REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE FRERES MENTOURI CONSTANTINE 1

FACULTE DES SCIENCES DE LA TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

N° Série : 03/elect/2024 *N° d'ordre : 11/D3C/2024*

THESE

Pour l'obtention du diplôme de Doctorat Troisième Cycle LMD

En Automatique

Spécialité : Automatique et traitement du signal

Présentée par

LAKEHAL AYAT El Hacene Djallel

Thème

Co-conception Contrôle-communication des systèmes non linéaires

Soutenue publiquement le :

Devant le jury:

Pr. Abdelhak BENNIA	Université Frères Mentouri Constantine1	Président
Pr. Noura MANSOURI	Université Frères Mentouri Constantine1	Rapporteur
Pr. Karim KEMIH	Université Med Seddik Benyahia, Jijel	Examinateur
Pr. Youcef ZENNIR	Université 20 Aout 1955, Skikda	Examinateur
Pr. Samir LADACI	ENP, Alger	Examinateur
Dr Ameur IKHLEF	Université Frères Mentouri Constantine1	Examinateur
Pr. Boukabou Abdelkrim	Université Med Seddik Benyahia, Jijel	Invité

Année Universitaire : 2023-2024

Remerciements

Je saisis cette opportunité pour exprimer ma profonde gratitude envers ma directrice de thèse, Madame MANSOURI Noura. Elle m'a chaleureusement accueilli au sein de son équipe de recherche, m'offrant ainsi l'opportunité de progresser dans mon parcours académique. Mes remerciements vont de pair avec la reconnaissance que j'éprouve pour la confiance, l'appui inestimable, et la liberté qu'elle m'a accordée. J'apprécie tout particulièrement son intérêt grandissant pour mes travaux, son soutien indéfectible, son encouragement constant, et sa disponibilité sans faille tout au long de ces années. Sa vaste expertise dans le domaine et son expérience ont joué un rôle crucial dans l'avancement et la réussite de ma thèse.

Je souhaite également exprimer ma sincère gratitude envers Monsieur BENNIA Abdelhak, Professeur à l'Université de Frères Mentouri Constantine 1, qui a généreusement accepté de faire partie du jury de thèse et qui aura l'honneur d'en assurer la présidence

Mes plus sincères remerciements vont à Monsieur BOUKABOU Abdelkrim, Professeur à l'Université de Jijel, qui a accepté d'être mon co-encadreur. Sa contribution précieuse a été cruciale pour mes travaux, et je lui suis vivement reconnaissant pour sa lecture approfondie et ses remarques enrichissantes qui ont contribué à l'amélioration de ma thèse.

J'exprime également ma profonde gratitude envers Monsieur KEMIH Karim, Professeur à l'Université de Jijel, et Monsieur ZENNIR Youcef, Professeur à l'Université de Skikda, et Monsieur LADACI Samir, Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique (ENP) d'Alger pour avoir accepté d'être les examinateurs de ma thèse, même en dépit de la distance qui nous sépare.

Mes remerciements s'étendent également à Monsieur IKHLEF Ameur, maître de conférences à l'Université de Frères Mentouri Constantine 1, pour avoir accepté de faire partie des examinateurs de la thèse.

Enfin, je tiens à exprimer ma reconnaissance profonde envers toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont été d'une inestimable aide tout au long de cette aventure académique. Leur précieuse contribution a enrichi ma thèse et mon expérience. Leurs conseils éclairés et leur soutien indéfectible ont été des piliers essentiels de ma réussite. Je leur suis infiniment reconnaissant pour leur générosité et leur implication.

A la mémoire de ma mère

A mon père

A ma femme

A mes beaux parents

A mon frère et sa petite famille

A ma grande mère

A mes tantes et mes oncles

A toute ma famille

A mes amies et collègues

A mes professeurs

Sommaire

Table des figures

Liste des tableaux

Introduction générale

À l'ère de la complexité technologique croissante, les systèmes de contrôle évoluent également pour répondre aux défis et aux opportunités que présentent des environnements de plus en plus interconnectés et complexes. Ceci a conduit à l'émergence de systèmes de contrôle en réseau comme réponse aux besoins de coordination et de collaboration entre des composants distribués géographiquement. Ces systèmes offrent des avantages considérables en termes de flexibilité, de résilience et d'efficacité opérationnelle car ils peuvent souvent tolérer des pannes ou des interruptions sans compromettre l'ensemble du système. Cela est particulièrement important dans des domaines tels que les réseaux électriques, les systèmes de transport et les infrastructures critiques. La collecte de données en temps réel, l'analyse avancée et la prise de décisions automatisées permettent quant à eux une gestion plus efficace et proactive des systèmes. La maintenance prédictive est un excellent exemple de cette application. En surveillant en temps réel l'état des équipements, les systèmes de contrôle en réseau peuvent détecter les signes précurseurs de défaillance et déclencher des interventions avant que des pannes ne surviennent, ce qui réduit les temps d'arrêt et les coûts de maintenance.

Cependant, la mise en œuvre de ces systèmes n'est pas sans défis. Les retards, les pertes de paquets et les bruits peuvent perturber la transmission des données, compromettant la fiabilité des décisions prises par le système, ils peuvent également affecter la fiabilité et les performances des systèmes. La conception, l'analyse et la mise en œuvre de solutions robustes pour atténuer ces problèmes sont donc essentielles pour garantir le bon fonctionnement des systèmes de contrôle en réseau dans des environnements réels.

La mise en œuvre d'un système de contrôle tolérant aux différentes perturbations est donc un système de contrôle conçu en pensant aux défaillances potentielles des différents composants du système. Il peut ne pas offrir des performances optimales au sens strict mais il tient compte des défauts potentiels et cherche à atténuer leurs effets. Des techniques telles que la gestion de la qualité de service (QoS), les algorithmes de routage efficaces et les protocoles de communication robustes sont essentielles pour atténuer ces problèmes et assurer la fiabilité et les performances des systèmes de contrôle en réseau.

D’autre part, les systèmes non linéaires contenant des informations insuffisantes et incertaines sont omniprésents dans de nombreux domaines de l'ingénierie et de l'industrie. Ces systèmes peuvent être difficiles à modéliser de manière précise en raison de la complexité des interactions et des variables impliquées, ainsi que de l'incertitude inhérente aux données disponibles. Dans ce contexte, le modèle flou de Takagi-Sugeno (T-S) se révèle être une méthode particulièrement ; il offre une approche flexible pour la modélisation des systèmes non linéaires avec des informations incertaines ou incomplètes. Cette flexibilité permet de mieux prendre en compte les diverses nuances et imprécisions qui peuvent être présentes dans les données réelles. Intégrer le retard dans le modèle T-S permet de mieux reproduire la dynamique temporelle des systèmes non linéaires retardés, ce qui est essentiel pour une modélisation et une analyse précises. En Utilisant la représentation du modèle flou TS non linéaire, on peut réduire le nombre de règles et la charge de calcul sans perte sur la précision du système.
Cette thèse aborde la problématique des systèmes de contrôle en réseau, en examinant leur complexité et les défis liés à leur conception, leur analyse et leur mise en œuvre. Un intérêt particulier est porté aux défauts pour des systèmes non linéaires à retard. Différentes solutions ont été proposées pour les problèmes cités précédemment. L’approche de Lyapunov-Krasovskii est l’approche principale utilisée pour l’analyse de la stabilité.

Le travail accompli dans cette thèse est présenté en quatre chapitres :

Le chapitre 1 introduit les systèmes contrôlés en réseaux ainsi que l’aspect communication dans ce type de systèmes. On abordera dans une première partie, les différents types de réseaux industriels, leurs protocoles et leurs implications pour les systèmes de contrôle en réseau. Ensuite on introduira, le modèle flou T-S comme outil flexible et puissant pour représenter l'incertitude et la complexité des systèmes non linéaires.

Le chapitre 2 traite de l'analyse des retards temporels, un élément clé des systèmes de contrôle en réseau. En explorant les méthodes d'analyse de stabilité pour les systèmes à retards variables, ce chapitre met en lumière l’importance de traiter ces retards dans les systèmes interconnectés. La stabilisation exponentielle pour des systèmes flous incertains avec perturbation externe et problème de retard variant dans le temps est présentée.

Pour établir la stabilité du système avec un contrôleur $H\infty$ robuste basé sur l'approche fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii dépendante du retard, ainsi que pour obtenir les conditions suffisantes pour la stabilisation exponentielle du système, le problème est formulé en termes d'inégalités matricielles linéaires (LMI).

Le chapitre 3 est consacré au problème de la stabilité exponentielle robuste pour les SCR en utilisant une classe de systèmes flous T-S basés sur le concept de commande de rétroaction de sortie dynamique. À cette fin, la stabilisation exponentielle avec une commande de rétroaction de sortie dynamique a été présentée pour une classe de systèmes représentés par des modèles flous T-S avec retard variable dans le temps et perturbation externe. Une nouvelle approche est proposée et l'efficacité et la faisabilité du contrôleur proposé sont illustrées à l'aide des exemples de simulation**.**

L**e chapitre 4** explore les avantages des systèmes à temps discret pour la communication dans les systèmes contrôlés en réseau. Il développe une méthodologie de contrôle robuste H∞ pour résoudre les défis liés à la communication, en abordant les retards variables dans le temps, les incertitudes et les perturbations externes dans les problèmes d'état et de contrôle. Les retards appartiennent à un intervalle donné et la stabilité du système en boucle fermée est garantie avec une performance H∞ grâce à une approche fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii dépendante du retard, et des conditions suffisantes pour la stabilisation exponentielle des systèmes établies en termes de LMI

Enfin une conclusion générale conclue le document.

❖ *Production scientifique :*

➢ *Publication:*

- El Hacene Djallel Lakehal Ayat, Noura Mansouri, Abdelkrim Boukabou, ***“Dynamic output feedback robust H∞ control of networked control systems with time -Varying delays via T-S fuzzy models,”*** Journal of the Franklin Institute, Vol. 359, Issue 15, pp.8127-8154, 2022, ISSN 0016-0032, https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2022.08.019.

➢ *conferences Internationales*

- Lakehal Ayat El Hacene Djallel & Mansouri Noura, ***”Exponential Stabilization of T-S Fuzzy Systems with Time-Varying Delay,”*** in Proceedings of the 5th International Conference on Mechatronics and Control Engineering - ICMCE ’16, 2016, pp. 136–140. doi: 10.1145/3036932.3036953.

- Lakehal Ayat El Hacene Djallel & Mansouri Noura, ***”Robust H∞ Control for Exponential Stabilization of T-S Fuzzy Systems with Time-Varying Delay,”*** in Proceedings of Engineering and Technology - PET - ACECS-2017, pp. 25–28. ISSN: 2356-5608.

Chapitre 1 : Généralités sur les systèmes contrôlés en réseau

1.1 Introduction

Un système de contrôle est composé de différents éléments interconnectés entre eux de manière à ce qu'ils puissent interagir ensemble et atteindre la réponse désirée du système. Ce type de systèmes constitue aujourd'hui, un domaine très important de la recherche scientifique et du développement technologique. En effet, l'ingénierie des systèmes de commande a pris de l'importance au cours des dernières décennies, essentiellement, du fait de la complexité croissante des systèmes sous contrôle et dans l'objectif d'atteindre des performances optimales. Ce chapitre a pour objet de présenter, un rappel sur les systèmes de contrôle, ensuite un aperçu sur l'évolution des systèmes commandés à travers des réseaux ainsi que leurs avantages et leurs inconvénients. Dans ce qui suit, nous rappelons l'intérêt de modéliser les systèmes complexes dynamiques non linéaires par l'utilisation de la logique floue, contenant des informations insuffisante et incertaines, de type Takagi-Sugeno (T-S). Puis, nous présentons des notions de stabilité et de stabilisation de ce type de modèles rencontrées dans la littérature. Un recensement non exhaustif des lois de commande pour les modèles (T-S) proposés sera présenté. Ensuite, nous intéresserons à la synthèse de commandes robustes pour les modèles (T-S) en citant quelques études accomplis par les scientifiques, on rappelle quelques inégalités et outils mathématiques qui sont utilisés au long de cette thèse. Et on termine de montrer l'intérêt d'utiliser la stabilité exponentielle.

1.2 Les systèmes contrôlés en réseau (SCR)

Depuis longtemps, les systèmes de contrôle existent et ils ne cessent d'évoluer, l'objectif reste toujours le même, améliorer les performances du système quelque soient les complexités qui peuvent survenir pendant le fonctionnement du système. Actuellement, l'intérêt des concepteurs porte beaucoup plus sur la modélisation et le contrôle de systèmes complexes et interdépendants, tels que les systèmes contrôlés en réseau.

1.2.1 Evolution des systèmes contrôlés en réseau

Suite au développement des technologies de communication, une grande attention a été accordée à l'intégration du contrôle des systèmes dans un réseau. Ce type de système s'appelle *les Systèmes Contrôlés en Réseau (SCR)* ou *Networked Control Systems (NCS)*. Ces systèmes sont constitués d'actionneurs, de capteurs et de contrôleurs interconnectés via un réseau de communication [1]–[5].

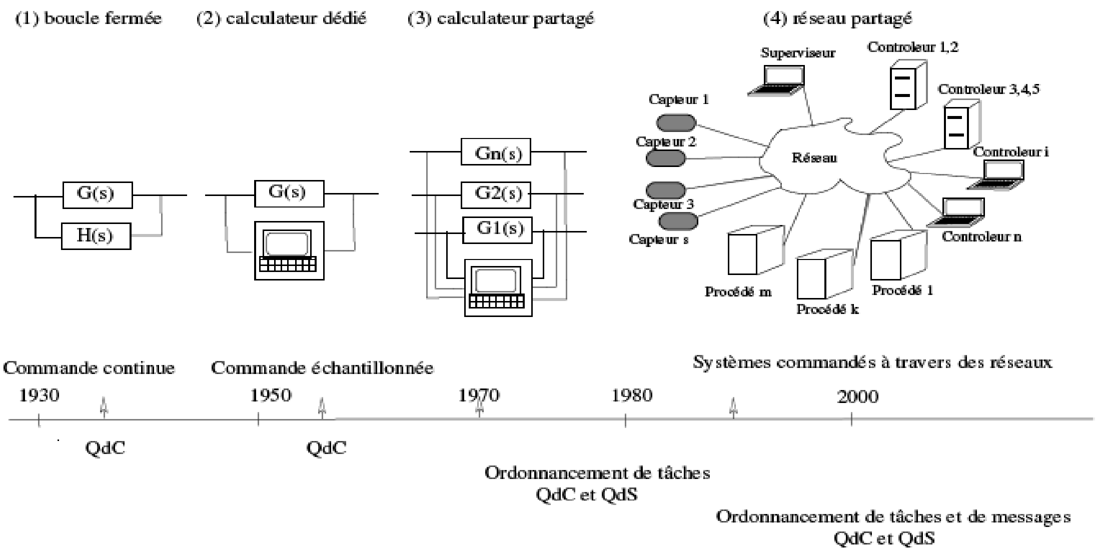
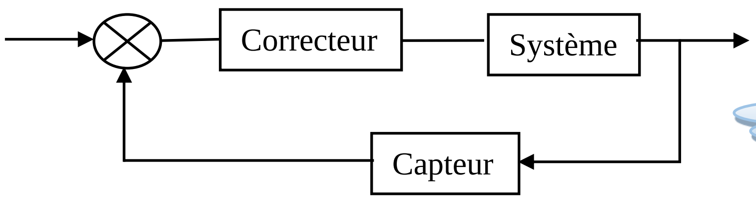


Figure.1.1. Evolution des systèmes de contrôle

Dans le contrôle des systèmes classiques, les données issues des capteurs sont disponibles instantanément pour la commande et les résultats de la commande sont aussi délivrés instantanément aux actionneurs, comme indiqué dans la **Figure 1.2**.

Pour les systèmes commandés en réseau, le comportement stochastique des réseaux, notamment des réseaux sans fil, rend difficile de s'assurer que les données sont transmises correctement et entièrement aux actionneurs et aux contrôleurs, comme illustré par la **Figure 1.3**.



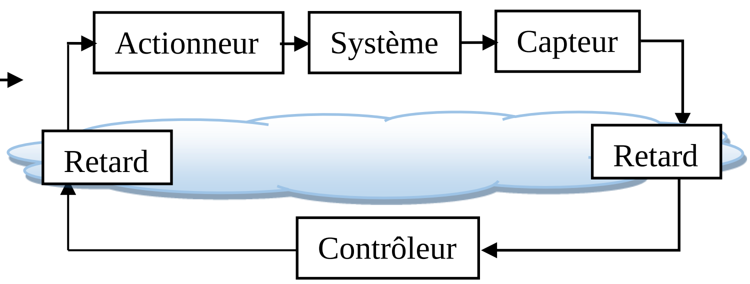


Figure.1.2. Les systèmes de contrôle classique

Figure.1.3. Les systèmes contrôlés en réseau

L'étude des systèmes commandés en réseau repose sur deux approches : *Approche commande de réseau* et *Approche commande en réseau.*

1.2.2 Approche commande de réseau « *control of network* »

Le principe de cette approche, consiste à adapter le réseau pour assurer les besoins des applications c'est à dire assurer la qualité de service (QdS) du réseau. Ce qui revient à garantir la transmission des données dans de bonnes conditions en respectant les exigences de chaque processus partageant le réseau et offrir un niveau de performance acceptable en termes de temps, débit, disponibilité et taux de perte de paquets.

1.2.3 Approche commande en réseau « *control over network* »

Cette approche consiste à adapter l'efficacité du contrôle des systèmes à travers un réseau, en d'autres termes c'est assurer la qualité de contrôle (QdC). On garantit les performances du système contrôlé à travers un canal de communication, en respectant les exigences et les performances du réseau, en termes de :

- temps de réponse,
- rapidité,
- stabilité,
- précision
- robustesse.

Les systèmes contrôlés en réseau offrent de nombreux avantages, ce qui explique leurs très nombreuses applications industrielles. On citera à titre d'exemple :

- la flexibilité
- la facilité d'installation, de diagnostic et de maintenance (e-maintenance),
- la réduction du câblage et des coûts d'un système.

La mise en œuvre de ce type de systèmes a toutefois, fait apparaitre de nouvelles problématiques liées à l'échange de données sur le réseau et la difficulté à assurer un transfert correct et complet des données entre les différentes constituantes du réseau. Parmi ces problématiques, on peut citer la capacité de communication du réseau, les perturbations introduites dans la communication, les retards et les pertes de paquets. Ces deux derniers ont un enjeu majeur qui peut sérieusement diminuer les performances, la stabilité et la robustesse du système à contrôler [6], [7].

1.3 La Communication dans les systèmes contrôlés en réseau

Les systèmes contrôlés en réseau reposent sur l'utilisation de technologies de communication afin de permettre l'échange d'informations entre les divers éléments qui les composent. La caractéristique principale de ces systèmes est leur capacité à distribuer les tâches de contrôle entre les différents composants, ce qui se traduit par une amélioration de l'efficacité, de la flexibilité et de la fiabilité de l'ensemble du système. Par exemple, au lieu d'avoir un unique contrôleur centralisé, les tâches de contrôle peuvent être réparties entre plusieurs contrôleurs répartis dans le système, chacun étant responsable d'une partie spécifique. Cette approche distribuée permet d'accroître la résilience du système en cas de défaillance d'un composant, et facilite également son expansion en ajoutant de nouveaux nœuds de contrôle au réseau.

Les systèmes contrôlés en réseau font usage de différentes technologies de communication, telles que les réseaux locaux (LAN), les réseaux étendus (WAN), l'Internet et les technologies sans fil, pour faciliter l'échange d'informations entre les composants. Des protocoles de communication standardisés, tels que TCP/IP, Modbus et Profibus, sont souvent employés pour assurer la compatibilité et l'interopérabilité entre les divers équipements du système [8], [9].

Cette partie examinera quelques exemples de réseaux utilisés dans ces systèmes. Ces exemples ne représentent qu'une partie des nombreux réseaux industriels disponibles. Divers protocoles et normes, tels que Ethernet/IP, PROFINET, EtherCAT et DeviceNet, qui sont utilisés dans différents secteurs industriels, offrent chacun des fonctionnalités spécifiques adaptées à leurs applications respectives.

Le choix d'un réseau dépendra des exigences spécifiques de l'application en question. Des facteurs tels que la distance de communication, la vitesse de transmission, la robustesse, la disponibilité et la compatibilité avec les équipements existants joueront un rôle déterminant dans la sélection du réseau approprié.

Il est donc crucial d'évaluer attentivement ces critères afin de choisir le réseau qui répond le mieux aux besoins spécifiques de l'application industrielle. Cette évaluation permettra de garantir une communication fiable, efficace et adaptée aux exigences du secteur industriel concerné.

1.4 Les types de réseaux

Il existe différents types de réseaux utilisés dans les systèmes contrôlés en réseau [10]. Dans ce qui suit, nous introduirons certains de ces réseaux en mettant en évidence leurs caractéristiques, avantages et inconvénients.

1.4.1 Réseaux locaux (LAN) :

Les réseaux locaux sont largement utilisés dans les systèmes contrôlés en réseau, offrant des avantages significatifs pour les applications industrielles. Voici quelques caractéristiques et avantages des réseaux locaux :

1.4.1.1 Caractéristiques :

- Les réseaux locaux connectent des appareils sur de courtes distances situés sur un même site, comme une usine ou un site industriel~~.~~
- Ils utilisent souvent les normes Ethernet (comme par exemple la norme, IEEE 802.3)
- Généralement, c'est la topologie en étoile qui est employée avec des commutateurs Ethernet pour relier les appareils.

1.4.1.2 Avantages :

Ils offrent une haute vitesse de transmission des données, une faible latence pour des temps de réponse rapides avec une grande flexibilité et extensibilité pour l'ajout facile de nouveaux appareils. Ainsi, ils proposent une bonne sécurité avec la possibilité de mettre en place des mécanismes de contrôle d'accès et de protection des données.

1.4.1.3 Inconvénients :

La portée limitée de cette technologie nécessite l'ajout d'infrastructures supplémentaires, comme des répéteurs, afin d'étendre le réseau sur de plus grandes distances.

De plus, elle est vulnérable aux interférences électromagnétiques et aux problèmes de câblage, ce qui peut compromettre la fiabilité de la communication~~.~~ Pour ces raisons, le coût potentiel de cette technologie peut être élevé, en particulier en ce qui concerne le câblage et l'installation des équipements nécessaires.

1.4.2 Réseaux étendus (WAN) :

Les réseaux étendus sont utilisés pour connecter des systèmes contrôlés en réseau répartis sur de plus grandes distances géographiques. Ce qui leur confère d'autres caractéristiques, avantages et inconvénients :

1.4.2.1 Caractéristiques :

Les réseaux étendus permettent de relier des sites distants, tels que des succursales d'entreprise ou des installations réparties géographiquement. Les technologies les plus couramment utilisées à cet effet comprennent les connexions VPN (réseau privé virtuel), les liaisons louées et les services Internet.

1.4.2.2 Avantages :

Il est possible de relier des systèmes situés à des endroits géographiquement éloignés, ce qui permet une coordination et un contrôle centralisé. De plus, on peut utiliser des infrastructures de communication déjà existantes, comme les lignes téléphoniques ou les connexions Internet, ce qui réduit les coûts d'installation.

Cette approche offre également la flexibilité nécessaire pour gérer des réseaux de grande envergure et intégrer différents types d'équipements de communication.

1.4.2.3 Inconvénients :

En raison des distances physiques entre les sites, les réseaux étendus peuvent présenter une latence plus élevée par rapport aux réseaux locaux. L'utilisation de fournisseurs de services de communication implique une dépendance, ce qui peut entraîner des retards ou des interruptions de service en cas de problèmes.

Une sécurité renforcée est nécessaire pour protéger les données lors de leur transmission sur des réseaux publics.

1.4.3 Internet :

L'adoption de l'Internet dans les systèmes contrôlés en réseau est de plus en plus répandue, permettant ainsi de tirer parti des avantages offerts par cette technologie.

1.4.3.1 Caractéristiques :

Internet facilite la communication à l'échelle mondiale grâce à l'utilisation du protocole TCP/IP. Il propose une variété de technologies d'accès, comme l'ADSL, la fibre optique et les réseaux mobiles, offrant ainsi une connectivité dans de multiples endroits.

1.4.3.2 Avantages :

Grâce à une couverture géographique étendue, il est possible de connecter des systèmes en réseau situés à différents endroits dans le monde. L'utilisation d'Internet peut potentiellement réduire les coûts par rapport à la mise en place d'un réseau privé dédié.

L'interopérabilité est assurée grâce à l'utilisation de protocoles et de normes standardisés.

1.4.3.3 Inconvénients :

La sécurité et la confidentialité des données doivent être gérées avec précaution en raison du caractère public d'Internet. La latence peut varier en fonction de la congestion du réseau et de la distance entre les sites. En plus, Il est essentiel de garantir la disponibilité et la fiabilité du réseau Internet pour assurer une communication continue.

1.4.4 CAN (Controller Area Network) :

Le réseau CAN est un réseau de communication largement utilisé dans l'industrie automobile et d'autres applications industrielles.

1.4.4.1 Caractéristiques :

Il s'agit d'un protocole de communication série bidirectionnel qui permet des échanges d'informations entre les divers composants d'un véhicule par exemple. Il offre un haut niveau de tolérance aux pannes et à la latence.

Il est capable de prendre en charge différents débits de données, en fonction des exigences spécifiques de chaque application.

1.4.4.2 Avantages :

Ce protocole offre une fiabilité élevée grâce à sa conception robuste et sa capacité de tolérance aux pannes. Il est évolutif, ce qui permet d'ajouter de nouveaux nœuds sans impacter les performances globales et présente une faible latence et un temps de réponse rapide. Enfin, on relèvera son avantage en termes de coûts et de consommation d'énergie.

1.4.4.3 Inconvénients :

Sa portée de communication est limitée, ce qui nécessite l'utilisation de répéteurs ou d'amplificateurs pour étendre la distance de transmission. Chaque application nécessite une configuration et une programmation spécifiques afin de répondre aux besoins et aux exigences propres à cette application en particulier.

1.4.5 Profibus (Process Field Bus) :

Le réseau Profibus est un standard de communication largement utilisé dans le domaine de l'automatisation industrielle. Il est disponible en deux variantes : Profibus-DP (Décentralisé/Périphérie) et Profibus-PA (Process Automation).

1.4.5.1 Caractéristiques :

Ce protocole de communication série largement utilisé pour la transmission de données en temps réel, sert aux échanges d'informations entre les capteurs, les actionneurs et les contrôleurs dans les environnements industriels. Il prend en charge une variété de médias de transmission, notamment le câble cuivre et la fibre optique et dispose de protocoles spécifiques pour les applications de contrôle de processus.

1.4.5.2 Avantages :

Le réseau Profibus offre une transmission des données à haute vitesse. Ce qui permet une intégration aisée avec différents équipements grâce à sa compatibilité avec une large gamme de périphériques. Il présente une bonne résistance aux interférences électromagnétiques et permet l'exploitation de réseaux mixtes, permettant la coexistence de Profibus-DP et Profibus-PA.

1.4.5.3 Inconvénients :

Il peut être complexe à configurer et à mettre en service, nécessitant une certaine expertise. Pour la maintenance et le dépannage, des compétences spécifiques sont requises.

1.4.6 Modbus :

Le protocole Modbus est fréquemment employé pour faciliter la communication entre différents dispositifs au sein de systèmes contrôlés en réseau, principalement dans des contextes industriels.

1.4.6.1 Caractéristiques :

Le protocole Modbus est un protocole de communication série simple et répandu. Il est couramment utilisé pour établir des connexions entre contrôleurs, capteurs, actionneurs et autres dispositifs.

Il offre une prise en charge flexible de différentes interfaces de communication, telles que le RS-232, le RS-485 et l'Ethernet.

Le protocole Modbus comprend également des variantes telles que Modbus RTU, qui utilise une liaison série, et Modbus TCP/IP, qui utilise Ethernet.

1.4.6.2 Avantages :

Il est facile à mettre en œuvre et à configurer, simplifiant ainsi son intégration dans les systèmes existants. Il offre une interopérabilité élevée, permettant la communication fluide entre différents dispositifs et systèmes et génère une faible surcharge de communication, ce qui permet une utilisation efficace de la bande passante disponible.

Le protocole Modbus jouit d'une adoption étendue dans l'industrie, avec de nombreux fabricants de matériel prenant en charge ce protocole, ce qui facilite l'acquisition de dispositifs compatibles.

1.4.6.3 Inconvénients :

Le protocole Modbus a une vitesse de transmission de données limitée par rapport à certains protocoles plus récents, ce qui peut affecter les performances dans les cas où une transmission rapide est essentielle.

Il ne dispose pas d'une sécurité intégrée, ce qui signifie que des mesures supplémentaires doivent être prises pour sécuriser la communication et prévenir les risques potentiels liés à la confidentialité et à l'intégrité des données.

1.5 Points essentiels de la communication en réseau contrôlé

1.5.1 Topologie du réseau :

La topologie d'un réseau se réfère à la manière dont les nœuds du réseau sont interconnectés. Il existe plusieurs topologies couramment utilisées dans les réseaux industriels, chacune offrant des caractéristiques distinctes.

Chaque topologie présente des avantages et des inconvénients en termes de facilité, de configuration, de flexibilité, de tolérance aux pannes et de performances. Le choix de la topologie dépend des exigences spécifiques du réseau et des objectifs du système contrôlé en réseau.

1.5.1.1 La topologie en bus

Est caractérisée par une structure linéaire où tous les nœuds sont connectés à une ligne de communication principale. Cela facilite la configuration et réduit les coûts, mais une panne de la ligne principale peut entraîner la défaillance de tout le réseau.

Figure.1. 4. Topologie en bus.

1.5.1.2 La topologie en étoile

Est centrée sur un nœud central auquel tous les autres nœuds sont connectés. Cela permet une meilleure gestion et isolation des nœuds, mais si le nœud central tombe en panne, tout le réseau peut être affecté.

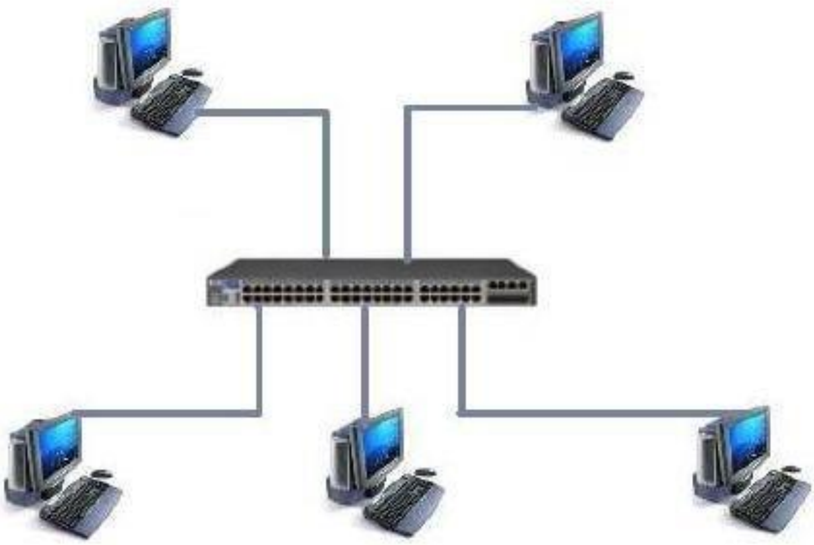


Figure.1. 5. Topologie en étoile.

1.5.1.3 La topologie en anneau

Relie les nœuds en une boucle fermée, où chaque nœud est connecté à ses voisins immédiats. Cette topologie offre une meilleure tolérance aux pannes, car une défaillance d'un nœud n'impacte que les nœuds adjacents. Cependant, l'ajout ou la suppression de nœuds peut être plus complexe.

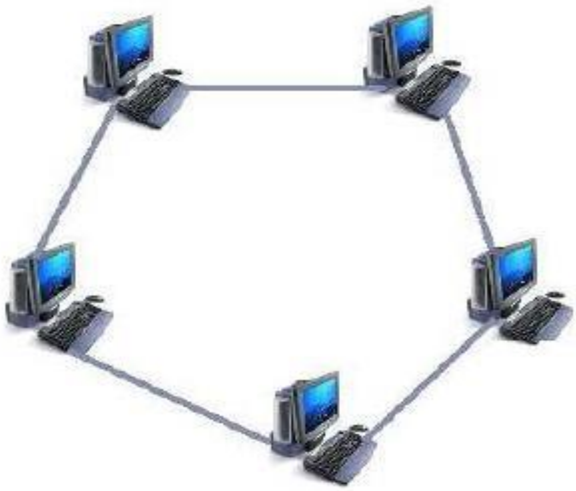


Figure.1. 6. Topologie en anneau.

1.5.1.4 La topologie maître-esclave

Implique un nœud maître qui contrôle et communique avec plusieurs nœuds esclaves. Cette topologie est utile pour les systèmes de contrôle centralisés, offrant un contrôle précis et une gestion efficace. Cependant, la défaillance du nœud maître peut entraîner l'indisponibilité des nœuds esclaves.

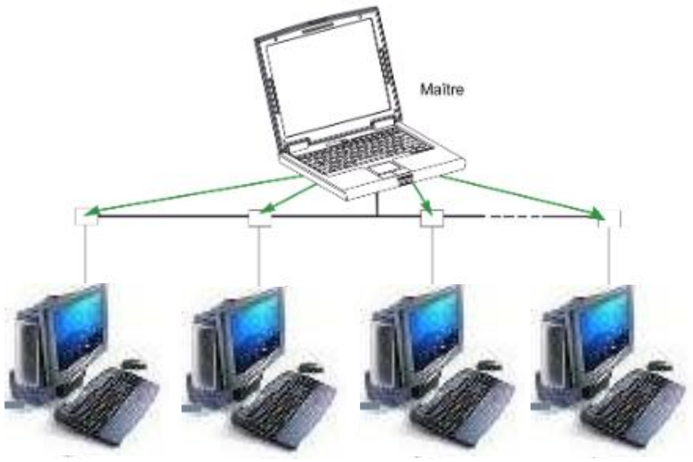


Figure.1. 7. Topologie maître-esclave.

1.5.2 Architecture de communication :

Les systèmes contrôlés en réseau peuvent utiliser différentes architectures de communication pour établir des échanges de données entre les différents composants. Les architectures courantes incluent l'architecture client-serveur, l'architecture maître-esclave et l'architecture distribuée. Chaque architecture présente des implications sur la performance, la latence, la fiabilité et la flexibilité du système.

1.5.3 Sécurité des réseaux industriels :

Les systèmes contrôlés en réseau nécessitent une attention particulière en termes de sécurité, car toute faille de sécurité peut avoir des conséquences graves. La sécurité des réseaux industriels comprend des mesures telles que l'authentification des nœuds, le chiffrement des données, les pares-feux, les contrôles d'accès, etc.

1.5.4 Évolution des technologies :

Les technologies de communication dans les systèmes contrôlés en réseau évoluent constamment. De nouvelles normes et technologies émergent, offrant des améliorations en termes de vitesse de transmission, de flexibilité, de sécurité et d'interopérabilité. Il est important de rester à jour sur les dernières avancées pour tirer le meilleur parti des solutions de communication disponibles.

1.5.5 Temps réel :

Dans de nombreux systèmes contrôlés en réseau, la communication en temps réel est essentielle. Cela signifie que les données doivent être transmises et reçues avec une latence minimale et de manière déterministe. Les réseaux industriels tels qu'EtherCAT, PROFINET et EtherNet/IP sont conçus pour offrir des performances en temps réel, permettant des contrôles précis et synchronisés.

1.5.6 Protocoles de synchronisation :

Dans les systèmes contrôlés en réseau, il est souvent nécessaire de synchroniser les actions entre les différents nœuds du réseau. Des protocoles de synchronisation spécifiques, tels que le Precision Time Protocol (PTP) ou le Distributed Clocks System (DCS), sont utilisés pour assurer une synchronisation précise des horloges des nœuds du réseau, permettant ainsi des actions coordonnées et synchronisées.

1.5.7 Réseaux sans fil :

Bien que la plupart des systèmes contrôlés en réseau utilisent des connexions câblées, les réseaux sans fil commencent à trouver leur place dans certains environnements industriels. Les réseaux sans fil offrent une flexibilité accrue et peuvent être utilisés dans des situations où le câblage est difficile ou coûteux. Des technologies telles que le Wi-Fi industriel (IEEE 802.11) et le Bluetooth Low Energy (BLE) sont utilisées pour la communication sans fil dans les systèmes contrôlés en réseau.

1.5.8 Intégration des systèmes informatiques :

Les systèmes contrôlés en réseau doivent souvent être intégrés à des systèmes informatiques plus larges tels que les systèmes de gestion de la production (MES) ou les systèmes d'information d'entreprise (ERP). Dans de tels cas, des protocoles et des interfaces standardisés, tels que les services web, sont utilisés pour faciliter l'échange de données entre les systèmes de contrôle et les systèmes informatiques.

1.5.9 Diagnostic et gestion de réseau :

La gestion et le diagnostic des réseaux industriels sont importants pour assurer un fonctionnement fiable du système. Des outils et des logiciels de gestion de réseau sont utilisés pour surveiller l'état du réseau, diagnostiquer les problèmes de communication, détecter les pannes et effectuer la maintenance préventive.

1.5.10 Redondance et tolérance aux pannes :

Les systèmes contrôlés en réseau peuvent nécessiter des mécanismes de redondance pour assurer la disponibilité et la fiabilité du réseau. Cela peut inclure des chemins de communication redondants, des commutateurs réseau redondants et des mécanismes de basculement automatique en cas de défaillance d'un nœud ou d'un lien du réseau.

1.5.11 Bande passante et charge du réseau :

Les systèmes contrôlés en réseau peuvent générer un trafic de communication important, en particulier dans les applications avec de nombreux dispositifs et un grand nombre d'échanges de données. Il est crucial de dimensionner le réseau pour répondre aux exigences de bande passante et de charge, afin d'éviter les goulots d'étranglement et les retards de communication.

1.5.12 Conformité aux normes et réglementations :

Les réseaux industriels doivent souvent se conformer à des normes et réglementations spécifiques, telles que les normes de sécurité fonctionnelle (par exemple, la norme IEC 61508) ou les réglementations de l'industrie (par exemple, les normes de sécurité alimentaire pour les applications de transformation des aliments). Il est important de choisir des réseaux et des protocoles qui respectent ces exigences et de mettre en œuvre les mesures de sécurité appropriées.

1.5.13 Évolutivité et extensibilité :

Les systèmes contrôlés en réseau peuvent nécessiter une évolutivité et une extensibilité pour prendre en charge la croissance future, l'ajout de nouveaux dispositifs ou la modification des exigences de communication. Il est essentiel de concevoir le réseau avec une architecture qui permet une expansion facile et une intégration transparente de nouveaux composants.

1.6 Comparaison des Caractéristiques des Réseaux Industriels

Les réseaux industriels les plus couramment utilisés varient en fonction des spécifications et des exigences spécifiques de chaque application dans les systèmes contrôlés en réseau. Voici un tableau comparatif des caractéristiques de ces réseaux :

Réseau	Vitesse de transmission	Distance de communication	Coût	Fiabilité	Latence	Sécurité	Flexibilité
Ethernet	Jusqu'à 10 Gbps	Jusqu'à 100 m	Moyen à élevé	Élevée	Faible	Moyenne	Élevée
CAN	Jusqu'à 1 Mbps	Jusqu'à 1 km	Faible à moyen	Élevée	Faible	Moyenne	Élevée
Profibus	Jusqu'à 12 Mbps	Jusqu'à 12 km	Moyen	Élevée	Faible	Moyenne	Élevée
Modbus	Jusqu'à 115.2 Kbps	Jusqu'à 1.2 km	Faible	Moyenne	Moyenne	Faible à moyenne	Élevée
Ethernet/IP	Jusqu'à 100 Gbps	Jusqu'à 100 m	Moyen à élevé	Élevée	Faible	Moyenne	Élevée
PROFINET	Jusqu'à 100 Mbps	Jusqu'à 100 m	Moyen à élevé	Élevée	Faible	Moyenne	Élevée

EtherCAT	Jusqu'à 100 Mbps	Jusqu'à 100 m	Moyen	Élevée	Faible	Moyenne	Élevée
DeviceNet	Jusqu'à 500 Kbps	Jusqu'à 500 m	Faible à moyen	Moyenne	Moyenne	Moyenne	Moyenne

Tableau.1. 1. Tableau comparatif des caractéristiques des réseaux les plus utilisés.

Réseau	**Gestion de la topologie**	**Type de communication**	**Tolérance aux pannes**	**Support de média**	**Interopérabilité**	**Utilisations principales**
Ethernet	Oui	Broadcast, Multicast, Unicast	Variable	Câble cuivre, fibre optique	Élevée	Automatisation industrielle, contrôle de processus, systèmes SCADA
CAN	Non	Broadcast, Multicast, Unicast	Élevée	Câble blindé	Moyenne à élevée	Automobile, machines industrielles, équipements médicaux
Profibus	Oui	Maître-esclave	Élevée	Câble cuivre, fibre optique	Moyenne à élevée	Automatisation industrielle, contrôle de processus
Modbus	Non	Maître-esclave	Moyenne à élevée	Câble cuivre	Moyenne	Automatisation industrielle, bâtiments intelligents,

						systèmes HVAC
Ethernet/IP	Oui	Broadcast, Multicast, Unicast	Élevée	Câble cuivre, fibre optique	Élevée	Automatisation industrielle, systèmes d'automatisation, contrôle de mouvement
PROFINET	Oui	Maître-esclave, basé sur Ethernet	Élevée	Câble cuivre, fibre optique	Élevée	Automatisation industrielle, systèmes d'automatisation, contrôle de processus
EtherCAT	Oui	Diffusion en chaîne	Élevée	Câble blindé	Élevée	Automatisation industrielle, systèmes de contrôle de mouvement en temps réel
DeviceNet	Non	Maître-esclave	Moyenne à élevée	Câble blindé	Moyenne	Automatisation industrielle, contrôle de processus, systèmes de contrôle d'accès

Tableau.1. 2. Tableau comparatif des caractéristiques des réseaux les plus utilisés (suite).

Les données présentées dans le premier tableau sont des estimations générales et peuvent varier selon les implémentations spécifiques et les configurations. Il est essentiel de noter que le choix d'un réseau dépendra des exigences spécifiques de chaque application. Certains réseaux peuvent offrir une transmission plus rapide, tandis que d'autres peuvent être plus économiques ou mieux adaptés aux distances de communication plus longues. La fiabilité, la latence, la sécurité et la flexibilité sont également des considérations importantes lors du choix d'un réseau pour un système contrôlé en réseau.

Le deuxième tableau fournit des informations complémentaires sur les caractéristiques des réseaux industriels, telles que la gestion de la topologie (capacité à configurer et à gérer la structure du réseau), le type de communication (diffusion, multidiffusion, unicast), la tolérance aux pannes (capacité à résister aux défaillances) et le support des médias (types de câbles utilisés).

Il convient de souligner que les tendances et les préférences en matière de réseaux industriels peuvent différer selon les secteurs, les régions et les évolutions technologiques. De nouveaux réseaux et protocoles apparaissent constamment, offrant des fonctionnalités améliorées et répondant aux besoins spécifiques des applications industrielles. Par conséquent, il est primordial de prendre en compte les exigences spécifiques du système lors du choix du réseau le plus approprié [8]–[10].

Il est important de noter que les avancées technologiques continuent d'évoluer, et de nouveaux types de réseaux, tels que les réseaux sans fil avancés (comme la 5G) et les réseaux définis par logiciel (SDN), peuvent également jouer un rôle croissant dans les systèmes contrôlés en réseau.

1.7 Etat de l’art

Les deux approches sont complémentaires. La qualité de service (QdS) du réseau et la qualité de contrôle (QdC) du système commandé sont deux paramètres qui ne sont pas indépendant l’un de l’autre. De plus, il est difficile de faire une relation entre l’influence de l’un sur l’autre à cause du comportement stochastique du réseau. Le problème est donc un problème de co-conception c’est-à-dire où les composantes automatique et communication ne sont pas considérées de manière indépendante mais comme des composantes liées.

Pour surmonter ces difficultés et résoudre le problème de l'affaiblissement des performances de ces systèmes, de nombreux chercheurs ont concentré leur intérêt sur l'analyse de la stabilité et la conception des systèmes de contrôle en réseau (SCR), en essayant de trouver une meilleure solution [1], [2], [3]. Plusieurs travaux de la littérature ont été dédiés à l'étude de la stabilité non linéaire des SCR.

Par exemple dans [7], les auteurs ont développé une méthode de contrôle en réseau à coût garanti avec un contrôleur de rétroaction d'état pour les systèmes flous Takagi-Sugeno (T-S) avec un retard. Puis ils ont introduit les incertitudes et les perturbations et ont présenté un contrôleur H∞ robuste pour les systèmes flous T-S avec un retard.

Dans [11], la contribution au diagnostic des SCR consiste à modéliser deux parties physiques séparément. La partie système de communication, utilise le principe des observateurs stochastiques pour distinguer un défaut physique d’un retard et estimer les états non mesurés. La partie contrôle utilise le principe de redondance analytique pour détecter et isoler des défauts capteurs et actionneurs. Le problème de la co-conception des systèmes commandés est traité dans [2] à travers un réseau sans fil. L’auteur présente une approche basée sur des réseaux bayésiens distribués pour prendre les décisions qui permettent d’assurer une bonne QdC et sur une méthode d’ordonnancement pour assurer la QdS qui permet de maintenir les performances du système. Un aperçu de méthodes traitant de l'amélioration de la robustesse contre les effets induits par le réseau et l’introduction d’approches de co-conception permettant de résoudre les problèmes de communication et de contrôle simultanément, a été présenté dans [6] .

L’approche proposée dans [12], utilise un algorithme de contrôle de stabilisation basé sur un observateur, pour estimer les états et l'entrée de commande, en construisant un système augmenté où l'entrée de commande d'origine est considérée comme un nouvel état.

Par la suite, dans [13], les auteurs se concentrent sur le problème du contrôle des coûts garantis par rétroaction de sortie pour les SCR. Les pertes de paquets aléatoires et les retards sont modélisés avec de multiples chaînes de Markov unifiés et résolu via la théorie de la stabilité de Lyapunov et l'approche de l'inégalité de matrice linéaire. D’autres auteurs proposent une approche de co-conception entre le contrôleur d'une application de contrôle de processus et l’ordonnancement des trames pour les SCR, basés sur le réseau CAN[14]. L’objectif étant d'améliorer simultanément, la qualité de contrôle (QdC) et la qualité de service (QdS) d’un réseau CAN. Dans la partie contrôle, ils utilisent la méthode de conception de placement des pôles pour compenser le retard de communication en boucle fermée alors que dans la partie communication, ils proposent un schéma de priorité hybride pour l'ordonnancement des messages afin d'améliorer la QdS. Dans [15], les auteurs se sont 'intéressés au contrôle H∞ déclenché par événement pour les SCR. Un schéma de transmission déclenché par les événements est introduit pour sélectionner les paquets de données nécessaires à transmettre afin que les précieuses ressources de communication puissent être sauvegardées de manière significative. L'étude [16] décrit une méthode de stabilisation exponentielle pour les systèmes flous Takagi-Sugeno avec un retard variable dans le temps. Elle donne des résultats satisfaisants avec une amélioration des performances du système. D'autre part, l'article [17] étudie le problème de la commande adaptative floue pour une catégorie de systèmes de commande en réseau non linéaires, avec entrée et sortie uniques et un retard et une perte de données induits par le réseau, basés sur une approche de commande backstepping. Ils ont utilisé les systèmes à logique floue pour approximer les caractéristiques non linéaires inconnues, existant dans le système alors que le retard induit par le réseau est géré par l'approximation de Padé.

Le problème de la compensation du retard pour les (SCR) connectés via les bus CAN (Controller Area Network) est traité dans [18]. Les auteurs proposent une loi de contrôle de rétroaction à l'aide d'un prédicteur de Smith dans le domaine temporel.

Le problème du contrôle prédictif déclenché par un événement, pour les systèmes non linéaires en réseau avec une correspondance de prémisse imparfaite, est quant à lui abordé dans la référence[19]. La méthode commence par construire un modèle du système en intégrant le schéma de communication déclenché par événement et le contrôle prédictif, puis la théorie de Lyapunov est utilisée pour assurer la stabilité asymptotique du système étudié. Enfin dans [20], les auteurs étudient la commande de rétroaction de sortie dynamique pour une classe de systèmes de commande en réseau flous Takagi-Sugeno (T-S) incertains, non linéaires et avec des retards mixtes variant dans le temps et des perturbations inégalées. Le contrôleur est construit sur la base du modèle flou T-S et de l'approche de redondance des descripteurs.

Le comportement des réseaux est aléatoire et rend difficile la transmission correcte des données aux actionneurs et aux contrôleurs. Nous avons donc porté notre intérêt sur la modélisation et la commande des systèmes contrôlés en réseau et en particulier, sur la modélisation des systèmes floue, de type Takagi-Sugeno (T-S) qui est capable d'agir sur les données incertaines.

1.8 Modélisation floue de type Takagi-Sugeno

Depuis l'introduction de la logique floue en 1965 par Zadeh [21], la théorie des ensembles flous a été largement utilisée pour résoudre des problèmes dans divers domaines, son objectif est de formaliser des informations de nature imprécise et cela afin de résoudre des problèmes complexes. L'avantage et la force de la logique floue vient de sa capacité à traiter des données imprécises, mouvantes et des concepts incertains.

Les modèles flous sont reconnus comme étant efficaces et adaptés pour la représentation de systèmes dynamiques non linéaires complexes, en particulier pour les systèmes contenant des informations insuffisantes et incertaines [4], [16], [22]–[27].

Grace à ce formalisme, le comportement non linéaire d'un système peut être représenté par une composition de règles du type « *Si-Alors* » avec une représentation mathématique, concaténant un ensemble de sous-modèles localement linéaires.

Un modèle flou T-S d'un système non linéaire avec $i^{ème}$ règle, s'écrit comme suit :

Si $\theta_1(t)$ est F_{i1} et $\theta_2(t)$ est F_{i2} … et $\theta_p(t)$ est F_{ip} Alors

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \qquad i = 1, 2, \ldots, r. \tag{1.1}$$

Où r est le nombre de règles **Si-Alors**; $x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^m$ et $y(t) \in \mathbb{R}^l$ représente le vecteur d'état, le vecteur de commande et le vecteur de sortie du système respectivement; $A_i \in \mathbb{R}^{n\times n}, B_i \in \mathbb{R}^{n\times m}$ *et* $C_i \in \mathbb{R}^{l\times q}$ représente la matrice d'état, la matrice d'entrée et la matrice de sortie du système respectivement; $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$... $\theta_p(t)$ sont les variables de prémisses qui dépendent de l'entrée et/ou de l'état du système; F_{ig} (g = 1, 2,…, p) est l'ensemble flou.

L'inférence du système flou est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(t)\big)[A_i x(t) + B_i u(t)] \\ y(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(t)\big)[\,C_i x(t)] \end{cases} \qquad i = 1,2,\ldots,r \tag{1.2}$$

Où

$$h_i(\theta(t)) = \frac{\mu_i(\theta(t))}{\sum_{i=1}^{r} \mu_i(\theta(t))}$$

avec

$$\mu_i(\theta(t)) = \prod_{j=1}^{p} F_{ij}(\theta_j(t))$$

$F_{ij}(\theta_j(t))$ représente la valeur de la fonction d'appartenance $\theta_j(t)$ dans l'ensemble flou F_{ij}.

Notons les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} \mu_i(\theta(t)) \geq 0 \\ \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\theta(t)) > 0 \end{cases} \tag{1.3}$$

$h_i(\theta(t))$ représente les fonctions d'activations non linéaires de la $i^{ème}$ règle du modèle flou.

Ces fonctions vérifient la propriété d'une somme convexe (1.4), c'est-à-dire :

$$\begin{cases} h_i(\theta(t)) \geq 0 \\ \sum_{i=1}^{r} h_i(\theta(t)) = 1 \end{cases} \qquad \mathrm{i} = 1, 2, \dots, \mathrm{r} \tag{1.4}$$

1.8.1 Construction du modèle flou T-S

Pour la construction d'un modèle flou T-S, trois approches essentielles sont décrites dans la littérature :

- Le première approche consiste à faire des identifications à partir des données d'entrées et de sorties du système [28]–[33].
- la deuxième approche se base directement sur la linéarisation du modèle autour d'un ensemble de points de fonctionnement. Il en résulte des modèles linéaires locaux autour de ces points de fonctionnement [34] et [35].

- la troisième approche consiste à obtenir un modèle flou T-S identique au modèle non-linéaire sur un espace compact des variables d'états. Cette méthode est appelée approche par secteur non-linéaire [36]–[40]. Elle permet d'assembler une infinité de modèles Takagi-Sugeno pour un système non linéaire suivant le découpage des non-linéarités. C'est cette approche qui a été retenue dans notre travail. Elle permet de passer d'un modèle non linéaire à un modèle de type Takagi Sugeno.

1.8.2 Construction d'un modèle Takagi-Sugeno par secteur non linéaires

Soit le système non linéaire suivant :

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j=1}^{n} f_{ij}\big(x(t)\big)x_j(t) + \sum_{k=1}^{m} g_{ik}(x(t))u_k(t) \tag{1.5}$$

Où $n\ et\ m$ sont les nombres de variables d'état et d'entrées respectivement. $\mathrm{x(t)} \in \mathbb{R}^{\mathrm{n}}$ est un vecteur d'état et $\mathrm{u(t)} \in \mathbb{R}^{\mathrm{m}}$ représente le vecteur de commande du système. $f_{ij}(x(t))$ et $g_{ik}(x(t))$ sont des fonctions non linaires dépendant de $x(t)$.

Pour obtenir un modèle Takagi-Sugeno floue, on détermine en premier, les valeurs minimum et maximum de $f_{ij}(x(t))$ et $g_{ik}(x(t))$.

$$a_{ij1} = \max_{x(t)}\big\{f_{ij}(x(t))\big\}, \quad a_{ij2} = \min_{x(t)}\big\{f_{ij}(x(t))\big\}, \tag{1.6}$$

$$b_{ik1} = \max_{x(t)}\{g_{ik}(x(t))\}, \qquad b_{ik2} = \min_{x(t)}\{g_{ik}(x(t))\}.$$

f_{ij} et g_{ik} peuvent alors être représentés par :

$$f_{ij}(x(t)) = \sum_{\ell=1}^{2} h_{ij\ell}(x(t))\ a_{ij\ell}$$

$$g_{ik}(x(t)) = \sum_{\ell=1}^{2} v_{ik\ell}(x(t))\ b_{ik\ell}$$

Avec :

$$\sum_{\ell=1}^{2} h_{ij\ell}(x(t)) = 1 \qquad et \qquad \sum_{\ell=1}^{2} v_{ik\ell}(x(t)) = 1$$

Les fonctions d'appartenance sont définies comme suit :

$$h_{ij1}(x(t)) = \frac{f_{ij}(x(t)) - a_{ij2}}{a_{ij1} - a_{ij2}}, \qquad h_{ij2}\big(x(t)\big) = \frac{a_{ij1} - f_{ij}(x(t))}{a_{ij1} - a_{ij2}}$$

$$v_{ik1}(x(t)) = \frac{g_{ik}(x(t)) - b_{ik2}}{b_{ik1} - b_{ik2}}, \qquad v_{ik2}(x(t)) = \frac{b_{ik1} - g_{ik}(x(t))}{b_{ik1} - b_{ik2}}$$

En utilisant la représentation par un modèle Takagi-Sugeno floue, le système (1.5) peut être réécrit comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{\ell=1}^{2} h_{ij\ell}\big(x(t)\big)\, a_{ij\ell}\, x(t) + \sum_{k=1}^{m}\sum_{\ell=1}^{2} v_{ik\ell}\big(x(t)\big)\, b_{ik\ell}\, u(t) \tag{1.7}$$

1.8.3 Stabilité des systèmes Takagi-Sugeno

L'analyse de la stabilité des modèles Takagi-Sugeno est fréquemment étudiée par la technique de Lyapunov quadratique qui impose des exigences restrictives et donne des conditions de stabilité suffisantes.

Soit le modèle Takagi-Sugeno en boucle ouverte, suivant:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(t)\big) A_i x(t) \tag{1.8}$$

La condition suffisante de la stabilité asymptotique du point d'équilibre (x(t) = 0) pour le système (1.8) est l'existence d'une matrice symétrique définie positive P qui vérifie le théorème suivant :

Théorème [41] : Le modèle flou (1.8) est globalement asymptotiquement stable, s'il existe une matrice commune définie positive $P = P^T > 0$ qui satisfait la condition suivante :

$$A_i^T P + P A_i < 0 \quad \forall\, i = 1, \dots, r$$

1.8.4 Stabilisation des modèles Takagi-Sugeno

L'une des premières idées de la stabilisation de modèles flous de Takagi-Sugeno, est celle d'utiliser des retours d'état linéaires. Après, il y a eu la loi de commande connue sous le nom de *PDC (Parallel Distributed Compensation)* [30] et qui permet de prendre en compte les non linéarités des modèles flous.

L'avantage de cette loi de commande est qu'elle permet de respecter la même structure de découpage des non linéarités que celle utilisée pour l'obtention du modèle TS. Le principe est de construire un régulateur par retour d'état pour chaque modèle local. La loi de commande globale est obtenue par l'interpolation des lois de commande linéaires locales.

Soit le modèle TS continu suivant en boucle fermée :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(t)\big)[A_i x(t) + B_i u(t)] \\ z(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(t)\big)[\,C_i x(t)] \end{cases} \qquad \mathrm{i} \;=\; 1, 2, \dots, \mathrm{r} \tag{1.9}$$

1.8.4.1 Loi de commande par retour d'état

Les règles du contrôleur PDC peuvent être écrites sous la forme :

Si $\theta_1(t)$ est F_{i1} et $\theta_2(t)$ est F_{i2} … et $\theta_p(t)$ est F_{ip} Alors

$$u(t) = -K_i x(t) \qquad \text{i = 1, 2, . . ., r.} \tag{1.10}$$

La loi de commande PDC globale obtenue par interpolation des lois de commande linéaires locales est de la forme :

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(t)\big) K_i x(t) \tag{1.11}$$

Avec

Où K_i: $i = 1, \dots, r$ est le gain de retour local relatif au $i^{\text{ème}}$ modèle, avec les mêmes $h_i(\theta(t))$ que ceux du modèle flou.

En combinant les équations (1.9) et (1.11). La représentation du modèle global en boucle fermée avec une loi de commande PDC est donnée par :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i\big(\theta(t)\big)h_j\big(\theta(t)\big)(A_i - B_iK_j)x(t) \tag{1.12}$$

La méthode de conception de contrôleur ci-dessus des systèmes de contrôle flous est basée sur l'hypothèse que les états sont disponibles pour la mise en œuvre du contrôleur, ce qui n'est pas vrai dans de nombreux cas pratiques. Par conséquent, le contrôle par retour de sortie dynamique des systèmes flous est très important [42].

1.8.4.2 Loi de commande par retour de sortie dynamique

Les règles du contrôleur par retour de sortie dynamique peuvent être écrites sous la forme :

Si $\theta_1(t)$ est F_{i1} et $\theta_2(t)$ est F_{i2} … et $\theta_p(t)$ est F_{ip} Alors

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= A_{ci}x_c(t) + B_{ci}z(t) \\ u(t) &= C_{ci}x_c(t), \qquad\qquad i = 1, 2, \dots, r \end{aligned}$$

Où $x_c(t) \in \mathbb{R}^n$ est l'état du contrôleur ; $A_{ci} \in \mathbb{R}^{n\times n}, B_{ci} \in \mathbb{R}^{n\times m}$ *et* $C_{ci} \in \mathbb{R}^{l\times q}$, sont les matrices du contrôleur à déterminer.

L'inférence du contrôleur flou par retour de sortie dynamique est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}_c(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(t)\big)[A_{ci}x_c(t) + B_{ci}z(t)] \\ u(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(t)\big)[C_{ci}x_c(t)] \end{cases} \qquad \mathrm{i} = 1, 2, \dots, \mathrm{r} \tag{1.14}$$

En combinant les équations (1.9) et (1.14). La représentation du modèle global en boucle fermée est donnée par :

$$\dot{x}_{CL}(t) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_ih_j[A_{CLij}(t)x_{CL}(t)] \tag{1.15}$$

Où :

$$x_{CL}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix},\ A_{CLij} = \begin{bmatrix} A_i & B_i C_{cj} \\ B_{cj} C_i & A_{cj} \end{bmatrix}$$

1.8.5 Commande Robuste des modèles Takagi-Sugeno

Dans la littérature plusieurs travaux ont été développés concernant la synthèse de commandes robustes pour les modèles TS avec des incertitudes paramétriques bornées, Nous citons les principaux résultats [43]–[48].

Le modèle TS avec des incertitudes paramétriques s'écrit d'une manière générale comme suit [49] :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(\theta(t))[(A_i + \Delta A_i)x(t) + (B_i + \Delta B_i)u(t)] \\ z(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(\theta(t))[(C_i + \Delta C_i)x(t)] \end{cases} \quad \mathrm{i} = 1, 2, \ldots, \mathrm{r} \tag{1.16}$$

Avec : $\Delta A_i = H_a \Delta a_i E_{ai},\ \Delta B_i = H_b \Delta b_i E_{bi}\ et\ \Delta C_i = H_c \Delta c_i E_{ci}$

Où $H_a,\ H_b,\ H_c,\ E_{ai},\ E_{bi},\ E_{ci}$ sont des matrices constantes, et les incertitudes $\Delta a_i(t),\ \Delta b_i(t)\ et\ \Delta c_i(t)$ sont bornées dans le temps de la façon suivante :

$$\Delta a_i^T(t)\Delta b_i(t) \le I,\ \Delta b_i^T(t)\Delta b_i(t) \le I\ \ et\ \ \Delta c_i^T(t)\Delta c_i(t) \le I.$$

Dans cette thèse, les conditions de stabilité et de stabilisation seront exprimées sous la forme d'inégalités linéaires matricielles (LMIs). Ce qui suit, nous présentons une brève description des LMI.

1.9 Les inégalités matricielles linéaires (LMIs)

L'introduction de l'outil LMI (Linear Matrix Inequality) dans l'analyse des systèmes dynamiques date de 1890, quand Lyapunov avait publié son travail fondamental introduisant la théorie de Lyapunov. Depuis quelques années, de nombreux travaux ayant pour principal objectif de réduire une grande variété de problèmes de synthèse ou d'analyse à des problèmes d'optimisation convexe par la formulation LMI. Parmi les points forts de LMI est que diverses spécifications et contraintes de conception peuvent être exprimées sous forme de LMI et peut être résolu par des algorithmes d'optimisation efficaces (les « solveurs LMI »).

1.9.1 Formalisme de LMI

Les contraintes de LMI s'écrivent sous la forme :

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^{m} x_i\, F_i < 0 \tag{1.17}$$

où $x = [x_1, \dots, x_m]$ est le vecteur des variables de décision, $F_i = {F_i}^T \in \mathbb{R}^{n\times n}$, sont des matrices donnée, $i = 0,1, \dots, m$. L'ensemble des solutions $S = \{x \in \mathbb{R}^m, F(x) < 0\}$ est convexe.

1.9.2 Technique d'analyse et transformations matricielles

En général, les conditions sur la stabilité ne sont pas données sous forme de LMI directement. Pour cela, quelques transformations matricielles sont nécessaires pour rendre les inégalités matricielles linéaires par rapport à des variables recherchées ou de traiter certains cas particuliers. Nous présentons, dans ce qui suit, quelques techniques de transformation matricielle.

Lemme 1.1 (Complément de Schur) soient trois matrices $R(x) = R^T(x), Q(x) = Q^T(x), S(x)$ affines par rapport à la variable x. Alors, la LMI

$$\begin{bmatrix} Q(x) & S(x) \\ S^T(x) & R(x) \end{bmatrix} > 0 \tag{1.18}$$

Est équivalente à :

$$R(x) > 0, \qquad Q(x) - S(x)R^{-1}(x)S^T(x) > 0 \tag{1.19}$$

En d'autres termes, l'ensemble des inégalités non linéaires (1.19) peut être représenté par la LMI (1.18).

Lemme 1.2 (Congruence) : soit deux matrices P et Q, si P est définie positive et si Q est de rang plein en colonne alors la quantité QPQ^T est définie positive.

Lemme 1.3 (Carré matriciel) : Soit X et Y deux matrices aux tailles appropriées. L'inégalité suivante est toujours vraie pour toute matrice $Q = Q^T > 0$

$$XY^T + YX^T \leq XQX^T + YQY^T \tag{1.20}$$

1.10 La stabilité exponentielle

Le concept de la stabilité exponentielle contient une information supplémentaire : la rapidité de la convergence vers l'origine. Cela permet d'améliorer les performances du système et garantir la vitesse de convergence vers l'état.

Définition 1.1 : Le point d'équilibre x_e est exponentiellement stable avec un taux de convergence $\alpha > 0$, s'il existe $r > 0$ et β > 0 telle que $\|x(0) - x_e\| < r$, nous avons :

$$\|x(t) - x_e\| \leq \beta\|x(0) - x_e\|e^{-\alpha t}, \qquad \forall t \geq 0.$$

1.11 Conclusion

Dans ce chapitre, on a mis en évidence l'importance croissante des systèmes de contrôle et leur évolution vers les systèmes contrôlés en réseau. Dans cette partie, nous avons vu que la communication est une composante essentielle des systèmes contrôlés en réseau, permettant la coordination et la gestion efficace des processus. Le choix du type de réseau dépend des besoins spécifiques de l'application, en tenant compte des avantages et des inconvénients de chaque option. Grâce aux avancées technologiques de communication, l'intégration du contrôle dans les réseaux est devenue essentielle, mais a également introduit de nouveaux défis liés aux comportements aléatoires des réseaux. Pour surmonter ces défis, nous avons exploré l'utilisation de la modélisation floue de type Takagi-Sugeno (T-S) pour représenter des systèmes complexes et incertains. Différentes méthodes de contrôle, telles que la stabilisation par retour d'état et la commande par retour de sortie dynamique, ont été développées pour assurer la stabilité des systèmes. Enfin, la stabilité exponentielle a été identifiée comme un élément clé pour améliorer les performances du système.

Chapitre 2 : Contrôle des systèmes flous T-S avec un retard variable dans le temps

2.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons exploré l'importance et les avantages du contrôle des systèmes en réseau (SCR), soulignant leur utilité dans divers contextes industriels. Nous avons également identifié plusieurs problèmes inhérents à ces systèmes, notamment les perturbations induites par la communication, les pertes de paquets et les retards. Dans cette continuité, le présent chapitre se consacre à une analyse approfondie des retards temporels, qui jouent un rôle crucial dans les systèmes de contrôle. Nous débutons en rappelant que les études initiales se concentraient sur les retards constants, cependant, cette approche s'est avérée insuffisante pour modéliser adéquatement la complexité des systèmes réels.

L'introduction de ce chapitre se fixe pour objectif de mettre en évidence la pertinence des retards temporels dans les systèmes de contrôle. Nous débutons par revisiter la focalisation initiale sur les retards constants et comment cette approche s'est élargie pour englober les retards variables, en particulier dans le contexte des SCR.

La suite du chapitre introduit les différentes méthodes d'analyse de la stabilité des systèmes retardés. Une attention particulière sera portée aux approches temporelles, notamment les fonctions de Lyapunov-Krasovskii et de Razumikhin. L'efficacité de ces méthodes est illustrée par des exemples concrets, démontrant ainsi leur efficacité dans la gestion des problèmes liés aux retards temporels, pouvant intervenir dans les systèmes de contrôle.

2.2 Types du retard

Le retard, est un élément important qui doit être pris en considération dans l'étude de tout système. Il affecte les mesures, les informations envoyées, et la performance des systèmes. En ingénierie, la présence de retards rend l'analyse du système et la conception du contrôle beaucoup plus complexes. Pour cela, il faut savoir de quel type ou de quelle catégorie est le retard qui affecte le système qu'on considère, afin qu'on puisse le traiter.

Il existe plusieurs catégories de retard : le retard constant, le retard variable dans le temps, le retard distribué, le retard en fonction de l'état et le retard Quenching ; chaque catégorie peut se diviser en sous type.

2.2.1 Le retard constant

C'est pratiquement l'un des premiers types de retard pris en considération pour la stabilité des systèmes. Au début, les chercheurs se sont concentrés particulièrement sur la prise en charge du retard constant connu ou inconnu et au fil du temps, ils ont trouvé que la modélisation des systèmes réels avec ce type de retard n'est pas suffisante et les éloignait de la réalité.

2.2.2 Le retard variable dans le temps

Dans les systèmes de commande en réseau, il faut prendre en considération les variations du retard qui apparaîtront lors de la transmission des données entre les différentes parties du système. On distingue trois classes pour ce type de retard :

2.2.2.1 Le retard borné

On le représente par une fonction h(t) variable dans le temps, connue sur un intervalle borné, telle que :

$$h_1 \leq h(t) \leq h_2$$

Avec : $h_1\, et\, h_2 \geq 0$, h_1 représente la valeur minimale du retard et h_2 représente sa valeur maximale.

2.2.2.2 Le retard à dérivée bornée

En supposant qu'il existe un réel d tel que :

$$h(t) \leq d < 1,$$

Alors la fonction $g(t) = t - h(t)$ est strictement croissante, c'est à dire, les données qui seront en retard arriveront de manière successive et ordonnées chronologiquement.

2.2.2.3 Le retard variable arbitraire

Ce type de retard correspond au cas où $h(t)$ et sa dérivée $h'(t)$ ne sont pas bornés.

2.2.3 Le retard Quenching

Ce type de retard présente une particularité unique par rapport aux autres. Dans un intervalle donné, il est possible de trouver un système stable lorsque le retard est constant. Cependant, dans le même intervalle, le même système peut devenir instable si le retard devient variable dans le temps, et vice-versa. Ce phénomène a été évoqué dans les références [50] et [51].

2.3 Stabilité des systèmes à retards

Dans la plupart du temps, le retard réduit les performances des systèmes commandés, ce qui peut conduire à l'instabilité du système.

Dans cette section, nous allons donner quelques notions sur la stabilité des systèmes à retards. Les principales méthodes utilisées pour étudier la stabilité des systèmes à retards sont de type: approches fréquentielles et temporelles.

Les méthodes dans le domaine fréquentiel ne conviennent que pour les systèmes à retard constant [52], [53]. C'est pourquoi, nous nous concentrons dans cette thèse sur les méthodes dans le domaine temporel et plus exactement aux deux méthodes les plus utilisées pour étudier la stabilité des systèmes à retard : méthode basée sur l'utilisation de la fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii [54] et méthode basée sur la fonction de Razumikhin [55].

Pour bien préciser les formulations et définitions à introduire dans cette partie, nous considérons le système à retard suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(t, x(t), x_t), & \forall\, t \geq 0, \\ x_0(\theta) = \emptyset(\theta), & \forall \theta \in [-h, 0], \end{cases} \tag{2.1}$$

Où $f(t, x(t), x_t)$ est la fonction vectorielle décrivant l'évolution du système. Elle dépend du temps t, du vecteur d'état $x(t)$ à l'instant t, ainsi que du vecteur d'état x_t contenant les états passés du système dans l'intervalle $[-h, 0]$, $x_0(\theta)$ est le vecteur d'état initial, défini pour les instants θ et h est le retard du système, représentant le laps de temps entre l'instant t et les instants antérieurs $t - h$.

2.3.1 Approche de stabilité par la fonction de Lyapunov-Krasovskii

L'approche de Lyapunov-Krasovskii est une extension de la deuxième méthode de Lyapunov pour la classe des systèmes à retard. En présence du retard, la fonction de Lyapunov $V(t, x_t)$ dépendant de la valeur de l'état dans l'intervalle $[t-h, t]$ est une fonctionnelle dépendante de l'état et qui permet également de mesurer la déviation de l'état de la solution triviale. Cette fonction est appelée fonction de Lyapunov-Krasovskii généralisant la seconde méthode de Lyapunov pour les systèmes à retard. L'idée principale de cette approche est de déterminer une fonctionnelle $V(t)$ définie positive dont la dérivée le long des trajectoires est définie négative. Le théorème suivant, énonce les conditions suffisantes pour la stabilité du système à retard (2.1)

Théorème de Lyapunov-Krasovskii [56]

Soit $f : \mathbb{R} \times C_{n,d} \longmapsto \mathbb{R}^n$ *bornée et les fonctions* $u(s), v(s)$ *et* $w(s)$ continues, non négatives et non décroissantes avec $u(s), v(s) > 0$ pour $s \neq 0$ *et* $u(0) = v(0) = 0$. *S'il existe une fonction continue* $V : \mathbb{R} \times C_{n,d} \longmapsto \mathbb{R}$ *telle que*

(i) $u(\|\phi(0)\|) \leq V(t, \phi) \leq v(\|\phi\|_c)$,

(ii) $\dot{V}(t, \phi) \leq -w(\|\phi(0)\|)$,

Alors la solution (triviale) $x = 0$ *de l'équation* (2.1) *est uniformément stable.*

Si $u(s) \to \infty$ *pour* $s \to \infty$ *alors la solution est uniformément bornée.*

Si $w(s) > 0$ *pour* $s > 0$, *alors la solution* $x = 0$ *est uniformément asymptotiquement stable.*

2.3.2 Approche de stabilité par la fonction de Lyapunov-Razumikhin

L'idée principale de cette approche est de trouver une fonction de Lyapunov dont la dérivée n'est pas négative pour toutes les trajectoires, mais seulement pour les trajectoires de l'état qui s'éloignent du point d'équilibre ; la condition générale garantissant que toutes les trajectoires du système tendent vers le point d'équilibre n'est plus nécessaire. C'est-à-dire la négativité n'est requise que pour les trajectoires qui, à l'instant t, appartiennent à un certain espace défini par l'évolution du système sur l'intervalle $[t-\tau, t]$.

La définition précise est donnée dans le théorème suivant.

Théorème de Razumikhin [56]

Supposons que la fonction $f : \mathbb{R} \times C_{n,d} \longmapsto \mathbb{R}^n$ *soit bornée et que* u, v *et* $w : : \mathbb{R}^+ \longmapsto \mathbb{R}^+$ *sont des fonctions continues, non décroissantes telles que* $u(s), v(s), w(s) > 0$ *pour* $s \neq 0$ *et* $u(0) = v(0) = 0$.

Supposons qu'il existe une fonction continue $V: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \longmapsto \mathbb{R}$ *telle que*

(a) $u(\|\phi(0)\|) \leq V(t, \phi) \leq v(\|\phi\|)$,

(b) $\dot{V}(t, \phi) \leq -w(\|\phi(0)\|)$ *pour toutes les trajectoires de (2.1) vérifiant :*

$$V(t+\theta, \phi(t+\theta)) \leq V(t+\phi(t)) \quad \forall \theta \in [-h, 0] \tag{2.2}$$

Alors la solution $x_t = 0$ est uniformément stable pour (2.1).

De plus, si $w(\theta) > 0$ *pour tout* $\theta > 0$ *et s'il existe une fonction* $p : \mathbb{R}^+ \longmapsto \mathbb{R}^+$ *strictement croissante avec* $p(\theta) > \theta$ *pour tout* $\theta > 0$ *telle que*

(i) $u(\|\phi(0)\|) \leq V(t, \phi) \leq v(\|\phi\|)$,

(ii) $\dot{V}(t, \phi) \leq -w(\|\phi(0)\|)$ *, pour toutes les trajectoires de (2.1) vérifiant :*

$$V(t+\theta, x(t+\theta)) \leq p(V\big(k+\phi(t)\big) \quad \forall \theta \in [-h, 0] \tag{2.3}$$

Alors une telle fonction V est appelée fonction de Lyapunov-Razumikhin et la solution $x_t = 0$ de (2.1) est uniformément asymptotiquement stable.

Cette approche conduit à des conditions plus conservatives et elle est inapplicable dans le cas de la commande H_∞ [57], [58].

2.4 Stabilité indépendante et stabilité dépendante du retard

Les approches pour l'étude de la stabilité des systèmes à retards se divisent en deux classes. Dans la première classe, on trouve les approches qui établissent des conditions de stabilité indépendantes du retard alors que les approches de la deuxième classe s'intéressent aux conditions de stabilité dépendantes du retard.

Les premières études sur la stabilité des systèmes à retards ont principalement portées sur la stabilité indépendante de la taille du retard. Plusieurs chercheurs ont exploré de manière approfondie cette approche pour la stabilité des différents types de systèmes à retard [59]–[61]. Puis, plus tard de nombreux critères de stabilité dépendants de la taille du retard ont été établis dans le but de réduire le conservatisme des résultats obtenus, surtout lorsque le retard est faible. Les approches alors utilisées dans ces derniers travaux ont été fondées sur les théorèmes de Lyapunov-Krasovskii ou de Lyapunov-Razumikhin.

Contrairement à l'approche indépendante du retard, pour celle dépendante du retard, l'information disponible sur le retard est explicitement prise en compte dans l'élaboration du critère de stabilité [56], [62]–[64].
Après avoir exploré les approches de stabilité indépendantes et dépendantes du retard, nous devons maintenant aborder la complexité liée à l'élaboration d'hypothèses basées sur des modèles proches des systèmes de contrôle en réseau. Pour surmonter cette difficulté, nous choisissons d'adopter des systèmes flous T-S incertains qui offrent une flexibilité accrue dans leur modélisation. Cette approche nous permet de minimiser les perturbations et d'améliorer les performances du système. En conséquence, nous proposons l'utilisation d'un contrôleur flou H∞ spécialement conçu pour les systèmes flous T-S incertains, prenant en compte leur retard variable dans le temps.

Passons désormais à la représentation des systèmes à retard en utilisant le modèle flou T-S. Grâce à cette représentation, nous pouvons décrire explicitement les systèmes non linéaires à retard.

2.5 Représentation des systèmes à retard par le modèle T-S flou

Considérons un système non linéaire à retard qui peut être représenté par le modèle flou T – S comme suit :
Règle i : $Si\ \theta_1(t)\ est\ F_{i1} et\ \theta_2(t)\ est\ F_{i2} \ldots\ et\ \theta_p(t)\ est\ F_{ip}\ \ Alors$

$$\dot{x}(t) = (A_i + \Delta A_i)x(t) + (A_{di} + \Delta A_{di})x(t - d(t)) + (B_i + \Delta B_i)u(t) + D_i\omega(t)$$

$$z(t) = C_i x(t) \tag{2.4}$$

$x(t) = \varphi(t) \;\; t \in [-\max\{d_2\}, 0],$

Où $i = 1, 2, \ldots, r$ est le nombre de règles **Si-Alors**; $x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^m$ et $z(t) \in \mathbb{R}^l$ représente le vecteur d'état, le vecteur de commande et le vecteur de sortie de mesure respectivement; $\omega(k) \in \mathbb{R}^p$ désigne la perturbation exogène, il est supposé appartenir à $L_2[0, \infty[$; les matrices $A_i, A_{di}, B_i, C_i, D_i$ sont de dimensions appropriées ; $\Delta A_i, \Delta A_{di}, \Delta B_i$ dénotent les incertitudes dans le système; θ_1(t), θ_2(t)... θ_p(t) sont les variables de prémisses qui dépendent de l'entrée et/ou de l'état du système; la condition initiale φ(t) est une fonction différentiable ou un vecteur constant F_{ig} (g = 1, 2,…, p) est l'ensemble flou.

d(t) représente le retard variable dans le temps et satisfaisant $0 < d_1 \leq d(t) \leq d_2$.

Avec : d_1, d_2 Représentent les bornes des intervalles de $d(t)$.

L'inférence du système flou est décrite par :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(t)\big)[\,(A_i + \Delta A_i)x(t) + (A_{di} + \Delta A_{di})\, x\big(t - d(t)\big) + (B_i + \Delta B_i)u(t) + D_i\omega(t)]$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(t)\big)[\,C_i x(t)] \tag{2.5}$$

Où les fonctions de base floues sont définies par :

$$h_i\big(\theta(t)\big) = \frac{\mu_i\big(\theta(t)\big)}{\sum_{i=1}^{r} \mu_i\big(\theta(t)\big)}, \;\; \text{avec} \;\; \mu_i\big(\theta(t)\big) = \prod_{j=1}^{p} F_{ij}(\theta_j(t)) \tag{2.6}$$

$F_{ij}(\theta_j(t))$ représente la valeur de la fonction d'appartenance $\theta_j(t)$ dans l'ensemble flou F_{ij}.

On suppose que:

$$\mu_i\big(\theta(t)\big) \geq 0 \quad et \quad \sum_{i\,=\,1}^{r} \mu_i(\theta(t)) > 0$$

$h_i(\theta(t))$ représente les fonctions d'activations non linéaires de la ième règle du modèle flou. Ces fonctions vérifient la propriété d'une somme convexe ci-dessous, c'est-à-dire :

$$\begin{cases} h_i(\theta(t)) \geq 0 \\ \sum_{i=1}^{r} h_i(\theta(t)) = 1 \end{cases} \qquad \mathrm{i} = 1, 2, \dots, \mathrm{r}$$

2.5.1 Contrôle des systèmes à retard modélisés par modèle T-S flou

La conception de la commande est faite sur la base d'un modèle flou via la méthode de compensation distribuée parallèle (PDC). Par ailleurs, il existe un autre moyen d'améliorer les performances du système qui consiste à garantir la vitesse de convergence vers l'état par la stabilité exponentielle. Nous développons une nouvelle stabilisation exponentielle pour les systèmes flous incertains de Takagi–Sugeno (T – S) avec perturbation externe et retard variant dans le temps, conçus à l'aide des règles floues suivantes :

Règle du contrôleur i :

Si $\theta_1(t)$ *est* F_{i1} *et* $\theta_2(t)$ *est* F_{i2} … *et* $\theta_p(t)$ *est* F_{ip} *Alors*

$$u(t) = K_i x(t), \qquad i = 1, 2, \dots, r \tag{2.7}$$

Où K_i est le gain de retour local relatif au $i^{ème}$ modèle, avec les mêmes $h_i(\theta(t))$ que ceux du modèle flou.

Nous présentons dans ce qui suit, les propositions seront utilisées dans la preuve de nos résultats.

Proposition 2.1 *(Inégalité de Cauchy) : Pour toute matrice symétrique définie positive* $M \in \mathbb{R}^{n\times n}$ *et tous* $x, y \in \mathbb{R}^n$*, nous avons*

$$\pm 2x^T y \leq x^T M x + y^T M^{-1} y. \tag{2.8}$$

Proposition 2.2 [24] *: Pour toute matrice symétrique définie positive* $M > 0$*, un scalaire* $\gamma > 0$ *et une fonction vectorielle* $\omega : [0, \gamma] \to \mathbb{R}^n$ *telle que les intégrations concernées soient bien définies, l'inégalité suivante est valable.*

$$\left(\int_0^{\gamma} \omega(s)\, ds\right)^T M \left(\int_0^{\gamma} \omega(s)\, ds\right) \leq \left(\int_0^{\gamma} \omega^T(s) M \omega(s)\, ds\right) \tag{2.9}$$

Proposition 2.3 : *Le système global à boucle fermée est sous condition initiale nulle.*

Lemme 2.1 : *Pour toutes les matrices réelles D, F, E avec les dimensions appropriées, l'inégalité suivante est valable :*

$$\mathbb{D}\mathbb{F}\mathbb{E} + \mathbb{E}^T\mathbb{F}^T\mathbb{D}^T \leq \varepsilon^{-1}\mathbb{D}\mathbb{D}^T + \varepsilon\mathbb{E}^T\mathbb{E} \ ; \varepsilon > 0, \|\mathbb{F}\| \leq 1 \tag{2.10}$$

2.6 Contrôle de systèmes sans incertitudes ni perturbations

Dans cette partie, nous considérons la commande du système sans incertitudes ni perturbations. Dans ce cas, le modèle flou T–S défini en (2.4) devient le suivant :

Règle i : *Si* $\theta_1(t)$ *est* F_{i1} *et* $\theta_2(t)$ *est* F_{i2} … *et* $\theta_p(t)$ *est* F_{ip} *Alors*

$$\begin{aligned} &\dot{x}(t) = A_i x(t) + A_{di} x(t - d(t)) + B_i u(t) \\ &y(t) = C_i x(t) \\ &x(t) = \varphi(t) \;\; t \in [-\max\{d_2\}, 0], \end{aligned} \tag{2.11}$$

L'inférence du système flou est décrite par :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(t)\big)[\,A_i x(t) + A_{di} x\big(t - d(t)\big) + B_i u(t)]$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(t)\big)[\,C_i x(t)] \tag{2.12}$$

Pour plus de simplification, nous adopterons les notations suivantes :

$$\bar{A}(t) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i h_j \bar{A}_{ij}, \tag{2.13}$$

Avec

$$\boldsymbol{\bar{A}_{ij} = A_i + B_i K_j}$$

En utilisant ces notations et en combinant les équations (2.12) et (2.7). La représentation du modèle global en boucle fermée est représentée comme suit :

$$\dot{x}(t) = \bar{A}(t)x(t) + A_{di}x\big(t - d(t)\big) \tag{2.14}$$

Définition 2.1 : *Soit $\alpha > 0$. La solution nulle du système (2.11) est α exponentiellement stable s'il existe un nombre positif $N > 0$ tel que chaque solution $x(t, \varphi)$ satisfait la condition suivante:*

$$\|x(t, \emptyset)\| \leq Ne^{-\alpha t}\|\emptyset\|, \qquad \forall t \geq 0. \tag{2.15}$$

2.6.1 Résultat principal

On définit :

$\lambda = \lambda_{min}(\bar{P})$,

$\Lambda = \lambda_{max}(\bar{P}) + d_1\lambda_{max}(\bar{Q}) + \frac{1}{2}d_2^3\,\lambda_{max} + \frac{1}{2}(d_2 + d_1) \times (d_2 - d_1)^2\lambda_{max}(\bar{S})$

La solution $x(t, \phi)$ du système satisfait :

$$\|x(t, \phi)\| \leq \sqrt{\frac{\Lambda}{\lambda}}\, e^{\alpha t}\|\phi\|, \qquad t \in \mathbb{R}^+. \tag{2.16}$$

Théorème 2.1 : *S'il existe des matrices symétriques Q > 0, P > 0, T > 0, R > 0, S > 0, et Y > 0, le système (2.14) est exponentiellement stable pour 0 < α ≤ 1, de telle sorte que la LMI suivante*

est vérifiée :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{12} & \Omega_{22} \end{bmatrix} < 0. \tag{2.17}$$

Où:

$$\Omega_{\mathrm{ij}} = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \Psi_{13} & \Psi_{14} \\ \Psi_{12} & \Psi_{22} & \Psi_{23} & \Psi_{24} \\ \Psi_{13} & \Psi_{23} & \Psi_{33} & \Psi_{34} \\ \Psi_{14} & \Psi_{24} & \Psi_{34} & \Psi_{44} \end{bmatrix}; \qquad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, r. \\ j = 1, 2, \dots, r. \end{matrix}$$

$\Psi_{11} = A_iT + TA_i{}' + B_iY_j + Y_j^{'}B_i{}' + Q + 2\alpha P - e^{-2\alpha d_2}R$

$\Psi_{12} = A_{di}T + TA_i{}' + Y_j^{'}B_i{}' + e^{-2\alpha d_2}R$

$\Psi_{13} = TA_i{}' + Y_j^{'}B_i{}'$

$\Psi_{14} = P - T + TA_i{}' + Y_j^{'}B_i{}'$

$\Psi_{22} = A_{di}T + TA'_{di} - e^{-2\alpha d_2}R - e^{-2\alpha d_2}S$

$\Psi_{23} = TA'_{di} + e^{-2\alpha d_2}S$

$\Psi_{24} = -T + TA'_{di}$

$\Psi_{33} = -e^{-2\alpha d_2}S - e^{-2\alpha d_1}Q$

$\Psi_{34} = -T$

$\Psi_{44} = d_2^2 R + (d_2 - d_1)^2 S - 2T$

Les paramètres du contrôleur peuvent-être choisis comme suit :

$$K_i = Y_i T^{-1}. \tag{2.18}$$

Démonstration 2.2 : On considère la fonction Lyapunov – Krasovskii suivante :

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) + V_4(t) \tag{2.19}$$

$$V_1(t) = x^T(t)\bar{P}x(t) \tag{2.20}$$

$$V_2(t) = \int_{t-d_1}^{t} e^{2\alpha(s-t)} x^T(s)\bar{Q}x(s)ds \tag{2.21}$$

$$V_3(t) = d_2 \int_{-d_2}^{0} \int_{t+s}^{t} e^{2\alpha(\tau-t)} \dot{x}^T(s)\bar{R}\dot{x}(\tau)d\tau ds \tag{2.22}$$

$$V_4(t) = (d_2 - d_1) \int_{-d_2}^{d_1} \int_{t+s}^{t} e^{2\alpha(\tau-t)} \dot{x}^T(s)\bar{S}\dot{x}(\tau)d\tau ds \tag{2.23}$$

Il est facile de vérifier que

$$\lambda \|x(t)\|^2 \leq V(t, x_t) \leq \Lambda \|x_t\|^2, \quad t \in \mathbb{R}^+ . \tag{2.24}$$

Les dérivations de $V_1(t), \dots, V_4(t)$ sont données par :

$$\dot{V}_1(t) = 2x^T(t)\bar{P}\dot{x}(t) + 2\alpha x^T(t)\bar{P}x(t) - 2\alpha V_1 \tag{2.25}$$

$$\dot{V}_2(t) = x^T(t)\bar{Q}x(t) - e^{-2\alpha d_1}x(t-d_1)\bar{Q}x(t-d_1) - 2\alpha V_2 \tag{2.26}$$

$$\dot{V}_3(t) = d_2^2\dot{x}^T(t)\bar{R}\dot{x}(t) - d_2\int_{t-d_2}^{t} e^{-2\alpha d_2}\,\dot{x}^T(s)\bar{R}\dot{x}(s)ds \; - 2\alpha V_3 \tag{2.27}$$

$$\dot{V}_4(t) = (d_2-d_1)^2\dot{x}^T(t)\bar{S}\dot{x}(t) - (d_2-d_1)e^{-2\alpha d_2}\int_{t-d_2}^{t}\dot{x}^T(s)\bar{S}\dot{x}(s)ds - 2\alpha V_4 \tag{2.28}$$

En utilisant la formule de Leibniz-Newton, proposition 2.2 :

$$-d_2\int_{t-d_2}^{t}\dot{x}^T(s)\bar{R}\dot{x}(s)ds \leq -d(t)\int_{t-d(t)}^{t}\dot{x}^T(s)\bar{R}\dot{x}(s)ds$$

$$\leq \; -[\int_{t-d(t)}^{t}\dot{x}(s)ds]^T\bar{R}[\int_{t-d(t)}^{t}\dot{x}(s)ds]$$

$$= \; -[x(t) - x(t-d(t))]^T\bar{R}[x(t) - x(t-d(t))]$$

$$= \; -x^T(t)\bar{R}x(t) + 2x^T(t)\bar{R}x\big(t-d(t)\big) - x^T\big(t-d(t)\big)\bar{R}x\big(t-d(t)\big) \tag{2.29}$$

$$-(d_2-d_1)\int_{t-d_2}^{t-d_1}\dot{x}^T(s)\bar{S}\dot{x}(s)ds \leq -(d(t)-d_1)\int_{t-d(t)}^{t-d_1}\dot{x}^T(s)\bar{S}\dot{x}(s)ds$$

$$\leq -[\int_{t-d(t)}^{t-d_1}\dot{x}(s)ds]^T\bar{S}[\int_{t-d(t)}^{t-d_1}\dot{x}(s)ds]$$

$$= -[x(t-d_1) - x\big(t-d(t)\big)]^T\bar{S}[x(t-d_1) - x\big(t-d(t)\big)]$$

$$= \; -x^T(t-d_1)\bar{S}x(t-d_1) + 2x^T(t-d_1)\bar{S}x\big(t-d(t)\big) - x^T\big(t-d(t)\big)\bar{S}x\big(t-d(t)\big) \tag{2.30}$$

Par conséquent

$$\dot{V}\big(t,x(t)\big) + 2\alpha V(t,x_t) \leq x^T(t)[\bar{Q} - e^{-2\alpha d_2}\bar{R} + \ 2\alpha\bar{P}]x(t)$$

$$+ \ \dot{x}^T(t)[d_2^2\bar{R} + (d_2 - d_1)^2\bar{S}]\dot{x}(t) + x^T(t-d_1)[-e^{-2\alpha d_1}\bar{Q} - e^{-2\alpha d_2}\bar{S}]x(t-d_1)$$

$$+ x^T\big(t-d(t)\big)[-e^{-2\alpha d_2}\bar{R} - e^{-2\alpha d_2}\bar{S}]x\big(t-d(t)\big)$$

$$+ \ 2x^T(t)\bar{P}\dot{x}(t) + 2e^{-2\alpha d_2}x^T(t)\bar{R}x\big(t-d(t)\big) + 2e^{-2\alpha d_2}x^T(t-d_1)\bar{s}x(t-d(t)) \quad (2.31)$$

En utilisant la relation d'identité suivant :

$$-\dot{x}(t) + \bar{A}(t)x(t) + A_{di}x\big(t-d(t)\big) = 0 \quad (2.32)$$

On obtient :

$$2\big[x^T(t)X + x^T\big(t-d(t)\big)X + x^T(t-d_1)X + \dot{x}^T(t)X\big] \times$$

$$[-\dot{x}(t) + \bar{A}(t)x(t) + A_{di}x(t-d(t)] = 0 \quad (2.33)$$

En ajoutant l'item zéro de (2.33) dans (2.31), on a :

$$\dot{V}(t,x_t) + 2\alpha V(t,x_t) \leq \varepsilon^T(t)\Omega\varepsilon(t) \quad (2.34)$$

Où

$\varepsilon = [x(t)\ x\big(t-d(t)\big)\ x(t-d_1)\ \dot{x}(t)]^T$

$\Psi_{11} = X\bar{A} + \bar{A}'X + \bar{Q} + 2\alpha\bar{P} - e^{-2\alpha d_2}\bar{R}$

$\Psi_{12} = XA_d + \bar{A}'X + e^{-2\alpha d_2}\bar{R}$

$\Psi_{13} = \bar{A}'X$

$\Psi_{14} = \bar{P} - X + \bar{A}'X$

$\Psi_{22} = XA_d + A_d'X - e^{-2\alpha d_2}\bar{R} - e^{-2\alpha d_2}\bar{S}$

$\Psi_{23} = A'_d X + e^{-2\alpha d_2}\bar{S}$

$\Psi_{24} = -X + A'_d X$

$\Psi_{33} = -e^{-2\alpha d_2}\bar{S} - e^{-2\alpha d_1}\bar{Q}$

$\Psi_{34} = -X$

$\Psi_{44} = d_2^2\bar{R} + (d_2 - d_1)^2\bar{S} - 2X$

En pré- et à post-multipliant la matrice Ω, par :

$$\theta = diag\ \{T, T, T, T\},$$

Et en faisant le changement de variables, tel que :

$$K = YT^{-1}\ , X = T^{-1}\ , \bar{R} = T^{-1}R\,T^{-1}, \bar{S} = T^{-1}S\,T^{-1}, \bar{Q} = T^{-1}Q\,T^{-1}. \quad (2.35)$$

On obtient (2.17).

Nous avons $\Omega = \theta^T\Gamma\theta$ (2.36)

Notez que $\Gamma < 0$ si et seulement si $\Omega < 0$.

Par conséquent, à partir de la condition (2.17), nous obtenons

$$\dot{V}(t, x_t) + 2\alpha V(t, x_t) \leq 0 \quad (2.37)$$

En intégrant les deux côtés de (2.37) de 0 à t, on obtient

$$V(t, x_t) \leq V(0, x_0)e^{-2\alpha t}, \quad \forall t \in \mathbb{R}^+ \quad (2.38)$$

De plus, en tenant compte de la condition (2.24), on a

$$\lambda\|x(t, \phi)\|^2 \leq V(t, x_t) \leq V(0, x_0)e^{-2\alpha t} \leq \Lambda e^{-2\alpha t}\|\phi\|^2, \quad (2.39)$$

Alors la solution $x(t, \phi)$ du système satisfait

$$\|x(t,\phi)\| \leq \sqrt{\frac{\Lambda}{\lambda}} e^{-\alpha t}\|\phi\|, \ \ \forall t \geq 0. \tag{2.40}$$

Ce qui implique que le système en boucle fermée est $\alpha -$ exponentiellement stable.

Les conditions du théorème 2.1 sont obtenues et la preuve est complète.

2.6.2 Simulation numérique

Dans cette partie, nous considérons deux exemples pour illustrer l'efficacité et la performance de l'approche proposée.

Exemple 2.1 :

Considérons le système non linéaire instable défini par l'équation différentielle suivante [7] :

$$\ddot{s}(t) + f\big(s(t), \dot{s}(t)\big) - 0.1s(t) = u(t)$$

Où

$$f\big(s(t), \dot{s}(t)\big) = 0.5s(t) + 0.75sin\frac{\dot{s}(t)}{0.5}.$$

Et la variable d'état $x(t) = [s(t) \ \ \dot{s}(t)]^T$.

Nous supposons que la matrice d'état de retard est : $A_{d1} = A_{d2} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0.1 & -0.2 \end{bmatrix}$.

Le système peut être représenté par un modèle flou composé de deux règles, comme suit :

Règle 1 : $Si\ (x_2(t)/0.5)\ vaut\ environ\ 0, alors$

$$\dot{x}(t) = A_1x(t) + A_{d1}x(t - d(t)) + B_1u(t);$$

Règle 2 $Si\ (x_2(t)/0.5)\ vaut\ environ\ \pi\ ou\ -\pi, alors$

$$\dot{x}(t) = A_2x(t) + A_{d1}x(t - d(t)) + B_2u(t)\ ;$$

Où $\mathrm{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.1 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathrm{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.1 & -0.5 - 1.5\beta \end{bmatrix}, \ \ \mathrm{B}_1 = \mathrm{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$

$\beta = \frac{0.01}{\pi}$, β est utilisé pour éviter que les matrices système soient singulières.

L'intervalle non différentiable du retard variable dans le temps est :

$$d(t) = \begin{cases} 0.1 + 0.25sin^2 t \ \ if \ \ t \in \mathfrak{T} = \mathrm{U}_{k\geq 0}[2k\pi, (2k+1)\pi] \\ 0 \qquad\qquad\qquad\quad if \qquad t \in R^+ \backslash \mathfrak{T} \end{cases}$$

On a $\quad 0.1 \leq d(t) \leq 0.35$

Les fonctions d'appartenance sont :

$$h_1(t) = \left(1 - \frac{1}{1 + \exp\{-3(\frac{x_2}{0.5} - \frac{\pi}{2})\}}\right) \times \frac{1}{1 + \exp\{-3(\frac{x_2}{0.5} + \frac{\pi}{2})\}}$$

$$h_2(t) = 1 - h_1(t).$$

La valeur initiale du système est $\varphi(t) = (1.8\ 0.5)^T$ pour $t \in [\bar{\mathrm{d}}_2, 0]$.

En résolvant la LMI, on obtient les paramètres suivants après avoir appliqué le **théorème 2.1** sur le système sans incertitudes ni perturbations.

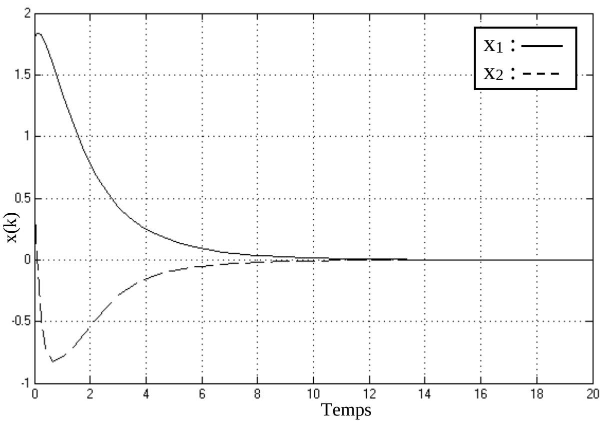
Pour α=0.08: $\mathrm{K}_1 = \mathrm{K}_2 = [-2.7939 - 2.8483]$

Pour α=0.5: $\mathrm{K}_1 = \mathrm{K}_2 = [-4.2794 - 3.1273]$

Ainsi, le système est 0,5 – exponentiellement stable et la valeur $\sqrt{\frac{\Lambda}{\lambda}} = 2.7072$, donc la solution du système en boucle fermée satisfait

$$\|x(t, \phi)\| \leq 2.7072e^{-0.5t}\|\phi\|, \qquad \forall t \geq 0.$$

La **Figure 2.1** et la **Figure 2.2** montrent la réponse temporelle de l'état du système non forcé. On peut remarquer que le système est stable lorsque la condition initiale est $\varphi(t) = (1.8\ 0.5)^T$. On peut également noter que lorsque α = 0,5, le temps de réponse est plus rapide que lorsque α = 0,08 mais l'excès est plus important dans le premier cas que dans le second cas. Les résultats obtenus représentent une amélioration par rapport à ceux présentés dans [7].



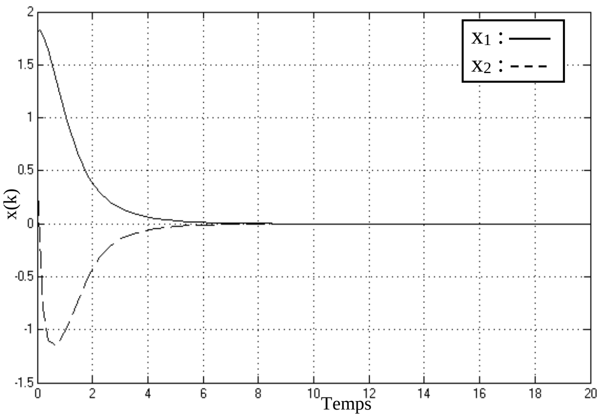


Figure.2. 1. La réponse du système non forcé pour α=0.08. **Figure.2. 2. La réponse du système non forcé pour α=0.5.**

Exemple 2.2 :

Considérons un système du pendule inversé non linéaire défini par l'équation différentielle suivante [65] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \dfrac{gsin(x_1) - amlx_2^2 \sin(2x_1)/2 - acos(x_1)\,u}{4l/3 - amlcos^2(x_1)} \end{cases}$$

Il peut être représenté par le modèle flou suivant composé de deux règles :

Règle 1: $Si\ (x_1(t))\ vaut\ environ\ 0, alors$

$$\dot{x}(t) = A_1 x(t) + A_{d1} x(t - d(t)) + B_1 u(t)\ ;$$

Règle 2 $Si\ (x_2(t))\ vaut\ environ\ \pi/2\ ou - \pi/2, alors$

$$\dot{x}(t) = A_2 x(t) + A_{d2} x(t - d(t)) + B_2 u(t)\ ;$$

Où : x_1 est l'angle (en radian) du pendule avec la verticale, et x_2 est la vitesse angulaire.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \dfrac{g}{\frac{4l}{3} - aml} & 0 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \dfrac{2g}{\pi(4l/3 - aml\beta^2)} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -a/4l/3 - aml \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -a\beta/4l/3 - aml\beta^2 \end{bmatrix}$$

Où: $g = 9.8\ m/s^2\ ,\ m = 0.1Kg,\ M = 1Kg,\ 2l = 1m,\ \beta = \cos(88°)\ et\ a = 1/(m + M)$.
Nous prenons le même retard variant dans le temps et les mêmes fonctions d'appartenance de l'exemple précédent.
En résolvant la LMI, on obtient les paramètres suivants après avoir appliqué le **théorème 2.1** sur le système sans incertitudes ni perturbations.

$$\mathrm{K}_1 = [32.3643\ 8.7358]\ ;\ \mathrm{K}_2 = [32.8479\ 8.8851]$$

Figure 2.3, montre la réponse temporelle de l'état du système non forcé. On peut remarquer que le système est stable lorsque la condition initiale est $\varphi(t) = (\pi/8\ 0)^T$.

On peut dire que l'approche proposée est efficace et donne des résultats acceptables.

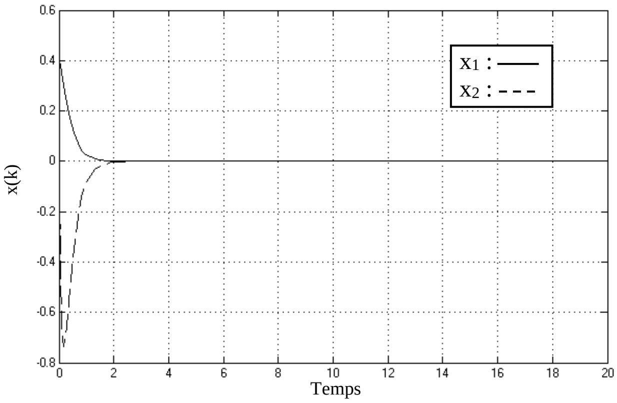


Figure.2. 3. La réponse du système non forcé pour α=0.5.

2.7 Contrôle des systèmes avec incertitudes et perturbations

Considérons maintenant les systèmes avec incertitudes et perturbations donnés en (2.4) et le système inféré décrit en (2.5).

Pour plus de simplification, nous adopterons les notations suivantes :

$$\bar{A}(t) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i h_j \bar{A}_{ij}, \tag{2.41}$$

Avec

$$\bar{A}_{ij} = (A_i + \Delta \mathrm{A_i}) + (B_i + \Delta \mathrm{B_i})K_j$$

En utilisant ces notations et en combinant les équations (2.5) et (2.7). La représentation du modèle global en boucle fermée est représentée comme suit :

$$\dot{x}(t) = \bar{A}(t)x(t) + (A_{di} + \Delta \mathrm{A_{di}})x\big(t - d(t)\big) + D_i\omega(t) \tag{2.42}$$

Définition 2.2 : *Soit $\alpha > 0$. La solution nulle du système (2.4) est α exponentiellement stable s'il existe un nombre positif $\beta > 0$ tel que chaque solution $x(t,\varphi)$ satisfait la condition suivante :*

$$\|x(t,\emptyset)\| \leq \beta e^{-\alpha t}\|\emptyset\|, \qquad \forall t \geq 0. \tag{2.43}$$

Afin d'atténuer la perturbation externe du système flou, nous introduisons l'indice de performance $H\infty$ avec un niveau d'atténuation prescrit $\gamma > 0$.

$$\int_{t_0}^{\infty} z^T(t)z(t)dt \;\leq\; \gamma^2 \int_{t_0}^{\infty} \omega^T(t)\omega(t)dt \tag{2.44}$$

2.7.1 Résultat principal

On définit :

$\lambda = \lambda_{min}(\bar{P})$,

$\Lambda = \; \lambda_{max}(\bar{P}) + d_1\lambda_{max}(\bar{Q}) + \frac{1}{2}d_2^3\, \lambda_{max} + \frac{1}{2}(d_2 + d_1) \times (d_2 - d_1)^2\lambda_{max}(\bar{S})$

La solution $x(t, \phi)$ du système satisfait :

$$\|x(t, \phi)\, \| \leq \sqrt{\frac{\Lambda}{\lambda}}\; e^{\alpha t}\|\phi\|, \qquad t \in \mathbb{R}^+\,. \tag{2.45}$$

Théorème 2.2 : *S'il existe des matrices symétriques Q > 0, P > 0, T > 0, R > 0, S > 0, et Y > 0, le système (2.42) est exponentiellement stable et robuste avec un indice de performance H∞ et pour 0 < α ≤ 1, de telle sorte que la LMI suivante est vérifiée :*

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{12} & \Omega_{22} \end{bmatrix} < 0. \tag{2.46}$$

Où

$$\Omega_{\mathrm{ij}} = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \Psi_{13} & \Psi_{14} & \Psi_{15} \\ \Psi_{12} & \Psi_{22} & \Psi_{23} & \Psi_{24} & \Psi_{25} \\ \Psi_{13} & \Psi_{23} & \Psi_{33} & \Psi_{34} & \Psi_{35} \\ \Psi_{14} & \Psi_{24} & \Psi_{34} & \Psi_{44} & \Psi_{45} \\ \Psi_{15} & \Psi_{25} & \Psi_{35} & \Psi_{45} & \Psi_{55} \end{bmatrix}; \qquad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, r. \\ j = 1, 2, \dots, r. \end{matrix}$$

$$\Psi_{11} = \; A_iT + \Delta A_iT + TA_i' + T\Delta A_i' + B_iY + \Delta\mathrm{B_i}Y + Y'B_i{}' + Y'\Delta\mathrm{B_i}{}' + Q + \; 2\alpha P - e^{-2\alpha d_2}R + C_i{}'\, C_i$$

$$\Psi_{12} = A_{di}T + \Delta\mathrm{A_{di}}T + TA_i' + T\Delta A_i{}' + Y'B_i{}' + Y'\Delta\mathrm{B_i}{}' + \; e^{-2\alpha d_2}R$$

$\Psi_{13} = TA_i{}' + T\Delta A_i{}' + Y'B_i{}' + Y'\Delta \mathrm{B_i}'$

$\Psi_{14} = P - T + TA_i{}' + T\Delta A_i{}' + Y'B_i{}' + Y'\Delta \mathrm{B_i}'$

$\Psi_{15} = DT + TA_i{}' + T\Delta A_i{}' + Y'B_i{}' + Y'\Delta \mathrm{B_i}'$

$\Psi_{22} = A_{di}T + \Delta \mathrm{A_{di}}T + TA'_{di} + T\Delta \mathrm{A_{di}}' - e^{-2\alpha d_2}R - e^{-2\alpha d_2}S$

$\Psi_{23} = TA'_{di} + T\Delta \mathrm{A_{di}}' + e^{-2\alpha d_2}S$

$\Psi_{24} = -T + TA'_{di} + T\Delta \mathrm{A_{di}}'$

$\Psi_{25} = DT + TA'_{di} + T\Delta \mathrm{A_{di}}'$

$\Psi_{33} = -e^{-2\alpha d_2}S - e^{-2\alpha d_1}Q$

$\Psi_{34} = -T$

$\Psi_{35} = DT$

$\Psi_{44} = d_2^2 R + (d_2 - d_1)^2 S - 2T$

$\Psi_{45} = -T + DT$

$\Psi_{55} = \begin{bmatrix} DT + TD' & T' \\ T' & \delta^2 \end{bmatrix}$

Les paramètres du contrôleur peuvent-être choisis comme suit :

$$K_i = Y_i T^{-1}. \tag{2.47}$$

Démonstration 2.1 : On considère la fonction Lyapunov – Krasovskii suivante :

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) + V_4(t) \tag{2.48}$$

$$V_1(t) = x^T(t)\bar{P}x(t) \tag{2.49}$$

$$V_2(t) = \int_{t-d_1}^{t} e^{2\alpha(s-t)} x^T(s)\bar{Q}x(s)ds \tag{2.50}$$

$$V_3(t) = d_2 \int_{-d_2}^{0} \int_{t+s}^{t} e^{2\alpha(\tau-t)} \dot{x}^T(s)\bar{R}\dot{x}(\tau)d\tau ds \tag{2.51}$$

$$V_4(t) = (d_2 - d_1) \int_{-d_2}^{d_1} \int_{t+s}^{t} e^{2\alpha(\tau-t)} \dot{x}^T(s)\bar{S}\dot{x}(\tau)d\tau ds \tag{2.52}$$

Il est facile de vérifier que

$$\lambda \, \|x(t)\|^2 \leq V(t, x_t) \leq \Lambda \, \|x_t\|^2, \quad t \in \mathbb{R}^+ . \tag{2.53}$$

Les dérivations de $V_1(t), \dots, V_4(t)$ sont données par :

$$\dot{V}_1(t) = 2x^T(t)\bar{P}\dot{x}(t) + 2\alpha x^T(t)\bar{P}x(t) - 2\alpha V_1 \tag{2.54}$$

$$\dot{V}_2(t) = x^T(t)\bar{Q}x(t) - e^{-2\alpha d_1}x(t-d_1)\bar{Q}x(t-d_1) - 2\alpha V_2 \tag{2.55}$$

$$\dot{V}_3(t) = d_2^2\dot{x}^T(t)\bar{R}\dot{x}(t) - d_2 \int_{t-d_2}^{t} e^{-2\alpha d_2}\, \dot{x}^T(s)\bar{R}\dot{x}(s)d - 2\alpha V_3 \tag{2.56}$$

$$\dot{V}_4(t) = (d_2 - d_1)^2\dot{x}^T(t)\bar{S}\dot{x}(t) - (d_2 - d_1)e^{-2\alpha d_2} \int_{t-d_2}^{t} \dot{x}^T(s)\bar{S}\dot{x}(s)ds - 2\alpha V_4 \tag{2.57}$$

En utilisant la formule de Leibniz-Newton, proposition 2.2 :

$$-d_2 \int_{t-d_2}^{t} \dot{x}^T(s)\bar{R}\dot{x}(s)ds \leq -d(t) \int_{t-d(t)}^{t} \dot{x}^T(s)\bar{R}\dot{x}(s)ds$$

$$\leq -[\int_{t-d(t)}^{t} \dot{x}(s)ds]^T\bar{R}[\int_{t-d(t)}^{t} \dot{x}(s)ds]$$

$$= -[x(t) - x(t-d(t))]^T\bar{R}[x(t) - x(t-d(t))]$$

$$= -x^T(t)\bar{R}x(t) + 2x^T(t)\bar{R}x\big(t-d(t)\big) - x^T(t-d(t))\bar{R}x\big(t-d(t)\big) \tag{2.58}$$

$$-(d_2-d_1)\int_{t-d_2}^{t-d_1}\dot{x}^T(s)\bar{S}\dot{x}(s)ds \leq -(d(t)-d_1)\int_{t-d(t)}^{t-d_1}\dot{x}^T(s)\bar{S}\dot{x}(s)ds$$

$$\leq -[\int_{t-d(t)}^{t-d_1}\dot{x}(s)ds]^T\bar{S}[\int_{t-d(t)}^{t-d_1}\dot{x}(s)ds]$$

$$= -[x(t-d_1)-x(t-d(t))]^T\bar{S}[x(t-d_1)-x(t-d(t))]$$

$$= -x^T(t-d_1)\bar{S}x(t-d_1)+2x^T(t-d_1)\bar{S}x(t-d(t))-x^T(t-d(t))\bar{S}x(t-d(t)) \tag{2.59}$$

Par conséquent

$$\begin{aligned}\dot{V}(t,x(t))+2\alpha V(t,x_t) \leq\ & x^T(t)[\bar{Q}-e^{-2\alpha d_2}\bar{R}+2\alpha\bar{P}]x(t)\\ &+\dot{x}^T(t)[d_2^2\bar{R}+(d_2-d_1)^2\bar{S}]\dot{x}(t)\\ &+x^T(t-d_1)[-e^{-2\alpha d_1}\bar{Q}-e^{-2\alpha d_2}\bar{S}]x(t-d_1)\\ &+x^T(t-d(t))[-e^{-2\alpha d_2}\bar{R}-e^{-2\alpha d_2}\bar{S}]x(t-d(t))\\ &+2x^T(t)\bar{P}\dot{x}(t)+2e^{-2\alpha d_2}x^T(t)\bar{R}x(t-d(t))\\ &+2e^{-2\alpha d_2}x^T(t-d_1)\bar{s}x(t-d(t))\end{aligned} \tag{2.60}$$

En utilisant la relation d'identité suivant :

$$-\dot{x}(t)+\bar{A}(t)x(t)+(A_{di}+\Delta\mathrm{A}_{\mathrm{di}})x(t-d(t))+D_i\omega(t)=0 \tag{2.61}$$

On obtient :

$$\begin{aligned}&2[x^T(t)X+x^T(t-d(t))X+x^T(t-d_1)X+\dot{x}^T(t)X+\omega^T(t)X]\times\\ &[-\dot{x}(t)+\bar{A}(t)x(t)+(A_{di}+\Delta\mathrm{A}_{\mathrm{di}})x(t-d(t))+D_i\omega(t)]=0\end{aligned} \tag{2.62}$$

On a :

$$J_k = \int_{t_k+\tau_k}^{t_{k+1}+\tau_{k+1}} z^T(t)z(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t)dt$$

$$J_k = \int_{t_k+\tau_k}^{t_{k+1}+\tau_{k+1}} z^T(t)z(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t) + \dot{V}(t) - \dot{V}(t)dt$$

$$J_k = \int_{t_k+\tau_k}^{t_{k+1}+\tau_{k+1}} (z^T(t)z(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t) + \dot{V}(t))dt - V(t)\Big|_{t_k + \tau_k t_k + \tau_k}^{t_{k+1} + \tau_{k+1}} \tag{2.63}$$

Et

$$J = \lim_{N\to\infty} \sum_{k=0}^{N} J_k$$

$$J = \lim_{N\to\infty} \sum_{k=0}^{N} \int_{t_k+\tau_k}^{t_{k+1}+\tau_{k+1}} z^T(t)z(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t)dt$$

$$J = \int_{t_0}^{\infty} z^T(t)z(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t) + \dot{V}(t)dt - V(t)\Big|_{t_0}^{\infty} \tag{2.64}$$

On remplace (2.60) dans (2.63) et nous obtenons :

$$\begin{aligned} J_k \leq \int_{t_k+\tau_k}^{t_{k+1}+\tau_{k+1}} & [Cx(t)]^T[Cx(t)] - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t) + \dot{V}(t)dt + x^T(t)[\bar{Q} - e^{-2\alpha d_2}\bar{R} + 2\alpha\bar{P}]x(t) \\ & + \dot{x}^T(t)[d_2^2\bar{R} + (d_2 - d_1)^2\bar{S}]\dot{x}(t) \\ & + x^T(t-d_1)[-e^{-2\alpha d_1}\bar{Q} - e^{-2\alpha d_2}\bar{S}]x(t-d_1) \\ & + x^T\big(t-d(t)\big)[-e^{-2\alpha d_2}\bar{R} - e^{-2\alpha d_2}\bar{S}]x\big(t-d(t)\big) \\ & + 2x^T(t)\bar{P}\dot{x}(t) + 2e^{-2\alpha d_2}x^T(t)\bar{R}x\big(t-d(t)\big) \end{aligned}$$

$$+\ 2e^{-2\alpha d_2}x^T(t-d_1)\bar{s}x\big(t-d(t)\big)-\ V(t)\Big|_{t_0}^{\infty} \tag{2.65}$$

En ajoutant l'item zéro de (2.62) dans (2.60), on a

$$\dot{V}(t,x_t)+2\alpha V(t,x_t)\leq \varepsilon^T(t)\Omega\varepsilon(t) \tag{2.66}$$

$\varepsilon=[x(t)\ x\big(t-d(t)\big)\ x(t-d_1)\ \dot{x}(t)\ \omega(t)]^T$

$\Psi_{11}=X\bar{A}+\bar{A}'X+\bar{Q}+2\alpha\bar{P}-e^{-2\alpha d_2}\bar{R}+C^TC$

$\Psi_{12}=X(A_{di}+\Delta\mathrm{A}_{\mathrm{di}})+\bar{A}'X+e^{-2\alpha d_2}\bar{R}$

$\Psi_{13}=\bar{A}'X$

$\Psi_{14}=\bar{P}-X+\bar{A}'X$

$\Psi_{15}=XD_i+\bar{A}'X$

$\Psi_{22}=X(A_{di}+\Delta\mathrm{A}_{\mathrm{di}})+(A_{di}+\Delta\mathrm{A}_{\mathrm{di}})'X-e^{-2\alpha d_2}\bar{R}-e^{-2\alpha d_2}\bar{S}$

$\Psi_{23}=(A_{di}+\Delta\mathrm{A}_{\mathrm{di}})'X+e^{-2\alpha d_2}\bar{S}$

$\Psi_{24}=-X+(A_{di}+\Delta\mathrm{A}_{\mathrm{di}})'X$

$\Psi_{25}=XD_i+(A_{di}+\Delta\mathrm{A}_{\mathrm{di}})'X$

$\Psi_{33}=-e^{-2\alpha d_2}\bar{S}-e^{-2\alpha d_1}\bar{Q}$

$\Psi_{34}=-X$

$\Psi_{35}=XD_i$

$\Psi_{44}=d_2^2\bar{R}+(d_2-d_1)^2\bar{S}-2X$

$\Psi_{45}=XD_i-X$

$\Psi_{55}=XD_i+{D_i}'X-\gamma^2$

Maintenant revient à pré- et à post-multiplier la matrice Ω, par

$$\theta = diag\,\{T, T, T, T, T\},$$

Et faire le changement de variables, tel que :

$$K = YT^{-1}\,, X = T^{-1}\,, \bar{R} = T^{-1}R\,T^{-1}, \bar{S} = T^{-1}S\,T^{-1}, \bar{Q} = T^{-1}Q\,T^{-1}. \quad (2.67)$$

On obtient (2.46).

Nous avons $$\Omega = \theta^T \Gamma \theta \quad (2.68)$$

A partir de (2.65), l'inégalité suivante peut être représentée par :

$$J = \lim_{N\to\infty} \sum_{k=0}^{N} J_k$$

$$J \leq \lim_{N\to\infty} \sum_{k=0}^{N} \int_{t_k+\tau_k}^{t_{k+1}+\tau_{k+1}} \Omega dt - V(t) \Big|_{t_k + \tau_k t_k + \tau_k}^{t_{k+1} + \tau_{k+1}} \quad (2.69)$$

En combinant (2.64) et (2.69), on obtient le résultat suivant,

$$\int_{t_0}^{\infty} z^T(t)z(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t) + \dot{V}(t)dt \leq \lim_{N\to\infty} \sum_{k=0}^{N} \int_{t_k+\tau_k}^{t_{k+1}+\tau_{k+1}} \Omega dt \quad (2.70)$$

Il est clair que $z^T(t)z(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t) + V(\infty) - V(t_0) \leq 0$ if $\Omega < 0$ pour tout non nul ε (t).

D'après la condition initiale nulle, nous savons que l'indice de performance $H\infty$ est satisfait.

Notez que $\Gamma < 0$ si et seulement si $\Omega < 0$.

Par conséquent, à partir de la condition (2.46), nous obtenons

$$\dot{V}(t, x_t) + 2\alpha V(t, x_t) \leq 0 \quad (2.71)$$

En intégrant les deux côtés de (2.71) de 0 à t, on obtient

$$V(t, x_t) \leq V(0, x_0)e^{-2\alpha t}, \quad \forall t \in \mathbb{R}^+ \quad (2.72)$$

De plus, en tenant compte de la condition (2.53), on a

$$\lambda\|x(t,\phi)\|^2 \leq V(t,x_t) \leq V(0,x_0)e^{-2\alpha t} \leq \Lambda e^{-2\alpha t}\|\phi\|^2, \tag{2.73}$$

Alors la solution $x(t,\phi)$ du système satisfait

$$\|x(t,\phi)\| \leq \sqrt{\frac{\Lambda}{\lambda}}e^{-\alpha t}\|\phi\|, \quad \forall t \geq 0. \tag{2.74}$$

Ce qui implique que le système en boucle fermée est $\alpha -$ exponentiellement stable et robuste.

Les conditions du théorème 2.2 sont obtenues et la preuve est complète.

2.7.2 Simulation numérique

Afin d'illustrer l'efficacité et la performance de l'approche décrite dans cette partie, nous l'appliquons sur trois systèmes différents en présence de perturbation externe et de retard variable dans le temps.

Exemple 2.3 :

Considérons le système mécanique masse-ressort-amortisseur suivant proposé dans [66].

$$\dot{x}_1(t) = -0.1x_1^3(t) - 0.0125\,x_1\big(t-d(t)\big) - 0.67x_2^3(t) - 0.1x_1^3\big(t-d(t)\big) - 0.005x_2\big(t-d(t)\big),$$

$$\dot{x}_2(t) = x_1(t)$$

Où x_1 est l'angle (en radians) du pendule par rapport à la verticale et x_2 est la vitesse angulaire. $d(t)$ est le retard variable dans le temps.

Il peut être représenté par le modèle flou suivant :

Règle 1 $Si\ x_2(t)\ est\ N_{11}, alors$

$$\dot{x}(t) = (A_1 + \Delta A_1)x(t) + (A_{d1} + \Delta A_{d1})x(t-d(t)) + (B_1 + \Delta B_1)u(t) + D_1\omega(t)$$

$$z(t) = C_1x(t)$$

Règle 2 $Si\ x_2(t)\ est\ N_{12}, alors$

$$\dot{x}(t) = (A_2 + \Delta A_2)x(t) + (A_{d2} + \Delta A_{d2})x(t-d(t)) + (B_2 + \Delta B_2)u(t) + D_2\omega(t)$$

$$z(t) = C_2x(t)$$

Où

$N_{11}(x_2(t)) = 1 - \frac{x_2^2(t)}{2.2}, \quad N_{12}(x_2(t)) = 1 - N_{11}(x_2(t))$

$A_1 = \begin{bmatrix} -0.1125 & -0.02 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -0.1125 & -1.527 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \ B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C_1 = C_2 = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0 \end{bmatrix},$

$D_1 = D_2 = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A_{d1} = \begin{bmatrix} -0.0125 & -0.005 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \ A_{d2} = \begin{bmatrix} -0.0125 & -0.23 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\Delta A_1 = \Delta A_2 = \begin{bmatrix} -0.1125 \\ 0 \end{bmatrix} F(t) \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \ \Delta B_1 = \Delta B_2 = \Delta A_{d1} = \Delta Ad_2 = 0,$

$F(t) = \sin(t), \omega(t) = 0.1 \sin(t) e^{-0.1t}$

L'intervalle non différentiable du retard variable dans le temps [67] est :

$$d(t) = \begin{cases} 0.1 + 0.25 sin^2 t \ \ if \ \ t \in \mathfrak{T} = \mathrm{U}_{k\geq 0}[2k\pi, (2k+1)\pi] \\ 0 \qquad\qquad\qquad if \qquad t \in R^+ \backslash \mathfrak{T} \end{cases}$$

On a $\quad 0.29 \leq d(t) \leq 0.35$

La valeur initiale du système est $\varphi(t) = (0.5 - 1)^T$ pour $t \in [\bar{d}_2, 0]$.

En résolvant la LMI, on obtient les paramètres suivants après avoir appliqué le **théorème 2.2** sur le système avec incertitudes et perturbations.

Pour α=0.08 :

$$K_1 = K_2 = [-2.5164 \ -0.3050]$$

Pour α=0.1:

$$K_1 = K_2 = [-2.5135 - 0.3480]$$

Ainsi, le système est 0.1- exponentiellement stable et robuste avec la valeur $\sqrt{\frac{\Lambda}{\lambda}} = 1.4044$, donc la solution du système en boucle fermée satisfait

$$\|x(t, \phi)\| \leq 1.4044 e^{-0.1t} \|\phi\|, \qquad \forall t \geq 0.$$

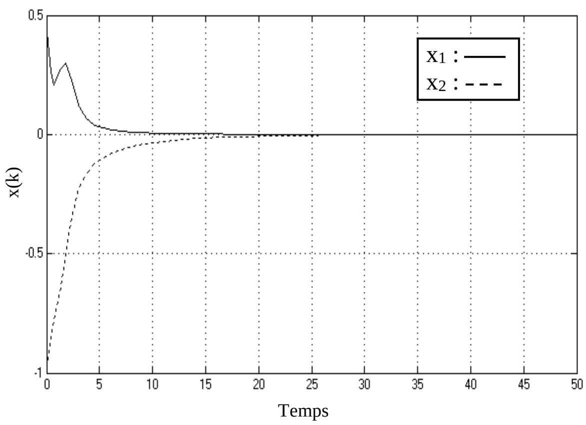


Figure.2. 4. La réponse du système non forcé pour α=0.08.

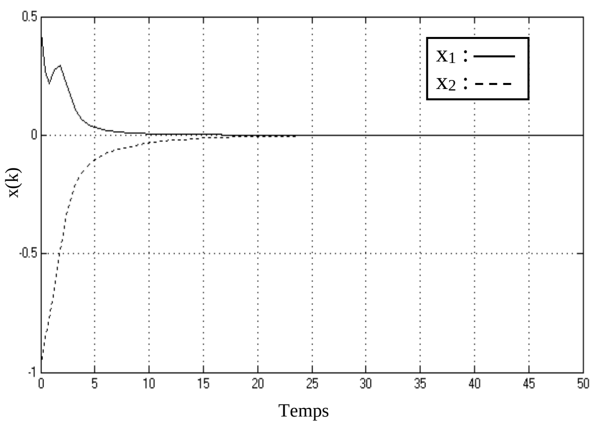


Figure.2. 5. La réponse du système non forcé pour α=0.1.

Figure 2.4 et Figure 2.5, montre la réponse temporelle de l'état du système non forcé. Cela montre que le système est stable lorsque la condition initiale est $\varphi(t) = (0.5 - 1)^T$.

On remarque que lorsque α = 0.1, le temps de réponse est plus rapide lorsque α = 0.08 par contre l'excès est plus important dans le premier cas par rapport au second cas. Notre résultat est un peu meilleur que celui obtenu dans [7].

Example 2.4 :

Considérons le système flou T-S suivant proposé dans [68].

Règle 1 $Si\ x_2(t)\ est\ h_1, alors$

$$\dot{x}(t) = (A_1 + \Delta A_1)x(t) + (A_{d1} + \Delta A_{d1})x(t - d(t)) + (B_1 + \Delta B_1)u(t) + D_1\omega(t)$$
$$z(t) = C_1 x(t)$$

Règle 2 $Si\ x_2(t)\ est\ h_2, alors$

$$\dot{x}(t) = (A_2 + \Delta A_2)x(t) + (A_{d2} + \Delta A_{d2})x(t - d(t)) + (B_2 + \Delta B_2)u(t) + D_2\omega(t)$$
$$z(t) = C_2 x(t)$$

Où

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.1 & -2 \end{bmatrix},\quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.1 & -0.75 \end{bmatrix},\quad B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = [0.5 \quad 0.15],\quad C_2 = [0.35 \quad 0.25],\quad D_1 = D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$A_{d1} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0.1 & -0.2 \end{bmatrix},\ A_{d2} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0 & -0.15 \end{bmatrix}$$

$$\Delta A_1 = \Delta A_2 = \begin{bmatrix} -0.3 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix} F(t) \begin{bmatrix} -0.15 & 0.2 \\ 0 & 0.04 \end{bmatrix}$$

$$\Delta A_{d1} = \Delta A_{d2} = \begin{bmatrix} -0.3 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix} F(t) \begin{bmatrix} -0.05 & -0.35 \\ 0.08 & -0.45 \end{bmatrix}$$

$$\Delta B_1 = \Delta B_2 = \begin{bmatrix} -0.3 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix} F(t) \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0.15 \end{bmatrix}$$

$$F(t) = \sin(t),\quad \omega(t) = 4e^{-0.1t}\sin(t),\ d(t) = 1 + |0.68\cos(2t)|$$

Nous avons $0.29 \leq d(t) \leq 0.35$

Les fonctions d'appartenances sont :

$$h_1(t) = \left(1 - \frac{1}{1 + \exp\{-3(\frac{x_2}{0.5} - \frac{\pi}{2})\}}\right) \times \frac{1}{1 + \exp\{-3(\frac{x_2}{0.5} + \frac{\pi}{2})\}}$$
$$h_2(t) = 1 - h_1(t).$$

La valeur initiale du système est $\varphi(t) = [4,\ -3]$ pour $t \in [\bar{d}_2, 0]$.

En résolvant la LMI, on obtient les paramètres suivants après avoir appliqué le **théorème 2.2** sur le système avec incertitudes et perturbations.

Pour α=0.1 :

$$K_1 = K_2 = [-1.8118\ -2.2136]$$

Ainsi, le système est 0.1- exponentiellement stable et robuste avec la valeur $\sqrt{\frac{\Lambda}{\lambda}} = 1.5199$, donc la solution du système en boucle fermée satisfait

$$\|x(t,\phi)\| \leq 1.5199e^{-0.1t}\|\phi\|, \qquad \forall t \geq 0.$$

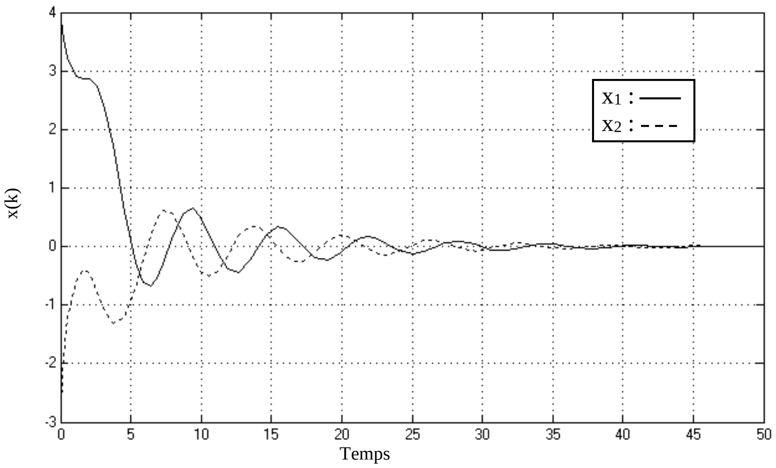


Figure.2. 6. La réponse du système pour α=0.1.

Figure 2.6, montre la réponse temporelle de l'état du système. Cela montre que le système est stable lorsque la condition initiale est $\varphi(t) = [4, -3]$.

Nous obtenons quasiment le même résultat que [68]. Le temps de réponse est le même mais le régime transitoire est un peu meilleur que celui obtenu dans [68].

Exemple 2.5 :

Considérons un système de pendule inversé non linéaire défini par l'équation différentielle [65] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \dfrac{gsin(x_1) - amlx_2^2 \sin(2x_1)/2 - a\cos(x_1)\,u}{4l/3 - amlcos^2(x_1)} \end{cases}$$

Il peut être représenté par le modèle flou suivant composé de deux règles :

Règle 1 $\quad Si\ x_1(t)\ est\ environ\ 0, alors$

$$\dot{x}(t) = (A_1 + \Delta A_1)x(t) + (A_{d1} + \Delta A_{d1})x(t - d(t)) + (B_1 + \Delta B_1)u(t) + D_1\omega(t)$$

$$z(t) = C_1 x(t)$$

Règle 2 $\quad$ Si $x_2(t)\ est\ environ\ \ \pi/2\ ou - \pi/2, alors$

$$\dot{x}(t) = (A_2 + \Delta A_2)x(t) + (A_{d2} + \Delta A_{d2})x(t - d(t)) + (B_2 + \Delta B_2)u(t) + D_2\omega(t)$$

$$z(t) = C_2 x(t)$$

Où

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \dfrac{g}{\frac{4l}{3} - aml} & 0 \end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \dfrac{g sin(\theta)}{\theta(\frac{4l}{3} - aml)} & 0 \end{bmatrix},\quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{a}{\frac{4l}{3} - aml} \end{bmatrix},\ B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{a\cos(\theta)}{\frac{4l}{3} - aml} \end{bmatrix}$$

$$C_1 = C_2 = [1 \quad 0],\quad D_1 = D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ A_{d1} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0.1 & -0.2 \end{bmatrix},\ A_{d2} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0 & -0.15 \end{bmatrix}$$

$$\Delta A_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{-aml}{\frac{4l}{3} - aml} \end{bmatrix} F(t)\,[v \quad 0],\quad \Delta A_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{-aml}{\frac{4l}{3} - aml} \dfrac{\sin(\theta)\cos(\theta)}{\theta} * \end{bmatrix} F(t)\,[v \quad 0]$$

$$\Delta A_{d1} = \Delta A_{d2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ \Delta B_1 = \Delta B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ F(t) = \sin(t),\quad \omega(t) = 0.1e^{-0.1t}\sin(t)$$

Où

g = 9.8 m/s^2, m = 0.1 Kg, M = 1 Kg, 2l = 1 m, $\theta = 88°$, $a = 1/(m + M)$.

L'intervalle non différentiable du retard variable dans le temps est :

$$d(t) = \begin{cases} 0.1 + 0.25 sin^2 t & if \quad t \in \mathfrak{T} = \mathrm{U}_{k\geq 0}[2k\pi, (2k+1)\pi] \\ 0 & if \quad t \in R^+ \backslash \mathfrak{T} \end{cases}$$

On a

$$0.29 \leq d(t) \leq 0.35$$

Les fonctions d'appartenances sont :

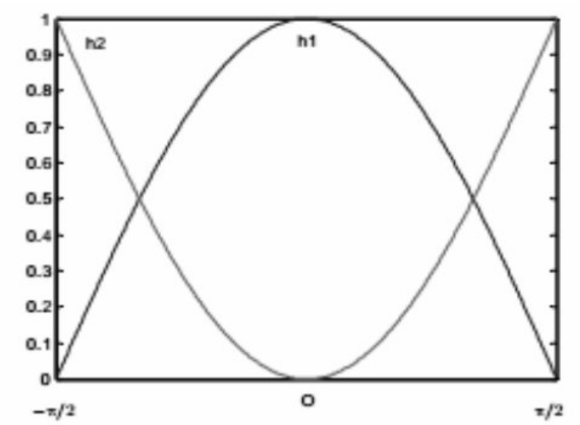


Figure.2. 7. Fonctions d'appartenances pour deux règles [65]

La valeur initiale du système est $\varphi(t) = [\pi/8\ 0]$ pour $t \in [\bar{\mathrm{d}}_2, 0]$.

En résolvant la LMI, on obtient les paramètres suivants après avoir appliqué le **théorème 2.2** sur le système avec incertitudes et perturbations.

Pour α=0.1 :

$$\mathrm{K}_1 = \mathrm{K}_2 = [11.6149 \ \ 2.7669]$$

Ainsi, le système est 0.1 – exponentiellement stable et robuste avec la valeur $\sqrt{\frac{\Lambda}{\lambda}} = 1.2964$, donc la solution du système en boucle fermée satisfait

$$\|x(t, \phi)\| \leq 1.2964 e^{-0.1t}\|\phi\|, \qquad \forall t \geq 0.$$

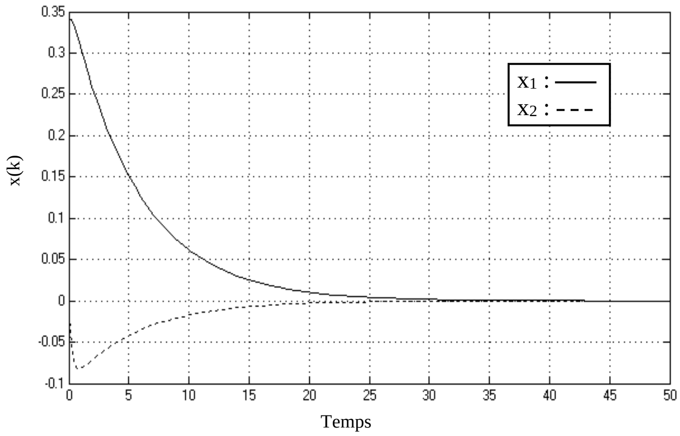


Figure.2. 8. La réponse du système pour α=0.1.

Figure 2.8, montre la réponse temporelle de l'état du système. Cela montre que le système est stable lorsque la condition initiale est $\varphi(t) = [\pi/8, 0]$.

On peut dire que l'approche proposée est efficace et donne des résultats acceptables. Et cela, nous le constatons par les exemples vus précédemment.

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons considéré le problème des systèmes contrôlés en réseau. La nouvelle stabilisation exponentielle pour une classe de systèmes non linéaires pour les systèmes flous incertains de Takagi–Sugeno (T–S) avec perturbation externe et problème de retard variant dans le temps a été étudiée. Le retard temporel est une fonction continue appartenant à un intervalle donné, ce qui signifie que les bornes inférieure et supérieure du retard variable dans le temps sont disponibles. La stabilité du système flou T-S à retard temporel avec un contrôleur H∞ robuste établi par l'approche fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii dépendante du retard et des conditions suffisantes pour la stabilisation exponentielle des systèmes sont d'abord établies en termes de LMI. Des exemples sont inclus pour illustrer l'efficacité des approches proposées.

Chapitre 3 : Contrôle H∞ robuste avec rétroaction de sortie dynamique pour les SCR via des modèles flous T-S

3.1 Introduction

Comme relevé précédemment, la modélisation et le contrôle de systèmes complexes à l'aide de systèmes flous, en particulier les systèmes flous de Takagi-Sugeno (T-S), ont suscité un grand intérêt en raison de leur possibilité de représenter une grande classe de systèmes non linéaires

En effet, le système complexe est simplifié en utilisant un modèle flou T-S décrit en termes d'une somme pondérée de sous-systèmes linéaires qui peuvent être efficacement étudiés et analysés. Cependant, des difficultés peuvent survenir lors de la définition d'un modèle flou T-S plus proche d'un système réel ou même de la mesure précise des états du système. Pour cela, il est important d'étudier l'effet de la rétroaction dynamique de sortie et d'introduire des incertitudes et des retards variant dans le temps dans le modèle étudié [69].

On rappelle que les systèmes flous T-S avec des incertitudes et des retards variant dans le temps ont été identifiés comme étant plus efficaces et bien adaptés à une large classe de systèmes complexes dynamiques non linéaires, principalement pour une classe de systèmes non linéaires soumis à des informations incomplètes et imprécises.

Dans ce chapitre, on étudie le problème de la stabilité exponentielle robuste pour les SCR en utilisant une classe de systèmes flous T-S basés sur le concept de commande de rétroaction de sortie dynamique. La commande de rétroaction de sortie statique est facile à mettre en œuvre, cependant les conditions de contrainte de linéarisation doivent être prises en considération. Par conséquent, la commande de rétroaction de sortie dynamique peut être considérée comme une stratégie plus flexible pour traiter les SCR présentant une perturbation externe et des retards dépendants du temps. Cela est dû au fait que ce type de commande montre une meilleure caractéristique dynamique pour refléter les caractéristiques internes, et que les conditions de contrainte sont moins conservatrices dans le système. Sur la base des raisons ci-dessus, nous proposons dans cette partie, une nouvelle approche basée sur la stabilisation exponentielle avec rétroaction de sortie dynamique pour les SCR représentés par des systèmes flous T-S incertains avec une perturbation externe et des retards dépendants du temps.

Pour illustrer l'efficacité de l'approche proposée, des exemples numériques sont présentés à la fin de ce chapitre.

3.2 Problème formulation

Considérons un système non linéaire contrôlé en réseau avec des perturbations, des incertitudes et des retards variables dans le temps, représenté par le modèle flou T–S suivant:

Règle i : Si $\theta_1(t)\ est\ F_{i1} et\ \theta_2(t)\ est\ F_{i2} \dots\ et\ \theta_p(t)\ est\ F_{ip}\ \ Alors$

$$\dot{x}(t) = (A_i + \Delta A_i)x(t) + (A_{di} + \Delta A_{di})x(t - d(t)) + (B_i + \Delta B_i)u(t) + D_i\omega(t)$$
$$z(t) = (C_i + \Delta C_i)x(t) \tag{3.1}$$
$$x(t) = \varphi(t)\ \ t \in [-max\{d_2\}, 0],$$

Où $i = 1, 2, \dots, r$ est le nombre de règles **Si-Alors**; $x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^m$ et $z(t) \in \mathbb{R}^l$ représente le vecteur d'état, le vecteur de commande et le vecteur de sortie de mesure respectivement; $\omega(k) \in \mathbb{R}^p$ désigne la perturbation exogène, supposée appartenir à $L_2[0, \infty[$; les matrices $A_i, A_{di}, B_i, C_i,\ D_i$ sont de dimensions appropriées ; $\Delta A_i, \Delta A_{di}, \Delta B_i, \Delta C_i$ dénotent les incertitudes dans le système;

θ_1(t), θ_2(t)... θ_p(t) sont les variables de prémisses du système; la condition initiale φ(t) est une fonction différentiable ou un vecteur constant ; F_{ig} (g = 1, 2,…, p) est l'ensemble flou. d(t) représente la fonction de retard variable dans le temps et satisfaisant $0 < d_1 \le d(t) \le\ d_2$ où : d_1, d_2 Représentent les bornes des intervalles de $d(t)$.

L'inférence du système flou est décrite par :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(t)\big)[\,(A_i + \Delta A_i)x(t) + (A_{di} + \Delta A_{di})\,x\big(t - d(t)\big)\ + (B_i + \Delta B_i)u(t) + D_i\omega(t)]$$
$$\tag{3.2}$$
$$z(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(t)\big)[\,(C_i + \Delta C_i)x(t)]$$

Où les fonctions de base floues sont définies par :

$$h_i\big(\theta(t)\big) = \frac{\mu_i\big(\theta(t)\big)}{\sum_{i=1}^{r} \mu_i\big(\theta(t)\big)}, \text{ avec } \mu_i\big(\theta(t)\big) = \prod_{j=1}^{p} F_{ij}(\theta_j(t)) \tag{3.3}$$

$F_{ij}(\theta_j(t))$ représente la valeur de la fonction d'appartenance $\theta_j(t)$ dans l'ensemble flou F_{ij}.

On suppose que:

$$\mu_i\big(\theta(t)\big) \geq 0 \quad et \quad \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\theta(t)) > 0$$

$h_i\big(\theta(t)\big)$ représente les fonctions d'activations non linéaires de la i^{ème} règle du modèle flou. Ces fonctions vérifient la propriété d'une somme convexe ci-dessous, c'est-à-dire :

$$\begin{cases} h_i\big(\theta(t)\big) \geq 0 \\ \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(t)\big) = 1 \end{cases} \qquad i = 1, 2, \dots, r$$

3.3 Conception du contrôleur

Le contrôleur de rétroaction de sortie dynamique proposé du SCR avec des retards variables dans le temps exprimé via un modèle flou T-S est conçu à l'aide des règles floues suivantes :

Règle du contrôleur i : Si $\theta_1(t)\ est\ F_{i1} et\ \theta_2(t)\ est\ F_{i2} \dots\ et\ \theta_p(t)\ est\ F_{ip}\ \ Alors$

$$\dot{x}_c(t) = A_{ci}x_c(t) + B_{ci}z(t)$$

$$u(t) = C_{ci}x_c(t), \qquad i = 1, 2, \dots, r \tag{3.4}$$

Où $x_c(t) \in \mathbb{R}^n$ est l'état du contrôleur ; A_{ci}, B_{ci}, C_{ci} sont des matrices de dimensions appropriées à déterminer.

Le contrôleur de rétroaction de sortie dynamique flou global est déterminé par la sommation :

$$\dot{x}_c(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(t)\big)[A_{ci}x_c(t) + B_{ci}z(t)]$$

$$u(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(t)\big)[C_{ci}x_c(t)] \tag{3.5}$$

Il est important de noter que les modèles T-S du système, contiennent le même nombre de règles et que les fonctions d'appartenance pour les règles correspondantes sont les mêmes.

Le système en boucle fermée défini par (3.2) et (3.5) peut être réécrit comme suit :

$$\dot{x}_{CL}(t) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i h_j [\, A_{CLij}(t) x_{CL}(t) + \bar{A}_{dCLi} x_{CL}\big(t - d(t)\big) + D_{CLi}\omega(t)]$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(t)\big)[\,(C_i + \Delta C_i)x(t)] \tag{3.6}$$

Où :

$$x_{CL}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix},\ A_{CLij} = \begin{bmatrix} \bar{A}_i & \bar{B}_i C_{cj} \\ B_{cj} C_i & A_{cj} \end{bmatrix},\ A_{dCLi} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{di} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ D_{CLi} = \begin{bmatrix} D_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_i = (A_i + \Delta A_i),\quad \bar{A}_{di} = (A_{di} + \Delta A_{di}),\quad \bar{B}_i = (B_i + \Delta B_i),\quad \bar{C}_i = (C_i + \Delta C_i).$$

Supposition : Nous supposons que les incertitudes admissibles satisfont

$$A_i = \mathcal{M}_{1i}\mathcal{F}(t)\aleph_{1i},\ \Delta A_{di} = \mathcal{M}_{2i}\mathcal{F}(t)\aleph_{2i},\ \Delta B_i = \mathcal{M}_{3i}\mathcal{F}(t)\aleph_{3i}. \tag{3.7}$$

Où $M_{1i}, \aleph_{1i}, M_{2i}, \aleph_{2i}, M_{3i}, \aleph_{3i}$ sont des matrices constantes données du système avec des dimensions appropriées, et $F(t)$ est une matrice inconnue représentant la perturbation du paramètre qui satisfait

$$\mathcal{F}^T(t)\mathcal{F}(t) \leq I \tag{3.8}$$

Tout au long de ce chapitre, nous adopterons les définitions suivantes.

Définition 3.1 : Soit $\alpha\ \in [\ 0\ 1]$. Le système en boucle fermée (3.6) est exponentiellement stable avec un taux de décroissance α s'il existe un nombre positif $\beta > 0$ tel que chaque solution $x(t,\varphi)$ satisfait la condition suivante pour toutes les incertitudes admissibles :

$$\|x(t,\emptyset)\| \leq \beta e^{-\alpha t}\|\emptyset\|,\qquad \forall t \geq 0. \tag{3.9}$$

Définition 3.2 : Étant donné un scalaire prescrit $\gamma > 0$, l'indice de performance robuste $H\infty$ est défini comme

$$J(\omega) = \int_{t_0}^{\infty} z^T(t)z(t)dt \;\leq\; \gamma^2 \int_{t_0}^{\infty} \omega^T(t)\omega(t)dt \tag{3.10}$$

Pour la conception du contrôleur, nous utilisons les mêmes propositions et lemmes du chapitre précédent.

3.4 Résultat principal

Dans cette section, le problème de stabilité des SCR est résolu en fournissant des conditions suffisantes pour garantir la stabilité exponentielle robuste de sorte que le système en boucle fermée soit stable avec un taux de décroissance α et un indice de performance $H\infty$ désigné par γ.

Pour définir l'existence d'un contrôleur de rétroaction de sortie dynamique stabilisateur, nous utilisons le théorème suivant, qui présente une condition dépendante du retard basée sur LMI.

Théorème 3.1: le système (3.6), présentant un retard variable dans le temps et une perturbation externe, est exponentiellement stable et robuste avec un taux de décroissance 0 < α < 1 et un indice de performance H∞, s'il existe des matrices définies positives symétriques P, Q, R, S et G satisfaisant LMI suivante :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{12} & \Omega_{22} \end{bmatrix} < 0. \tag{3.11}$$

Où :

$$\Omega_{ij} = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \Psi_{13} & \Psi_{14} & \Psi_{15} & \Psi_{16} \\ * & \Psi_{22} & \Psi_{23} & \Psi_{24} & \Psi_{25} & \Psi_{26} \\ * & * & \Psi_{33} & \Psi_{34} & \Psi_{35} & \Psi_{36} \\ * & * & * & \Psi_{44} & \Psi_{45} & \Psi_{46} \\ * & * & * & * & \Psi_{55} & \Psi_{56} \\ * & * & * & * & * & \Psi_{66} \end{bmatrix}; \qquad \begin{matrix} i = 1, 2. \\ j = 1, 2. \end{matrix}$$

Avec :

$$\Psi_{11} = \begin{bmatrix} 2\bar{A}_i P + 2P\bar{A}_i^T + Q + 2\alpha P - e^{-2\alpha d_2} R & P\bar{C}_i^T \\ \bar{C}_i P^T & -I \end{bmatrix}$$

$$\Psi_{12} = 2\bar{A}_{di} P + P\bar{A}_i^T + e^{-2\alpha d_2} R$$

$$\Psi_{13} = P\bar{A}_i^T$$

$\Psi_{14} = -P + P\bar{A}_i^T$

$\Psi_{15} = \begin{bmatrix} 2\bar{B}_i Y_j + P\bar{A}_i^T & P\bar{C}_i^T \\ \bar{C}_i P^T & -I \end{bmatrix}$

$\Psi_{16} = 2D_i P + P\bar{A}_i^T$

$\Psi_{22} = \bar{A}_{di}P + P\bar{A}_{di}^T - e^{-2\alpha d_2}R - e^{-2\alpha d_2}S$

$\Psi_{23} = P\bar{A}_{di}^T + e^{-2\alpha d_2}S$

$\Psi_{24} = -P + P\bar{A}_{di}^T$

$\Psi_{25} = \bar{B}_i Y_j + P\bar{A}_{di}^T$

$\Psi_{26} = D_i P + P\bar{A}_{di}^T$

$\Psi_{33} = -e^{-2\alpha d_2}S - e^{-2\alpha d_1}Q$

$\Psi_{34} = -P$

$\Psi_{35} = \bar{B}_i Y_j$

$\Psi_{36} = D_i P$

$\Psi_{44} = d_2^2 R + (d_2 - d_1)^2 S - 2P$

$\Psi_{45} = -P + \bar{B}_i Y_j$

$\Psi_{46} = -P + D_i P$

$\Psi_{55} = 2\alpha P + \bar{B}_i Y_j + Y_j^T \bar{B}_i^T + G_j + G_j^T$

$\Psi_{56} = Y_j^T \bar{B}_i^T + D_i P$

$\Psi_{66} = \begin{bmatrix} D_i P + P D_i^T & P \\ P^T & \gamma^{-2} I \end{bmatrix}$

Et les matrices des gains du contrôleur A_{ci}, B_{ci}, C_{ci}, telles que :

$$A_{ci} = G_i\, P^{-1}, B_{ci} = P\overline{C_i^T}, C_{ci} = Y_j P^{-1}. \tag{3.12}$$

Démonstration 3.1 : Pour une signification abrégée des vecteurs et des matrices, On définit ce qui suit :

$\bar{R} = P^{-1}R\, P^{-1}, \bar{S} = P^{-1}S\, P^{-1}, \bar{Q} = P^{-1}Q\, P^{-1}.$

$\lambda = \lambda_{min}(P^{-1}),$

$\Lambda = \lambda_{max}(P^{-1}) + d_1\lambda_{max}(\bar{Q}) + \frac{1}{2}d_2^3\,\lambda_{max}(\bar{R}) + \frac{1}{2}(d_2+d_1)(d_2-d_1)^2\lambda_{max}(\bar{S})$.

Pour la démonstration du ***théorème 3.1***, nous considérons la fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii suivante :

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) + V_4(t) \tag{3.13}$$

Où

$$V_1(t) = x^T(t)P^{-1}x(t) + x_c{}^T(t)P^{-1}x_c(t) \tag{3.14}$$

$$V_2(t) = \int_{t-d_1}^{t} e^{2\alpha(s-t)}x^T(s)\bar{Q}x(s)ds \tag{3.15}$$

$$V_3(t) = d_2 \int_{-d_2}^{0}\int_{t+s}^{t} e^{2\alpha(\tau-t)}\dot{x}^T(s)\bar{R}\dot{x}(\tau)d\tau ds \tag{3.16}$$

$$V_4(t) = (d_2-d_1) \int_{-d_2}^{d_1}\int_{t+s}^{t} e^{2\alpha(\tau-t)}\dot{x}^T(s)\bar{S}\dot{x}(\tau)d\tau ds \tag{3.17}$$

Il est facile de vérifier que

$$\lambda\,\|x(t)\|^2 \le V(t,x_t) \le \Lambda\,\|x_t\|^2, \quad t\in\mathbb{R}^+. \tag{3.18}$$

En conséquence, les dérivées temporelles de $V_1(t),\dots,V_4(t)$ sont données par :

$$\begin{aligned}\dot{V}_1(t) = {} & x^T(t)[\bar{A}_i^TP^{-1} + P^{-1}\bar{A}_i]x(t) + 2x^T(t)P^{-1}\bar{A}_{di}x\big(t-d(t)\big) + 2x^T(t)P^{-1}\bar{B}_iC_{cj}x_c(t)\\ & + 2x^T(t)P^{-1}D_i\omega(t)\\ & + x_c^T(t)\big[A_{cj}^TP^{-1} + P^{-1}A_{cj}\big]x_c(t)\\ & + 2x^T(t)\bar{C}_i^TB_{ci}^TP^{-1}x_c(t) + 2\alpha x^T(t)P^{-1}x(t) + 2\alpha x_c^T(t)P^{-1}x_c(t) - 2\alpha V_1(t)\end{aligned} \tag{3.19}$$

$$\dot{V}_2(t) = x^T(t)\bar{Q}x(t) - e^{-2\alpha d_1}x(t-d_1)\bar{Q}x(t-d_1) - 2\alpha V_2(t) \tag{3.20}$$

$$\dot{V}_3(t) = d_2^2\dot{x}^T(t)\bar{R}\dot{x}(t) - d_2\int_{t-d_2}^{t} e^{-2\alpha d_2}\,\dot{x}^T(s)\bar{R}\dot{x}(s)d - 2\alpha V_3(t) \tag{3.21}$$

$$\dot{V}_4(t) = (d_2-d_1)^2\dot{x}^T(t)\bar{S}\dot{x}(t) - (d_2-d_1)e^{-2\alpha d_2}\int_{t-d_2}^{t}\dot{x}^T(s)\bar{S}\dot{x}(s)ds - 2\alpha V_4(t) \tag{3.22}$$

En utilisant la proposition 2.2 et la formule de Leibniz-Newton, les parties intégrales de $\dot{V}_3(t)$ et $\dot{V}_4(t)$ peuvent être simplifiées, respectivement, comme suit :

$$-d_2\int_{t-d_2}^{t}\dot{x}^T(s)\bar{R}\dot{x}(s)ds \le -d(t)\int_{t-d(t)}^{t}\dot{x}^T(s)\bar{R}\dot{x}(s)ds$$

$$\le \; -[\int_{t-d(t)}^{t}\dot{x}(s)ds]^T\bar{R}[\int_{t-d(t)}^{t}\dot{x}(s)ds]$$

$$= \; -[x(t)-x(t-d(t))]^T\bar{R}[x(t)-x(t-d(t))]$$

$$= \; -x^T(t)\bar{R}x(t)+2x^T(t)\bar{R}x\big(t-d(t)\big)$$

$$-x^T\big(t-d(t)\big)\bar{R}x\big(t-d(t)\big) \tag{3.23}$$

$$-(d_2-d_1)\int_{t-d_2}^{t-d_1}\dot{x}^T(s)\bar{S}\dot{x}(s)ds \;\le -(d(t)-d_1)\int_{t-d(t)}^{t-d_1}\dot{x}^T(s)\bar{S}\dot{x}(s)ds$$

$$\le -[\int_{t-d(t)}^{t-d_1}\dot{x}(s)ds]^T\bar{S}[\int_{t-d(t)}^{t-d_1}\dot{x}(s)ds]$$

$$= -[x(t-d_1)-x\big(t-d(t)\big)]^T\bar{S}[x(t-d_1)-x\big(t-d(t)\big)]$$

$$= \; -x^T(t-d_1)\bar{S}x(t-d_1)+2x^T(t-d_1)\bar{S}x\big(t-d(t)\big)$$

$$-\,x^T\big(t-d(t)\big)\bar{S}x\big(t-d(t)\big) \tag{3.24}$$

Par conséquent, nous pouvons déduire le résultat suivant :

$$\begin{aligned}\dot{V}\big(t,x(t)\big)+2\alpha V(t,x_t) \le\; & x^T(t)[\bar{A}_i^T P^{-1}+P^{-1}\bar{A}_i+\bar{Q}-e^{-2\alpha d_2}\bar{R}+\;2\alpha P^{-1}]x(t)\\
&+\dot{x}^T(t)[d_2^2\bar{R}+(d_2-d_1)^2\bar{S}]\dot{x}(t)+2x^T(t)P^{-1}\bar{A}_{di}x\big(t-d(t)\big)\\
&+2x^T(t)P^{-1}\bar{B}_iC_{cj}x_c(t)+2x^T(t)P^{-1}D_i\omega(t)\\
&+x_c^T(t)\big[A_{cj}^T P^{-1}+P^{-1}A_{cj}+2\alpha P^{-1}\big]x_c(t)+2x^T(t)\bar{C}_i^T B_{ci}^T P^{-1}x_c(t)\\
&+\;x^T(t-d_1)[-e^{-2\alpha d_1}\bar{Q}-e^{-2\alpha d_2}\bar{S}]x(t-d_1)\\
&+x^T\big(t-d(t)\big)[-e^{-2\alpha d_2}\bar{R}-e^{-2\alpha d_2}\bar{S}]x\big(t-d(t)\big)\\
&+2e^{-2\alpha d_2}x^T(t)\bar{R}x\big(t-d(t)\big)\\
&+2e^{-2\alpha d_2}x^T(t-d_1)\bar{s}x(t-d(t))\end{aligned} \tag{3.25}$$

En utilisant la relation d'identité suivante :

$$-\dot{x}(t)+\bar{A}_i(t)x(t)+\bar{A}_{di}x\big(t-d(t)\big)+\bar{B}_iC_{cj}x_c(t)+D_i\omega(t)=0 \tag{3.26}$$

Alors, on obtient :

$$2\left[x^T(t)X + x^T\left(t-d(t)\right)X + x^T(t-d_1)X + \dot{x}^T(t)X + x_c^T(t)X + \omega^T(t)X\right] \times$$
$$\left[-\dot{x}(t) + \bar{A}_i(t)x(t) + \bar{A}_{di}x\left(t-d(t)\right) + \bar{B}_iC_{cj}x_c(t) + D_i\omega(t)\right] = 0 \qquad (3.27)$$

On a :

$$J_k = \int_{t_k+\tau_k}^{t_{k+1}+\tau_{k+1}} z^T(t)z(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t)dt$$

$$J_k = \int_{t_k+\tau_k}^{t_{k+1}+\tau_{k+1}} z^T(t)z(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t) + \dot{V}(t) - \dot{V}(t)dt$$

$$J_k = \int_{t_k+\tau_k}^{t_{k+1}+\tau_{k+1}} (z^T(t)z(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t) + \dot{V}(t))dt \;-\; V(t)\Big|_{t_k+\tau_k t_k+\tau_k}^{t_{k+1}+\tau_{k+1}} \qquad (3.28)$$

Et

$$J = \lim_{N\to\infty}\sum_{k=0}^{N} J_k$$

$$J = \lim_{N\to\infty}\sum_{k=0}^{N}\int_{t_k+\tau_k}^{t_{k+1}+\tau_{k+1}} z^T(t)z(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t)dt$$

$$J = \int_{t_0}^{\infty} z^T(t)z(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t) + \dot{V}(t)dt - V(t)\Big|_{t_0}^{\infty} \qquad (3.29)$$

En remplaçant z(t) et (3.25) par leur expression dans (3.28), on obtient :

$J_k \;\leq$

$$\int_{t_k+\tau_k}^{t_{k+1}+\tau_{k+1}} [\bar{C}_i x(t)]^T[\bar{C}_i x(t)] - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t) + x^T(t)[\bar{A}_i^T P^{-1} + P^{-1}\bar{A}_i + \bar{Q} - e^{-2\alpha d_2}\bar{R}$$
$$+ 2\alpha P^{-1}]x(t) + \dot{x}^T(t)[d_2^2\bar{R} + (d_2 - d_1)^2\bar{S}]\dot{x}(t)$$
$$+ 2x^T(t)P^{-1}\bar{A}_{di}x\big(t - d(t)\big) + 2x^T(t)P^{-1}\bar{B}_i C_{cj}x_c(t) + 2x^T(t)P^{-1}D_i\omega(t)$$
$$+ x_c^T(t)\big[A_{cj}^T P^{-1} + P^{-1}A_{ci} + 2\alpha P^{-1}\big]x_c(t) + 2x^T(t)\bar{C}_i^T B_{ci}^T P^{-1}x_c(t)$$
$$+ x^T(t - d_1)[-e^{-2\alpha d_1}\bar{Q} - e^{-2\alpha d_2}\bar{S}]x(t - d_1)$$
$$+ x^T\big(t - d(t)\big)[-e^{-2\alpha d_2}\bar{R} - e^{-2\alpha d_2}\bar{S}]x\big(t - d(t)\big)$$
$$+ 2e^{-2\alpha d_2}x^T(t)\bar{R}x\big(t - d(t)\big) + 2e^{-2\alpha d_2}x^T(t - d_1)\bar{s}x(t - d(t))$$
$$- V(t)\Big|_{t_0}^{\infty} \tag{3.30}$$

En ajoutant l'item zéro de (3.27) dans (3.25), on obtient

$$\dot{V}(t, x_t) + 2\alpha V(t, x_t) \leq \varepsilon^T(t)\Omega\varepsilon(t) \tag{3.31}$$

Où :

$$\varepsilon = [x(t)\ x\big(t - d(t)\big)\ x(t - d_1)\ \dot{x}(t)\ x_c(t)\ \omega(t)]^T$$

En pré- et à post-multipliant la matrice Ω, par :

$$\theta = diag\ \{P, P, P, P, P, P\},$$

Puis en effectuant le changement de variables telles que : $X = P^{-1}$, et les matrices de gain choisies de manière à éliminer les non-linéarités du système :

$$A_{ci} = G_i\, P^{-1}, B_{ci} = P\overline{C_i^T}, C_{ci} = Y_j P^{-1}. \tag{3.32}$$

On obtient alors la matrice définie en (3.11).

D'autre part, nous avons :

$$\Omega = \theta\Gamma\theta \tag{3.33}$$

A partir de (3.30), l'inégalité suivante peut être est représentée par :

$$J = \lim_{N\to\infty} \sum_{k=0}^{N} J_k$$

$$J \leq \lim_{N\to\infty}\sum_{k=0}^{N}\int_{t_k+\tau_k}^{t_{k+1}+\tau_{k+1}} \Omega dt - V(t)\Big|_{t_k+\tau_k t_k+\tau_k}^{t_{k+1}+\tau_{k+1}} \tag{3.34}$$

En combinant (3.29) et (3.34), on obtient le résultat suivant :

$$\int_{t_0}^{\infty} z^T(t)z(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t) + \dot{V}(t)dt \leq \lim_{N\to\infty}\sum_{k=0}^{N}\int_{t_k+\tau_k}^{t_{k+1}+\tau_{k+1}} \Omega dt \tag{3.35}$$

Il est clair que $z^T(t)z(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t) + V(\infty) - V(t_0) \leq 0$ si $\Omega < 0$ pour tout ε(t) non nul.

D'après la condition initiale nulle, nous savons que l'indice de performance H∞ est satisfait.

Notez que Γ < 0 si et seulement si Ω < 0.

Par conséquent, à partir de la condition (3.11), nous obtenons

$$\dot{V}(t, x_t) + 2\alpha V(t, x_t) \leq 0 \tag{3.36}$$

En intégrant (3.36) de 0 à t, on obtient

$$V(t, x_t) \leq V(0, x_0)e^{-2\alpha t}, \quad \forall t \in \mathbb{R}^+ \tag{3.37}$$

De plus, en tenant compte de la condition (3.18), on a

$$\lambda\|x(t,\phi)\|^2 \leq V(t, x_t) \leq V(0, x_0)e^{-2\alpha t} \leq \Lambda e^{-2\alpha t}\|\phi\|^2, \tag{3.38}$$

Alors la solution $x(t,\phi)$ du système satisfait

$$\|x(t,\phi)\| \leq \sqrt{\frac{\Lambda}{\lambda}}e^{-\alpha t}\|\phi\|, \ \ \forall t \geq 0. \tag{3.39}$$

Ce qui implique que le système en boucle fermée est α- robustement exponentiellement stable.

Les conditions du théorème 3.1 sont obtenues et la preuve est complète.

3.5 Simulation numérique

Trois exemples de SCR seront étudiés en présence de perturbation externe et de retard variable dans le temps pour illustrer l'efficacité et la performance de l'approche décrite dans ce chapitre.

Exemple 3.1 :

Nous considérons le modèle flou T-S à 2 règles suivant avec des retards variant dans le temps, des incertitudes et des perturbations externes [70].

Règle i : Si $\theta_1(t)$ *est* $F_{i1}, \theta_2(t)$ *est* F_{i2} … *et* $\theta_p(t)$ *est* F_{ip} *Alors*

$$\dot{x}(t) = (A_i + \Delta A_i)x(t) + (A_{di} + \Delta A_{di})x(t - d(t)) + (B_i + \Delta B_i)u(t) + D_i\omega(t),$$

$$z(t) = (C_i + \Delta C_i)x(t),$$

$$x(t) = \varphi(t), \ \forall\, t \in [-max\{d_2\}, 0], \quad \mathrm{i} = 1, 2.$$

Où :

$x(t) = [x_1(t)\ \ x_2(t)]^T$, et les paramètres $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, D_1, D_2, A_{d1}, A_{d2}, \Delta A_1,$

$\Delta A_2, \Delta A_{d1}, \Delta A_{d2}, \Delta B_1, \Delta B_2, \Delta C_1$ *et* ΔC_2 sont donnés comme suit :

$A_1 = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -0.9 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0.5 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, $B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $C_1 = [1 \quad 0]$, $C_2 = [0 \quad 1]$, $D_1 = D_2 = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}$, $A_{d1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$, $A_{d2} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0.1 & -1 \end{bmatrix}$,

$\Delta A_1 = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 \\ 0 & -0.4 \end{bmatrix} \mathrm{F}(t) \begin{bmatrix} 0.4 & 0 \\ 0 & -0.4 \end{bmatrix}$, $\Delta A_2 = \begin{bmatrix} -0.2 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix} \mathrm{F}(t) \begin{bmatrix} -0.2 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix}$,

$\Delta A_{d1} = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathrm{F}(t) \begin{bmatrix} 0.3 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\Delta A_{d2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix} \mathrm{F}(t) \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix}$,

$\Delta B_1 = \Delta B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\Delta C_1 = \Delta C_2 = [0 \quad 0]$, avec $\mathrm{F}(t) = sin(t)$. La période d'échantillonnage est $h = 1\,ms$. Le retard variable dans le temps est donné par $d(t) = 0.1 + 0.25sin^2 t$. Les perturbations externes sont définies par $\omega(t) = 0.1\, sin(t)\, e^{-0.1t}$.

Les fonctions d'appartenance floues sont définies comme suit :

$$F_1(x_1(t)) = \frac{1}{1 + e^{-2x_1(t)}}, \qquad F_2(x_1(t)) = 1 - F_1(x_1(t)).$$

Les trajectoires des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle ouverte avec $x(0) = [3 \;\; -1]^T$ sont montrées dans la **Figure 3.1**.

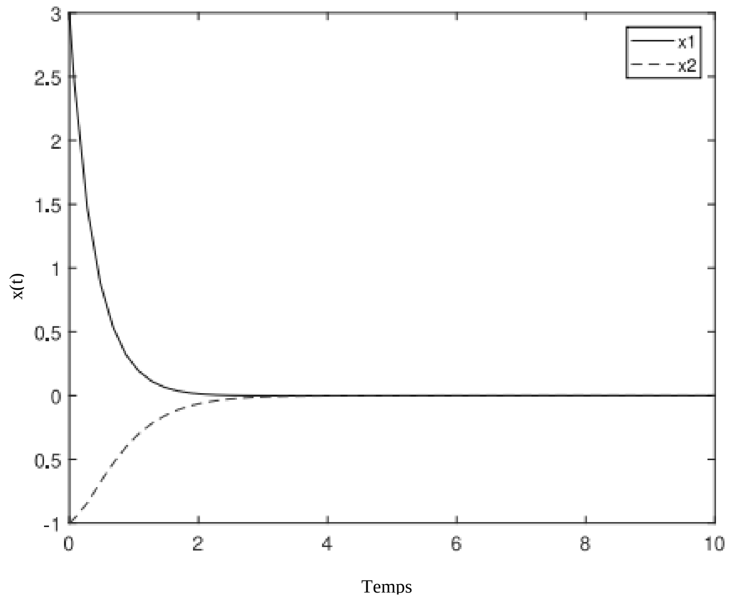


Figure.3. 1. Trajectoires des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle ouvert avec $x(0) = [3 \;\; -1]^T$

Taux de décroissance α	Les paramètres du contrôleur
0. 01	$A_{c1} = \begin{bmatrix} -0.8474 & 0.0497 \\ 0.0521 & -1.0988 \end{bmatrix} \times 10^3,$ $A_{c2} = \begin{bmatrix} -0.8602 & 0.0725 \\ 0.0687 & -1.0784 \end{bmatrix} \times 10^3,$ $B_{c1} = \begin{bmatrix} 0.0018 \\ 0.0001 \end{bmatrix},\; B_{c2} = \begin{bmatrix} 0.0001 \\ 0.0014 \end{bmatrix},$ $C_{c1} = [0.8503 \quad 1.4598],\; C_{c2} = [0.9021 \quad -0.5996].$
0. 08	$A_{c1} = \begin{bmatrix} -0.9025 & 0.0442 \\ 0.0458 & -1.0763 \end{bmatrix} \times 10^3,$ $A_{c2} = \begin{bmatrix} -0.9154 & 0.0648 \\ 0.0624 & -1.0626 \end{bmatrix} \times 10^3,$ $B_{c1} = \begin{bmatrix} 0.0017 \\ 0.0001 \end{bmatrix},\; B_{c2} = \begin{bmatrix} 0.0001 \\ 0.0014 \end{bmatrix},$ $C_{c1} = [0.8303 \quad -1.2857],\; C_{c2} = [0.9486 \quad -0.5231].$
0. 9	$A_{c1} = \begin{bmatrix} -688.8784 & 41.6067 \\ 41.5203 & -440.4000 \end{bmatrix},$ $A_{c2} = \begin{bmatrix} -689.9142 & 41.6060 \\ 41.3329 & -439.4710 \end{bmatrix},$ $B_{c1} = \begin{bmatrix} 0.0022 \\ 0.0002 \end{bmatrix},\; B_{c2} = \begin{bmatrix} 0.0002 \\ 0.0034 \end{bmatrix},$ $C_{c1} = [0.6735 \quad 0.4673],\; C_{c2} = [0.3079 \quad 0.3700].$

Tableau.3. 1. Matrices de gain du contrôleur pour différentes valeurs du taux de décroissanceα α.

Les résultats obtenus sont présentés dans le **tableau 3.1** pour trois valeurs de taux de décroissance différentes, à savoir $\alpha = 0{,}01$, $\alpha = 0{,}08$ et $\alpha = 0{,}9$. Les réponses des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle fermée avec $x(0) = [3\ \ -1]^T$ en utilisant les valeurs de taux de décroissance ci-dessus sont présentées dans **les figures 3.2 à 3.4**.

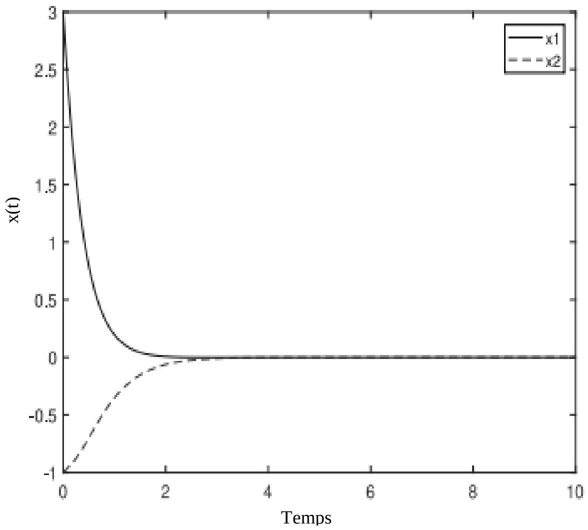


Figure.3. 2. Réponses des variables d'état $\mathbf{x_1(t)}$ et $\mathbf{x_2(t)}$ pour le système en boucle fermé avec $\mathbf{x(0) = [3\ \ -1]^T}$ pour $\boldsymbol{\alpha = 0,01}$.

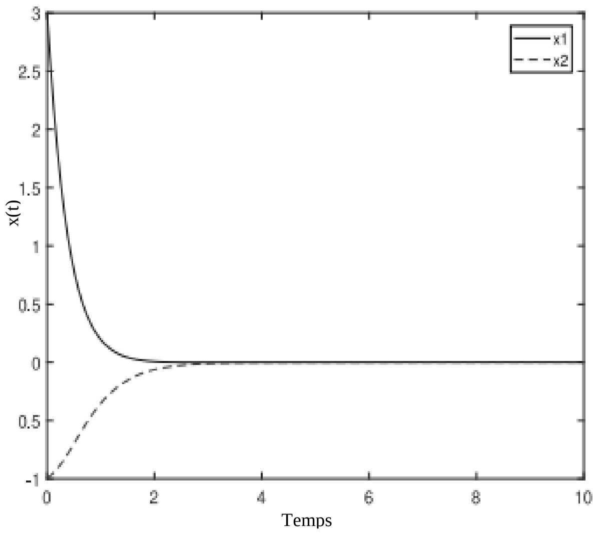


Figure.3. 3. Réponses des variables d'état $\boldsymbol{x_1(t)}$ et $\boldsymbol{x_2(t)}$ pour le système en boucle fermé avec $\boldsymbol{x(0) = [3\ \ -1]^T}$ pour $\boldsymbol{\alpha\ =\ 0,08}$.

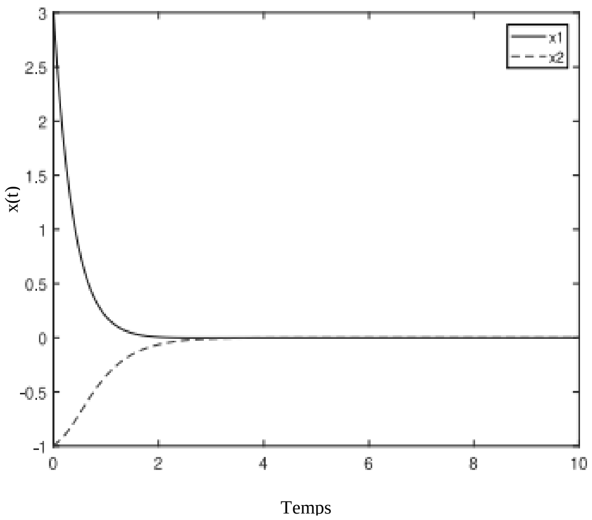


Figure.3. 4. Réponses des variables d'état $\boldsymbol{x_1(t)}$ et $\boldsymbol{x_2(t)}$ pour le système en boucle fermé avec $\boldsymbol{x(0) = [3\ \ -1]^T}$ pour $\boldsymbol{\alpha\ =\ 0,9}$.

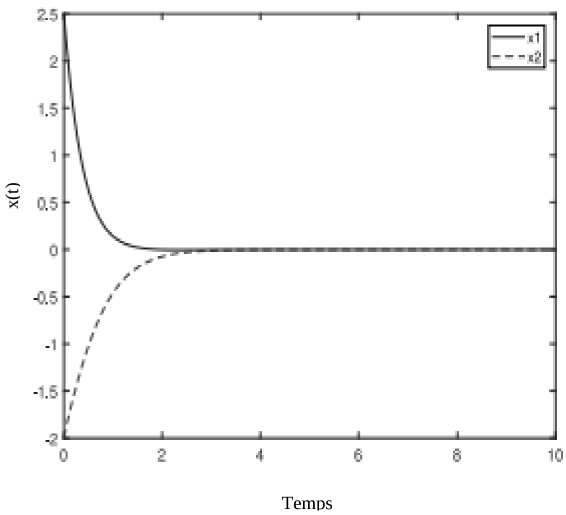


Figure.3. 5. Réponses des variables d'état $\boldsymbol{x_1(t)}$ et $\boldsymbol{x_2(t)}$ pour le système en boucle fermé avec $\boldsymbol{x(0) = [2.5\ \ -2]^T}$ pour $\boldsymbol{\alpha\ =\ 0,01}$.

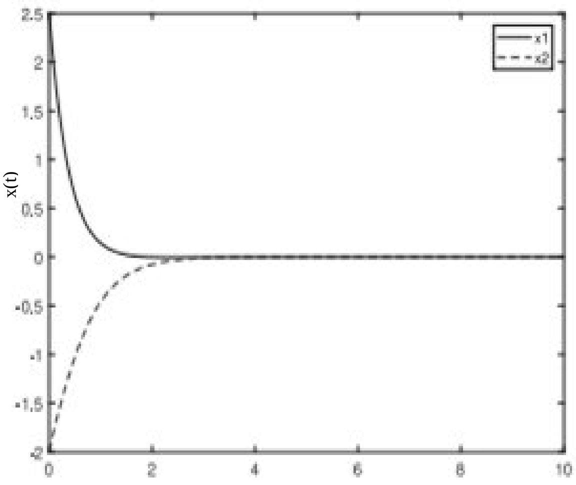


Figure.3. ***6.*** **Réponses des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle fermé avec $x(0) = [2.5 \ \ -2]^T$ pour $\alpha = 0,08$.**

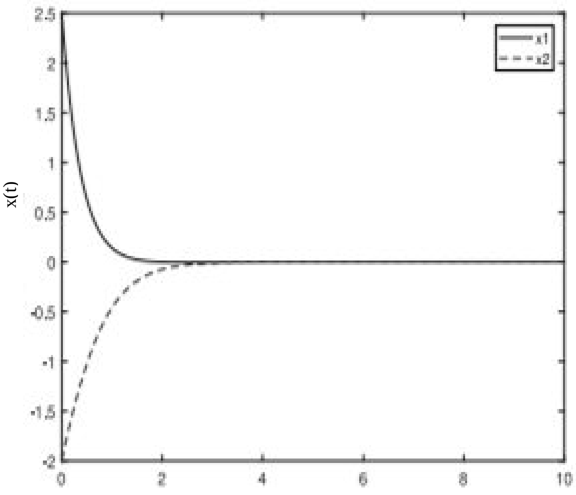


Figure.3. ***7.*** **Réponses des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle fermé avec $x(0) = [2.5 \ \ -2]^T$ pour $\alpha = 0,9$.**

Ainsi, le système est robustement exponentiellement stable pour le taux de décroissance Les Les réponses des variables d'état $x_1(t)\ et\ x_2(t)$ pour le système en boucle fermée avec une condition initiale différente, à savoir $x(0) = [2{,}5 \ \ -2]^T$ en utilisant les valeurs de taux de décroissance ci-dessus sont présentées dans les **figures 3.5 – 3.7.** Il est clairement visible que $x_1(t)\ et\ x_2(t)$ convergent pour différentes valeurs de taux de décroissance. De plus, la stabilité est garantie lorsque les conditions initiales sont modifiées.

$\alpha = 0{,}01$ avec l'indice de performance minimum $H\infty$ obtenu comme $\gamma_{min} = 2{,}3677$ et la valeur $\sqrt{\frac{\Lambda}{\lambda}} = 1.649$. Donc la solution du système en boucle fermée satisfait :

$$\|x(t,\phi)\| \leq 1.649e^{-0.01t}\|\phi\|, \qquad \forall t \geq 0.$$

D'autre part, puisque $h = 1ms$ et en supposant que les paquets de données sont négligés dans la transmission, alors le délai maximal autorisé $\tau_{ik+1} \leq 0{,}85\ s$. Le contrôleur de rétroaction de sortie dynamique flou T-S conçu peut stabiliser le système tant que la limite supérieure du délai induit par le réseau est inférieure à $0{,}85s$.

Exemple 3.2 :

Nous Considérons le système non linéaire incertain avec retard, suivant [68]:

$$\dot{x}_1(t) = -x_1(t)\big(2 + sin^2x_2(t)\big) + x_2(t) + 0.1x_1\big(t - d(t)\big) + 0.2x_2\big(t - d(t)\big)cos^2x_2(t) + c(t)x_2(t)sin^2x_2(t) + c(t)x_1cos^2x_2(t) + u_1(t) + \big(1 + sin^2x_2(t)\big)\omega(t),$$

$$\dot{x}_2(t) = x_1(t) - x_2(t)\big(1 - cos^2x_2(t)\big) + 0.2x_1\big(t - d(t)\big)sin^2x_2(t) - 0.5x_2\big(t - d(t)\big) + 0.5u_2(t) + 0.1c(t)x_2(t).$$

Où $d(t)$ est un retard variable dans le temps et $c(t)$ est un paramètre incertain satisfaisant $c(t) \in [-0.2, 0.2]$.

Le système non linéaire ci-dessus peut être représenté par le modèle flou T-S à deux règles suivant :

Règle 1 : Si $\theta_1(t)\ est\ F_{11}, et\ \theta_2(t)\ est\ F_{12}\ \ Alors$

$$\dot{x}(t) = (A_1 + \Delta A_1)x(t) + (A_{d1} + \Delta A_{d1})x(t - d(t)) + (B_1 + \Delta B_1)u(t) + D_1\omega(t)$$

$$z(t) = (C_1 + \Delta C_1)x(t)$$

et

Règle 2 : Si $\theta_1(t)\ est\ F_{21}, et\ \theta_2(t)\ est\ F_{22}\ \ Alors$

$$\dot{x}(t) = (A_2 + \Delta A_2)x(t) + (A_{d2} + \Delta A_{d2})x(t - d(t)) + (B_2 + \Delta B_2)u(t) + D_2\omega(t)$$

$$z(t) = (C_2 + \Delta C_2)x(t)$$

Où:

$x(t) = [x_1(t)\ \ x_2(t)]^T$, et les paramètres $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, D_1, D_2, A_{d1}, A_{d2}, \Delta A_1,$

$\Delta A_2, \Delta A_{d1}, \Delta A_{d2}, \Delta B_1, \Delta B_2, \Delta C_1\ et\ \Delta C_2$ sont donnés par :

$A_1 = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},\ B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix},\ C_1 = [0.1 \quad 0], C_2 = [0 \quad 0.1],$

$D_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ \ D_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ A_{d1} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0.2 & -0.5 \end{bmatrix},\ A_{d2} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix},$

$\Delta A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathrm{F}\,(t) \begin{bmatrix} 0 & 0.2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ \ \Delta A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathrm{F}\,(t) \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ \ \Delta A_{d1} = \Delta A_{d2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$

$\Delta B_1 = \Delta B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ \ \Delta C_1 = \Delta C_2 = [0 \quad 0]$; alors que $\mathrm{F}\,(t) = sin\,(t)$. La période d'échantillonnage est $h = 1\,ms$. Le retard variable dans le temps est donné par $d(t) = 9.65 + |0.36sin\,(2t)|$, et les perturbations externes est données par $\omega\,(t) = 2e^{-0.1t}$.

Les fonctions d'appartenance floue $F_1(x_2(t))$ et $F_2(x_2(t))$ sont définies comme :

$F_1(x_2(t)) = sin^2(x_2(t))$ et $F_2(x_2(t)) = cos^2(x_2(t))$.

Les réponses des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle ouverte avec $x(0) = [1.5 \ -2.5]^T$ sont représentées sur la **Figure 3.8.**

Le tableau 3.2 affiche les matrices de gain obtenues pour $\alpha = 0{,}01$, $\alpha = 0{,}08 \, et \, \alpha = 0{,}9$. Les réponses des variables d'état $x_1(t) \, et \, x_2(t)$ pour le système en boucle fermée pour $x(0) = [1{,}5 \ -2{,}5]^T$ et en utilisant les valeurs de taux de décroissance ci-dessus sont représentées sur– **les figures 3.9 à 3.11** alors que les réponses des variables d'état $x_1(t) \, et \, x_2(t)$ pour le système pour $x(0) = [2 \ -1{,}5]^T$ sont illustrées par **les figures 3.12 à 3.14**.

$x_1(t) \, et \, x_2(t)$ convergent dans tous les cas, et la stabilité exponentielle est garantie même lorsque les conditions initiales sont modifiées.

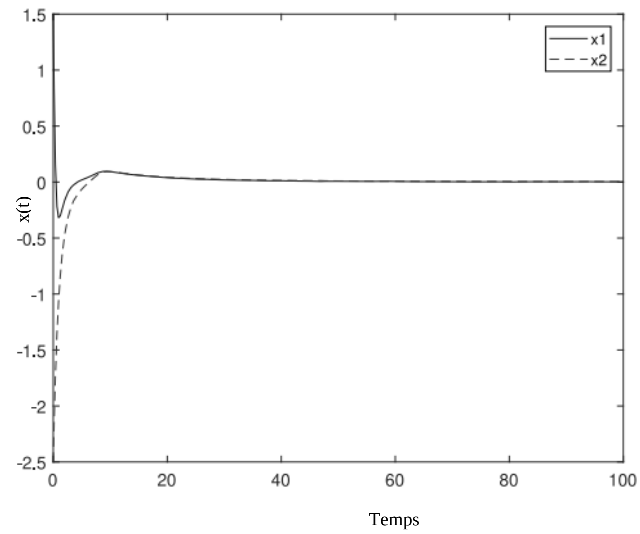


Figure.3.8. Réponses des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle ouvert avec $x(0) = [1.5 \ -2.5]^T$.

Taux de décroissance α	**Les paramètres du contrôleur**
0. 01	$A_{c1} = \begin{bmatrix} -1.8402 & -0.2602 \\ -0.2670 & -2.5882 \end{bmatrix} \times 10^4$, $A_{c2} = \begin{bmatrix} -1.8656 & -0.2423 \\ -0.2477 & -2.5522 \end{bmatrix} \times 10^4$, $B_{c1} = \begin{bmatrix} 0.8096 \\ -0.0796 \end{bmatrix} \times 10^{-5}$, $B_{c2} = \begin{bmatrix} -0.0796 \\ 0.6019 \end{bmatrix} \times 10^{-5}$, $C_{c1} = [38.6202 \quad -16.7666]$, $C_{c2} = [-3.8582 \quad 3.1365]$.
0. 08	$A_1 = \begin{bmatrix} -2.4185 & -0.2974 \\ -0.3055 & -3.3110 \end{bmatrix} \times 10^4$, $A_{c2} = \begin{bmatrix} -2.4536 & -0.2772 \\ -0.2826 & -3.2607 \end{bmatrix} \times 10^4$, $B_{c1} = \begin{bmatrix} 0.6143 \\ -0.0541 \end{bmatrix} \times 10^{-5}$, $B_{c2} = \begin{bmatrix} -0.0541 \\ 0.4688 \end{bmatrix} \times 10^{-5}$, $C_{c1} = [50.5656 \quad -21.9819]$, $C_{c2} = [-3.2254 \quad 5.2567]$.
0. 9	$A_{c1} = \begin{bmatrix} -6.1842 & -0.4120 \\ -0.4136 & -2.5737 \end{bmatrix} \times 10^4$, $A_{c2} = \begin{bmatrix} -6.1860 & -0.4103 \\ -0.4091 & -2.5728 \end{bmatrix} \times 10^4$, $B_{c1} = \begin{bmatrix} 0.2450 \\ -0.0391 \end{bmatrix} \times 10^{-5}$, $B_{c2} = \begin{bmatrix} -0.0391 \\ 0.5886 \end{bmatrix} \times 10^{-5}$, $C_{c1} = [5.3694 \quad -0.6520]$, $C_{c2} = [-9.4921 \quad 1.6955]$.

Tableau.3. 2 Matrices de gain du contrôleur pour différentes valeurs du taux de décroissance α.

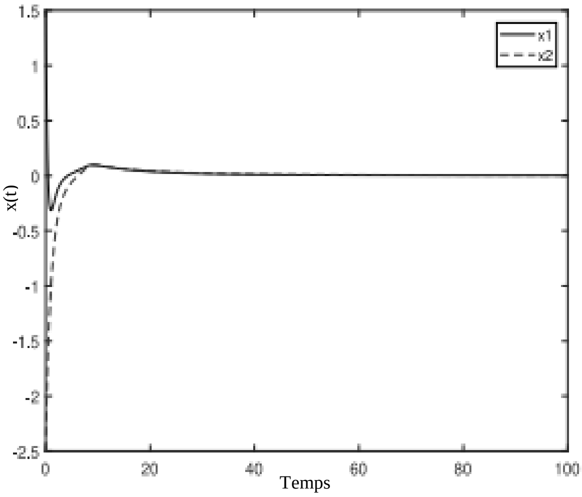


Figure.3. 9. Réponses des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle fermé avec $x(0) = [1.5 \ -2.5]^T$ pour $\alpha = 0,01$.

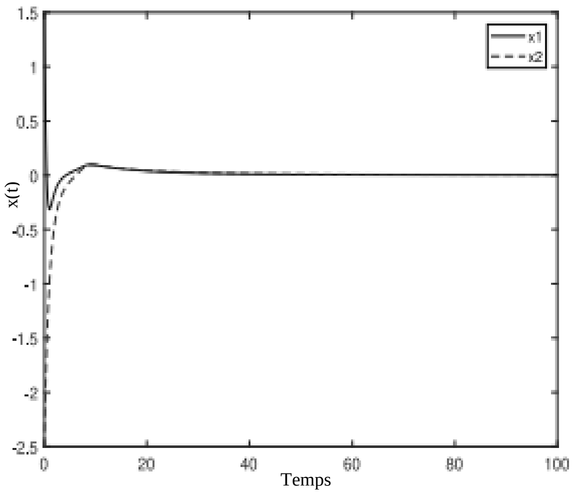


Figure.3. 10. Réponses des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle fermé avec $x(0) = [1.5 \ -2.5]^T$ pour $\alpha = 0,08$.

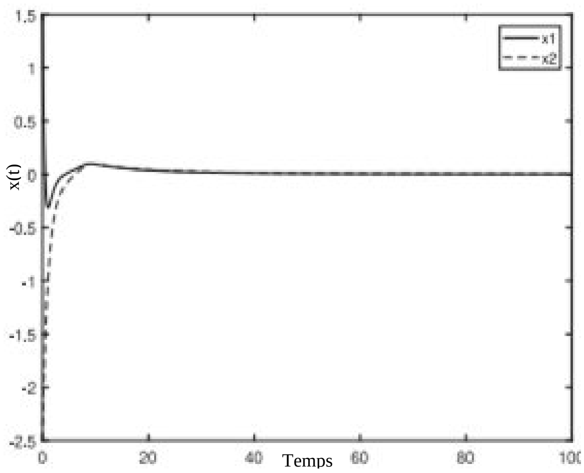


Figure.3. 11. Réponses des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle fermé avec $x(0) = [1.5 \ -2.5]^T$ pour $\alpha = 0,9$.

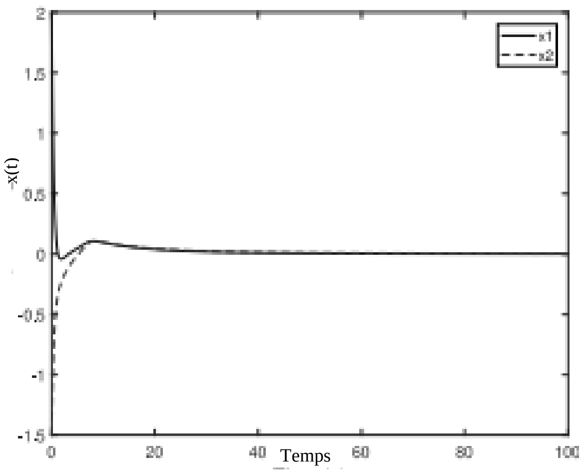


Figure.3. 12. Réponses des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle fermé avec $x(0) = [2 \ -1.5]^T$ pour $\alpha = 0,01$.

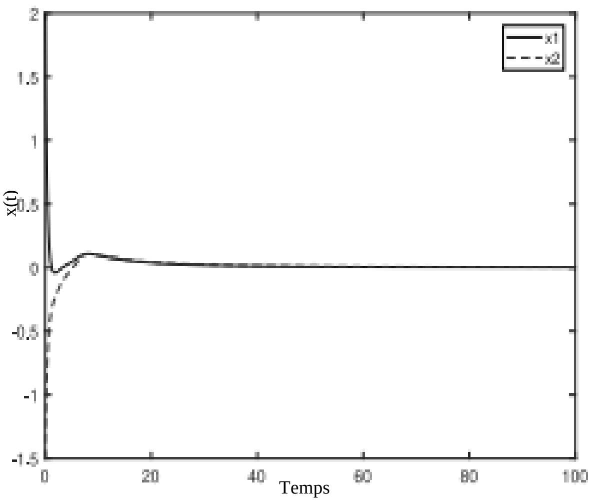


Figure.3. 13. Réponses des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle fermé avec $x(0) = [2 \ -1.5]^T$ pour $\alpha = 0,08$.

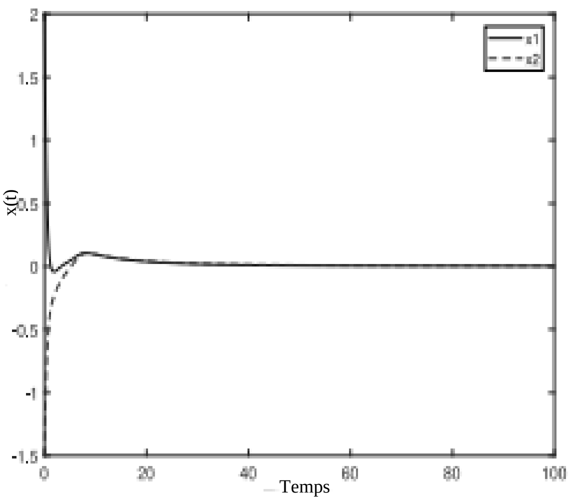


Figure.3. 14. Réponses des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle fermé avec $x(0) = [2 \ -1.5]^T$ pour $\alpha = 0,9$.

Ainsi, le système est robustement exponentiellement stable pour le taux de décroissance $\alpha =$ 0,08 avec l'indice de performance minimum $H\infty$ obtenu comme $\gamma_{min} = 1.6887$ et la valeur $\sqrt{\frac{\Lambda}{\lambda}} = 2.9109$. donc la solution du système en boucle fermée satisfait :

$$\|x(t,\phi)\| \leq 2.9109e^{-0.08t}\|\phi\|, \qquad \forall t \geq 0.$$

Et la limite de retard satisfaisante est $\tau_{ik} \leq 0{,}85\ s$

Exemple 3.3:

Maintenant, nous allons démontrer l'efficacité de la méthode proposée à travers une application pratique du système mécanique masse-ressort-amortisseur [66].

$$\dot{x}_1(t) = -0.1x_1^3(t) - 0.0125\,\mathrm{x}_1(t - d(t)) - 0.67x_2^3(\mathrm{t}) - 0.1x_1^3(\mathrm{t} - \mathrm{d(t)}) \\ - 0.005\mathrm{x}_2(\mathrm{t} - \mathrm{d(t)}),$$

$$\dot{x}_2(t) = x_1(t)$$

Où x_1 est l'angle (en radians) du pendule par rapport à la verticale et x_2 est la vitesse angulaire. $d(t)$ est le retard variable dans le temps.

Le système ci-dessus est modélisé à l'aide d'un modèle flou T-S à 2 règles avec des perturbations, des incertitudes et des retards variables dans le temps, comme suit :

Règle i : Si $\theta_1(t)\ est\ F_{i1}, \theta_2(t)\ est\ F_{i2} \dots\ et\ \theta_p(t)\ est\ F_{ip}\ \ Alors$

$$\dot{x}(t) = (A_i + \Delta A_i)x(t) + (A_{di} + \Delta A_{di})x(t - d(t)) + (B_i + \Delta B_i)u(t) + D_i\omega(t),$$

$$z(t) = (C_i + \Delta C_i)x(t),$$

$$x(t) = \varphi(t), \ \forall\, t \in [-max\{d_2\}, 0], \quad \mathrm{i} = 1, 2.$$

Où :

$x(t) = [x_1(t)\ \ x_2(t)]^T$. Les paramètres $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, D_1, D_2, A_{d1}, A_{d2}, \Delta A_1,$

$\Delta A_2, \Delta A_{d1}, \Delta A_{d2}, \Delta B_1, \Delta B_2, \Delta C_1\ et\ \Delta C_2$ sont donnés comme suit :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.1125 & -0.02 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -0.1125 & -1.5270 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$C_1 = C_2 = [-1 \quad 0]$, $\quad D_1 = D_2 = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}$, $\quad A_{d1} = \begin{bmatrix} -0.0125 & -0.005 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$,

$A_{d2} = \begin{bmatrix} -0.0125 & -0.23 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\quad B_{d1} = \begin{bmatrix} -0.1125 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\quad B_{d2} = \begin{bmatrix} -0.22 \\ 0 \end{bmatrix}$,

$\Delta A_1 = \Delta A_2 = \begin{bmatrix} -0.1125 \\ 0 \end{bmatrix}$ F (t) $[1 \quad 0]$, $\quad \Delta B_1 = \Delta B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\quad \Delta C_1 = \Delta C_2 = [0 \quad 0]$

$\Delta A_{d1} = \Delta A_{d2} = \begin{bmatrix} -0.22 \\ 0 \end{bmatrix}$ F (t) $[1 \quad 0]$, avec F $(t) = sin\ (t)$ et la période d'échantillonnage est $h = 1\ ms.$

Le retard est donné par $d(t) = 0.1 + 0.25 sin^2 t$. Les perturbations externes sont définies par $\omega\ (t) = 0.1\ sin(t)\ e^{-0.1t}$.

Les fonctions d'appartenance floues sont définies comme suit :

$$F_1\big(x_2(t)\big) = 1 - \frac{x_2^2(t)}{2.25}, \qquad F_2\big(x_2(t)\big) = 1 - F_1\big(x_2(t)\big).$$

Taux de décroissance α	**Les paramètres du contrôleur**
0.01	$A_1 = A_{c2} = A_{c3} = A_{c4} = \begin{bmatrix} -1.6539 & -0.4923 \\ -0.4871 & -0.8444 \end{bmatrix} \times 10^3$, $B_{c1} = B_{c2} = \begin{bmatrix} -0.0006 \\ 0.0021 \end{bmatrix}$, $B_{c3} = B_{c4} = \begin{bmatrix} 0.0006 \\ -0.0021 \end{bmatrix}$, $C_{c1} = C_{c2} = C_{c3} = C_{c4} = [1.1919 \quad 1.0314]$.
0.08	$A_{c1} = A_{c2} = A_{c3} = A_{c4} = \begin{bmatrix} -1.6527 & -0.4840 \\ -0.4795 & -0.8883 \end{bmatrix} \times 10^3$, $B_{c1} = B_{c2} = \begin{bmatrix} -0.0006 \\ 0.0020 \end{bmatrix}$, $B_{c3} = B_{c4} = \begin{bmatrix} 0.0006 \\ -0.0020 \end{bmatrix}$, $C_{c1} = C_{c2} = C_{c3} = C_{c4} = [1.1058 \quad 0.9998]$.
0.3	$A_{c1} = A_{c2} = A_{c3} = A_{c4} = \begin{bmatrix} -1.7394 & -0.4845 \\ -0.4818 & -1.0692 \end{bmatrix} \times 10^3$, $B_{c1} = B_{c2} = \begin{bmatrix} -0.0004 \\ 0.0016 \end{bmatrix}$, $B_{c3} = B_{c4} = \begin{bmatrix} 0.0004 \\ -0.0016 \end{bmatrix}$, $C_{c1} = C_{c2} = C_{c3} = C_{c4} = [0.6729 \quad 1.0068]$.

0. 9	$A_{c1} = A_{c2} = A_{c3} = A_{c4} = \begin{bmatrix} -2.1322 & -0.6745 \\ -0.6732 & -2.1752 \end{bmatrix} \times 10^3,$ $B_{c1} = B_{c2} = \begin{bmatrix} -0.2396 \\ 0.7607 \end{bmatrix} \times 10^{-3},$ $B_{c3} = B_{c4} = \begin{bmatrix} 0.2396 \\ -0.7607 \end{bmatrix} \times 10^{-5},$ $C_{c1} = C_{c2} = C_{c3} = C_{c4} = [-0.0380 \quad 0.3062].$

Tableau.3. 3. Matrices de gain du contrôleur pour différentes valeurs du taux de décroissancea α.

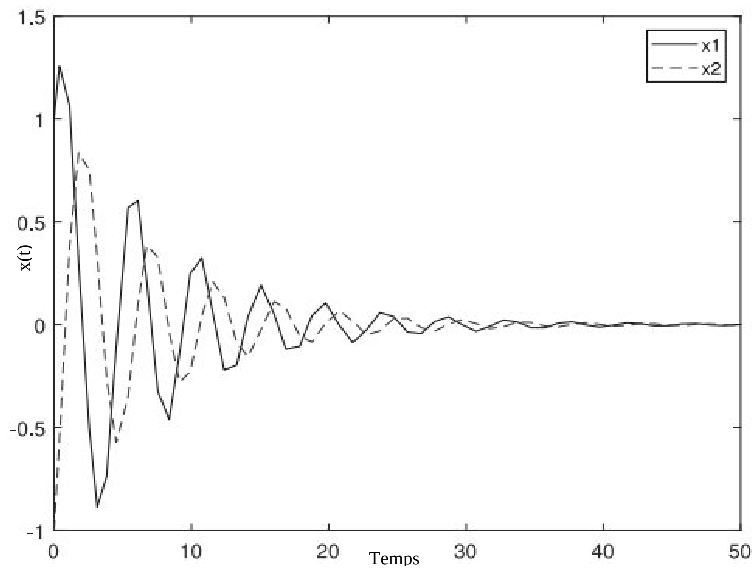


Figure.3.15. Réponses des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle ouvert avec $x(0) = [1 \ \ -1]^T$

La figure 3.15 montre les réponses des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système flou T-S en boucle ouverte avec $x(0) \ = [1 \ -1]^T$.

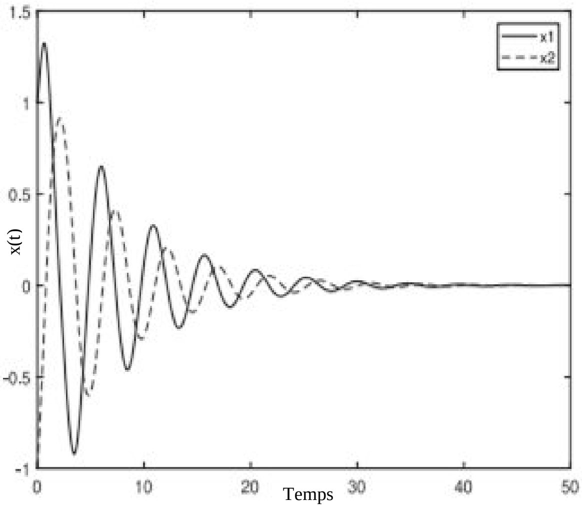


Figure.3. 16. Réponses des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle fermé avec $x(0) = [1 \ -1]^T$ pour $\alpha = 0,01$.

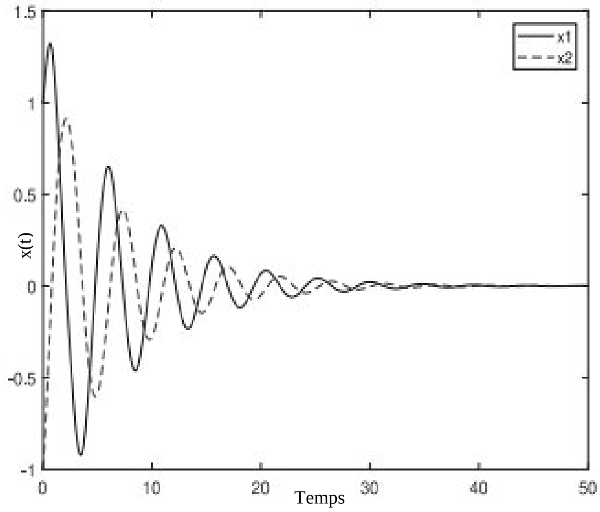


Figure.3. 17. Réponses des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle fermé avec $x(0) = [1 \ -1]^T$ pour $\alpha = 0,08$.

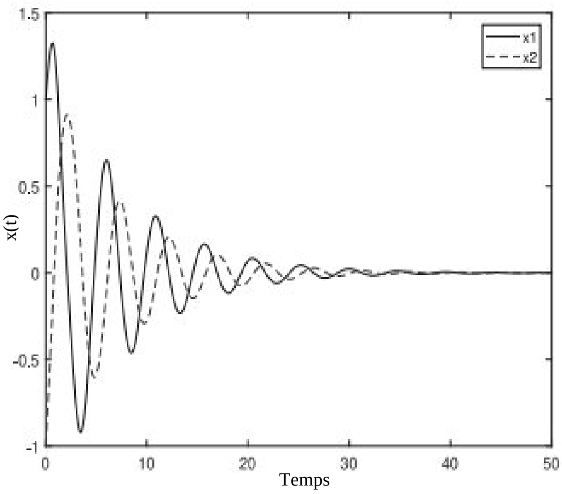


Figure.3. 18. Réponses des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle fermé avec $x(0) = [1 \ -1]^T$ pour $\alpha = 0,9$.

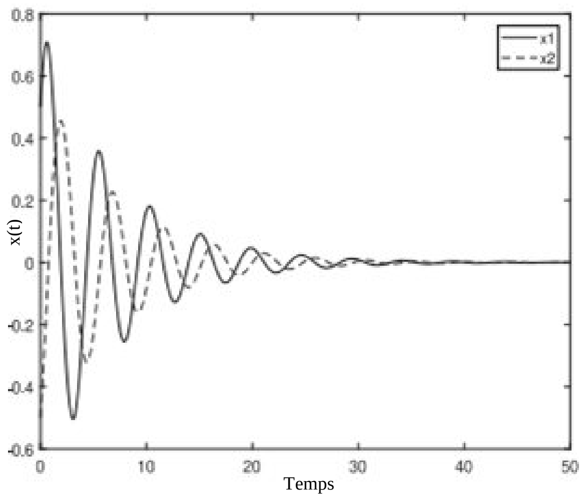


Figure.3. 19. Réponses des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle fermé avec $x(0) = [0.5 \ -0.5]^T$ pour $\alpha = 0,01$.

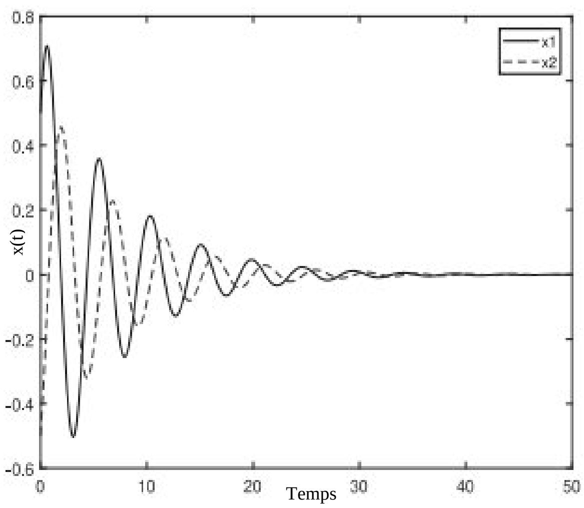


Figure.3. 20. Réponses des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle fermé avec $x(0) = [0.5 \ -0.5]^T$ pour $\alpha = 0,08$.

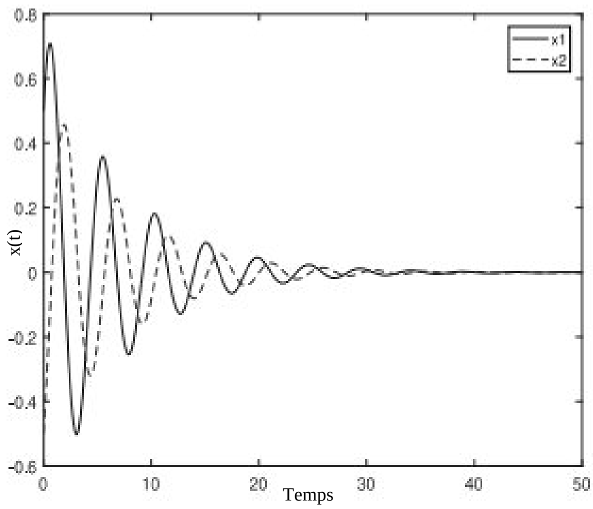


Figure.3. 21. Réponses des variables d'état $x_1(t)$ et $x_2(t)$ pour le système en boucle fermé avec $x(0) = [0.5 \ -0.5]^T$ pour $\alpha = 0,9$.

Les résultats obtenus sont présentés dans le **Tableau 3.3** en considérant les valeurs de taux de

Les résultats obtenus sont présentés dans le **Tableau 3.3** en considérant les valeurs de taux de décroissance ci-dessus, les réponses des variables d'état $x_1(t)\ et\ x_2(t)$ pour le système en boucle fermée avec $x(0) = [1\ -1]^T$ sont données dans **les figures 3.16 – 3.18**, et les réponses des variables d'état $x_1(t)\ et\ x_2(t)$ pour le système en boucle fermée avec $x(0) = [0{,}5\ -0{,}5]^T$ sont données dans **les figures 3.19 – 3.21**.

Pour ce cas également, les solutions convergent et la stabilité exponentielle est garantie même lorsque les conditions initiales sont modifiées.

Ainsi, le système est robustement exponentiellement stable pour le taux de décroissance $\alpha = 0{,}9$ avec l'indice de performance minimum $H\infty$ obtenu comme $\gamma_{min} = 1{,}2896$ et la valeur $\sqrt{\frac{\Lambda}{\lambda}} = 8.789$. Donc la solution du système en boucle fermée satisfait :

$$\|x(t,\phi)\| \leq 8.789e^{-0.9t}\|\phi\|, \qquad \forall t \geq 0.$$

Et la limite de délai satisfaisante est $\tau_{ik} \leq 0{,}85\ s$.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, les problèmes de stabilité et de stabilisation des systèmes de contrôle en réseau ont été examinés. À cette fin, la stabilisation exponentielle avec une commande de rétroaction de sortie dynamique a été présentée pour une classe de systèmes de contrôle en réseau représentés par des modèles flous T-S avec retard variable dans le temps et perturbation externe. Le contrôleur flou T-S de rétroaction de sortie dynamique a été conçu et un contrôleur robuste $\boldsymbol{H}\infty$ a été établi par une approche fonctionnelle Lyapunov-Krasovskii dépendante du retard. Des conditions suffisantes pour la stabilisation exponentielle ont été établies en termes de LMI. Le système en boucle fermée est exponentiellement stable avec un taux de décroissance α et un indice de performance $\boldsymbol{H}\infty$ prescrit $\boldsymbol{\gamma}$. Les LMI obtenues ont été résolues et les matrices de gain du contrôleur ont été déterminées. L'efficacité et la faisabilité du contrôleur proposé ont été illustrées à l'aide de trois exemples de simulation. De plus, le contrôleur conçu a stabilisé les exemples discutés avec une plus grande limite des retards induits par le réseau.

Chapitre 4 : Stabilisation exponentielle robuste de systèmes flous à temps discret avec des retards variables

3.1 Introduction

Les systèmes à temps discret présentent plusieurs avantages pour les systèmes contrôlés en réseau. Leur régularité d'échantillonnage permet de gérer efficacement les retards de communication inhérents aux réseaux. Les instants d'échantillonnage réguliers facilitent la synchronisation des contrôleurs et des dispositifs de traitement des données, minimisant ainsi les retards et maintenant la stabilité et les performances du système. De plus, les méthodes de contrôle numérique permettent la conception d'algorithmes adaptatifs pour compenser les effets des retards. Ces capacités des systèmes à temps discret à s'adapter aux contraintes de communication font d'eux une option attrayante pour les applications de contrôle en réseau. Motivés par l'analyse faites précédemment, nous visons à étudier une méthodologie de contrôle robuste $H\infty$ pour discuter du contrôle robuste des SCR avec des retards variables dans le temps, des incertitudes et des perturbations externes. À notre connaissance, il existe encore peu de résultats sur ce sujet. Dans cette optique, nous proposons de contrôler les SCR avec des retards variables dans le temps en utilisant une nouvelle approche basée sur la stabilisation exponentielle des systèmes flous T-S discrets incertains, en tenant compte des perturbations externes et des retards variables dans l'état et le contrôle. Pour cela, nous utilisons l'approche fonctionnelle de Lyapunov - Krasovskii pour l'analyse de stabilité avec retard dépendant. Comme le contrôleur proposé est conçu avec une performance $H\infty$ pour garantir la robustesse contre les variables de retard variables dans le temps, la LMI obtenue peut assurer que les états et les erreurs de contrôle convergent exponentiellement vers zéro. A la fin de ce chapitre, deux exemples illustratifs sont présentés pour démontrer l'efficacité des méthodes de contrôle proposées en présence ou en l'absence de perturbations et d'incertitudes.

3.2 Description du système et préliminaires.

Considérons le modèle flou T–S suivant d'un système non linéaire discret et impliquant des incertitudes, des perturbations et des retards variant dans le temps :

Règle i : Si $\theta_1(k)$ est F_{i1}et $\theta_2(k)$ est F_{i2} … et $\theta_p(k)$ est F_{ip} Alors

$$x(k+1) = (A_i + \Delta A_i)x(k) + (A_{di} + \Delta A_{di})x\big(k - d(k)\big) + (B_i + \Delta B_i)u(k) +$$

$$(B_{d1} + \Delta B_{di})u\big(k - d_u(k)\big) + D_i\omega(k)$$

$$z(k) = C_i x(k)$$

$$x(k) = \varphi(k) \quad k \in [-\max\{d_2, d_{u2}\}, 0]. \tag{4.1}$$

Où $i = 1, 2, \ldots, r$ est le nombre de règles **Si-Alors**; $x(k) \in \mathbb{R}^n, u(k) \in \mathbb{R}^m$ et $z(k) \in \mathbb{R}^l$ représente le vecteur d'état, le vecteur de commande et le vecteur de sortie de mesure respectivement; $\omega(k) \in \mathbb{R}^p$ désigne la perturbation exogène, il est supposé appartenir à $L_2[0, \infty[$; les matrices $A_i, A_{di}, B_i, B_{di}, C_i, D_i$ sont de dimensions appropriées ; $\Delta A_i, \Delta A_{di}, \Delta B_i, \Delta B_{di}$ dénotent les incertitudes dans le système; θ_1(k), θ_2(k)... θ_p(k) sont les variables de prémisses qui dépendent de l'entrée et/ou de l'état du système; la condition initiale φ(k) est une fonction différentiable ou un vecteur constant ; F_{ig} (g = 1, 2,…, p) est l'ensemble flou. $d(k)$, $d_u(k)$ représentent les fonctions de retard variable dans le temps et satisfont respectivement :

$$0 < d_1 \leq d(k) \leq d_2 \quad \text{et } 0 < d_{u1} \leq d_u(k) \leq d_{u2}$$

Où:

d_1, d_2 Représentent les bornes des intervalles de $d(k)$et d_{u1} , d_{u2} les bornes des intervalles de $d_u(k)$.

L'inférence du système flou est décrite par :

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(k)\big)\big[(A_i + \Delta A_i)x(k) + (A_{di} + \Delta A_{di})x\big(k - d(k)\big) + (B_i + \Delta B_i)u(k) + (B_{di} + \Delta B_{di})u\big(k - d_u(k)\big) + D_i\omega(k)\big]$$

$$z(k) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(k)\big)[\, C_i x(k)], \qquad i = 1, 2, \ldots, r \tag{4.2}$$

Où les fonctions de base floues sont définies par :

$$h_i(\theta(k)) = \frac{\mu_i(\theta(k))}{\sum_{i=1}^{r} \mu_i(\theta(k))}, \qquad \mu_i(\theta(k)) = \prod_{j=1}^{p} F_{ij}\left(\theta_j(k)\right) \tag{4.3}$$

$F_{ij}\left(\theta_j(k)\right)$ représente la valeur de la fonction d'appartenance $\theta_j(k)$ dans l'ensemble flou F_{ij}.

On suppose que:

$$\mu_i(\theta(k)) \geq 0 \quad et \quad \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\theta(k)) > 0$$

$h_i(\theta(k))$ représente les fonctions d'activations non linéaires de la i[ème] règle du modèle flou. Ces fonctions vérifient la propriété d'une somme convexe ci-dessous, c'est-à-dire :

$$\begin{cases} h_i(\theta(k)) \geq 0 \\ \sum_{i=1}^{r} h_i(\theta(k)) = 1 \end{cases} \qquad \mathrm{i} = 1, 2, \dots, \mathrm{r}$$

3.3 Conception du contrôleur

Le problème considéré ici, concerne la conception de la commande floue à retour d'état pour les systèmes contrôlés en réseau et la détermination des gains de rétroaction de telle sorte que le système flou en boucle fermée soit exponentiellement stable.

En se basant sur la compensation distribuée parallèle, la structure du contrôleur incorporera un ensemble de règles floues exprimées sous la forme suivante :

Règle i : Si $\theta_1(k)$ est F_{i1} et $\theta_2(k)$ est F_{i2} … et $\theta_p(k)$ est F_{ip} Alors

$$u(k) = K_i x(k), \qquad i = 1, 2, \dots, r \tag{4.4}$$

Et le contrôleur global de retour d'état flou est déterminé par la somme :

$$u(k) = \sum_{i=1}^{r} h_i(\theta(k))[K_i x(k)] \quad i = 1, 2, \dots, r \tag{4.5}$$

Où $K_i \in \mathbb{R}^{m \times n}$, sont les gains du contrôleur à déterminer.

Il est important de noter ici, que nous utilisons le même nombre de règles et les mêmes fonctions d'appartenance pour les règles correspondantes.

Ensuite, afin de développer nos résultats, nous utilisons les mêmes propositions et lemmes du chapitre 2 et nous donnons une définition pour la conception du contrôleur.

Définition 4.1: Étant donné $\alpha > 0$, la solution nulle du système (4.1) est α - exponentiellement stable si et seulement s'il existe un nombre positif $\beta > 0$ tel que chaque solution $x(k,\varphi)$ satisfait la condition suivante :

$$\|x(k,\emptyset)\| \leq \beta e^{-\alpha k}\|\emptyset\|, \qquad \forall k \geq 0. \tag{4.6}$$

3.4 Résultats principaux

3.4.1 Contrôle de systèmes sans incertitudes ni perturbations

Tout d'abord, nous envisageons le contrôle de systèmes discrets flous T-S sans incertitudes et perturbations. Dans ce cas, le système (4.1) devient comme suit :

Règle i : Si $\theta_1(k)$ est F_{i1} et $\theta_2(k)$ est F_{i2} … et $\theta_p(k)$ est F_{ip} Alors

$$x(k+1) = A_i x(k) + A_{di} x\big(k-d(k)\big) + B_i u(k) + B_{di} u\big(k-d_u(k)\big)$$
$$z(k) = C_i x(k)$$

$$x(k) = \varphi(k) \quad k \in [-\max\{d_2, d_{u2}\}, 0]. \tag{4.7}$$

L'inférence du système flou est alors exprimée comme suit :

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(k)\big)[A_i x(k) + A_{di} x\big(k-d(k)\big) + B_i u(k) + B_{di} u\big(k-d_u(k)\big)]$$

$$z(k) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\theta(k)\big)[C_i x(k)] \tag{4.8}$$

Le système en boucle fermée défini par (4.8) et (4.5) peut être réécrit comme suit :

$$x(k+1) = \bar{A}(k)x(k) + A_{di} x\big(k-d(k)\big) + B_{di} K x\big(k-d_u(k)\big) \tag{4.9}$$

Où

$$\bar{A}(k) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i h_j \bar{A}_{ij} \tag{4.10}$$

Avec

$$\bar{A}_{ij} = A_i + B_i K_j$$

Théorème 4.1 : le système (4.9) est exponentiellement stable pour $0 < \alpha < 1$ s'il existe des matrices $R > 0, Q > 0, P > 0, T > 0 \; et \; Y > 0$, de telle sorte que la LMI suivante est vérifiée :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{12} & \Omega_{22} \end{bmatrix} < 0. \tag{4.11}$$

Où :

$$\Omega_{\text{ij}} = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \Psi_{13} & \Psi_{14} & \Psi_{15} & \Psi_{16} \\ * & \Psi_{22} & \Psi_{23} & \Psi_{24} & \Psi_{25} & \Psi_{26} \\ * & * & \Psi_{33} & \Psi_{34} & \Psi_{35} & \Psi_{36} \\ * & * & * & \Psi_{44} & \Psi_{45} & \Psi_{46} \\ * & * & * & * & \Psi_{55} & \Psi_{56} \\ * & * & * & * & * & \Psi_{66} \end{bmatrix}; \quad \begin{matrix} i = 1, 2. \\ j = 1, 2. \end{matrix}$$

$$\Psi_{11} = A_i T + T A_i^T + B_i Y_j + Y_j^T B_i^T - P + e^{2\alpha} Q + (d_2 - d_1) e^{-2\alpha} Q + e^{2\alpha} R +$$

$$(d_{u2} - d_{u1}) e^{-2\alpha} R$$

$$\Psi_{12} = A_{di} T + T A_i^T + Y_j^T B_i^T$$

$$\Psi_{13} = T A_i^T + Y_j^T B_i^T$$

$$\Psi_{14} = B_{di} Y_j + T A_i^T + Y_j^T B_i^T$$

$$\Psi_{15} = T A_i^T + Y_j^T B_i^T$$

$$\Psi_{16} = T A_i^T + Y_j^T B_i^T - T$$

$$\Psi_{22} = A_{di} T + T A_{di}^T$$

$$\Psi_{23} = T A_{di}^T$$

$$\Psi_{24} = B_{di} Y_j + T A_{di}^T$$

$$\Psi_{25} = T A_{di}^T$$

$$\Psi_{26} = -T + T A_{di}^T$$

$$\Psi_{33} = -e^{2\alpha d_1} Q$$

$$\Psi_{34} = B_{di} Y_j$$

$\Psi_{35} = 0$

$\Psi_{36} = -T$

$\Psi_{44} = B_{di}Y_j + {Y_j}^T {B_{di}}^T$

$\Psi_{45} = {Y_j}^T {B_{di}}^T$

$\Psi_{46} = -T + {Y_j}^T {B_{di}}^T$

$\Psi_{55} = -e^{2\alpha d_{u1}} R$

$\Psi_{56} = -T$

$\Psi_{66} = P - 2T$

Démonstration 4.1 : Nous choisissons la fonction de Lyapunov-Krasovskii suivante pour montrer que le système (4.9) est exponentiellement stable :

$$V(k) = V_1(k) + V_2(k) + V_3(k) + V_4(k) + V_5(k) \tag{4.12}$$

Où :

$$V_1(k) = x^T(k)\bar{P}x(k) \tag{4.13}$$

$$V_2(k) = \sum_{l=k-d_1}^{k-1} e^{-2\alpha(l-k)} x^T(l)\bar{Q}x(l) \tag{4.14}$$

$$V_3(k) = \sum_{s=-d_2+1}^{-d_1} \sum_{l=k+s}^{k-1} e^{-2\alpha} x^T(l)\bar{Q}x(l) \tag{4.15}$$

$$V_4(k) = \sum_{l=k-d_{u1}}^{k-1} e^{-2\alpha(l-k)} x^T(l)\bar{R}x(l) \tag{4.16}$$

$$V_5(k) = \sum_{s=-d_{u2}+1}^{-d_{u1}} \sum_{l=k+s}^{k-1} e^{-2\alpha} x^T(l)\bar{R}x(l) \tag{4.17}$$

Où

$$X = T^{-1}, \bar{P} = T^{-1}P\,T^{-1},\ \bar{Q} = T^{-1}Q\,T^{-1}, \bar{R} = T^{-1}R\,T^{-1} \tag{4.18}$$

avec $R > 0, Q > 0, P > 0,\ T > 0, et\ Y > 0$.

Il est facile de vérifier que :

$$\lambda \,\|x(k)\|^2 \leq V(k, x_k) \leq \Lambda \,\|x_k\|^2, \quad k \in \mathbb{R}^+ \tag{4.19}$$

Avec

$\lambda = \lambda_{min}(\bar{P})$,

$\Lambda = \lambda_{max}(\bar{P}) + d_1\lambda_{max}(\bar{Q}) + \frac{1}{2}(d_2 + d_1)(d_2 - d_1)^2\lambda_{max}(\bar{Q}) + d_{u1}\lambda_{max}(\bar{R})$

$$+\frac{1}{2}(d_{u2}+d_{u1})(d_{u2}-d_{u1})^2\lambda_{max}(\bar{R}).$$

En prenant les dérivées de $V_1(t), V_2(t), \dots, V_5(t)$, de telle sorte que

$$\Delta V_1(k) = x^T(k+1)\bar{P}x(k+1) - x^T(k)\bar{P}x(k) \tag{4.20}$$

$$\Delta V_2(k) = e^{2\alpha}x^T(k)\bar{Q}x(k) - e^{2\alpha d_1}x^T(k-d_1)\bar{Q}x(k-d_1) + \sum_{l=k-d_2+1}^{k-d_1} e^{-2\alpha}x^T(l)\bar{Q}x(l) \tag{4.21}$$

$$\Delta V_3(k) = (d_2-d_1)\, e^{-2\alpha}x^T(k)\bar{Q}x(k) - \sum_{l=k-d_2+1}^{k-d_1} e^{-2\alpha}x^T(l)\bar{Q}x(l) \tag{4.22}$$

$$\begin{aligned}\Delta V_4(k) = {}& e^{2\alpha}x^T(k)\bar{R}x(k) - e^{2\alpha d_{u1}}x^T(k-d_{u1})\bar{R}x(k-d_{u1}) \\ &+ \sum_{l=k-d_{u2}+1}^{k-d_{u1}} e^{-2\alpha}x^T(l)\bar{R}x(l)\end{aligned} \tag{4.23}$$

$$\Delta V_5(k) = (d_{u2}-d_{u1})\, e^{-2\alpha}x^T(k)\bar{R}x(k) - \sum_{l=k-d_{u2}+1}^{k-d_{u1}} e^{-2\alpha}x^T(l)\bar{R}x(l) \tag{4.24}$$

L'expression de la dérivée de la fonctionnelle $V\ (k)$est ensuite définie par

$$\begin{aligned}\Delta V(k) &= \Delta V_1(k)+\Delta V_2(k)+\Delta V_3(k)+\Delta V_4(k)+\Delta V_5(k) \\ &= x^T(k)[-\bar{P}+e^{2\alpha}\bar{Q} + (d_2-d_1)\, e^{-2\alpha}\bar{Q} + e^{2\alpha}\bar{R} + (d_{u2}-d_{u1})\, e^{-2\alpha}\bar{R}]x(k) + \\ &\quad x^T(k+1)\bar{P}x(k+1) - e^{2\alpha d_1}x^T(k-d_1)\bar{Q}x(k-d_1) - e^{2\alpha d_{u1}}x^T(k-d_{u1})\bar{R}x(k-d_{u1})\end{aligned} \tag{4.25}$$

De plus, à partir de (4.9), nous pouvons obtenir l'équation nulle suivante :

$$-x(k+1) + \bar{A}(k)x(k) + A_{di}x\big(k-d(k)\big) + B_{di}Kx\big(k-d_u(k)\big) = 0 \tag{4.26}$$

Qui peut être réécrite comme suit :

$$\begin{aligned}&2\big[x^T(k)X + x^T\big(k-d(k)\big)X + x^T(k-d_1)X + x^T\big(k-d_u(k)\big)X + x^T(k-d_{u1})X + \\ &x^T(k+1)X\big] \times \big[-x(k+1) + \bar{A}(k)x(k) + A_{di}x\big(k-d(k)\big) + B_{di}Kx\big(k-d_u(k)\big)\big] = 0\end{aligned} \tag{4.27}$$

En ajoutant l'item zéro de (4.27) dans (4.25), on a

$$\Delta V(k, x_k) \le \varepsilon^T(k)\Gamma\varepsilon(k) \tag{4.28}$$

Où $\varepsilon(k)$ est défini comme suit :

$$\varepsilon(k) = \left[x(k)\ \ x\big(k-d(k)\big)\ \ x(k-d_1)\ \ x\big(k-d_u(k)\big)\ \ x(k-d_{u1})\ \ x(k+1)\right]^T$$

Les deux côtés de Γ sont pré- et post-multipliés par

$$\theta = diag\,\{T, T, T, T, T, T\}.$$

Ensuite, nous obtenons la matrice définie dans (4.11).

De plus, nous avons :

$$\Omega = \theta^T \Gamma \theta \tag{4.29}$$

Selon l'analyse ci-dessus, nous avons que (4.11) et le lemme du complément de Schur vu au chapitre 1, impliquent $\Omega_{ij} < 0$.

Notez que $\Omega < 0$ si et seulement si $\Gamma < 0$. Par conséquent, à partir de la condition (4.11), nous obtenons :

$$\Delta V(k, x_k) = V(x_{k+1}) - V(x_k) \leq 0 \tag{4.30}$$

Ainsi, la fonction de Lyapunov-Krasovskii satisfait

$$V(k, x_k) \leq V(0, x_0)e^{-2\alpha k}, \quad \forall k \in \mathbb{R}^+ \tag{4.31}$$

De plus, en tenant compte de la condition (4.19), nous avons :

$$\lambda\|x(k,\phi)\|^2 \leq V(k, x_k) \leq V(0, x_0)e^{-2\alpha k} \leq \Lambda \mathrm{e}^{-2\alpha k}\|\phi\|^2 \tag{4.32}$$

Alors la solution $x(t, \phi)$ du système satisfait :

$$\|x(k,\phi)\| \leq \sqrt{\frac{\Lambda}{\lambda}}e^{-\alpha k}\|\phi\|, \ \ \forall k \geq 0 \tag{4.33}$$

Cela implique que le système en boucle fermée est α-exponentiellement stable et nous pouvons choisir les paramètres du contrôleur tels que

$$K_i = Y_i T^{-1}. \tag{4.34}$$

Les conditions du théorème ont été obtenues et la démonstration est complète.

3.4.2 Contrôle de systèmes avec incertitudes et perturbations

Maintenant, nous considérons le problème de commande des systèmes flous T-S discrets à temps variable avec des incertitudes et des perturbations, donnés dans l'équation (4.1) et le système inféré décrit dans l'équation (4.2).

Le système en boucle fermée est écrit comme suit :

$$x(k+1) = \bar{A}(k)x(k) + (A_{di} + \Delta \mathrm{A_{di}})x\big(k - d(k)\big) + B_{di}Kx\big(k - d_u(k)\big) + D_i\omega(k) \tag{4.35}$$

Où

$$\bar{A}(k) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i h_j \bar{A}_{ij}, \tag{4.36}$$

Avec $\bar{A}_{ij}$ sont définis comme suit :

$$\bar{A}_{ij} = (A_i + \Delta \mathrm{A_i}) + (B_i + \Delta \mathrm{B_i})K_j$$

Afin de reconstruire les états du système pour le système (4.1) avec des incertitudes, nous formulons l'hypothèse suivante sur les matrices variables dans le temps.

Hypothèse 4.1 : Nous supposons que les incertitudes admissibles satisfont

$$\Delta A_i = \mathcal{M}_{1i}\mathcal{F}(k)\aleph_{1i}, \Delta A_{di} = \mathcal{M}_{2i}\mathcal{F}(k)\aleph_{2i}, \Delta B_i = \mathcal{M}_{3i}\mathcal{F}(k)\aleph_{3i}, \Delta B_{di} = \mathcal{M}_{4i}\mathcal{F}(k)\aleph_{4i} \tag{4.37}$$

Où $\mathcal{M}_{1i}, \aleph_{1i}, \mathcal{M}_{2i}, \aleph_{2i}, \mathcal{M}_{3i}, \aleph_{3i}\ \mathcal{M}_{4i}$ et $\aleph_{4i}$ sont des matrices constantes données avec des dimensions appropriées, et $\mathcal{F}(k)$ est une matrice inconnue représentant la perturbation du paramètre qui satisfait :

$$\mathcal{F}^T(k)\mathcal{F}(k) \leq I \tag{4.38}$$

Dans la suite, nous aborderons la commande robuste H_∞ du modèle flou T-S représentant le SCR en présence d'incertitudes du système et de perturbations externes.

Théorème 4.2 : le système (4.35) est robustement et exponentiellement stable avec un indice de performance H_∞ pour $0 < \alpha < 1$ s'il existe des matrices symétriques $R > 0, Q > 0, P > 0, T > 0\ et\ Y > 0,$ de telle sorte que la LMI suivante est vérifiée :

$$\Xi = \begin{bmatrix} \Xi_{11} & \Xi_{12} \\ \Xi_{12} & \Xi_{22} \end{bmatrix} < 0. \tag{4.39}$$

Où :

$$\Xi_{\mathrm{ij}} = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \Psi_{13} & \Psi_{14} & \Psi_{15} & \Psi_{16} & \Psi_{17} \\ * & \Psi_{22} & \Psi_{23} & \Psi_{24} & \Psi_{25} & \Psi_{26} & \Psi_{27} \\ * & * & \Psi_{33} & \Psi_{34} & \Psi_{35} & \Psi_{36} & \Psi_{37} \\ * & * & * & \Psi_{44} & \Psi_{45} & \Psi_{46} & \Psi_{47} \\ * & * & * & * & \Psi_{55} & \Psi_{56} & \Psi_{57} \\ * & * & * & * & * & \Psi_{66} & \Psi_{67} \\ * & * & * & * & * & * & \Psi_{77} \end{bmatrix}; \quad \begin{matrix} i = 1, 2. \\ j = 1, 2. \end{matrix}$$

$$\Psi_{11} = A_iT + \Delta A_iT + TA_i^T + T\Delta A_i^T + B_iY_j + \Delta \mathrm{B_i}Y_j + Y_j^TB_i^T + Y_j^T\Delta B_i^T - P + e^{2\alpha}Q + (d_2 - d_1)e^{-2\alpha}Q + e^{2\alpha}R + (d_{u2} - d_{u1})e^{-2\alpha}R + C_i^T C_i$$

$$\Psi_{12} = A_{di}T + \Delta \mathrm{A_{di}}T + TA_i^T + T\Delta A_i^T + Y_j^TB_i^T + Y_j^T\Delta B_i^T$$

$$\Psi_{13} = TA_i^T + T\Delta A_i^T + Y_j^TB_i^T + Y_j^T\Delta B_i^T$$

$$\Psi_{14} = B_{di}Y_j + \Delta \mathrm{B_{di}}Y_j + TA_i^T + T\Delta A_i^T + Y_j^TB_i^T + Y_j^T\Delta B_i^T$$

$$\Psi_{15} = TA_i^T + T\Delta A_i^T + Y_j^TB_i^T + Y_j^T\Delta B_i^T$$

$$\Psi_{16} = -T + TA_i^T + T\Delta A_i^T + Y_j^TB_i^T + Y_j^T\Delta B_i^T$$

$$\Psi_{17} = D_iT + TA_i^T + T\Delta A_i^T + Y_j^TB_i^T + Y_j^T\Delta B_i^T$$

$$\Psi_{22} = A_{di}T + \Delta \mathrm{A_{di}}T + TA_{di}^T + T\Delta \mathrm{A_{di}^T}$$

$$\Psi_{23} = TA_{di}^T + T\Delta \mathrm{A}_{di}^T$$

$$\Psi_{24} = B_{di}Y_j + \Delta \mathrm{B_{di}}Y_j + TA_{di}^T + T\Delta \mathrm{A_{di}^T}$$

$$\Psi_{25} = TA_{di}^T + T\Delta \mathrm{A}_{di}^T$$

$$\Psi_{26} = -T + TA_{di}^T + T\Delta \mathrm{A}_{di}^T$$

$$\Psi_{27} = D_iT + TA_{di}^T + T\Delta \mathrm{A}_{di}^T$$

$$\Psi_{33} = -e^{2\alpha d_1}Q$$

$$\Psi_{34} = B_{di}Y_j + \Delta \mathrm{B_{di}}Y_j$$

$$\Psi_{35} = 0$$

$$\Psi_{36} = -T$$

$$\Psi_{37} = D_iT$$

$$\Psi_{44} = B_{di}Y_j + \Delta \mathrm{B_{di}}Y_j + Y_j^TB_{di}^T + Y_j^T\Delta \mathrm{B_{di}^T}$$

$$\Psi_{45} = Y_j^TB_{di}^T + Y_j^T\Delta \mathrm{B_{di}^T}$$

$$\Psi_{46} = -T + Y_j^TB_{di}^T + Y_j^T\Delta \mathrm{B_{di}^T}$$

$$\Psi_{47} = D_iT + Y_j^TB_{di}^T + Y_j^T\Delta \mathrm{B_{di}^T}$$

$$\Psi_{55} = -e^{2\alpha d_{u1}}R$$

$$\Psi_{56} = -T$$

$$\Psi_{57} = D_iT$$

$$\Psi_{66} = P - 2T$$

$$\Psi_{67} = -T + D_iT$$

$$\Psi_{77} = \begin{bmatrix} D_iT + TD_i^T & T \\ T^T & \gamma^{-2}I \end{bmatrix}$$

Démonstration 4.2 : Les mêmes étapes initiales pour le *Théorème 4.1* sont suivies pour prouver le *Théorème 4.2*. De plus, nous pouvons obtenir l'équation nulle suivante à partir de (4.35) :

$$-x(k+1) + \bar{A}(k)x(k) + (A_{di} + \Delta \mathrm{A_{di}})x\big(k - d(k)\big) + B_{di}Kx\big(k - d_u(k)\big) + D_i\omega(k) = 0 \tag{4.40}$$

Ainsi, nous pouvons écrire :

$$2\big[x^T(k)X + x^T\big(k - d(k)\big)X + x^T(k - d_1)X + x^T\big(k - d_u(k)\big)X + x^T(k - d_{u1})X + x^T(k+1)X + \omega^T(k)X\big] \times \big[-x(k+1) + \bar{A}(k)x(k) + (A_{di} + \Delta \mathrm{A_{di}})x\big(k - d(k)\big) + (B_{di} + \Delta \mathrm{B_{di}})Kx\big(k - d_u(k)\big) + D_i\omega(k)\big] = 0 \tag{4.41}$$

Afin d'atténuer la perturbation externe, nous introduisons l'indice de performance $H\infty$ avec $\gamma > 0$ comme un niveau d'atténuation prescrit :

$$J = \sum_{k=0}^{\mathrm{n}} z^T(k)z(k) - \gamma^2\omega^T(k)\omega(k) \tag{4.42}$$

En notant la condition zéro-initiale, pour tout $\omega(\mathrm{k}) \epsilon\, \mathrm{l}_2[0, \infty[$ non nul, cela implique que :

$$J \leq \sum_{k=0}^{\mathrm{n}} [z^T(k)z(k) - \gamma^2\omega^T(k)\omega(k) + \Delta V(k)] \tag{4.43}$$

En remplaçant $z(k)$ et $\Delta V(k)$ par leur expression dans l'équation (4.43), on obtient :

$$\begin{aligned} J \leq \sum_{k=0}^{\mathrm{n}} & x^T(k)C^T(k)C(k)x(k) - \gamma^2\omega^T(k)\omega(k) \\ & + x^T(k)[-\bar{P} + e^{2\alpha}\bar{Q} + (d_2 - d_1)\, e^{-2\alpha}\bar{Q} + e^{2\alpha}\bar{R} \\ & + (d_{u2} - d_{u1})\, e^{-2\alpha}\bar{R}]x(k) + x^T(k+1)\bar{P}x(k+1) \\ & - e^{2\alpha d_1}x^T(k - d_1)\bar{Q}x(k - d_1) \\ & - e^{2\alpha d_{u1}}x^T(k - d_{u1})\bar{R}x(k - d_{u1}) \end{aligned} \tag{4.44}$$

En substituant (4.41) dans (4.44), nous obtenons :

$$J \leq \zeta^T(k)\Upsilon\zeta(k) \tag{4.45}$$

Où :

$$\zeta(k) = \big[x(k)\;\; x\big(t - d(k)\big)\;\; x(k - d_1)\;\; x\big(k - d_u(k)\big)\;\; x(k - d_{u1})\;\; x(k+1)\;\; \omega(t)\big]^T$$

Les deux côtés de Υ sont pré-et post-multipliés par

$$\theta = diag\,\{T, T, T, T, T, T, T\},$$

Ensuite, nous obtenons la matrice Ξ définie dans (4.39), de telle sorte que

$$\Xi = \theta^T \Upsilon \theta \tag{4.46}$$

Selon l'analyse ci-dessus, nous avons que (4.39) et le lemme du complément de Schur impliquent $\Xi_{ij} < 0$.

Notez que $\Xi < 0$ si et seulement si $\Upsilon < 0$ 0 pour tout $\zeta(k)$ non nul. Par conséquent, à partir de la condition (4.39), nous obtenons :

$$\Delta V(k, x_k) = V(x_{k+1}) - V(x_k) \leq 0 \tag{4.47}$$

Cela implique :

$$V(k, x_k) \leq V(0, x_0)e^{-2\alpha k}, \quad \forall k \in \mathbb{R}^+ \tag{4.48}$$

De plus, en tenant compte de la condition (4.19), nous avons :

$$\lambda \|x(k, \phi)\|^2 \leq V(k, x_k) \leq V(0, x_0)e^{-2\alpha k} \leq \Lambda \mathrm{e}^{-2\alpha k}\|\phi\|^2 \tag{4.49}$$

Alors la solution $x(t, \phi)$ du système satisfait :

$$\|x(k, \phi)\| \leq \sqrt{\frac{\Lambda}{\lambda}} e^{-\alpha k}\|\phi\|, \ \ \forall k \geq 0. \tag{4.50}$$

Ainsi, le système en boucle fermée est α-robustement exponentiellement stable. Comme dans le cas précédent, les paramètres du régulateur sont choisis comme suit : $K_i = Y_i T^{-1}$. Cela conclut la démonstration.

Remarque 4.1. Étant donné le système flou discret T-S (4.1) dans la Section 2 et l'hypothèse 4.1 concernant les incertitudes admissibles, le γ minimum est obtenu en résolvant l'inégalité dans (4.39). Par conséquent, nous pouvons obtenir le régulateur robuste H∞ nécessaire pour le système flou discret T-S dans le *Théorème 4.2*.

3.5 Simulation numérique

Dans cette section, nous présentons les résultats obtenus avec deux exemples. Pour cela, nous utilisons l'analyse précédente afin d'illustrer l'efficacité de l'approche proposée.

Exemple 4.1:

Soit le modèle dynamique du pendule inversé non linéaire fourni dans [71] et [72], et défini comme suit :

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{\left(gsin(x_1(t)) - \frac{amlx_2^2(t)\sin(2x_1(t))}{2} - a\cos(x_1(t))u(t)\right)}{\left(\frac{4l}{3} - amlcos^2(x_1(t))\right)}$$

$$y(t) = x_1(t)$$

Où

$x(t) = [x_1(t)\ x_2(t)]^T$ est le vecteur d'état.

Les constantes sont : $g = 9{,}8\ m/s^2$, $a = 1/(m + M)$, $m = 2\ kg, M = 8\ kg, 2l = 1\ m$. Soit x_1 la variable prémisse des règles floues, alors le modèle flou T-S discret du pendule inversé non linéaire avec des retards variables dans le temps, peut être construit comme suit :

Règle 1 : Si $x_1(k)\ est\ \mathrm{F}_1(x_1(k))$, alors

$$x(k+1) = (A_1 + \Delta\mathrm{A}_1)x(k) + (A_{d1} + \Delta\mathrm{A}_{d1})x\big(k - d(k)\big) + (B_1 + \Delta B_1)u(k) + (B_{d1} + \Delta B_{d1})u\big(k - d_u(k)\big) + D_1\omega(k)$$

z(k) = $C_1 x(k)$;

Règle 2 : Si $x_1(k)\ est\ \mathrm{F}_2(x_1(k))$, alors

$$x(k+1) = (A_2 + \Delta\mathrm{A}_2)x(k) + (A_{d2} + \Delta\mathrm{A}_{d2})x\big(k - d(k)\big) + (B_2 + \Delta B_2)u(k) + (B_{d2} + \Delta B_{d2})u\big(k - d_u(k)\big) + D_2\omega(k)$$

z(k) = $C_2 x(k)$;

Où x_1 est l'angle (en radians) du pendule avec la verticale, et x_2 la vitesse angulaire. Les ensembles flous sont donnés par :

$$\mathrm{F}_1(k) = \left(1 - \frac{1}{1 + \exp\{-7(x_1 - \frac{\pi}{4})\}}\right) \times \frac{1}{1 + \exp\{-7(x_1 + \frac{\pi}{4})\}}$$

$$\mathrm{F}_2(k) = 1 - h_1(k).$$

et les matrices du système sont :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & T \\ \frac{Tg}{\frac{4l}{3} - aml} & 1 \end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix} 1 & T \\ \frac{2Tg}{\pi\left(\frac{4l}{3} - aml\beta^2\right)} & 1 \end{bmatrix},\ B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-Ta}{\frac{4l}{3} - aml} \end{bmatrix},\ B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-Ta\beta}{\frac{4l}{3} - aml\beta^2} \end{bmatrix},$$

$$C_1 = C_2 = [1\ 0],\ D_1 = D_2 = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix},\ A_{d1} = \begin{bmatrix} -0.0125 & -0.005 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$A_{d2} = \begin{bmatrix} -0.0125 & -0.23 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B_{d1} = \begin{bmatrix} -0.0125 \\ 0 \end{bmatrix}$, $B_{d2} = \begin{bmatrix} -0.23 \\ 0 \end{bmatrix}$, avec $\beta = \cos(80°)$ et la période d'échantillonnage $T = 0.001s$.

Supposons que les incertitudes satisfont $\Delta A_1 = \Delta A_2 = \begin{bmatrix} -0.1125 \\ 0 \end{bmatrix} \mathcal{F}(\mathrm{k})[1\ 0]$,

$\Delta B_1 = \Delta B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\Delta A_{d1} = \Delta A_{d2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\Delta B_{d1} = \Delta B_{d2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, avec $\mathcal{F}(\mathrm{k}) = \sin(k)$.

Et que le retard variable dans le temps non différentiable dans l'état et la commande satisfait :

$$d(k) = \begin{cases} 3\sin(0.5k - 50) + \cos(2k) & if \quad k \in \mathfrak{T} = \mathrm{U}_{\mathrm{k}\geq 0}[2k\pi, (2k+1)\pi] \\ 0 & if \quad k \in R^+ \backslash \mathfrak{T} \end{cases}$$

$$d_u(k) = \begin{cases} 0.1 + 0.1cos^2(k) & if \quad k \in \mathfrak{T} = \mathrm{U}_{\mathrm{k}\geq 0}[2k\pi, (2k+1)\pi] \\ 0 & if \quad k \in R^+ \backslash \mathfrak{T} \end{cases}$$

Ainsi, nous avons $0.1 \leq d(k) \leq 0.35\ et\ 0.2 \leq d_u(k) \leq 0.4$. De plus, la perturbation externe $\omega(k)$ est choisie comme un bruit blanc gaussien (WGN) avec une puissance de 0.001. Enfin, nous choisissons la valeur initiale $\varphi(k) = (\pi/6 \quad -\pi/6)^T$ pour $k \in [\{\bar{\mathrm{d}}_2, \bar{\mathrm{d}}_{\mathrm{u}2}\}, 0]$.

Le théorème 4.1 est d'abord appliqué en considérant le système sans incertitudes ni perturbations. Les résultats obtenus en résolvant le LMI pour $\alpha = 0,02, \alpha = 0,05, \alpha = 0,1\ et\ \alpha = 0,9$ sont donnés dans le **tableau 4.1** et représentés dans la **figure 4.1** à **figure 4.4** respectivement.

Taux de décroissance α	**Les paramètres du contrôleur**
0.02	$\mathrm{K}_1 = [0.5260\ \ 46.3120]$ $\quad \mathrm{K}_2 = [0.2869\ \ 25.5850]$
0.05	$\mathrm{K}_1 = [0.5181\ \ 44.6353]$ $\quad \mathrm{K}_2 = [0.2812\ \ 24.5046]$
0.1	$\mathrm{K}_1 = [0.5070\ \ 41.9682]$ $\quad \mathrm{K}_2 = [0.2715\ \ 22.6473]$
0.9	$\mathrm{K}_1 = [0.5865\ \ 44.2095]$ $\quad \mathrm{K}_2 = [0.8596\ \ 49.8351]$

Tableau.4. 1. Gains du contrôleur pour différentes valeurs de α.

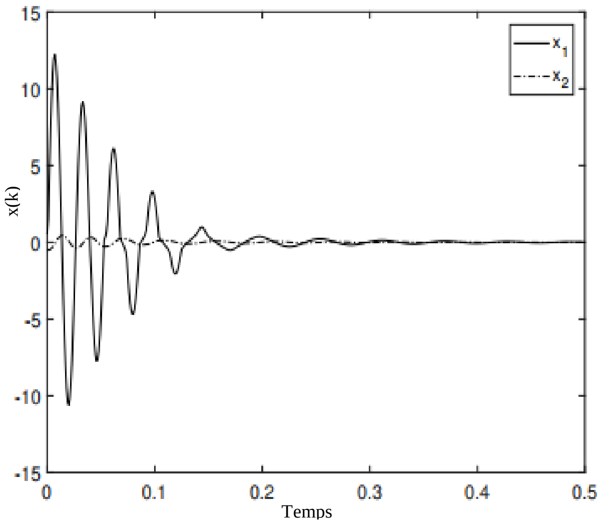


Figure.4. 1. Les résultats de simulation de l'exemple 1 pour α=0.02 avec $\varphi(t) = (\pi/6 \ \ -\pi/6)^T$

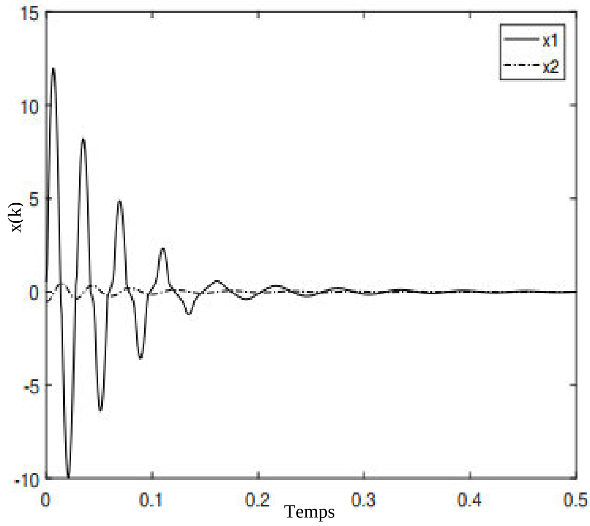


Figure.4. 2. Les résultats de simulation de l'exemple 1 pour α=0.05 avec $\varphi(t) = (\pi/6 \ \ -\pi/6)^T$

.

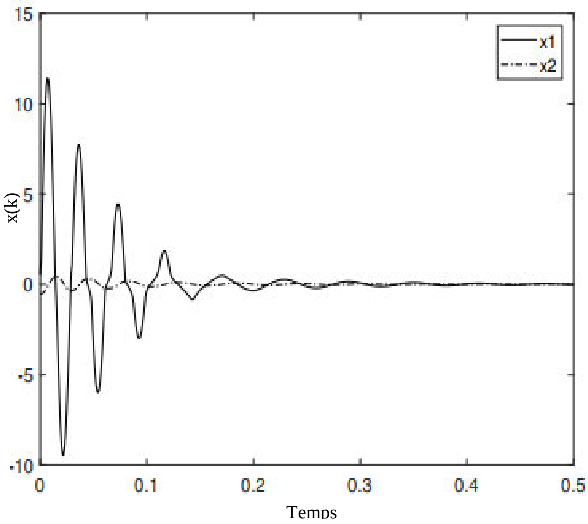


Figure.4. 3. Les résultats de simulation de l'exemple 1 pour α=0.1 avec $\varphi(t) = (\pi/6 \ \ -\pi/6)^T$

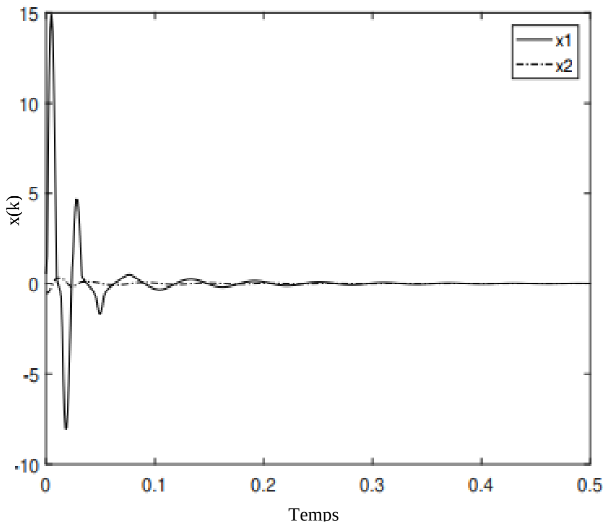


Figure.4. 4. Les résultats de simulation de l'exemple 1 pour α=0.9 avec $\varphi(t) = (\pi/6 \ \ -\pi/6)^T$

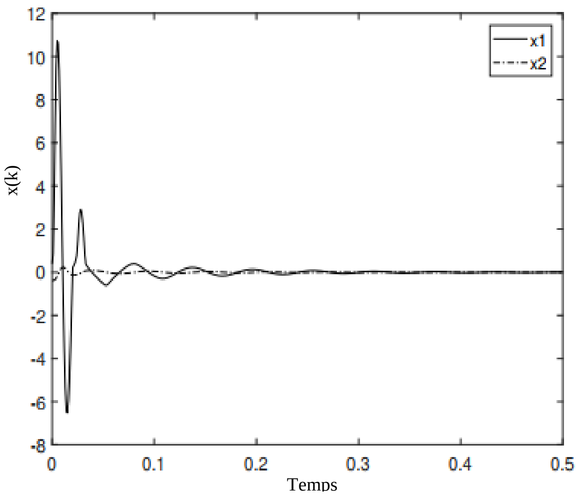


Figure.4. 5. Les résultats de simulation de l'exemple 1 pour α=0.9 avec $\varphi(t) = (\pi/8 \ \ -\pi/8)^T$

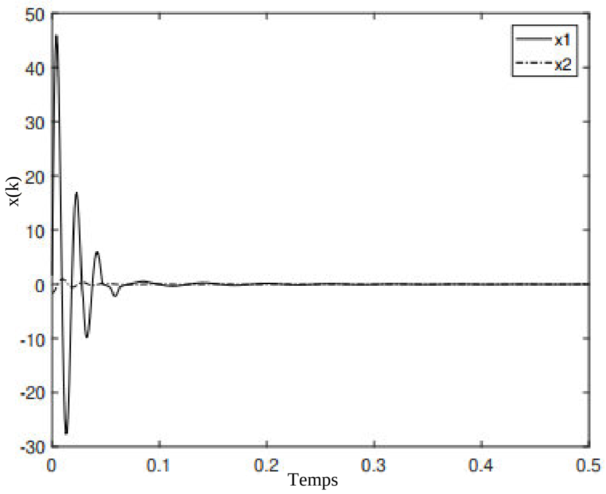


Figure.4. 6. Les résultats de simulation de l'exemple 1 pour α=0.9 avec $\varphi(t) = (\pi/2 \ \ -\pi/2)^T$

Notez que le temps de réponse est meilleur lorsque $\alpha = 0{,}9$ que lorsque $\alpha = 0{,}02$ avec des oscillations plus faibles. De plus, l'état du système est stable pour des différentes conditions initiales, comme le montrent les **figures 4.5 et 4.6**. Ainsi, le système est 0.9 – exponentiellement stable avec $\sqrt{\frac{\Lambda}{\lambda}} = 0.6776i$. Par conséquent, la solution du système en boucle fermée satisfait la condition suivante :

$$\|x(k,\phi)\| \leq 0.6776i\ e^{-0.9k}\|\phi\|, \qquad \forall k \geq 0.$$

Maintenant, nous fixons $\alpha = 0.9$ et introduisons des perturbations et des incertitudes dans le modèle. L'effet de ces dernières sur la réponse du système après l'application du *Théorème 4.1* est représenté dans la f**igure 4.7**. Dans la deuxième étape, nous appliquons le *Théorème 4.2* et en résolvant la LMI, nous obtenons les nouveaux gains du régulateur :

$$\mathrm{K}_1 = [0.0774 \quad 4.4873\ ],\ \mathrm{K}_2 = [0.0824 \quad 7.1187\ ].$$

La réponse du système avec ces valeurs de gains du contrôleur est représentée dans la **figure 4.8.** Il est clairement visible que les perturbations et les incertitudes sont beaucoup plus faibles que dans le premier cas.
Le système est exponentiellement stable et robuste pour $\alpha = 0.9$ avec l'indice de performance $H\infty$ minimum obtenu ~~est~~ $\gamma_{\min} = 22.8624$, ainsi la valeur $\sqrt{\frac{\Lambda}{\lambda}} = 0.9035$. Par conséquent, la solution du système en boucle fermée satisfait la condition suivante :

$$\|x(k,\phi)\| \leq 0.9035e^{-0.9k}\|\phi\|, \qquad \forall k \geq 0.$$

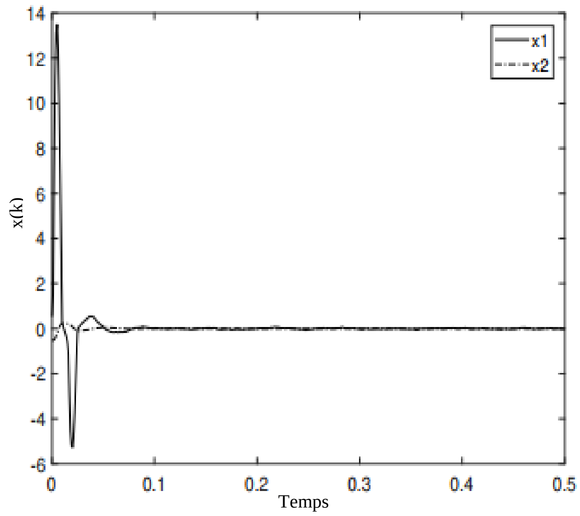


Figure.4. 7. Les résultats de simulation de l'exemple 1 pour α=0.9 en utilisant *Théorème 4.1.*

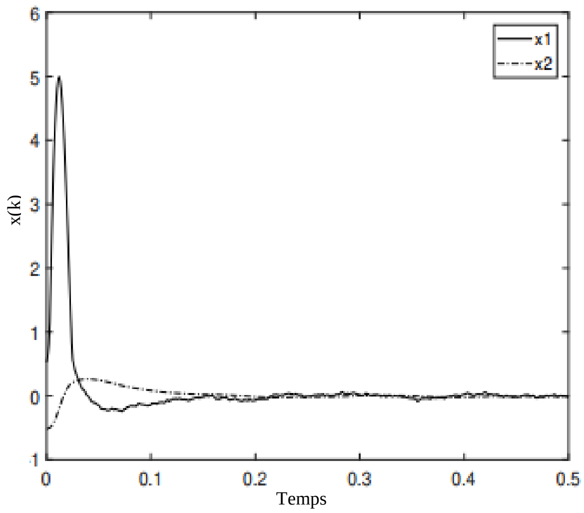


Figure.4. 8. Les résultats de simulation de l'exemple 1 pour α=0.9 en utilisant *Théorème 4.2.*

Exemple 4.2:

Considérons le système chaotique de Chua donné par les équations différentielles suivantes :

$$\dot{x}_1(t) = \sigma_1\left(-x_1(t) + x_2(t) - g\big(x_1(t)\big)\right)$$

$$\dot{x}_2(t) = x_1(t) - x_2(t) + x_3(t)$$

$$\dot{x}_3(t) = -\sigma_2 x_2(t)$$

$$y(t) = x_1(t)$$

Où $x(t) = [x_1(t)\ \ x_2(t)\ x_3(t)]^T$ est le vecteur d'état, et

$g\big(x_1(t)\big) = g_b x_1(t) + 0.5(g_a - g_b)(|x_1(t) + 1| - |x_1(t) - 1|)$ est une fonction non linéaire. Les constantes $\sigma_1 = 10, \sigma_2 = 10.87,\ g_a = -1.27\ et\ g_b = 0.68$.

Soit la variable x_1 la variable de prémisse des règles floues, nous construisons le modèle flou discret T-S du circuit de Chua avec des retards variables dans l'état et la commande, des incertitudes et des perturbations externes, comme suit :

Règle 1 : Si $\mathrm{x_1(k)}$ est $\mathrm{F_1(x_1(k))}$, alors

$$\begin{aligned}\mathrm{x(k+1)} &= (\mathrm{A_1} + \Delta\mathrm{A_1})\mathrm{x(k)} + (\mathrm{A_{d1}} + \Delta\mathrm{A_{d1}})\mathrm{x}\big(\mathrm{k} - \mathrm{d(k)}\big) + (\mathrm{B_1} + \Delta\mathrm{B_1})\mathrm{u(k)} \\ &\quad + (\mathrm{B_{d1}} + \Delta\mathrm{B_{d1}})\mathrm{u}\big(\mathrm{k} - \mathrm{d_u(k)}\big) + \mathrm{D_1}\omega(\mathrm{k})\end{aligned}$$

$$\mathrm{z(k)} = \mathrm{C_1 x(k)},$$

Règle 2 : Si $\mathrm{x_1(k)}$ est $\mathrm{F_2(x_1(k))}$, alors

$$\begin{aligned}\mathrm{x(k+1)} &= (\mathrm{A_2} + \Delta\mathrm{A_2})\mathrm{x(k)} + (\mathrm{A_{d2}} + \Delta\mathrm{A_{d2}})\mathrm{x}\big(\mathrm{k} - \mathrm{d(k)}\big) + (\mathrm{B_2} + \Delta\mathrm{B_2})\mathrm{u(k)} \\ &\quad + (\mathrm{B_{d2}} + \Delta\mathrm{B_{d2}})\mathrm{u}\big(\mathrm{k} - \mathrm{d_u(k)}\big) + \mathrm{D_2}\omega(\mathrm{k})\end{aligned}$$

$$\mathrm{z(k)} = \mathrm{C_2 x(k)};$$

Où $x(k) = [x_1(k)\ \ x_2(k)\ \ x_3(k)]^T$, les ensembles flous sont donnés par :

$$\mathrm{F_1}\big(x_1(k)\big) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{g_b x_1(k) + 0.5(g_a - g_b)(|x_1(k) + 1)| - |x_1(k) - 1)|)}{d x_1(k)}\right)$$

$$\mathrm{F_2}(x_1(k)) = 1 - \mathrm{F_1}\big(x_1(k)\big).$$

Avec $d = 3$, et les matrices du système sont :

$A_1 = \begin{bmatrix} 1+(T(d-1)\sigma_1) & T\sigma_1 & 0 \\ T & 1-T & T \\ 0 & -T\sigma_2 & 1 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} 1-(T(d+1)\sigma_1) & T\sigma_1 & 0 \\ T & 1-T & T \\ 0 & -T\sigma_2 & 1 \end{bmatrix}$,

$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C_1 = C_2 = [1\ 0\ 0]$, $D_1 = D_2 = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}$,

$A_{d1} = \begin{bmatrix} 0.001 & 0.001 & 0.001 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $A_{d2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B_{d1} = B_{d2} = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, avec la période d'échantillonnage $T = 0.01s$.

Supposons que les incertitudes satisfont $\Delta A_1 = \Delta A_2 = \begin{bmatrix} -0.0255 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \mathcal{F}\ (\mathrm{k})[1\ 0\ 0]$,

$\Delta B_1 = \Delta B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\Delta A_{d1} = \Delta A_{d2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0. \end{bmatrix}$, $\Delta B_{d1} = \Delta B_{d2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ avec $\mathcal{F}(\mathrm{k}) = \sin(k)$,

la perturbation externe $\omega(k) = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

De plus, les retards variables dans le temps non différenciables d'intervalle dans l'état et le contrôle sont :

$$d(k) = \begin{cases} 3\sin(0.5k - 50) + \cos(2k) & if \quad k \in \mathfrak{T} = \mathrm{U}_{k\geq 0}[2k\pi, (2k+1)\pi] \\ 0 & if \qquad k \in R^+ \backslash \mathfrak{T} \end{cases}$$

$$d_u(k) = \begin{cases} 0.1 + 0.1cos^2 k & if \quad k \in \mathfrak{T} = \mathrm{U}_{k\geq 0}[2k\pi, (2k+1)\pi] \\ 0 & if \qquad k \in R^+ \backslash \mathfrak{T} \end{cases}$$

Ainsi, nous avons $0.1 \leq d(k) \leq 0.35\ et\ 0.2 \leq d_u(k) \leq 0.4$. Enfin, nous choisissons la valeur initiale $\varphi(k) = (0.7\ \ 0\ \ 0)^T$ pour $k \in \left[\{\bar{\mathrm{d}}_2, \bar{\mathrm{d}}_{\mathrm{u}2}\}, 0\right]$.

Le *théorème 4.1* est d'abord appliqué en considérant le système sans incertitudes ni perturbations. Les gains du contrôleur sont obtenus en résolvant le LMI pour α=0,9, qui sont :

$$\mathrm{K}_1 = [2.0487\ \ 0.1384\ \ 0.1194], \mathrm{K}_2 = [0.4849\ \ 0.1283\ \ 0.0777].$$

Et l’appliquer sur le système pour 25 < k < 80.

La Figure 4.9 représente la réponse temporelle de l'état du circuit de Chua en boucle ouverte tandis que **la Figure 4.10** représente la réponse temporelle de l'état du circuit de Chua contrôlé pour $25 \leq k \leq 80$. Les deux cas sont simulés pour la condition initiale $\varphi(k) = (0.7\ \ 0\ \ 0)^T$.

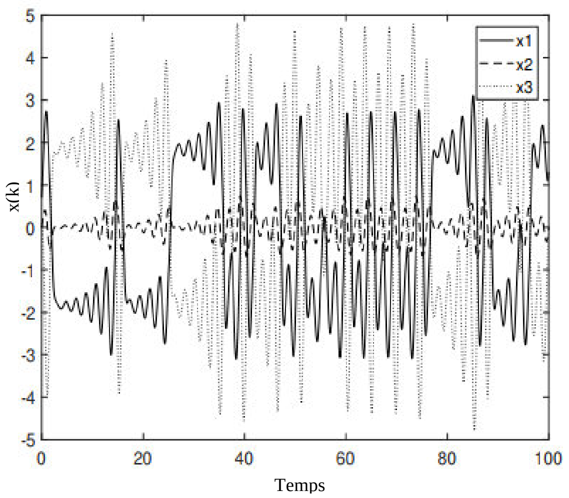


Figure.4. 9. Réponses d'état du circuit de Chua non contrôlé.

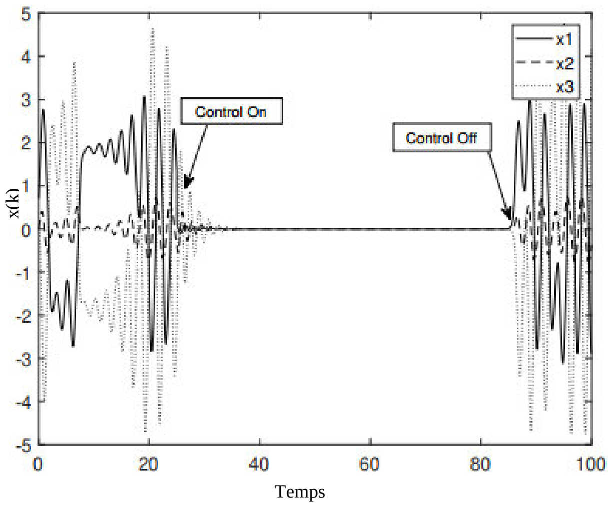


Figure.4. 10. Réponses d'état du circuit de Chua contrôlé pour $\alpha = 0.9$.

Ainsi, le système est $0.9 -$ exponentiellement stable et $\sqrt{\frac{\Lambda}{\lambda}} = 0.2248$. Par conséquent, la solution du système en boucle fermée satisfait la condition suivante :

$$\|x(k,\phi)\| \leq 0.2248\, e^{-0.9k}\|\phi\|, \qquad \forall k \geq 0.$$

Les perturbations et les incertitudes sont ensuite introduites dans le modèle et le contrôleur est appliqué au système pour $25 < k < 80$. La réponse du système en appliquant le *théorème 4.1* est représentée dans **la figure 4.11**, alors qu'en appliquant le *théorème 4.2* et en résolvant LMI pour $\alpha = 0.9$, nous obtenons les nouveaux gains du contrôleur :

$$K_1 = [2.8554 \;\; 0.1072 \; 0.2635], \qquad K_2 = [2.5792 \;\; 0.1072 \;\; 0.2649].$$

Les résultats de simulation pour ce cas sont représentés sur la **figure 4.12**. Les résultats montrent que les perturbations et les incertitudes ont été réduites.

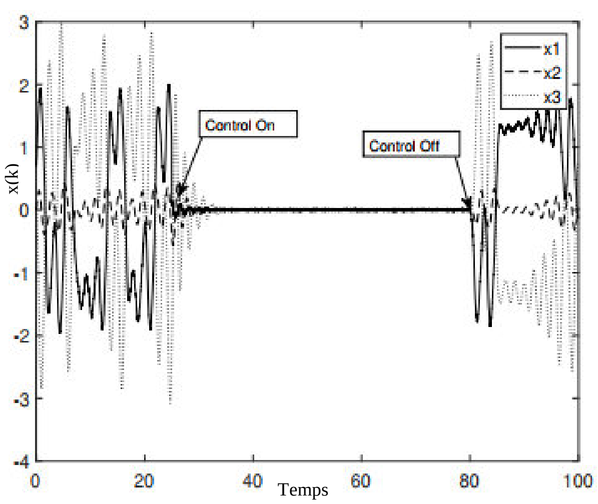


Figure.4. 11. Les résultats de simulation de l'exemple 2 pour α = 0.9 en utilisant le *théorème 1*.

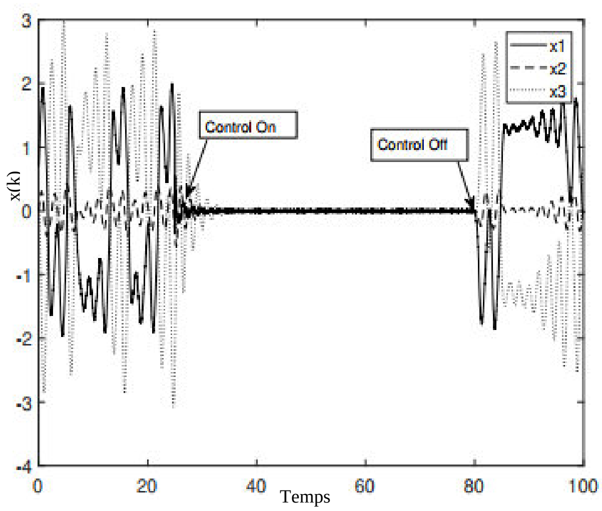


Figure.4. 12. Les résultats de simulation de l'exemple 2 pour α = 0.9 en utilisant le *théorème 2*.

L'approche proposée a également été testée en appliquant le *théorème 4.2* avec deux conditions initiales différentes, c'est-à-dire $\varphi(k) = (0.5\ \ 0.2\ \ 0.3)^T$ et $\varphi(k) = (1.5\ \ 0.1\ \ 1)^T$. Les **figures 4.13 et 4.14** montrent respectivement les résultats du contrôle en utilisant ces deux conditions initiales.

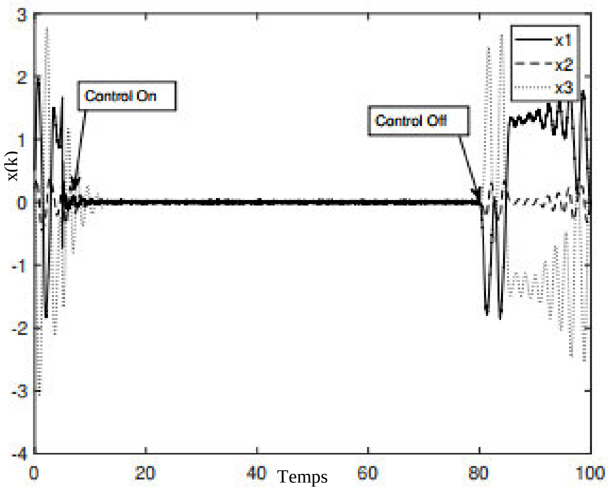


Figure.4. 13. Les résultats de simulation de l'exemple 2 pour α = 0.9 avec $(k) = (0.5\ \ 0.2\ \ 0.3)^T$.

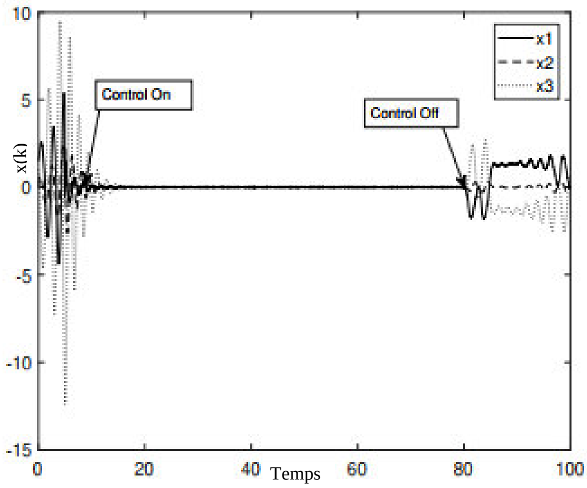


Figure.4. 14. Les résultats de simulation de l'exemple 2 pour α = 0.9 avec $(k) = (1.5\ \ 0.1\ \ 1)^T$.

Le système est exponentiellement stable et robuste pour $\alpha = 0.9$ avec l'indice de performance $H\infty$ minimum obtenu est $\gamma_{min} = 0.9560$ et $\sqrt{\frac{\Lambda}{\lambda}} = 28.8530$, donc la solution du système en boucle fermée satisfait :

$$\|x(k,\phi)\| \leq 28.8530\ \ e^{-0.9k}\|\phi\|, \qquad \forall k \geq 0.$$

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé le problème de contrôle des systèmes contrôlé en réseau représentés par des systèmes flous T-S incertains. Dans ce contexte, nous avons décrit une approche basée sur la stabilisation exponentielle pour traiter une classe de systèmes non linéaires avec des perturbations externes et des retards variables dans le temps dans les problèmes d'état et de contrôle. Les retards discrets variables dans le temps appartiennent à un intervalle donné, ce qui signifie que les bornes inférieure et supérieure des retards variables dans le temps sont disponibles. De plus, la stabilité du système en boucle fermée a été garantie avec une performance $H\infty$ grâce à une approche fonctionnelle de Lyapunov-

Krasovskii dépendante du retard, et des conditions suffisantes pour la stabilisation exponentielle des systèmes ont été établies en termes de LMI (Inégalités Matricielles Linéaires). Les résultats obtenus en appliquant l'approche décrite à différents exemples ont démontré l'efficacité de l'approche concernant les effets des incertitudes et des perturbations sur la réponse du système. À partir des résultats de simulation, la méthode proposée s'est révélée efficace, mais en même temps, la complexité computationnelle augmentera en conséquence. Comment réduire la complexité computationnelle sera discuté dans les travaux futurs.

Conclusion générale

Dans cette thèse, nous avons présenté les principaux résultats des travaux de recherche menés sur le problème des systèmes contrôlés en réseau, en particulier, ce qui concerne la stabilisation exponentielle pour une classe de systèmes flous incertains de Takagi–Sugeno (T–S) avec perturbation externe et problème de retard variant dans le temps. L'analyse des retards temporels est un aspect crucial pour la stabilité des systèmes contrôlés en réseau. À cette fin, la stabilisation exponentielle avec une commande de rétroaction de sortie dynamique a été proposée pour une classe de systèmes de contrôle en réseau représentés par des modèles flous T-S avec retard variable dans le temps et perturbation externe. Le contrôleur flou T-S de rétroaction de sortie dynamique a été conçu et un contrôleur robuste $H\infty$ a été établi par une approche fonctionnelle Lyapunov-Krasovskii dépendante du retard. Des conditions suffisantes pour la stabilisation exponentielle ont été établies en termes de LMI. Les LMI obtenues ont été résolues et les matrices de gain du contrôleur ont été déterminées. L'efficacité et la faisabilité du contrôleur proposé ont été illustrées par des exemples de simulation. De plus, le contrôleur conçu a stabilisé les exemples discutés avec une plus grande limite des retards induits par le réseau.

D'autre part, nous avons exploré les bénéfices des systèmes à temps discret pour la communication dans les systèmes contrôlés en réseau. Une méthodologie de contrôle robuste $H\infty$ a été développée pour surmonter les défis de communication, en traitant les retards variables, les incertitudes et les perturbations externes. Là aussi les résultats obtenus illustrent l'efficacité des approches proposées.

Le problème du contrôle des systèmes contrôlé en réseau représentés par des systèmes flous T-S incertains a été également traité. Dans ce contexte, nous avons proposé une approche basée sur la stabilisation exponentielle pour traiter une classe de systèmes non linéaires avec des perturbations externes et des retards variables dans le temps dans les problèmes d'état et de contrôle. La stabilité du système en boucle fermée a été garantie avec une performance $H\infty$ grâce à une approche fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii dépendante du retard, et des conditions suffisantes pour la stabilisation exponentielle des systèmes en termes de LMI. L’approche proposée s'est révélée efficace, mais au prix d’une complexité de calcul plus importante.

Les résultats obtenus dans ce travail ouvrent de nombreuses perspectives pour des travaux futurs, comme :

- Prendre en compte le délai de communication des signaux et les pertes de paquets en utilisant le modèle flou de type-2 T-S intervalle.
- Mettre en place des expérimentations réelles pour évaluer les performances des systèmes de contrôle en réseau dans des environnements réels, afin de valider les modèles théoriques et les méthodes proposées.
- Étudier comment les techniques d'intelligence artificielle, telles que l'apprentissage automatique ou l'apprentissage en profondeur, peuvent être intégrées aux systèmes de contrôle en réseau pour améliorer la prise de décision et la réactivité. Ceci pourrait faire l'objet d'enquêtes futures.

Bibliographie

[1] B. Rahmani and A. H. D. Markazi, “Variable Selective Control Method for Networked Control Systems,” *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 21, no. 3, pp. 975–982, May 2013, doi: 10.1109/TCST.2012.2194739.

[2] A. Mechraoui, “Co-conception d’un système commandé en réseau sans fil à l’aide de réseaux bayésiens distribués,” Institut polytechnique de Grenoble, Univesité de Grenoble, France, 2010.

[3] A. Kruszewski, W. J. Jiang, E. Fridman, J. P. Richard, and A. Toguyeni, “A switched system approach to exponential stabilization through communication network,” *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 20, no. 4, pp. 887–900, Jul. 2012, doi: 10.1109/TCST.2011.2159793.

[4] C. Hua and S. X. Ding, “Decentralized networked control system design using T-S fuzzy approach,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 20, no. 1, pp. 9–21, Feb. 2012, doi: 10.1109/TFUZZ.2011.2162735.

[5] C. Peng and H. Sun, “Switching-Like Event-Triggered Control for Networked Control Systems Under Malicious Denial of Service Attacks,” *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 65, no. 9, pp. 3943–3949, Sep. 2020, doi: 10.1109/TAC.2020.2989773.

[6] D. Sauter, M. A. Sid, S. Aberkane, and D. Maquin, “Co-design of safe networked control systems,” *Annu. Rev. Control*, vol. 37, no. 2, pp. 321–332, 2013, doi: 10.1016/j.arcontrol.2013.09.010.

[7] D. Yang and H. Zhang, “Networked Control for T-S Fuzzy Systems with Time Delay,” in *Networked Control Systems*, London: Springer London, 2008, pp. 197–232. doi: 10.1007/978-1-84800-215-9_7.

[8] R. Zurawski, *Industrial communication technology handbook*. CRC Press, 2017. Accessed: Jun. 24, 2023. [Online]. Available: https://www.routledge.com/Industrial-Communication-Technology-Handbook/Zurawski/p/book/9781138071810

[9] G. Pujolle, *Les réseaux - L’ére des réseaux cloud et de la 5G*, 9eme éditi. 2018. Accessed: Jun. 24, 2023. [Online]. Available: https://www.eyrolles.com/Informatique/Livre/les-reseaux-9782212675351/

[10] H. R. Dominique Paret, *Réseaux de communication pour systèmes embarqués - CAN, CAN FD, LIN, FlexRay, Ethernet - Livre Électronique de Dominique Paret - Dunod*, 2ème éditi. 2018. Accessed: Jun. 24, 2023. [Online]. Available: https://www.dunod.com/sciences-techniques/reseaux-communication-pour-systemes-embarques-can-can-fd-lin-flexray-ethernet-0

[11] K. Fawaz, “Contribution à la Télésurveillance des Systèmes Contrôlés en Réseau : Application à la Robotique,” Université des Sciences et Technologies de Lille, France, 2009.

[12] X. Luan, P. Shi, and F. Liu, “Stabilization of Networked Control Systems With Random Delays,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 58, no. 9, pp. 4323–4330, Sep. 2011, doi: 10.1109/TIE.2010.2102322.

[13] L. Qiu, F. Yao, G. Xu, S. Li, and B. Xu, “Output feedback guaranteed cost control for networked control systems with random packet dropouts and time delays in forward and feedback communication links,” *IEEE Trans. Autom. Sci. Eng.*, 2016, doi: 10.1109/TASE.2014.2353657.

[14] N. Trong Cac, “A Co-Design for CAN-Based Networked Control Systems,” *Autom. Control Intell. Syst.*, vol. 2, no. 1, p. 6, 2014, doi: 10.11648/j.acis.20140201.12.

[15] X. M. Zhang and Q. L. Han, “Event-triggered H ∞ control for a class of nonlinear networked control systems using novel integral inequalities,” *Int. J. Robust Nonlinear Control*, 2017, doi: 10.1002/rnc.3598.

[16] L. A. El Hacene Djallel and M. Noura, “Exponential Stabilization of T-S Fuzzy Systems with Time-Varying Delay,” in *Proceedings of the 5th International Conference on Mechatronics and Control Engineering - ICMCE ’16*, 2016, pp. 136–140. doi: 10.1145/3036932.3036953.

[17] C. Wu, J. Liu, X. Jing, H. Li, and L. Wu, “Adaptive fuzzy control for nonlinear networked control systems,” *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern. Syst.*, 2017, doi: 10.1109/TSMC.2017.2678760.

[18] H. Zhang, Y. Shi, J. Wang, and H. Chen, “A New Delay-Compensation Scheme for Networked Control Systems in Controller Area Networks,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 65, no. 9, pp. 7239–7247, Sep. 2018, doi: 10.1109/TIE.2018.2795574.

[19] C. Peng, M. Wu, X. Xie, and Y. L. Wang, “Event-Triggered Predictive Control for Networked Nonlinear Systems with Imperfect Premise Matching,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, 2018, doi: 10.1109/TFUZZ.2018.2799187.

[20] W. Zheng, H. Wang, H. Wang, and S. Wen, “Dynamic Output Feedback Control Based on Descriptor Redundancy Approach for Networked Control Systems with Multiple Mixed Time-Varying Delays and Unmatched Disturbances,” *IEEE Syst. J.*, 2019, doi: 10.1109/JSYST.2018.2886385.

[21] L. A. Zadeh, “Fuzzy sets,” *Inf. Control*, vol. 8, no. 3, pp. 338–353, Jun. 1965, doi: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X.

[22] B. Chen and X. Liu, “Fuzzy guaranteed cost control for nonlinear systems with time-varying delay,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 13, no. 2, pp. 238–249, Apr. 2005, doi: 10.1109/TFUZZ.2004.840131.

[23] F. Yang and Y. Dong, "Robust exponential stabilization of uncertain discrete-time stochastic switched neural networks," *Chinese Control Conf. CCC*, pp. 1363–1368, 2013.

[24] J. Yu and Y. Liao, "Stability Analysis for Uncertain Delayed T-S Fuzzy Systems," in *2014 International Conference on Automatic Control Theory and Application*, 2014, no. Acta, pp. 71–74. doi: 10.2991/acta-14.2014.18.

[25] X. Jiang and Q. L. Han, "On designing fuzzy controllers for a class of nonlinear networked control systems," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, 2008, doi: 10.1109/TFUZZ.2008.917293.

[26] R. Márquez, T. M. Guerra, M. Bernal, and A. Kruszewski, "Asymptotically necessary and sufficient conditions for Takagi–Sugeno models using generalized non-quadratic parameter-dependent controller design," *Fuzzy Sets Syst.*, 2017, doi: 10.1016/j.fss.2015.12.012.

[27] H. Zhang, N. Zhao, S. Wang, and R. K. Agarwal, "Improved Event-Triggered Dynamic Output Feedback Control for Networked T–S Fuzzy Systems With Actuator Failure and Deception Attacks," *IEEE Trans. Cybern.*, vol. 53, no. 12, pp. 7989–7999, Dec. 2023, doi: 10.1109/TCYB.2023.3264820.

[28] G. Feng, "A Survey on Analysis and Design of Model-Based Fuzzy Control Systems," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 14, no. 5, pp. 676–697, Oct. 2006, doi: 10.1109/TFUZZ.2006.883415.

[29] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, vol. SMC-15, no. 1, pp. 116–132, 1985, doi: 10.1109/TSMC.1985.6313399.

[30] H. O. Wang, K. Tanaka, and M. F. Griffin, "An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 4, no. 1, pp. 14–23, 1996, doi: 10.1109/91.481841.

[31] L. Wang and R. Langari, "Building Sugeno-type models using fuzzy discretization and orthogonal parameter estimation techniques," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 3, no. 4, pp. 454–458, 1995, doi: 10.1109/91.481954.

[32] K. Gasso, "Identification des systèmes dynamiques non-linéaires : approche multi-modèle," Institut National Polytechnique de Lorraine, 2000. Accessed: Sep. 25, 2022. [Online]. Available: https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01750482

[33] J. .Gasso, K., Mourot, G., Boukhriss, A., et Ragot, "Optimisation de la structure d'un modèle de Takagi-Sugeno," in *Actes des rencontres francophones LFA'99*, 1999, pp. 233–240.

[34] K. Tanaka, T. Hori, and H. O. Wang, "New parallel distributed compensation using time derivative of membership functions: a fuzzy Lyapunov approach," in *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.01CH37228)*, 2001,

vol. 4, pp. 3942–3947. doi: 10.1109/CDC.2001.980492.

[35] XJ. Ma, ZQ. Sun, and YY. He, “Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 6, no. 1, pp. 41–51, 1998, doi: 10.1109/91.660807.

[36] S. Kawamoto, K. Tada, A. Ishigame, and T. Taniguchi, “An approach to stability analysis of second order fuzzy systems,” in *[1992 Proceedings] IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 1992, pp. 1427–1434. doi: 10.1109/FUZZY.1992.258713.

[37] K. Tanaka and H. O. Wang, *Fuzzy Control Systems Design and Analysis*. New York, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2001. doi: 10.1002/0471224596.

[38] Y. Morère, “Mise en oeuvre de lois de commande pour les modèles flous de type Takagi-Sugeno,” Valenciennes, 2001. Accessed: Sep. 25, 2022. [Online]. Available: http://www.theses.fr/2001VALE0001

[39] E. G. Collins, *Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach*, vol. 39, no. 11. Elsevier BV, 2003. doi: 10.1016/S0005-1098(03)00188-2.

[40] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, “Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed stability conditions and LMI-based designs,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 6, no. 2, pp. 250–265, 1998, doi: 10.1109/91.669023.

[41] M. S. K. Tanaka, “Stability and design of fuzzy control systems,” *Fuzzy Set Syst.*, vol. 45, no. 2, pp. 135–156, 1992.

[42] J. Dong and G.-H. Yang, “Dynamic output feedback control synthesis for discrete-time T–S fuzzy systems via switching fuzzy controllers,” *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 160, no. 4, pp. 482–499, Feb. 2009, doi: 10.1016/j.fss.2008.04.009.

[43] V. Zhao, J., Gorez, R., and Wertz., “Fuzzy controllers with guaranteed robustness and performance,” in *EUFIT’96, Aachen*, 1996, pp. 1886–1890.

[44] H. . Lee, K.R., Jeung, E.T.,. Park, “Robust Fuzzy H∞ Control for Uncertain Nonlinear Systems via State Feedback: an LMI approach,” *Elsevier Fuzzy Sets Syst.*, pp. 123–134, 2001.

[45] A. Hemeyine, A. Abbou, N. Tidjani, M. Mokhlis, and A. Bakouri, “Robust Takagi Sugeno Fuzzy Models control for a Variable Speed Wind Turbine Based a DFI-Generator,” *Int. J. Intell. Eng. Syst.*, vol. 13, no. 3, pp. 90–100, Jun. 2020, doi: 10.22266/ijies2020.0630.09.

[46] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, “Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: quadratic stabilizability, H∞ control theory, and Linear Matrix Inequalities,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 4, no. 1, pp. 1–13, 1996, doi: 10.1109/91.481840.

[47] S. Coskun and L. Li, “Vehicle lateral motion control via robust delay-dependent Takagi-Sugeno strategy,” *Trans. Inst. Meas. Control*, vol. 43, no. 6, pp. 1430–1444, Apr. 2021, doi: 10.1177/0142331220979946.

[48] D. E. Cheridi and N. Mansouri, “Robust H∞ Fault-Tolerant Control for Discrete-TimeNonlinear System with Actuator Faults and Time-VaryingDelays Using Nonlinear T–S Fuzzy Models,” *Circuits, Syst. Signal Process.*, vol. 39, no. 1, pp. 175–198, Jan. 2020, doi: 10.1007/s00034-019-01190-2.

[49] K. Tanaka and H. O. Wang, *Fuzzy Control Systems Design and Analysis*. New York, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2001. doi: 10.1002/0471224596.

[50] A. Papachristodoulou, M. M. Peet, and S.-I. Niculescu, “Stability analysis of linear systems with time-varying delays: Delay uncertainty and quenching,” in *2007 46th IEEE Conference on Decision and Control*, 2007, pp. 2117–2122. doi: 10.1109/CDC.2007.4434764.

[51] J. Louisell, “New examples of quenching in delay differential equations having time-varying delay,” in *4th European Control Conference*, 1999, pp. 2801–2806.

[52] SI. Niculescu, *Delay Effects on Stability : A Robust Control Approach*, vol. 269. London: Springer London, 2001. doi: 10.1007/1-84628-553-4.

[53] S. Brierley, J. Chiasson, E. Lee, and S. Zak, “On stability independent of delay for linear systems,” *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 27, no. 1, pp. 252–254, Feb. 1982, doi: 10.1109/TAC.1982.1102854.

[54] P.-A. Bliman, “LMI characterization of the strong delay-independent stability of linear delay systems via quadratic Lyapunov–Krasovskii functionals,” *Syst. Control Lett.*, vol. 43, no. 4, pp. 263–274, Jul. 2001, doi: 10.1016/S0167-6911(01)00108-6.

[55] J. K. Hale and S. M. V. Lunel, *Introduction to Functional Differential Equations*, vol. 99. New York, NY: Springer New York, 1993. doi: 10.1007/978-1-4612-4342-7.

[56] A. Seuret, F. Gouaisbaut, and L. Baudouin, “D1.1 -Overview of Lyapunov methods for time-delay systems,” Sep. 2016, Accessed: Jan. 02, 2023. [Online]. Available: https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01369516

[57] B. Liu and H. J. Marquez, “Razumikhin-type stability theorems for discrete delay systems,” *Automatica*, vol. 43, no. 7, pp. 1219–1225, Jul. 2007, doi: 10.1016/j.automatica.2006.12.032.

[58] B. Xu and Y. Liu, “An improved Razumikhin-type theorem and its applications,” *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 39, no. 4, pp. 839–841, Apr. 1994, doi: 10.1109/9.286265.

[59] T. Matiakis, S. Hirche, and M. Buss, “Independent-of-delay stability of nonlinear networked control systems by scattering transformation,” in *2006 American Control Conference*, 2006, p. 6 pp. doi: 10.1109/ACC.2006.1656648.

[60] C.-H. Lien, “Delay-dependent and delay-independent guaranteed cost control for uncertain neutral systems with time-varying delays via LMI approach,” *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 33, no. 3, pp. 1017–1027, Aug. 2007, doi: 10.1016/j.chaos.2006.01.066.

[61] B. Chen, X. Liu, S. Tong, and C. Lin, “Guaranteed cost control of T-S fuzzy systems with state and input delays,” *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 158, no. 20, pp. 2251–2267, 2007, doi: 10.1016/j.fss.2007.04.012.

[62] M. Rajchakit, P. Niamsup, and G. Rajchakit, “LMI approach to decentralized exponential stability of linear large-scale systems with interval non-differentiable time-varying delays,” *Adv. Differ. Equations*, vol. 2013, pp. 1–16, 2013, doi: 10.1186/1687-1847-2013-332.

[63] L. Hassan, “Observation et Commande des Systèmes Non-linéaires à Retard,” Université de Lorraine, 2013. [Online]. Available: http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00934943/

[64] P. L. Liu, “New results on stability analysis for time-varying delay systems with non-linear perturbations,” *ISA Trans.*, vol. 52, no. 3, pp. 318–325, 2013, doi: 10.1016/j.isatra.2012.10.007.

[65] B. Mansouri, “Contribution à la synthèse de lois de commandes en poursuite de trajectoire pour les systèmes flous de type Takagi Sugeno incertains,” Université de Reims Champagne Ardenne, 2005. [Online]. Available: http://www.theses.fr/2005REIMS019

[66] G. Ma, Y. Sun, J. Ma, C. Li, and S. Sun, “Dynamic Output Feedback Guaranteed Cost Control for T-S Fuzzy Systems with Uncertainties and Time Delays,” in *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, vol. 8589 LNAI, no. 61304005, 2014, pp. 253–264. doi: 10.1007/978-3-319-09339-0_25.

[67] M. Thuan and N. Huyen, “Exponential stabilization of linear systems with interval nondifferentiable time-varying delays in state and control,” *Differ. Equations Control Process.*, vol. N4, 2011, [Online]. Available: http://gamma.math.spbu.ru/diffjournal/pdf/thuan_huyen_2011.pdf

[68] B. Chen, X. Liu, C. Lin, and K. Liu, “Robust H∞ control of Takagi-Sugeno fuzzy systems with state and input time delays,” *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 160, no. 4. pp. 403–422, 2009. doi: 10.1016/j.fss.2008.03.024.

[69] E. H. D. Lakehal Ayat, N. Mansouri, and A. Boukabou, “Dynamic output feedback robust control of networked control systems with time-Varying delays via T-S fuzzy models,” *J. Franklin Inst.*, vol. 359, no. 15, pp. 8127–8154, Oct. 2022, doi: 10.1016/j.jfranklin.2022.08.019.

[70] E. Tian and C. Peng, “Delay-dependent stability analysis and synthesis of uncertain T–S fuzzy systems with time-varying delay,” *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 157, no. 4, pp. 544–

559, Feb. 2006, doi: 10.1016/j.fss.2005.06.022.

[71] C. Sun, F. L. Wang, and X. Q. He, “Robust Fault Estimation for Takagi–Sugeno Nonlinear Systems with Time-Varying State Delay,” *Circuits, Syst. Signal Process.*, vol. 34, no. 2, pp. 641–661, 2015, doi: 10.1007/s00034-014-9855-9.

[72] HB. Park, ET. Jeung, JH. Kim, and KR. Lee, “Output feedback robust H/sup /spl infin/#x221E;/ control of uncertain fuzzy dynamic systems with time-varying delay,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 8, no. 6, pp. 657–664, 2000, doi: 10.1109/91.890325.

Résumé :

Cette thèse traite le problème de la stabilisation robuste pour les systèmes de contrôle en réseau (SCR) où le comportement stochastique du réseau ne permet pas la transmission correcte et complète des données aux actionneurs et au contrôleur. L'objectif est de modéliser le SCR à l'aide de systèmes flous Takagi-Sugeno (T-S) avec des incertitudes et des perturbations externes, et de concevoir un contrôleur flou avec un retard variable de manière à ce que le système en boucle fermée soit robustement exponentiellement stable avec un taux de décroissance prédéfini. Des conditions suffisantes sont déduites en utilisant la fonctionnelle de Lyapunov-Krasovskii dépendante du délai avec un contrôleur robuste H∞ exprimées en termes d'inégalités matricielles linéaires (LMIs). En conséquence, des contrôleurs flous souhaités sont conçus en utilisant des solutions réalisables pour les LMIs obtenues. Le contrôleur flou proposé peut maintenir la stabilité du système flou T-S en présence des retards variables dans le temps, d'incertitudes et de perturbations externes. Des exemples numériques avec différentes conditions sur les paramètres sont fournis pour illustrer les performances et la robustesse de l'approche proposée.

Mots-clés : Système de contrôle en réseau (SCR), système flou Takagi-Sugeno (T-S), rétroaction de sortie dynamique, stabilisation exponentielle, retard dépendant, contrôle H∞, Lyapunov-Krasovskii, inégalité matricielle linéaire (LMI).

Abstract

This thesis addresses the predicament of robust stabilization for networked control systems (NCS), where the stochastic behavior of the network does not allow correct and complete transmission of data to both actuators and the controller. The objective is to model the NCS using Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy systems with uncertainties and external disturbances, and to design time-varying delay fuzzy controller such the closed-loop system is robustly exponentially stable with a predetermined decay rate. Sufficient conditions are deduced employing the delay-dependent Lyapunov-Krasovskii functional along with a robust $H\infty$ controller, expressed in terms of linear matrix inequalities (LMIs). Consequently, desired fuzzy controllers are formulated through feasible solutions to the acquired LMIs. The proposed fuzzy controller can keep T-S fuzzy system stable in the presence of time-varying delay, uncertainties, and external disturbances. Numerical examples with diverse parameter conditions are provided to illustrate the efficacy and robustness of the proposed approach.

Keywords: Networked control system (NCS); Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy system; Dynamic output feedback; exponential stabilization; delay-dependent; $H\infty$ control; Lyapunov-Krasovskii; linear matrix inequality (LMI).

ملخّص :

هذه الأطروحة تتناول مشكلة تحقيق استقرار قوي لأنظمة التحكم المتصلة بالشبكة (SCR)، حيث يمنع السلوك الاحتمالي للشبكة نقل البيانات بشكل صحيح وكامل إلى كل من المحركات ووحدة التحكم. الهدف هو تمثيل نظام التحكم المتصل بالشبكة باستخدام أنظمة Takagi-Sugeno (T-S) الغامضة مع عدم اليقين والاضطرابات الخارجية، وتصميم وحدة تحكم غامضة ذات تأخير متغير بحيث يكون النظام المغلق قويًا ومستقرًا بشكل تراجعي مع معدل تحلل محدد مسبقًا. تم استنتاج شروط كافية باستخدام الدالة Lyapunov-Krasovskii المعتمدة على التأخير جنبًا إلى جنب مع متحكم قوي H∞، والذي يعبر عن طريق مصطلحات عبارات المصفوفات الخطية (LMI) . وبناء على ذلك، تم تصميم المتحكمات الضبابية المرغوبة باستخدام الحلول الممكنة لمتباينات المصفوفة الخطية (LMI) التي تم الحصول عليها. يمكن لوحدة التحكم الغامضة المقترحة الحفاظ على استقرار النظام الغامض T-S في ظل وجود تأخيرات متغيرة زمنيًا، وفي وجود الغموض والاضطرابات الخارجية. تم تقديم أمثلة عددية مع ظروف متنوعة لتوضيح الكفاءة والصلابة للنهج المقترح.

الكلمات المفتاحية: نظام التحكم المتصل بالشبكة (SCR) ؛ نظام Takagi-Sugeno (T-S)؛ ردود فعل الإخراج الديناميكية ؛ الاستقرار التراجعي ؛ تبعية التأخير؛ تحكم H∞ ؛ Lyapunov-Krasovskii ؛ معادلات المصفوفات الخطية (LMI).