

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MENTOURI CONSTANTINE
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT ELECTRONIQUE

MEMOIRE MAGISTER

THEME

***OPTIMISATION DE LA MISE A POSTE D'UNE
CONSTELLATION DE SATELLITES***

OPTION MICROONDES

Par
AL-ANI KINANE
Soutenu le 18 / 03/ 2006

Président du Jury : RIABI Med Lhadi Pr. Université de Constantine

Rapporteur : BENSLAMA Malek Pr. Université de Constantine

Examineur : SOLTANI Fouzi Pr. Université de Constantine

Examineur: BENATIA djamel MC. Université de Batna.

*Dans le cadre du projet de recherche national : Etude d'une Antenne Réflecteur pour une constellation de satellites en orbite basse
J2501/02/07/2002*

Promotion : 2004/2005

Remerciements

Je tiens à remercier dieu tout puissant de nous avoir donnés courage et force pour réaliser ce travail.

Je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements, avec beaucoup de respect et de confiance, mon encadreur le Professeur Malek Benslama, Directeur du laboratoire de recherche en Electromagnétisme et Télécommunication (LET) à l'université de Constantine, pour m'avoir proposé ce sujet, pour son aide, ses conseils, avec un enthousiasme toujours égal.

Je tiens à remercier monsieur le Professeur M.L.RIABI, d'avoir accepter de présider mon jury.

Je voudrais exprimer aussi ma reconnaissances à Messieurs : F.SOLTANI Professeur à l'université de Constantine, Dj.BENATIA Maître de conférence à l'Université de Batna qui sont les membres de jury de ce mémoire. Je tiens à les remercier pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et leurs remarques judicieuses.

J'adresse mes remerciements les plus chaleureux à l'ensemble des enseignants qu'ils n'ont pas épargné d'effort pour notre formation.

A mes parents, mes frères et soeurs, à ma femme et ma belle famille, j'adresse mes vifs remerciements, pour leurs encouragements et leurs aides.

Je tiens à exprimer mes remerciements à mes amis et mes collègues.

MERCI

Dédicace

Je dédie ce travail a :

@ Mes très chers parents

@ Mon frère et mes sœurs

@ Ma femme

@ Ma belle famille

@ Mes collègues du département de Transmission

@ Mes amis.

Sommaire

INTRODUCTION GENERALE	1
-----------------------------	---

Chapitre 1

SYSTEME DE NAVIGATION PAR SATELLITE

1. DEFINITION	4
2. HISTORIQUE.....	4
3. UTILISATION	5
4. STRUCTURE PHYSIQUE.....	5
4.1 Le Segment Spatial.....	5
4.2 Le Segment de Contrôle.....	7
4.3 Le Segment Utilisateur.....	7
5. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT	8
5.1 La triangulation	8
5.2 La mesure de distance.....	9
5.3 La mesure précise du temps.....	10
5.4 Le positionnement des satellites.....	12
5.5 La correction d'erreurs.....	12
5.6 Précision.....	13
6. GPS DIFFERENTIEL.....	13
7. AUTRE METHODE.....	14
8. CONCLUSION	15
9. GALILEO : le projet européen pour le positionnement par satellite.....	15
10. CONCLUSION ET AVENIR.....	16

Chapitre 2

COORDONNEES ORBITALES

1. INTRODUCTION	17
2. COORDONNEES ORBITALES.....	18
2.1 COORDONNEES TERRESTRES	18
2.2 COORDONNEES EQUATORIALES.....	18
2.3 LES COORDONNEES INTERMEDIAIRES.....	19
2.4 COORDONNEES HORAIRES	20
2.5 COORDONNEES AZIMUTALES.....	21
2.6 FORMULES DE CONVERSION EN COORDONNEES AZIMUTALES	21
3. ORBITES ET COUVERTURES	22
3.1 L'orbite circulaire.....	22
3.2 L'Orbites elliptiques (HEO).....	23
4. LES CONSTELLATIONS DE SATELLITES.....	24
4.1 Intérêts des constellations.....	24
4.2 Définition.....	24
4.3. Les constellations de Walker.....	26
5. BASES DE MECANIQUE SPATIALE.....	28
5.1 Les lois de Kepler.....	28
5.2 Le problème à deux corps.....	29
6. PARAMETRES ORBITAUX.....	33
7. RESULTATS NUMERIQUES.....	36
7.1 Définition d'une ellipse en coordonnées polaires.....	36
7.2 L'effet de changer l'excentricité dans une conique.....	37
8. LA THEORIE DES PERTURBATIONS ORBITALES.....	39
8.1 Equation de Gauss adaptée aux orbites quasi-circulaires.....	42
8.2 Les perturbations gravitationnelles.....	43
8.3. Force de perturbations non gravitationnelles	50
8.4 Comparaison des forces perturbatrices.....	51
8.5 Les poussées des propulseurs.....	52
9. CONCLUSION	53

Chapitre 3

PERFORMANCES REQUISES POUR UNE MISE À POSTE OPTIMALE

1.INTRODUCTION	54
2.OPTIMISATION DE LA MISE A POSTE.....	54
2.1 Modélisation du problème.....	54
2.2 La stratégie de commande proposée.....	57
2.3 Modèle d'évolution dynamique.....	59
2.4 Modélisations du problème d'optimisation pour un satellite.....	61
2.5 Optimisation de la mise a poste.....	62
3.EXEMPLES D'APPLICATION DE LA METHODE.....	64
3.1 Lancement unique avec changement de plan orbital.....	64
4.CONCLUSION	67
CONCLUSION GENERALE.....	68
ANNEXE	69
TABLE DES FIGURE	
BIBLIOGRAPHIE	

CHAPITRE I :

SYSTEMES DE NAVIGATION PAR SATELLITES

1. DEFINITION

Le GPS (Global Positioning System) ou Système de Positionnement Général, est un système de positionnement par satellites créé par l'armée américaine dans le contexte de la Guerre Froide, mais qui très rapidement est apparu sur le marché des civils. Afin de comprendre le contexte de son développement, il faut bien rappeler que c'est une propriété américaine accessible au monde entier. Actuellement, en utilisant certaines techniques particulières, la précision peut atteindre le mètre, mais dans son utilisation courante par des non-professionnels, elle est de l'ordre de 100 mètres.

Le GPS a été développé dans le contexte de la Guerre Froide, et a donc à la base une utilisation militaire. Les missiles téléguidés avaient parfaitement à l'époque la capacité de suivre exactement un itinéraire précis, cependant pour connaître le point d'impact exact, il fallait connaître précisément le point de tir. Or, souvent lancés d'un sous-marin, les missiles ne connaissaient pas les coordonnées du point de départ: le GPS permettait donc de repérer le positionnement du sous-marin et ainsi augmentait la précision des missiles. Evidemment le GPS pouvait servir également à positionner les installations ennemies, ou à coordonner des déplacements d'armée. Mais très vite, les américains ont compris l'importance de cet outil pour des applications civiles, et ont su intelligemment allier leurs intérêts militaires à leurs intérêts économiques. Ce fût le départ de deux orientations: la version militaire et la version civile du GPS. [1]

2. HISTORIQUE

Le GPS est le résultat d'un projet lancé au début des années 60 aux Etats-Unis appelé NAVSTAR.

1965 Premier concept suite aux recherches du Department of Defense

1972 Etudes préliminaires de faisabilité

1974 - 79 Validation du modèle

1978 - 86 Mise en place de la première constellation de satellites BLOCK I

L'explosion de la navette Challenger survenue en janvier 1986 a interrompue la procédure de lancement, ce qui a entraîné une remise en cause du projet et la décision d'utiliser un lanceur spécifique (DELTA II) pour les prochains satellites. Les lancements ont repris en 1989.

1989 - 94 Mise en place de la deuxième constellation et de ses variantes BLOCK II/IIA/IIR

Il fallait trouver un système permettant une utilisation simple et efficace du GPS pour les civils, tout en laissant à l'armée américaine le contrôle et l'utilisation optimale du concept. C'est ainsi que furent créés les deux modes de fonctionnement :

- Le Standard Positioning System (SPS) : ouvert aux civils
- Le Precise Positioning System (PPS) : réservé à l'armée américaine et permettant une précision supérieure au SPS.

La solution consiste à dégrader le signal des satellites : les utilisateurs civils munis d'un récepteur classique auront ainsi une perte de précision certaine, alors que les militaires, utilisant un récepteur évolué qui corrigera les erreurs selon des codes précis, bénéficieront de la meilleure précision possible. De plus le système reste entièrement sous le contrôle des USA car les satellites et les stations de contrôle leurs appartiennent.

3. UTILISATION

Les applications civiles du GPS sont multiples, notons cependant quelques grands domaines touchés :

- Navigation aérienne
- Navigation maritime
- Suivi d'itinéraire pour compagnie de transport
- Etudes géodésiques et géographiques
- Assistance aux équipes de secours
- Utilisation personnelle (randonnée en montagne, etc...)

Toutes les compagnies de transport aériens sont désormais équipées du GPS, ce qui permet notamment aux avions d'atterrir avec une grande précision et de se diriger en automatique dans la plupart des cas. Dans les grandes courses de voiliers, la précision obtenue par les récepteurs joue un rôle capital dans la victoire, et les équipes de sauvetage en montagne ont vu leur efficacité augmenter en utilisant ce système.

4. STRUCTURE PHYSIQUE

Le GPS est constitué de 3 parties:

- Le Segment Spatial
- Le Segment de Contrôle
- Le Segment Utilisateur

4.1 Le Segment Spatial

Il s'agit de l'ensemble des satellites américains utilisés pour ce système. Constitué de 21 satellites + 3 de secours en tout point de la terre toujours un minimum de 5 satellites visibles.

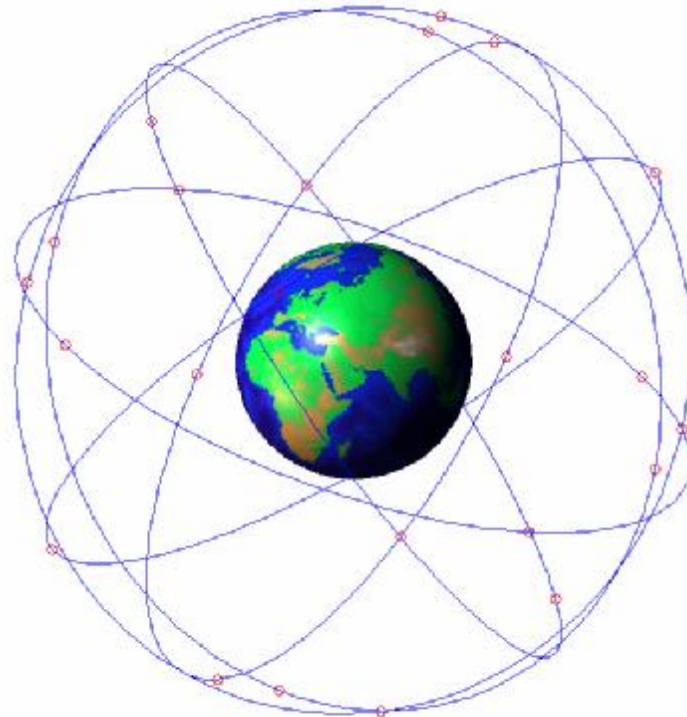


Figure 1.1 : le segment spatial

Sur chaque orbite se situent 4 satellites répartis symétriquement, chaque orbite forme un angle de 55° avec l'équateur et de 60° avec une autre orbite. L'altitude des satellites est de 20200 km. Ils ont une révolution de 12 heures. Le schéma suivant montre la répartition de la constellation au dessus de la Terre.

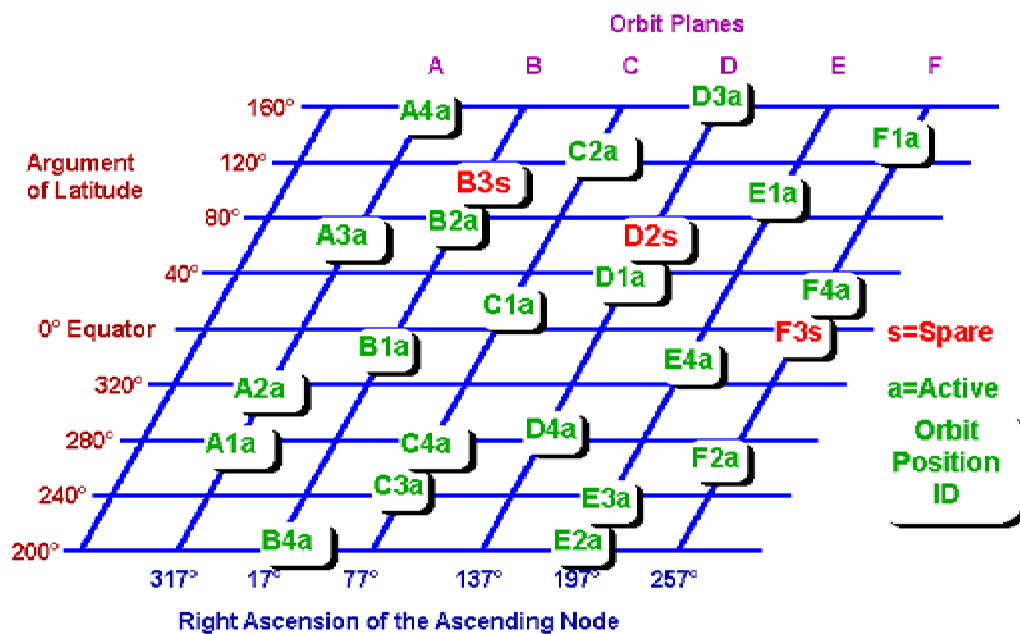


Figure 1.2 Répartition de la constellation GPS

4.2 Le Segment de Contrôle

Il s'agit de l'ensemble des bases de contrôle qui suivent chaque seconde la trajectoire de chaque satellite. Elles sont réparties sur différents pays afin qu'au moins une station contrôle un satellite donné. La station principale est située sur la Falcon Air Force Base dans le Colorado. Le rôle de ces stations est d'assurer le suivi des satellites, mais aussi de leur envoyer les corrections d'erreurs de positionnement. Ceci permet d'augmenter la fiabilité du système en permettant à tout instant de vérifier que les informations générées par chacun des satellites sont correctes.



Figure 1.3: Station principale & stations de contrôle

4.3 Le Segment Utilisateur

C'est le plus connu puisqu'il s'agit de l'ensemble des récepteurs GPS utilisés à travers le monde. Les variétés sont très importantes car il existe un GPS pour chaque type d'utilisation.

Un récepteur GPS fournit :

- une position
- une vitesse
- un temps

La position est fournie soit en données angulaires (latitude / longitude), soit en données métriques (grille UTM).

Grille UTM (Universal Traverse Mercator) : c'est une projection permettant de mettre à plat la surface terrestre en la découpant en carrés de 1 km de côtés. Ces carrés sont rassemblés en zone, et on peut ainsi se repérer précisément

Le récepteur GPS permet ainsi :

- de connaître sa position
- de prévoir un itinéraire
- de suivre un itinéraire
- de mémoriser des points sur une carte

5. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

Le mode de repérage utilisé par le GPS s'appuie sur le principe de la triangulation, méthode bien connue des physiciens. On peut exposer son fonctionnement en 5 points :

1. La triangulation
2. La mesure de distance
3. La mesure précise du temps
4. Le positionnement des satellites
5. La correction d'erreurs

5.1 La triangulation :

1^{ère} étape :

Supposons pour commencer que nous connaissons la distance séparant un satellite d'un récepteur GPS. Sachant que le satellite a une position X précise et définie dans un espace à 3 dimensions, l'ensemble des points possibles où pourrait se situer l'utilisateur du GPS est la sphère de centre le satellite et de rayon la distance connue. (figure 1.4)

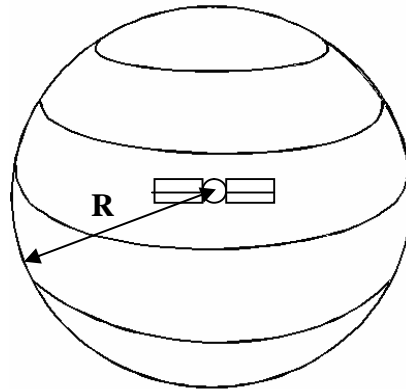


Figure 1.4 : champ d'un satellite

2^{ème} étape :

En faisant intervenir un 2^{ème} satellite qui connaît la distance le séparant du récepteur, on obtient pour ensemble des points possibles, un cercle, issu de l'intersection des 2 sphères (figure 1.5).

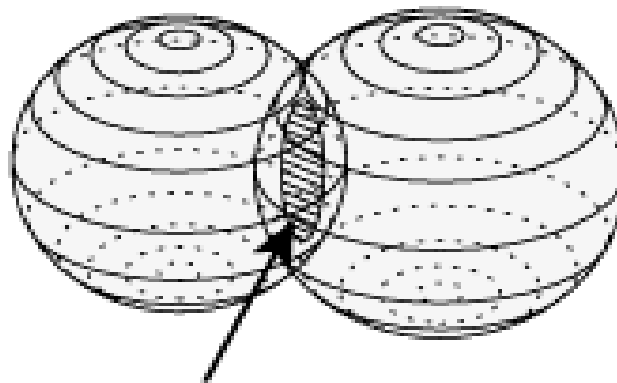


Figure 1.5 : intersection des sphères

3^{ème} étape :

Le raisonnement est identique avec un 3^{ème} satellite : on obtient alors 2 points possibles. Dans notre contexte, l'utilisateur n'est pas un astronaute flottant dans l'espace, donc il se trouve sur la surface terrestre, connaissant cette donnée on peut déduire sa position exacte en éliminant le point donnant un résultat incohérent. (Figure 1.6).

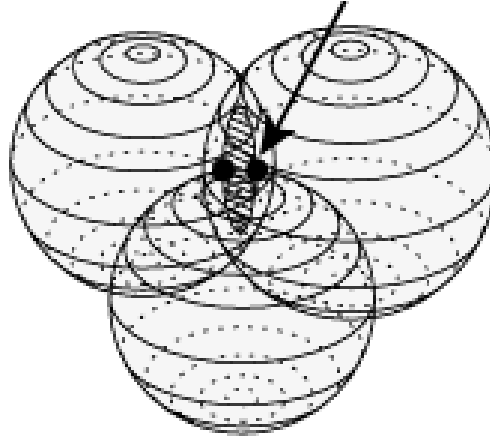


Figure 1.6: la Triangulation

Donc : en théorie 3 satellites suffisent pour connaître la position exacte d'un point sur Terre.

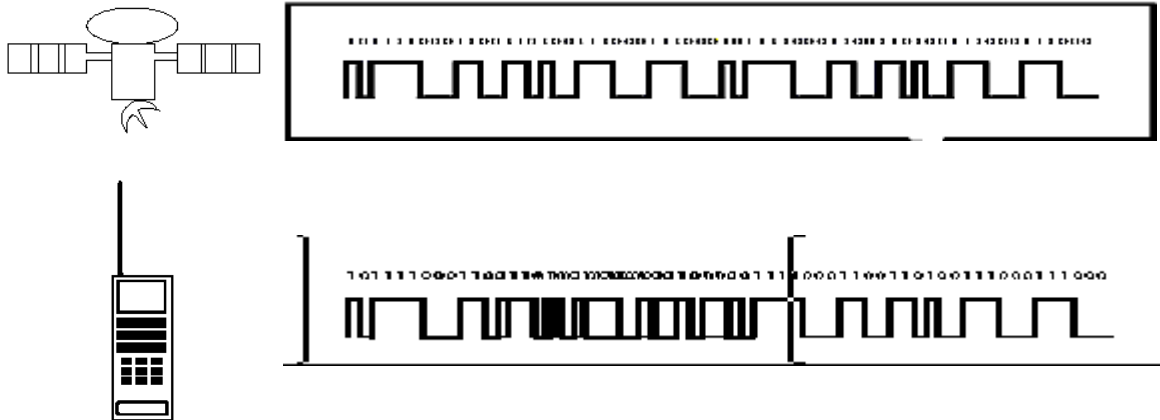
Pourtant, nous verrons qu'en pratique il en faut 4

5.2 La Mesure De Distance

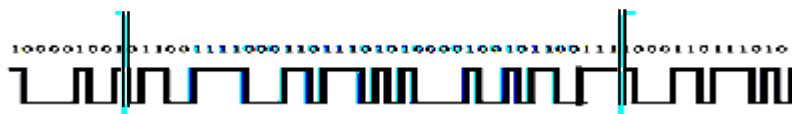
Toute la démonstration précédente reposait sur l'hypothèse que l'on connaissait exactement la distance séparant le satellite du récepteur, étudions comment calculer cette distance. Le principe est simple : le satellite envoie un signal vers le récepteur, celui-ci détermine le temps de transmission de ce signal et ainsi peut déduire la distance le séparant du satellite grâce à l'équation :

$$\text{Distance} = \text{vitesse} \times \text{temps}$$

La célérité des ondes transmises est proche de celle de la lumière : 300 000 km/s. Il reste donc à déterminer le temps de transmission du signal. Pour cela, le récepteur et le satellite émettent au même moment une trame pseudo-aléatoire identique (appelée ainsi car elle est générée par des équations très complexe, la rendant ainsi unique). Une fois que cette trame sera reçue par le récepteur, celui-ci pourra la décaler dans le temps de façon à la faire coïncider avec celle qu'il a générée, la mesure du temps de transmission est déduite de ce procédé, et ainsi on peut connaître la distance séparant le récepteur du satellite.



Après recherche de superposition de signal, on obtient donc :



Le Décalage entre le satellite et le récepteur = t

5.3 La Mesure Précise Du Temps

Pour valider tout le raisonnement qui précède, il faut que la mesure du temps soit extrêmement précise. En effet, si une erreur d'un millième de seconde est faite, cela produit une erreur de position de 300km ! A la vitesse de la lumière, une très grande précision est de rigueur. Les horloges internes des satellites sont très précises car il s'agit d'horloges atomiques au Césium, cependant celles des récepteurs l'est beaucoup moins.

La solution : utiliser un 4^{ème} satellite...

Essayons de comprendre comment 4 mesures imprécises de satellites peuvent donner une mesure précise de positionnement, pour cela ramenons nous à un espace à 2 dimensions car le raisonnement est le même :

Étape n° 1 : Dans un espace 2D, il faudrait 2 satellites pour repérer un point

Le satellite A mesure 4 secondes, Le satellite B mesure 6 secondes, A l'intersection de ces deux mesures on obtient le point X

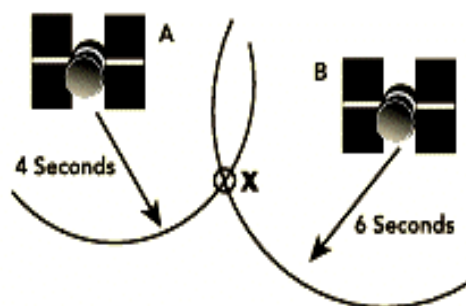


Figure 1.7: mesure du temps

Etape n° 2 : Mais les satellites ont commis une erreur d'une seconde... Au lieu de trouver le point X, c'est le point XX qui est calculé

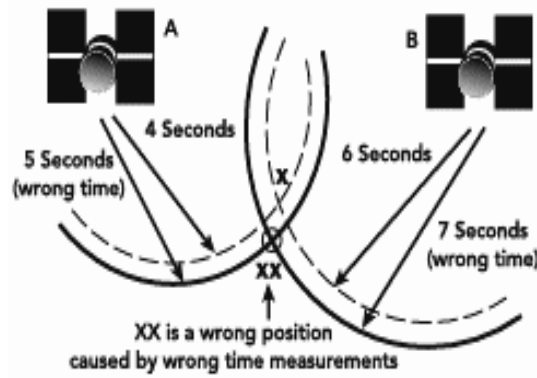


Figure 1.8 erreur de position

Etape n° 3 : En utilisant un troisième satellite, sans erreur de mesure... Le 3^{ème} satellite confirme le résultat des 2 autres

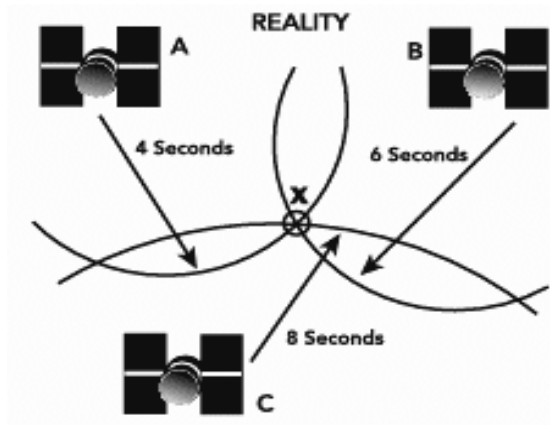


Figure 1.9 : Position réelle

Etape n° 4 : Dans le cas d'une erreur d'une seconde de chaque satellite...

Le 3^{ème} satellite permet de définir une zone dans laquelle se trouve le point exact.

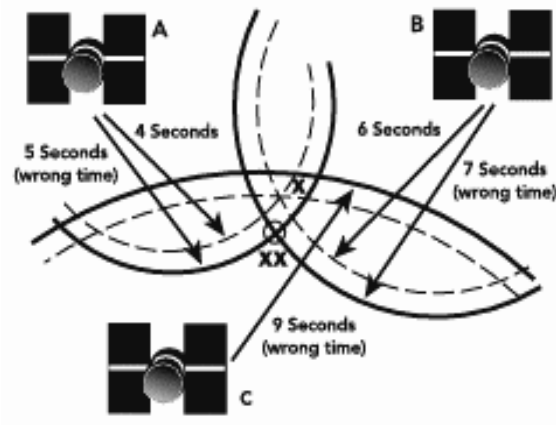


Figure 1.10: Erreur de trois satellites

En considérant que l'erreur commise par A, B et C sont les mêmes, il suffit de chercher quelle valeur enlever à chaque mesure (qui correspond à l'erreur commise) pour que les arcs de cercle se coupent en un même point. En raisonnant dans un espace 3D, on comprend donc pourquoi il faut recourir à un 4^{ème} satellite.

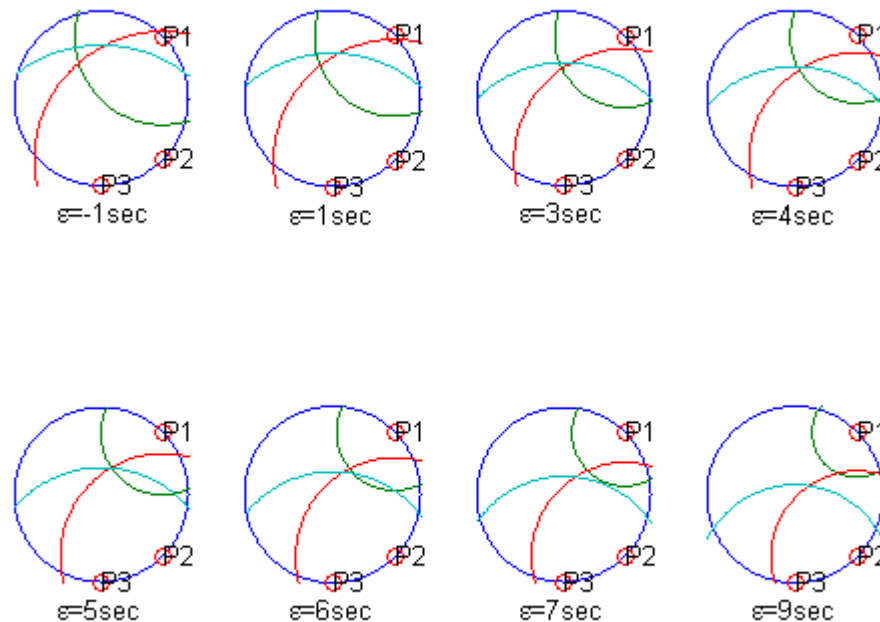


Figure 1.11 : Erreurs de mesure du temps

5.4 Le Positionnement Des Satellites :

Tout cela semble donc être parfait et nous permet d'obtenir un positionnement exact, cependant un autre détail est à régler : **la position des satellites**. Effectivement, pour calculer précisément la distance séparant un satellite du point à déterminer, il faut que ce dernier connaisse parfaitement sa position dans l'espace. C'est le rôle des stations de contrôle :

Le satellite renvoie sa position théorique à la station de contrôle, qui calcule alors l'erreur de position commise par ce dernier afin de lui renvoyer la valeur de cette erreur. Le satellite peut donc informer le récepteur de l'erreur qu'il doit prendre en compte dans ses calculs.

5.5 La Correction D'erreurs :

Plusieurs autres sources d'erreurs doivent être prises en compte afin d'obtenir une mesure très précise :

- **Horloge interne du satellite** : bien que très précise, elle est tout de même source d'erreur.
- **Dégradation volontaire** : c'est la principale source d'erreur, elle permet à l'armée américaine de préserver son avantage sur les civils.
- **Ephémérides** : bien qu'une mesure soit rapide, il faut prendre en compte le déplacement des satellites sur leur orbite (les calculs théoriques partent du principe qu'il est fixe...)

- **Traversée atmosphérique** : lorsque le signal traverse l'atmosphère il ralentit, provoquant une erreur sur le calcul de distance.
- **Réverbération** : le signal ne parvient pas toujours directement jusqu'au récepteur, il peut être dévié par des obstacles, faussant ainsi les calculs (en montagne notamment)
- **Horloge du récepteur** : peu fiable qui provoque aussi quelques erreurs.

Les mesures effectuées par le récepteur GPS, dépendent également de la configuration des satellites: le facteur à prendre en compte est le GDOP (geometric dilution of precision), variable calculée à partir des angles formés par le point et les satellites.

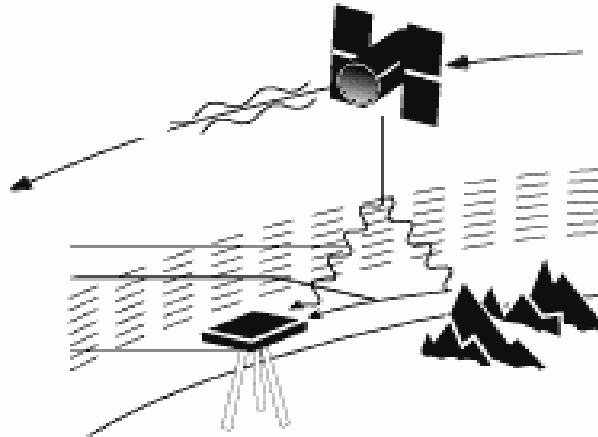


Figure 1.12: Positionnement du satellite

5.6 PRECISION :

Mode SPS (standard) : Théoriquement 100m et en Pratique (dans 95% des cas) 50 m

Mode PPS (militaire) : Théoriquement 100m et en Pratique « Top secret » [2]

6. GPS DIFFERENTIEL:

On voit bien que pour certaines applications particulières, la précision obtenue dans le meilleur des cas n'est pas suffisante : navigation routière, ou arienne...il ne s'agit pas d'atterrir à 50 m de la piste ! Rapidement le besoin d'une précision de l'ordre du mètre s'est fait sentir, c'est ainsi qu'a été créé le GPS différentiel, dont voici le principe de fonctionnement :

Un récepteur est muni d'un dispositif qu'il lui permet de recevoir des informations provenant d'une borne. Des bornes ont été installées à travers le monde, qui connaissent exactement leur position.

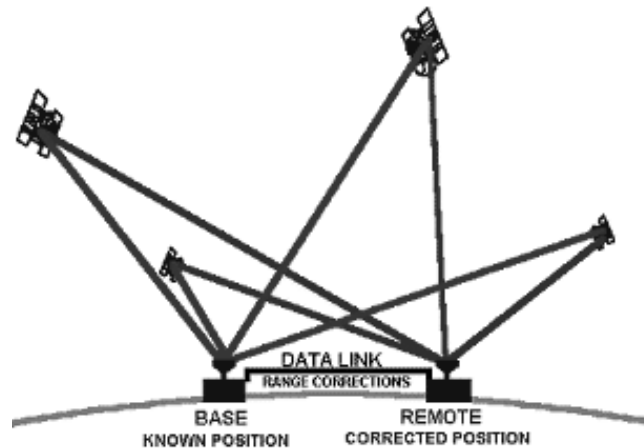


Figure 1.13 Architecture du système DGPS

Considérons une borne à une position X et un récepteur à proximité : la borne calcule une position Y en utilisant un satellite elle déduit donc l'erreur commise par la mesure :

$$\text{Erreur} = Y - X$$

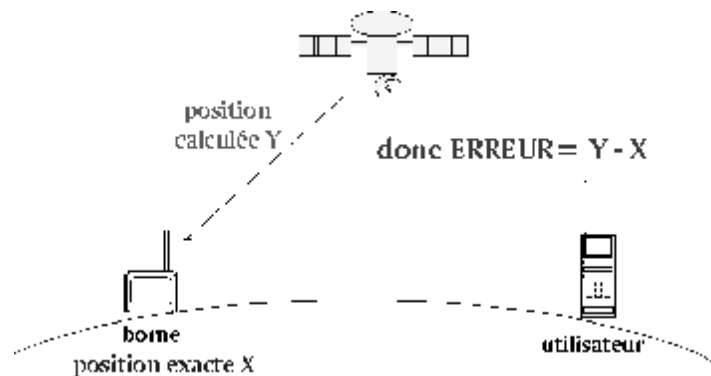


Figure 1.14 calcul d'erreur

Elle envoie au récepteur l'erreur que celui-ci devra prendre en compte dans son calcul. Ce dispositif très fiable permet d'obtenir une précision de 1 mètre environ !

7. AUTRE METHODE (CARRIER PHASE)

Dans des applications techniques très sensibles (tectonique des plaques par exemple), il est nécessaire d'obtenir une précision encore meilleure (de l'ordre du centimètre). Le système utilisé est le "Carrier Phase GPS" (GPS à décalage de porteuse). Nous avons vu que la précision de la mesure réside dans la comparaison entre le signal émis par le récepteur, et celui reçu du satellite. Comme il est difficile de savoir si les deux signaux se superposent exactement, le Carrier Phase GPS compare non pas ces signaux, mais leur porteuse (qui ont une fréquence 1000 fois supérieure), ce qui permet un ajustement 1000 fois plus précis. [3]

8. CONCLUSION

Dans cette approche non exhaustive du GPS, nous pouvons retenir l'immense champ d'action de ce système et ses multiples applications. Cependant son utilisation courante avec un matériel classique ne permet pas d'obtenir des précisions supérieures à 50m, suffisantes dans certains cas...mais pas dans tous. Pour cela l'Europe a décidé de lancer le projet GALILEO.

9. GALILEO : Le Projet Européen Pour Le Positionnement Par Satellite

Du randonneur en montagne au gestionnaire d'une flotte de camions ou de taxis, du conducteur égaré au pilote d'avion, tous ont besoin de connaître précisément une position. C'est aujourd'hui possible grâce au système de localisation par satellite GPS, géré par le ministère américain de la défense ou par GLONASS, son homologue russe.

Ceci dit, GLONASS sera prochainement obsolète ; et le GPS est géré par le ministère américain de la défense. Face à eux, GALILEO veut être le 1^{er} système de navigation et de positionnement par satellite fonctionnant à des fins *civiles*. Cette volonté de servir le domaine civil s'affiche dans les performances et les garanties de fonctionnement proposées, et surtout dans les garanties sur le niveau de performance, proposées par GALILEO.

GALILEO, tout comme le GPS, est basé sur le principe d'un transfert de temps via un signal radio utilisant une forme d'onde CDMA (étalement de spectre avec accès multiple par code) envoyé par une constellation de 30 satellites sur trois plans d'orbite terrestre moyenne (MEO Medium Earth Orbit) dont 1 satellite en réserve par plan, à l'altitude de 23616 km, Inclinés de 56 degrés. Pour une révolution de 14 h 4 min et un survol d'une même zone tous les 10 jours.

Tous les satellites sont synchronisés sur un même temps, et envoient chacun un message différenciable par le code qui a servi à l'étalement. En mesurant dans le récepteur GALILEO la date d'arrivée d'un top horaire, on peut connaître sa distance à chaque satellite reçu. Des éphémérides, envoyés dans le message satellite, permettent de connaître les paramètres des orbites de tous les satellites et donc leur position à un instant donné. L'information de la position de chaque satellite reçu, ainsi que la distance à ceux-ci permet de déterminer sa propre position en X, Y et Z. Pour ce faire, il faut recevoir 3 satellites (triangulation) si on dispose du temps universel. Avec un 4^{ème} satellite en visibilité, on peut acquérir position et temps sans information préalable.

Les applications principales identifiées pour GALILEO dans le secteur civil touchent différents domaines, mais le domaine principal susceptible de s'y associer, et notamment de permettre la rentabilité du système, est le domaine des transports (aérien, maritime ou même ferroviaire). Pour répondre aux besoins de ce secteur, une précision de la localisation meilleure que celle apportée à l'heure actuelle par le GPS (de l'ordre du décimètre) est souhaitable pour GALILEO qui va apporter une précision de l'ordre du mètre.

Un certain nombre de systèmes d'amélioration locaux du signal GPS, appelés systèmes d'augmentation, ont d'ores et déjà été lancés, notamment pour les applications exigeant une meilleure intégrité du service. On peut citer par exemple l'assistance à l'approche des aéroports pour la navigation aérienne. Ces systèmes, comme EGNOS (européen), WAAS (américain) ou MSAS (japonais) pourront également être utilisés en complément de GALILEO, conçu dès à présent pour fonctionner avec eux.

GALILEO doit être basé à terme sur une constellation de 30 satellites (27 + 3 en secours) de 850 kg en orbite, à laquelle s'ajoutera bien sûr l'infrastructure sol (stations de contrôle des satellites, centre de calcul, etc.).

Tous les satellites supporteront une charge utile d'une centaine de kilos, comprenant :

- des instruments de datation avec 2 types d'horloges atomiques ;
- des instruments de génération du signal chargés de transmettre les signaux de navigation ;
- des instruments de transmission afin d'amplifier les signaux de navigation et de les envoyer grâce à une antenne de transmission.
- des instruments de transmission afin d'amplifier les signaux de navigation et de les envoyer grâce à une antenne de transmission.

** La composante sol:*

L'infrastructure terrestre de Galiléo comptera 2 centres de contrôle (GCC) situés en Europe, un réseau mondial de 30 stations de détection (GSS) dotées d'horloge au césium, et 10 stations de transmission de données satellitaires dites de « liaison montante ».

Ce dispositif terrestre permettra de gérer l'ensemble du système de navigation. La composante sol devra ainsi veiller à l'intégrité - la capacité à s'assurer que le service attendu n'est pas dégradé - du signal Galiléo, à la détermination des positions orbitales des satellites et à la synchronisation des horloges satellitaires et terrestres

GALILEO doit offrir 5 principaux services : *open-access* (gratuit, mais sans garantie), *commercial*, *safety-of-life*, *search and rescue*, et PRS (orienté militaire).

Les études concernant GALILEO ont débuté en 1999. Elles ont été suivies par une phase de définition détaillée jusqu'en 2002. La phase de développement proprement dite se déroule maintenant sur la période de 2002 à 2006. La phase de déploiement de l'ensemble du système devrait avoir lieu, si tout se déroule normalement, sur la période 2006-2008. Un des objectifs de ce planning est notamment que GALILEO soit opérationnel avant le système GPS III (une évolution du GPS américain) prévu pour 2012. [4] [5]

10. CONCLUSION ET AVENIR

La radionavigation par satellites est en train de changer la façon de nous repérer sur terre.

Déjà les camions, les bus (qui affichent le nom des arrêts en Europe bien sûr), les bateaux et les avions sont dépendants de ces techniques. Les pilotes d'avions se fient au GPS pour établir leur route et dans certains aéroports, les places de parking des avions face aux bras articulés sont repérées en *latitude/longitude (en Europe)*.

La technologie évolue, et dans un proche avenir, des puces GPS miniatures seront incorporées dans des objets aussi divers que des téléphones cellulaires (GSM), des montres, des ordinateurs, des véhicules, des jouets et même peut être (sous forme de puces biocompatibles) dans notre propre corps !

Donc, dans ce chapitre, nous avons cherché à décrire les principales caractéristiques de ce système ainsi que son principe de fonctionnement et les projets futurs dans ce domaine.

CHAPITRE II :
COORDONNEES ORBITALES

1. INTRODUCTION

Elle est bien finie l'époque où il fallait passer par une opératrice pour téléphoner simplement dans la ville voisine, celle où communiquer au-delà de l'Atlantique relevait presque d'une aventure. Les câbles sous-marins n'offraient alors qu'une capacité limitée. L'apparition des faisceaux hertziens a fait certes gagner du temps, mais seulement sur une courte distance puisqu'ils se déplacent en ligne droite... alors que la Terre est ronde. Pour relier deux personnes éloignées, il ne restait plus qu'une solution : passer par l'espace.

Ainsi, les divers progrès réalisés dans des domaines très variés tels que la météorologie, la téléphonie mobile, la télévision par satellite ou encore le GPS, sont conséquent et favorise le développement de notre niveau de vie sur Terre.

Cependant, lorsqu'on parle de satellites, on oublie souvent de mentionner tout le travail d'ingénierie qui doit être effectué en arrière plan et les contraintes pour arriver à ce stade de développement et assurer un bon fonctionnement. C'est pourquoi il nous a semblé judicieux de se pencher plus sérieusement sur le fonctionnement global des satellites, à savoir le trajet qu'ils suivent dans l'espace, surtout la mise sur orbite d'une manière optimale pour une durée de vie plus longue.

Dans cette optique, nous verrons tout d'abord dans ce chapitre les différents systèmes de coordonnées orbitales puis dans un second temps nous étudierons les différentes orbites et couvertures parcourues par l'ensemble des satellites en gravitation autour de la Terre en donnant les différents type de constellations et on finalise ce chapitre par définir les paramètres orbitaux caractérisants une constellation de satellites et les perturbations venants affectées ces paramètres.

2. COORDONNEES ORBITALES [6]

Pour décrire la position d'un satellite sur une orbite terrestre, il faut un certain nombre de paramètres, appelés élément Képlériens, ainsi qu'un système de coordonnées :

2.1 Coordonnées Terrestres

Ce système a pour plan principal l'équateur terrestre et la ligne des pôles lui est perpendiculaire. On choisit comme méridien d'origine le méridien qui passe par l'observatoire de Greenwich. La latitude d'un lieu sera sa distance angulaire à l'équateur ; elle est égale à la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon. La longitude est l'angle que fait le méridien local avec celui de Greenwich.

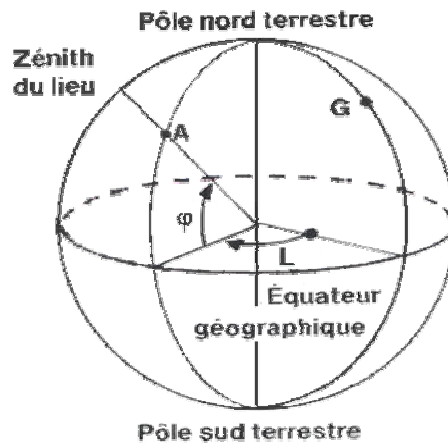


Figure 2.1: Coordonnées terrestres

2.2. Coordonnées Equatoriales

La sphère céleste est le support de représentation de l'aspect du ciel le plus utilisé en astronomie, il est important de bien préciser sa définition et de spécifier les approximations utilisées. Le système de repérage des positions utilise les coordonnées sphériques et porte dans ce cas le nom de coordonnées équatoriales. Avec ces coordonnées, un objet céleste fixe (une étoile fixe) a des coordonnées fixes.

- L'axe des pôles de la sphère céleste est confondu avec l'axe des pôles de la terre.
- Le centre de la sphère est confondu avec le centre de la terre.
- Le point de référence sur le grand cercle perpendiculaire à l'axe des pôles (l'équateur) est le point vernal (position du soleil à l'équinoxe du printemps)
- La déclinaison qui mesure l'angle perpendiculaire à l'équateur (équivalent à la latitude sur terre) est définie en degrés positifs vers le nord et s'étend de -90° à $+90^\circ$
- L'ascension droite (équivalent aux méridiens sur terre) est mesurée en heure minute seconde, comptée positivement vers l'est à partir du point vernal de 0h à 24h avec comme équivalence : $1h = 360^\circ / 24 = 15^\circ$.

Dans ce qui va suivre nous négligerons :

- Les mouvements de l'axe de la terre qui sont la précession des équinoxes et la nutation.
- Comme le corps qui nous intéresse est le soleil nous négligerons le rayon de la terre par rapport à la distance terre soleil (6 378Km devant .149 600 000 Km), c'est-à-dire qu'un observateur à la surface de la terre peut être supposé au centre des coordonnées qui est aussi le centre de la terre.
- Le temps mis par la lumière pour aller du soleil à la terre (8mn 20s). Le soleil est supposé être dans la direction où on l'observe.
- Nous ne tiendrons pas compte de la réfraction de l'atmosphère dans les calculs ($0^{\circ}37'$ à l'horizon, $0^{\circ}1'44''$ pour 30° au dessus de l'horizon, nulle au zénith)

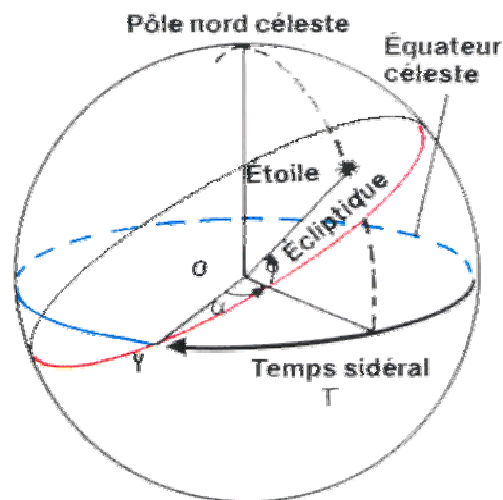


Figure 2.2: Coordonnées équatoriales

2.3. Les Coordonnées Intermédiaires

Après la description des positions dans l'espace, attachons-nous à définir les positions vues par l'observateur à la surface de la terre.

Le système de coordonnées équatoriales décrit précédemment est très pratique pour définir des positions d'objets célestes dans l'absolu. Mais pour un observateur sur la terre, il n'y a rien de fixe dans ce dispositif de coordonnées, mais au contraire une espèce de manège infernal où le soleil et le système de coordonnées tournent par rapport à lui. Les astronomes ont défini deux autres systèmes de coordonnées pour se faciliter la vie. Cette apparente complexité cache en fait une habile combinaison entre les dispositifs d'observations, de mesure, et de calcul. N'oublions pas que les ordinateurs ne sont d'un usage courant que depuis peu de temps.

Ces deux systèmes sont de type coordonnées sphériques et portent les noms de :

- Coordonnées azimutales
- Coordonnées horaires

Ils forment avec les coordonnées équatoriales un trio qui est accompagné des outils mathématiques pour les transformations suivantes :

- azimutales -> horaires -> équatoriales
- équatoriales -> horaires -> azimutales

2.4. Coordonnées Horaires

Les coordonnées horaires ont comme éléments de références :

- Le centre de la sphère est le centre de la terre, l'observateur est confondu avec le centre de la terre
- L'équateur terrestre.
- L'axe des pôles de la terre
- Le zénith de l'observateur

Les coordonnées sont définies comme suit :

- La déclinaison d mesure l'angle par rapport à l'équateur 0° à l'équateur, 90° au pôle nord, -90° au pôle sud (idem : coordonnées équatoriales).
- Les demis grands cercles dont les extrémités sont aux pôles s'appellent les cercles horaires.
- Le cercle horaire qui contient le zénith de l'observateur s'appelle méridien.
- L'angle horaire est l'angle dièdre entre le méridien du lieu et le cercle horaire de l'astre qui contient l'objet à définir, il est compté positivement du sud vers l'ouest à partir du méridien. Il est gradué en heures de 0h à 24h.

(N.B: le temps sidéral est l'angle horaire du Point vernal. Le jour sidéral est la durée nécessaire pour que le temps sidéral augmente de 360° soit 23 h 56 mn 4 sec).

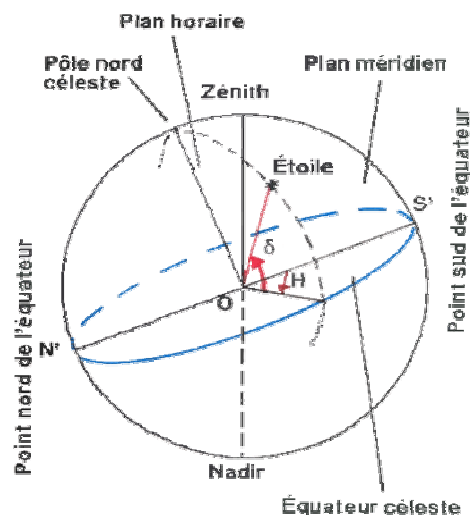


Figure 2.3: Coordonnées horaires

2.5 Coordonnées Azimutales

Le système de coordonnées azimutales représente le mieux le ciel de l'observateur. Il est construit à partir des éléments terrestres que sont le plan horizontal de l'observateur et son zénith (direction verticale orientée vers le haut). Les principaux éléments du système sont :

- le centre de la sphère est sur l'observateur, il est confondu avec le centre de la terre.
- La hauteur au-dessus de l'horizon en degré, de 0° à 90° au zénith, appelé hauteur.
- La direction de l'objet amené dans le plan horizontal est l'azimut. Il est compté de 0° à 360° positivement vers l'est. 0° (ou 360°) est dans la direction du nord.
- Le système de coordonnées est fixe par rapport à l'observateur

L'analogie avec les coordonnées terrestres donne :

- équateur -> horizon
- pôle -> zénith
- latitude -> hauteur
- méridien -> azimut

Le grand cercle qui passe par les pôles et le zénith de l'observateur s'appelle méridien. Il contient la direction nord sud.

Hauteur h : comptée positivement au dessus de l'horizon, négativement en dessous (la distance zénithal z tel que $z = 90^\circ - h$. Si d est la déclinaison d'un astre on a $z = j - d$ (en valeur absolue).

Azimut a : mesure de l'angle formé par la verticale du point et la verticale nord pris comme origine. L'azimut est compté positivement dans le sens rétrograde du nord vers l'Est de 0° à 360°.

2.6 Formules De Conversion En Coordonnées Azimutales

Ces formules sont tirées de la démonstration de trigonométrie sphérique pour la conversion des coordonnées astronomiques. Ses démonstrations ne seront pas reprises ici.

$$\sin h = \sin f * \sin d + \cos f * \cos d \cos H \quad (2.1)$$

$$\cos h * \cos A = - \cos f * \sin d + \sin f * \cos d * \cos H \quad (2.2)$$

$$\cos h * \sin A = \cos d * \sin H \quad (2.3)$$

L'équation (2.1) est la formule effectuant le calcul de la hauteur. Quand on remplace l'équation (2.3) dans la (2.2), on trouve, en simplifiant, la formule permettant de calculer l'azimut.

Et dans l'autre sens:

$$\sin d = \sin f * \sin h - \cos f * \cos h * \cos A \quad (2.4)$$

$$\cos d * \cos H = \sin h * \cos f + \cos h * \sin f * \cos A \quad (2.5)$$

$$\cos d * \sin H = \cos h * \sin A \quad (2.6)$$

3. ORBITES ET COUVERTURES [7] [8]

Les satellites utilisent la force gravitationnelle de notre planète afin de se maintenir à une position et à une distance déterminées de la terre. Il est ainsi possible de définir à tout moment quelles sont les caractéristiques du satellite pour établir des transmissions. Nous allons voir dans cette partie quels sont les types d'orbites utilisées et comment celles ci fixent certaines limites ou contraintes dans les transmissions ou les équipements.

- L'orbite est la trajectoire idéale que suit un satellite en l'absence de perturbations.
- Les orbites sont habituellement classées en fonction de leurs altitudes moyennes et de leurs synchronisations avec la terre ou le soleil.

On peut ainsi distinguer trois types d'orbites différentes : l'orbite géostationnaire, les orbites moyennes altitude et les orbites basses altitude, chacune ayant des caractéristiques différentes des autres.

On peut aussi classer ces orbites selon leurs formes ; dans ce cas on distingue deux types : les orbites circulaires et les orbites elliptiques.

3.1 Orbite Circulaire

Il existe une infinité d'orbites circulaires, chacune correspondant à une inclinaison par rapport au plan orbital, mais on peut en distinguer 2 sortes : l'orbite circulaire polaire et les orbites circulaires inclinées:

A) Orbite Circulaire Polaire:

L'orbite polaire est une orbite circulaire qui passe par-dessus les deux pôles de la Terre. L'inconvénient principal, pour les satellites inscrits dans ce type de trajectoire, est la lenteur de leur couverture mais cette faible vitesse permet tout de même au satellite de couvrir une grande partie de la surface du globe, voire la totalité de la terre, compte tenu de la rotation de la terre sur elle-même. On peut citer l'exemple des satellites d'observation français " Spot ", situés à 800 km d'altitude, qui assurent la couverture de la surface totale du globe en 21 jours.

B) Orbite Circulaire Inclinée:

Les orbites circulaires inclinées décrivent également un cercle autour de la Terre, mais chaque trajectoire est inclinée d'un certain angle par rapport au plan équatorial. Cependant, cette inclinaison présente un inconvénient majeur : étant donné que la plus haute latitude desservie par les satellites, dont les orbites sont inclinées, correspond à la déviation angulaire par rapport au plan de l'Equateur, ces satellites ne peuvent pas couvrir la totalité de la surface du globe. Par contre, cette orbite possède un avantage : selon l'altitude du satellite, il est possible de cibler les zones du globe, c'est à dire que l'on peut desservir les parties intéressantes d'un point de vue économique, militaire, ou autres applications...

Par exemple, le projet français " Globalstar " prévoit de lancer 48 satellites en orbite circulaire inclinée à 50° par rapport à l'équateur, afin d'assurer des communications mobiles dans la plupart des pays.

Ces deux types de trajectoires ont chacun des caractéristiques différentes, des usages propres suivant les inconvénients et les avantages. Néanmoins ils ne sont que très peu utilisés par rapport à l'orbite géostationnaire, qui possède actuellement le plus d'avantages aussi bien économiques que pratiques.

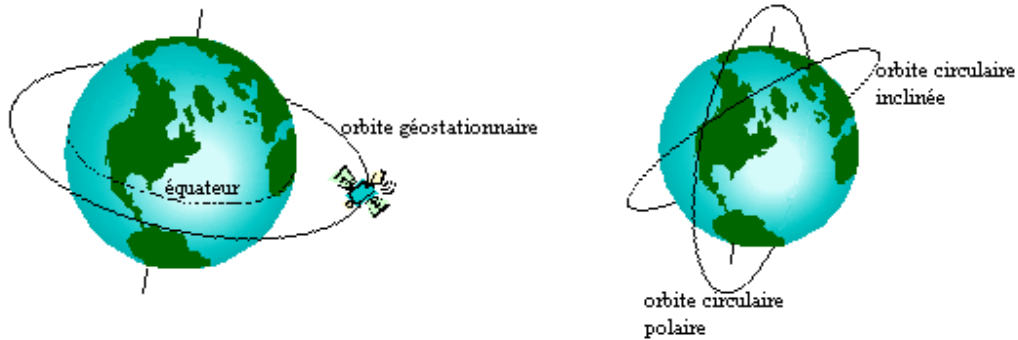


Figure 2.4: les orbites circulaires

3.2. Orbite Elliptique (HEO):

Comme son nom l'indique, un satellite placé dans une orbite de ce type décrit une trajectoire en forme d'ellipse autour de la terre. La principale caractéristique de ce type d'orbite est la grande variation en vitesse que subissent les satellites. En effet, plus un satellite est loin de la terre, plus sa vitesse est faible car la vitesse " v " est inversement proportionnelle à son altitude " h " selon la relation :

$$v^2 = G * m * \left(\frac{2}{h} - \frac{1}{a} \right) \quad (2.7)$$

Où G est la constante gravitationnelle, m la masse du satellite et a le demi grand axe de l'orbite.

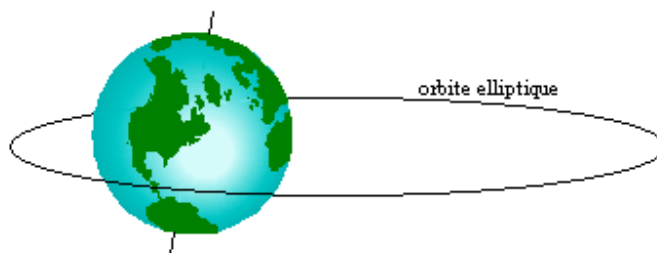


Figure 2.5: orbite elliptique

Cependant, comme l'altitude varie énormément pendant sa période et que la trajectoire décrit une ellipse, la position du satellite pour un observateur terrestre n'est pas fixe. Par conséquent, le suivi de chaque satellite nécessite un équipement de stations d'émission et de réception avec des

antennes mobiles, ce qui est considéré au point de vue financier et qualitatif comme un inconvénient. Néanmoins, les satellites en orbites elliptiques présentent l'avantage de pouvoir desservir des zones éloignées de l'équateur, ce qui n'est pas forcément le cas pour les orbites circulaires et géostationnaire. En effet, avec une inclinaison élevée, il est possible de survoler des territoires à la périphérie des hémisphères. La couche d'atmosphère étant plus étroite, la qualité des signaux est donc un peu meilleure.

Par exemple, dans le système " Molnya " utilisé par la Russie , 3 satellites dont les orbites sont inclinées de 63° par rapport au plan équatorial, couvrent totalement la Sibérie car leur partie lente correspondent au deux tiers de leur période et ils se situent alors à la verticale du territoire sibérien.

Les orbites elliptiques présentent des avantages, comme la couverture des zones éloignées de l'Equateur, mais également des inconvénients tels que les aspects qualitatif et financier des équipements mobiles sur Terre. Cependant pour les orbites circulaires ce type d'inconvénients n'apparaît presque pas.

4. LES CONSTELLATIONS DE SATELLITES : [9]

4.1 Intérêts Des Constellations

Avec la libéralisation des télécoms depuis plus de dix ans, des initiatives privées ont proposé de nouveaux services, engendrant elles-mêmes la conception et l'application de nouveaux systèmes de satellites, comme pour la téléphonie mobile.

Actuellement, le réseau GSM utilisé par les téléphones portables ne permet pas de couvrir l'ensemble de la planète : le passage par l'espace reste indispensable pour relier un marin ou un arpenteur du désert par un simple mobile. Dans ce cas précis, le satellite géostationnaire s'avère moins efficace qu'une constellation (ensemble de petits satellites placés à seulement quelques centaines de kilomètres de hauteur). Ces constellations ont l'avantage d'offrir une couverture permanente et totale de la Terre, une réception au sol plus performante et un temps de transmission moins long.

La téléphonie mobile a déjà entraîné la création de trois constellations de satellites. Le premier, Iridium, lancé en novembre 1998, regroupe 66 satellites placés à 781 km d'altitude. Les derniers des 58 satellites du système Globalstar ont été mis sur orbite début février 2000 et enfin Le système SkyBridge qui utilise une constellation de 64 satellites.

4.2 Définition :

Après avoir vue son intérêt, une constellation de satellite peut être définie comme plusieurs satellites semblables de même type et ayant la même fonction et qui sont conçus pour être similaires, complémentaires et orbités pour un but commun sous un contrôle partagé.

On distingue trois types de constellation selon leurs altitudes d'orbites :

a) Constellations Basse Orbite

Les satellites en orbite basse décrivent des orbites elliptiques ou (plus souvent) circulaires à moins de 2.000 kilomètres de la terre. La période orbitale à ces altitudes est comprise entre 90 minutes et deux heures. Quant au rayon de la zone de couverture, il est compris entre 3000 et 4000 kilomètres.

Un satellite LEO peut rester visible jusqu'à 20 minutes pour un observateur sur la terre.

Un système de transmissions global en utilisant ce type d'orbite exige un grand nombre de satellites, dans un certain nombre de plans orbitaux différents. Lorsqu'un satellite en charge d'un utilisateur donné n'est plus visible pour cet utilisateur (il passe sous l'horizon visible), le satellite doit être capable de transférer les services dont il avait la charge à un autre satellite parcourant une orbite identique ou adjacente : c'est la gestion du *hand-over*.

Les constellations LEO offrent en tout cas des retards de propagation particulièrement faibles, de l'ordre d'une vingtaine de ms, ce qui leur permet d'assurer des services de même type que ceux des réseaux filaires terrestres en fibres optiques.

b) CONSTELLATIONS MOYENNE ORBITE

Les satellites en orbite moyenne -Intermediate Circular Orbits (ICO), ou Medium Earth Orbits (MEO)- décrivent des orbites circulaires à une altitude d'environ 10.000 kilomètres. La période orbitale est d'environ 6 heures et un observateur terrestre peut avoir une visibilité d'un satellite de quelques heures.

Un système de transmission global utilisant ce type d'orbite exige un nombre plus modeste de satellites par rapport aux constellations LEO. Il suffit de 2 à 3 plans orbitaux pour réaliser une couverture globale.

Une constellation de type MEO fonctionne de manière très semblable aux systèmes LEO; toutefois, par structure, il est bien évidemment moins souvent besoin de faire appel à un système de *hand-over*.

Le retard de propagation est plus important que dans les constellations LEO, mais reste très inférieur à celui constaté dans les systèmes GEO.

c) CONSTELLATION GEO :

Les satellites les plus couramment utilisés aux fins de télécommunication sont des satellites géostationnaires. L'altitude de ces satellites équatoriaux, telle que leur période d'orbite soit synchrone de la terre, soit une rotation en 23h 56mn 4s , sera de 36000 km environ. Trois satellites disposés à 120° sur l'orbite géostationnaire, permettent "de voir" quasiment toute la terre, à part une petite zone polaire située aux des extrêmes (figure 2.6). Le retard de propagation est plus important que dans les constellations LEO et MEO.

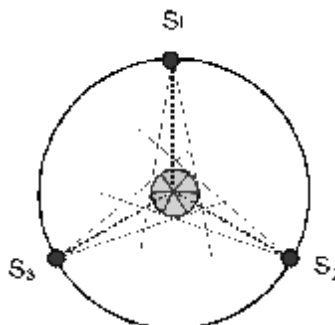


Figure 2.6: constellation GEO

La figure ci-dessous montre les différentes orbites décrites par les différentes constellations :

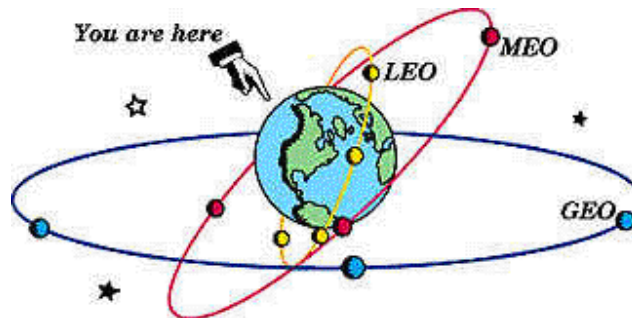


Figure 2.7: Types de constellations

4.3. Les constellations de Walker:

La constellation de Walker est l'optimale des constellations elle est basé sur des orbites circulaires ($e = 0$), les satellites sont homogènes et phasés donc la constellation est symétrique.

La constellation de walker est définie par 3 paramètres :

- Le nombre de satellite de la constellation N .
- Le nombre de plans P .
- Le facteur de phase F .

Des fois on ajoute l'inclinaison des orbites i .

On distingue deux types de constellation de walker selon la géométrie:

- Les Walker delta : elles ont un triangle centré sur le pôle
- Les Walker polaires : basées sur un jeu d'orbites passant toutes par les deux pôles

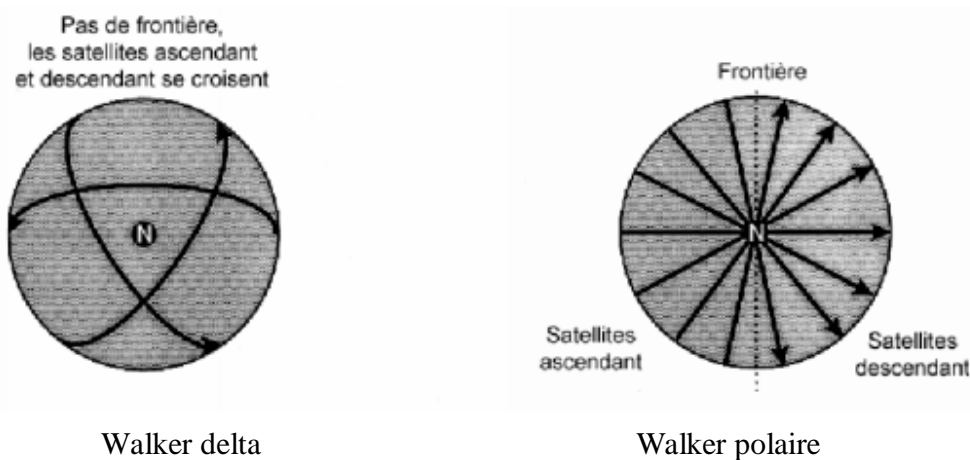


Figure 2.8: types de constellations Walker

Prenant l'exemple de la constellation Galiléo: c'est une constellation walker ayant (N,P,F) égales à (27,3,1) inclinés de 56° plus 3 satellites de secours en orbite moyenne à une altitude de 23616 Km.

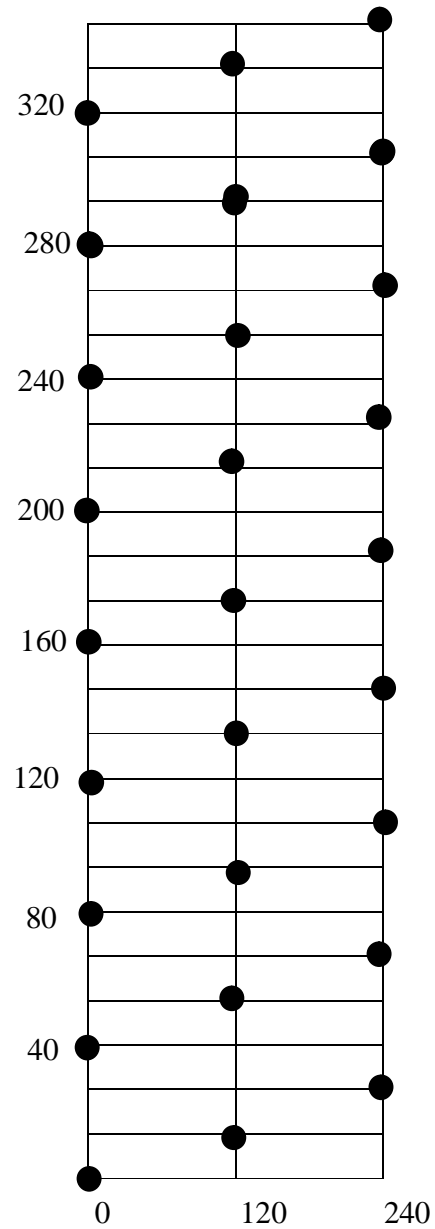


Figure 2.9: répartition des satellites de la constellation Galiléo

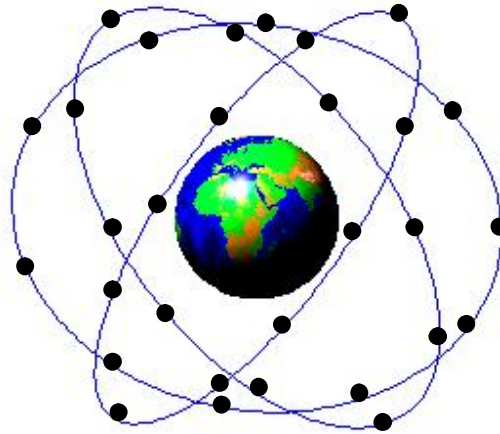


Figure 2.10 : Constellation GALILEO

5. BASES DE MECANIQUE SPATIALE: [10] [11]

On considère l'évolution d'un mobile assimilé à un point matériel au voisinage d'un corps céleste. On suppose que :

- Les seules forces prises en compte sont les forces d'attraction newtonienne
- Le corps céleste est supposé à symétrie sphérique et de répartition massique constante.

Dans ces conditions, l'étude du mouvement du mobile est assimilable en première approximation à un problème à 2 corps : une particule de masse m attirée par une particule de masse M .

5.1 Les Lois De Kepler

5.1.1. Première Loi Ou Loi Des Orbites : Dans le référentiel héliocentrique, l'orbite de chaque planète est une ellipse dont l'un des foyers est occupé par le soleil.

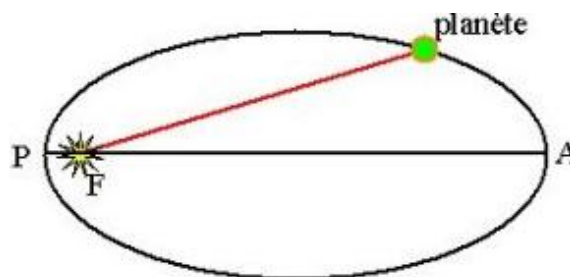


Figure 2.11 : L'ellipse

En fait la première loi établit que toutes les orbites ont la forme d'une ellipse. Cette loi n'interdit pas les orbites circulaires, en effet ces dernières sont considérées comme des ellipses dont les deux foyers sont confondus.

5.1.2. Deuxième loi ou loi des aires : Le mouvement de chaque planète est tel que le segment de droite reliant le soleil et la planète balaie des aires égales pendant des durées égales.

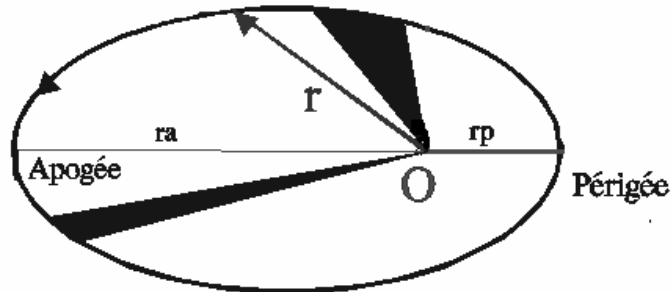


Figure 2.12 : Loi des aires

5.1.3. Troisième loi ou loi des périodes : Pour toutes les planètes, le rapport entre le cube du demi grand axe (a) de la trajectoire et le carré de la période (T) est le même.

$$\frac{T^2}{a^3} = Cte \quad (2.8)$$

Cela signifie que l'on peut calculer le temps qu'il faudra au satellite pour effectuer une orbite (période) à partir de la moitié de la dimension du demi grand axe.

La loi indique que le satellite aura une vitesse plus lente aux altitudes les plus hautes et inversement une vitesse plus rapide aux altitudes plus basses.

5.2 Le problème de deux corps: [12] [13]

Considérons un point P de masse négligeable m représentant un satellite attiré par un point situé à l'origine O d'un système d'axe et de masse M . on suppose qu'à un instant t_0 le point P et sa vitesse \vec{V} sont situés dans le plan OXY.

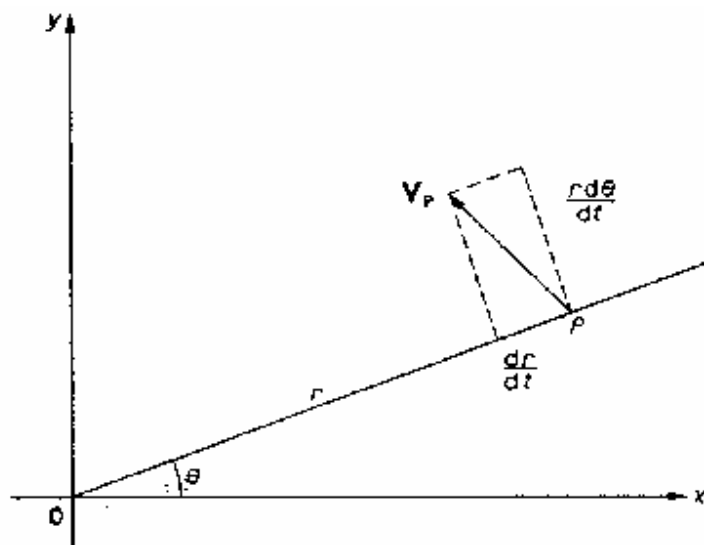


Figure 2.13 : problème à deux corps

L'accélération $\dot{\mathbf{g}}$ de P est donnée par :

$$m\dot{\mathbf{g}} = -\frac{GmM.\mathbf{OP}}{r^3} \quad (2.9)$$

Le théorème de conservation du moment cinétique permet d'écrire :

$$\vec{op} \wedge \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{c} = \vec{op}_{(t_0)} \wedge \dot{\mathbf{v}}_{(t_0)} \quad (2.10)$$

\mathbf{c} Est situé sur l'axe Oz. Sont amplitude est C.

D'après (2.10) on peut écrire :

$$r^2 \frac{dq}{dt} = C \quad (2.11)$$

C, est appelée constante des aires.

Le théorème de l'énergie cinétique permet d'écrire :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} mV^2 \right] - m\dot{\mathbf{g}}\mathbf{V} = 0 \quad (2.12)$$

Par intégration on a :

$$\frac{1}{2} mV^2 + \int \frac{GmM}{r^2} \frac{dr}{dt} dt = C' \quad (2.13)$$

C', est une constante. On pose :

$$h = \frac{C'}{m}$$

En intégrant (2.13) on a :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} mV^2 - mGM \int -\frac{dr}{r^2} &= Cte \\ V^2 - \frac{2GM}{r} &= h \end{aligned} \quad (2.14)$$

h : constante (dite des forces vives)

On peut éliminer dt entre (2.11) et (2.14) sachant que $V^2 = \frac{dr^2 + r^2 dq^2}{dt^2}$. On obtient :

$$\frac{1}{dt^2} = \frac{C^2}{r^4 dq^2} = \frac{1}{dr^2 + r^2 dq^2} \left(h + \frac{2GM}{r} \right)$$

Ou encore :

$$C^2 \frac{dr^2 + rdq^2}{r^4 dq^2} - \frac{2GM}{r} = h \quad (2.15)$$

C'est l'équation différentielle des trajectoires possibles. Pour la résoudre, on constate qu'elle peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{dr^2}{r^4 dq^2} + \frac{1}{r^2} - \frac{2GM}{rC^2} - \frac{h}{C^2} = 0$$

On pose : $u = \frac{1}{r} - \frac{GM}{C^2}$

$$\left(\frac{du}{dq} \right)^2 + u^2 - \left(\frac{(GM)^2}{C^4} + \frac{h}{C^2} \right) = 0$$

Les solutions sont réelles si la quantité entre parenthèses est >0 .

La solution générale de cette équation différentielle est obtenue en résolvant par rapport à $d\theta$ et en intégrant :

$$\pm (q - q_0) = \int \frac{du}{\sqrt{\frac{GM^2}{C^4} + \frac{h^2}{C^2} - u^2}} = \arccos \frac{u}{\sqrt{\frac{(GM)^2}{C^4} + \frac{h^2}{C^2}}}$$

Ou encore :

$$\frac{1}{r} = \frac{GM}{C^2} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{C^2 h}{(GM)^2} \cos(q - q_0)} \right] \quad (2.16)$$

C'est l'équation d'une conique de foyer O .

On pose :

$$p = \frac{C^2}{GM}$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{C^2 h}{(GM)^2}} = \sqrt{1 + \frac{hp}{GM}}$$

$$v = q - q_0$$

(2.16) devient alors :

$$r = \frac{p}{1 + e \cdot \cos v} = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cdot \cos v} \quad (2.17)$$

On appelle:

a : demi grand axe.

b : demi petit axe.

e : excentricité.

p : paramètre focal de l'ellipse (ou constante de la conique) $p = a \cdot (1 - e^2) = b^2/a$

v : anomalie vraie.

θ_0 : angle polaire par rapport à la direction joignant le foyer O au périhélie (le point le plus proche du foyer).

On notera $\mu = GM$ la constante de gravitation. Pour la Terre, $\mu = 398600,47 \text{ km}^3 \cdot \text{s}^{-2}$

De la définition de e on déduit :

$$e^2 = 1 + \frac{ha(1-e^2)}{m}$$

D'où :

$$h = -\frac{m}{a} \quad \text{et} \quad v^2 = m \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \quad (2.18)$$

L'équation de la conique est donnée par (2.17). on voit que la nature de la conique dépend du signe de h:

- si $h=0 \Rightarrow (e=1)$: la conique est une parabole.
- Si $h>0 \Rightarrow (e>1)$: c'est une hyperbole.
- Si $h<0 \Rightarrow (e<1)$: c'est une ellipse.

Pour un satellite artificiel on est dans le 3eme cas.

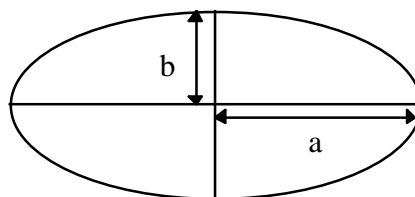


Figure 2.14: l'ellipse

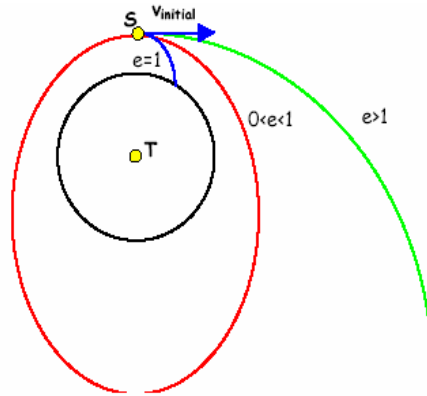


Figure 2.15 Trajectoire d'un satellite artificiel

6. PARAMETRES ORBITAUX [14]

Une trajectoire elliptique est caractérisée par six éléments orbitaux (correspondant à six degrés de liberté). Deux définissent la forme de l'ellipse : a et e qui sont respectivement le demi-grand axe et l'excentricité. Trois éléments orbitaux servant à orienter la position de l'ellipse dans l'espace : w , Ω , i , respectivement *L'argument du périhélie*, *l'ascension droite du nœud ascendant* et *l'Inclinaison*.

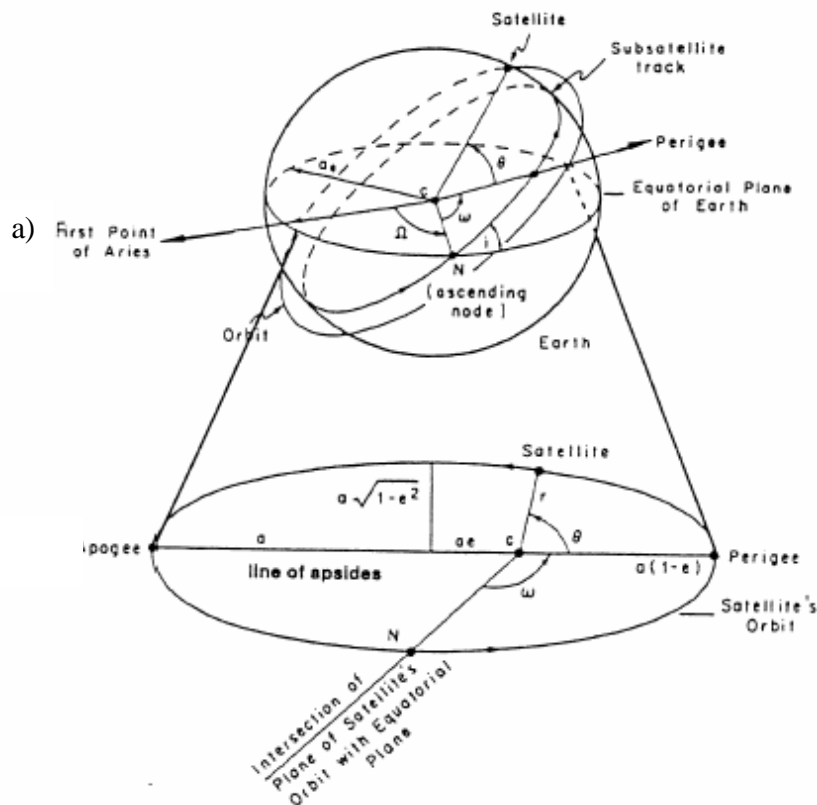


Figure 2.16 Paramètres orbitaux d'un satellite :

(a) vue tridimensionnelle (b) vue dans le plan d'orbite

a) Axes de référence

L'orbite du satellite coupe le plan de l'équateur en 2 points appelés *nœud descendant* ND au point de passage du satellite de l'hémisphère nord à l'hémisphère sud, et *nœud ascendant* NA au point de passage du satellite de l'hémisphère sud à l'hémisphère nord. La ligne (NA, ND) est la ligne des nœuds.

b) Paramètres définissant la position du plan de l'orbite

On sait par la première loi de Kepler que le mouvement est plan et que la trajectoire a la forme d'une ellipse.

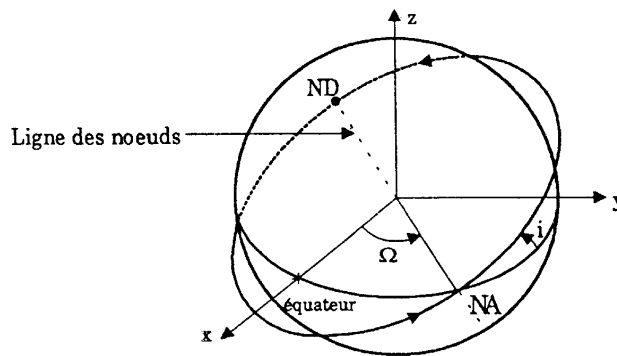


Figure 2.17: Position du plan de l'orbite

On peut donc définir 2 angles permettant de positionner le plan de l'orbite par rapport à un repère initial équatorial :

i = l'inclinaison par rapport à l'équateur

W = l'ascension droite du nœud ascendant c'est-à-dire l'angle entre l'axe X et la ligne d'intersection du plan de l'orbite avec l'équateur (*longitude*)

La ligne des nœuds (NA,ND) partage en deux le plan de l'équateur et le plan de l'orbite.

- L'angle i formé par le demi-plan de l'orbite contenant la trajectoire du satellite de NA vers ND et le demi-plan de l'équateur contenant la trajectoire d'un point sur l'équateur de NA vers ND, est l'inclinaison qui va de 0° à 180° . L'orbite est dite directe quand i est inférieur à 90° et rétrograde quand i est supérieur à 90° .
- L'angle Ω que forment, dans le plan de l'équateur, la ligne des nœuds et la direction du point vernal, définit l'orientation de la ligne des nœuds. C'est l'ascension droite du nœud ascendant qui se mesure de 0° à 360° , du point vernal vers le nœud ascendant, dans le sens de rotation de la Terre ou sens direct.

c) Forme et position de l'orbite

Dans le plan de l'orbite, l'ellipse elle-même est caractérisée par deux paramètres :

a : le demi grand axe.

b : le demi petit axe. (Voir figure 2.14)

On remplace très souvent b par l'excentricité e , sachant que

$$b^2 = a^2(1 - e^2) \quad (2.19)$$

Ensuite on définit une origine sur l'ellipse ; conventionnellement, on a l'habitude de la situer au périhélie (le point le plus proche de la terre) de l'orbite.

La position du grand axe dans le plan de l'orbite est définie par l'angle ω , formé par la ligne joignant le centre de la Terre au périhélie d'une part et la ligne des nœuds d'autre part. C'est l'argument du périhélie ω qui est mesuré de 0° à 360° , du nœud ascendant vers le périhélie dans le sens de révolution du satellite.

d) Position du satellite sur l'orbite

Il faut maintenant savoir où le satellite est positionné exactement sur l'ellipse.

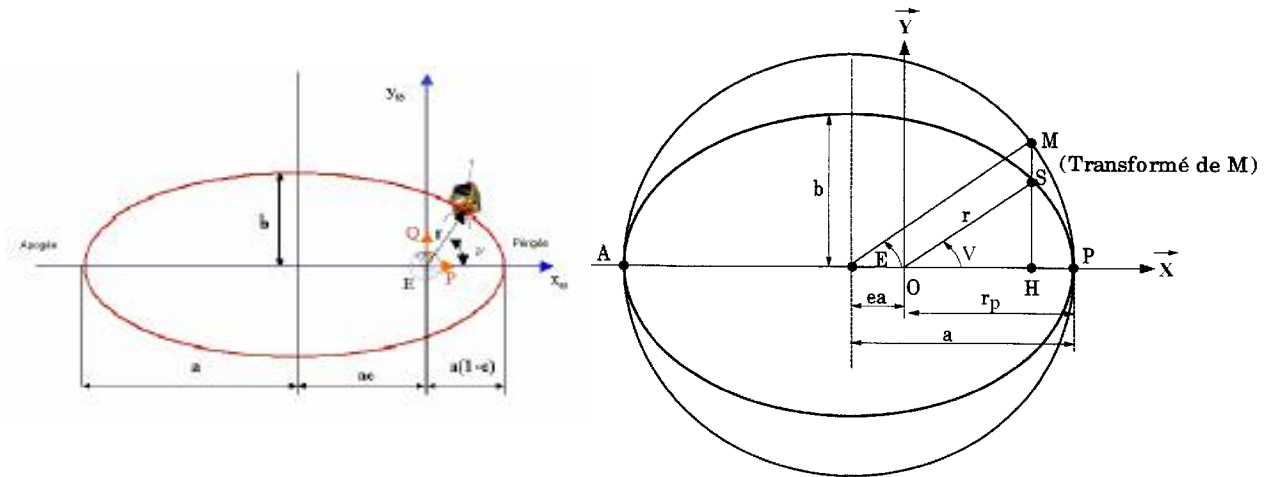


Figure 2.18: Position du satellite sur l'orbite

L'angle déterminant la position du satellite par rapport au périhélie peut s'exprimer de différentes manières :

V = l'anomalie vraie correspond en fait à une coordonnée polaire

E = l'anomalie excentrique en projetant le satellite sur le cercle principal de l'ellipse

M = l'anomalie moyenne définie par l'équation de Kepler : $M = E - e \sin E$

Cet angle fictif M permet de définir simplement le mouvement képlérien en fonction du temps par :

$$M = M_0 + n(t - t_0) \quad (2.20)$$

Où n est le moyen mouvement égal à

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (2.21)$$

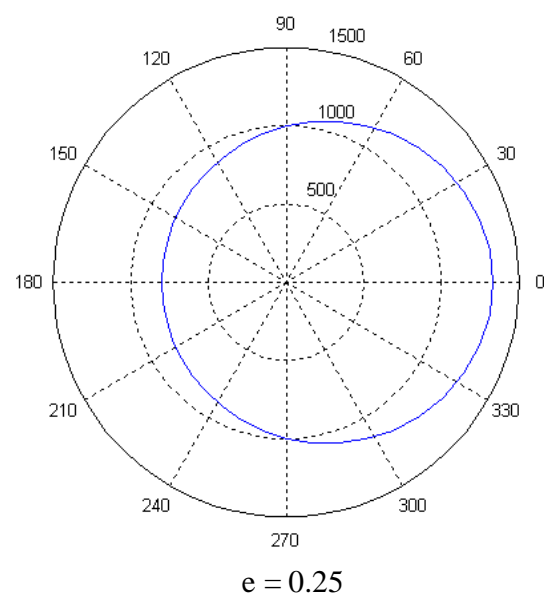
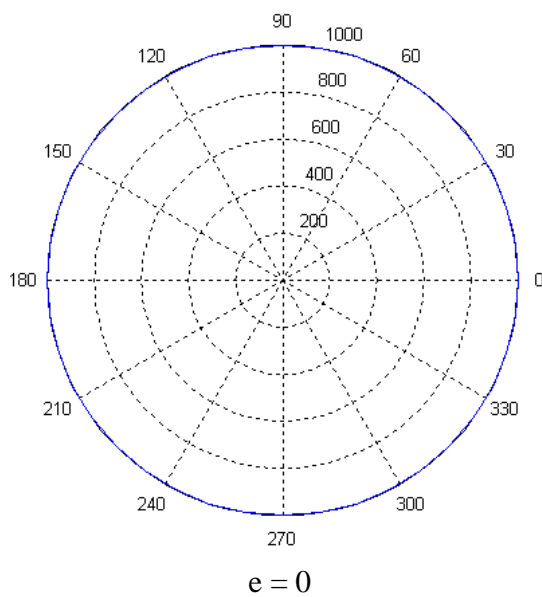
Et constant du fait de la 3^{ème} loi de Kepler.

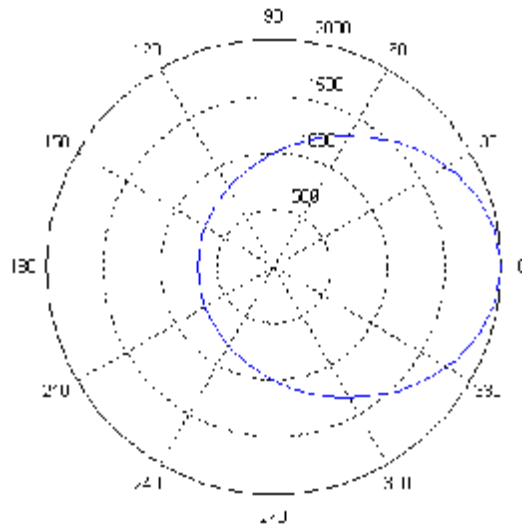
On a donc obtenu 6 paramètres orbitaux : $(a, e, i, w, \Omega, V$ ou E ou $M)$

Le principal avantage des paramètres képlérien est, si les perturbations ne sont pas prises en compte, les cinq premiers sont constants dans le temps tandis que le sixième (V, E ou M) varie linéairement avec le temps.

7. RESULTATS NUMERIQUES

7.1 Définition d'une ellipse en coordonnées polaires





(c) $e = 0.5$

Figure 2.19: orbite d'un satellite avec différentes valeurs de l'excentricité

On prend l'équation (2.17), qu'il s'agit de l'équation d'une section conique (ou simplement d'une conique) en coordonnées polaires, avec l'origine au foyer.

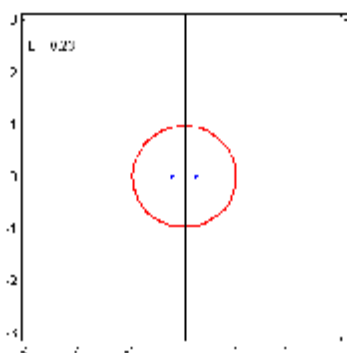
Rappelons qu'une conique est la courbe d'intersection d'un cône avec un plan.

Le demi grand axe et l'excentricité déterminent la forme de l'ellipse.

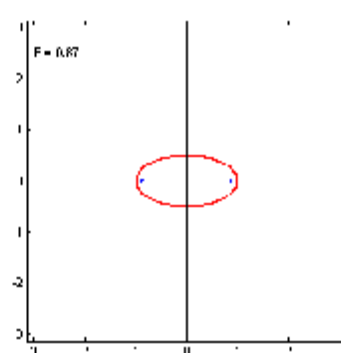
Selon la troisième loi de Kepler, la période orbitale est liée uniquement au demi grand axe, L'excentricité e , nulle dans le cas limite d'un cercle et comprise entre 0 et 1 pour une ellipse.

On voit sur la figure (2.19) que le couple de valeurs demi grand axe et excentricité donne la forme de l'ellipse et fixe en particulier les altitudes au périégée et à l'apogée.

7.2 L'effet de changer l'excentricité dans une conique



$e = 0.23$



$e = 0.87$

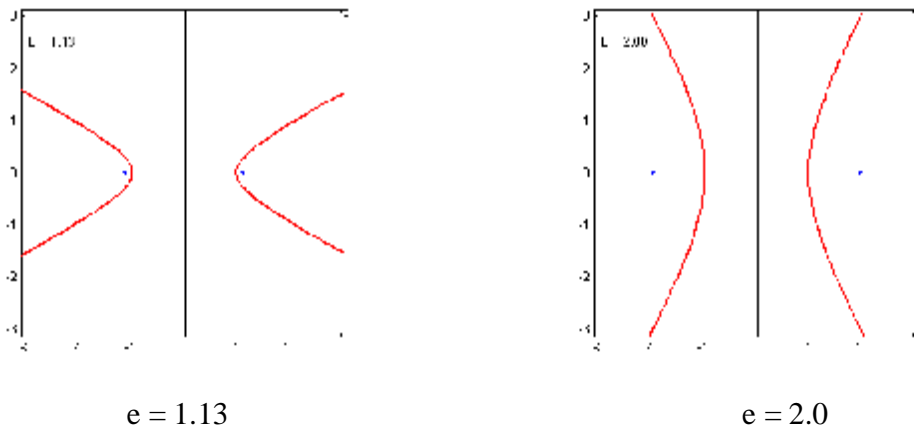


Figure 2.20: Effet de changer l'excentricité dans une conique

L'équation de la courbe correspond bien à celle d'une ellipse centrée à l'origine.

On peut voir sur la courbe que si $e > 1$: l'équation de la courbe correspond à une hyperbole à deux branches centrées.

On peut remarquer que l'énergie de l'objet détermine bien le type de trajectoire comme suit :

1. Si l'énergie de l'objet est négative ($E < 0$), alors l'excentricité e est plus petite que 1 et la trajectoire de l'objet est elliptique avec le centre d'attraction à l'un des foyers. C'est précisément la *première loi de Kepler*.
2. Si l'énergie est positive, alors l'excentricité est plus grande que 1 et la trajectoire est hyperbolique.
3. Si l'énergie est nulle, la trajectoire est parabolique. Il est clair que ce cas est une singularité mathématique mais on dit qu'une comète a une trajectoire parabolique si la mesure des paramètres de son orbite amène à une excentricité compatible avec $e = 1$.

8. LA THEORIE DES PERTURBATIONS ORBITALES [12]

Les paramètres orbitaux, tels qu'ils ont été définis précédemment, sont représentatifs du mouvement Képlérien non perturbé. La seule accélération prise en compte est la gravitation générée par une sphère idéale de masse uniforme.

Dans le cas d'un satellite artificiel, les forces ne sont pas uniquement centrales (problème à deux corps) de sorte que le mouvement résultant n'est pas une ellipse Képlérienne mais une courbe déformée.

En réalité, deux types de perturbations sont à prendre en considération :

- Perturbations Gravitationnelles : ne font intervenir que les forces de gravitation.
- Perturbations Non gravitationnelles : contiennent notamment le frottement atmosphérique, la pression de radiation solaireetc

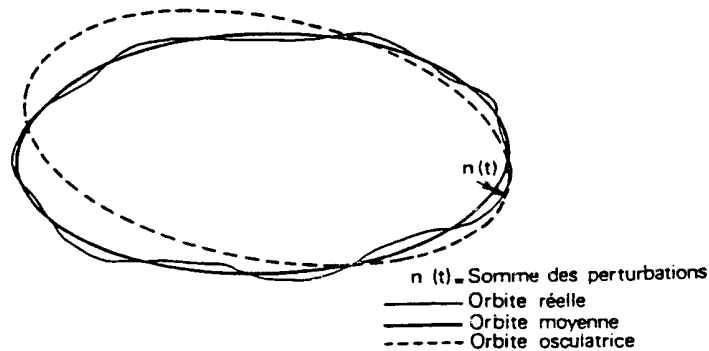


Figure 2.21: Somme des perturbations

A côté de la force principale centrale $\frac{GM}{r^2}$, s'ajoute des forces plus faibles appelées forces perturbatrices.

Les équations différentielles du mouvement Képlérien sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -GM \frac{x}{r^3} \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -GM \frac{y}{r^3} \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= -GM \frac{z}{r^3} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Supposant à présent que le point P (figure 2.11) subit en plus de la force centrale, une force supplémentaire \vec{F} dite force perturbatrice, de composantes F_x, F_y, F_z .

Les équations du mouvement deviennent, en coordonnées rectangulaires :

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2} &= -GM \frac{x}{r^3} + F_x(x, y, z, \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}, t) \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -GM \frac{y}{r^3} + F_y(x, y, z, \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}, t) \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= -GM \frac{z}{r^3} + F_z(x, y, z, \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}, t)\end{aligned}\quad (2.23)$$

En terme d'éléments d'orbite, ce système s'écrit :

$$\begin{aligned}\frac{da}{dt} &= F_a(a, e, i, w, \Omega, M, t) \\ \frac{de}{dt} &= F_e(a, e, i, w, \Omega, M, t) \\ \frac{di}{dt} &= F_i(a, e, i, w, \Omega, M, t) \\ \frac{d\Omega}{dt} &= F_\Omega(a, e, i, w, \Omega, M, t) \\ \frac{dw}{dt} &= F_w(a, e, i, w, \Omega, M, t) \\ \frac{dM}{dt} &= F_M(a, e, i, w, \Omega, M, t)\end{aligned}\quad (2.24)$$

Les six nouvelles variables : $a(t)$, $e(t)$, $i(t)$, $\Omega(t)$, $\omega(t)$ et $M(t)$ s'appellent les éléments **Osculateurs**.

L'orbite correspondante est appelée *orbite osculatrice* à l'instant t . l'ellipse osculatrice est la trajectoire que l'on obtiendrait si on supprimait à l'instant t , les forces perturbatrices : il resterait donc un mouvement elliptique décrit par les lois de Kepler.

L'orbite osculatrice à l'instant t , a même vecteur, même vecteur vitesse - donc même moment cinétique - que la trajectoire réelle.

Les éléments $a(t)$, $e(t)$, $i(t)$, $\omega(t)$, $\Omega(t)$, $M(t)$ sont solutions du système de 6 équations différentielles appelées équations de Gauss. L'intégration de ce système fournit les 6 paramètres d'orbite en fonction du temps.

Pour une force perturbatrice \vec{F} , de composantes R, S, W

R : le long du rayon vecteur.

S : perpendiculaire au rayon vecteur dans le plan d'orbite.

W : perpendiculaire au plan d'orbite.

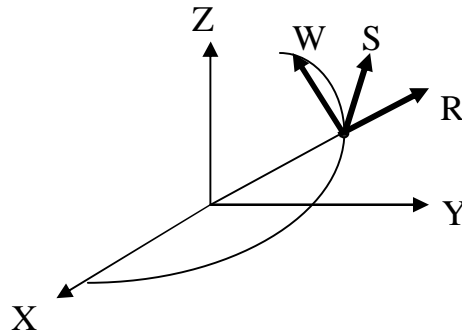


Figure 2.22: Repère local au satellite (R,S,W)

Les équations de Gauss s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 \frac{da}{dt} &= \frac{2}{n\sqrt{1-e^2}} [R.e.\sin v + (1+e.\cos v)S] \\
 \frac{de}{dt} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{n.a} [R.\sin v + (\cos E + \cos v)S] \\
 \frac{di}{dt} &= \frac{r.\cos(w+v)}{n.a^2.\sin i.\sqrt{1-e^2}} W \\
 \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{r.\sin(w+v)}{n.a^2.\sqrt{1-e^2}} W \\
 \frac{dw}{dt} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{n.a.e} \left[-R.\cos v + \left(1 + \frac{1}{1+e.\cos v}\right) S.\sin v \right] - \frac{r.\cos i.\sin(w+v)}{n.a^2.\sqrt{1-e^2}.\sin i} W \\
 \frac{dM}{dt} &= n + \frac{1-e^2}{n.a.e} \left[R\left(\frac{-2e}{1+e.\cos v} + \cos v\right) - \left(1 + \frac{1}{1+e.\cos v}\right) S.\sin v \right]
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

L'accélération perturbatrice $\dot{\mathbf{y}}$ est exprimée dans le repère local lié au satellite (R,S,W). Son centre est fixé au centre de masse du satellite. L'axe **R** pointe dans la position centre attracteur du système-centre de masse du satellite. L'axe **W** est parallèle au moment cinétique de l'orbite et donc perpendiculaire au plan orbital. L'axe **S** complète le trièdre.

En appliquant la méthode de variation des constantes, on peut expliciter la variation des paramètres osculateurs en fonction du temps. On obtient les formules de perturbations de Gauss :

$$\begin{aligned}
\frac{da}{dt} &= \frac{2}{n\sqrt{1-e^2}} [\gamma_r e \sin v + (1+e \cos v) \gamma_s] \\
\frac{de}{dt} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{na} [\gamma_r \sin v + (\cos E + \cos v) \gamma_s] \\
\frac{di}{dt} &= \frac{r \cos(\omega+v)}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \gamma_w \\
\frac{d\Omega}{dt} &= \frac{r \sin(\omega+v)}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \gamma_w \\
\frac{d\omega}{dt} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{nae} \left[-\gamma_r \cos v + \left(1 + \frac{1}{1+e \cos v}\right) \gamma_s \sin v \right] - \frac{r \sin(\omega+v)}{na^2 \sqrt{1-e^2} \tan i} \gamma_w \\
\frac{dM}{dt} &= n + \frac{1-e^2}{nae} \left[\left(\cos v - \frac{2e}{1+e \cos v}\right) \gamma_r - \left(1 + \frac{1}{1+e \cos v}\right) \gamma_s \sin v \right]
\end{aligned} \tag{2.26}$$

Notre étude se base sur une constellation de walker dont l'orbite est circulaire ou quasi-circulaire.

8.1 Equation de Gauss adaptée aux orbites quasi-circulaires

Un deuxième repère local au satellite dans le repère inertiel (X,Y,Z) est également utilisé pour rendre compte des effets d'une perturbation sur les paramètres orbitaux du satellite. Il s'agit du repère (T,N,W). L'axe **T** est parallèle à la vitesse du satellite. L'axe **W** est parallèle au moment cinétique et donc perpendiculaire au plan orbital. L'axe **N** complète le trièdre. L'avantage du repère (T,N,W) sur le repère (R,S,W) est qu'il permet de mettre en évidence les effets directs des perturbations tangentes à la vitesse du satellite, donc suivant l'axe **T**. Elles agissent sur le demi-grand axe de l'orbite.

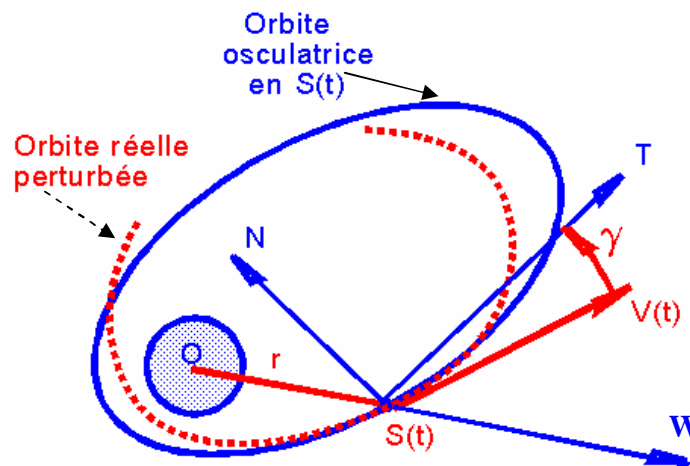


Figure 2.23: Repère local au satellite (T,N,W)

Les formules de perturbations de Gauss (2.26) peuvent être adaptées aux orbites quasi-circulaire et définies dans le repère local (T,N,W). Il est également possible de les simplifier pour des orbites d'excentricité très faibles. Dans la mesure où l'on ne cherche pas à extrapoler rigoureusement une orbite mais plutôt à exprimer les principaux effets qui la perturbent, ces simplifications nous seront très utiles.

Elles sont les suivantes :

$$\begin{aligned} e &= 0 ; \\ \frac{r}{a} &= 1 ; \\ V &= a \cdot n = \text{cte} ; \text{ (vitesse d'orbitation circulaire)} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Il en résulte les équations de Gauss appliquées aux orbites quasi-circulaires, simplifiées et exprimées dans le repère local (T,N,W) :

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= 2a \cdot \frac{\gamma_t}{V} \\ \frac{de_x}{dt} &= \frac{2\gamma_t}{V} \cos \alpha - \frac{\gamma_n}{V} \sin \alpha \\ \frac{de_y}{dt} &= \frac{2\gamma_t}{V} \sin \alpha + \frac{\gamma_n}{V} \cos \alpha \\ \frac{di}{dt} &= \frac{\gamma_w}{V} \cdot \cos \alpha \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{\sin \alpha}{\sin i} \cdot \frac{\gamma_w}{V} \\ \frac{d\alpha_M}{dt} &= n + 2 \cdot \frac{\gamma_n}{V} - \frac{\sin \alpha}{\tan i} \cdot \frac{\gamma_w}{V} \\ \frac{d\alpha_v}{dt} &= n - \frac{\sin \alpha}{\tan i} \cdot \frac{\gamma_w}{V} \end{aligned} \quad (2.28)$$

α : anomalie

Les perturbations orbitales peuvent être classées en deux grandes familles, les perturbations gravitationnelles et les non gravitationnelles.

Les perturbations gravitationnelles sont engendrées par la dissymétrie du potentiel terrestre, par les phénomènes de marées terrestres ou océanique, par l'attraction de la Lune, du Soleil ou des autres planètes. De toutes ces perturbations, nous n'étudierons que les effets prépondérants. Il s'agira de ceux liés aux premiers termes du potentiel terrestre.

Dans les perturbations non gravitationnelles, on trouve l'effet des radiations solaires, ou vents solaires, le frottement atmosphérique ainsi que les effets des propulseurs. Parmi celles-ci, seules les deux dernières ont des effets notables et d'ordre de grandeur comptable aux perturbations gravitationnelles. Ce sont donc, dans cette classe de perturbation, les seuls effets que nous analyserons.

Dans le cas des orbites quasi-circulaires, l'excentricité est proche de zéro. De ce fait, l'argument du périhélie ω est mal défini. Pour remédier à ce problème, il vaut mieux utiliser des paramètres orbitaux adaptés à ce type d'orbite. Nous utiliserons les paramètres orbitaux circulaires définis dans le vecteur d'état V_e :

$$V_e = [a \quad e_x \quad e_y \quad i \quad \Omega \quad \alpha \text{ (ou } \alpha_v, \alpha_E)] \quad (2.29)$$

Où :

$$e_x = e \cdot \cos \omega$$

$$e_y = e \cdot \sin \omega$$

$$\alpha = \omega + M$$

$$\alpha_v = \omega + v$$

$$\alpha_E = \omega + E$$

e_x et e_y sont les coordonnées du vecteur excentricité. Les anomalies α , α_v et α_E sont mesurées à partir du nœud ascendant de l'orbite quasi-circulaire.

8.2 Les perturbations gravitationnelles

8.2.1 Le champ gravitationnel terrestre:

La répartition hétérogène des masses à l'intérieur du globe terrestre est la cause des variations géographiques du champ de gravitation terrestre. Le potentiel de gravitation V satisfait à l'équation de Laplace $\Delta V=0$ en dehors des masses attirantes. On peut l'exprimer analytiquement sous forme d'une série infinie, somme de fonctions à variables séparées. Si les variables choisies sont les coordonnées sphériques (rayon vecteur, latitude, longitude), le potentiel V peut être représenté à l'aide d'un développement en harmoniques sphériques.

Ce développement est caractérisé par des coefficients sans dimension représentatifs de la répartition des masses élémentaires dans le volume de la terre.

Soit un corps solide (La Terre), de volume fini V . Chaque particule élémentaire M de masse m et de densité ρ , de coordonnées (r', φ', λ') dans un repère fixe par rapport à la terre, exerce sur un point P extérieur au volume V une accélération \vec{g} .

$$\vec{g} = -\frac{Gm}{d^3}\vec{d} \quad (2.30)$$

Où G est la constante de la gravitation universelle, \vec{d} est le vecteur \overrightarrow{MP} . (Figure 2.24)

\vec{g} Dérive d'un potentiel élémentaire Gm/d .

Le potentiel de gravitation terrestre V créé au point extérieur P s'obtient en additionnant tout les potentiels élémentaires créés par les masses élémentaires constituant la terre :

$$V = \int_v \frac{Gm}{d} \quad (2.31)$$

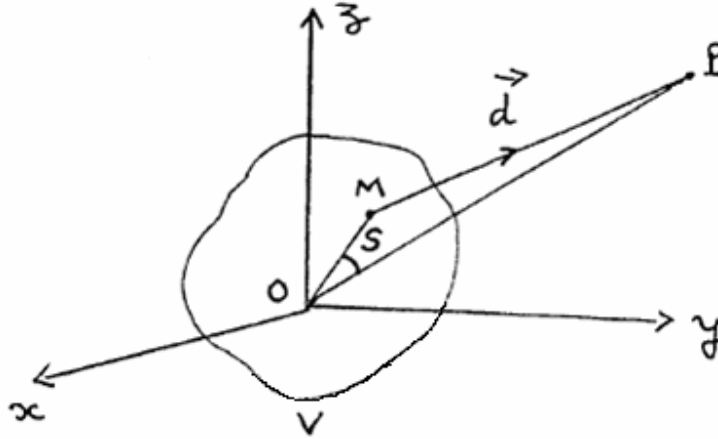


Figure 2.24: potentiel de gravitation

$$d = (r^2 + r'^2 - 2r.r'\cos S)^{1/2} \quad (2.32)$$

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{r} \left[1 - \frac{2r'}{r} \cos S + \left(\frac{r'}{r} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (2.33)$$

Reportant (2.33) dans (2.31) et remplaçant m par $\rho r'^2 \cos \phi' dr' d\phi' d\lambda'$, il vient :

$$V = \int_v Gr \left(\frac{r'}{r} \right) \left[1 - 2 \frac{r'}{r} \cos S + \left(\frac{r'}{r} \right)^2 \right]^{-1/2} \cos j' dr' dj' dl' \quad (2.34)$$

Le second membre de (2.33) admet un développement convergent en polynômes de Legendre à condition que r'/r soit borné par un nombre inférieur à 1 :

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{r} \sum_0^{\infty} \left(\frac{r'}{r} \right)^n P_n(\cos S) \quad (2.35)$$

* Rappel des propriétés des polynômes de Legendre :

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n (x^2 - 1)}{dx^n}$$

$$(n+1)P_{n+1}(x) - (2n+1)xP_n(x) + nP_{n-1}(x) = 0$$

$$(n+1)P_n(x) = P'_{n+1}(x) - xP'_n(x) \quad (P'_n \text{ est la dérivée de } P_n \text{ par rapport à } x)$$

$$\sum_{n=0}^m (2n+1)P_n(x) = P'_{m+1}(x) + P'_m(x)$$

$$\int_{-1}^{+1} P_n(x)P_m(x)dx = 0$$

$$\int_{-1}^{+1} [P_n(x)]^2 dx = \frac{2}{2n+1}$$

Le polynôme de le genre $P_n(x)$ a n racines réelles x_1, x_2, \dots, x_n localisées symétriquement par rapport à la valeur de $x=0$. Si l'on pose $x=\sin\varphi$, où φ est la latitude, les n racines réelles $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ sont symétriques par rapport à l'équateur. Les $P_n(\sin\varphi)$ sont les fonctions sphériques zonales,

Expression des polynômes de Legendre de bas degré:

$$P_0(x) = 1, \quad P_1(x) = x.$$

$$P_2(x) = \frac{3x^2 - 1}{2}, \quad P_3(x) = \frac{5x^3 - 3x}{2}.$$

a. Expression développée du potentiel terrestre

Les formules de trigonométrie sphérique permettent d'écrire:

$$\cos S = \sin\varphi \sin\varphi' + \cos\varphi \cos\varphi' \cos(\lambda - \lambda') \quad (2.36)$$

La formule d'addition des fonctions sphériques donne alors :

$$P_n(\cos S) = P_n(\sin j)P_n(\sin j') + 2 \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_{nm}(\sin j)P_{nm}(\sin j') \cos m(l - l') \quad (2.37)$$

P_{nm} est la fonction associée de Legendre définie par:

$$P_{nm}(x) = (1-x^2)^{m/2} \frac{d^m(P_n(x))}{dx^m}$$

En remplaçant (2.37) et (2.35) dans (2.34), il vient

$$\begin{aligned}
 V = & \frac{G}{r} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \left[\int_V r^{m+2} P_n(\sin j') \cos j' dr' dj' dl' \right] \right. \\
 & \times \frac{P_n(\sin j)}{r^n} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left[\int_V \frac{(n-m)!}{(n+m)!} r r^{m+2} P_{nm}(\sin j') \cos j' \cos ml' dr' dj' dl' \right] \\
 & \times \frac{P_{nm}(\sin j)}{r^n} \cos ml' + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left[\int_V \frac{(n-m)!}{(n+m)!} r r^{m+2} P_{nm}(\sin j') \cos j' \sin ml' dr' dj' dl' \right] \\
 & \left. \frac{P_{nm}(\sin j)}{r^n} \sin ml' \right) \quad (2.38)
 \end{aligned}$$

Posant M:masse de la terre, R:rayon équatorial, on définit:

$$\begin{aligned}
 MR^n J_n &= - \int_V r r^{m+2} P_n(\sin j') \cos j' dr' dj' dl' \\
 MR^n C_{nm} &= 2 \int_V \frac{(n-m)!}{(n+m)!} r r^{m+2} P_{nm}(\sin j') \cos j' \cos ml' dr' dj' dl' \\
 MR^n S_{nm} &= 2 \int_V \frac{(n-m)!}{(n+m)!} r r^{m+2} P_{nm}(\sin j') \cos j' \sin ml' dr' dj' dl'
 \end{aligned}$$

Les quantités J_n , S_{nm} , C_{nm} sont sans dimension. Ce sont les coefficients harmoniques du potentiel de gravitation terrestre dont il a été fait mention plus haut. En reportant leurs expressions dans (2.37), on obtient le développement du potentiel V en harmonique sphérique (on remarquant que $J_0 = -1$) :

$$V = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} J_n \left(\frac{R}{r} \right)^n P_n(\sin j) + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{R}{r} \right)^n P_n(\sin j) (C_{nm} \cos ml + S_{nm} \sin ml) \right] \quad (2.39)$$

b. Signification physique des coefficients harmoniques de bas degré

* Termes de degré 1:

$$\begin{aligned}
 MRJ_1 &= - \int_V r r' \sin j' dv = - \int_V z r dV = -Mz_G \\
 MRC_{11} &= \int_V r r' \cos j' \cos l' dv = \int_V x r dV = Mx_G \\
 MRS_{11} &= \int_V r r' \cos j' \sin l' dv = \int_V y r dV = My_G
 \end{aligned} \quad (2.40)$$

Où x_G , y_G , z_G sont les coordonnées cartésiennes du centre de masse de la terre dans le repère choisi. Si on choisit le centre de masse comme origine du repère alors $J_1 = C_{11} = S_{11} = 0$.

* Termes de degré 2:

$$\begin{aligned}
 MR^2 J_2 &= -\int_V r r'^2 \left(\frac{3 \sin^2 j' - 1}{2} \right) dv = \int_V \left(z^2 - \frac{x^2 + y^2}{2} \right) r dV \\
 MR^2 C_{21} &= \int_V r r'^2 \cos j' \sin j' \cos l' dv = \int_V xz r dV \\
 MR^2 S_{21} &= \int_V r r'^2 \cos j' \sin j' \sin l' dv = \int_V yz r dV \\
 MR^2 C_{22} &= \frac{1}{4} \int_V r r'^2 \cos^2 j' \cos 2l' dv = \frac{1}{4} \int_V (x^2 - y^2) r dV \\
 MR^2 S_{22} &= \frac{1}{4} \int_V r r'^2 \cos^2 j' \sin 2l' dv = \frac{1}{2} \int_V xy r dV
 \end{aligned} \tag{2.41}$$

On remarque que les coefficients harmoniques de degré 2 sont fonction des moments et produits d'inertie de la terre par rapport au système d'axes Oxyz.

J_2 représente l'aplatissement dynamique de la terre. Il lui correspond un aplatissement géométrique, se traduisant par une différence des rayons polaires et équatoriaux de l'ordre de 21 Km. L'aplatissement des pôles résulte pour l'essentiel de la rotation diurne de la terre. Le globe n'étant pas un corps parfaitement rigide, la force centrifuge due à la rotation terrestre attire la matière vers l'extérieur, perpendiculairement à l'axe de rotation et ceci avec une intensité d'autant plus grande que la distance à l'axe est plus grande. C'est pourquoi les régions équatoriales sont plus déformées que les régions polaires.

C_{22} représente l'ellipticité dynamique de l'équateur: L'équateur terrestre n'est pas circulaire mais elliptique. Le grand axe de l'ellipse perce l'équateur au niveau de la nouvelle Guinée et de l'Afrique équatoriale. L'ellipticité dynamique de l'équateur se traduit sur la forme de la terre par des dénivelées de l'ordre de 200 m. Numériquement la contribution de l'harmonique J_2 au potentiel de gravitation est environ 1000 fois plus faible que le terme central $\frac{GM}{R}$.

La contribution de l'harmonique C_{22} étant elle-même 1000 fois plus faible que celle de J_2 (donc 10^6 fois plus faible que le terme central).

c. Représentation condensée et normalisée du potentiel terrestre

Le développement donné en (2.39) peut s'écrire sous la forme condensée suivante (dans un repère centré au centre de masse de la terre):

$$V = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{r} \right)^n \left(\overline{C_{nm}} \cos ml + \overline{S_{nm}} \sin ml \right) \overline{P_{nm}}(\sin j) \right] \tag{2.42}$$

où $\overline{C_{nm}}$, $\overline{S_{nm}}$, et $\overline{P_{nm}}(\sin j)$ sont complètement normalisés de telle sorte que :

$$\frac{1}{4\pi} \int_S \overline{P^2_{nm}}(\sin j) \left(\frac{\cos^2 ml}{\sin^2 ml} \right) ds = 1$$

S: sphère unité .Et où:

$$\overline{C_{n0}} = -\frac{J_n}{\sqrt{2n+1}} \quad (\text{Harmoniques zonaux})$$

$$\overline{C_{nm}} = \sqrt{\frac{(n+m)!}{2(2n+1)(n-m)!}} C_{nm} \quad (\text{Harmoniques tesseraux})$$

8.2.2. Attraction gravitationnelle de la lune et du soleil

La force perturbatrice s'écrit :

$$R = Gm_L \left[\frac{1}{\Delta} - \frac{xx'+yy'+zz'}{r^3} \right]$$

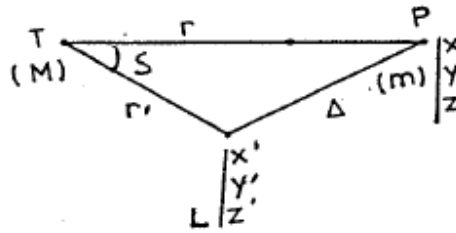


Figure 2.25 : perturbations lunaires

Pour la lune, le terme principal est:

$$R_L = Gm_L \frac{r^3}{r'^3} \left(\frac{3}{2} \cos^2 S - \frac{1}{2} \right) \quad (2.43)$$

m_L :masse de la lune

r:distance terre satellite

r': distance terre lune

S:Angle géocentrique entre la terre et le satellite

Pour le soleil le potentiel d'attraction solaire est de la même forme.

8.3. Force de perturbations non gravitationnelles : [15]

8.3.1. dues aux frottements atmosphériques

Alors que les deux premières perturbations étaient d'origine gravitationnelle (donc pouvant être mise sous forme de potentiel). On va maintenant parler de forces de surface.

La première provient du frottement atmosphérique. Il s'agit de la principale force d'origine non gravitationnelle qui affecte les satellites en basse orbite (LEO) au dessus de 500 Km d'altitude. Le freinage résulte de la traînée, non négligeable car, bien que la masse volumique de l'air soit très faible, la vitesse est de l'ordre de 7 à 10 Km/s, intervenant par le carré dans l'expression de la traînée. **Dans le cas d'une orbite MEO cette perturbation est négligeable.**

Son effet est d'autant moins important que le satellite soit *gros*, en effet la surface augmente comme le carré des dimensions, alors que la masse croît avec le cube des dimensions.

Ces frottements peuvent finir par provoquer une rentrée dans l'atmosphère si la trajectoire n'est pas compensée.

Cette force peut être exprimée comme suit :

$$\mathbf{F}_a = -\frac{1}{2} \rho S C_D V_r^2 \quad (2.44)$$

Avec ρ : densité atmosphérique

S : surface de référence

C_D : coefficient aérodynamique

V_r : vitesse relative du satellite par rapport à l'atmosphère

En fait, cette force ne représente que la force de traînée aérodynamique c'est-à-dire opposée à la vitesse. Une autre force perpendiculaire à V_r appelée portance peut également être créée mais est cette fois totalement négligeable dans le cas d'altitudes supérieures à 100 km. Il faudra bien sûr en tenir compte pour des rentrées atmosphériques.

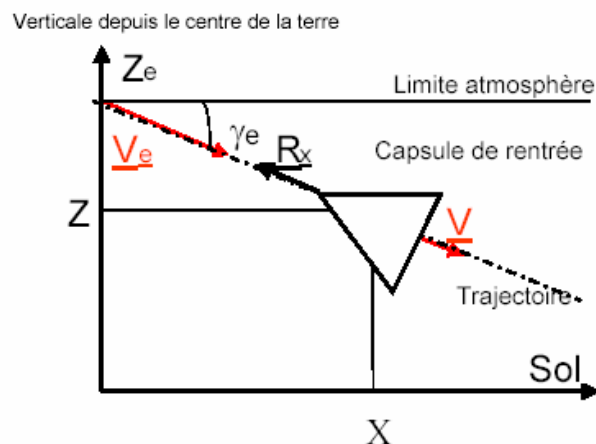


Figure 2.26: Illustration de la rentrée atmosphérique (APOLLO) [16]

8.3.2. Pression de radiation solaire

Dû aux flux de photons venant du soleil, il peut y avoir échange de quantité de mouvement avec le satellite d'où une force pouvant s'exprimer sous la forme (en supposant que le satellite est un corps « noir » c'est-à-dire non réfléchissant) :

$$\mathbf{F}_p = \varepsilon C_p P_0 S \mathbf{U} \quad (2.45)$$

Avec ε : égal à 0 si le satellite est à l'ombre et à 1 s'il est éclairé

C_p : coefficient de réflectivité (de l'ordre de 1,5)

S : surface de référence

P_0 : pression de radiation solaire par unité de surface ($4,63 \cdot 10^{-6} \text{ N.m}^{-2}$)

\mathbf{U} : vecteur unitaire de la direction soleil – satellite

Pour les satellites futurs sur lesquels seront montés des panneaux solaires très développés (surface de 100 m^2 pour une masse de 1000 Kg par exemple). Dans tous les cas, l'effet essentiel s'exerce sur l'excentricité de l'orbite : elle subit des perturbations périodiques (période de 1 an).

8.3.3. Accélération perturbatrice : C'est la notion importante de ce chapitre, elle est définie comme quotient de la résultante de toutes les perturbations par la masse du satellite. Le lecteur se convaincra que cette accélération, tout comme les forces en mécanique, ne peut dépendre que de la position, de la vitesse et du temps t .

8.4 Comparaison des forces perturbatrices

Le graphique suivant donne les ordres de grandeurs de ces différentes forces en comparaison avec le terme central du potentiel terrestre.

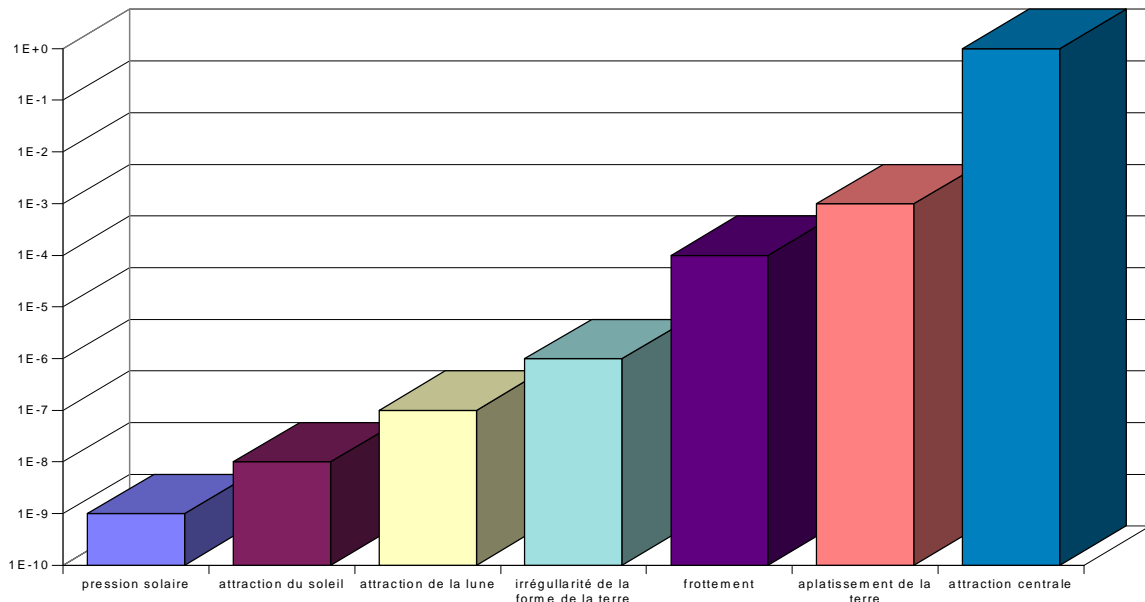


Figure 2.27: Comparaison des forces perturbatrices

8.5 LES POUSSEES DES PROPULSEURS [17]

La modification des paramètres des satellites est obtenue par l'utilisation de propulseurs. Leurs effets sont modélisés sous la forme de perturbations dans le repère local du satellite. Elles sont traduites à partir des équations de Gauss.

8.5.1. Modélisation des poussées

L'ensemble des propulseurs modélisés dans ce travail, est constitué de système à vitesse d'éjection constante. Leurs effets sur les satellites sont fondés sur le principe d'action-réaction. La vitesse d'éjection constante de particules à la sortie des moteurs est définie par la poussée F , divisée par le débit massique. Cette vitesse peut être représentée par le produit de l'impulsion spécifique du moteur par la constante d'accélération gravitationnelle au niveau de la mer, g_0 :

$$V_{ejection} = \frac{F}{\dot{m}} = g_0 \cdot I_{sp} = cste \quad (2.46)$$

ou F : poussée des propulseurs [N]

\dot{m} : Débit massique [Kg/s]

g_0 : accélération gravitationnelle au niveau de la mer [9.81 m/s²]

I_{sp} : impulsion spécifique des moteurs [s]

L'accélération produite par la poussée est liée à la masse du satellite par la relation fondamentale de la dynamique :

$$\gamma_p = \frac{F}{m} \quad (2.47)$$

La variation instantanée de la masse du satellite est définie par le rapport poussé sur vitesse d'éjection :

$$\frac{dm}{dt} = \frac{F}{g_0 I_{sp}} \quad (2.48)$$

L'intégration de l'accélération produite par le moteur (2.47) donne la variation de la vitesse subie par le satellite :

$$\Delta V = \int g dt = \int \frac{g_0 I_{sp}}{m} dm = g_0 I_{sp} \ln(m_0/m_f) \quad (2.49)$$

Nous pouvons en déduire la variation de masse induite par cette poussée, ainsi que la durée totale de celle-ci :

$$\Delta m = m_0 \left(1 - \exp \left(- \frac{\Delta V}{g_0 I_{sp}} \right) \right) \quad (2.50)$$

$$\Delta t = \frac{g_0 I_{sp}}{F} m_0 \left(1 - \exp \left(- \frac{\Delta V}{g_0 I_{sp}} \right) \right) \quad (2.51)$$

8.5.2. Effets des poussées sur les paramètres orbitaux

Lorsque les manœuvres sont de courte durée devant la période orbitale, les poussées sont modélisées par des impulsions de Dirac. Elles sont considérées comme les poussées pulsionnelles qui correspondent à des modifications instantanées de la vitesse orbitale. Elles sont ensuite intégrées aux équations de Gauss et induisent des variations instantanées des paramètres orbitaux, donc des états représentatifs des satellites :

$$\begin{aligned}\Delta a &= 2a \frac{\Delta V_t}{V} \\ \Delta e_x &= \frac{2\Delta V_t}{V} \cos a - \frac{\Delta V_n}{V} \sin a \\ \Delta e_y &= \frac{2\Delta V_t}{V} \sin a - \frac{\Delta V_n}{V} \cos a \\ \Delta i &= \cos a \frac{\Delta V_w}{V} \\ \Delta \Omega &= \frac{\sin a}{\sin i} \frac{\Delta V_w}{V} \\ \Delta a_M &= 2 \cdot \frac{\Delta V_n}{V} - \frac{\sin a}{\tan i} \cdot \frac{\Delta V_w}{V} \\ \Delta a_V &= - \frac{\sin a}{\tan i} \cdot \frac{\Delta V_w}{V}\end{aligned}\tag{2.52}$$

Les incréments de vitesse apparaissent sous la forme $\Delta V/V$. Le terme V est la vitesse d'orbitation circulaire. Cela implique que les corrections d'orbites sont d'autant plus chères en consommation de carburants que V est plus grand, c'est-à-dire que l'orbite est plus basse.

Remarquons qu'il est possible de modifier le vecteur excentricité de l'orbite soit avec des poussées tangentielles ΔV_t , soit avec des poussées normales ΔV_n . Toutefois, les poussées tangentielles sont deux fois plus efficaces que les poussées normales.

9. CONCLUSION

Avec ce chapitre et les rappels de mécanique spatiale qu'il comporte, nous avons pu mettre en évidence les principales possibilités d'évolution du système que nous allons maintenant étudier.

Nous avons pu voir les interactions qui agissent entre les différents paramètres orbitaux des satellites, paramètres qui sont les états de notre système, et les perturbations pouvant les affectées.

CHAPITRE III :PERFORMANCES REQUISES POUR UNE MISE A POSTE OPTIMALE1. INTRODUCTION

Ce chapitre est consacré à l'optimisation de la mise à poste d'une constellation de satellites de télécommunication ; une constellation Walker en orbite moyenne. Il va nous permettre de développer une stratégie de correction orbitale en phases de manoeuvres à divers niveaux de précision.

La résolution du problème de l'optimisation de la mise à poste permettra de résoudre la combinatoire du système et de réaliser l'optimisation globale pour la constellation traitée, des principaux paramètres et en fin la mise à poste.

Une fois cette réalisation effectuée, la constellation sera gelée et pourra fournir les services requis.

2. OPTIMISATION DE LA MISE À POSTE2.1 MODELISATION DU PROBLEME

La mise à poste d'un satellite consiste à réaliser la correction d'orbite nécessaire pour passer de sa position en fin de lancement vers sa position finale dans laquelle il est un élément constituant d'une constellation pour rendre un service requis.

Si la correction d'orbite ne consiste qu'en un phasage dans le plan orbital, il s'agit de modifier la position angulaire du satellite dans son plan d'évolution ainsi que son demi-grand axe. Le lanceur utilisé s'est positionné sur une orbite ayant l'inclinaison et la longitude du nœud ascendant de l'orbite finale du satellite. Ce problème est qualifié de problème plan ou de problème à deux dimensions.

En revanche, la correction d'orbite peut être plus conséquente et demander une modification complète des paramètres orbitaux du satellite. Il est alors nécessaire de faire évoluer l'inclinaison de l'orbite et/ou sa longitude du nœud ascendant éventuellement au moyen de corrections hors plan, ainsi que de réaliser les corrections planes précédentes. Un tel ensemble de corrections est qualifié de problème à trois dimensions.

2.1.1. La correction d'une trajectoire

Satellites, sondes et véhicules habités sont suivis en permanence afin de pouvoir déterminer leur trajectoire exacte. Lorsque les écarts deviennent trop importants par rapport à l'orbite *nominales*, ils reçoivent les ordres de correction nécessaires.

Au sol, des services spécialisés dialoguent par ondes radio avec le satellite au moyen de grandes antennes appelées *stations de poursuite*. Leur mission commence dès la séparation du satellite avec le lanceur – au cours de la *mise à poste* – et se poursuit tout au long de l'exploitation – durant le *maintien à poste*. Leur tâche essentielle consiste à localiser l'objet à partir de différentes mesures, prévoir sa trajectoire, déterminer les opérations nécessaires et lui communiquer les ordres de manoeuvres.

Les instruments et antennes du satellite doivent avoir une orientation précise, obtenue par rotation de sa *plate-forme*. Son *attitude* étant impossible à évaluer depuis le sol, il est équipé de capteurs capables de mesurer sa position par rapport au Soleil, aux étoiles ou à un point de la Terre.

Beaucoup de corrections de trajectoires se font grâce aux moyens de propulsions, souvent chimiques, des satellites.

Les manœuvres les plus importantes comme la circularisation d'orbite utilisent des moteurs puissants, comme les *moteurs d'apogée* ; les manœuvres plus faibles de mise à poste fine ou de maintien à poste utilisent des moteurs plus petits.

La consommation en *ergols* nécessaires à ces opérations est un facteur déterminant dans la durée de vie du satellite : lorsqu'il n'a plus d'ergols, il devient incontrôlable et donc inutilisable.

De nouveaux moyens comme la *propulsion ionique* et la *propulsion plasmique* sont donc de plus en plus fréquents.

Toutes les modifications de trajectoires n'utilisent cependant pas la propulsion. Dans le cas des missions interplanétaires, on sait également utiliser l'attraction d'autres astres pour placer une sonde sur une nouvelle trajectoire : c'est *l'assistance gravitationnelle*. [18]

2.1.2 Méthodes de corrections du paramètre Ω , longitude du nœud ascendant :

Les modifications des paramètres orbitaux peuvent être obtenues par l'utilisation des propulseurs propres aux satellites. Mais, dans certains cas comme par exemple les corrections de longitude du nœud ascendant, il est possible d'utiliser certaines perturbations gravitationnelles, et notamment l'effet du terme J_2 du potentiel terrestre, pour réaliser ces corrections à moindre coût pour une orbite basse.

Ces effets diminuant avec l'altitude, ces corrections ne sont réellement envisageables que pour les satellites en orbites basses. Dans le cas d'une orbite moyenne telle que pour la constellation galileo par exemple ou l'orbite est de 23216 km cette perturbation est quasiment nulle donc elle n'est pas considérée.

2.1.3 Correction des autres paramètres orbitaux de satellite

Pour réaliser les corrections des autres paramètres pratiquement seuls les effets de poussées des propulseurs sont réalistes.

Pour le paramètre demi-grand axe (a), la poussée suivant la direction \mathbf{T} du repère local (T,N,W) sera seule utilisée. Elle sera désignée par la suite sous le nom de poussée tangentielle. L'effet de la poussée tangentielle sur le demi-grand axe de l'orbite est décrit dans les équations (2.52), en voici le rappel :

$$\Delta a = 2a \cdot \frac{\Delta V_t}{V}$$

Pour l'inclinaison orbitale (i) c'est le cas échéant modifiée par des poussées suivant la direction W, désignées par le terme de poussées hors plan.

2.1.4 Méthode de correction :

Le plan de l'orbite étant défini par le centre de la Terre et par le vecteur vitesse à un instant donné, la correction d'inclinaison, c'est-à-dire le passage du plan de l'orbite à corriger au plan de l'équateur nécessite à l'un des nœuds de l'orbite, une impulsion de vitesse telle que le vecteur vitesse résultant soit dans le plan de l'équateur.

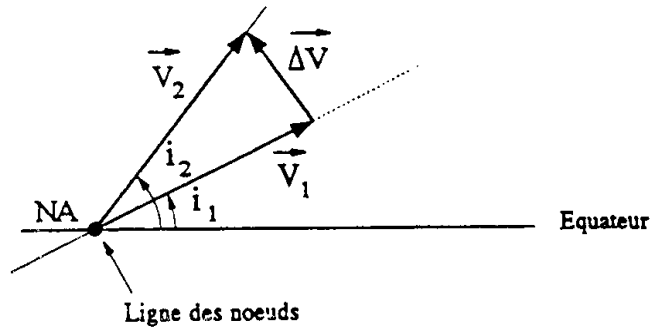


Figure 3.1 correction de l'inclinaison : composition des vecteurs de vitesse

Pour une inclinaison donnée, l'impulsion de vitesse ΔV à appliquer augmente avec la vitesse du satellite. L'opération de correction sera d'autant plus économique que cette vitesse sera faible. Malheureusement dans notre cas l'orbite est circulaire ce qui implique que la vitesse est constante donc la correction pourra être faite à tout moment.

On rappelle les effets de la poussée hors plan ΔV_w sur ces deux variables (Ω et i) tels qu'ils sont présentés dans les équations (2.52):

$$\Delta i = \frac{\Delta V_w}{V} \cdot \cos \alpha$$

$$\Delta \Omega = \frac{\sin \alpha}{\sin i} \cdot \frac{\Delta V_w}{V}$$

Il en résulte que l'instant d'application sur l'orbite doit être défini de manière à optimiser l'efficacité de la valeur de la poussée hors plan. Si l'effet n'est désiré que sur l'un ou l'autre des paramètres Ω ou i , la détermination de cette position est triviale:

- La poussée doit être réalisée au nœud ascendant ($\alpha = 0$) pour corriger l'inclinaison de manière à obtenir une valeur maximale de $\cos \alpha$.
- En revanche, elle doit être réalisée en $\alpha = 90$ degrés de manière à maximiser la valeur du sinus pour corriger le paramètre Ω .

Pour effectuer de façon optimale et en même temps les modifications de l'inclinaison et de la longitude du nœud ascendant d'une orbite, le calcul de la position d'application de la poussée hors plan découle également de ces équations. Il en résulte une poussée dans la direction W qui permettra des modifications de l'inclinaison et de la longitude du nœud ascendant respectivement de Δi et de $\Delta \Omega$:

$$\Delta V_w = \pm V \sqrt{\Delta i^2 + (\Delta \Omega \sin i)^2} \quad (3.1)$$

$$\alpha = a \tan\left(\frac{\Delta \Omega \sin i}{\Delta i}\right) \quad (3.2)$$

L'anomalie (α) d'un satellite sur son orbite sera corrigé par la modification de son mouvement moyen n présenté avec l'équation (2.21) :

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$$

Comme celui-ci dépend de la valeur du demi-grand axe de l'orbite, une poussée tangentielle permet d'accélérer ou ralentir le mouvement du satellite. Après un retour sur le demi-grand axe initial, la valeur de l'anomalie du satellite sur son orbite a augmenté ou diminué.

Restent les valeurs du vecteur excentricité (e_x et e_y). Celles-ci sont modifiées par des poussées tangentielles selon :

$$\begin{aligned} \Delta e_x &= \frac{2\Delta V_t}{V} \cos \alpha - \frac{\Delta V_n}{V} \sin \alpha \\ \Delta e_y &= \frac{2\Delta V_t}{V} \sin \alpha + \frac{\Delta V_n}{V} \cos \alpha \end{aligned} \quad (3.3)$$

L'instant d'application de la commande est ici encore important pour la détermination des commandes optimales. Dans ce problème de mise à poste, il est généralement fait l'hypothèse que les orbites sont circulaires du début à la fin de la mise à poste. Dans ce cas, nous considérons que les poussées tangentielles calculées pour modifier les autres paramètres peuvent toujours être scindées en deux de manière à ce qu'au final l'excentricité de l'orbite n'ait pas évoluée.

2.2 La stratégie de commande proposée

2.2.1. Gestion du temps de mise à poste

Le temps de mise à poste peut sensiblement influencer sur son coût. La gestion de ce paramètre devient donc une priorité. Lorsque des changements de plan sont nécessaires durant la mise à poste, ce sont les satellites qui doivent effectuer les changements les plus importants qui seront dimensionnant. Si la stratégie de lancement permet d'équilibrer les valeurs des corrections en Ω sur chaque satellite, les consommations seront globalement les même sur la constellation ou sur le groupe de satellites lancés en une étape.

Si tel n'est pas le cas, comme par exemple un lancement sur un plan orbital devant peupler trois plans espacés de 120 degrés, certains satellites devront subir des corrections plus importantes que d'autres. Il est alors possible d'équilibrer les consommations de tous les satellites. En effet pour une même consommation, une correction de faible amplitude peut être réalisée plus rapidement.

Face à ce constat, dans tous ce qui va suivre, nous proposons des stratégies de mise à poste qui se dérouleront, pour les satellites d'un même lancement, sur le même horizon temporel. Nous tenterons néanmoins d'équilibrer au mieux les consommations sur tous les satellites du lancement même si comme nous venons de le voir, certaines stratégies impliquerons des différences notables de consommations entre les différents satellites.

Dans notre cas, le temps complet de mise à poste est un paramètre intérieur du problème que nous nous proposons de traiter. Son choix pourra être guidé par les solutions que nous proposons, son "utilisation" sera optimisé par nos méthodes comme nous allons le voir, mais sa valeur peut faire appel à des problèmes extérieurs tels que des dates impératives de mise en place du service par exemple. Le temps total de mise à poste peut être décomposé en une stratégie en deux phases de commandes.

2.2.2 Première phase : injection directe et phasage dans le plan orbital :

La première phase consiste à injecter les satellite directement sur orbite moyenne par le biais des lanceurs tels que **Ariane V** qui permet d'injecter plus de 8 satellites MEO et 3 GEO sur leurs orbites ; **Proton** permet la mise en orbite de 6 MEO et 2 GEO et **Soyuz** capable de placer 1-2 MEO. La mise à poste est un problème de poursuite où le satellite doit être sur une position exacte à un instant final donné.

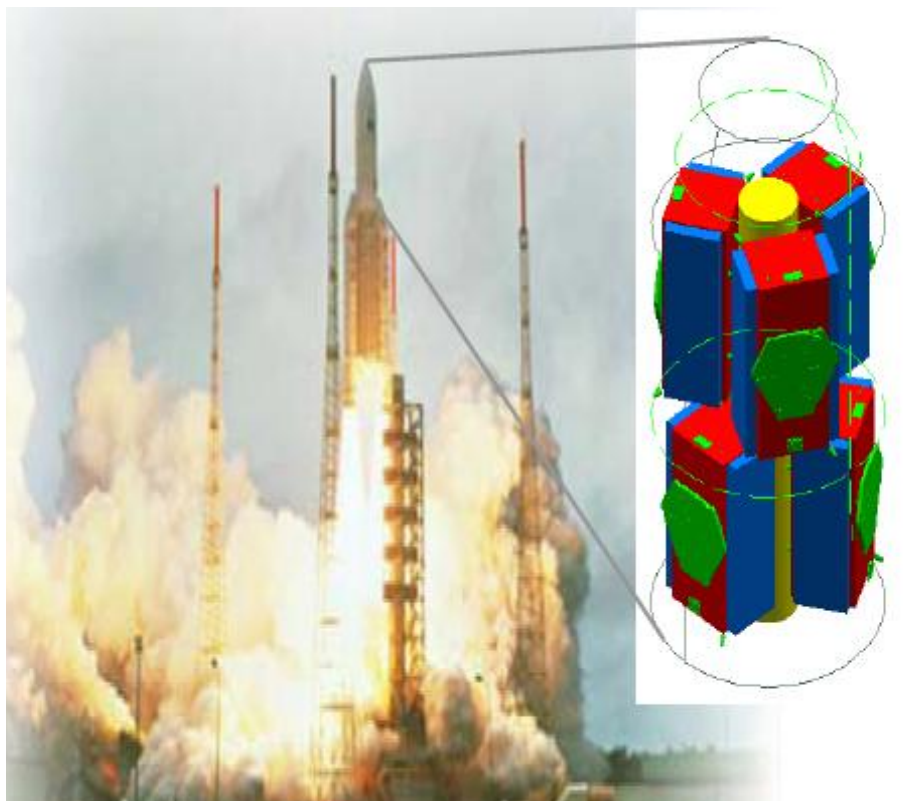


Figure 3.2 : lancement d'une constellation par Ariane V

Cette phase permet de ramener le satellite sur son demi-grand axe final et de vérifier les paramètres Ω et i . on suppose que le lanceur s'est positionnée sur une orbite ayant l'inclinaison et la longitude du nœud ascendant ; donc comme on l'a déjà précisé précédemment la correction consiste à faire le phasage dans le plan orbital.

C'est le cas idéal ; vu les performances du lanceur Ariane V avec 55 mises à poste effectuées avec succès, dont plus de 40 satellites géostationnaires [18]

On pourra donc dire qu'on a réalisé une mise à poste idéal à moindre coût.

Si ce n'est pas le cas, l'optimisation devra tenir compte des paramètres a et Ω tout en réalisant le phasage dans le plan orbital.

Tout le problème viendra, alors du couplage liant les équations d'évolution dynamique des paramètres α et Ω . Ce couplage résulte de fait qu'une grande partie de la commande est effectuée dans les deux cas par la modification du demi-grand axe a .

2.2.3 Deuxième phase : gel de la position des satellites et phasage

Cette deuxième phase de poussée n'est pas à proprement parlé une phase d'optimisation. Son but est de geler les positions des satellites sur les orbites atteintes au moyen de la phase précédente. Pour cela, il suffit de corriger leur demi-grand axe de manière à les placer sur la valeur nominale et permettre ainsi de réaliser le phasage dans le plan. Les effets différentiels des principales perturbations seront nuls et la géométrie ainsi constituée restera en place.

2.3 Modèle d'évolution dynamique:

Nous étudions dans ce travail une constellation d'une géométrie Walker en moyenne orbite (on prendra comme exemple la constellation Galiléo)

Un modèle d'évolution dynamique peut être représentatif de l'évolution des paramètres orbitaux d'un satellite à plusieurs niveaux de précision. Cette précision dépend d'une éventuelle intégration des effets instantanés des perturbations des poussés, effets qui sont essentiellement notables. Dans de telles conditions, un modèle d'évolution n'intégrant que les effets des perturbations des poussés sur les paramètres orbitaux est suffisant.

2.3.1. Hypothèses de bases

La description de ce modèle découle directement des paragraphes précédents. Il est développé à partir de la modélisation de l'effet des propulseurs. Il utilise les équations de Gauss simplifiées pour les orbites quasi-circulaires et les simplifications liées à ces orbites.

Les paramètres orbitaux des satellites à l'instant t_k définis par le vecteur

$$Q(t) = [a(t) \quad e_x(t) \quad e_y(t) \quad i(t) \quad \Omega(t) \quad \alpha(t)] \quad (3.4)$$

Il sont extrapolés analytiquement jusqu'à l'instant t_{k+1} pour former le vecteur $Q(t_{k+1})$. Les commandes, ou poussées, sont impulsionnelles et réalisées à l'instant t_k .

Une étape d'extrapolation est composée au plus d'une phase de poussées et d'une phase d'évolution balistique. S'il n'y a pas de commande à réaliser, une phase d'évolution est une phase balistique seule.

De part l'hypothèse de poussées impulsionnelles, la durée de la phase d'évolution balistique est définie à partir de l'instant t_k , et est notée Δt_k . Les poussées impulsionnelles sont représentées dans le repère local (T,N,W) à l'instant t_k par le vecteur :

$$(\delta V_{tk}, \delta V_{nk}, \delta V_{wk}) \quad (3.5)$$

La durée est définie par :

$$\Delta t_k = t_{k+1} - t_k \quad (3.6)$$

2.3.2 Description du modèle dynamique

Les hypothèses précédentes permettent de définir les équations du modèle d'évolution dynamique des paramètres orbitaux quasi-circulaires :

$$\begin{aligned}
 a_{k+1} &= a_k + \frac{2}{n} dV_{tk} \\
 e_{xk+1} &= e_{xk} + \frac{2 \cos a}{na} dV_{tk} - \frac{\sin a}{na} dV_{nk} \\
 e_{yk+1} &= e_{yk} + \frac{2 \sin a}{na} dV_{tk} + \frac{\cos a}{na} dV_{nk} \\
 i_{k+1} &= i_k + \frac{\cos a}{na} dV_{wk} \\
 \Omega_{k+1} &= \Omega_k + \frac{\sin a}{na \sin i} dV_{wk} \\
 a_{k+1} &= a_k + n \Delta t_k - \frac{\sin a}{na \tan i} dV_{wk}
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Ce modèle d'extrapolation est utilisé lors de la résolution des différents problèmes d'optimisation des poussées impulsives de mise à poste de la constellation.

Pour le mouvement moyen n ne dépendant que de la variable d'état a , il est nécessaire de le linéariser autour de la valeur nominale du demi-grand axe a_n de la constellation.

On applique le développement de Taylor au 1^{er} ordre sur n , autour de a_n , à partir de son expression :

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$$

La linéarisation donne :

$$n = \frac{5\sqrt{\mu}}{2a_n^{5/2}} - \frac{3\sqrt{\mu}}{2a_n^{5/2}} \cdot a \tag{3.8}$$

On peut remarquer que la linéarisation fait apparaître un terme d'évolution constant, qui est noté N^c , et un coefficient appliqué à la variable d'état a , noté N^a .

On pose :

$$N^c = \frac{5\sqrt{\mu}}{2a_n^{5/2}} \Delta t \tag{3.9}$$

$$N^a = -\frac{3\sqrt{\mu}}{2a_n^{5/2}} \Delta t \tag{3.10}$$

Ces termes seront utilisés pour écrire le modèle final sous forme de représentation d'état matricielle.

2.3.4. Effet des poussées

Pour des raisons de réduction du modèle proposé, seules les composantes tangentielles δV_t et hors plan δV_w des poussées seront modélisées.

L'effet des poussées sur les paramètres orbitaux circulaires sont ceux explicités dans les équations (3.7). De ce fait, nous nous limitons ici à la présentation de ces effets sous la forme de termes génériques qui seront utilisés pour écrire le modèle d'état linéaire.

L'effet de la poussée tangentielle sur le demi-grand axe est noté P_a^t :

$$P_a^t = \frac{2}{n} \quad (3.11)$$

L'effet de la poussée hors plan sur l'inclinaison est noté P_i^w :

$$P_i^w = \frac{\cos \alpha}{na} \quad (3.12)$$

L'effet de la poussée hors plan sur la longitude du nœud ascendant est noté P_Ω^w :

$$P_\Omega^w = \frac{\sin \alpha}{na \sin i} \quad (3.13)$$

L'effet de la poussée hors plan sur l'anomalie est noté P_α^w :

$$P_\alpha^w = \frac{\sin \alpha}{na \tan i} \quad (3.14)$$

2.4 Modélisations du problème d'optimisation pour un satellite

2.4.1. Corrections supplémentaires :

La stratégie que nous venons de présenter est orientée sur les corrections de la longitude de nœud ascendant par des poussées et de l'anomalie en modifiant le mouvement moyen du satellite sur l'orbite en utilisant l'effet de variation du demi-grand axe de l'orbite comme commande.

Il peut se faire que pour achever la correction en Ω , ainsi que pour réaliser la modification de l'inclinaison de l'orbite, des poussées hors plan soient nécessaires. De ce fait, leur intégration dans le scénario de commande devra également être optimisé et l'ensemble des poussées, tangentielles et hors plan, devra apparaître dans le critère d'optimisation.

a) Critère de consommation

Le critère basé sur les consommations se décline en deux niveaux d'écriture. Le premier est tout simplement basé sur la minimisation de la somme des modules des deux impulsions de vitesses appliquées au satellite lors des deux phases de commandes :

$$\text{Min} (\delta V_1 + \delta V_2) \quad (3.15)$$

Ces deux poussées sont décomposées dans le repère local au satellite de manière à les intégrer dans notre modèle d'évolution dynamique grâce aux équations de perturbations de Gauss.

Comme nous l'avons précisé auparavant, nous n'utiliserons pas de poussées dans la direction n, les termes seront sous la forme suivante :

$$dV_1 = \sqrt{dV_t^2 + dV_w^2} \quad (3.16)$$

$$dV_2 = \sqrt{dV_t^2}$$

Enfin, les poussées hors plan seront, le cas échéant, calculées de manière à réaliser une correction de longitude du nœud ascendant et de l'inclinaison en même temps. De ce fait elles découleront de l'équation (3.1). La valeur de l'anomalie à laquelle la poussée sera exécutée lors d'une phase est déduite de l'équation (3.2).

b) Contraintes du problème

Les contraintes du problème d'optimisation sont les équations d'évolution dynamique du satellite en orbite moyenne terrestre. Le modèle que nous utilisons est volontairement simple. Cela nous emmène à l'hypothèse de notre travail : les poussées seront modélisées sous la forme d'impulsions qui produisent des modifications d'orbite instantanées.

Nous allons travailler sur des paramètres orbitaux adaptés aux orbites circulaires tels qu'ils sont définis dans le chapitre précédent.

Nous allons réduire un vecteur aux quatre composantes que voici :

$$X_t = [a(t) \quad i(t) \quad \Omega(t) \quad \alpha(t)] \quad (3.17)$$

Ces paramètres seront perturbés par l'effet des poussées impulsives dans les directions T et W du repère (T,N,W) local au satellite. L'ensemble de ces équations d'évolution dynamique est les contraintes égalités de notre problème d'optimisation.

La modélisation du problème étant posée, nous pouvons maintenant présenter les divers niveaux de sa résolution.

2.5 OPTIMISATION DE LA MISE A POSTE

2.5.1 Calcul approché des commandes de mise à poste pour un satellite

a) Présentation des hypothèses de travail

Le travail consiste à réaliser la correction de longitude du nœud ascendant, le phasage dans le plan et la correction en demi grand axe. L'idée principale, dans la stratégie proposée, consiste à 'découpler' les dérives subies par le paramètre Ω et le paramètre α . En fait, ce couplage est imposé par le demi grand axe de l'orbite qui permet en même temps de corriger les deux paramètres. De manière à obtenir un calcul rapide et analytique qui pourra être utilisé par une méthode d'optimisation locale non linéaire.

b) Phasage du satellite dans le plan orbital : première approche

En fin de lancement le satellite doit vérifier le demi grand axe et la longitude Ω . Si ce n'est pas le cas la correction de Ω sera réalisée par la différence de vitesse d'évolution existant entre la cible et le satellite. Cette différence de vitesse est induite par l'écart de demi-grand axe qui doit être généré entre la valeur cible a_c et la valeur en fin de lancement a_f . Une correction par des poussées hors plans est envisageable.

La modification de l'anomalie découle de la valeur du mouvement moyen du satellite sur son orbite. Pour une orbite de même inclinaison, ces effets ne dépendent que de la valeur du demi-grand axe. Il est toutefois important de remarquer que le terme prépondérant de cette correction provient de la variation du mouvement moyen en fonction du demi-grand axe. L'évolution complète est donnée par :

$$\Delta a = \sqrt{m} \left(\frac{1}{a_f^{3/2}} - \frac{1}{a_c^{3/2}} \right) \Delta t \quad (3.18)$$

Ce demi grand axe est maintenu durant la période Δt . A l'instant t_f , la dernière poussée devra modifier l'orbite de façon à lui donner le demi-grand axe cible a_c . Cette commande permettra de geler les positions en longitude du nœud ascendant et en anomalie.

A partir du demi grand axe calculé et corrigé, en fin de mise à poste le satellite se trouve sur une orbite ayant l'inclinaison et le demi-grand axe égaux à la valeur cible et sur son anomalie cible. Tout cela est réalisé par poussées hors plan.

2.5.2. Extension à la mise à poste de plusieurs satellites en parallèle

- Résolution du problème d'affectation des satellites dans la géométrie finale

Une fois le problème du calcul des commandes optimales permettant à un satellite de rejoindre une position cible particulière résolu, il reste à appréhender le problème de la mise à poste globale de tous les satellites provenant d'un même lancement.

A priori, les positions finales sont fixées, mais pas "nominativement" pour chaque satellite du lancement. La combinatoire des choix possible peut être assez importante, surtout si la stratégie de mise à poste consiste en plusieurs lancements rapprochés temporellement.

De plus, l'optimisation de l'affectation des positions finales permettra de tenir compte des dispersions possibles lors du ou des lancements sur les paramètres orbitaux des satellites, de manière à réduire les poussées nécessaires à la mise à poste et donc les consommations. Même si le gain en consommation est minime à cette étape là, il peut s'avérer important pour mener à bien sur une plus longue période le maintien à poste futur.

La résolution du problème d'affectation nécessite la connaissance du coût de chacun des transferts possibles lors de la mise à poste de l'ensemble des satellites traités. Cet ensemble contient M satellites auxquels il correspond M position dans la géométrie finale. On définit alors le terme C_{ij} qui représente le coût permettant de modifier l'orbite du satellite i pour qu'il atteigne la position j dans la géométrie finale. En utilisant la méthode précédente, on peut déterminer les $M \times M$ (ou M^2) coûts C_{ij} .

L'affectation optimale est celle qui minimise la somme des M coûts C_{ij} associés aux choix des couples satellite-position finale. On définit alors les variables entières X_{ij} telles que :

$$\begin{aligned} X_{ij} &= 1 && \text{si le satellite } i \text{ est affecté à la position } j \\ &= 0 && \text{autrement} \end{aligned}$$

Il s'agit d'un problème de minimisation d'une fonction linéaire à valeur entière sous des contraintes d'égalité également linéaires :

$$\text{Min} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M X_{ij} \cdot C_{ij} \quad (3.19)$$

Sous les contraintes :

$$\sum_{i=1}^M X_{ij}=1 \quad (\text{un seule satellite peut être affecté à la position } j)$$

$$\sum_{j=1}^M X_{ij}=1 \quad (\text{le satellite } i \text{ ne peut être affecté qu'une seule fois})$$

L'optimum de ce problème permet de connaître l'affectation des M satellites sur les M places disponibles dans la géométrie. La résolution de ce problème d'optimisation linéaire est effectuée grâce à la méthode hongroise d'affectation de H.W.Kuhn [19] dont le principe est détaillé en annexe.

Le coût de cette affectation représente le coût global de la mise à poste de ces satellites. Il peut être utilisé, de manière à optimiser la position de la cible ou, inversement, la position du ou des plans optimaux de lancement des satellites.

3. EXEMPLES D'APPLICATION DE LA METHODE

3.1 Lancement unique avec changement de plan orbital

- *Constitution d'une constellation de six satellites en un seul lancement :*

Cet exemple permet de présenter les possibilités de notre méthode d'optimisation de la mise à poste d'une constellation de satellites, nous avons pris l'exemple de la constellation Galiléo.

Cette constellation de walker (27, 3,1) est composée de 27 satellites opérationnels plus 3 de secours répartie sur 3 plans

Les conditions initiales sont formées à partir d'un lancement de six satellites sur une orbite circulaire à 56 degrés d'inclinaison et de demi-grand axe égal à 23616 Km. La longitude du nœud ascendant de l'orbite est de 0 degré ainsi que l'anomalie des six satellites à l'instant initial. Des tirages aléatoires sont venus perturber ces valeurs.

A partir de cette condition initiale, le but est de constituer la géométrie de la première partie du projet Galiléo. Cette constellation se présente sous la forme d'une géométrie de Walker (6,3,1) avec une inclinaison de 56 degrés et des demi-grands axes de 23616 Km.

De ce fait, les trois plans orbitaux doivent être séparés de 120 degrés en longitude et contenir chacun deux satellites espacés de 40 degrés en anomalie. Pour obtenir de tels écarts entre les satellites en longitude du nœud ascendant, l'effet de dérive due au J_2 est considéré nul donc seul les poussés du lanceurs devraient être utilisés.

Nous considérons des perturbations aléatoires de grandeurs proches de valeur cibles la correction donne les résultats suivants:

L'injection en fin de lancement permet de positionner les satellites sur les demi-grands axes de dérive leur permettant d'acquérir les écarts de longitude de nœud ascendant de leurs plans respectifs.

On peut remarquer à la vue des demi-grands axes acquis que le fait de devoir séparer les trois plans de 120 degrés impose des positions de dérive très différentes. Certains, comme le couple satellite 1 et 2 du premier plan (0°), doit dérivé beaucoup moins que les autres (120° et 240°), La dérive différentielle étant obtenue par écarts de demi-grand axe, et les satellites partant tous de la même orbite d'un demi-grand axe de 23616 Km.

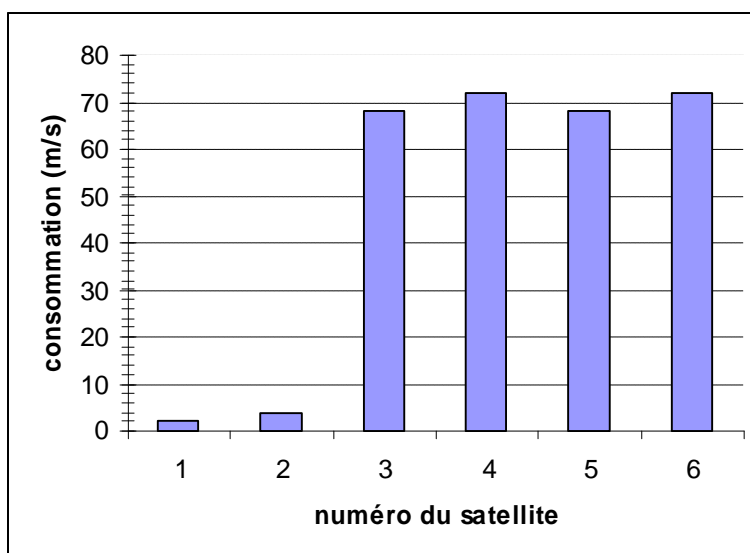


Figure : 3.3 : affectation des satellites

Les positions de dérives de la première phase étant très différentes pour les trois groupes de deux satellites, les poussées permettant de les ramener sur des demi-grands axes pratiquement identiques sont en conséquence différentes. On peut visualiser ces valeurs sur la figure 3.3.

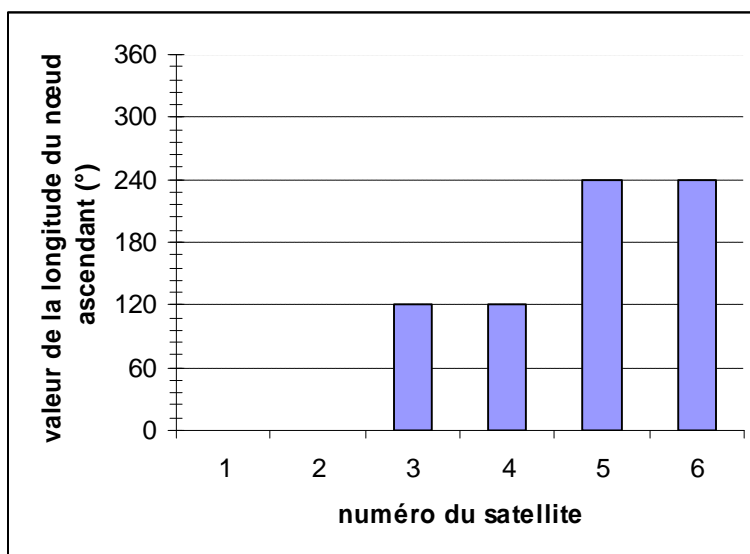


Figure : 3.4 : espacement des plans orbitaux

Ce qui permettent de finaliser les positionnements en Ω , (figure 3.4) réalisés en majeure partie lors de la dérive précédente, tout en modifiant l'anomalie des satellites pour garantir les écarts de 40 degrés dans les plans et le phasage inter plan imposé à 13.33 degré par le facteur de phasage(1) de la géométrie.

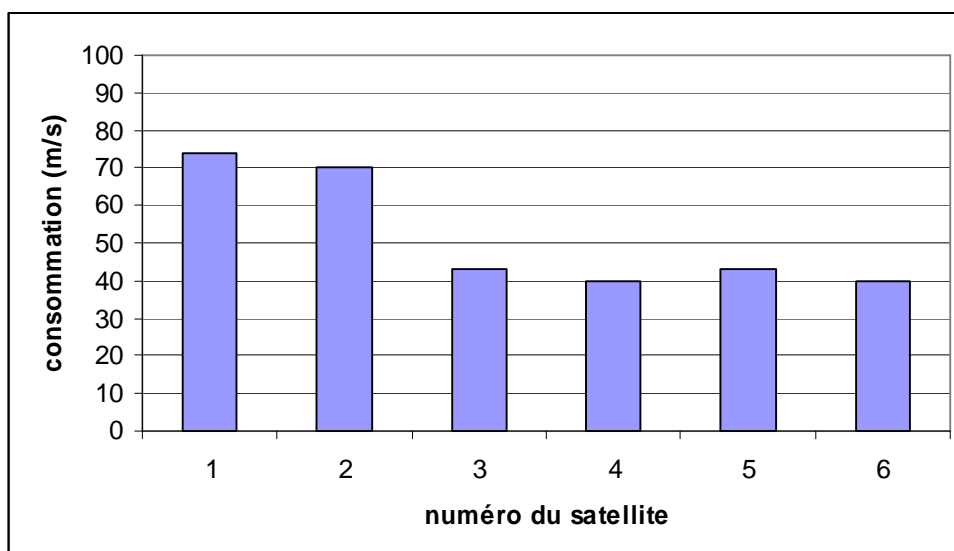


Figure : 3.5 : phasage en α

On peut remarquer que les positions en longitude du nœud ascendant en fin de cette première phase de dérive assurent pratiquement les écarts qui devront être effectifs pour la géométrie finale. Le raffinement de ces écarts sera acquis, en même temps que le phasage en anomalie, durant la deuxième phase de dérive.

A la fin de cette phase de dérive, pour une mise à poste complète, la configuration obtenue est gelée par un positionnement des satellites sur le demi-grand axe nominal de la constellation. Les dernières poussées ainsi que le total des consommations sont représentés par les figures 3.6 et 3.7 respectivement.

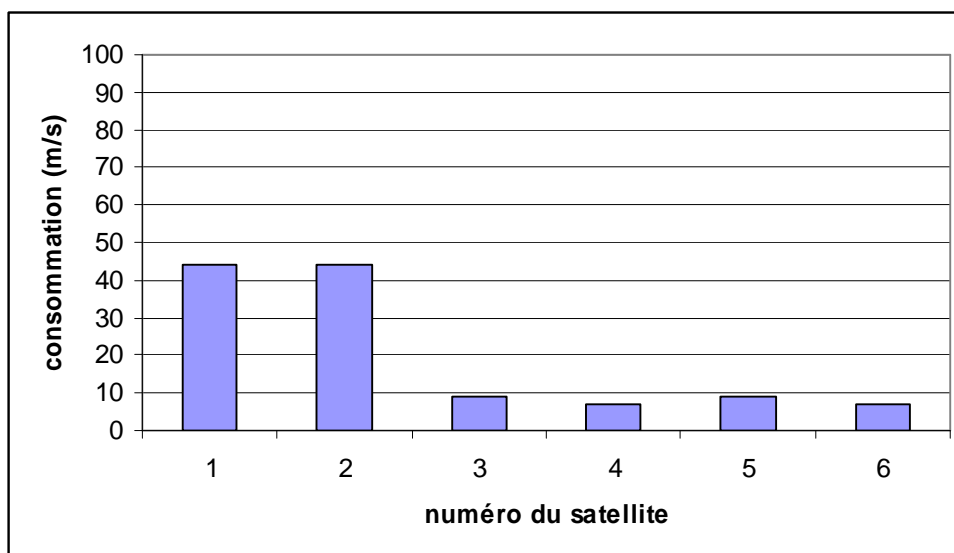


Figure : 3.6 : raffinement

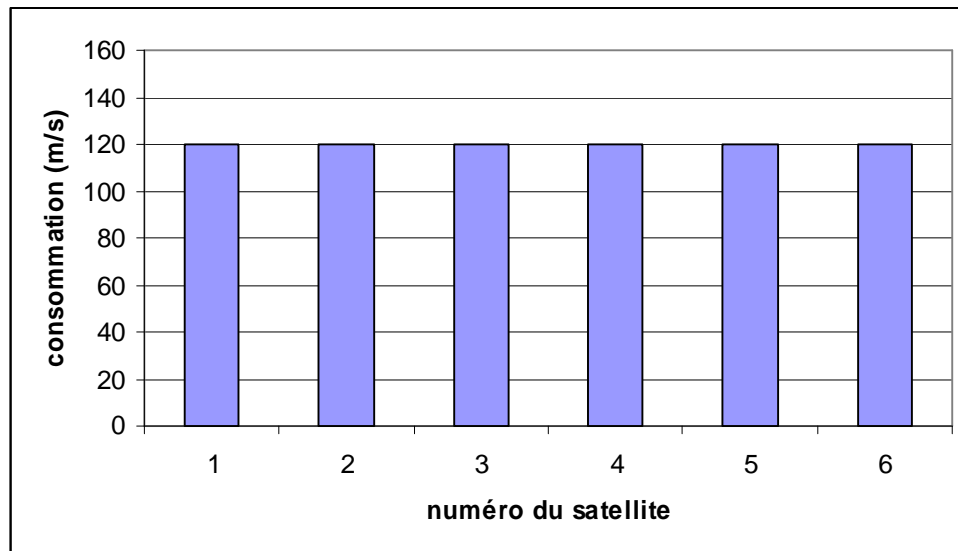


Figure : 3.7 Consommations Totales

La principale remarque que l'on peut formuler sur ces derniers résultats concerne la consommation totale. Nous avons pu équilibrer les consommations des six satellites tout en modifiant leurs paramètres orbitaux pour obtenir des écarts de 120 degrés entre les plans définitifs.

Nous l'avons vu sur la figure 3.7, la consommation globale est pour chaque satellite est de presque 120 m/s.

4. CONCLUSION

Dans cette partie nous avons pu donner un model dynamique de base selon les contraintes posées, un model relativement simple ; cela nous a permis de réaliser l'optimisation de la mise à poste d'une partie de la constellation Galiléo. Les calculs sont faits pour un lancement d'une flotte de 6 satellites, mais on peut généraliser ces résultats pour toute la constellation. Les consommations sont réduites par rapport à une mise à poste classique sur trois phases ainsi qu'un facteur essentiel qui est le temps de mise à poste qui varie d'une dizaine d'heures à quelques jours dans notre cas et qui est de plus de 300 jours voir même une année dans l'autre cas, et cela est grâce au nouveaux lanceurs.

Aussi on a éliminé une grande partie de calculs supplémentaire en ce qui concerne l'effet du terme J_2 et l'optimisation du transfert orbital (transfert de Hohmann).

CONCLUSION GENERALE

Le travail que nous avons mené se situe dans la réalisation d'une des deux périodes de vie d'un satellite en poste, qui sont la mise à poste et le maintien sur orbite

L'étude préliminaire menée sur la description du système de navigation par satellite « GPS » ou nous avons, au cours de cette étude, cherché à décrire les principales caractéristiques du système GPS, qui sont également été retenus pour Galileo, la constellation européenne de satellites de navigation qui devrait entrer en service opérationnel vers 2008.

La deuxième étude s'est portée sur les coordonnées orbitales avec des notions d'orbitographie, et des lois de Kepler. Nous avons pu examiner les principales perturbations agissant sur les paramètres orbitaux des satellites ainsi que leur modèle d'application et leur modélisation analytique. Grâce à cela il a été possible d'identifier divers degrés de précision dans la restitution de la dynamique étudiée à partir du modèle képlérien de base

La troisième étude portée sur l'optimisation de la mise à poste. Avant de l'aborder, nous avons développé un modèle ne tenant compte que des perturbations agissantes sur les orbites moyennes, donc on a éliminé les effets séculaires des paramètres orbitaux et découlant des effets au premier ordre de développement en série du potentiel terrestre (le terme J_2 qui est représentatif de l'aplatissement de la Terre aux pôles).

La mise à poste de satellite a été abordée dans sa globalité de manière à tenir compte des interactions agissant entre les diverses positions possibles de satellite.

Les travaux précédents dans ce domaine proposaient une stratégie de transfert en trois phases : Une première série de manœuvres à pour but de placer un satellite sur le demi-grand axe de dérive intermédiaire. Ces valeurs sont calculées de manière à générer des écarts d'altitude entre les satellites, donc des effets différents du J_2 et de ce fait des dérives différentielles permettant de séparer le plan orbital de satellite, cette phase peut durer une année ou même plus et nécessite après un transfert orbital.

Une deuxième phase de manœuvres permet de rapprocher le satellite de leur demi-grand axe final en utilisant une résolution analytique du problème de transfert (transfert de Hohmann).

Et sa va coûter en temps et en carburant donc en durée de vie. en plus cette étape est menée à partir de la méthode de gradient de gravité pour résoudre un problème d'optimisation d'une fonction non linéaire. Et enfin réaliser le phasage et faire les corrections finales pour une troisième étape.

Notre idée été d'envoyer la gap des satellites directement sur l'orbite moyenne vu les performances actuelles des lanceurs tels que Ariane V permettant d'injecter jusqu'à 8 satellites en orbite moyenne et 3 Géostationnaires, et réaliser la mise à poste en deux phases seulement au lieu de trois donc éviter le transfert orbitale ce qui va économiser le carburant pour des manœuvres ultérieurs surtout le maintien a poste et augmenter la durée de vie de la constellation.

La première étape débute en fin de lancement en calculant les positions optimales pour chaque satellite et ainsi de réaliser les corrections des paramètres orbitaux selon le model dynamique proposé et d'avoir les écarts en longitude en agissant sur le demi grand axe

Pour cela une méthode linéaire d'affectation est proposée

L'étape suivante consiste à réaliser le phasage qui est effectué aussi grâce à des écarts de demi-grand axe agissant sur le mouvement de satellite sur l'orbite.

La constellation est gelée et commence les essais de transmission.

CONCLUSION GENERALE

Le travail que nous avons mené se situe dans la réalisation d'une période de vie d'une constellation de satellites qui est la mise à poste.

Au cours de l'étude préliminaire menée sur la description de système de navigation par satellite « GPS ». Nous avons cherché à décrire les principales caractéristiques du système GPS.

Nous avons vu que l'utilisation du CDMA permettait de récupérer le message initial dans des conditions fortement dégradées (SNR de l'ordre de -23dB).

Il est intéressant de remarquer que le CDMA a également été retenu pour Galileo, la constellation européenne de satellites de navigation qui devrait entrer en service opérationnel vers 2008. Une de différences principales avec le GPS est qu'en plus du signal modulé par le code et les données, Galileo enverra vraisemblablement un signal « pilote » modulé uniquement par le code. Ceci permettra aux récepteurs de rester synchronisés sur le signal même dans des conditions de rapport SNR très faible, ce qui est intéressant quand on considère le temps nécessaire pour la phase d'acquisition du signal.

La deuxième étude s'est portée sur les coordonnées orbitales avec quelques notions d'orbitographie, et la démonstration des lois de Kepler et nous avons pu examiner les principales perturbations agissant sur les paramètres orbitaux des satellites

La troisième étude portée sur l'optimisation de la mise à poste. Et la modelisation des perturbations. Grâce à cela il a été possible d'identifier divers degrés de précision dans la restitution de la dynamique étudiée à partir du modèle Képlérien de base. Nous avons développé un modèle ne tenant compte que des perturbations à court terme ou séculaires des paramètres orbitaux.

La mise à poste de satellite a été abordée dans sa globalité de manière à tenir compte des interactions agissant entre les diverses positions possibles de satellite.

En premier lieu, une stratégie globale a été développée. Elle est basée sur la difficulté, intrinsèque au système, que l'on rencontre lorsque l'on désire de changer la valeur de la longitude du nœud ascendant d'une orbite. C'est pour cela nous avons proposé une stratégie de transfert en deux phases.

Une première série de manœuvres à pour but de placer un satellite sur le demi-grand axe nominale en fin de lancement..

Pour mettre en application cette stratégie, un premier module de calcul de transferts orbitaux a été développé.

A partir de cette solution de base, le deuxième niveau d'optimisation de la mise à poste pu être mis en place. La première partie ayant pris en compte la globalité des corrections de satellite pour couvrir la cible. Cette deuxième a été menée à partir de la méthode de gradient de gravité qui permet de résoudre un problème d'optimisation d'une fonction non linéaire.

Une dixième phase consiste à geler la constellation dans sa position finale afin de pouvoir fournir les services requis.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Global Positioning System
http://www.gps.oma.be/fr/lbesch_fr_ok_css.htm
- [2] The Global Positioning System
<http://www.Univ-Lemans.fr/s962665/gps.html>
- [3] « Service de positionnement sur la base du DGPS pour la navigation, la saisie de données GIS et la mensuration »
U. Wild, S. Grünig, R. Hug, P. Kummer, SWIPOS
- [4] Galiléo, coopération européenne et Internationale.
European spatial agency (ESA)
- [5] Galileo, Le programme européen de navigation par satellite.
European spatial agency (ESA)
- [6] « Mobile Satellite Communications »
S. Ohmori, H. Wakana, S. Kawase Artech House, Boston. London, 1998.
- [7] Orbit Motion Pages
<http://dSPACE.dial.pipex.com/town/plaza/he13/orbimot.shtml>
- [8] Online Space Notes-NASA
<http://spaceboy.nasada.go.jp/Note/Note-e.html>.
- [9] "Optimization of Satellite Constellation Reconfiguration".
Uriel Scialom. MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY. August 2003
- [10] «Etude des trajectoires des satellites »
Robert GUIZIOU, DESS AIR ET ESPACE, université MARSEILLE II, 2001
- [11] « Les réseaux satellitaires de télécommunications technologie et services »
E. Altman, A Ferreira, J. Galtier, DUNOD, Paris, 1999.
- [12] Mars geophysical European network.
Veronique Déchant, Tim Van Hoolst. Autumn training 2004. Brussels
- [13] Sciences.ch2002-
2005.<http://www.sciences.ch/htmlfr/cosmologie/cosmoastrophysique01.php>
- [14] Optimisation de la mise a poste d'un satellite.
These magistère. Amar Boufersada .université jijel 2004
- [15] http://www.europa.eu.int/comm/energy_transport/en/gal_en.html
- [16] http://www.esa.int/export/esaSA/ESAGFEF18ZC_index_0.html
- [17] "Propulsion pour satellites".
Robert GUIZIOU, DESS AIR ET ESPACE, université MARSEILLE II, 2001

[18] La correction d'orbite

[http://www.cnes.fr/html/ 107 477 480 .php](http://www.cnes.fr/html/107_477_480.php)

[19] Combinatorial optimization, prentice-hall inc 1982.

C.H Papadimitriou and K.steiglitz

TABLE DES FIGURES

CHAPITRE I

page:

Figure 1.1 : Le segment spatial.....	6
Figure 1.2 : Répartition de la constellation GPS.....	6
Figure 1.3: Station principale & stations de contrôle.....	7
Figure 1.4 : champ d'un satellite.....	8
Figure 1.5 : intersection des sphères.....	8
Figure 1.6: La Triangulation.....	9
Figure 1.7: Mesure du temps.....	10
Figure 1.8 : Erreur de position.....	11
Figure 1.9 : Position réelle.....	11
Figure 1.10: Erreur de trois satellites.....	11
Figure 1.11 : Erreurs de mesure du temps.....	12
Figure 1.12: Positionnement du satellite.....	13
Figure 1.13: Architecture du système DGPS.....	14
Figure 1.14: Calcul d'erreur.....	14

CHAPITRE II

Figure 2.1: Coordonnées terrestres.....	18
Figure 2.2: Coordonnées équatoriales.....	19
Figure 2.3: Coordonnées horaires.....	20
Figure 2.4: les orbites circulaires.....	23
Figure 2.5: orbite elliptique.....	23
Figure 2.6: constellation GEO.....	25
Figure 2.7: Types de constellations.....	26
Figure 2.8: types de constellations Walker.....	26
Figure 2.9: répartition des satellites de la constellation Galiléo.....	27
Figure 2.10: Constellation GALILEO.....	28
Figure 2.11 : L'ellipse.....	28
Figure 2.12 : Loi des aires.....	29
Figure 2.13 : problème à deux corps.....	29
Figure 2.14: l'ellipse.....	32

Figure 2.15: Trajectoire d'un satellite artificiel.....	33
Figure 2.16: Paramètres orbitaux d'un satellite.....	33
Figure 2.17: Position du plan de l'orbite.....	34
Figure 2.18: Position du satellite sur l'orbite.....	35
Figure 2.19: orbite d'un satellite avec différentes valeurs de l'excentricité.....	37
Figure 2.20: Effet de changer l'excentricité dans une conique.....	38
Figure 2.21: Somme des perturbations.....	39
Figure 2.22: Repère local au satellite (R,S,W).....	41
Figure 2.23: Repère local au satellite (t,n,w).....	42
Figure 2.24: potentiel de gravitation.....	45
Figure 2.25 : perturbations lunaires.....	49
Figure 2.26: Illustration de la rentrée atmosphérique (APOLLO).....	50
Figure 2.27: Comparaison des forces perturbatrices.....	51

CHAPITRE III

Figure 3.1: correction de l'inclinaison : composition des vecteurs de vitesse.....	56
Figure 3.2 : lancement d'une constellation par Ariane V.....	58
Figure 3.3 : affectation des satellites.....	65
Figure 3.4 : espacement des plans orbitaux.....	65
Figure 3.5 : phasage en α	66
Figure 3.6 : raffinement	66
Figure 3.7 : Consommations Totales	67

Méthode Hongroise d'affectation de H.W.Kuhn

Le problème de base est le suivant. Nous sommes en présence de N travaux à effectuer et nous avons à notre disposition N personnes pour les réaliser, chacune ayant un prix pour réaliser chacun des travaux. Le but est d'affecter une personne par travail de manière à ce que la somme des coûts soit minimale. Il est possible de modéliser cela par un graphe biparti, par lequel nous devons faire traverser un flux.

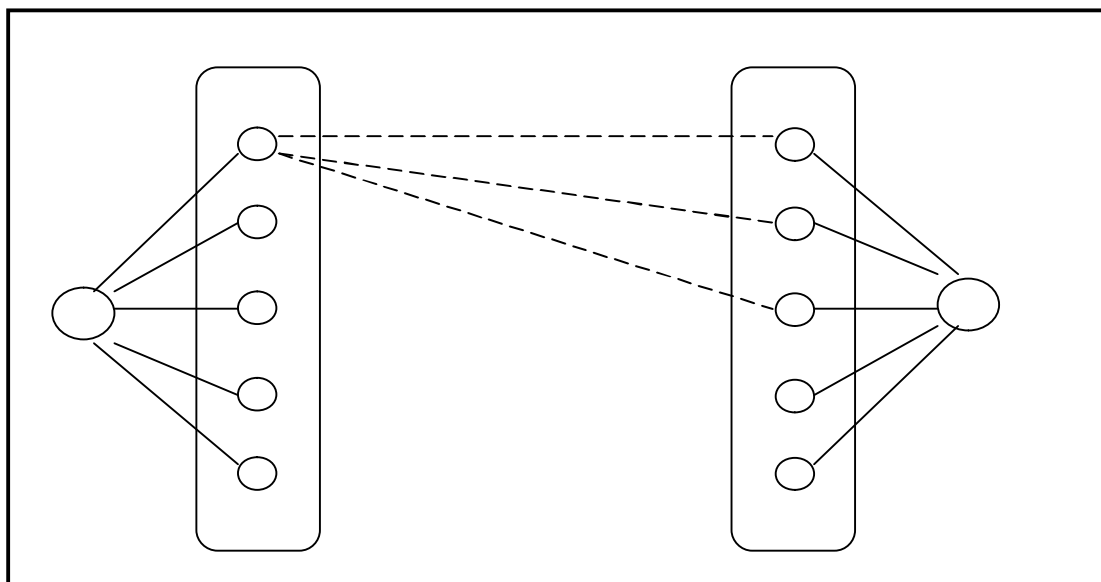


Figure A.1- Graphe bipartie

La première partie du graphe représente les travaux à effectuer, la deuxième représente les personnes. Chaque arc représente le coût de l'affectation travail-personne. Toutes les combinaisons sont possibles, il faut que le coût total de l'affectation soit minimal.

Pour réaliser cela, il faut travailler sur le tableau initial dont les lignes sont les travaux et les colonnes sont les personnes, les cases du tableau contenant les coûts respectifs.

8	3	1	5
11	7	1	6
7	8	6	8
11	6	4	9

La méthode développée par H. W. Kuhn [19] consiste à calculer des coûts marginaux. Pour cela on recherche le minimum par ligne et on le retranche aux coefficients de la ligne. Une fois cela réalisé sur toutes les lignes du tableau, on recommence cette opération sur les

colonnes. On obtient alors un tableau avec des coûts positifs ou nuls. L'affectation se réalise sur les coûts marginaux nuls.

Ces affectations sont en **gras** dans nos tableaux d'exemples.

6	0	0	2
9	4	0	3
0	0	0	0
6	0	0	3

Cette affectation se réalise avec une procédure récursive qui cherche un chemin lui permettant de faire une affectation de plus par étape, cela parmi les cas admissibles du tableau (cases à coût nul).

Lorsque il n'y a pas de chemin, il devient nécessaire de faire apparaître d'autres coûts marginaux nuls, pour augmenter les possibilités de chemins accessibles.

Pour cela, on commence par **marquer** les lignes qui n'ont pas été affectées. Ces lignes ayant des zéros, on marque ensuite les colonnes où figurent ces zéros. Puis enfin, on marque les lignes qui ont été affectées à ces colonnes.

●	6	0	0	2
●	9	4	0	3
	0	0	0	0
●	6	0	0	3
		●	●	

Il faut ensuite barrer toutes les lignes et toutes les colonnes marquées et rechercher le minimum non nul du tableau.

Ce minimum est soustrait à toutes les cases barrées uniquement horizontalement et ajouté à toutes les cases barrées uniquement verticalement. Les cases non barrées ou barrées dans les deux sens restent inchangées. De nouveaux zéros étant apparus, on peut refaire une recherche d'affectation.

4	0	0	0
7	4	0	1
0	2	2	0
4	0	0	1

Dans cet exemple, la solution est obtenue au bout d'une itération. Comme cela a été démontré [19], la solution trouvée par cette méthode n'est pas la seule, mais elle est **optimale**. Il peut seulement y avoir d'autres affectations possibles de **même** coût global.

ALGORITHME :

Entrée : tableau $C(i,j)$ carré de dimension $n.n$

Sorties : vecteur d'affectation $V(i)$ de dimension n , coût global de l'affectation

Début

$tab(i,j) := C(i,j)$

{Copie de travail de $C(i,j)$ }

*pour toute ligne(i) de $tab(i,j)$ faire
marginaux}*

{Calcul des coûts

recherche du min ;

$lingne(i) := lingne(i) - min ;$

pour toute colonne(j) de $tab(i,j)$ faire

recherche du min ;

$colonne(j) := colonne(j) - min ;$
admissible}

{Toute case nulle obtenue est

tant que (nb d'affect < n) faire

affectation ;

nouveaux-zéros ;

Calcul du coût de l'affectation ;

{Utilisation du tableau $C(i,j)$ non modifié}

Fin

Procédure nouveau-zéros

Début

pour toute ligne(i) de tab(i,j) faire {Marquage des lignes non affectées}

*si (ligne(i) **non** affectée) faire marquer ligne(i) ;*

*pour toute ligne(i) **marquée** de tab(i,j) faire* {Marquage des colonnes}

si (tab(i,j) = 0) faire marquer colonne(j) ;

pour toute ligne(i) faire

*si (ligne(i) affectée à une colonne(j) **marquée**) faire marquer ligne(i) ;*

calcul du min non nul de tab(i,j)

pour toute case de tab(i,j) faire {Calcul des nouveaux zéros}

si (ligne(i) marquée et colonne(j) marquée) faire tab(i,j) - min ;

*si (ligne(i) **non** marquée et colonne(j) marquée) faire tab(i,j) + min ;*

Fin

Procédure affectation

Début

pour toute ligne(i) de tab(i,j) faire {Affectation des lignes i aux colonnes j}

si une col(j) est telle que (tab(i,j) = 0 et col(j) non affectée) faire V(i) = j ;

{Une première affectation a été réalisée, elle n'est sûrement pas complète}

pour toute ligne(i) non affectée faire

recherche en profondeur ; {Recherche d'un chemin permettant une affectation}

si (recherche en profondeur aboutie) faire retour ;

Fin

Remarques :

- *La procédure de recherche en profondeur est récursive. Chaque fois qu'elle progresse dans le tableau, elle s'appelle elle-même pour progresser d'une étape supplémentaire. Lorsqu'elle finit par arriver sur un chemin permettant une affectation supplémentaire, elle stoppe. Si elle décrit le tableau en entier sans aboutir, la ligne de départ ne sera pas affectée.*
- *La procédure de retour permet de parcourir, dans le sens inverse, le chemin déterminé par la recherche en profondeur. Elle permet de mettre à jour les affectations qui ont évolué pour obtenir, au final, l'affectation de la ligne traitée.*