique. Ces derniers peuvent être considérés

comme des éléments fondamentaux de plusieurs des tâches d'analyse d'images complexes tels que le diagnostic informatique automatisé. La segmentation est la division d'une image en régions. Les critères pour ce qui constitue une région cohérente, peuvent varier d'une application à l'autre. La segmentation est critique pour de nombreuses tâches d'analyse d'images médicales, y compris les calculs d'efficacité cardiaque, le diagnostic de schizophrénie, la détection du cancer et l'image de la chirurgie guidée.

Grâce à une meilleure connaissance de l'anatomie interne du patient, les médecins sont aujourd'hui en mesure d'établir un meilleur diagnostic et de mieux planifier la thérapie la plus appropriée à un cas donné.

La présente thèse propose de traiter le problème de traitement d'images médicales en deux parties. La première traite le problème du pré-filtrage de l'image. Le modèle s'appuie sur une fonction de Perona et Malik modifiée et sur une estimation périodique du paramètre de diffusion précédée par un rehaussement morphologique du contraste, afin de réduire le bruit tout en préservant les structures déterminantes pour l'interprétation de l'image. La deuxième partie traite le problème de la segmentation des images médicales en utilisant la méthode des Level sets. Dans cette partie, nous introduisons un nouveau modèle hybride basé sur trois énergies. la première et la troisième force assurent l'expansion du contour actif et son guidage vers les contours de l'objet à détecter, la deuxième force maintient la régularité de la fonction Level set.

Le reste de ce manuscrit se divise en quatre chapitres :

## **Chapitre 1**

Ce chapitre présente les méthodes de filtrage et de restauration. Nous y introduisons les différentes dégradations due au bruit et spécifiques aux images médicales, puis nous passons en revue les méthodes de filtrage du bruit utilisées pour le traitement des images médicales.

## **Chapitre 2**

Dans ce chapitre, nous commençons par une introduction aux équations aux dérivées partielles (EDP). Nous présentons par la suite les EDP en traitement d'images, puis nous présentons le principe de la diffusion non-linéaire et en fin nous détaillerons quelques récents modèles.

## **Chapitre 3**

Dans ce chapitre nous présentons un état de l'art sur les différentes méthodes de segmentation par contours actifs, puis nous introduisons quelques modèles de la littérature.

## **Chapitre 4**

Ce chapitre est consacré à nos travaux et contributions sur la restauration et la segmentation des images médicales. Nous commençons par introduire brièvement l'approche de diffusion proposée. Nous présentons ensuite la méthode des Level set, où nous y introduisons le nouveau modèle hybride

proposé. Enfin nous validons nos contributions sur deux étapes d'expérimentations développés dans le chapitre 5.

## **Chapitre 5**

Ce chapitre est consacré principalement aux résultats des différentes études menées sur le filtrage et la segmentation en utilisant deux types d'images médicales ; IRM et échographiques.

Enfin des conclusions sont tirées.

# Chapitre 1

## Filtrage et Restauration

### Introduction

Les images sont les principales sources d'informations dans de nombreuses applications. Toutefois, l'avènement de multiples capteurs d'imagerie et un nombre croissant d'images à traiter, a vu émerger des techniques de restauration indispensables afin de pouvoir au mieux analyser ces données. Par conséquent la littérature propose de multiples méthodes, des plus simples (filtre moyennur) aux plus complexes (fractales, ondelettes, méthodes variationnelles,...). Il nous faut cependant différencier deux grands pans dans ces études. En effet, beaucoup d'auteurs s'intéressent à une image dégradée par un bruit additif gaussien. Cette hypothèse sur la statistique du bruit est souvent vérifiée pour des images provenant des capteurs incohérents (vidéo, photos satellitaires ou images médicales). La seconde approche est basée sur des capteurs dits cohérents (radar, ultrasons, lasers). Dans ce cas le bruit est modélisé par un bruit multiplicatif et le traitement de ces images devient plus délicat. Dans cette partie, nous décrivons les schémas de restaurations susceptibles de nous intéresser.

Dans un premier temps, nous décrivons les différentes dégradations spécifiques aux images médicales. Dans la seconde partie nous passons en revue les méthodes de filtrages du bruit utilisées pour le traitement des images médicales et enfin nous terminons par une conclusion.

## 2 Types de bruits

Différentes origines de bruit sont inévitablement présentes dans tous types d'images. De ce fait, on doit faire face à la situation où l'on connaît mal son caractère. Cependant certaines propriétés peuvent être visibles ou facilement identifiables, ce qui rend plus facile le choix de l'algorithme de suppression du bruit.

Une simple classification de bruit est donc nécessaire :

- Conformément à la dépendance à l'égard du contenu de l'image :
  - Bruit indépendant de l'image : (par exemple, la communication d'interférences ou le bruit thermique).
  - Bruit dépendant de l'image : (par exemple, le grain photographique) ; généralement difficile à traiter et rarement un sujet de rehaussement de l'image.
- Conformément à l'amplitude de sa distribution et à sa distribution spatiale :
  - Bruit gris : les valeurs qui couvrent un certain intervalle de continuité (par exemple, le bruit gaussien) ce type de bruit affecte tous les pixels de l'image mais les valeurs de l'intensité des pixels restent fondamentalement conservées (ou supposé l'être) ; c'est-à-dire, que l'amplitude du signal bruit est habituellement et nettement plus petites que celles des valeurs de l'intensité.
  - Bruit impulsionnel à large amplitude « poivre et sel » : ayant presque une distribution binaire proche des valeurs extrêmes ; uniquement les pixels isolés (ou des petits groupes d'entre eux) sont habituellement affectés. Notons que l'intensité de l'information des pixels touchés doit être considéré perdue.
- Conformément à la relation du bruit à l'égard du contenu de l'image :
  - Bruit additif : simplement ajouté aux valeurs originales des pixels dans la plupart des cas communs. Ce type de bruit est plus facile à traiter. Il est principalement l'objet de la suppression dans le cadre de l'image mise en valeur.
  - Bruit multiplicatif : l'intensité de chaque pixel a été multipliée par l'amplitude du bruit à ce pixel. Un tel bruit peut même provenir d'un bruit additif linéairement dépendant du contenu de l'image.

- Autres types de bruits : exemple, les bruits convolutifs.
- Selon le caractère du bruit dans le domaine fréquentiel :
  - Bruit à large bande : la plupart des précédents types de bruit.
  - Bruit à bande étroite : combinaison entre une bande étroite et des signaux additifs ou multiplicatifs qui se manifestent comme une bande de structures (éventuellement plusieurs),

Le problème de fond avec toutes les méthodes simples de suppression de bruit est de savoir comment prévenir une perte de netteté (de détails). Comme le bruit occupe la même gamme de fréquences que le détail de transport des composantes spectrales, il faut s'attendre alors à ce que la suppression du bruit entraîne inévitablement un certain flou et une perte de détails considérable. En l'absence d'information a priori sur la distribution spectrale SNR largement utilisée dans la restauration d'images, le bruit est supprimé de façon indépendante de son spectre de puissance sans tenir compte de l'importance d'une composante spectrale pour le contenu de l'image. Le degré avec lequel la fenêtre de suppression du bruit doit être appliquée est alors compromis entre le lissage souhaité conduisant à une amélioration de l'ensemble du SNR d'une part et, d'autre part à la perte de l'information utile et, éventuellement de l'agréable sensation de netteté.

### 3 Le filtrage du bruit

Le filtrage du bruit dans les images médicales qu'il soit additif gaussien ou du type speckle revient à estimer la réflectivité réelle de la scène pour chaque pixel de l'image. L'objet est de réduire de manière conséquente le bruit et de restaurer l'information utile dans l'image. Pour cela on cherche à :

- Lisser le mieux possible les zones homogènes sans en modifier la réflectivité ;
- Préserver les contours et structures de l'image ;
- Conserver autant que possible la texture là où elle est présente ;

La littérature regorge de travaux sur le filtrage du bruit. Nous ne prétendons pas les présenter de manière exhaustive. Nous nous intéressons dans un premier temps aux filtres les plus classiques utilisés depuis 20 ans pour traiter les images RSO<sup>1</sup> : les filtres de Lee [1], Kuan [2], Frost [3] et leurs versions modifiées par Lopès [4]. Ensuite nous nous intéressons aux filtres utilisés pour traiter les images médicales.

---

<sup>1</sup> Radar à Synthèse d'Ouverture

### 3.1 Les filtres adaptatifs classiques

#### 3.1.1 Le filtre de Lee

Lee a d'abord proposé un filtre pour le cas d'un bruit additif [1]. L'origine de ce filtre est la méthode de Wallis qui permet de fixer directement la moyenne et la variance locales des intensités du résultat [5]. La réflectivité de la scène est supposée stationnaire et caractérisé par son espérance et sa variance.

Posons  $I$  l'image observée,  $\bar{I}_{i,j}$  et  $\sigma_{i,j}$  respectivement la moyenne et la variance dans un voisinage du pixel  $(i,j)$ . Le filtre de Lee repose sur la formulation suivante :

$$\hat{R}(i, j) = \bar{I}_{i,j} + k(I_{i,j} - \bar{I}_{i,j}) \quad (1.1)$$

Où  $k$  est le gain du filtre, lorsque :

- $k \approx 1$ , le filtre se comporte comme un filtre passe-tout. La valeur de réflectivité estimée est égale à la valeur observée ;
- $k = 0$ , le filtre se comporte comme un filtre moyenneur;
- $0 < k < 1$ , le filtre lisse l'image à la manière d'un filtre passe-bas ;

Il est déterminé comme suit :

$$k = 1 - \frac{C_u^2}{C_s^2} \quad (1.2)$$

Ici,

$$C_s^2 = \left( \frac{1}{|\eta_s|} \right) \sum_{p \in \eta} \frac{(I_p - \bar{I}_s)^2}{(I_p - \bar{I}_s)^2} \quad (1.3)$$

Et  $C_u^2$  est une constante pour une image donnée et peut être déterminé par l'une des deux formulations

$$C_u^2 = \frac{\text{var}(Z')}{(\bar{Z}')^2} \quad (1.4)$$

Où  $\text{var}(Z')$  et  $\bar{Z}'$  sont respectivement la variance et la moyenne à travers une région homogène de l'image.

#### 3.1.2 Le filtre de Kuan

Dans l'approche proposée par Kuan, le modèle est le même que celui de Lee avec

$$k = \frac{1 - C_u^2 / C_s^2}{1 + C_u^2} \quad (1.5)$$

### 3.1.3 Le filtre de Frost

Le filtre de Frost prend en compte de manière explicite l'auto-corrélation spatiale de la scène en la modélisant par une fonction exponentielle amortie. L'image filtrée est obtenu en convoluant l'image par la réponse impulsionnelle du filtre de Frost

$$\hat{f}_s = \sum_{p \in \eta_s} m_p f_s \quad (1.6)$$

Où

$$m_p = \frac{\exp(-KC_s^2 d_{s,p})}{\sum_{p \in \eta_s} \exp(-KC_s^2 d_{s,p})} \quad (1.7)$$

Où  $K$  est un facteur d'atténuation,  $(i, j)$  sont les coordonnées du pixel  $s$ , et

$(i_p, j_p)$  sont celles du pixel  $p$ .

$\eta_s$ : Correspond à une fenêtre de voisinage autour du point  $s$ .

Le facteur  $K$  est choisi de telle façon que le produit  $KC_s^2$  tend vers zéro sur les zones homogènes et devient suffisamment grand aux abords des contours pour que le filtrage s'arrête.

### 3.1.4 Amélioration du filtre de Lee et de Frost

De récents filtres sont apparus. Parmi eux le filtre de Lopèz [4]. Ces derniers incluent une étape de classification. Les pixels sont assignés dans une des trois classes suivante : la première est la classe homogène qui correspond aux parties de l'image où la réflectivité réelle varie : les zones texturées et les contours. Enfin la troisième classe correspond aux pixels que le filtrage ne devrait pas modifier ; seules les parties faiblement texturées sont filtrées de manière adaptative en fonction de statistiques locales du second ordre.

### 3.2 Méthodes de filtrages modernes basées sur les nouveaux paradigmes

Nous énumérons ici les différentes techniques de filtrage existantes et qui nous paraissent suffisamment pertinentes pour être relatées dans notre étude. Ainsi, nous décrivons dans les sections suivantes quelques travaux majeurs.

#### 3.2.1 Méthodes utilisant la transformée en ondelettes

##### 3.2.1.1 Approche basée sur le seuillage des coefficients d'ondelettes

Le filtrage par seuillage des coefficients d'ondelettes est souvent utilisé, de par sa simplicité. La technique est la suivante : le coefficient est comparé à un seuil. Si le coefficient est plus petit que le seuil, il est mis à zéro, sinon il est gardé ou modifié. Deux types de seuillage sont couramment utilisés, à savoir le seuillage doux et le seuillage dur. Dans les deux cas, les coefficients qui sont en dessous d'un certain seuil sont mis à zéro. Dans le seuillage dur, les coefficients restant sont laissés inchangés.

$$T^{hard}(f) = \begin{cases} 0, & |f| \leq T \\ f, & |f| > T \end{cases} \quad (1.8)$$

Dans le seuillage doux, les amplitudes des coefficients au dessus du seuil sont réduites par une valeur égale à la valeur du seuil

$$T^{soft}(f) = \begin{cases} 0, & |f| \leq T \\ \text{sgn}(f)(f - T), & |f| > T \end{cases} \quad (1.9)$$

Donoho et Johnstone [6] proposent un seuillage universel :

$$T_{univ} = \hat{\sigma}_n \sqrt{2 \log(n)} \quad (1.10)$$

Où  $\hat{\sigma}_n$  est l'estimé de la variance d'un bruit blanc additif et  $n$  le nombre de coefficients d'ondelettes dans la bande haute fréquence. Dans [6], une estimation robuste de  $\hat{\sigma}$  est proposée et s'exprime par :

$$\hat{\sigma} = \text{median}(f_1^{HH}) / 0.6745 \quad (1.11)$$

Où  $f_1^{HH}$  est la bande haute fréquence d'une décomposition 2D.

Toutefois la plupart des systèmes de restauration par seuillage s'avère spatialement uniforme sur la sous-bande considérée. Il est évident que la non adaptation spatiale de la valeur du seuil limite les résultats obtenus.

Par la suite Zong a utilisé une approche homomorphique multi-échelle où les coefficients des ondelettes du logarithme de l'image sont estimés. Ils sont ensuite rétrécis (soft thresholding) pour éliminer le bruit [7]. Achim [8] propose une méthode similaire reposant sur la décomposition en ondelettes de la transformation logarithmique de l'image. Il utilise un estimateur bayésien avec l'a priori d'une distribution symétrique alpha-stable de cette décomposition.

### 3. 2. 1. 2 Approche de Pizurica [9]

Pizurica développe une méthode nommée GenLik (Generalized Likelihood). Le grand intérêt de cette approche est de ne pas faire de supposition a priori sur la statistique du signal et du bruit. L'auteur suggère simplement que les caractéristiques géométriques de l'image se propagent à travers les échelles. Un seul paramètre est à régler par un radiologue ou autre expert suivant l'utilisation que l'on veut en faire et permettre ainsi, de conserver les zones d'intérêts. La méthode GenLik utilise la transformée en ondelettes non-décimées et réduit chaque coefficient d'ondelettes en fonction de la probabilité de l'existence d'une zone d'intérêts, suivant en cela la valeur du coefficient observé ainsi qu'un indicateur d'activités locales calculés à partir des coefficients environnants.

D'un point de vue formel,  $y_k$  et  $w_k$  représentent respectivement les coefficients d'ondelettes non bruités et les coefficients d'ondelettes observés à la position  $k$ , et  $Z_k$  l'indicateur d'activités.

Elle introduit une variable aléatoire binaire  $X_k$  qui suivant sa valeur 0 ou 1, indique si  $w_k$  est une zone d'intérêt.

$$\hat{y}_k = P(X_k = 1/w_k, Z_k) \quad w_k = \frac{r\xi_k\eta_k}{1 + r\xi_k\eta_k} w_k \quad (2.13)$$

Où  $r = P(X_k = 1)/P(X_k = 0)$  est le rapport a priori, et  $\xi_k, \eta_k$  le rapport de vraisemblance.

$$\xi_k = pW_k/X_k(w|1)/pW_k/X_k(w|0) \quad (2.14)$$

Et

$$\xi_k = pZ_k/X_k(z|1)/pZ_k/X_k(z|0) \quad (2.15)$$

Sont estimés empiriquement à partir de l'image d'origine.

La figure 1.1 montre des résultats obtenus sur une image synthétique avec un bruit de speckle simulé et une image ultrasonore de l'œuf. Ces résultats conservent une certaine texture.

Image synthétique

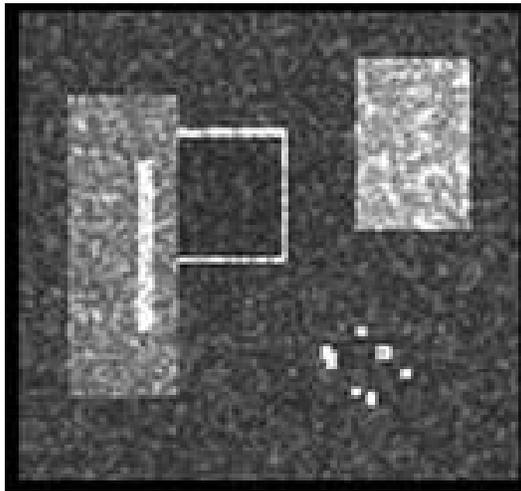
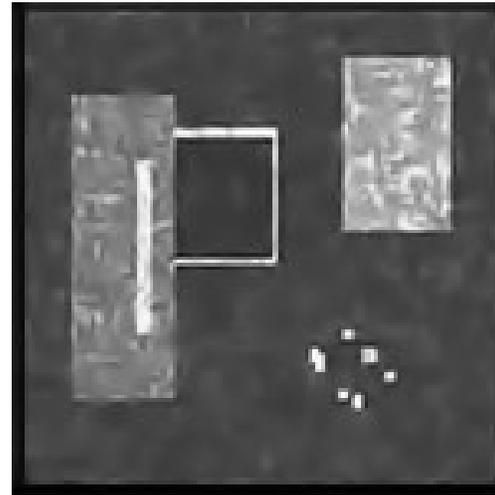


Image bruitée avec  $\sigma = 20$



résultat du filtrage

Image ultrasonore de l'œuf

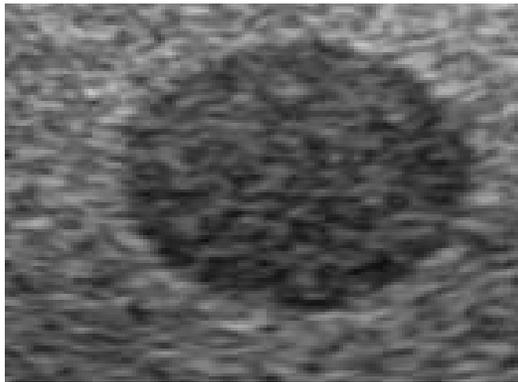
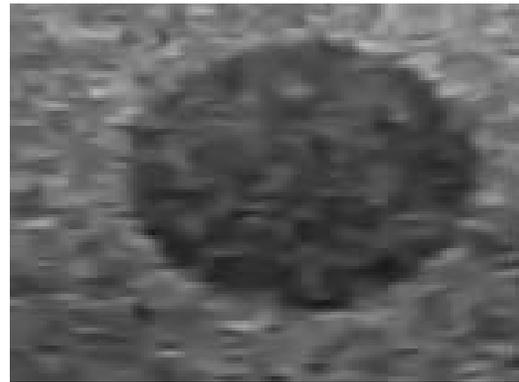


Image originale



résultat du filtrage

**FIG. 1. 1.** Restauration par le schéma de Pizurika. A gauche: Images bruitées. A droite: résultats du filtrage

### 3. 2. 1. 3 Approche de portilla

Afin de séparer le bruit de l'image, des hypothèses sur l'image ainsi que sur la statistique du bruit sont nécessaires. Portilla [10] émet l'hypothèse que le bruit est stationnaire,

indépendant de l'image, additif et gaussien, bruit dont la matrice de covariance est connue. Sous cette hypothèse, il se place alors dans un cadre Bayésien.

Il utilise une transformation en ondelettes non décimées pour limiter les artefacts dans l'image reconstruite. L'ajout d'un bruit gaussien sur une image se répercute sur tous les coefficients d'ondelettes en vertu de la linéarité de la transformée en ondelettes. Il modélise le voisinage en espace et échelles des coefficients issus d'une décomposition d'ondelettes non décimées comme un mélange de gaussiennes aux échelles considérées et d'un vecteur gaussien multiplié par un facteur positif caché. Cela permet d'obtenir une estimée de Wiener sous une contrainte de bruit additif pour chaque voisinage et pour chaque multiplicateur.

Une méthode des moindres carrés Bayésienne est appliquée pour obtenir les coefficients centraux de chaque voisinage comme une moyenne pondérée des estimés de Wiener, relativement à la densité a posteriori de chaque multiplicateurs.

La figure 1.2 montre un exemple de résultat sur Barbara corrompue par un bruit additif et sur l'image ultrasonore de l'œuf. Ce schéma surpassant les autres techniques existantes en 2003, pour un bruit additif, reste une référence mais dans le cas d'images corrompues par un bruit multiplicatif il faut estimer l'écart type du bruit pour obtenir de bons résultats.

### 3. 2. 2 Famille des filtres de voisinages

Lors de cette dernière décennie, nous avons constaté l'émergence ou plutôt la recrudescence de nombreuses études qui ont porté sur les filtres dits de voisinages. Ici, le voisinage n'est plus vu dans un sens spatial mais en termes de valeurs de niveaux de gris. En d'autres termes, la valeur estimée du niveau de gris est la moyenne des valeurs de niveaux de gris proches présents dans toute l'image. Ce filtre n'est plus du tout local puisqu'on a l'image entière pour estimer la valeur du pixel localisé au point  $i$ . un tel voisinage peut se définir comme :

$$B(i, j) = \{j \in I / u(i) - h < u(j) < u(i) + h\} \quad (1.15)$$

Cela peut s'écrire sous une forme continue :

$$u(x) = \frac{1}{C(x)} \int_{\Omega} u(y) \exp\left(-\frac{|u(y) - u(x)|^2}{h^2}\right) dy \quad (1.16)$$

Avec  $C(x) = \int_{\Omega} u(y) \exp\left(-\frac{|u(y) - u(x)|^2}{h^2}\right) dy$  le facteur de normalisation.

Des améliorations récentes sont proposées par Buades avec le filtre NL-means, et un dernier est proposée par Charles Kervrann [11].



Image bruitée avec  $\sigma = 20$



résultat du filtrage

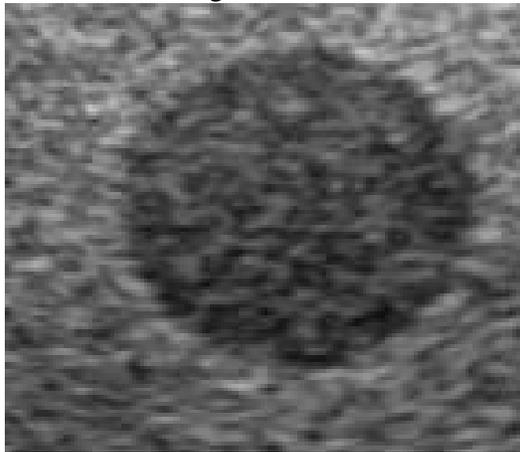


Image bruitée



résultat du filtrage avec  $\hat{\sigma} = 30$

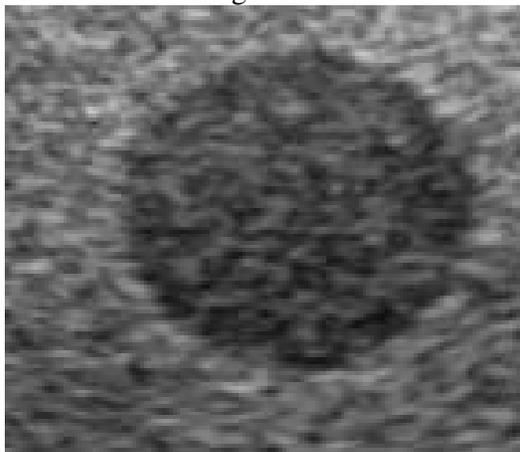


Image bruitée



résultat du filtrage avec  $\hat{\sigma} = 60$

**FIG. 1. 2.** A gauche: Images bruitées. A droite: résultats du filtrage de Portilla

### 3.2.2.1 NL-means

L'algorithme NL-means pour moyennes non locales proposé en 2005 par Buades [12], est basé sur le fait qu'une image naturelle comporte énormément de redondances entre blocs ou fenêtres. Cette hypothèse est bien sûre validée par le monde de la compression qui se sert entre autre de cette propriété pour obtenir des taux de compression important. Buades définit donc comme voisin du pixel  $i$ , tout ensemble de points  $j$  dans l'image dont sont voisinage ressemble au voisinage de  $i$ . La nature de  $i$  est alors calculée en fonction de ses voisins.

La valeur de  $x$  est une estimée de la moyenne des valeurs de tout les pixels ayant un voisinage gaussien qui se rapproche aux voisins de  $x$ .

$$u(x) = \frac{1}{C(x)} \int_{\Omega} u(y) \exp\left(-\frac{G_{\sigma}|u(y)-u(x)|^2}{h^2}\right) dy \quad (1.17)$$

Où  $G_{\sigma}$  est un noyau gaussien d'écart type  $\sigma$ .

La similarité entre deux vecteurs de niveaux de gris est basée sur la distance Euclidienne.

Il est à noter que si la taille de la fenêtre est réduite à un point, l'algorithme NL-means se réduit aux algorithmes vus précédemment.

La figure 1.3 montre l'efficacité de cette approche sur une image IRM 3T entachée d'un bruit additif gaussien.

### 3.2.3 Le filtre de diffusion anisotropique

La diffusion anisotropique est présentée en détail dans le chapitre 2. Ce type de filtre a été utilisé pour le filtrage des images échographiques 2D et 3D [13], [14], [15], et sur des images IRM [16] et sur bien d'autres types d'images...

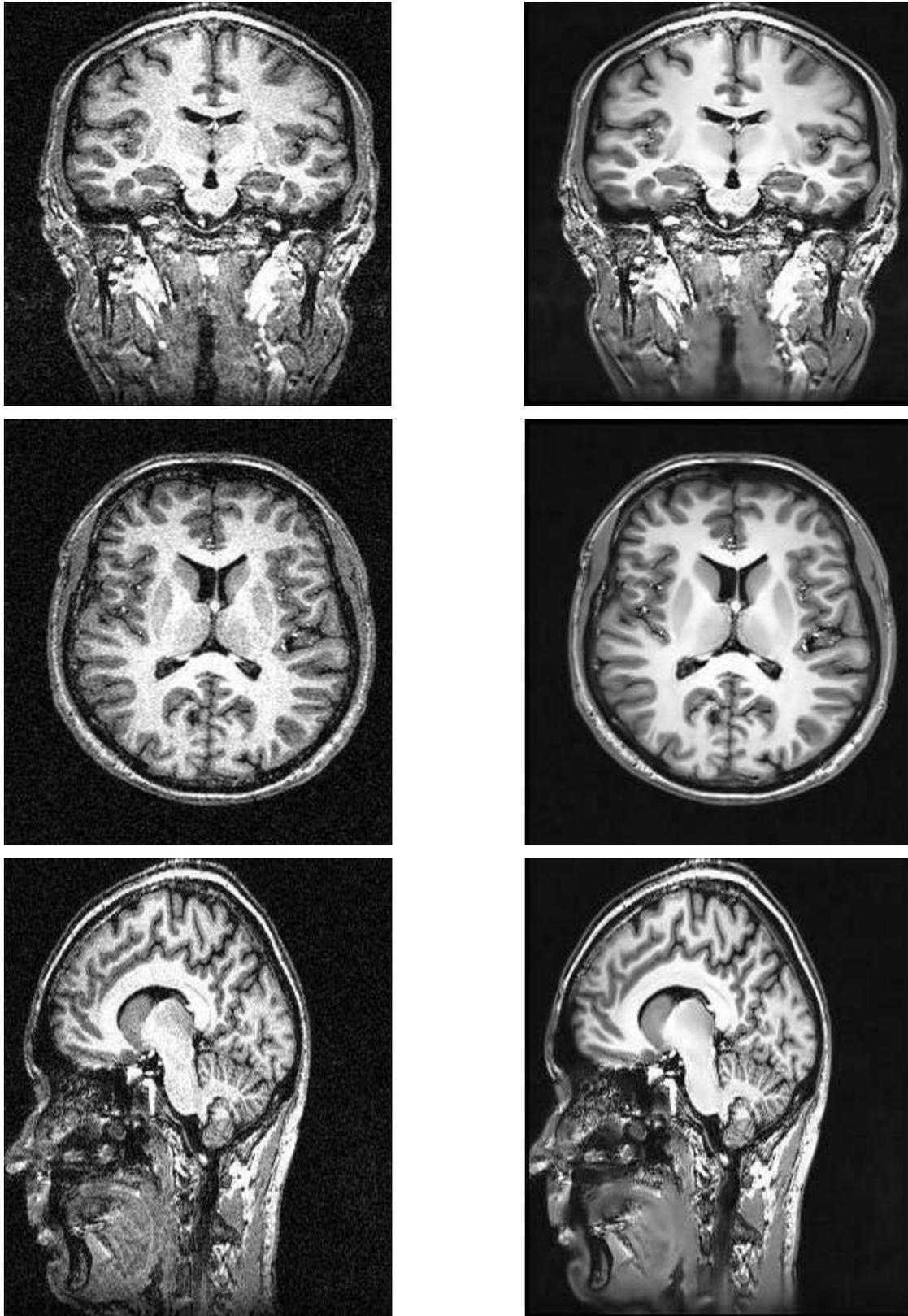


Image bruitée

résultat du filtrage

**FIG. 1. 3.** A gauche: Images bruitées. A droite: résultats du filtrage de Buades.

## Conclusion

Ce chapitre nous a permis d'orienter nos recherches pour obtenir un schéma de restauration efficace pour des images médicales à des fins de segmentation.

Le filtre de Lee et ses dérivés, bien que voués aux bruits multiplicatifs et simple d'implémentation se sont avérés néanmoins souvent dépassés par les nouvelles techniques variationnelles. Les schémas par EDP nous apparaissent des plus prometteurs tant d'un point de vue théorique que d'un point de vue adaptabilité.

Les ondelettes restent un pan incontournable du traitement d'images, tant en compression qu'en restauration. En effet, les statistiques et la description géométrique de l'image peuvent se retrouver dans les informations présentes d'une décomposition en ondelettes.

La redécouverte récente des filtres de voisinages inaugure de nouvelles perspectives très attrayantes pour leur propension à filtrer convenablement les images tout en conservant les structures et la texture de l'image. Toutefois ces nouvelles techniques sont exclusivement vouées pour des bruits additifs gaussiens, et leur adaptation à des bruits multiplicatifs n'est pas toujours aisée et reste toujours un sujet d'études. Nos recherches se sont donc orientées sur la possibilité d'améliorer la méthode proposée par Perona et Malik [17]. D'où le filtre anisotropique que nous développons dans le chapitre 3.

# Chapitre 2

## Filtrage anisotropique.

### Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté les types de bruit présents dans les images médicales et les techniques de son filtrage. Les filtres les plus performants s'appuient sur la diffusion anisotropique pour différencier les zones homogènes des contours. Cependant quasiment toutes les techniques présentées comportent des inconvénients. Le bruit est lissé de manière isotrope sauf dans le voisinage des contours où le filtrage est passe-tout. En plus, la distinction entre bruit et contours est trop rigide ; l'ambiguïté sur la nature d'un pixel aboutit au mieux à un compromis entre filtre moyenneur et filtre passe-tout.

Il est communément admis que le prétraitement permet d'améliorer les résultats de la segmentation. Pourtant, dans le cadre des images médicales, la diffusion anisotropique est souvent préférée aux filtres classiques. Ceci s'explique par le fait que cette technique est mieux adaptée : le lissage est contrôlé et progressif, isotrope dans les zones de réflectivité homogène et anisotrope sur les contours. Un de ses défauts est qu'elle se base sur la simple amplitude du gradient. Ce paramètre est insuffisant pour localiser les contours en présence de bruit.

Dans ce chapitre, nous commençons par une introduction aux équations aux dérivées partielles (EDP). Nous présentons par la suite les EDP en traitement d'images. Puis nous présentons le principe de la diffusion non-linéaire et en fin nous détaillerons quelque modèle récent.

## 2 Introduction aux équations aux dérivées partielles (EDP)

La plupart des phénomènes physiques, électriques, mécaniques, optiques, magnétiques, thermodynamiques, sont décrits par des équations aux dérivées partielles. Ainsi, les équations de Maxwell, les équations de Navier-Stokes, les équations de Schrödinger reposent sur des équations aux dérivées partielles.

### 2.1 Définition d'une EDP

Comme son nom le laisse supposer, une équation aux dérivées partielles est une équation qui contient des dérivées partielles. Si dans les EDO (équations aux dérivées ordinaires), la fonction inconnue ne dépend que d'une seule variable, dans les EDP, la fonction inconnue dépend de plusieurs variables, ainsi, par exemple, la température  $u(x,t)$  dépend de l'emplacement  $x$  et du temps  $t$ . nous noterons par la suite :

$$u_t = \frac{\partial u}{\partial t} \quad u_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad u_{xx} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.1)$$

A titre d'exemple, nous énumérons quelques EDP couramment utilisées en physique

$$u_t = u_{xx} \quad \text{équation de la chaleur à une dimension,}$$

$$u_t = u_{xx} + u_{yy} \quad \text{équation de la chaleur en deux dimensions,}$$

$$u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} \quad \text{équation d'ondes en trois dimensions,}$$

$$u_{tt} = u_{xx} + \alpha u_t + \beta u \quad \text{équation du télégraphe.}$$

### 2.2 Résolution d'une EDP

La littérature fait apparaître une dizaine de techniques pour résoudre les EDP. La plupart d'entre elles consistent à transposer une EDP en EDO.

- Séparation de variables : cette technique consiste à réduire une EDP à  $n$  variables à  $n$  EDO.
- Transformation intégrales : Cette procédure consiste à réduire une EDP à  $n$  variables indépendantes à  $(n-1)$  variables.
- Changement de coordonnées : L'EDP originale est simplifiée en changeant les coordonnées du problème.

- Transformation de variables : Transforme l'inconnue d'une EDP en une nouvelle inconnue qui est plus facile à trouver.
- Méthodes numériques : ces méthodes changent une EDP en un système d'équations aux différences qui peuvent être résolues sur le plan informatique par des techniques itératives. Cette technique est souvent la seule qui donne des résultats satisfaisants.
- Méthodes des perturbations : transforment un problème non-linéaire en une séquence de problèmes linéaires qui s'approchent au mieux du système non linéaire.
- Techniques de la réponse à une impulsion : Cette technique décompose les conditions initiales et aux bords du problème en simples impulsions et trouve la réponse à chaque impulsion. La réponse globale est alors la somme de ces réponses.
- Equations intégrales : transforme une EDP en une équation où l'inconnue est dans une intégrale. L'intégrale est alors résolue par des techniques classiques (Monte-Carlo,...).
- Méthodes variationnelles : Reformule l'équation comme un problème de minimisation. Le minimum de l'équation est alors solution de l'EDP. La résolution d'EDP en traitement d'images s'effectue généralement par des méthodes numériques ou variationnelles.

### 2.3 Classification des EDP

Les EDP sont classées en fonction de six critères. Des théories de résolution sont données en fonction du type d'EDP.

- *L'ordre de l'EDP.* l'ordre de l'EDP est l'ordre de la plus haute dérivée partielle présente dans l'équation.

$$u_t = u_{xx}, \text{ second ordre,}$$

$$u_t = u_{xxx} + \sin x, \text{ troisième ordre.}$$

- *Nombre de variables.* Le nombre de variables est le nombre de variables indépendantes.

$$u_t = u_{xx}, \text{ deux variables : } t \text{ et } x$$

- *Linéarité.* Les EDP sont linéaires ou non-linéaires. Pour qu'elle soit linéaire, il faut que la variable  $u$  ne soit pas multipliée ou élevée à une puissance par elle-même ou par

une de ses dérivées. Ainsi, une équation linéaire du second ordre avec deux variables s'écrit sous la forme :

$$Au_{xx} + Bu_{xy} + Cu_{yy} + Du_x + Eu_y + Fu = G \quad (2.2)$$

Où A, B, C, D, E, F, G peuvent être des constantes ou des fonctions.

$$u_{tt} = e^{-t}u_{xx} + \sin t \quad \text{Linéaire,}$$

$$uu_{xx} + u_t = 0 \quad \text{Non-linéaire.}$$

- *Homogénéité.* L'équation (2.2) est homogène si le terme  $G(x,y)$  est zéro pour tout  $x,y$
- *Type de coefficients,* si les coefficients A, B, C, D, E, F, sont constants, alors l'équation est dite à coefficients constants.
- Trois types d'équations linéaires. Toutes les EDP linéaires sont soit paraboliques, hyperboliques ou elliptiques.

Les équations paraboliques décrivent les procédés de diffusion et satisfont la propriété

$$B^2 - 4AC = 0$$

Les équations hyperboliques décrivent les systèmes oscillants et les mouvements d'ondes et satisfont la propriété :

$$B^2 - 4AC > 0$$

Les équations elliptiques décrivent les régimes permanents et satisfont la propriété

$$B^2 - 4AC < 0$$

Ainsi,

$$u_t = u_{xx}, \quad B^2 - 4AC = 0 \quad \text{parabolique,}$$

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad B^2 - 4AC = 4 \quad \text{hyperbolique,}$$

$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad B^2 - 4AC = -4 \quad \text{elliptique.}$$

## 2.4 Mise en œuvre des EDP

La mise en œuvre des EDP par un schéma numérique discret impose de respecter les conditions de Courant\_Friedrichs\_Lewy (CFL)<sup>3</sup>. Celles-ci sont liées au pas de temps  $\Delta t$  et

<sup>3</sup> Condition nécessaire pour la convergence lors de la résolution numérique de certaines EDP.

au pas de discrétisation spatiales  $\Delta x$ . Ainsi le rapport  $\frac{\Delta t}{\Delta x}$ , doit être inférieur à une constante afin d'assurer la stabilité du système.

De plus, les considérations théoriques portant sur les schémas à différences finies (convergence, consistance et stabilité) sont données par le théorème de LaX<sup>4</sup>.

Enfin, pour obtenir un problème discret on remplace les dérivées partielles par les différences finies:

$$\begin{aligned}
 - \frac{\partial u}{\partial x} &\approx \frac{u_{m+1}^n - u_m^n}{h} && \text{différence finie progressif ;} \\
 - \frac{\partial u}{\partial x} &\approx \frac{u_m^n - u_{m-1}^n}{h} && \text{différence finie rétrograde ;} \\
 - \frac{\partial u}{\partial x} &\approx \frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} && \text{différence finie centrée ;} \\
 - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &\approx \frac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} && \text{différence finie centrée d'ordre deux.}
 \end{aligned}$$

Le choix du schéma numérique doit prendre en compte le type d'évolution de l'équation pour avoir des chances que le système soit stable.

## 2.5 Les EDP en traitement d'images

### 2.5.1 l'équation de la chaleur

L'une des premières idées est d'établir une analogie entre la restauration et un phénomène physique, la diffusion de la chaleur [17]. De la même façon que, dans un matériau, la chaleur diffuse d'un point à un autre, de proche en proche, et tend ainsi à se répartir uniformément au fur et à mesure que le temps s'écoule, on peut imaginer faire diffuser de proche en proche les niveaux de gris. Ainsi, les irrégularités des niveaux de gris diminueront, et l'on retrouvera un niveau de gris plus uniforme.

L'équation de la chaleur est un EDP linéaire parabolique et s'écrit :

$$\begin{cases} u_t(x, y, t) = u_x(x, y, t) + u_y(x, y, t), t \geq 0, x, y \in \mathfrak{R}^2 \\ u(x, y, 0) = u_0(x, y) \end{cases} \quad (2.3)$$

<sup>4</sup> Utilisé pour résoudre des équations différentielles partielles via la formulation faible et sert ainsi notamment de fondement à la méthode des éléments finis.

La résolution de cette équation mène à la convolution d'une gaussienne avec l'image originale.

$$u_t(x, y) = (G_{\sqrt{2t}} * u_0)(x) \quad (2.4)$$

Où  $G_\sigma(x)$  est un noyau gaussien d'écart type  $\sigma$

$$G_\sigma(x) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\left(\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)\right) \quad (2.5)$$

Cette équation de diffusion (2.3) peut s'écrire avec un opérateur de divergence :

$$\begin{cases} u_t(x, y, t) = \text{div}(\nabla(u(x, y, t))) \\ u(x, y, 0) = u_0(x, y) \end{cases} \quad (2.6)$$

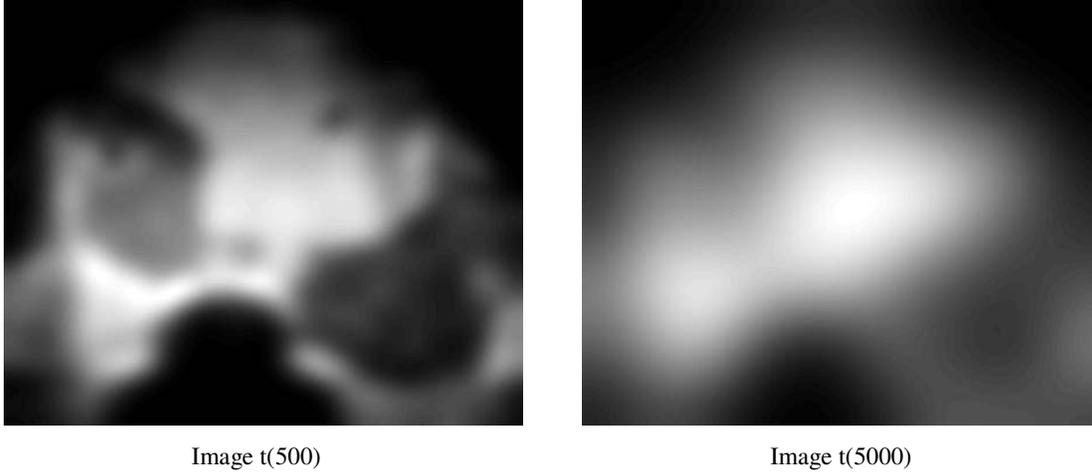
Ce schéma itératif correspond à un filtrage passe bas, le lissage est isotropique. Un tel lissage ne prend pas en compte la structure de l'image, engendre une disparition des contours et rend l'image de plus en plus floue. La figure (2.1) montre l'effet de lissage obtenu après un certain nombre d'itérations. Afin de préserver les contours, des idées de diffusion anisotropique ont été proposées.



Image t(0)



Image t(50)



**FIG.2. 1.** Lissage gaussien. (a) L'image originale, (b) l'image après 50 itérations, (c) l'image après 500 itérations, (d) l'image après 5000 itérations.

### 3. Diffusion non-linéaire

La diffusion non-linéaire a été introduite par Perona et Malik [18]. L'idée première est de rendre la diffusion permanente du contenu de l'image et en particulier des contours. Ils appliquent un procédé non uniforme (anisotropique), qui réduit la diffusion dans les zones à fort gradient. L'EDP s'écrit alors avec une fonction décroissante qui varie en fonction de la valeur du gradient. Pour simplifier la notation, nous considérons  $u$  en lieu et place de  $u(x, y, t)$ , quand cela ne porte pas à confusion. L'équation de Perona et Malik s'écrit alors :

$$\begin{cases} u_t(x, y, t) = \text{div}(c(|\nabla u|)\nabla u) \\ u(x, y, 0) = u_0(x, y) \end{cases} \quad (2.7)$$

Où  $\nabla$  représente le gradient par rapport aux variables spatiales.

Remarquons que si la fonction  $c(\cdot)$  est une constante nous retrouvons l'équation de la chaleur.

La fonction  $c(\cdot)$  est un coefficient de diffusion adaptatif, strictement décroissant et positif, avec :

$$\text{Et} \quad \begin{cases} c(0) = 1 \\ \lim_{s \rightarrow \infty} c(s) = 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

Perona et Malik proposent deux fonctions satisfaisant les deux derniers critères :

$$c(|\nabla u|) = \exp\left(-\left(\frac{|\nabla u|}{k}\right)^2\right)$$

Où bien :

$$c(|\nabla u|) = \frac{1}{1 + \left(\frac{|\nabla u|}{k}\right)^2} \quad (2.9)$$

Où  $k$  est un facteur d'échelle pour l'amplitude du gradient. L'amplitude du flux  $|\psi(x)| = |\nabla u| \cdot c(|\nabla u|)$  est :

- Strictement croissante pour  $|\nabla u| < k$ . Le pixel est considéré dans une zone homogène ;
- Strictement décroissante pour  $|\nabla u| > k$ . Le pixel est considéré sur un contour.

Toutefois ce n'est pas une distinction franche, mais plutôt un détecteur flou : les pixels dont la valeur du gradient est légèrement différente de  $k$  ne sont pas diffusés de manières radicalement différentes, ce n'est qu'au bout d'un nombre conséquent d'itérations que la différence se révèle.

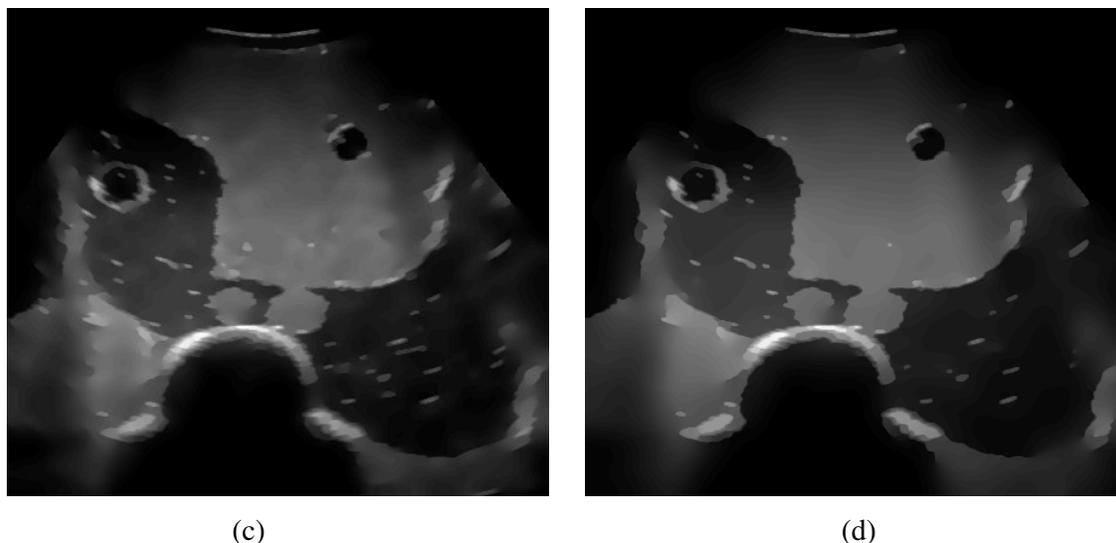
La figure 2.2 montre le résultat du schéma de Perona et Malik en fonction du nombre d'itérations. Les contours sont conservés pendant que le bruit de fond est largement enlevé.



(a)



(b)



**FIG.2.2.** Schéma de Perona et Malik à (a)  $t=0$ , (b)  $t=50$ , (c)  $t=100$ , (d)  $t=200$

En 1992 Alvarez et al dans [19] remplacent le coefficient de diffusion  $c(|\nabla u|)$ , par la version lissée  $G_\sigma * \nabla u$ . Le modèle s'écrit alors :

$$\begin{cases} u_t = \text{div}(c(|\nabla G_\sigma * u|)\nabla u) \\ u(x, y, 0) = u_0(x, y) \end{cases} \quad (3.10)$$

## 4 Modèles de diffusion pour la restauration d'images médicales

Les techniques qui reposent sur des équations de diffusion ne sont que très rarement reliées en imagerie médicales. En effet, la particularité des images médicales, tant par leur faible contraste que par leur bruit important qu'il soit additif ou multiplicatif, ne nous incite pas à se tourner sur les méthodes conventionnelles en traitement d'images.

Toutefois, nous détaillons ici trois récentes études. La première de 2002 effectuée par Yu et Acton [20] proposent un nouveau modèle utilisé pour des images à ultrasons et dans lesquelles du speckle est présent.

J. Tang et al [21] en 2007 ont proposé un modèle de diffusion robuste au bruit appliqué à des MR images réelles.

Le dernier que nous détaillons est un article d'E. Ardizzone et al [22] qui proposent un modèle prenant en compte la direction des contours ce dernier a été appliqué à des images IRM.

#### 4.1 Yu et Acton [20]

Yu et Acton [20] modifie le schéma classique de Perona et Malik en introduisant le coefficient de variation instantanée  $q$ .

Soit une image  $I_0(x, y)$  la formulation finale de la SRAD s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial I(x, y; t)}{\partial t} &= \text{div}[c(q)\nabla I(x, y; t)] \\ I(x, y; 0) &= I_0(x, y), (\partial I(x, y; t)) / (\vec{\partial n}) \partial \Omega = 0 \\ c(q) &= \frac{1}{1 + [q^2(x, y; t) - q_0^2(t)] / [q_0^2(t)(1 + q_0^2(t))]} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Où  $q(x, y; t)$  est le coefficient de variation instantanée et est défini ainsi :

$$q(x, y; t) = \sqrt{\frac{(1/2) \left( \frac{|\nabla I|}{I^2} \right) - (1/4^2) \left( \frac{\nabla^2 I}{I} \right)^2}{\left[ 1 + (1/4) \left( \frac{\nabla^2 I}{I} \right) \right]^2}} \quad (2.12)$$

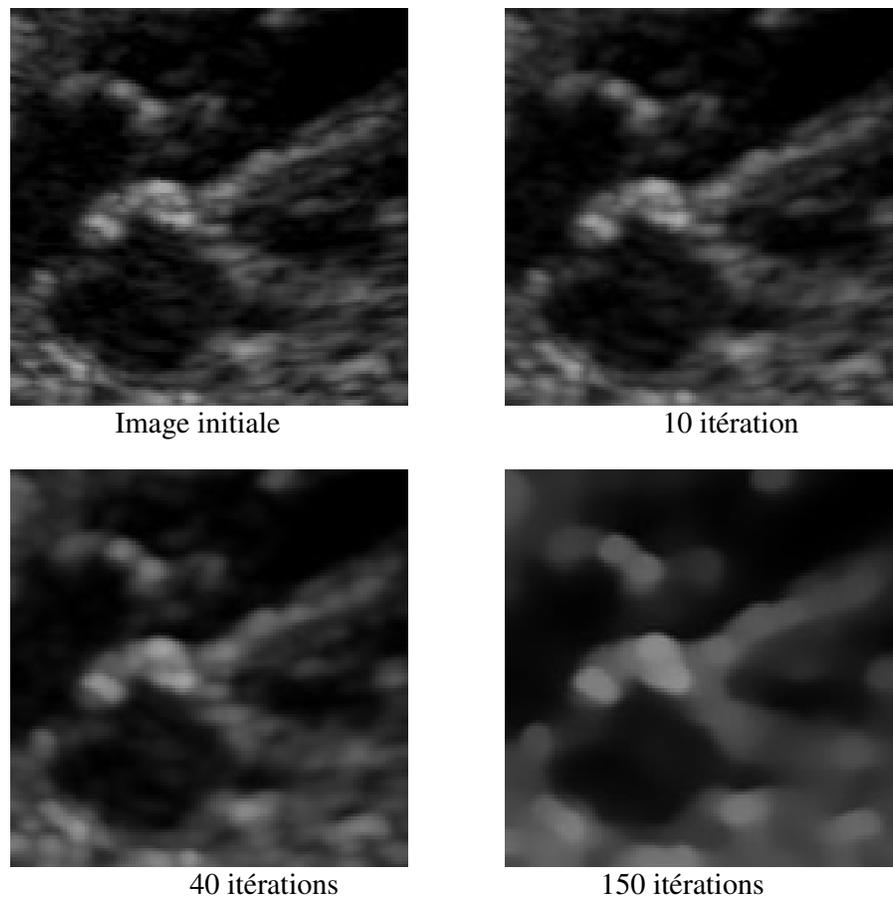
Avec  $q_0(t) = \gamma = C_v$  une fonction d'échelle relative au speckle correspondant au coefficient de variation. Il est comme suit :

$$q_0(t) = \frac{\sqrt{\text{var}[z(t)]}}{\bar{z}(t)} \quad (2.13)$$

Où  $\text{var}[z(t)]$  et  $\bar{z}(t)$  sont respectivement la variance et la moyenne à l'intérieur d'une zone homogène à l'instant  $t$ .

Le coefficient de variation instantanée est souvent utilisé comme détecteur de contours dans un contexte d'images speckelées. Ainsi, dans les zones homogènes, quand  $q(x, y; t) \approx q_0(t), c(q) \approx 1$ , nous retombons sur un schéma de diffusion anisotropique.

La figure 2. 3 montre un exemple de diffusion par la méthode de Yu. L'image initiale est une échocardiographie d'un fœtus de 12 semaines. Les résultats sont présentés après 5, 40, 80, 150 et 1000 itérations, pour  $q_0 = 1, \rho = 1/6$



**FIG. 2.3.** Filtre de Yu appliquée à une image écho cardiaque d'un fœtus de 12 semaines, Pour  $q_0 = 1, \rho = 1/6$ , après 10, 40 et 150 itérations.

Les résultats sont intéressants; les contours sont lisses et la dernière image est quasiment constante par morceaux. Cependant, nous remarquons que les structures des parois sont diffusées et élargies.

## 4.2 La method de J. Tang et al [21]

Jinshan Tang et al [21] proposent un modèle de diffusion non linéaire basé sur les travaux de Perona et Malik.

La formulation discrète finale du modèle est la suivante :

$$I_s^{t+\Delta t} = I_s^t + \frac{\Delta t}{|\eta_s|} \sum_{p \in \eta_s} c(f(i, j)) \nabla I_{s,p}^t \quad (2.14)$$

Avec

Où

$$c(f) = \exp\left(-\left[\frac{f(i,j)^2}{k}\right]\right) \quad (2.15)$$

$$c(f) = \frac{1}{1 + [f(i,j)^2 - k^2] \sqrt{k^2(1+k^2)}}$$

Où  $c(f)$  est le paramètre de diffusion,  $k$  est le coefficient de diffusion et  $f(i,j)$  est la fonction du gradient absolue estimé comme suit :

$$f(i,j) = \sqrt{\frac{|\nabla I_w(i,j)|^2 + |\nabla I_E(i,j)|^2 + |\nabla I_s(i,j)|^2 + |\nabla I_N(i,j)|^2}{4}} \quad (2.16)$$

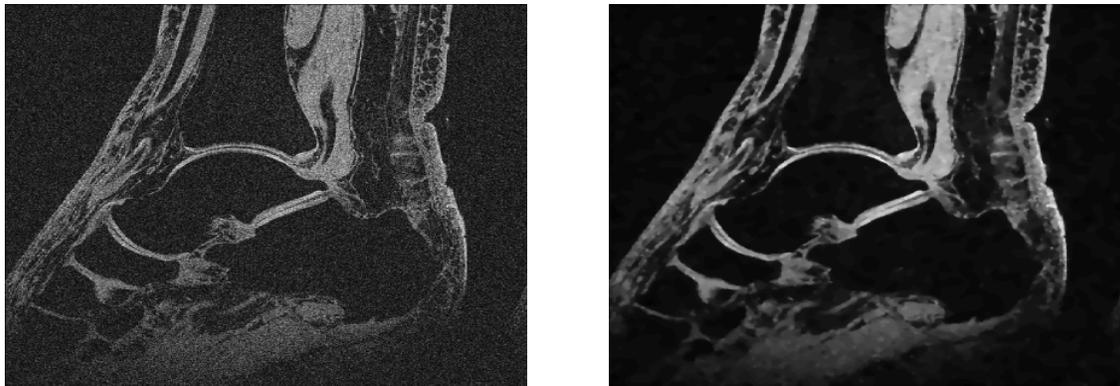
Où

$$\begin{aligned} \nabla I_E(i,j) &= I(i,j+1) - I(i,j) \\ \nabla I_w(i,j) &= I(i,j-1) - I(i,j) \\ \nabla I_s(i,j) &= I(i+1,j) - I(i,j) \\ \nabla I_N(i,j) &= I(i-1,j) - I(i,j) \end{aligned} \quad (2.17)$$

L'utilisation de la moyenne des gradients dans les quatre directions du pixel, nous permet de calculer un meilleur paramètre de diffusion, ce qui rend la nouvelle formulation proposé par Jinshan et al plus robuste au bruit.

La figure 2. 4 montre un exemple de diffusion par la méthode de Jinshan. L'image initiale est une image MR réelle du pied. Le résultat présenté est obtenu après 300 itérations pour  $k=0.2$ .

On remarque que les résultats obtenus sont satisfaisants c.-à-d. que l'image est bien lissée avec une conservation de contours considérable, toutefois, nous remarquons une apparition de flou sur quelques contours.



**FIG. 2.4.** Filtre de Jinshan appliquée à une image IRM réelle d'un cartilage du pied pour  $k=0.2$ , après 300 itérations.

### 4.3 E. Ardizzone et al [22]

E. Ardizzone et al dans [22] présentent une amélioration du filtre anisotropique de diffusion de Perona et Malik, visant à éliminer le bruit dans les images IRM. Dans ce modèle, l'équation de diffusion du filtre a été modifiée pour prendre en compte la direction des contours, ceci permet de brouiller des domaines uniformes tout en préservant les contours.

La nouvelle équation de diffusion est sous la forme suivante :

$$I_{i,j}^{t+1} = I_{i,j}^t + \lambda(d(\varphi)_v(c_N \nabla_N I + c_s \nabla_s I) + d(\varphi)_h(c_E \nabla_E I + c_W \nabla_W I)) \quad (2.17)$$

Où  $d(\varphi)_v$  et  $d(\varphi)_h$  sont les paramètres appropriés au calcul de la direction des contours. Le meilleur choix de  $d(\varphi)_v$  et  $d(\varphi)_h$  est que :

$$d(\varphi)_v = 2 \cos^2(\varphi) \quad (2.18)$$

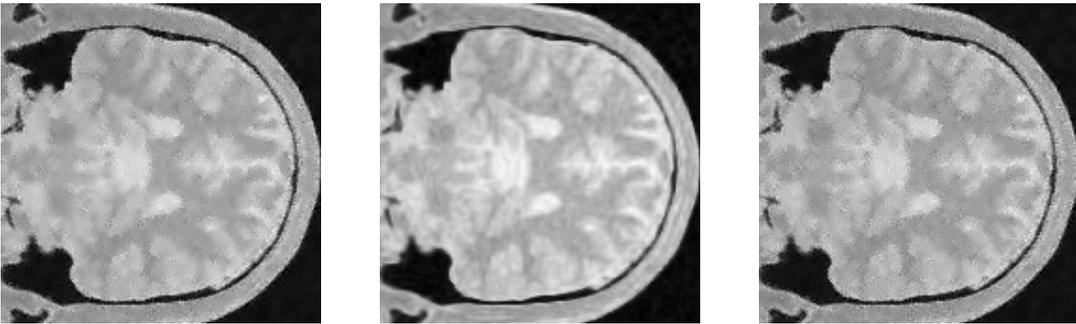
$$d(\varphi)_h = 2 \sin^2(\varphi) \quad (2.19)$$

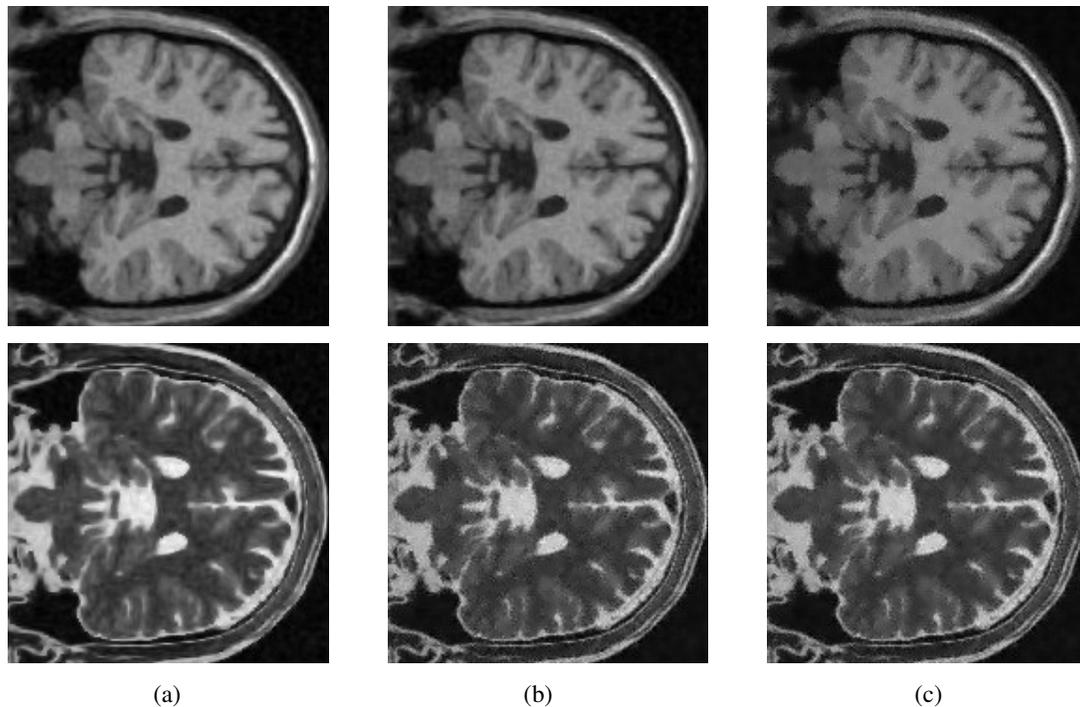
Avec 
$$\vartheta = \varphi + \frac{\pi}{2} \quad (2.20)$$

Où l'angle  $\vartheta$  est la direction moyenne maximale de variation du gradient, donné par le rapport de la valeur moyenne des gradients verticaux et la valeur moyenne des gradients horizontaux. Il est donné par l'équation suivante :

$$\vartheta = \arctan \left[ \frac{\sum_{j=1}^n \partial I / \partial y_j}{\sum_{i=1}^n \partial I / \partial x_i} \right] \quad (2.21)$$

La figure 2. 5 montre un exemple de diffusion par la méthode de Ardizzone sur plusieurs pondérations T1-, T2- et PD- images MR pondérés, avec 9% de bruit et 20% de RF-Inhomogénéité.





**FIG. 2. 5.** Filtre de Ardizzone et al appliquée pour: de haut en bas PD-, T1-, T2- Images pondérées, respectivement. (a) images corrompus (b) et (c) La méthode d'Ardizzone en utilisant les deux fonctions de diffusion  $c_1$  et  $c_2$

Il a été remarqué qu'en calculant le Peak signal to Noise Ratio (PSNR) sur les images résultats, ce dernier est supérieur à ceux obtenus avec le filtre de Perona et Malik, ce qui a permis de dire que le filtre est un bon réducteur de bruits et qu'il est meilleur que le filtre classique de Perona et Malik.

## Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une adaptation du schéma classique des équations aux dérivées partielles, sous la contrainte du bruit. Les résultats s'avèrent meilleurs.

Cette partie nous a permis de mieux comprendre l'intérêt de la diffusion anisotropique dans le filtrage des images et de mieux voir les différentes techniques d'exploitation des EDP dans la recherche d'une meilleure qualité d'images. Ce qui nous a permis de mettre en œuvre un nouveau modèle de diffusion pour la restauration des images médicales.

# Chapitre 3

## Les contours actifs: Etat de l'art

### Introduction

Le filtrage des images médicales n'est pas une fin en soi c'est une étape permettant d'améliorer les résultats de la segmentation. Dans ce chapitre nous présentons une technique de segmentation adaptée à ce type d'images.

Au cours de la dernière décennie, la technique des contours actifs est devenue très populaire pour une variété d'applications, notamment la segmentation d'images médicales et le suivi de mouvement. Cette méthodologie est basée sur l'utilisation de contours déformables lesquels sont conformes à une variété de formes d'objets et de mouvements. Ce chapitre fournit un background théorique et un aperçu des méthodes de contours actifs.

Il existe deux principales approches de contours actifs basés sur une implémentation mathématique: les snakes (serpents) et les level sets (ensembles de niveaux). Explicitement les snakes déplacent un ensemble de points prédéfini basé sur un système de minimisation d'énergie. Tandis que les approches des ensembles de niveaux déplacent implicitement des contours comme un niveau particulier d'une fonction. Plus de détails sur ces deux approches seront discutés respectivement aux sections 2 et 3.

Comme pour les méthodes de segmentation d'images, il existe deux modèles de contours actifs en fonction de la force d'évolution des contours: basé-contours et basé-régions. Les

contours actifs basé- contours utilisent un détecteur de contours, généralement basé sur le gradient de l'image, pour trouver les frontières des sous-régions et attirer les contours aux frontières détectées. Les contours actifs basé-région utilisent l'information statistique de l'intensité de l'image dans chaque sous-ensemble au lieu de chercher des frontières géométriques. Plus de détails de ces deux approches de contours actifs seront respectivement discutés dans les sections 4 et 5.

## 2 Les modèles déformables (Snakes)

Le premier modèle de contours actifs a été proposé par Kass et al dans [23], et le nom de snake est dû à l'aspect évolutif des contours. Un contour paramétré par une longueur d'arc  $s$  est défini comme suit :

$$C(s) \equiv \{(x(s), y(s)) : 0 \leq s \leq L\} : \mathfrak{R} \rightarrow \Omega \quad (3.1)$$

Où  $L$  désigne la longueur du contour  $C$ , et  $\Omega$  désigne l'ensemble du domaine de l'image  $I(x, y)$ . L'expression correspondante dans un domaine discret est approximée par l'expression suivante

$$C(s) \approx C(n) = \{(x(n), y(n)) : 0 \leq n \leq N, S = 0 + n\Delta s\} \quad (3.2)$$

Où  $L = N\Delta s$ . Une fonction d'énergie  $E(C)$  peut être défini sur le contour telle que

$$E(C) = E_{\text{int}} + E_{\text{ext}} \quad (3.3)$$

Où  $E_{\text{int}}$  et  $E_{\text{ext}}$  sont respectivement les fonctions d'énergie intérieure et extérieure du contour. La fonction d'énergie interne détermine la régularité, c'est-à-dire la forme lisse du contour. Un choix commun pour l'énergie interne est une fonctionnelle quadratique donné par

$$\begin{aligned} E_{\text{int}} &\equiv \int_0^L \left( \alpha |C'(s)|^2 + \beta |C''(s)|^2 \right) ds \\ &\approx \sum_{n=0}^N \left( \alpha |C'(n)|^2 + \beta |C''(n)|^2 \right) \Delta s \end{aligned} \quad (3.4)$$

Ici  $\alpha$  contrôle la tension du contour, et  $\beta$  contrôle la rigidité du contour. Le terme d'énergie externe gère la régularisation du contour actif. L'énergie externe correspond à l'adéquation

aux données. Cette énergie prend en compte les caractéristiques de l'image. Elle peut être définie comme :

$$E_{ext} = \int_0^L E_{img}(C(s)) ds \approx \sum_0^N c \Delta s \quad (3.5)$$

Où  $E_{img}(x, y)$  désigne une fonction scalaire définie sur le plan de l'image, ainsi le minimum local de  $E_{img}$  attire les Snakes aux bords. Un exemple de la fonction d'attraction de contour est une fonction du gradient de l'image, donnée par :

$$E_{img}(x, y) = \frac{1}{\lambda |\nabla G_\sigma * I(x, y)|} : \Omega \rightarrow \Re \quad (3.6)$$

Où  $G_\sigma$  désigne une fonction gaussienne bidimensionnelle d'écart type  $\sigma$ , et  $\lambda$  est une constante convenablement choisie. La solution du problème des snakes est de trouver un contour  $C$  qui minimise l'énergie totale  $E$  avec l'ensemble de poids données,  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\lambda$ . Durant la phase expérimentale, un ensemble de points du snake résidant sur le plan de l'image sont définis dans la phase initiale, alors la prochaine position de ces points du snake est considérée comme un contour. La figure 3. 1 montre un exemple des snakes classiques [24]. Il y'a environ 70 points du snake dans l'image. Les points du snake forment un contour autour du papillon.



**FIG. 3. 1.** Exemple des snakes classiques

Les points du Snake sont initialement placés un peu plus loin de la frontière de l'objet, c'est-à-dire, le papillon. Ensuite, chaque point se déplace vers les coordonnées optimales, où la

fonction d'énergie converge au minimum. Les points du snake s'arrêtent finalement sur la frontière de l'objet.

Les Snakes classiques fournissent une localisation précise des bords, seulement si le contour initial est suffisamment près des bords de l'objet car ils font usage seulement de l'information locale le long du contour.

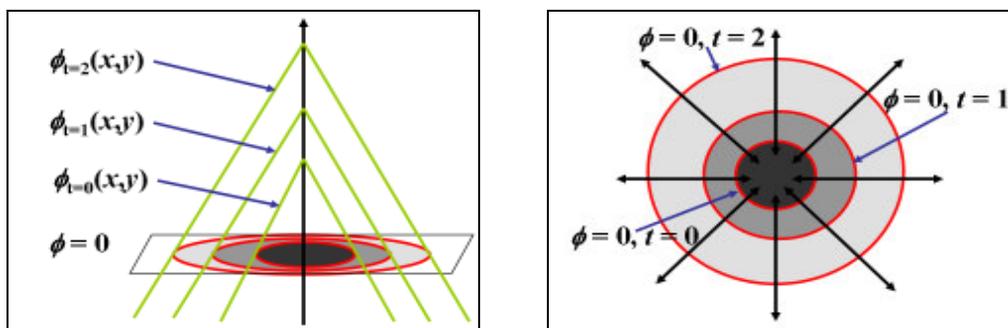
L'estimation d'une position appropriée des contours initiaux, sans connaissance préalable des contours est un problème difficile. Ainsi, les Snakes classiques ne peuvent pas détecter plus d'une frontière simultanément parce que ces derniers maintiennent la même topologie pendant la phase d'évolution. C'est-à-dire, les Snakes ne peuvent pas se diviser en une multitude de frontières à partir d'un contour initial. La théorie des Level set (Ensembles de niveaux) [3] a donné une solution à ce problème.

### 3 Méthodes des Ensembles de niveaux (Level Set)

La théorie des **Level Set**, est une formulation pour implémenter les contours actifs a été proposée par Osher et Sethian [25]. Ils représentent implicitement un contour via la fonction de Lipschitz bidimensionnelle continue  $\Phi(x, y): \Omega \rightarrow \mathfrak{R}$  définie sur le plan de l'image. La fonction  $\Phi(x, y)$  est nommée *fonction Level set (ensemble de niveau)*, et un niveau particulier ; généralement le niveau zéro, de  $\Phi(x, y)$  est défini comme un contour tel que :

$$C \equiv \{(x, y) : \Phi(x, y) = 0\}, \forall (x, y) \in \Omega \quad (3.7)$$

Où  $\Omega$  désigne le plan entier de l'image. La figure 3.2 (a) montre l'évolution de la fonction Level Set, et la figure 3.2(b) montre la propagation des contours correspondant à C.

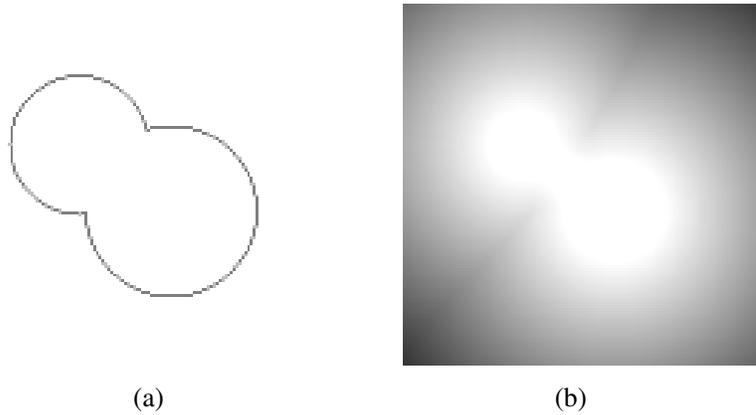


**FIG.3. 2.** L'évolution de la fonction level set et la propagation des contours correspondant: (a) la vue topologique de l'évolution de  $\Phi(x, y)$ , (b) les changements du level set initiale C:  $\Phi(x, y) = 0$

Comme la fonction Level Set  $\Phi(x, y)$  passe de sa phase initiale, vers l'ensemble de contours  $C$  correspondant c'est-à-dire le contour rouge se propage vers l'intérieur. Avec cette définition, l'évolution du contour est équivalente à l'évolution de la fonction Level set, c'est-à-dire  $\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial t}$ . L'avantage de l'utilisation du niveau zéro est qu'un contour peut être défini comme la frontière identifier par la vérification du signe de  $\Phi(x, y)$ . La fonction du Level set initiale  $\Phi_0(x, y): \Omega \rightarrow \mathfrak{R}$  peut être donnée par la distance signée du contour initiale comme suit

$$\begin{aligned} \Phi_0(x, y) &\equiv \{\Phi(x, y): t = 0\} \\ &= \pm D((x, y), N_{xy}(C_0)) \end{aligned} \quad , \forall (x, y) \in \Omega \quad (3.8)$$

Où  $\pm D(a, b)$  indique une distance signée entre  $a$  et  $b$ , et  $N_{x,y}(C_0)$  désigne le plus proche pixel voisin sur le contour initial  $C_0 \equiv C(t = 0)$  à partir de  $(x, y)$ . La figure 3.3(a) montre un exemple des contours initiaux  $C_0$ , la figure 3.3(b) montre la fonction Level set initiale  $\Phi_0(x, y)$  qui représente la distance signée calculé du contour initiale  $C_0$ .  $\Phi_0(x, y)$  augmente, c'est-à-dire, devient plus lumineuse, à mesure qu'un pixel  $(x, y)$  est situé plus loin à l'intérieur du contour initiale  $C_0$ . Tandis que quand  $\Phi_0(x, y)$  diminue, c'est-à-dire, devient plus foncée, à mesure que le pixel est situé plus loin à l'extérieur du contour initiale. La fonction initiale des level set est à zéro aux points du contour initiale donnée par,  $\Phi_0(x, y) = 0, \forall (x, y) \in C_0$ .



**FIG 3. 3.** Contour initiale et la distance signée correspondante: (a) le contour initiale  $C_0$ , (b) la fonction level set initiale  $\Phi_0(x, y)$  déterminé par la distance signée  $= \pm D((x, y), N_{xy}(C_0))$

La déformation du contour est généralement représentée sous la forme numérique d'une EDP (équation aux différences partielles). Une formulation de l'évolution du contour en utilisant la valeur absolue du gradient de  $\Phi(x, y)$  a été initialement proposée par Osher et Sethian [25] [26] [27] :

$$\frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial t} = |\nabla \Phi(x, y)| (v + \varepsilon \kappa(\Phi(x, y))) \quad (3.9)$$

Où  $v$  désigne une constante de vitesse pour pousser ou tirer le contour,  $\kappa(\cdot) : \Omega \rightarrow \Re$  désigne la courbure moyenne de la fonction du Level set  $\Phi(x, y)$  donnée par

$$\begin{aligned} \kappa(\Phi(x, y)) &= \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \Phi}{\|\nabla \Phi\|} \right) \\ &= \frac{\Phi_{xx} \Phi_y^2 - 2\Phi_x \Phi_y \Phi_{xy} + \Phi_{yy} \Phi_x^2}{(\Phi_x^2 + \Phi_y^2)^{3/2}} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Où  $\Phi_x$  et  $\Phi_{xx}$  désignent la première et la seconde dérivée partielle de  $\Phi(x, y)$  par rapport à  $x$ ,  $\Phi_y$  et  $\Phi_{yy}$  désignent la première et la seconde dérivée partielle de  $\Phi(x, y)$  par rapport à  $y$ . Le rôle du terme de la courbure est de contrôler la régularité des contours comme pour l'énergie interne  $E_{int}$  dans le modèle des snakes classiques.  $\varepsilon$  contrôle l'équilibre entre la régularité et la robustesse de l'évolution du contour.

Une autre forme de l'évolution du contour a été proposée par Chan et Vese [28] [29]. La longueur du contour  $|C|$  peut être approximée par la fonction level set  $\Phi(x, y)$  [30] [31] telle que :

$$\begin{aligned} |C| &\approx L_e \Phi(x, y) = \int_{\Omega} |\nabla H_e(\Phi(x, y))| dx dy \\ &= \int_{\Omega} \delta_e(\Phi(x, y)) |\nabla \Phi(x, y)| dx dy \end{aligned} \quad (3.11)$$

Où  $H_e(\cdot)$  désigne la forme régularisée de la fonction d'unité de mesure (fonction Heaviside)  $H(\cdot) : \Omega \rightarrow \Re$  donnée par :

$$H(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{si } \Phi(x, y) \geq 0 \\ 0, & \text{si } \Phi(x, y) < 0 \end{cases} \quad \forall (x, y) \in \Omega \quad (3.12)$$

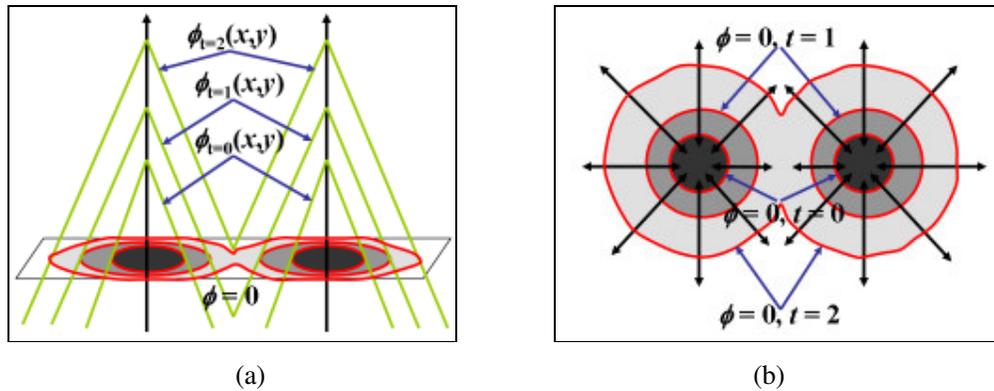
et  $\delta_e(\cdot)$  désigne la dérivée de  $H_e(\cdot)$ . Puisque la fonction d'unité de mesure produit 0 ou 1 selon le signe de l'entrée, la dérivée de la fonction d'unité de mesure produit un non-zéro seulement où  $\Phi(x, y) = 0$  c'est-à-dire sur le contour  $C$ . En conséquence, l'intégration montrée dans

l'équation 3.11 est équivalente à la longueur des contours sur le plan de l'image. L'équation associée d'Euler-Lagrange [32] obtenue par minimisation de  $L_c(\cdot)$  par rapport à  $\Phi$  et un paramétrage des directions de la descente par le temps est donnée par

$$\frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial t} = \delta_\epsilon(\Phi(x, y)) \kappa(\Phi(x, y)) \quad (3.13)$$

L'évolution du contour motivée par l'équation ci-dessus peut être interprétée comme un mouvement par courbure moyenne en réduisant la longueur du contour. Aussi, l'équation 3.9 est considérée comme le mouvement motivée par une PDE, tandis que l'équation 3.13 est considérée comme le mouvement motivée par la minimisation d'énergie.

Une caractéristique exceptionnelle des méthodes des level set est que les contours peuvent se diviser ou fusionner comme la topologie de la fonction level set change. Donc, les méthodes des level set peuvent détecter plus d'une frontière simultanément et une multitude de contours initiaux peuvent être placés. La figure 3.4(a) montre un exemple des changements topologiques d'une fonction level set, tandis que la figure 3.4(b) montre comment la fusion des contours initialement séparés varie avec la topologie de la fonction level set.



**FIG. 3. 4.** Changement de la topologie observée dans l'évolution de la fonction level set et la propagation des contours correspondant: (a) la vue topologique de l'évolution de  $\Phi(x, y)$ , (b) les changements du level set initiale  $C: \Phi(x, y) = 0$

Cette flexibilité et convenance fournissent des moyens pour une segmentation autonome par l'utilisation d'un ou de plusieurs contours initiaux. Le coût de calcul des méthodes des ensembles de niveaux est élevé parce que le calcul devrait être sur la même dimension que le plan  $\Omega$  de l'image. Ainsi, la vitesse de convergence est relativement plus lente que les autres méthodes de segmentation, en particulier les méthodes basées sur le filtrage local. Le coût de

calcul élevé peut être compensé par l'utilisation de plusieurs contours initiaux. L'utilisation de plusieurs contours initiaux augmente la vitesse de convergence en coopérant rapidement avec le contour voisin le plus proche. Les méthodes level set avec une convergence plus rapide, appelées méthodes Fast Marching [33], ont été étudiées intensivement durant la dernière décennie.

## 4 Contours actifs basés contour

Les contours actifs basés contour sont étroitement liés à la segmentation basée-contours. La plupart des modèles de contours actifs basé-contour se composent de deux parties: une partie de régularité, qui détermine la forme des contours, et une partie de détection de contours, qui attire les contours vers les bords.

*Contours actifs géométriques* ont été proposés par Caselle et al [33] en ajoutant un terme supplémentaire, appelé fonction d'arrêt, à la fonction de vitesse montrée dans l'équation 3.9. Il a été le premier modèle des level set implémenté en modèle de contours actifs pour le problème de la segmentation d'images. Malladi et al [34] [35] proposent un modèle similaire donné par :

$$\frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial t} = g(I(x, y))(\kappa(\Phi(x, y) + v))|\nabla \Phi(x, y)| \quad (3.14)$$

Où  $g(\cdot): \Omega \rightarrow \mathfrak{R}$  désigne la fonction d'arrêt, c'est-à-dire une fonction positive et décroissante du gradient de l'image. Un exemple simple de la fonction d'arrêt est donnée par

$$g(I(x, y)) = \frac{1}{1 + |\nabla I(x, y)|^n} \quad (3.15)$$

Où  $n$  est donné égale à 1 dans [33] et 2 dans [34]. Notons que  $|\nabla I(x, y)|$  peut être interchangé avec  $E_{\text{img}}$  montré dans l'équation 3.6. Les contours se déplacent dans la direction normale avec une vitesse de  $g(I(x, y))(\kappa(\Phi(x, y) + v))$  et s'arrête donc sur les bords, où  $g(\cdot)$  disparaît. Le terme de courbure  $\kappa(\cdot)$  maintient la régularité des contours tandis que le terme constant  $v$  accélère et conserve l'évolution du contour en minimisant les zones ci-joint [35].

Ce type de contours actifs nécessite plusieurs avantages, tel que le traitement des changements de topologie. En contrepartie, il demande un surcoût en termes de temps de

calcul. D'autre part, il faut savoir que dans le cas réel la fonction d'arrêt ne s'annule jamais puisqu'on ne rencontre jamais un contour idéal. On peut donc avoir des problèmes à stopper l'algorithme.

Ainsi sont apparus les contours actifs géodésiques qui apportent une solution au dernier problème.

*Contours actifs géodésiques* : le modèle a été proposé par Caselles et al [37] [38] après le modèle géométrique des contours actifs. Kichenassamy et al [39] et Yezzi et al dans [40] ont également proposé un modèle de contours actifs, basé sur le principe classique de la dynamique des systèmes. La résolution du problème des contours actifs est équivalente à la recherche d'un chemin de la distance minimale, appelé courbe géodésique [41] donné par :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = (g(I(x, y))\kappa(\Phi(x, y)) - \nabla g(I(x, y))N)N \quad (3.16)$$

Où  $N$  désigne la normale centripète d'unité donnée par :

$$N = -\frac{\nabla \Phi}{\|\nabla \Phi\|} \quad (3.17)$$

De la relation entre un contour et une fonction level set et la formulation du level set de la méthode de la descente la plus rapide, la résolution de ce problème géodésique est équivalent à la recherche de l'état d'équilibre de l'équation d'évolution du Level set [37] [42] donnée par:

$$\frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial t} = g(I(x, y))(\kappa(\Phi(x, y) + v))\|\nabla \Phi(x, y)\| + \nabla g(I(x, y))\nabla \Phi(x, y) \quad (3.18)$$

Où  $v$  est un terme additionnel de vitesse pour accélérer l'évolution. L'équivalence entre les snakes classiques et les contours actifs géodésiques a été étudié par d'autres auteurs sur un point de vues légèrement différents. Nous pouvons noter que le modèle de contours actifs géodésiques de l'équation 3.18 est identique au modèle de contours actifs géométriques figurant dans l'équation 3.14 excepté pour le terme  $\nabla g(I(x, y))\nabla \Phi(x, y)$ . Les contours actifs géodésiques ont été les méthodes les plus populaires parmi les modèles de contours actifs basés-contour.

## 5 Contours actifs basés-région

La plupart des modèles de contours actifs basé-région se composent de deux types: une partie de régularité, détermine la forme de contours lisse, et une partie de minimisation d'énergie, recherche l'uniformité de la fonction désirée à l'intérieur d'un sous ensemble. Une caractéristique des contours actifs basés région est que les contours initiaux peuvent être situés n'importe où dans l'image comme pour la segmentation basée région qui repose sur la minimisation d'énergie globale plutôt que la minimisation d'énergie locale. Par conséquent, moins de connaissance préalable n'est nécessaire que dans les contours actifs basée contours.

*Contours actifs constants par morceaux (piecewise-constant)* a été proposé par Chan et Vese [28] [29], en utilisant le modèle de segmentation de Mumford-Shah [43] [44]. Le modèle Piecewise-constant déplace les contours déformables en minimisant une fonction d'énergie au lieu de rechercher des frontières. Une constante rapproche l'information statistique de l'intensité de l'image dans un sous ensemble, et un ensemble de constantes, c'est-à-dire, que la constante piecewise rapproche les statistiques de l'intensité de l'image sur l'ensemble du domaine de l'image. La fonction énergétique mesure la différence entre l'intensité de la constante piecewise et l'intensité actuelle de l'image à chaque pixel de l'image. L'équation d'évolution du level set est donnée par :

$$\frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial t} = \delta_e(\Phi(x, y)) [\nu \kappa(\Phi(x, y))] - \left\{ (I(x, y) - \mu_1)^2 - (I(x, y) - \mu_0)^2 \right\} \quad (3.21)$$

Où  $\mu_0$  et  $\mu_1$  indiquent respectivement la moyenne de l'intensité de l'image dans les deux sous-ensembles, c'est-à-dire, l'extérieur et l'intérieur des contours. L'image finale partitionnée peut être représenté comme un ensemble de constantes par morceaux, où chaque sous-ensemble est représenté par une constante. Due à sa simple représentation, cette méthode a montré une vitesse de convergence la plus rapide parmi les contours actifs basé région. Lee et al dans [45] ont montré une amélioration du modèle de contours actifs piecewise-constant sur des images lumineuses en proposant une fonction d'énergie de remplacement.

*Le modèle lisse par morceaux (Piecewise\_smooth)*, une extension du modèle *piecewise-constant* en utilisant un ensemble partiel de lissage de l'image, a été également proposé par Chan et Vese [46] [47] [48] [49] [50]. Les mêmes principes de segmentation sont utilisés pour le modèle de partitionnement d'images *Piecewise-constant*, mais dans ce cas l'image est partiellement lissée au lieu des constantes représentant chaque sous-ensemble de l'image.

L'équation d'évolution du level set est donnée par :

$$\frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial t} = \delta_e(\Phi(x, y)) \left[ \nu \kappa(\Phi(x, y)) - \left\{ (I(x, y) - \mu_1)^2 - (I(x, y) - \mu_0)^2 \right\} \right] - w \left( |\nabla \mu_1(x, y)|^2 - |\nabla \mu_0(x, y)|^2 \right) \quad (3.22)$$

Où  $\mu_0(x, y)$  et  $\mu_1(x, y)$  désignent respectivement l'image lissée à l'extérieur et l'intérieur des contours.

Grâce à la minimisation d'énergie, les contours actifs basée-région, généralement n'ont pas de restriction sur le placement initial des contours. C'est-à-dire, que les contours actifs basés région peuvent détecter des frontières intérieures quelle que soit la position initiale de contours. L'utilisation de contours initiaux prédéfinis fournit une méthode de segmentation autonome. En outre, ils sont moins sensibles aux minima locaux ou au bruit que des contours actifs basés contours. Toutefois, en raison de l'hypothèse de l'uniformité de l'intensité de l'image, la plupart des méthodes sont applicables uniquement à des images où chaque sous-ensemble est représentable par une simple expression, par exemple, simple distribution de Gauss ou une constante. Si un sous-ensemble, c'est-à-dire la classe, se compose de plusieurs sous-classes distinctes, par exemple, Texture, ces méthodes produirait des résultats sur-segmentés ou sous-segmentés. Nous exposons ci-dessous, de nouvelles méthodes de contours actifs, qui produisent de meilleurs résultats en utilisant l'information contours et régions de l'image.

## 5 Contours actifs hybrides

Afin d'améliorer les performances de la segmentation, l'intégration d'informations sur le contour et la région en utilisant les contours actifs a été proposée par quelques auteurs dont nous citerons quelques récents travaux.

Dans [51] Seongjai et al proposent un modèle hybride pour la segmentation des images médicales.

Dans ce papier, les auteurs ont combiné un modèle basé sur le gradient de l'image et la méthode de Mumford Shah-Chan-Vese (MSCV) [29] [52]. Afin d'améliorer la fiabilité du modèle, les auteurs ont considéré et affiné ce que l'on appelle la méthode de soustraction de fond (MBS) qui a été introduite pour la première fois par Kim dans [53].

Kim et al définissent le nouveau modèle hybride: pour,  $\alpha, \beta \geq 0$  connue :

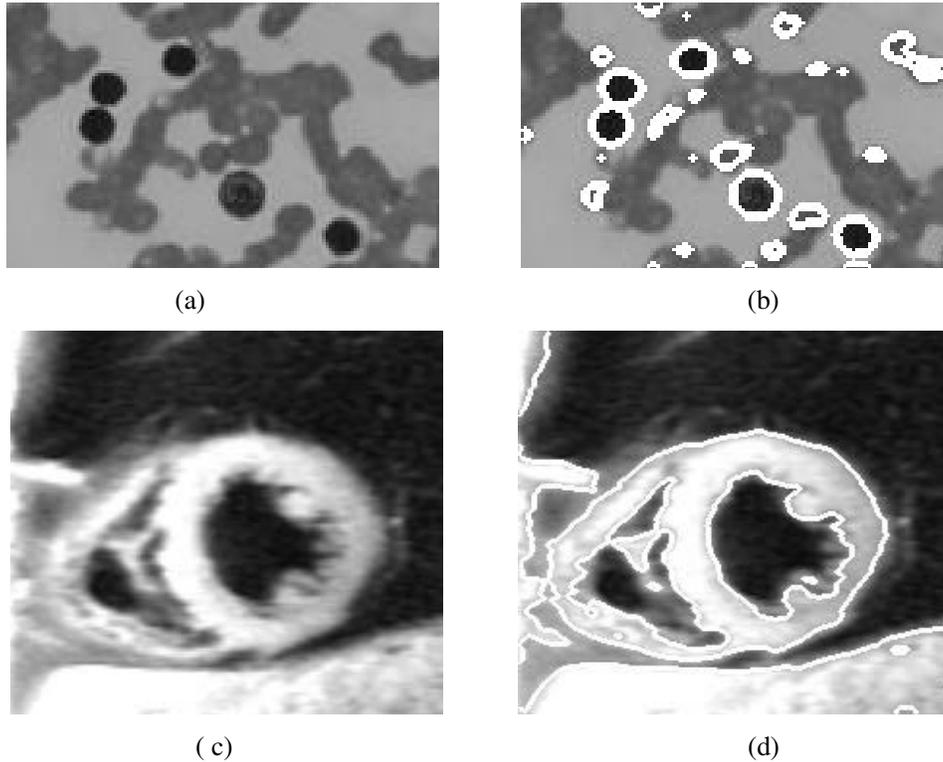
$$\frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial t} - \alpha |\nabla \Phi| \nabla \left( g \cdot \frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|} \right) = \beta (u^+ - u^-) \left( u^0 - \frac{u^+ + u^-}{2} \right) \quad (3.23)$$

Où  $g$  est défini, pour  $\zeta > 0$  et  $P \geq 1$

$$g(\nabla u^0) = \frac{1}{\zeta + |J * \nabla u^0|^P} \quad (3.24)$$

Ici  $u^0$  est l'image initiale donnée,  $u \pm$  sont des *CFs* (Complementary functions), et  $J$  est une gaussienne de variance  $\sigma^2$ .

On peut choisir  $u \pm$  comme solution des équations elliptiques comme dans le modèle. Les nouvelles fonctions complémentaires *CFs* doivent être trouvées afin d'intégrer plus efficacement l'information locale de gradient à l'itération du Level set, (voir [53] pour un ensemble efficace de fonctions complémentaires).



**FIG 3. 5.** (a) image originale d'une Leucémie et (c) Image originale d'une IRM du cœur, (b) et(d) Résultats de la segmentation obtenu par Seongjai

La fonction Level set dans le modèle (basé -gradient) de ZCMO [54] évolue selon les propriétés local du détecteur de contour  $g = g(\nabla u^0)$ . Ainsi, l'initialisation de la fonction level set devrait être précise pour que la détection des frontières désirées soit satisfaisante. Il est également connu que le modèle peut difficilement trouver l'intérieur des frontières ou des contours qui sont très lisses ayant des frontières discontinues. Par conséquent, le modèle hybride de Kim dans l'équation (3.23) peut être considéré comme une variante du modèle de ZCMO, intégrant le terme de force dans le coté droit de l'équation (3.23) afin de réduire au minimum ces inconvénients. La figure 3.5 montre un exemple de segmentation obtenu par la méthode Seongjai et al.

En 2007, Dans [55] Khaled Issa et al ont proposée un modèle de Level Set pour la segmentation des images bruitées. Les auteurs présentent un nouveau modèle de contours actifs qui permet de segmenter efficacement une image bruitée non-uniforme. Ce modèle est une combinaison entre les contours actifs classiques basés sur le gradient de l'image et la technique de courbure moyenne.

Khaled Issa et al définissent le nouveau modèle comme suit

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = V(F_{in} - F_o)|\nabla I| + \mu_1 \left[ \Delta \Phi - \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|} \right) |\nabla I| \right] - \mu_2 |\nabla I| \quad (3.25)$$

Où  $F_o$  est une force externe qui pousse le contour vers les objets et  $F_{in}$  est la force interne.

La force du lissage est contrôlée par la constante  $v$  et  $\Delta$  est l'opérateur du Laplacien.

L'efficacité du modèle est obtenue par lissage de l'image en utilisant le filtre de log-Gabor. En outre, l'ajout de contraintes de lissage est appliqué à l'évolution du contour afin de l'empêcher de s'infiltrer dans des petites structures bruitées de l'image. Ce modèle peut détecter des objets non-uniformes bruités dans l'image pour lesquels les autres modèles de contours actifs ne s'appliquent pas. En outre, le modèle peut détecter des objets avec des frontières très petites et segmenter de simples objets ou même des groupements d'objets multiples dans l'image.

En 2008, P. S. Sulaiman et al dans [56] proposent un algorithme LLS (A Liver Level Set) pour extraire automatiquement des volumes du foie contenant des régions discontinues. Le modèle LLS est séparée en deux étapes, une étape de prétraitements; elle comporte un filtrage

basé-contour qui manipule les contraste de l'image pour accentuer la région du foie, et un Level set algorithm, hybride basée sur une minimisation d'énergie.

Dans ce modèle l'équation avec laquelle se déplace le contour initiale est la suivante :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \delta \Phi \left( x \int_{\Omega} I_{\chi}(x, y) \delta \Phi(s) (I(y) - u(s))^2 - (I(y) - v(s))^2 dy + \lambda \delta \Phi(x) \operatorname{div} \left[ \frac{\nabla \Phi(x)}{|\nabla \Phi(x)|} \right] \right) \quad (3.26)$$

Où  $H_{\phi}(x)$  est la fonction Heaviside, utilisé pour spécifier la zone juste autour de la courbe et peut être présenté comme une version lissée du delta de Dirac.

$\chi$  est une fonction locale de voisinage, utilisée comme masque pour l'intérieur et l'extérieur d'une région,  $u(s)$  et  $v(s)$  représentent les moyennes locales de l'intérieur et l'extérieur de la région.

En se basant sur les expériences menées sur neuf patients, ayant diverses régions de l'image déconnectée, les auteurs ont constaté que l'utilisation du LLS, est en mesure d'extraire automatiquement toutes les régions déconnectées avec succès. La figure 3.6 montre les résultats obtenue par l'algorithme P.S. Sulaiman et al.

Dans [57] O. Chilali et al développent un nouveau modèle dans lequel a été combiné le modèle classique de Chan et Vese avec le modèle de contour actif géodésique pour la segmentation d'images médicales expertisée afin de détecter les différentes lésions présentes sur des images IRM.

Dans le nouveau modèle la fonction de Dirac a été remplacé par  $|\nabla \Phi(x, y)|$  comme suit :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = |\nabla(\Phi)| \left( \mu \kappa - v - \left( \lambda_1 (u(x, y) - c_1)^2 - \lambda_2 (u(x, y) - c_2)^2 \right) \right) \quad (3.27)$$

En posant  $\mu = 0, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_0, v = 0$  et en le sommant avec le modèle géodésique de l'expression (3.16) [58] et [59] on obtient l'équation suivante :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = |\nabla(\Phi)| \left( g(\kappa + v) + \gamma(c_1 - c_2) \left( u + \frac{c_1 + c_2}{2} \right) + \nabla g \cdot \nabla \Phi \right) \quad (3.28)$$

Où  $\gamma$  est une constante positive qui assure la proportionnalité entre le terme des forces gradient et le terme régions. Pour le deuxième terme de l'équation (3.28),  $\nabla g$  et  $\nabla \Phi$  ont été

remplacés par le calcul du champ GGVF (Generalized Gradient Vector Flow) pour  $g$  et  $\Phi$  ( $Wg$  et  $W\Phi$ ), selon l'algorithme suivant :

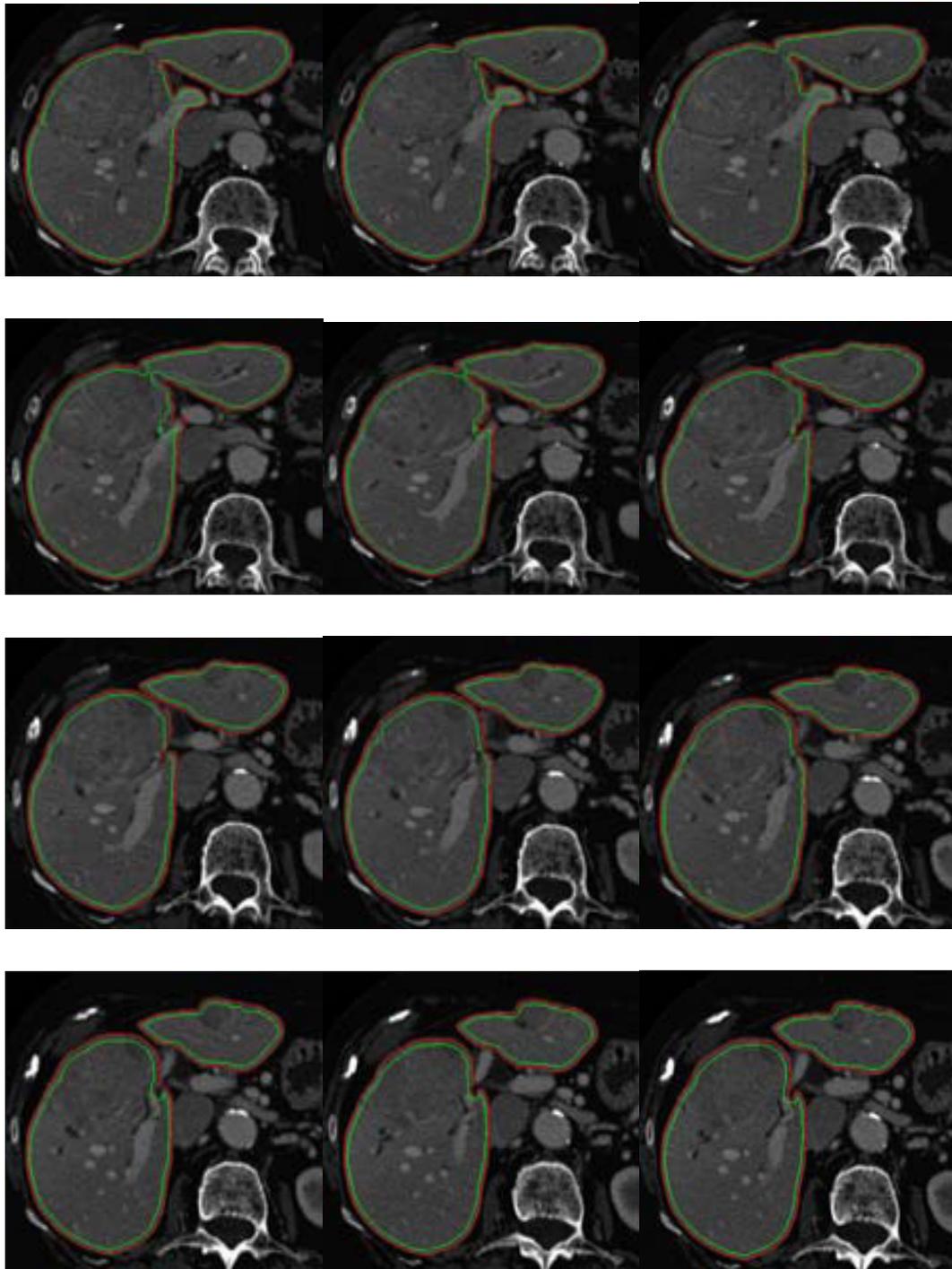
- Calcul de la carte de contours: dérivée de  $g$  (resp de  $\Phi$ ).
- Calcul de flux des vecteurs gradients (GGVF) : il est défini comme le champ de vecteurs  $w(x, y) = (u(x, y), v(x, y))$

Les résultats des applications sont satisfaisants et encourageants. Le temps de calcul est réduit en comparaison avec celui obtenu en utilisant le modèle classique de Chan et Vese. Ceci est dû à l'apport de ces deux informations région et contours qui guident rapidement le modèle à se déplacer vers les contours de l'objet à détecter.

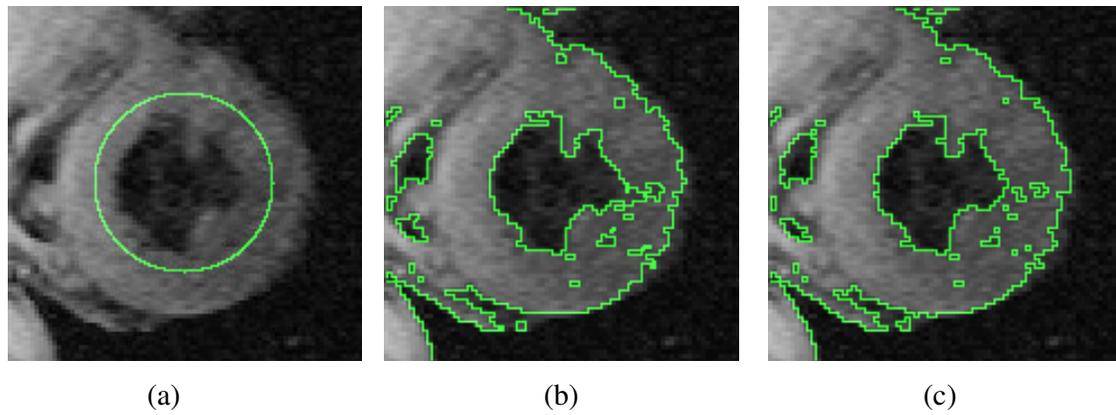
La figure 3. 7 montre un exemple de segmentation obtenu par la méthode d'O. Chilali et al [57]

## Conclusion

Cette partie nous a permis de mieux comprendre l'intérêt de la méthode des contours actifs dans la recherche d'une courbe de segmentation dans une image et de prendre conscience de la diversité des approches possibles en particulier en ce qui concerne la mise en œuvre. Plusieurs implémentations utilisant la technique d'exploration de l'espace des contours possibles nous semble très prometteuse. Ceci nous a permis de réfléchir à la mise en œuvre d'un nouveau modèle hybride pour la segmentation des images médicales, et qui sera l'objet du chapitre suivant de notre thèse.



**FIG. 3. 6.** séquence des images de contours du foie avec une courbe initiale (ligne verte), contour finale (ligne rouge)



**FIG. 3. 7.** Initialisation, évolution et segmentation finale avec (b) le modèle de *Chan* et *Vese*, pour 6 itérations et un temps de calcul de 30s et (c) le modèle adopté pour 2 itérations et un temps de calcul de 2s

# Chapitre 4

## Contributions

### Introduction

Ce chapitre traite le problème de la segmentation des images médicales bruitées. Il se divise en deux parties. La première concerne le pré-filtrage de l'image. Le modèle s'appuie sur une fonction de Perona et Malik modifiée et sur une estimation périodique du paramètre de diffusion précédé par un rehaussement morphologique du contraste afin de réduire le bruit tout en préservant les structures déterminantes pour l'interprétation de l'image.

La deuxième partie concerne la segmentation par Level Set. Nous y introduisons un nouveau modèle hybride basé sur trois énergies. La première et la troisième force assurent l'expansion du contour actif et son guidage vers les contours de l'objet, la deuxième force maintient la régularité de la fonction Level set.

### **2 Processus de segmentation**

La procédure de segmentation commence par un rehaussement morphologique suivi d'un processus de débruitage en utilisant un nouveau filtre anisotropique de diffusion. Après, la carte des gradients de l'image est calculée afin d'accélérer le mouvement du contour initial du Level Set vers les frontières des objets de l'image. La figure 4.3 illustre le diagramme général du processus de segmentation en utilisant la nouvelle méthode hybride proposée.

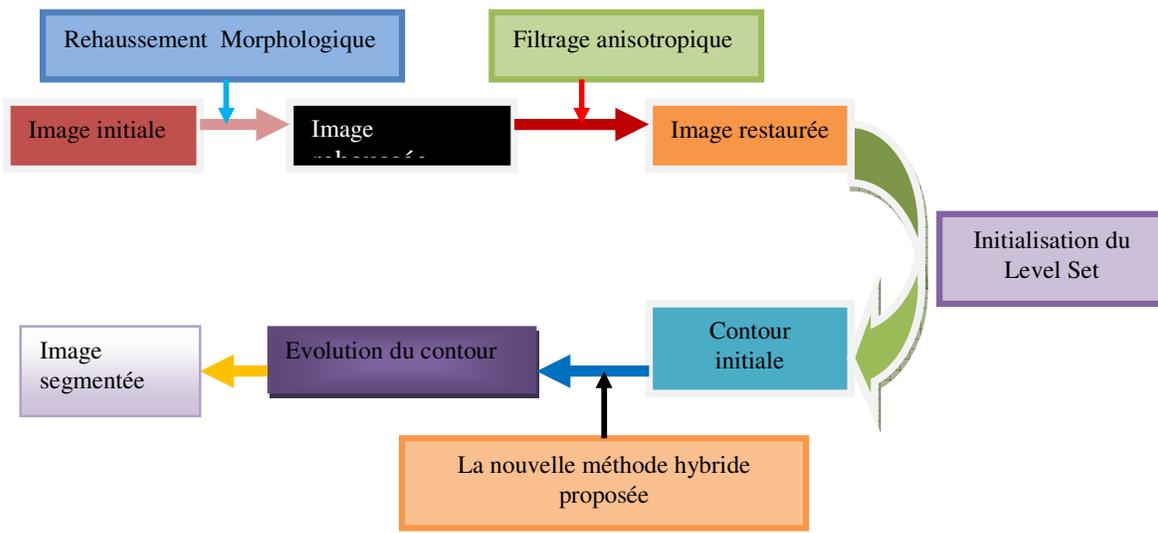


FIG 4. 1. Diagramme général de la Segmentation

### 3 Pré- traitement

Les images médicales sont corrompues a priori par toutes sortes de bruits convolutifs, multiplicatifs ou additif. Les algorithmes de segmentation deviennent inefficaces tant que le bruit est important. Ces algorithmes s'avèrent plus robustes avec des images lisses par morceaux où le niveau de gris varie de façon lente. Nous avons décrit et étudié dans le chapitre 2 différentes techniques de restauration générique de la plus simple à des techniques plus avancées telles que la diffusion anisotropique.

Comme toute technique de traitement d'images, la conservation des contours correspond, dans un cadre médical aux structures anatomiques des organes. Toutefois, nous nous plaçons dans un contexte de prétraitement, une régularisation importante peut être effectuée sur les zones homogènes de l'image. Parmi les techniques étudiées, celles de la diffusion nous semblait la plus prometteuse. La section suivante est consacrée au modèle de diffusion anisotropique adapté à la réduction du bruit sur les images médicales.

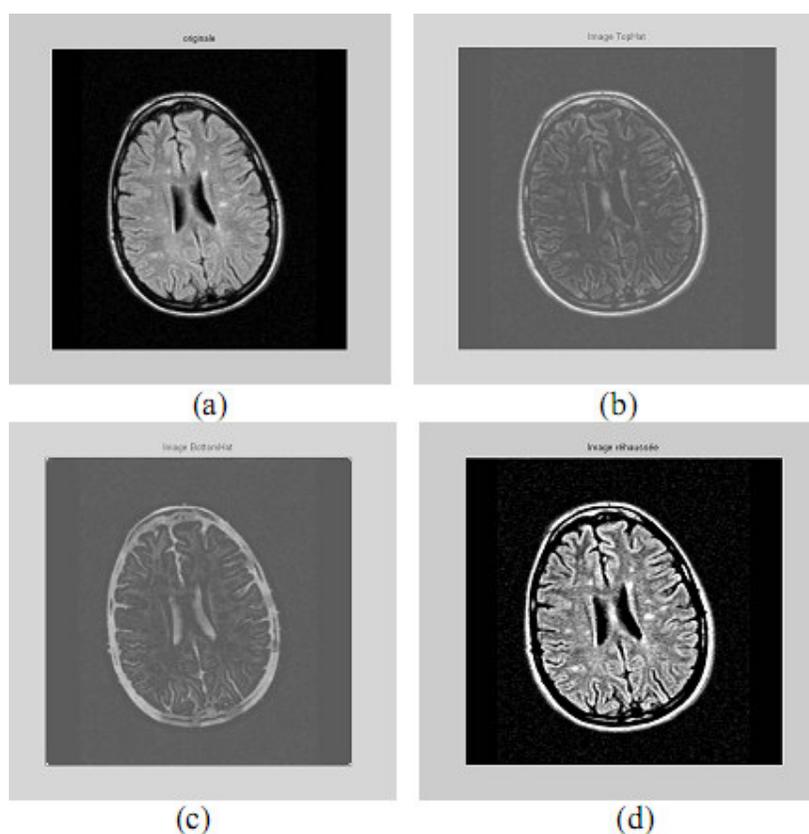
#### 3.1 Rehaussement de contraste

Pour cette opération, différentes méthodes de la morphologie mathématique peuvent être introduites. Dans notre application, c'est l'expression suivante que nous avons utilisée:

$$I_{réhaussée} = (I_{originale} + I_{TopHat}) - I_{BottomHat} \quad (4.1)$$

Sachant que  $I_{TopHat}$ <sup>8</sup> est l'image obtenue par la transformée du chapeau haut de forme, elle permet d'extraire les pics les plus étroits que l'élément structurant des objets (fig.4.2(b)).

Pour sa part,  $I_{BottomHat}$ <sup>9</sup> est l'image obtenue par la transformation conjuguée du chapeau haut de forme. Cette transformation permet d'extraire les vallées les plus étroites que l'élément structurant dans l'image originale (fig.4.2(c)). Nous avons utilisé un disque, de taille 9, comme élément structurant afin de pouvoir appliquer les opérateurs de morphologie mathématique (fig.4.2 (d)). Cependant, comme, nous pouvons le constater, le bruit reste présent dans l'image. Un filtrage de cette image s'avère donc nécessaire.



**FIG.4. 2.** Résultats d'application des opérateurs de la morphologie mathématique: (a) image initiale, (b) Image TopHat, (c) image BottomHat et (d) image rehaussée.

<sup>8</sup> La transformation par chapeau haut de forme est une transformation en deux étapes :

- Différence d'images entre l'image initiale et son ouverture;
- Conservation des sommets de hauteurs suffisantes.

<sup>9</sup> La transformation par chapeau bas est une fermeture moins une ouverture.

### 3.2 Le modèle de diffusion proposée

L'équation aux dérivées partielles de la diffusion proposée est écrite de la manière suivante :

$$\partial_t I(i, j; t) = \text{div}[c(\Phi(i, j; t)) \cdot \nabla I(i, j; t)] \quad (4.2)$$

Avec les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} I(i, j; t) &= I_0(i, j) \\ \partial_{\vec{n}} I(i, j; t) &= 0, \forall (i, j) \in \partial\Omega \end{aligned} \quad (4.3)$$

Où  $c(\Phi(i, j; t))$  est la fonction de diffusion,  $\text{div}$ , l'opérateur de divergence,  $I_0$  est l'image initiale.

$\partial\Omega$  Représente le bord du domaine  $\Omega$  de l'image.  $\vec{n}$  est le vecteur normal sortant de  $\partial\Omega$ .

$\Phi(i, j; t)$  est la norme du gradient dans l'espace de caractéristiques défini par un voisinage  $\eta_s$ . Notre but est de développer un séparateur contour/ bruit plus efficace à travers l'opérateur  $\Phi(i, j; t)$ .

Considérons l'opérateur de gradient dans l'espace de l'image originale. Le gradient peut être calculé sur les différentes structures de voisinage comme le montre la figure 5.3, réalisant différents compromis entre l'exactitude et la localité.

$\Phi(i, j; t)$  est estimé comme étant la somme des différences absolue des intensités dans les huit directions du pixel (i,j) à l'instant t,  $\Phi(i, j; t)$  est calculé comme suit :

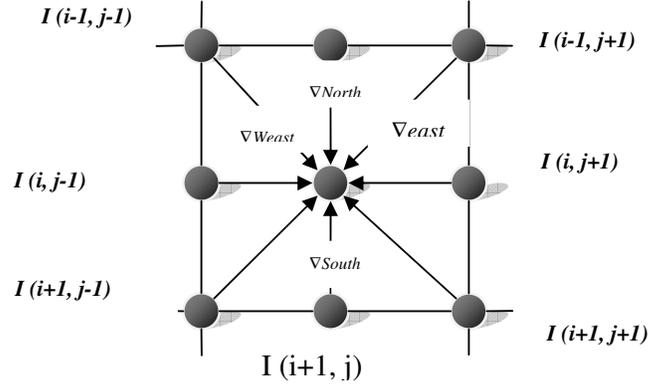
$$\Phi(i, j; t) = \sqrt{\sum_{p \in \xi_s} |I_p - I_s|^2} \quad (4.4)$$

Où  $\xi_s$  représente les huit voisins du pixel dans l'espace.

Nous utilisons les conditions aux bords suivantes pour une image de taille  $n_l \times n_c$

$$\left. \begin{array}{l} I_{i,-1}^n = 0 \\ I_{i,q}^n = 0 \end{array} \right\} i = 1, 2, \dots, nl + 1$$

$$\left. \begin{array}{l} I_{-1,j}^n = 0 \\ I_{p,j}^n = 0 \end{array} \right\} j = 1, 2, \dots, nc + 1$$
(4.5)



**FIG 4.3.** Voisinage considéré

La différentielle spatiale de l'équation (4.1) peut être résolue numériquement en utilisant un schéma aux différences fini. L'équation discrète d'évolution est formulée comme suit :

$$I(i, j; t + 1) = I(i, j; t) + \lambda c(\Phi(i, j; t)) \sum_{p \in \eta_s} \nabla I_{s,p}^t$$
(4.6)

Où l'intensité du pixel à la position  $(i, j)$  et à l'instant  $t+1$  désignée par  $I(i, j; t+1)$  est calculée par la somme de sa valeur à l'étape  $t$  et un terme regroupant l'énergie de l'espace de voisinage autour du pixel désigné par  $\eta_s$ ,  $\lambda$  est un coefficient qui garantit la stabilité du modèle, c'est-à-dire, qu'aucun faux détail ne devrait être générés en filtrant l'image . Il varie dans l'intervalle  $[0, 0.25]$ .

Deux fonctions de diffusion accomplissant des résultats similaires sont proposées

$$c_1(\Phi(i, j)) = \exp \left[ - \left( \frac{\Phi(i, j)}{K} \right)^2 \right]$$
(4.7)

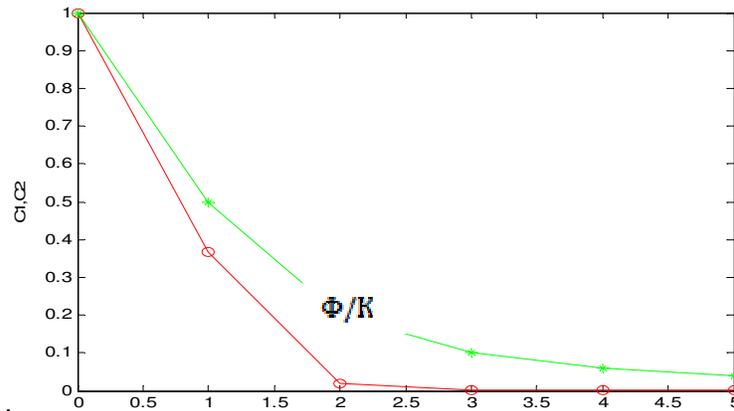
Et

$$c_2(\Phi(i, j)) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\Phi(i, j)}{K}\right)^2} \quad (4.8)$$

Bien qu'elles semblent similaires, ces deux fonctions ont des comportements différents. La première agit plus en présence de contours contrastés, alors que la seconde est plus active en présence de grandes régions. Les deux courbes dépendent du paramètre  $K$  qui devrait produire un maximum de diffusion là où le bruit est le plus présent :

Les fonctions de diffusion  $c_1$  et  $c_2$  sont tracés sur la figure 4.4 pour différentes valeurs de

$$\left(\frac{\Phi(i, j)}{K}\right)$$



**FIG.4.4.** Fonctions de diffusion  $c_1$  et  $c_2$

Pour des gradients au dessus de  $\left(\frac{\Phi(i, j)}{K}\right)$ , la diffusion sera très faible parce que le domaine est déjà considéré comme étant lisse. Pour des valeurs supérieures à  $\left(\frac{\Phi(i, j)}{K}\right)$  la diffusion sera interdite (nous considérons une présence d'un contour que le filtrage doit préserver). L'évaluation traditionnelle du paramètre  $K$  emploie une valeur constante. Ainsi, il est difficile de produire des résultats optimaux. Pour réaliser une meilleure suppression de bruit et préservation de contours, le paramètre  $K$  doit être choisi soigneusement à chaque itération.

Afin d'atteindre cet objectif, nous proposons la procédure suivante:

**Algorithme 1: Calcul du paramètre de diffusion  $K(t)$** 

A chaque itération  $t$ ,  $K(t)$  est automatiquement calculé à partir de l'écart-type de régions homogènes comme suit :

**Entrée :** Image de taille  $n_l \times n_c$

**Sortie :**  $K(t)$

**Etape 1 :** l'image est divisée en blocs non-chevauchant de taille  $m_l \times m_c$

**Etape 2 :** une mesure de contraste est utilisée comme moyen de calcul de l'homogénéité de chaque bloc, /\*on note qu'une région homogène à un plus faible contraste\*/

Le contraste mesuré est défini par

$$C = \sum_{(i,j) \in \Omega} c(i,j) / N \quad (4.9)$$

Où  $\Omega$  est une image région (bloc),  $c(i,j)$  est le contraste du pixel  $(i,j)$ , qui est défini par

$$c(i,j) = \frac{I_{\max}(i,j) - I_{\min}(i,j)}{I_{\max}(i,j) + I_{\min}(i,j)} \quad (4.10)$$

Où  $I_{\max}(i,j)$  et  $I_{\min}(i,j)$  sont les valeurs maximales et minimales calculées sur une fenêtre de taille  $3 \times 3$ .

**Etape 3 :** l'écart type est calculé comme suit

$$\begin{cases} SIGMA = \frac{1}{m_l m_c} \sum_{(i,j)=1}^{m_l, m_c} [X(i,j) - \bar{X}] \\ \bar{X} = \frac{1}{m_l m_c} \sum_{(i,j)=1}^{m_l, m_c} X(i,j) \end{cases} \quad (4.11)$$

**Etape 4 :**  $K(t) = SIGMA$

**Algorithme 2: Prétraitements****Entrée :**

$I(i, j)$  : Image initiale  
 Num\_iter : Nombre d'itérations

**Sortie :** Image restaurée

- Rehaussement du contraste par la morphologie mathématique.
- Diffusion anisotropique.

**Pour n allant de 1 à Num\_iter faire**

**Pour i,j allant de 1 à nl, nc faire**

- Calcul du paramètre de diffusion
- Calcul des coefficients de diffusion
- Résolution de l'équation (4.6)

$$I(i, j; t + 1) = I(i, j; t) + \lambda.c(\Phi(i, j; t)). \sum_{p \in \eta_s} \nabla I'_{s,p} \quad (4.6)$$

**4 Segmentation par Level Set**

Le filtrage des images médicales est une étape permettant d'améliorer les résultats de la segmentation. Dans cette section, nous développons une technique de segmentation adaptée à ce type d'images. Nous utilisons les contours actifs pour segmenter les différentes lésions présentes dans ces images. L'intérêt majeur de cette approche est qu'elle est une combinaison de deux modèles de contours actifs, basé contours et une autre basé région. Le modèle que nous proposons consiste à effectuer une première étape de prétraitement, comme présenté dans la section précédente. Puis comme dans tout modèle de contours actifs (Chapitre 3) nous minimisons une fonctionnelle d'énergies. Celle-ci se compose de trois termes. Le premier et le troisième assurent l'expansion du contour actif et son guidage vers les contours des objets dans l'image, le deuxième est un terme de régularisation. Il maintient la régularité de la fonction Level set.

**4.1 Contours actifs basés gradient**

Au cours des dernières années, la théorie des équations aux dérivées partielles (EDP) a été appliquée avec succès à la segmentation et au lissage d'images. L'idée de base est de représenter les contours comme un niveau zéro d'une fonction implicite définie dans une

dimension plus élevée, habituellement référée à une fonction Level set qui évolue selon une FDP (Fonction aux dérivées partielles). La méthode des Level set est une technique générale d'évolution de courbes ou de surfaces topologiques complexes telles que le fusionnement. L'équation Level set est donnée par :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + F|\nabla \Phi| = 0 \quad (4.12)$$

Où,  $\Phi$  est la fonction Level set et  $F$  est une fonction de vitesse. Cette équation est utilisé pour conserver une trace de l'emplacement de l'interface comme l'ensemble des points où  $\Phi=0$ . L'intérieur et l'extérieur sont désignés par les points où  $\Phi \leq 0$  et,  $\Phi > 0$  respectivement.

Dans [25], Osher et Sethian considèrent que l'évolution des contours sous une forme implicite est une méthode numérique qui fonctionne dans un système de coordonnées fixe qui prend soin des changements topologiques de l'interface en évolution. Leur modèle de contours actifs écrit sous une formulation de Level set est donné par :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \left( \underbrace{vg(x, y)}_{\text{partie1}} + \underbrace{\varepsilon \cdot \text{div} \left( g(x, y) \cdot \frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|} \right)}_{\text{partie2}} \right) |\nabla \Phi| \quad (4.13)$$

La première partie représente le terme de minimisation d'une surface pondérée par  $|\nabla \Phi|$ , permettant d'obtenir une constante de vitesse où  $v$  est une constante. La deuxième partie est le terme de longueur pondérée.

Dans le modèle que nous proposons, un détecteur de contour dépendant de la carte de gradients, calculé sur la carte de contours de l'image initiale est utilisé pour arrêter le contour en évolution sur la frontière de l'objet désiré. Habituellement, c'est une fonction positive et régulière  $g(\varphi(x, y))$  qui décroît tel que  $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$

$$g(\varphi(x, y)) = \frac{1}{1 + \varphi(x, y)} \quad (4.14)$$

Où  $\varphi(x, y)$  est une fonction carte calculant la carte des gradients de l'image. Elle est calculée suivant la formulation suivante :

$$\varphi(x, y) = \sqrt{\sum_{s \in \eta_s} |I_p - I_s|^2} \quad (4.15)$$

Où  $\eta_s$  sont les huit voisins spatiaux autour du pixel  $s$ ,  $I$  est la carte des contours de l'image calculée suivant l'algorithme ci-dessous

### Algorithme 3

**Entrée :** Image prétraité « Img », Sigma «  $\sigma$  »

**Sortie :** Carte de contours « I »

Les quatre étapes de l'algorithme de Canny sont les suivantes :

(1) Lisser l'image par une convolution gaussienne

$$H(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right] \quad (4.16)$$

(2) Faire ressortir les contours de l'image en utilisant un opérateur du premier degré à 2D

$$\begin{aligned} I_x(x, y) &= \frac{1}{2} [H(x, y+1) - H(x, y) + H(x+1, y+1) - H(x+1, y)] \\ I_y(x, y) &= \frac{1}{2} [H(x, y) - H(x+1, y) + H(x, y+1) - H(x+1, y+1)] \end{aligned} \quad (4.17)$$

(3) Détecter les crêtes et mettre à zéro tous les pixels qui ne sont pas réellement sur le haut de la crête de façon à donner une ligne fine en sortie, /\* un processus connu sous le nom de la non-suppression maximale (NMS)\*/

(4) Détecter et relier tous les contours ouverts suivants la méthode du seuillage par hystérésis

Par contre, la fonction Level set devrait être réinitialisée périodiquement au cours de son évolution. Il existe dans la littérature plusieurs méthodes de réinitialisation, la plupart d'entre eux sont des variantes de la méthode basée sur les équations partielles différentielles EDP. La réinitialisation du processus est très compliquée, coûteuse, et a des effets indésirables subtiles. En outre, la plupart des méthodes de niveau fixé sont lourdes avec leurs problèmes tels que le moment et la manière de réinitialiser la fonction Level set à une fonction de distance signée.

La nouvelle formulation variationnelles proposée par C. Li et autres [60] surmonte la dernière difficulté en ajoutant une limite d'énergie interne qui pénalise la déviation de la fonction Level set par une fonction de distance signée.

## 4.2 Contours actifs basés régions

Une autre manière d'arrêter l'évolution du contour est d'utiliser une approche basée région. L'avantage de cette approche est que le contour initial ne doit pas être à l'intérieur de l'objet à segmenter. Basée sur la fonction de partitionnement de Mumford-Shah, Li et al dans [60] proposent un nouveau modèle basé-région en utilisant l'information d'intensité dans des régions locales à une échelle contrôlable. Les auteurs considèrent une image de niveaux de gris  $I : \Omega \rightarrow \mathfrak{R}$ , où  $\Omega \in \mathfrak{R}^n$  est le domaine de l'image. Dans [60], les auteurs formulent l'évolution du Level set par l'équation suivante :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\delta_\varepsilon(\Phi)(\lambda_1 e_1 - \lambda_2 e_2) + v \delta_\varepsilon(\Phi) \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|} \right) + \mu \left( \nabla^2 \Phi - \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|} \right) \right) \quad (4.18)$$

Où  $\lambda_1, \lambda_2, \mu$  et  $v$  sont des constantes positives,  $\delta_\varepsilon$  est la fonction de Dirac lissée, donnée par

$$\delta_\varepsilon(\Phi) = H'(\Phi) = \left[ \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{2}{\pi} \arctan \left( \frac{\Phi}{\varepsilon} \right) \right] \right] = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + \Phi^2} \quad (4.19)$$

Où  $H_\varepsilon(\Phi)$  est la fonction Heaviside et  $e_i$  fonctions formulées par

$$e_i(\Phi) = \int K_\sigma(y - \Phi) |I(\Phi) - f_i(y)|^2 dy, i = 1, 2 \quad (4.20)$$

Où  $K_\sigma$  est la fonction du noyau gaussien,  $f_1$  et  $f_2$  sont les approximations de l'image à l'intérieur et à l'extérieur du contour initiale. Ils sont formulés comme suit :

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{K_\sigma * [H_\varepsilon(\Phi)I]}{K_\sigma * H_\varepsilon(\Phi)} \\ f_2 &= \frac{K_\sigma * I - K_\sigma * [H_\varepsilon(\Phi)I]}{K_\sigma * 1 - K_\sigma * H_\varepsilon(\Phi)} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Où  $\mathbf{1}$  est une fonction constante avec une valeur de 1.

Bien que ce modèle ait beaucoup d'avantage par rapport aux méthodes traditionnelles qui ne dépendent pas du gradient de l'objet, son principal inconvénient est qu'il est coûteux en temps de calcul surtout en présence de bruit.

Afin de surmonter ces limitations de vitesse sur des images médicales bruitées, un nouveau modèle hybride de contours actifs est proposé.

### 4.3 Le modèle proposé

Dans un modèle de segmentation déformable, le modèle est entraîné par les forces de l'image et contraint par des informations sur la forme de l'objet. Dans les contours actifs classiques, les forces de l'image sont régies par la valeur absolue du gradient et la forme qui est antérieurement lissée. Alors que dans le modèle de C. Li [60] le contour est l'évolution de la courbure moyenne du flux. Notre modèle est une combinaison entre les contours actifs classiques basés sur la carte des gradients de l'image et la technique de courbure moyenne.

Nous considérons l'évolution de la fonction Level set initiale  $\Phi$  telle que son ensemble de zéros traquent le contour en évolution à une vitesse constante  $\gamma$ . Nous utilisons la fonction de Dirac pour faire évoluer le contour suivant :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\gamma \delta_\varepsilon(\Phi) \quad (4.22)$$

La fonction initiale  $\Phi_0$  est donnée par l'équation :

$$\Phi_0 = \begin{cases} -d & (x, y) \in \Omega_0 - \partial\Omega_0 \\ 0 & (x, y) \in \partial\Omega_0 \\ d & \Omega - \Omega_0 \end{cases} \quad (4.23)$$

Où  $\Omega_0$  est un sous-ensemble dans le domaine de l'image  $\Omega$ , et  $\partial\Omega_0$  sont tous les points sur la frontière de  $\Omega_0$ .

Il existe deux types d'énergies qui conduisent le contour vers les objets. Une force extérieur  $f_1$  qui pousse le contour vers l'objet et une autre interne  $f_2$  liées par :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\gamma \delta_\varepsilon(\Phi) (f_1 - f_2) \left( I(\Phi) - \frac{f_1 + f_2}{2} \right) \quad (4.24)$$

Les forces de l'image doivent être en équilibre avec les contraintes de lissage. Une technique standard est d'appliquer la courbure moyenne des flux du contour qui est la longueur et la surface intérieure du contour. La force de lissage du contour est contrôlée par la constante  $\mu$  telle que :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\gamma \delta_\varepsilon(\Phi)(f_1 - f_2) \left( I(\Phi) - \frac{f_1 + f_2}{2} \right) + \mu \left( \Delta \Phi - \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|} \right) \right) \quad (4.25)$$

Où  $\Delta$  est l'opérateur Laplacien. Enfin, la régularité des contraintes est appliquée sur le contour de façon à l'empêcher de s'infiltrer dans des petites structures bruitées ne faisant pas partie de l'objet recherché. La régularisation est définie par la relation entre la dérivée dans la direction de la norme du gradient et la dérivée dans la direction de la fonction Level set. La deuxième force de lissage est contrôlée par le facteur  $\nu$ .

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \underbrace{-\gamma \delta_\varepsilon(\Phi)(f_1 - f_2) \left( I(\Phi) - \frac{f_1 + f_2}{2} \right)}_1 + \underbrace{\mu \left( \Delta \Phi - \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|} \right) \right)}_2 + \underbrace{\nu \delta_\varepsilon(\Phi) \operatorname{div} \left( g \cdot \frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|} \right)}_3 \quad (4.26)$$

(4.25) est l'équation d'évolution du modèle proposée.

Le premier et le troisième terme sont responsables de la contrainte du contour vers les frontières de l'objet de l'image quand au second terme il sert à maintenir la régularité de la fonction Level set.

$\mu$  et  $\nu$  Sont des constantes,  $\gamma$  est une constante qui assure la proportionnalité entre le terme des forces de gradient et le terme des forces de région.

#### **Algorithme 4 : Segmentation des images en utilisant le nouveau modèle hybride proposée**

##### **Entrées :**

I	Image initiale
$\mu$	Paramètre de régularisation
$\Delta t$	Le pas dans le temps
$\gamma$	Constante de proportionnalité
Iter_Num	Nombre d'itérations
$\nu$	Constante de vitesse

##### **Initialisation :**

$$\Phi_0 = \begin{cases} -d & (x, y) \in \Omega_0 - \partial\Omega_0 \\ 0 & (x, y) \in \partial\Omega_0 \\ d & (x, y) \in \Omega - \Omega_0 \end{cases}$$

**Estimation :**

**Pour n allant de 1 à Iter\_Num faire**

– Calculer la carte des contours par l’algorithme 1 (de Canny)

– Calculer la carte des gradients  $\varphi(x, y)$

$$\varphi(x, y) = \sqrt{\sum_{s \in \eta_s} |I_p - I_s|^2}$$

– Calculer le gradient g

**Pour i allant de 1 à nl faire**

**Pour j allant de 1 à nc faire**

$$g(\varphi(x, y)) = \frac{1}{1 + \varphi(x, y)}$$

– Calculer le terme de courbure moyenne K

**Pour i allant de 1 à nl faire**

**Pour j allant de 1 à nc faire**

$$K(i, j) = \text{div} \left( \frac{\nabla \Phi(i, j)}{|\nabla \Phi(i, j)|} \right)$$

– Calculer  $\Phi^{n+1}(i, j)$

$$\Phi_{i,j}^{n+1} = \Phi_{i,j}^n + \Delta t \left[ -\gamma \delta_\varepsilon(\Phi) (f_1 - f_2) \left( I(\Phi) - \frac{f_1 + f_2}{2} \right) + \mu \left( \Delta \Phi - \text{div} \left( \frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|} \right) \right) + \nu \delta_\varepsilon(\Phi) \text{div} \left( g \cdot \frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|} \right) \right]$$

Fin

## Conclusion

Nous avons présenté deux modèles robustes au bruit; l’un pour le prétraitement et l’autre pour la segmentation des images médicales. Ils sont destinés au traitement des images bruitées. Les résultats du filtrage ainsi que celui de la segmentation seront présentés dans le chapitre suivant.

# Chapitre 5

## Résultats Expérimentaux

### Introduction

Dans ce chapitre les résultats de nos expériences sont présentés sur deux parties.

#### **2 Prétraitement**

Nous présentons dans cette section les résultats de la diffusion précédé par un rehaussement morphologique sur deux types d'images: synthétiques et médicales réelles. Nous comparons les résultats avec les filtres de Wiener, Médian, Ondelettes, Perona, Jinshan et Yu.

Ces filtres sont représentatifs de divers domaines de filtrage du bruit et de la diffusion anisotropique.

#### **2.1 Evaluation quantitative**

Afin d'évaluer les performances du filtrage, deux types d'images ont été utilisées, des images synthétiques et des images médicales réelles. Différentes mesures quantitatives ont été calculées dans le but de comparer les résultats du filtrage, en utilisant la figure du mérite de Pratt (FOM) et l'expression maximale du rapport signal-bruit. Ces deux mesures sont brièvement présentées ci-dessous.

##### **2.1.1 Figure du mérite de Pratt**

La figure du mérite de Pratt (FOM) permet d'évaluer la qualité de la représentation des contours. Le FOM dépend fortement de la méthode utilisée pour obtenir une carte des contours. Au lieu d'utiliser différents détecteurs de contours optimisant le FOM pour chaque

type de bruit et d'images, nous appliquons le même détecteur ; le détecteur de Canny, pour pouvoir faire une comparaison des algorithmes. Afin d'éviter le sur-lissage du au détecteur lui-même, nous prenons un écart type du noyau de la gaussienne de Canny égale à 0.1. Notez que la détection des contours est faite sur l'image filtrée. Les contours idéaux sont extraits par l'application du contour de Canny avec  $\sigma=4$  à la même image filtrée.

La Figure de mérite s'écrit :

$$FOM = \frac{1}{\max\{\hat{N}, N_{théorique}\}} \sum_{i=1}^{\hat{N}} \frac{1}{1 + d_i^2 \alpha} \quad (5.1)$$

Avec les notations suivantes :

- $\hat{N}$  est le nombre de pixels constituant les contours trouvés ;
- $N_{théorique}$  est le nombre de points de contours de l'image initiale non bruitée ;
- $d_i$  est la distance euclidienne du point de contour  $i$  au contour théorique le plus proche ;
- $\alpha$  est une constante d'échelle qui peut être ajusté pour ajuster la pénalité pour des bords de compensation elle est typiquement fixé à 1/9.

Les valeurs du FOM sont comprises entre 0 et 1 (1 étant le meilleur score possible).

Evidemment, ce calcul n'est applicable que si l'on connaît les contours de l'image initiale. Le FOM mesure deux phénomènes :

- i. L'éloignement entre les contours constatés et les contours théoriques,
- ii. La variation en nombre de pixels entre les contours théoriques et les contours réels.

### 2.1.2 Rapport Signal-Bruit : PSNR

L'expression maximale du rapport signal-bruit (Peak signal-Noise Ratio) est utilisée comme mesure de la qualité de la réduction du bruit. Et pour la comparaison des résultats de la restauration, il est utilisé comme une approximation de la perception humaine de la qualité de la restauration. Donc, dans certains cas, une restauration peut paraître très proche de l'originale que l'autre même si elle a un plus faible PSNR (PSNR maximale devrait normalement indiquer que la reconstruction est de meilleure qualité).

L'erreur quadratique moyenne (MSE) de deux images  $J$  et  $\bar{J}$ , où  $J$  et  $\bar{J}$  représentent respectivement, l'image dégradée et l'image restaurée, est défini comme suit :

$$MSE = \frac{1}{M \times N} \sum_{(i,j)=1}^{M,N} [J(i,j) - \bar{J}(i,j)]^2 \quad (5.2)$$

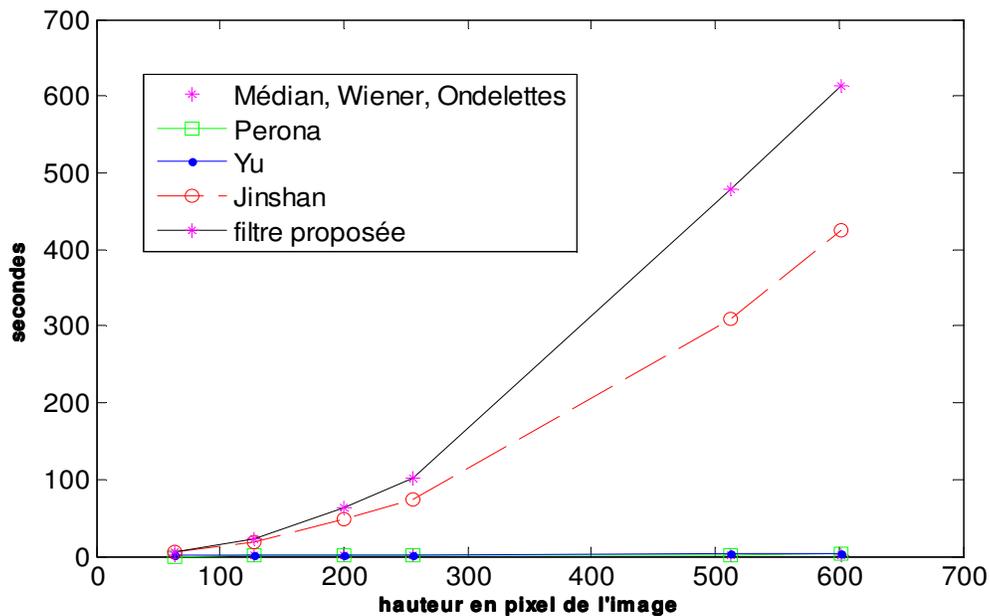
Le PSNR est défini comme :

$$PSNR = 10 \log_{10} \left[ \frac{MAX_i^2}{MSE} \right] = 20 \log_{10} \left[ \frac{MAX_i}{\sqrt{MSE}} \right] \quad (5.3)$$

Ici,  $MAX_i$  est le maximum de valeur en pixel de l'image. Lorsque les pixels sont représentés sur 8 bits par échantillon.  $MAX_i = 255$ . Plus généralement, quand les échantillons sont représentés à l'aide de PCM (Pulse Code Modulation)<sup>9</sup> linéaire avec B bits par échantillons, alors  $MAX_i$  est de  $2^B - 1$ .

Les valeurs typiques du PSNR pour la suppression du bruit dans l'image sont entre 30 et 50 dB où plus est mieux. Lorsque les deux images sont identiques, le MSE est égal à zéro, ce qui donne un PSNR infini.

## 2.2 Temps de Calcul des différents filtres



**FIG. 5. 1.** Temps de calcul des différents filtres. Nombre d'itérations. Fixé à 20 (Sauf pour Wiener, Médián, Wavelet non itératif)

La figure 5.1 fait apparaître les temps de calcul des différents filtres testés.

Les tests ont été implémentés avec Matlab R2008, et exécutés sur un PC (CPU : Intel core 2 Duo, 1.66 GHz ; 2 GB/Go DDR2 SDRAM, sous Windows). L'abscisse représente la hauteur (en pixels) de l'image traitée, l'ordonnée ; le temps en secondes. Les filtres de Wiener, Médián et Ondelettes ne nécessitent qu'une seule itération, pour les autres 20 itérations sont utilisées.

<sup>9</sup> [PCM](#) : Pulse Coded Modulation

Le filtre utilisant la transformée en ondelettes est plus lent que ceux de Wiener et Médian car il nécessite le calcul des coefficients d'ondelettes des voisins de chaque pixel.

Les différents filtres de diffusion anisotropique (Perona et Yu) ont des temps de calcul très proches.

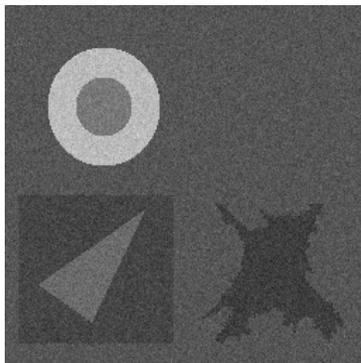
Enfin le filtre de Jinshan et celui proposé sont les plus lents. Contrairement aux autres, les coefficients de diffusion de ces filtres reposent sur l'estimation du coefficient de diffusion global. La différence entre la diffusion proposée et celle de Jinshan s'explique par la réactualisation à chaque étape de la valeur du coefficient de variation global. Notons toutefois que le temps de paramétrisation et du rehaussement de contraste ne sont pas pris en compte.

### 2. 3 Résultats sur des images de synthèse

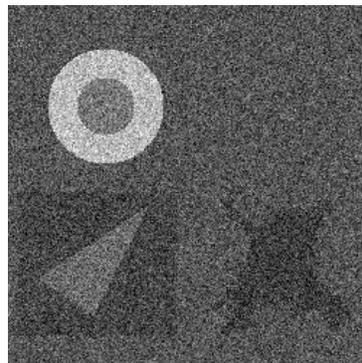
La figure 5.2 présente le résultat de la diffusion proposée. L'image simulée 1 correspond à  $\sigma = 10dB$ . Le paramètre  $\sigma$  est de 30dB pour l'image simulée 2 et de 40dB pour l'image simulée 3.



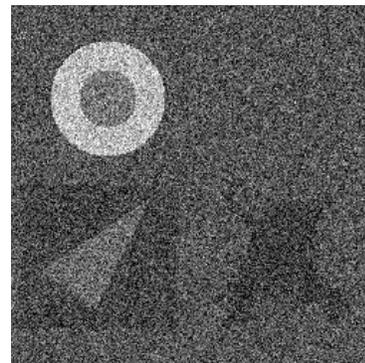
(a) image originale



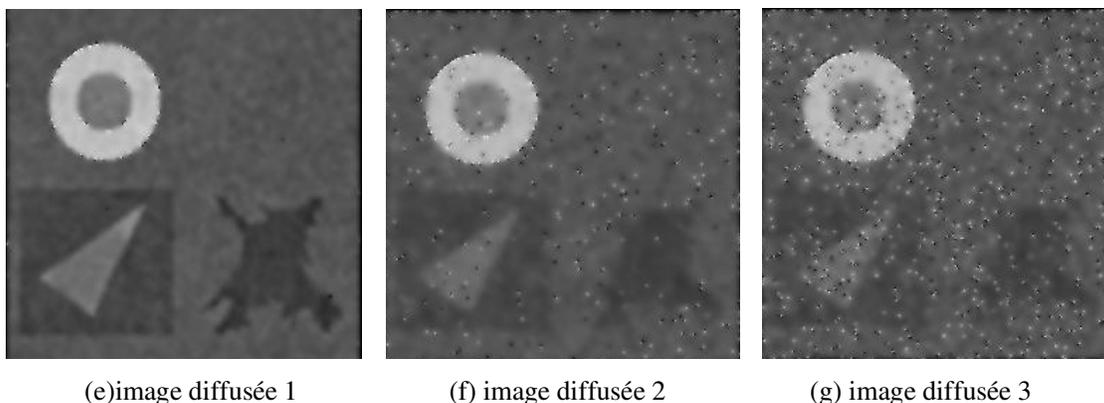
(b) image simulée1



(c) image simulée2



(d) image simulée3



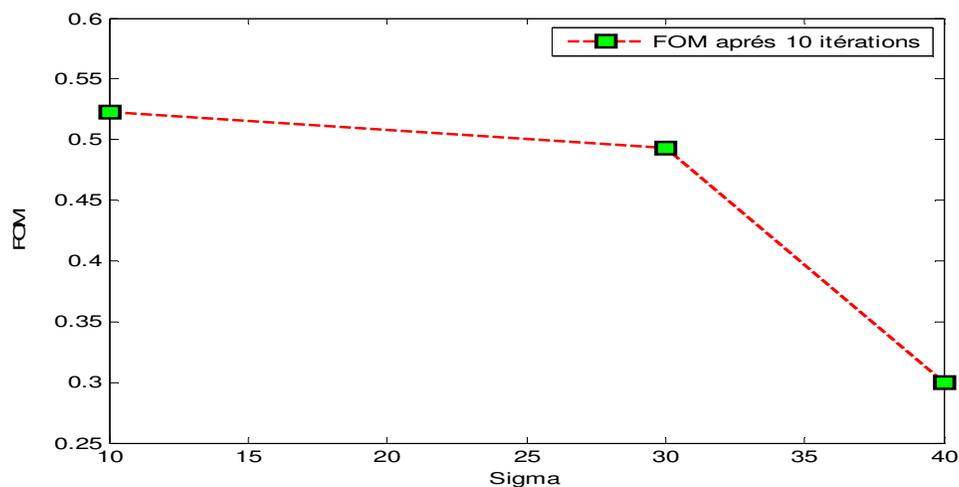
**FIG. 5. 2.** Résultats de la diffusion proposée pour une variance croissante.

Les résultats quantitatifs de la figure du mérite de Pratt(FOM) sont présentés dans la figure 5.

3. On peut faire les observations suivantes :

- Sur la première image (Fig.5. 2. e), la diffusion proposée aboutit à des résultats remarquables avec un score aux alentours de 0.64
- Ce score diminue pour la deuxième image (Fig.5. 2. f) où  $\sigma = 0.56$ , ce qui nous laisse dire que le FOM diminue linéairement avec la croissance de bruit  $\sigma$ .
- Le score du FOM sur la troisième image (Fig.5. 2. g) est proche de 0.37.

On peut constater que la diffusion est fortement altérée par la corrélation du bruit.



**FIG. 5. 3.** Figure du mérite de Pratt des résultats de la diffusion pour une variance croissante.

Les résultats quantitatifs de l'expression maximale du Rapport signal-bruit (PSNR) sont présentés dans la figure 5.4. On peut faire les observations suivantes.

- Sur la première image (Fig.5. 2. e), la diffusion proposée aboutit à d'excellents résultats avec un score de 66.15dB, ce score diminue avec la croissance de  $\sigma$ , ce qui nous permet de dire que comme pour le FOM le PSNR dépend fortement du bruit dans l'image.

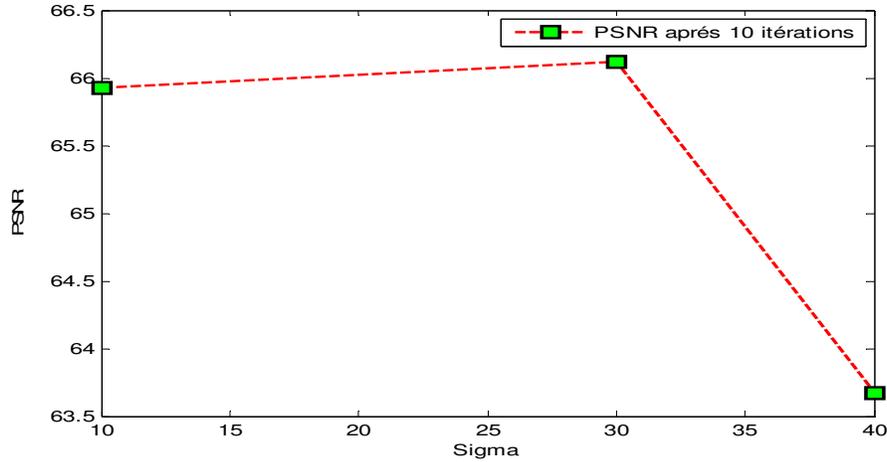


FIG. 5. 4. PSNR des résultats de la diffusion pour une variance croissante.

### 2. 3. 1 Résultats comparatifs sur une image de synthèse

La figure 5.5(a) est l'image utilisée pour la simulation

#### *Paramètres des filtres utilisés*

Pour tester les différents algorithmes, nous utilisons les paramètres décrits dans le tableau 5.1. La plupart de ces filtres nécessite une paramétrisation empirique. Nous avons fixé les paramètres suite à une recherche dans la littérature : les valeurs choisies correspondent au meilleur compromis entre lissage des régions homogènes et préservation des contours.

La figure 5.5 présente les résultats des différents filtres.

Méthode	$\Delta t$	# itérations	Paramètres spécifiques
Wiener		1	[3 3]
Médian		1	[3 3]
Perona	1	20	K=0.5
Yu	1	20	$q_0 = 1, \rho = 1/6$
Jinshan	1	20	K=0.2
Proposée	1	20	

TAB. 5. 1. Paramètres des différents filtres testés.

***Résultats sur des images de synthèses.***

Nous pouvons faire les constats suivants :

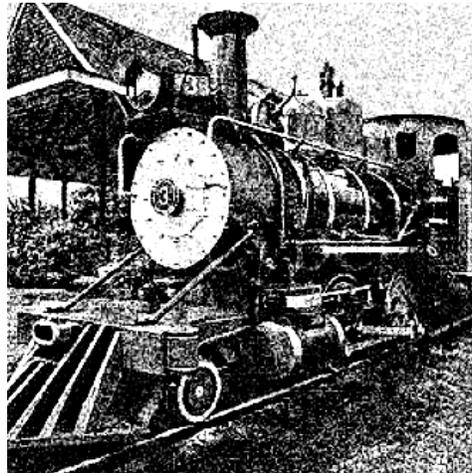
- Les filtres de Wiener et Médian et de Jinshan présentent des résultats décevants.
- Le filtre de Perona se comporte bien dans l'ensemble mais nécessitent un paramétrage très précis. Un faible écart dégrade complètement le résultat soit l'image devient floue, soit le bruit n'est pas filtré dans les zones homogènes.
- Le filtre de Yu produit un bon résultat, notamment dans les zones homogènes qui sont bien diffusées. Cependant les contours sont aussi diffusés.
- Le filtre proposé respecte les différentes structures en préservant leurs contours. Le résultat n'est pas stable; si on augmente le nombre d'itération, le floue apparait c.-à-d. que l'image est d'avantage diffusée.

***Statistiques***

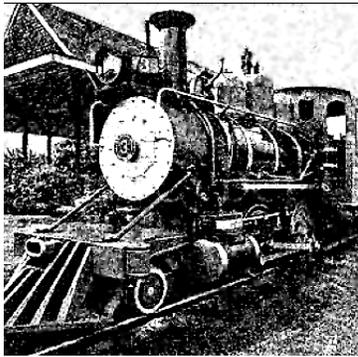
Finalelement le tableau 5.2 présente les résultats quantitatifs des filtres qui préservent mieux les contours.

<b>Méthode</b>	<b>FOM</b>	<b>PSNR</b>
<b>Wiener</b>	0.3913	62.46
<b>Médian</b>	0.34	54.62
<b>Perona et Malik</b>	0.3825	74.88
<b>Yu</b>	0.3854	46.94
<b>proposée</b>	0.4574	55.979

**TAB. 5. 2.** Statistiques des résultats de chaque filtre : Figure du mérite (FOM), Peak signal to noise ratio (PSNR)



(a) Image initiale bruitée



Filtre de Jinshan



Filtre proposée



Filtre de Perona



Filtre de Yu



Filtre de Wiener



Filtre Médian

**FIG. 5. 5.** Résultats des filtres sur l'image de synthèse.

## 2.4 Résultats comparatifs sur des images médicales

Afin de valider la diffusion proposée, nous mettons en œuvre des tests sur deux images médicales réelles (FIG. 5.6). La première est une image IRM présentant une tumeur craniale dans un stade avancé de la maladie (FIG.5.6 (a)). La deuxième montre une image échographique de la thyroïde (FIG. 5. 6(b)).

Dans cette partie, nous comparons notre méthode avec seulement les filtres de Perona et de Yu.

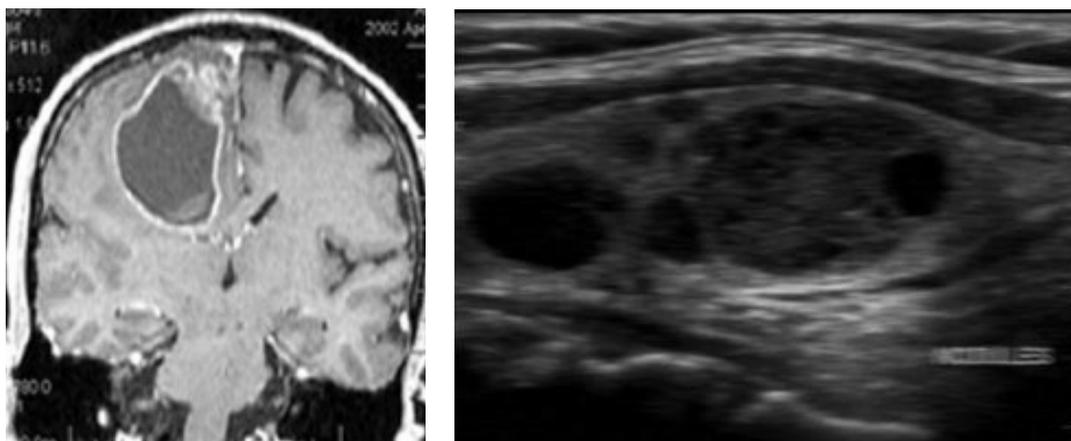
### 2.4.1 cas d'une image IRM

#### *Résultats visuels*

La figure 5.7 présente les résultats des filtres de Perona, Yu et du filtre proposé. On peut remarquer visuellement que la diffusion proposée produit l'image la plus nette, tout en préservant les contours importants de l'image initiale. Nous insistons sur cette caractéristique, car le filtre de Yu aboutit à un résultat très lisse, où des contours importants ont été diffusés ou élargis.

#### *Résultats sur les contours*

L'interprétation des données médicales nécessite de conserver l'information contenue dans l'image sans la déformer. Pour illustrer ces propriétés, la figure 5. 8 présentes les contours extraits des résultats de la figure 5.7. Ils sont obtenus à l'aide du filtre de Canny (Algorithme 3).

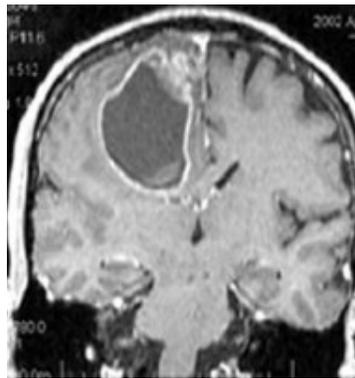


**FIG. 5. 6.** Images IRM et échographique réelles utilisées pour les tests

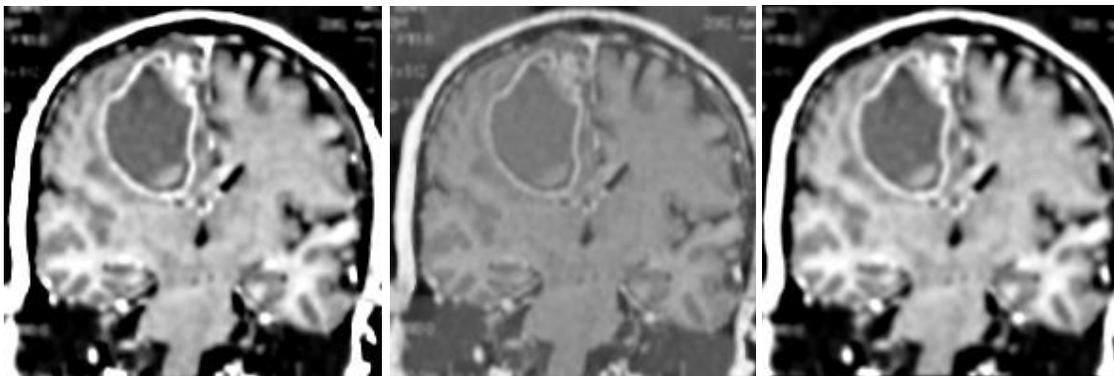
Le filtre de Perona lisse les zones homogènes mais ne préserve pas suffisamment les contours. Le filtre de Yu lisse trop l'image et déforme les éléments utilisables pour l'interprétation. Le filtre proposé lisse les zones homogènes et préserve les contours. Les contours présents sur l'image (tumeurs ou nodules pour l'image échographique) sont des indicateurs de la performance des différents filtres : seule la diffusion proposée les préserve au mieux. Le zoom sur les contours de l'image initiale permet de comparer visuellement la préservation des contours les plus importants et de juger le filtrage du bruit. Notre modèle correspond bien à nos attentes.

### *Statistiques*

Le tableau 5. 3 contient les résultats quantitatifs des filtres sur l'image IRM de la tumeur. Les valeurs du PSNR et du FOM diffèrent d'un filtre à un autre. On remarque aussi que l'impression visuelle se retrouve dans ces estimations.



(a) image originale



Filtre de Perona

Filtre de Yu

Filtre proposée

**FIG. 5. 7.** Résultats des filtres de Perona, Yu et du filtre proposée sur (a) une image de tumeurs crâniale et (b) sur une image échographique de la thyroïde.

Méthode	PSNR	FOM
Perona	67.609	0.39856
Yu	46.80	0.42
Proposée	59.714	0.42

**TAB. 5. 3.** Statistiques des résultats des filtres sur l'image tumeur.



(a) contour de l'image initiale



(b) contour du filtre de Perona (c) Contour du filtre de Yu (d) Contours du filtre proposé

**FIG. 5. 8.** Contours des résultats des filtres sur les images de la figure 5.7.

#### 2. 4. 2 Cas d'une échographique de la thyroïde

##### *Paramètres utilisés*

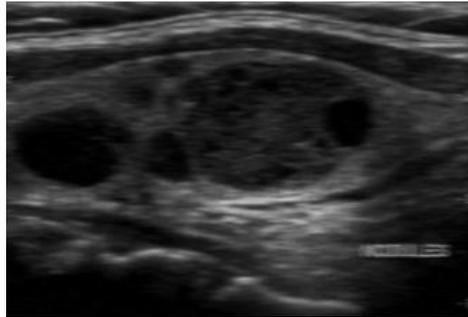
La figure 5.9 montre les résultats après 10 itérations. Les paramètres sont pris identiques que pour l'image IRM.

##### *Résultats*

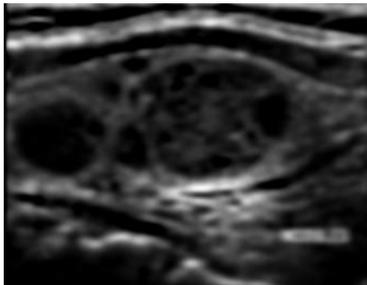
Globalement on retrouve des résultats similaires :

- le filtre de diffusion de Perona est mieux adapté aux images échographiques. On peut notamment contrôler le pas, le nombre d'itérations et la quantité de filtrage voulue. Cependant tout contour est diffusé et l'amplitude du gradient n'est pas un paramètre suffisamment robuste au speckle ;
- le filtre de Yu permet un meilleur filtrage grâce à l'utilisation du coefficient de variation qui localise mieux les contours importants. Cependant la forme de son coefficient de diffusion et l'évaluation erronée des paramètres initiaux conduisent à un lissage qui dénature les structures. Les contours s'élargissent ou disparaissent
- Notre filtre permet de préserver les structures de l'image tout en respectant la forme des nodules. Toutefois le lissage intra-région est plus important que celui de Yu, les contours sont plus apparents.

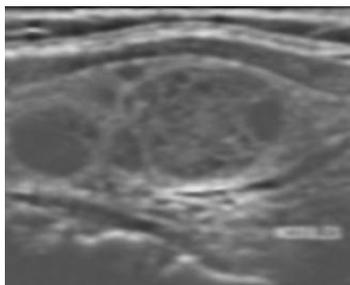
### *Visualisation*



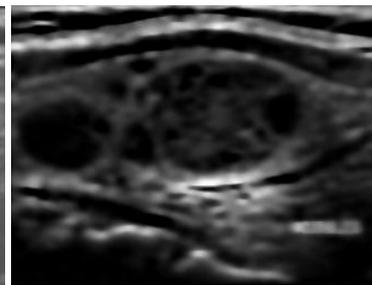
(a) image initiale



(b) Filtre de Perona



(c) Filtre de Yu



(d) Filtre proposé

**FIG. 5. 9.** Résultats des filtres de Perona, Yu et proposé sur une échographie de la thyroïde

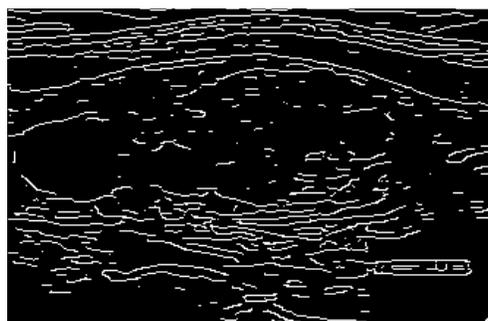
La figure 5.10 présente le résultat d'une détection de contours de type Canny. Cet élément permet de comparer le respect des structures initiales et l'efficacité du lissage.

**Résultats quantitatifs**

Le tableau 5. 4 contient les résultats quantitatifs des filtres sur l'image échographique thyroïdienne. On peut remarquer que globalement les résultats sont moyens. Le filtre de Yu est le mieux adapté pour le lissage des images échographiques.

Méthode	PSNR	FOM
Perona	65.1	0.51
Yu	47.23	0.43
Proposée	66.68	0.38

**TAB. 5. 4.** Statistiques des résultats des filtres sur l'image thyroïdienne.



(a) contours de l'image initiale



(b) contours du filtre de Perona    (c) Contours du filtre de Yu    (d) Contours du filtre proposé

**FIG. 5. 10.** Détections des contours sur les images de la figure FIG. 5. 9

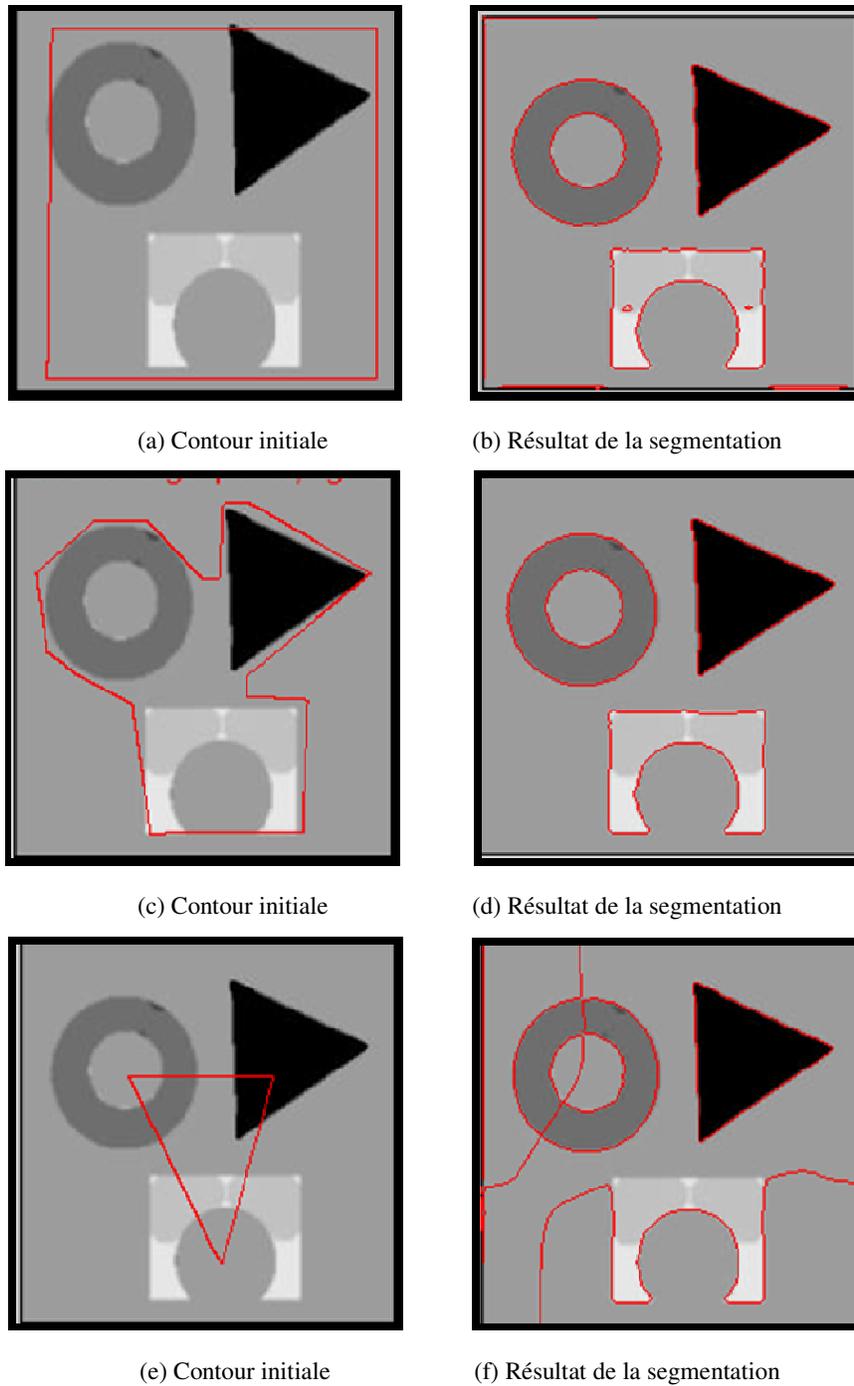
### 3 Segmentation par Level Set

L'algorithme de Level Set développé permet de segmenter les structures présentes dans des images médicales de types IRM et échographique.

Le principe reste celui d'un Level set classique, pour cela, nous l'initialisons par une forme géométrique quelconque que nous positionnons sur, à l'intérieur ou à l'extérieur d'une structure, et partant de ce contour, la courbe de niveau ainsi créée va se déformer en fonction de forces proportionnelles aux gradients présents dans le voisinage de cette bande, pour enfin se rapprocher au mieux de la structure voulue. Un aspect notable des Level set, est leurs capacités à se scinder autorisant ainsi un changement topologique, créant ainsi plusieurs ensembles. Toutefois, cette propriété s'avère un avantage dans les cas qui nous intéressent. En effet, notre image comporte trois structures géométriques. Il paraît évident que l'initialisation du Level set; se fera par cube ou autre forme géométrique à l'extérieur des structures.

#### 3.1 Influence de l'initialisation sur la segmentation

Nous avons lancé le Level set, en l'initialisant successivement par trois formes géométriques différentes, deux à l'extérieur, l'une d'elle représente un rectangle et une autre quelconque proche des structures à détecter, la troisième est un triangle représenté à l'intérieur des objets recherchés. La figure 5. 11 montre les résultats de la segmentation ainsi obtenus à l'aide de la méthode proposée pour les trois méthodes d'initialisations. La deuxième initialisation est nettement meilleure et prend beaucoup moins de temps que les deux autres (20 itérations, 12.2149sec contre 41.4807sec pour la première méthode d'initialisation et 119.4500 sec pour la troisième méthode d'initialisation); le Level set est scindé en 3. Les formes géométriques obtenues ressemblent néanmoins aux structures, les proportions et les positionnements des contours sont respectés.



**FIG. 5. 11.** Résultats de la segmentation par Level set en utilisant trois méthodes d'initialisations différentes

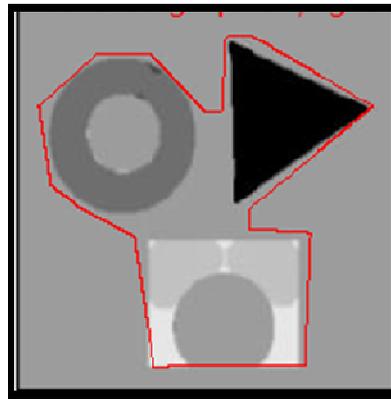
### 3. 2 Influence du paramètre $\sigma$ sur la segmentation

Dans cette section nous avons utilisé les valeurs suivantes du paramètre  $\sigma$ : 3,6,10. Les résultats correspondants sont respectivement désignés

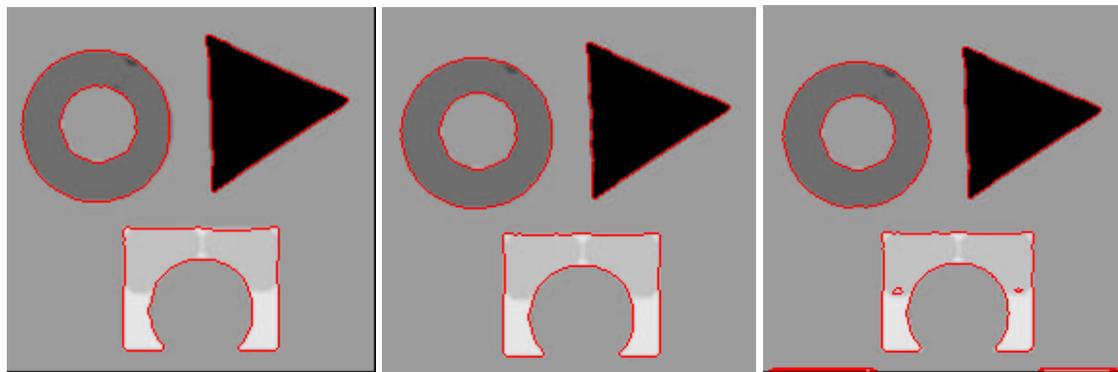
par Hybrid\_Méthod $_{\sigma=3}$ , Hybrid\_Méthod $_{\sigma=6}$ , Hybrid\_Méthod $_{\sigma=10}$  La figure 5. 12 présente les résultats de notre algorithme.

Les constats suivants ont été faits :

- L'énergie proposée permet une détection très précise. C'est particulièrement visible pour les valeurs de  $\sigma$  proposées.
- La segmentation est plus rapide pour des valeurs de  $\sigma$  grandes.
- Le paramètre  $\sigma$  influence la rigidité du contour actif sans pour autant dégrader trop significativement le résultat.



Contour initiale



(a)  $\sigma = 10$ , 20 itérations  
temps=12.2149sec

(b)  $\sigma = 6$ , 80 itérations  
temps=26.4890sec

(c)  $\sigma = 3$ , 250 itérations  
temps=41.4807sec

**FIG. 5. 12.** Résultats de la segmentation sur une image de synthèse pour trois valeurs de  $\sigma$

### 3.3 Validation de la méthode proposée sur des images médicales

Nous comparons dans cette section, les résultats de la méthode proposée avec la méthode de C. Li sur deux types d'images ; IRM et échographiques, avec les paramètres suivants :  $\gamma = 2$ , un pas  $\Delta t = 0.02$ ,  $\mu = 1$ ,  $\nu = 0.001 \times 255 \times 255$  et  $\sigma \in [3, 10]$ .

La méthode de C. Li [60] a été utilisée pour montrer l'importance de la partie contour basée sur le détecteur de Canny rajouté à ce modèle afin d'obtenir une segmentation hybride. Les performances de la méthode proposée et du modèle de C. Li ont été comparés sur différents types d'images ; IRM et échographiques.

Les résultats de la segmentation sont donnés sur les figures (Fig. 5. 13, 5. 14, 5. 15, 5. 16). Afin de montrer l'efficacité de notre méthode face à la méthode de C. Li, plusieurs expérimentations comparant les temps de calcul des deux modèles sont effectués. De meilleurs résultats pour toutes les images testées ont été obtenus par la méthode proposée.

Les images des figures Fig. 5.13 à Fig. 5.16 montrent les résultats de la segmentation des deux modèles en utilisant les mêmes images et les mêmes contours initiaux.

Les temps CPU pour ces images sont énumérés dans le tableau Tab. 5. 5. Ils ont été enregistrés à partir de nos expériences, exécutées sur SONY VAIO PC avec un processeur Intel Core 2 Duo, 1.66 GHz, 2 GB/Go, DDR2 SDRAM de mémoire, avec Matlab 7.7.

**TAB. 5. 5** – Temps CPU (en secondes) pour la méthode proposée et du modèle de C. Li pour les images des figures Fig. 5.13 à Fig. 5.16 respectivement

	<b>Image 1</b>	<b>Image 2</b>	<b>Image 3</b>	<b>Image 4</b>
<i>Taille de l'image (pixels)</i>	334x272	293x401	223x340	265x372
<b>Méthode proposée</b>	448.16	206.31	110.73	53.4459
<b>Modèle de C. Li [60]</b>	929.63	607.72	176.16	153.3646

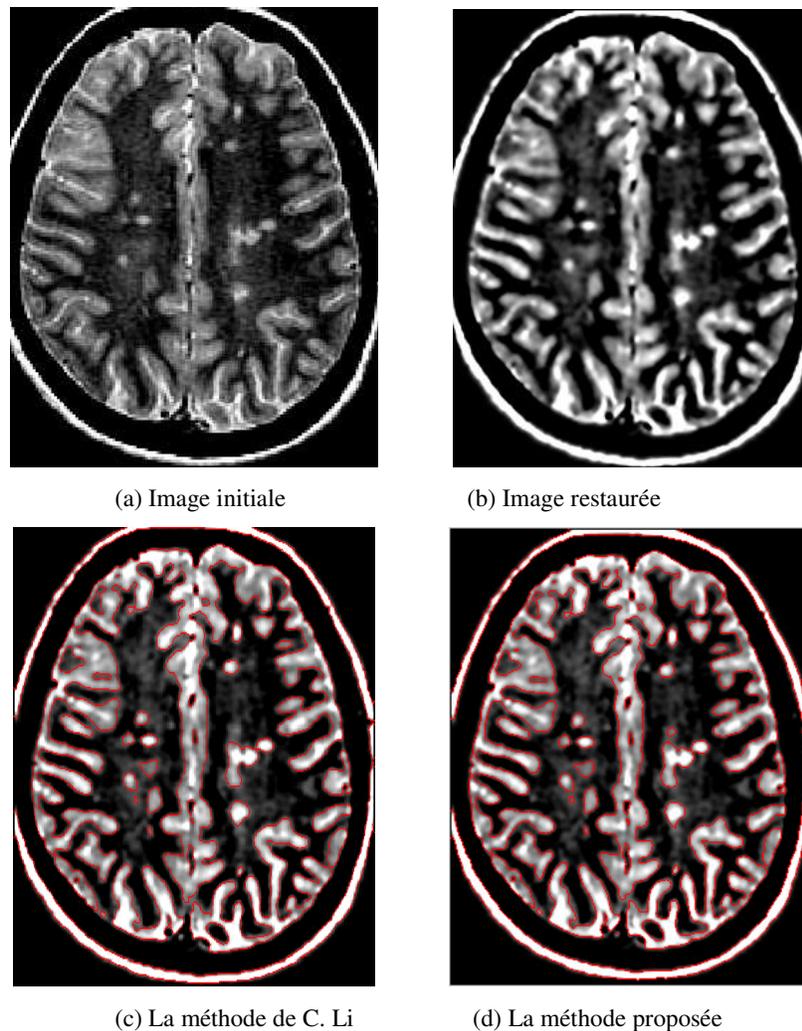
Les expériences ont prouvé que notre modèle est d'environ 2 à 5 fois plus rapide que le modèle de C. Li. Cela démontre l'avantage non négligeable de notre modèle en termes d'efficacité de calcul.

### 2. 3. 1 Validation sur des images IRM

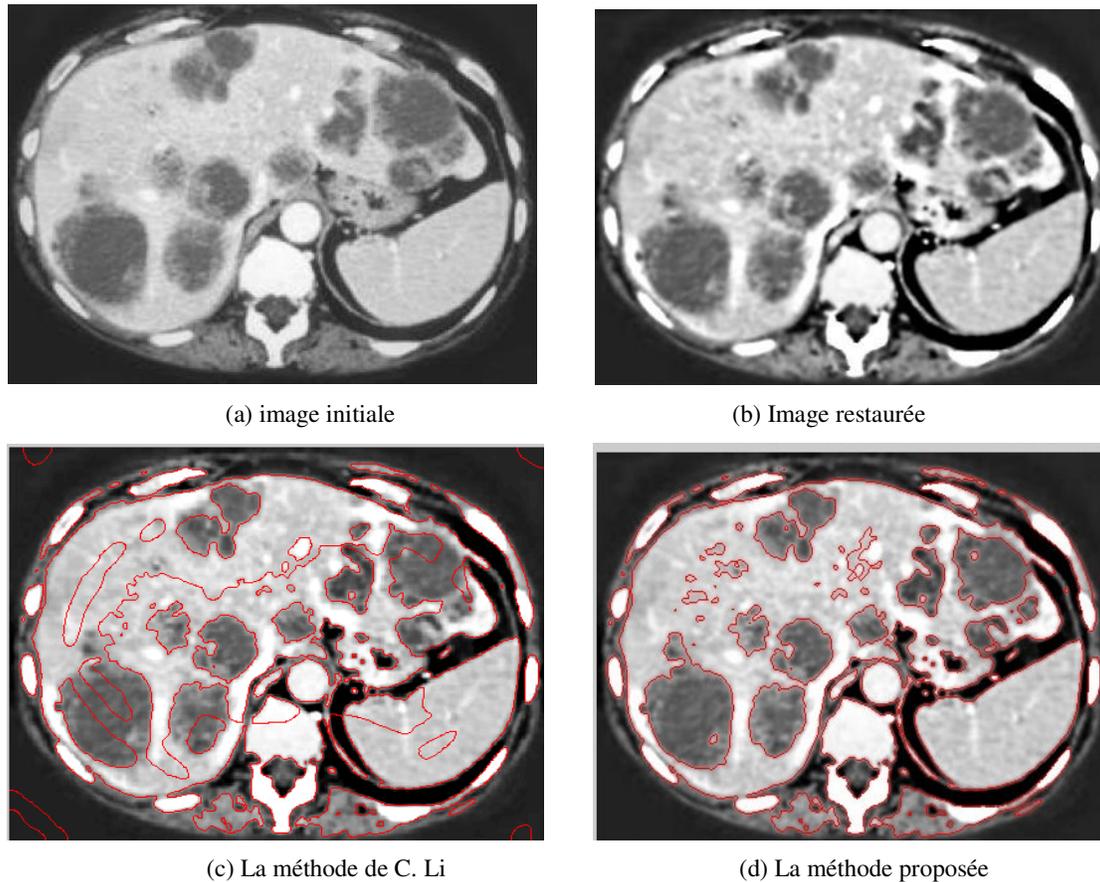
Les images des figures Fig. 5. 13 et Fig. 5. 14, illustrent la qualité de la segmentation sur des images IRM.

#### *Cas d'une Sep (Sclérose en plaques)*

L'image de la figure 5. 13 illustre une IRM d'une SEP. Celle-ci révèle l'existence de lésions représentées par des trous blancs. Les résultats de la segmentation montrent l'efficacité des deux méthodes; les différentes régions de l'image sont nettement bien segmentées.



**FIG. 5. 13.** Comparaison des résultats de la segmentation obtenu par la méthode de C. Li [60] et la méthode proposée sur une Sep

*Cas d'une IRM de l'abdomen*

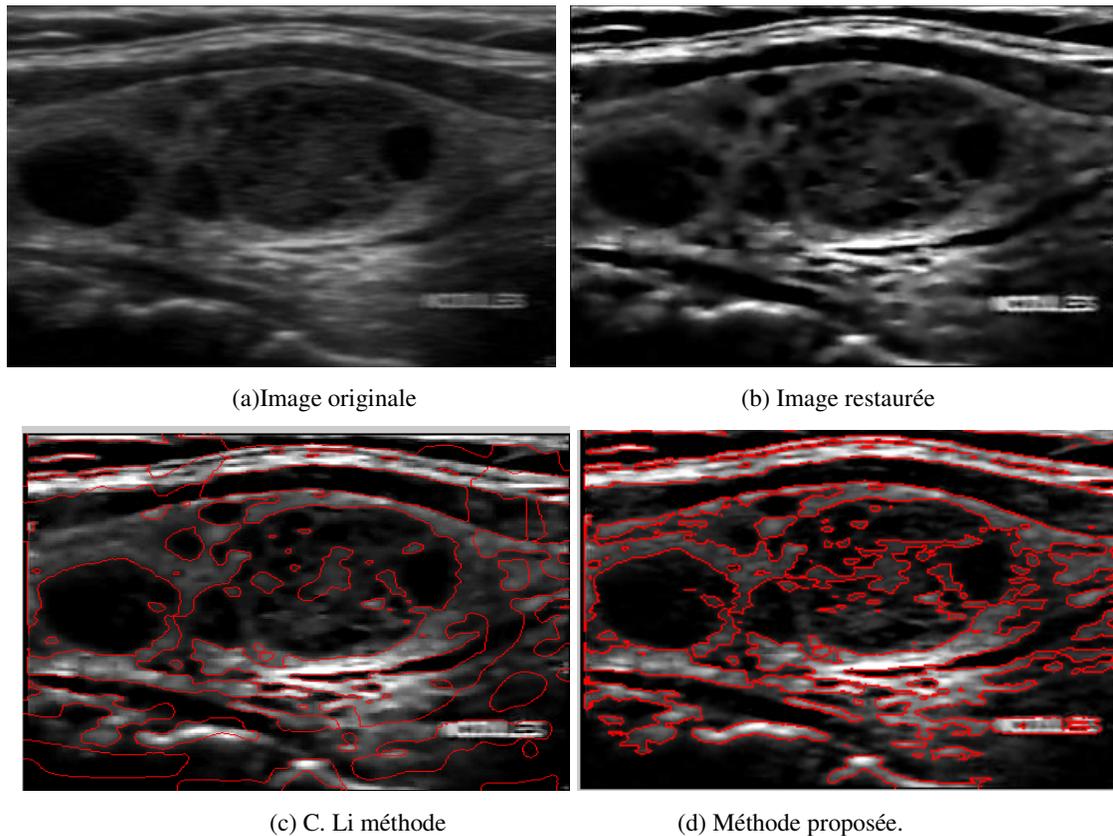
**FIG. 5. 14.** Comparaison des résultats de la segmentation obtenu par la méthode de C. Li [60] et la méthode proposée sur une IRM du foie

La figure 5. 14 est une IRM de l'abdomen qui révèle l'existence de tâches noires sur le foie ; le côté droit de l'image de la figure 5.14 (a). Les résultats de la segmentation montrent que notre méthode est supérieure en termes de vitesse et de précision. Les tâches sur le foie sont bien détectées par les deux méthodes, sauf qu'il y'a apparition de faux contours sur la figure 5.16 (c).

### 3. 3. 2 Validation sur des images échographiques

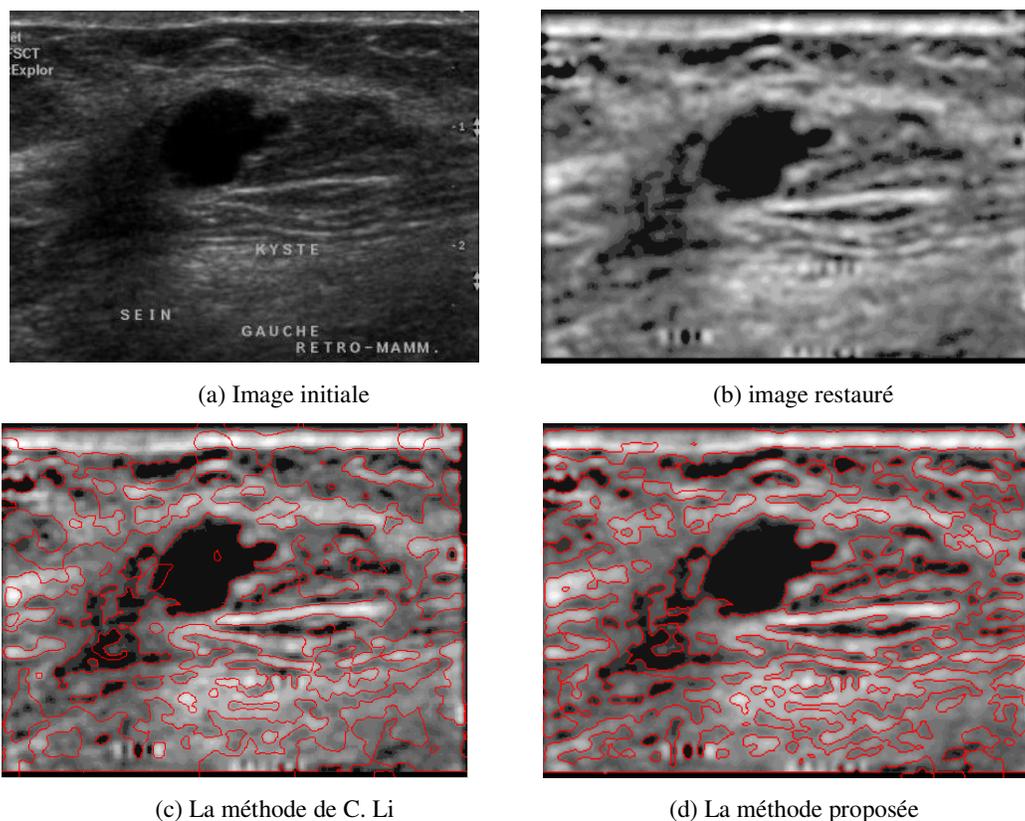
Les images des figures Fig. 5. 15 et Fig. 5. 16, illustrent la qualité de la segmentation sur des images échographique.

#### *Cas d'une thyroïde*



**FIG. 5. 15.** Comparaison des résultats de la segmentation obtenue par la méthode de C. Li [60] et la méthode proposée sur une échographie de la thyroïde

L'image de la figure 5. 15 est une échographie de la thyroïde qui a révélé l'existence de nodules dans le lobe droit de la thyroïde. Les résultats de la segmentation montrent que notre méthode est supérieure en terme de précision cela est évident sur l'image de la figure Fig. 5.15 où les constituants de la thyroïde sont mieux détectés par la méthode proposée que par celle de C. Li.

*Cas d'une échographie du sein gauche*

**FIG. 5. 16.** Comparaison des résultats de la segmentation obtenu par la méthode de C. Li et la méthode proposée sur une échographie d'un sein gauche

La figure 5.16(a) est une échographie du sein gauche, la tache noire révèle l'existence d'un kyste mammaire simple. Les résultats de la segmentation montrent l'efficacité de notre méthode à détecter le kyste représenté sur l'échographie.

### 3.4 Comparaison de la méthode proposée avec la méthode d'O. Chilali [57]

Nous comparons dans cette section, les résultats de la méthode proposée avec la méthode de O. Chilali sur deux types d'images ; IRM et échographiques, avec les paramètres suivants :  $\gamma = 2$ , un pas  $\Delta t = 0.02$ ,  $\mu = 1$ ,  $\nu = 0.001 \times 255 \times 255$  et  $\sigma \in [1.5, 10]$ .

La méthode de O. Chilali [57] a été utilisée afin de comparer l'efficacité du modèle proposé face à un autre modèle du même type.

Les performances de la méthode proposée et du modèle de O. Chilali ont été comparées sur différents types d'images ; IRM et échographiques.

Les résultats de la segmentation sont donnés par les images des figures Fig. 5. 17 à Fig. 5. 20. Afin de montrer l'efficacité de notre méthode face à la méthode d'O. Chilali, plusieurs expérimentations comparant les temps de calcul des deux modèles sont effectuées. De meilleurs résultats pour toutes les images testées ont été obtenus par la méthode proposée.

Les images des figures Fig. 5. 17 à Fig. 5. 20 montrent les résultats de la segmentation des deux modèles en utilisant les mêmes images et les mêmes contours initiaux.

Les temps CPU pour ces images sont énumérés dans le tableau Tab. 5. 6. Elles ont été enregistrées à partir de nos expériences, exécutées avec les mêmes conditions utilisées dans les expériences précédentes.

**TAB. 5. 6** – Temps CPU (en secondes) pour la méthode proposée et du modèle d'O. Chilali pour les figures 5. 17 à 5. 20 respectivement

	<b>Image 1</b>	<b>Image 2</b>	<b>Image 3</b>	<b>Image 4</b>
<i>Taille de l'image (pixels)</i>	334x272	293x401	223x340	265x372
<b>Méthode proposée</b>	448.16	206.31	110.73	53.4459
<b>Modèle d'O. Chilali [60]</b>	524.24	266.67	181.12	124.6

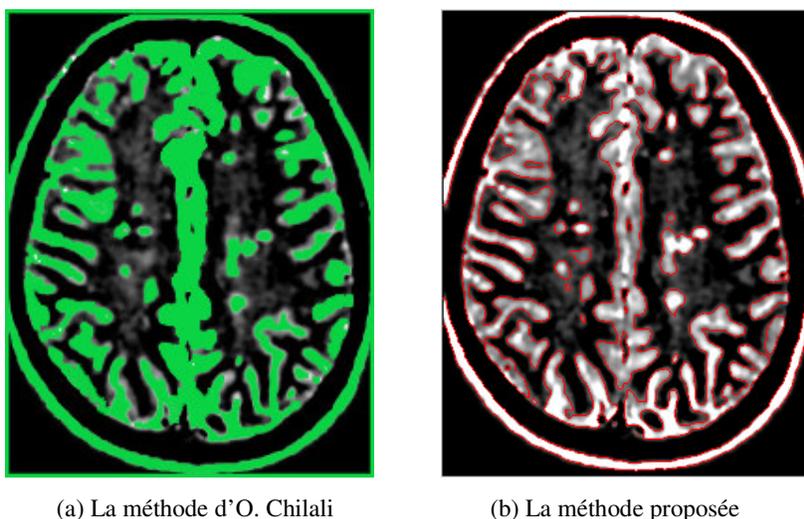
Les expériences ont prouvé que notre modèle est d'environ 2 fois plus rapide que le modèle d'O. Chilali. Cela démontre l'avantage non négligeable de notre modèle en termes d'efficacité de calcul.

#### 2. 4. 1 Comparaison avec des images IRM

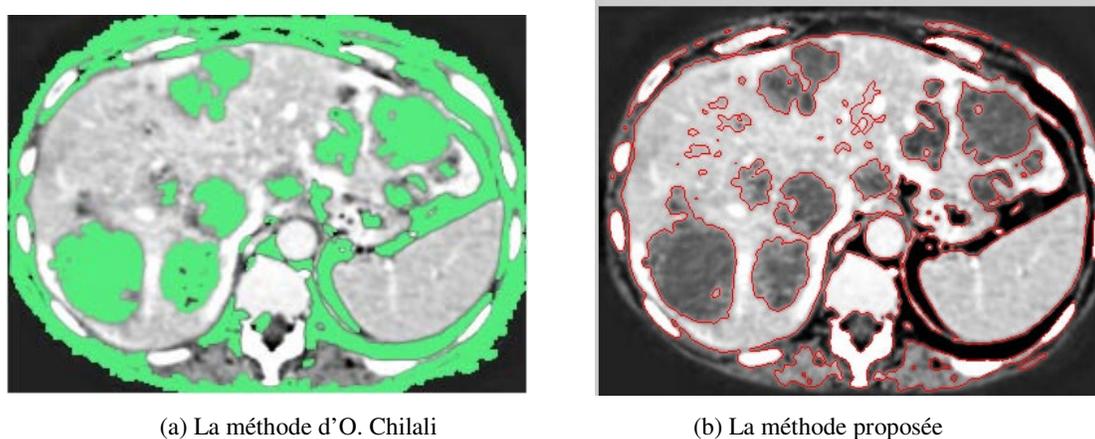
Les images des figures Fig. 5. 17 et Fig. 5. 18, illustrent la qualité de la segmentation sur des images IRM.

*Cas d'une Sep*

L'image de la figure Fig. 5. 17 illustre une IRM de la SEP. Celle-ci révèle l'existence de lésions représentées par des trous blancs. Les résultats de la segmentation montrent l'efficacité des deux méthodes ; les différentes régions de l'image sont nettement bien segmentées.



**FIG. 5. 17.** Comparaison des résultats de la segmentation obtenue par la méthode d'O. Chilali et la méthode proposée sur une IRM de la SEP

*Cas de l'IRM du foie*

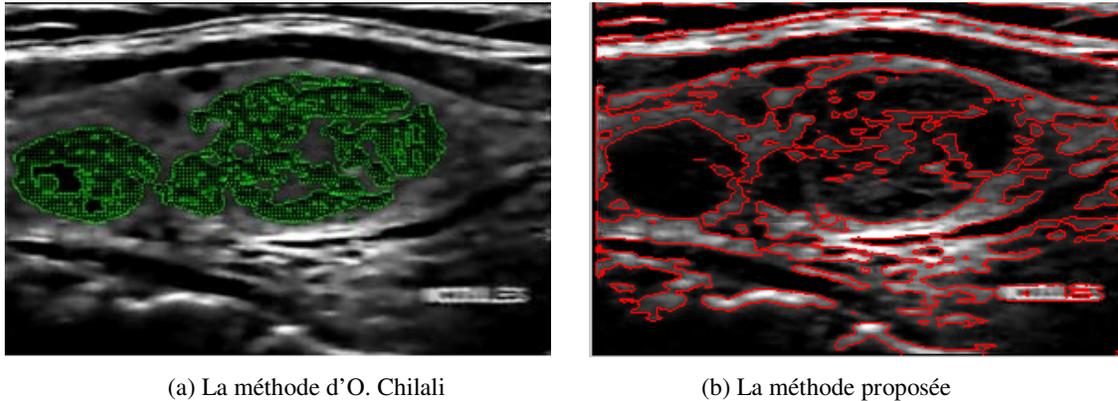
**FIG. 5. 18.** Comparaison des résultats de la segmentation obtenue par la méthode d'O. Chilali et la méthode proposée sur une IRM du foie

L'image de la figure Fig. 5. 18 est une IRM de l'abdomen qui révèle l'existence de tâches noires sur le foie sur le coté droit de l'image de la figure Fig. 5.14 (a). Les résultats de la

segmentation montrent que les deux méthodes sont supérieures en terme de précision, les tâches sur le foie sont bien détectées par les deux approches.

### 3. 4. 2 Comparaison sur des images échographiques

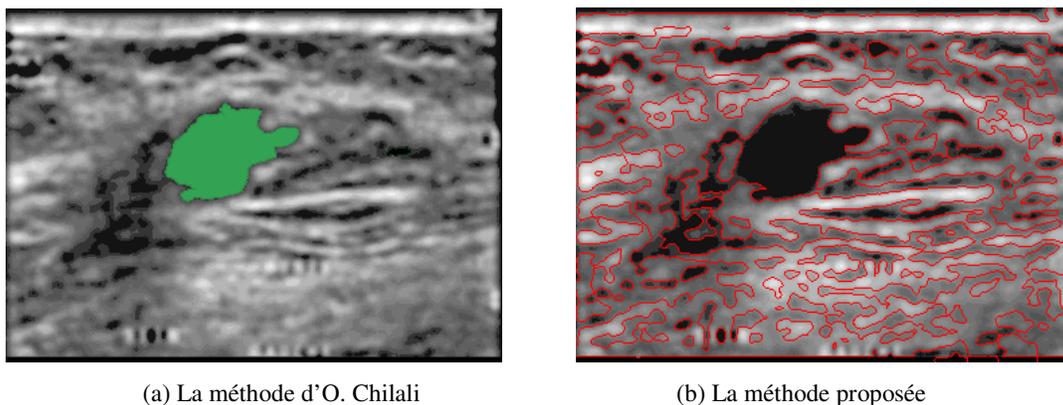
#### *Cas de la thyroïde*



**FIG. 5. 19.** Comparaison des résultats de la segmentation obtenue par la méthode proposée et la méthode d'O. Chilali sur une échographie de la thyroïde

L'image de la figure Fig. 5. 19 est une échographie de la thyroïde qui a révélé l'existence de nodules dans le lobe droit de la thyroïde. Les résultats de la segmentation montrent que les deux méthodes sont équivalentes en terme de précision cela est évident sur l'image de la figure Fig. 5.19 où les constituants de la thyroïde sont bien détectés.

#### *Cas du kyste mammaire*



**FIG. 5. 20.** Comparaison des résultats de la segmentation obtenue par la méthode de C. Li et la méthode proposée sur une échographie du sein kyste simple

La figure 5.20(a) est une échographie du sein gauche. La tâche noire révèle l'existence d'un kyste mammaire simple. Les résultats de la segmentation montrent l'efficacité des deux méthodes à détecter le kyste représenté sur l'échographie, avec une seule différence est que le modèle d'O. Chilali ne détecte que le kyste et la méthode proposée détecte le kyste avec les tissus environnants.

## Conclusion

Dans cette section nous avons présenté un nouveau modèle de diffusion anisotropique. Grâce à l'estimation automatique du paramètre de diffusion, ce filtre est conçu pour mieux réduire tous types de bruits présents sur les images médicales. Ce paramètre est réévalué à chaque itération pour un contrôle plus précis de la diffusion.

Le modèle proposée se démarque des techniques classiques par une préservation plus précise des structures de l'image et un meilleur filtrage. Des résultats sur des images de synthèse, médicales ont été présentés et comparés avec de nombreux filtres de la littérature dont nous citons deux.

La nature et les résultats intéressants de la diffusion proposé rendent possible son intégration dans un processus de segmentation par Level set d'images affectées par du bruit pour lequel nous proposons un nouveau modèle basé essentiellement sur le modèle de C. Li [60]. A ce modèle, nous avons ajouté l'information contour apportée par le modèle géodésique, et nous avons remplacé le gradient par un gradient calculé à partir du détecteur de Canny. Les résultats de notre application sont satisfaisants et encourageants. Le temps de calcul est réduit en comparaison avec celui obtenu en utilisant le modèle C. Li. Ceci est dû à l'apport de ses deux informations région et contour qui guident rapidement le modèle à se déplacer vers les contours de l'objet à détecter.

# Conclusion.

Ce travail a pour origine le besoin de concevoir des traitements permettant de faciliter le diagnostic dans l'examen médical. L'analyse des données sur des images médicales a permis de mettre en relief plusieurs caractéristiques importantes. Il en est apparu très clairement que le filtrage du bruit est un préalable incontournable. Les objectifs de la thèse ont alors été formulés comme suit : Il faut premièrement concevoir une méthode robuste de filtrage ; et deuxièmement, intégrer cette technique dans une approche de segmentation.

Les travaux effectués sur le filtrage du bruit ont abouti à la conception d'une méthode de diffusion robuste. Elle se fonde sur un nouveau coefficient de diffusion qui exploite la norme du gradient des huit voisins connexe du pixel central dans l'image et la fonction de Perona et Malik. Un estimateur robuste de ce dernier a été développé. Nous avons montré que celui-ci remplace avantageusement l'estimateur de Perona et Malik.

De nombreuses expérimentations ont été effectuées. Les résultats ont été comparés avec deux autres filtres de même nature. Des critères qualitatifs et quantitatifs ont été utilisés pour mesurer les performances. Ceux –ci ont montrée que la diffusion proposée apporte une meilleure précision dans le lissage des zones homogènes et la préservation des structures de l'image.

Par ailleurs, nos travaux sur la segmentation des images médicales ont conduit au développement d'une méthode hybride robuste au bruit. Nous avons proposé une nouvelle énergie qui exploite le gradient de l'image, nommée carte de contours, calculée à partir du détecteur de Canny.

Les diverses expérimentations mises en œuvre ont permis de voir les performances de la méthode par rapport à la méthode C. Li [60] et de O. Chilali [57]. La comparaison des résultats avec la méthode de C. Li et O. Chilali montrent la supériorité de notre méthode. En

outre, notre méthode possède deux caractéristiques intéressantes : la vitesse à détecter les contours de l'image, et son applicabilité à la segmentation sur tout types d'images. La dernière propriété a été illustrée par la segmentation d'images IRM et échographiques.

Malgré leur originalité et leurs avantages, les méthodes et techniques que nous avons développées présentent quelques limitations.

- Le filtre anisotropique proposée est sensible à la réponse impulsionnelle (bruit poivre et sel);
- Le filtre proposée est sensible aux bruit sur les images échographiques;
- La méthode par Level set proposée est sensible à la présence de texture présente dans la scène;
- Elle est sensible à la position du contour initiale ;
- Les deux algorithmes ont une complexité relativement élevée.

# Références Bibliographiques

- [1] J.S. Lee. Digital image enhancement and noise filtering by use of local statistics. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2:165–168, 1980.
- [2] D.T. Kuan, A.A. Sawchuk, T.C. Strand, and P.Chavel. Adaptive noise smoothing filter for images with signal dependant noise. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 7 :165–177, 1985.
- [3] V.S. Frost, J.A. Stiles, K.S. Shanmugan, and J.C. Holtzman. A model for radar images and its application to adaptive digital filtering of multiplicative noise. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 4 :157–166, 1982.
- [4] A. Lopès, R. Touzi, and E. Nezry. Adaptive speckle filters and scene heterogeneity. *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, 28 :992–1000, 1990.
- [5] R. Wallis. An approach to the space variant restoration and enhancement of images. *Proc. Symp. on Current Mathematical Problems in Image Science*, 1976.
- [6] D. Donoho, I. Johnstone. 6 Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage. *Biometrika*, vol. 81 p. 425- 455, décembre, 1994.
- [7] E. Zong, A. F. Laine, and E. A. Geiser. Speckle reduction and contrast enhancement of echocardiograms via multiscale nonlinear processing. *IEEE trans. On Medical Imaging*, 17: 532- 540, 1998.
- [8] A. Achin, A. Bezerianos, and P. Tsakalides. Novel Bayesian multiscale method for speckle removal in medical ultrasound images. *Medical Imaging, IEEE Transaction on*, 20: 772- 783, 2001.
- [9] Pizurica. – Image denoising using wavelets and spatial context modelling. – *Phd. Thesis, Universite Gent*, 2002.

- [10] J. Portilla, V. Strela, M. J. Wainwright. Image denoising using scale mixtures of Gaussians in the wavelet domain. *IP*, p. 1338-1351, 2003.
- [11] C. Kervrann. Local adaptivity to variable smoothness for exemplar-based image denoising and representation. *Rapport de Recherche INRIA*, RR- 5624, oct. 2005.
- [12] A. Buades, B. Coll, J.-M. Morel.- Image denoising by local averaging. *Proc. Comp. Vis. Pratt. Recogn*, 2005.
- [13] K. Krissian. Traitement multi-échelle : Applications à l'imagerie médicale et à la détection tridimensionnelle de vaisseaux. *PhD Thesis, Université de Nice Sophia-Antipolis*, 2000.
- [14] M. Sermesant, C. Forest, X. Pennec, H. Delingette, and N. Ayache. Deformable biomechanical models: Application to 4d cardiac image analysis. *Medical Image Analysis*, 7 :475-488, 2003.
- [15] E. Ardizzone, R. Pirrone, R. Gallea and O. Gambino. -Noise Filtering Using Edge-Driven Adaptive Anisotropic Diffusion. *21st IEEE International Symposium on Computer-Based Medical Systems*, n°8. P. 1063-7125, 2008.
- [16] Karl Krissian, Carl-Fredrik Westin and Kirby Vosburgh, Oriented Speckle Reducing Anisotropic Diffusion. *IEEE Transactions on Image Processing*, may 2007.
- [17] J. J. Koenderink. The structures of images. *Biol. Cybern.*, vol. 50p. 363-370, 1984
- [18] P. Perona, J. Malik. Scale-Space and edge detection using anisotropic diffusion. *Rapport de recherche, Electrical Engineering and Computer Science department*, 1988.
- [19] P. L. Lions, L. Alvarez, J. M. Morel. Image selective smoothing and edge detection by non-linear diffusion. *SIAM J, Numer Anal*, vol. 29(3) p. 845-866, 1992 ;
- [20] Y. Yu, S. Acton. Speckle reducing anisotropic diffusion. *IEEE transactions on image processing*, vol. 11, n° 11, novembre 2002.
- [21] J. Tang, Q. Sun, J. Liu, and Y. Cao, An anisotropic diffusion filter for noise reduction in MR Images, *Proceedings of the 2007 IEEE. International Conference on Mechatronics and Automation*. August. 5- 8, 2007.

- [22] E. Ardizzone, R. Pirrone, R. Gallea, and O. Gambino, Noise Filtering Using Edge-Driven Adaptive Anisotropic Diffusion, *21st IEEE International Symposium on Computer- Based Medical Systems*, 2008.
- [23] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos, Snakes, active contour model, *International Journal of Computer Vision*, pp. 321–331, 1988.
- [24] D. Young, Active contour models (snakes). <http://www.cogs.susx.ac.uk/users/davidy/teachvision/vision7.html>, March 1995.
- [25] S. Osher and J. Sethian, Fronts propagating with curvature dependent speed: Algorithms based on hamilton-jacobi formulations, *Journal of Computational Physics*, pp. 12–49, 1988.
- [26] J. Sethian, Tracking interfaces with level sets, *American Scientist*, vol. 85, no. 3, 1997.
- [27] J. Sethian, Level Set Methods. *Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics*, Cambridge University Press, 1st ed., 1996.
- [28] T. Chan and L. Vese, Active contours without edges, Tech. Rep. 9853, *Computational Applied Math Group*, UCLA, 1998.
- [29] T. Chan and L. Vese, Active contours without edges, *IEEE Transactions on Image Processing*, no. 2, pp. 266–277, 2001.
- [30] L. Evans and R. Gariepy, *Measure Theory and Fine Properties of Functions*. Boca Raton, Florida: CRC Press, 1992.
- [31] H. Zhao, T. Chan, B. Merriman, and S. Osher, A variational level set approach to multiphase motion, *Journal of Computational Physics*, vol. 127, pp. 179–195, 1996.
- [32] J. Sethian, Level Set Methods and Fast Marching Methods. *Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics*, Cambridge University Press, 2nd ed., 1999.
- [33] V. Caselles, F. Catte, T. Coll, and F. Dibos, A geometric model for active contours, *Numerische Mathematik*, p. 19, 1993.

- [34] R. Malladi, J. Sethian, and C. Vemuri, Shape modeling with front propagation: a level set approach, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, no. 2, pp. 158–175, 1995.
- [35] R. Malladi and J. Sethian, Image processing via level set curvature flow, in *Proc. Of National Academy of Science*, pp. 7046–7050, 1995.
- [36] F. Cohen and D. Cooper, Maximum likelihood unsupervised textured image segmentation, *Computer Vision, Graphics, and Image Process*, vol. 54, pp. 239–251, May 1992.
- [37] V. Caselles, R. Kimmel, and G. Sapiro, Geodesic active contours, *International Journal of Computer Vision*, no. 1, pp. 61–79, 1997.
- [38] V. Caselles, R. Kimmel, and G. Sapiro, Geodesic active contours, in *Proc. of IEEE International Conference on Computer Vision*, pp. 694, 1995.
- [39] S. Kichenassamy, A. Kumar, P. Olver, A. Tannenbaum, and A. Yezzi, Gradient flows and geometric active contour models, in *Proc. of IEEE International Conference on Computer Vision*, pp. 810–815, 1995.
- [40] A. Yezzi, S. Kichenassamy, and A. Kumar, A geometric snake model for segmentation of medical imagery, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, no. 2, pp. 199–209, 1997.
- [41] G. Sapiro, Color snakes, *Computer Vision and Image Understanding*, no. 2, pp. 247–253, 1997.
- [42] G. Sapiro, Color snakes, Tech. Rep. 113, *Hewlett-Packard Labs*, 1995.
- [43] D. Mumford and J. Shah, Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problems, *Communication Pure and Applied Mathematics*, p. 577, 1989.

- [44] D. Mumford and J. Shah, Boundary detection by minimizing functionals, in *Proc. Of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1985.
- [45] B. Lee, B. Hamza, and H. Krim, an active contour model for image segmentation: a variational perspective,” in *Proc. of IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, 2002.
- [46] L. Vese, Geometric Level Set Methods in Imaging, Vision, and Graphics, ch. Multiphase Object Detection and Image Segmentation, pp. 175–194. New York: Springer-Verlog,2003.
- [47] L. Vese, Multiphase object detection and image segmentation, Tech. Rep. 0236, *Computational Applied Math Group*, UCLA, 2002.
- [48] A. Tsai, A. Yezzi, and A. Willsky, Curve evolution implementation of the mumford-shah functional for image segmentation, denoising, interpolation, and magnification, *IEEE Transactions on Image Processing*, no. 8, pp. 1169–1186, 2001.
- [49] A. Tsai, A. Yezzi, and W. Wells, A curve evolution approach to smoothing and segmentation using the mumford-shah functional, in *Proc of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2000.
- [50] T. Chan and L. Vese, Image segmentation using level sets and the piecewise-constant mumford-shah model, *Tech. Rep. 0014, Computational Applied Math Group, UCLA*, 2000.
- [51] Seongjai Kim and Hyeona Lim, A hybrid level set segmentation for medical imagery, *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, 2005.
- [52] T. Chan and L. Vese, A level set algorithm for minimizing the Mumford-Shah functional in image processing, in *IEEE/ Comput. Soc. Proc. Of the First IEEE Workshop on variational and level set methods in computer vision*, pp. 161- 168, 2001.
- [53] S. Kim, A hybrid level set approach for efficient and reliable image segmentation, *IEEE ISSPIT*, 2005.

- [54] H. -K. Zhao, T. Chan, B. Merriman, and S. Osher, A variational level set approach to multiphase motion, *J. Comput. Phys.*, vol. 127, pp. 179-195.
- [55] Kh. Issa and H. Nagahashi, Noisy Image Segmentation based on a level set evolution, *MVA 2007 IAPR Conference on Machine Vision Application*, May 2007.
- [56] P. S. Sulaiman, R. W. Rahmat, R. Mahmud and A. H abd Rashid, A liver level set (LLS) algorithm for extracting liver's volume containing disconnected regions automatically, *IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security*, vol. 8 No 12, December 2008.
- [57] O. Chilali, M. Diaf and A. Taleb- Ahmed, mise en évidence de lésions dans une image IRM en utilisant le modèle de Chan et Vese combiné aux contours actifs géodésique et Gradient Vector Flow , *JETIM'2008 Journée d'étude Algéro-Francaise en Imagerie Médicale*, pp, 73-77, 22-24 November 2008.
- [58] J. Rea et M. He, A level set method for image segmentation by integrating channel anisotropic diffusion information, *Second IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, 2007.
- [59] Y. Yang et X. Gao, Image segmentation using edgeflow- driven geometric snake , *Proceeding of the 2007 International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition*, Beijing, China, 2-4 nov. 2007.
- [60] C. Li, C. Kao, J C. Gore and Z. Ding, Minimizing of region-scalable fitting energy for image segmentation, *IEEE Transaction on Image Processing*, vol. 17, No. 10, Oct 2008.