

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L' ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

**UNIVERSITE DE CONSTANTINE
INSTITUT D' ELECTRONIQUE**

N° d'ordre
Série.....

MAR
4189

THESE

Présentée pour obtenir le titre de

Docteur d'état

En Génie électrique – Option électronique



Par

MARIR Bader-Eddine

Magister de Physique – Option Photovoltaïque

Thème

***Résolution itérative de problème à frontière mobile.
Application à la modélisation bidimensionnelle des
transistors à effet de champ : cas du MESFET***

Soutenue le : 16 octobre 1993 devant le jury :

Mme	<i>C. KENZAI</i>	Professeur	Université de Constantine	Présidente
Mr.	<i>H. BAUDRAND</i>	Professeur	I.N. Polytechnique Toulouse	Rapporteur
Mme	<i>D. BAJON</i>	Professeur	Sup. Aéro. Toulouse	Examinatrice
Mr.	<i>A. OUAHABI</i>	M.C.	U.S.T.H.B. Alger	Examineur
Mr.	<i>N. TABET</i>	M.C.	Université de Constantine	Examineur

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L' ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DE CONSTANTINE
INSTITUT D' ELECTRONIQUE

MAR
4189

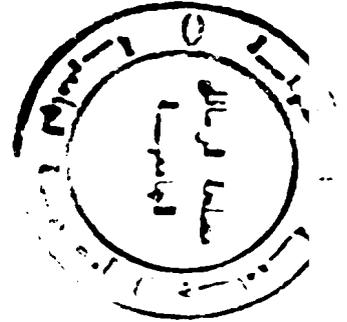
N° d'ordre
Série.....

THESE

Présentée pour obtenir le titre de

Docteur d'état

En Génie électrique – Option électronique



Par

MARIR Bader-Eddine

Magister de Physique – Option Photovoltaïque

Thème

*Résolution itérative de problème à frontière mobile.
Application à la modélisation bidimensionnelle des
transistors à effet de champ : cas du MESFET*

Soutenue le : 16 octobre 1993 devant le jury :

Mme	<i>C. KENZAI</i>	Professeur	Université de Constantine	Présidente
Mr.	<i>H. BAUDRAND</i>	Professeur	I.N. Polytechnique Toulouse	Rapporteur
Mme	<i>D. BAJON</i>	Professeur	Sup. Aéro. Toulouse	Examinatrice
Mr.	<i>A. OUAHABI</i>	M.C.	U.S.T.H.B. Alger	Examineur
Mr.	<i>N. TABET</i>	M.C.	Université de Constantine	Examineur

*A mes parents
A mes frères et sœurs*

*A ma femme Mimia
A mes enfants*

La règle est que si nous voulons profiter du travail des autres il faut le continuer...

Le champ n'existe qu'au prix d'un travail continu, sinon il retourne au désert ou à la forêt..

AVANT PROPOS

Le travail que nous présentons a été effectué au laboratoire de microondes à l'Ecole Nationale Supérieure d'Electronique, d'Electrotechnique, d'Informatique et d'Hydraulique de Toulouse.

Nous tenons à remercier Monsieur le Professeur Henri Baudrand pour nous avoir accueilli dans son établissement et nous avoir permis d'y effectuer nos recherches.

Nous tenons à témoigner tout particulièrement notre profonde reconnaissance à Monsieur le professeur Henri Baudrand qui a été notre directeur de thèse et qui a donc assuré la direction scientifique de nos travaux. Il nous a soutenu jusqu'à l'aboutissement de notre travail. Nous le remercions vivement pour son aide efficace et son expérience, ainsi que pour l'honneur qu'il nous fait d'avoir accepté d'être notre rapporteur.

Nous tenons à témoigner toute notre gratitude à Madame le professeur Damienne Bajon qui nous a permis grâce à sa compétence et ses nombreux conseils de mener à bien ce travail qui nous fait l'honneur de siéger à notre jury d'examen. Sa collaboration scientifique nous a été très précieuse, nous l'en remercions.

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à Madame le professeur C. Kenzaï de l'institut de physique de l'université de Constantine de s'être intéressée à nos travaux et pour l'honneur qu'elle nous fait en acceptant la présidence de notre jury de thèse.

Nous tenons à témoigner notre gratitude à Monsieur N. Tabet, Maître de conférences à l'institut de Physique de l'université de Constantine, qui s'est intéressé aux résultats de nos recherches et qui a bien voulu accepter de siéger à la commission d'examen.

Nous sommes très honorés de la présence à notre jury de Monsieur A. Ouahabi, Maître de conférences et directeur de l'institut d'Electronique de l'Université des Sciences et de la Technologie de Bab-Ezzouar (Alger).

Que Monsieur Madjid Ahmadpanah, Maître de Conférences à l'E.N.S.E.E.I.H.T., trouve en ces termes nos remerciements pour l'aide à la mise en forme de nos publications.

Nous adressons également nos plus vifs remerciements à :

- *Messieurs Hervé Aubert, Serge Pujol, Bruno Sauviac, J-C. Nanan, Charles Jean, Ghomi et Tao pour les nombreuses discussions scientifiques ainsi que pour leur amitié.*
- *Madame Mimia Marir, dont la présence et l'aide m'ont été très précieux.*

Enfin nous tenons à remercier particulièrement tous les membres du laboratoire pour leur soutien amical et pour la sympathie qu'ils nous ont toujours témoigné.

SOMMAIRE

	page
INTRODUCTION GENERALE	1

PARTIE I :

RESOLUTION ITERATIVE DE PROBLEME A FRONTIERE LIBRE.
APPLICATION A LA DETERMINATION DE LA LIMITE DE ZONE DE CHARGE
D'ESPACE DANS LE MESFET.

Introduction	7
I- GENERALITES	8
I-1-La fonction de Green pour l'équation de Poisson	8
I-2-Les problèmes à frontière libre et mobile.	9
I-3-La méthode des moments.	10
I-4-Les conditions aux limites	10
II- FORMULATION DE L'ETUDE	11
II-1- Position du problème	11
II-2- Conditions aux limites	13
II-2-1-Hypothèses	13
II-2-2-Condition sur la limite de zone dépeuplée	13
II-2-3-Condition sur les deux interfaces	
du semiconducteur	14
II-3-Choix de la fonction de Green	15
II-4-Les domaines de calcul	17
III- ANALYSE BIDIMENSIONNELLE	18
III- Expressions du potentiel sur les éléments	
de la structure	18

III-2-Normalisation de l'équation de Poisson	19
III-3-Expression normalisées du potentiel	
sur les éléments de la structure	19
IV- NUMERISATION DE L'ETUDE BIDIMENSIONNELLE	21
IV-1-Discretisation, schéma numérique.	21
IV-2-Résolution	24
IV-3-Processus itératif. Schéma de résolution	26
IV-4- Condition de neutralité électrique	28
V- CONVERGENCE DE L'ALGORITHME	29
VI-RESULTATS NUMERIQUES	34
VI-1-Les conditions de calcul	34
VI-2-Résultats et commentaires	34
Conclusion	43
Bibliographie de la partie 1	44

PARTIE II :

MODELISATION BIDIMENSIONNELLE DE FONCTIONNEMENT DU MESFET

Introduction	49
I- ANALYSE DU TRANSISTOR A EFFET DE CHAMP.	
THEORIE, EVOLUTION.	50
II- DESCRIPTION DU MESFET	56
III- FONCTIONNEMENT DU MESFET	64
III-1-Fonctionnement linéaire	66
III-2-Régime de saturation du courant	67
IV- ANALYSE BIDIMENSIONNELLE DE FONCTIONNEMENT DU MESFET	68
IV-1-Mesure du potentiel dans le semiconducteur	68
IV-1-1-La grille de mesure	68
IV-1-2-Tracé des courbes équipotentielles	70
IV-2- Les capacités inter-électrodes	70
IV-3-Le courant électrique de canal, Caractéristiques $I_{ds}(V_{ds})$	71
IV-4-Conductance de canal et transconductance	74
V-RESULTATS NUMERIQUES	75
V-1-Courbes équipotentielles	75
V-2-Caractéristiques fonctionnelles du MESFET.	78
V-2-1-Validation qualitative du modèle	79
V-2-2-Validation du modèle par des données expérimentales.	86

Conclusion	92
Bibliographie de la partie 2	93
CONCLUSION GENERALE	96
ANNEXE : Le modèle de Statz.	99

INTRODUCTION GENERALE

La conception des composants microondes, du fait de l'intégration de plus en plus poussée, passe le plus souvent par une phase de Conception Assistée par Ordinateur. Cette phase permet au concepteur de mettre rapidement en oeuvre ses idées et de les modifier de nombreuses fois et ce pour un coût modéré. Elle permet ainsi de réduire fortement la réalisation de prototypes de composants par des opérations de technologie compliquées et coûteuses. On peut espérer ainsi des gains de productivité importants.

Les années 80 ont vu l'apparition de moyens de calcul de plus en plus performants. Cependant les algorithmes de simulation ne fonctionnent de façon satisfaisante que si les modèles des composants non linéaires introduits dans le simulateur sont suffisamment précis et fiables. De ce fait la qualité des résultats obtenus au terme d'une simulation est essentiellement liée à la qualité du modèle utilisé. L'obtention de bons modèles représente donc un "challenge" pour tous les concepteurs de composants.

L'obtention de modèles peut s'effectuer en utilisant trois approches différentes. Dans la première approche, le modèle est déduit des équations physiques du composant et les paramètres importants seront la géométrie et le profile de dopage et de constante diélectrique du composant. La seconde approche utilise les équations fondamentales préétablies du composant. La troisième catégorie est la modélisation empirique ou semi-empirique, celle-ci s'efforce par des fonctions mathématiques simples à reproduire les caractéristiques fonctionnelles des transistors, utilisant des paramètres d'ajustement de modèle.

La modélisation physique (généralement numérique) des composants actifs semiconducteurs permet de décrire de façon précise la dynamique interne des porteurs libres dans le composant. De par son caractère général, elle constitue donc un outil d'investigation potentiellement très puissant.

La détermination des principales caractéristiques de ces composants passe généralement par l'utilisation de l'approximation de Shockley ou son approximation améliorée notamment pour l'épaisseur de la zone de charge d'espace ou pour la tension provoquant le pincement du canal. En général il n'existe pas de solution analytique pour une résolution rigoureuse physique de ces problèmes, Il a donc fallu, pour caractériser ces composants développer des méthodes numériques très élaborées. parmi ces méthodes numériques nous trouvons :

Des méthodes différentielles, plus particulièrement la méthode des différences finies [1] [2], ou des éléments finis [3] sont parmi les premières méthodes numériques utilisées pour résoudre l'équation de Poisson, en régime statique. L'avantage de ces méthodes est qu'elles n'exigent pas un développement analytique important et donc elles sont relativement facile à mettre en oeuvre. Par contre parmi leurs inconvénients majeurs, elles nécessitent une importante place mémoire des calculateurs.

Les formulations intégrales, contrairement aux équations différentielles qui décrivent le comportement local d'un phénomène, permettent de représenter sous une forme compacte les variations d'une grandeur dans tout un domaine [4]. En effet, les conditions aux limites sont implicitement incluses dans le noyau des opérateurs intégraux. Ces noyaux sont en général des fonctions de Green [5-9]

Ces méthodes intégrales nécessitent un développement mathématique poussé. Un avantage des méthodes intégrales, est qu'elles permettent de réduire le temps de calcul et l'occupation des places mémoires des calculateurs.

Nous situons notre travail parmi les méthodes de modélisation physique et numérique. L'objet de l'étude est le composant à effet de champ le MESFET. L'approche est bidimensionnelle et vient comme conséquence à la résolution des problèmes posés par les frontières libres, qui jusqu'à présent ne sont rencontrés qu'en mécanique des fluides : dans certains processus de diffusion et de transfert de chaleur [10]. Dans notre étude, certaines considérations mathématiques et numériques nous ont permis de situer le problème de la détermination du profil de la zone dépeuplée dans les MESFETs parmi ces problèmes à frontière libre.

Nous présentons notre étude en deux parties :

Dans la première, une résolution itérative de problème à frontière libre est proposée. La technique itérative dite de frontière mobile utilisée est exposée. Le domaine d'application est la limite de la zone de charge d'espace dans le MESFET. L'approche de calcul pour déterminer cette frontière inconnue est bidimensionnelle. L'équation de Poisson est résolue sous sa forme intégrale par la technique des fonctions de Green. Les conditions aux limites sont du type Neuman sur cette frontière et de type Dirichlet sur les électrodes. L'application directe de ce travail, en plus de la localisation rigoureuse de la limite de la zone dépeuplée, est la détermination des différentes distributions de charge du composant.

Pour la seconde partie, l'étape précédente constitue un outil à partir duquel la modélisation du fonctionnement du MESFET devient possible par un simple ajout de relations fondamentales d'électrostatique de base. Comme pour la première partie, l'approche est bidimensionnelle. Le modèle physique et

numérique, ainsi réalisé, est validé par comparaison des résultats obtenus (courbes I(V), conductance de canal, transconductance et capacités inter-électrodes), par un modèle empirique et des mesures expérimentales.

Bibliographie

- [1] : *P B JOHNS* - "ON THE RELATIONSHIP BETWEEN TLM AND FINITE-DIFFERENCE METHODS FOR MAXWELL'S EQUATIONS"- IEEE Trans MTT, Vol. MTT-35, pp 60-61; Jan. 1987
- [2] : *H GREEN*- "THE NUMERICAL SOLUTION OF SOME IMPORTANT TRANSMISSION-LINES PROBLEMS", IEEE Trans MTT, Vol. MTT-13, pp 673-692; Sept. 1965
- [3] : *KAGAWA Y, MURAI T. AND MATSUMOTO O* , "FINITE ELEMENT ITERATIVE TECHNIQUES FOR DETERMINING THE INTERFACE BOUNDARY BETWEEN LAPLACE AND POISSON DOMAIN."- International Journal for numerical methods in engineering, Vol. 19,315-329; 1983.
- [4] : *CHARLES JEAN* - "CONTRIBUTION A L'ETUDE DES STRUCTURES GUIDANTES DIELECTRIQUES ET MULTICONDUCTRICES DE FORME QUELCONQUE EN HYPERFREQUENCE" - Thèse de doctorat - INSA Toulouse- 1991.
- [5] : *G F ROACH*- "GREEN'S FUNCTIONS INTRODUCTORY THEORY WITH APPLICATIONS". V N R - Company . London : 1960.
- [6] : *MORSE P.M. and FESHBACK* - "METHOD OF THEORETICAL PHYSICS" - Mc Graw-Hill. New York; 1953
- [7] : *C A BREBBIA*- "THE BOUNDARY ELEMENT METHOD IN ENGINEERING" London Pentech Press; 1978.
- [8] : *C.A. BREBBIA, SWALKER* - "THE BOUNDARY ELEMENT TECHNIQUES IN ENGINEERING" London Butterworth; 1980.
- [9] : *R.E. COLLIN* - "FIELD THEORY OF GUIDED WAVES" Mc Graw-Hill. New York; 1960.
- [10] : *JOHN CRANK* - "FREE AND MOVING BOUNDARY PROBLEMS." CLARENDON PRESS . OXFORD; 1987

PARTIE 1

RESOLUTION DE PROBLEME A FRONTIERE LIBRE,
APPLICATION A LA DETERMINATION DE LA LIMITE
DE ZONE DE CHARGE D'ESPACE DANS LE MESFET

INTRODUCTION

Une polarisation en inverse de contact Schottky métal sur substrat semiconducteur crée à cette interface une zone dépourvue de porteurs, appelée communément zone de charge d'espace.

En général dans la littérature ([1] parmi tant d'autres), cette limite de zone de charge d'espace est calculée en utilisant l'hypothèse de Shockley unidimensionnelle, cette approximation étant valable pour des largeurs d'électrodes très grandes par rapport à la profondeur de la zone de charge d'espace. Dans le cas contraire un calcul bidimensionnel est nécessaire, car les effets de bord ne peuvent plus être négligés.

La résolution de l'équation de Poisson à deux dimensions se fait d'une manière classique par la méthode des différences finies [2] ou par celle des éléments finis [3], le plus souvent avec des domaines de définition de forme rectangulaire, ce qui mène à des matrices de dimensions importantes qui nécessitent des techniques particulières pour le traitement numérique [4] et [5].

Une technique progressivement élaborée par [6] et [7], résoud l'équation de Poisson à deux dimensions sous sa forme intégrale par l'utilisation de la fonction de Green analytique bidimensionnelle, technique utilisée par Masanori Kobayashi pour la résolution des problèmes posés par le champ électrostatique dans des milieux anisotropiques [8]. La référence [6], pour une ligne sur semiconducteur, utilise une fonction de Green en espace libre, [7] tient compte de la position des électrodes sur le semiconducteur et les considère comme plan de masse, et obtient ainsi une fonction de Green obtenue par transformée conforme.

Notre **approche** consiste en une **résolution itérative de problème** issu des frontières libres et inconnues, où le domaine d'application est la limite de zone de charge d'espace dans les transistors à effet de champ. Comme cas particulier nous considérons le MESFET. L'équation de Poisson dans le semiconducteur est résolue sous sa forme intégrale, par utilisation de la fonction de Green analytique bidimensionnelle en structure semi fermée. Les conditions aux limites sont de type Dirichlet sur les électrodes du composant et de type Neuman sur la frontière de la zone dépeuplée et sur les deux interfaces du semiconducteur.

I- GENERALITES

I-1- La fonction de Green pour l'équation de Poisson

Du point de vue numérique la manipulation des équations intégrales est plus commode par rapport à celle des équations différentielles. Pour l'équation de Poisson la fonction de Green intervient dans l'inversion de l'opérateur différentiel. Elle est définie dans un domaine fermé, dans le cas contraire elle sera appelée fonction de Green en espace libre. Elle doit être de la même forme que la fonction à étudier (fonction potentiel, s'il s'agit de la résolution de l'équation de Poisson), c'est à dire avoir les mêmes conditions aux limites.

La théorie des fonctions de Green est assez connue et la bibliographie à ce propos est très abondante. Nous renvoyons le lecteur notamment aux références [9-11].

La solution tridimensionnelle de l'équation différentielle inhomogène suivante définit la fonction de Green tridimensionnelle en espace libre pour l'équation de Poisson :

$$\Delta G(x,y,z \ x_0,y_0,z_0) = - \delta(x-x_0).\delta(y-y_0).\delta(z-z_0)$$

Dans cette équation, x_0, y_0, z_0 constituent les coordonnées du point source et x, y, z , sont celles du point image ou point de calcul.

Dans le cas de plusieurs diélectriques, la fonction de Green peut être déterminée à l'aide de la méthode des images partant de la fonction de Green en espace libre. Le MESFET, qui sera décrit dans la deuxième partie de ce mémoire, peut être considéré comme un cas typique de structure présentant des diélectriques différents.

I-2 Les problèmes à frontière libre et mobile

Dans notre problème la frontière de zone de charge d'espace est l'inconnue. Aussi, la résolution de l'équation de Poisson avec une limite inconnue ne peut s'effectuer que par une approche itérative. Ce qui est typique aux problèmes à frontière libre, conditions spécifiées par la référence [12] qui insiste sur la différence entre la notion de frontière libre et limite mobile.

Les frontières mobiles se présentent principalement dans les problèmes de transfert de chaleur avec changement de phase et dans certains processus de diffusion. Elles sont associées aux problèmes dépendant du temps et la position de la frontière peut être déterminée comme une fonction du temps et de l'espace [12].

Une limite libre ne se meut pas, mais sa position peut être déterminée comme partie du problème à l'état stationnaire [12]. Celle-ci est appelée libre car elle constitue une inconnue du problème. En général elle est déterminée par quelque condition qui la caractérise à la suite d'une approche itérative.

La détermination de la limite de zone de charge d'espace (caractérisée par la condition de Neuman, ce qui sera démontré lors de l'étude), dans les

transistors à effet de champ, peut donc être considérée comme problème à frontière libre.

I 3 La méthode des moments

La méthode des moments est une technique numérique couramment utilisée pour la résolution des problèmes de champ. Si nous avons à manipuler des équations intégrales, avec plus d'une inconnue, difficiles à résoudre, la technique consiste à écrire ces inconnues sur des fonctions de bases connues munies de poids à déterminer, la projection de ces équations ainsi écrites sur des fonctions test permet de transformer l'équation intégrale en un système matriciel plus commode à manipuler du point de vue numérique. Ce qui sera le cas lors de l'écriture des relations reliant le potentiel à la distribution de charge dans l'équation de Poisson.

Au cas où cette fonction test est elle même la fonction de base choisie, cette méthode de moment est la méthode de Galerkin. La théorie de la méthode des moments est entre autres exposée en détail par la référence [13].

I 4 Les conditions aux limites

La résolution d'une équation différentielle ou intégrale quelconque passe par la connaissance au préalable des conditions aux limites imposées au domaine de calcul.

Dans notre résolution de l'équation de Poisson au niveau du MESFET plusieurs cas de valeurs aux limites seront considérés en même temps.

Soit un problème considéré à valeur limite, comme c'est défini par K.Jain [14], les conditions aux limites d'un domaine connu ne peuvent être que de types suivants :

La condition de Dirichlet ou première condition aux limites. Si la solution est de valeur zéro le long de la limite la condition est appelée condition de Dirichlet homogène autrement c'est la condition de Dirichlet inhomogène.

La condition de Neumann ou seconde condition aux limites. Ici la dérivée de la solution est spécifiée le long de la frontière. Nous pouvons avoir également la condition de Neuman homogène ou inhomogène.

La troisième ou la condition aux limites mixte. Ici la solution et ses dérivées sont prescrites le long de la frontière. Il peut aussi exister la condition mixte aux limites homogène ou inhomogène.

II FORMULATION DE L'ETUDE

II 1 Position du problème

La structure MESFET représentée en figure (1) est étudiée. Du point de vue électrostatique, le potentiel en chaque point de la structure est du à l'ensemble des charges électriques en présence.

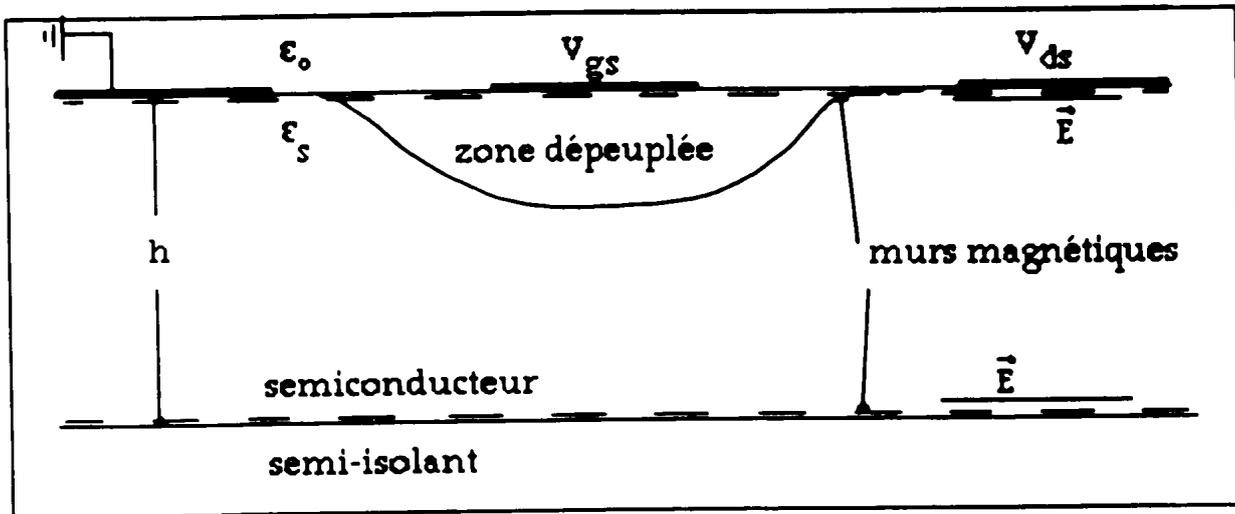


figure 1 : Géométrie du MESFET.

Dans le semiconducteur, le potentiel est décrit par l'équation de Poisson:

$$\Delta V = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (1)$$

- ϵ permittivité du milieu considéré.

- ρ la distribution de charge =

- qN_D dans la zone dépeuplée
- ρ_S sur l'électrode source
- ρ_G sur la grille
- ρ_D sur le drain
- 0 ailleurs

où q représente la charge électronique et N_D le dopage.

II 2- Conditions aux limites

II-2 1 Hypothèses

Le canal est de type N.

Le potentiel sur chaque électrode est constant et égal au potentiel appliqué.

La concentration en impuretés N_D est constante sur l'épaisseur h de semiconducteur représentant le canal.

Le dopage présente une transition abrupte entre le semiconducteur et le semi isolant.

Aucun phénomène de transport ne s'effectue dans le semi-isolant.

II-2-2- Condition sur la limite de zone dépeuplée

La figure (2) représente la grille polarisée en inverse.

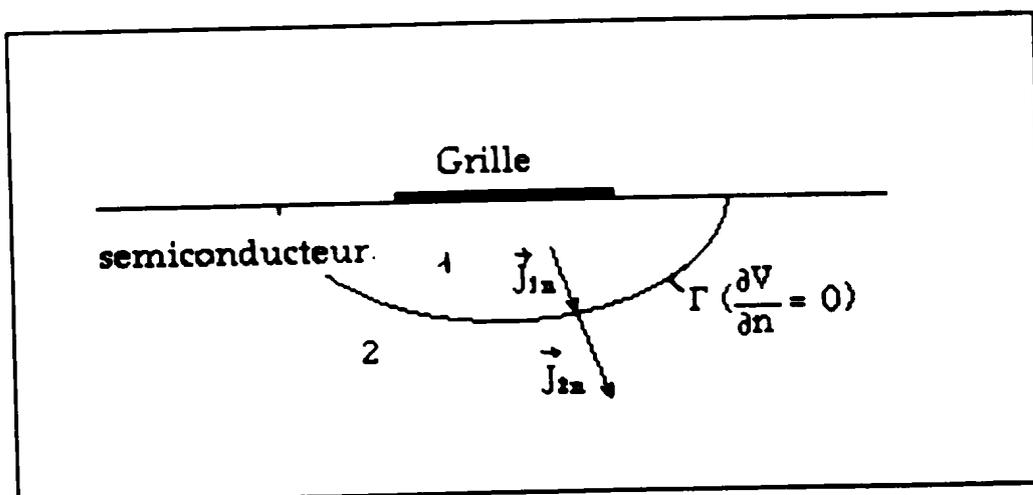


Figure 2 : Condition sur la limite de la zone dépeuplée

i) Si on note par \vec{J}_{1n} et \vec{J}_{2n} le courant électrique normal à Γ , limite de zone de charge d'espace, dans le milieu 1 et dans le milieu 2 respectivement.

La loi de conservation du courant électrique est : $\text{div } \vec{j} = 0$.

Ce qui implique $\vec{J}_{1n} = \vec{J}_{2n}$

ii) L'inexistence de charges mobiles dans la zone dépeuplée

($p_{\text{mobiles}} = 0$) donne $J_{1n} = 0$, donc $J_{2n} = 0$.

Les conditions i) et ii) impliquent : dans le milieu 1 et dans le milieu 2, le champ électrique normal à Γ est nul :

$$\vec{E}_{1n} = \sigma \vec{J}_{1n} = 0 ; \vec{E}_{2n} = \sigma \vec{J}_{2n} = 0 \quad (\sigma \text{ est la conductivité du matériau})$$

Or $E_n = -\delta v / \delta n$: dérivée du potentiel par rapport à la normale à Γ

(par $E_n = -\text{grad } V$), d'où la condition sur Γ :

$$\frac{\partial V}{\partial n} = 0 \quad (2)$$

II-1-3- Condition sur les deux interfaces du semiconducteur

Si la grille est polarisée en inverse et le drain soumis au potentiel V_{ds} , un courant électrique s'établit dans le canal conducteur du composant. Par un raisonnement analogue au précédent (cf II-1-2), l'absence de courant électrique dans l'air et dans le semi-isolant implique un champ électrique, dans le canal conducteur en dehors de la zone dépeuplée, tangent aux deux interfaces du semiconducteur.

Les conditions aux limites se résument ici par :

- Condition de Dirichlet sur les électrodes.

- Condition de Neuman sur la limite de zone de charge d'espace, et sur les deux faces horizontales du semiconducteur en dehors de la zone dépeuplée.

Les mêmes conditions aux limites ont été utilisées pour trouver l'interface frontière entre les domaines de Laplace et de Poisson [3].

II-3- Choix de la fonction de Green.

Dans leurs travaux sur les lignes à transmission en présence d' interfaces diélectriques D.W. KAMMLER [15] et W.T. WEEKS [16] ont développé les calculs concernant la fonction de Green par utilisation de la méthode des images multiples.

Puisque le champ électrique est tangent aux deux faces horizontales du semiconducteur, nous placerons donc deux murs magnétiques comme indiqué sur la figure (1).

Par analogie aux références [15] et [16], la fonction de Green résultante est déduite de la fonction de Green en espace libre, par utilisation de la méthode des images multiples, tenant compte de l'épaisseur h du substrat semiconducteur et des deux interfaces diélectriques que représentent les limites supérieures et inférieures du canal.

La fonction de Green bidimensionnelle correspondant à une ligne chargée en espace libre est (voire par exemple [17]):

$$G(X/X_0, Y/Y_0) = - \frac{1}{4\pi} \ln [(X-X_0)^2 + (Y-Y_0)^2]$$

Si cette même ligne est placée entre deux plans de masse, situés l'un de l'autre à la distance h (figure 3), par la méthode des images multiples, la fonction de Green lui correspondant est :

$$G(X/X_0, Y/Y_0) = -\frac{1}{4\pi} \sum_{i=-\infty}^{i=+\infty} \ln \left\{ \frac{(X - X_0)^2 + [Y - (Y_0 + 2ih)]^2}{(X - X_0)^2 + [Y + (Y_0 - 2ih)]^2} \right\}$$

qui peut être sommée par :

$$G(X/X_0, Y/Y_0) = -\frac{1}{4\pi} \ln \left(\frac{\sin^2 \left[\frac{\pi}{2h}(Y - Y_0) \right] + \operatorname{sh}^2 \left[\frac{\pi}{2h}(X - X_0) \right]}{\sin^2 \left[\frac{\pi}{2h}(Y + Y_0) \right] + \operatorname{sh}^2 \left[\frac{\pi}{2h}(X - X_0) \right]} \right) \quad (3)$$

qui est la fonction de Green résultante de l'effet de la charge linéique et de ses images par rapport aux deux interfaces. Cette expression a été confirmée, par considération d'une structure comportant deux armatures infinies [14].

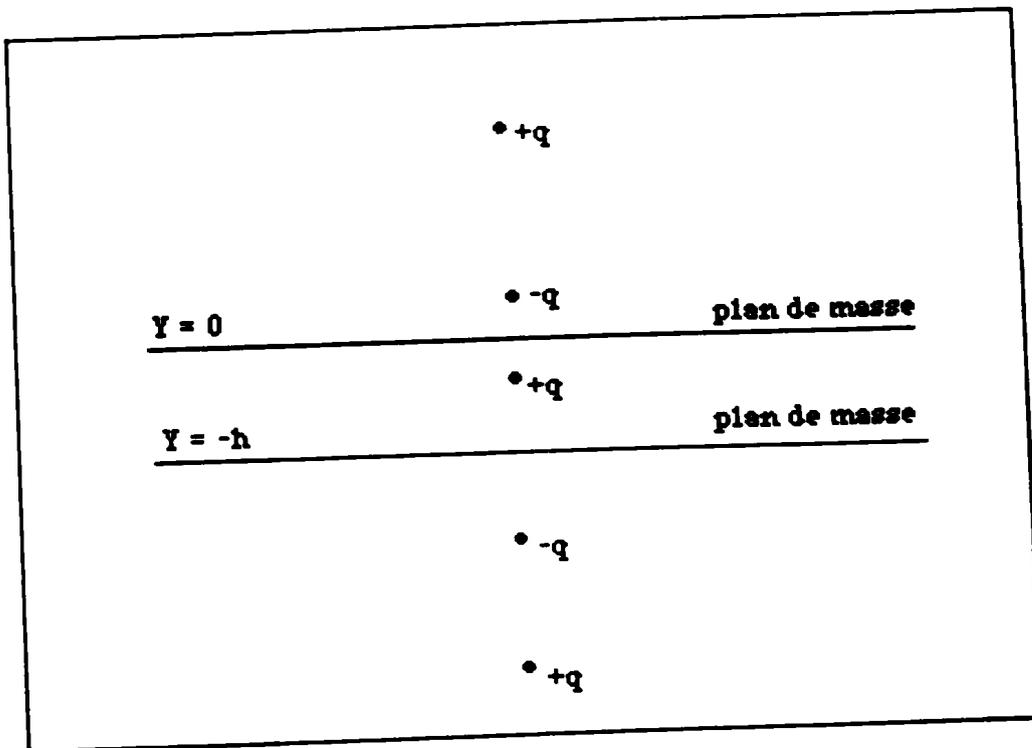


Figure 3 : Images multiples dues à une structure comportant deux armatures infinies

II-4-Les domaines de calcul

La figure (4) représente les domaines d'étude et de calcul en accord avec les hypothèses et conditions aux limites sus-citées.

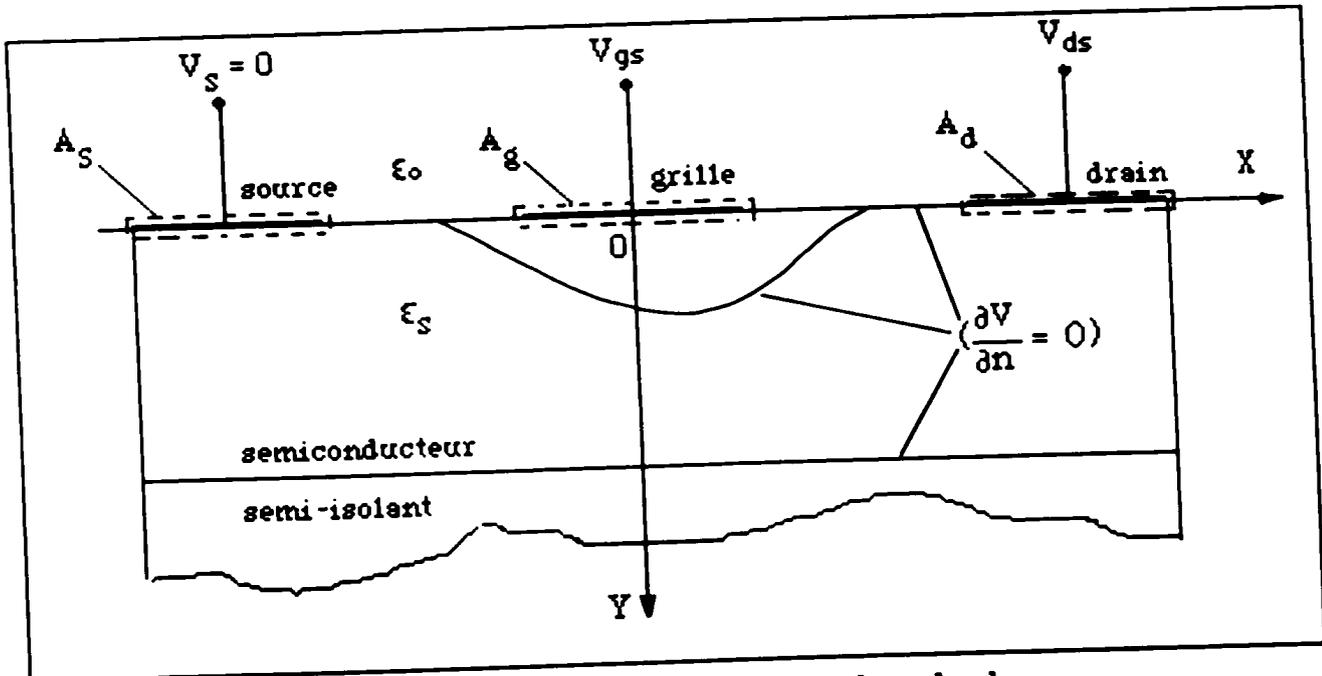


Figure 4 Domaines d'étude et de calcul

A_s , A_g et A_d sont des surfaces imaginaires entourant respectivement la source, la grille et le drain. Ces surfaces sont introduites ici, en vue d'appliquer la fonction de Green à ces domaines.

III- Analyse bidimensionnelle

III-1- Expressions du potentiel sur les éléments de la structure MESFET

La détermination du potentiel en chaque point du semiconducteur nécessite la résolution de l'équation de Poisson (1).

L'opérateur Laplacien est inversé par la technique des fonctions de Green.

Le potentiel, en tout point $M(x,y)$ du domaine considéré, est dû à l'ensemble des charges en présence, partant de ce principe, son expression peut s'écrire alors :

$$V(x,y) = \frac{1}{\epsilon_e} \left\{ \iint_{A_S} \rho_s(x_0,y_0) \cdot G(x/x_0,y/y_0) dx_0 dy_0 + \right. \\ \left. \iint_{A_G} \rho_G(x_0,y_0) \cdot G(x/x_0,y/y_0) dx_0 dy_0 + \right. \\ \left. \iint_{A_D} \rho_D(x_0,y_0) \cdot G(x/x_0,y/y_0) dx_0 dy_0 \right\} + \\ \frac{1}{\epsilon_s} \iint_{z_d} -qN_D \cdot G(x/x_0,y/y_0) dx_0 dy_0 \quad (4)$$

$$\text{où } \epsilon_e = \frac{\epsilon_s + \epsilon_0}{2}$$

avec les conditions aux limites :

$$\begin{aligned} V &= V_s = 0 \quad \text{sur la source} \\ &= V_{gs} \quad \text{sur la grille} \\ &= V_{ds} \quad \text{sur le drain} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial V}{\partial n} = 0 \quad \text{sur la limite de zone dépeuplée et sur les deux faces}$$

horizontales du semiconducteur en dehors de la zone de charge d'espace.

L'équation (4) peut donc être utilisée pour fournir le potentiel sur les électrodes, dans la zone dépeuplée et dans le canal actif.

III-2 - Normalisation de l'équation de Poisson

En calcul bidimensionnel, l'équation de Poisson peut s'écrire :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = - \frac{\rho(x,y)}{\epsilon}$$

- X et Y sont exprimés en longueur de Debye (λ_D) dans le semiconducteur :

$$\lambda_D = \left(\frac{\epsilon_s \cdot U_T}{q N_D} \right)^{\frac{1}{2}}$$

- Le potentiel V est exprimé en U_T (la tension thermique),
donnée par $U_T = KT/q$ (K : constante de Boltzmann ; T : la temperature
absolue)

- La distribution de charge $\rho(x,y)$ est exprimée en qN_D .

En calcul bidimensionnel, l'équation de Poisson peut donc s'écrire sous sa
forme normalisée ainsi :

$$\frac{\partial^2 V_n}{\partial x_n^2} + \frac{\partial^2 V_n}{\partial y_n^2} = - \frac{\rho_n}{\epsilon} \quad (5)$$

III-3 - Expressions normalisées du potentiel sur les éléments de la structure

En grandeurs normalisées, l'équation (4) peut s'écrire sous la forme
suivante :

$$\begin{aligned}
V(x,y) = \frac{2\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1} \{ & \iint_{A_s} \rho_s(x_0,y_0) \cdot G(x/x_0,y/y_0) dx_0 dy_0 + \\
& \iint_{A_G} \rho_G(x_0,y_0) \cdot G(x/x_0,y/y_0) dx_0 dy_0 + \\
& \iint_{A_D} \rho_D(x_0,y_0) \cdot G(x/x_0,y/y_0) dx_0 dy_0 \} - \\
& \iint_{z_d} 1 \cdot G(x/x_0,y/y_0) dx_0 dy_0 \quad (6)
\end{aligned}$$

avec ε_r : constante diélectrique du semiconducteur.

Nous supposons que l'épaisseur des électrodes est négligeable et que leurs charges sont situées exactement à l'interface métal-semiconducteur. Il suffit d'intégrer les trois premières intégrales par rapport à x_0 seulement. L'équation (6) peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned}
V(x,y) = \frac{2\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1} \{ & \int_{W_s} \rho_s(x_0) \cdot G(x/x_0,y/0) dx_0 + \\
& \int_{W_G} \rho_G(x_0) \cdot G(x/x_0,y/0) dx_0 + \\
& \int_{W_D} \rho_D(x_0) \cdot G(x/x_0,y/0) dx_0 \} - \\
& \iint_{z_d} 1 \cdot G(x/x_0,y/y_0) dx_0 dy_0 \quad (7)
\end{aligned}$$

Avec W_s , W_G et W_D respectivement, longueurs de la source, de la grille et du drain.

A partir de l'équation (7) le potentiel sur une des électrodes E quelconque peut être donné par l'expression suivante :

$$V_E = V(\mathbf{x}) = \frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r + 1} \left\{ \int_{W_S} \rho_S(\mathbf{x}_0) \cdot G(\mathbf{x}/\mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_0 + \int_{W_G} \rho_G(\mathbf{x}_0) \cdot G(\mathbf{x}/\mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_0 + \int_{W_D} \rho_D(\mathbf{x}_0) \cdot G(\mathbf{x}/\mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_0 \right\} - \iint_{z_d} 1 \cdot G(\mathbf{x}/\mathbf{x}_0, 0/y_0) dx_0 dy_0 \quad (8)$$

IV-NUMERISATION DE L'ETUDE BIDIMENSIONNELLE

IV-1- Discrétisation, schéma numérique

Bien que l'équation de poisson soit résolue dans un système bidimensionnel, nous utilisons une discrétisation au niveau de la structure MESFET qui a pour but de relever les phénomènes de bord.

Pour cela la procédure est la suivante :

Nous considérons m points de discrétisation sur chaque électrode. Sur Γ , limite de la zone dépeuplée, n points de calcul de potentiel sont considérés.

Ainsi la distribution de charge ρ_E (relative à une électrode E quelconque) et le potentiel $V(x)$ pourraient être calculés en ces m points. Après discrétisation de Γ la condition de Neuman est donc traduite sous sa forme numérique par l'équation suivante [19] :

$$\frac{\partial V}{\partial n}[(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)] = 0 \quad (9)$$

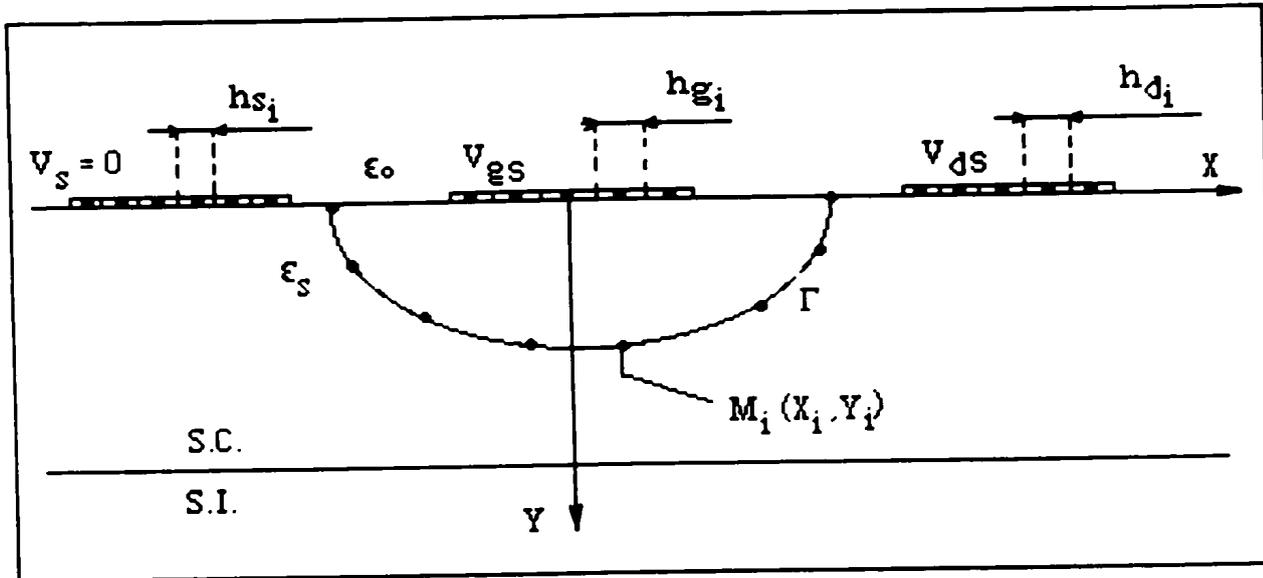


Figure 5 : Discretisation du domaine d'étude.

Dans le but de décrire avec rigueur la solution sur les bords des électrodes et sur ceux de la zone dépeuplée, un plus grand nombre de points sont considérés dans ces régions (figure 5).

La discrétisation utilisée dans cette étude est à espacement sinusoïdal comme l'a proposé D. W. Kammler pour localiser des points de calcul sur une ligne à transmission microstrip [15].

Si x_a représente l'extrémité d'une électrode quelconque ou de la limite de zone de charge d'espace (toutes deux supposées centrées en zéro), l'expression (10) assure un espacement sinusoïdal de points.

$$x(i) = x_a \cdot \cos\left[(i-1) \frac{\Pi}{m(\text{ou } n)}\right] \quad (10)$$

avec : $i = 1$ à $m(\text{ou } n)$

$$\begin{aligned}
V_E = V(x) = & \frac{2\varepsilon_r}{\varepsilon_r + 1} \sum_{i=1}^m \left\{ \int_{-hs_i/2}^{hs_i/2} \beta_i \cdot G(x/x_0) dx_0 \right. \\
& + \int_{-hg_i/2}^{hg_i/2} \alpha_i \cdot G(x/x_0) dx_0 + \left. \int_{-hd_i/2}^{hd_i/2} \delta_i \cdot G(x/x_0) dx_0 \right\} \\
& - \iint_{zd} 1 \cdot G(x/x_0, 0/y_0) dx_0 dy_0
\end{aligned} \tag{13}$$

Déterminer les inconnues du problème, les distributions de charge sur les électrodes et la limite de la zone dépeuplée, consiste donc à trouver les facteurs poids β_i , α_i , δ_i et les points $M_i(X_i, Y_i)$ satisfaisant à l'équation (9).

IV-2- Résolution

En vue de déterminer les facteurs poids β_i , α_i , δ_i de l'équation (13), nous utilisons la méthode de Galerkin [13]. Méthode de moment pour laquelle la fonction test est la fonction de base. L'équation d'ordre j , obtenue par utilisation de cette méthode, peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
h_j \cdot V_E = & \frac{2\varepsilon_r}{\varepsilon_r + 1} \sum_{i=1}^m \left\{ \beta_i \cdot \int_{-h_j/2}^{h_j/2} \int_{-hs_i/2}^{hs_i/2} G(x/x_0) dx_0 dx + \right. \\
& + \alpha_i \cdot \int_{-h_j/2}^{h_j/2} \int_{-hs_i/2}^{hs_i/2} G(x/x_0) dx_0 dx + \delta_i \cdot \int_{-h_j/2}^{h_j/2} \int_{-hs_i/2}^{hs_i/2} G(x/x_0) dx_0 dx \left. \right\} \\
& - \int_{-h_j/2}^{h_j/2} \iint_{zd} 1 \cdot G(x/x_0, 0/y_0) dx_0 dy_0 dx
\end{aligned} \tag{14}$$

La variation de j , de 1 à $3m$ (nombre total d'échelons sur les trois électrodes), engendre un système de $3m$ équations à $3m$ inconnues.

Le système matriciel suivant est alors formé :

$$[A][alp] = [B] \quad (15)$$

où :

- Les éléments de la matrice $[A]$ s'écrivent :

$$a_{ij} = \int_{h_j} \int_{h_i} G(x/x_0) dx_0 dx$$

- Les éléments de la matrice $[B]$ s'écrivent :

$$b_j = h_j V_E + \int_{h_j} \int \int_{z_d} G(x/x_0, 0/y_0) dx_0 dy_0 dz$$

tel que $V_E = 0$ sur la source

= V_{gs} sur la grille

= V_{ds} sur le drain

- La matrice $[alp]$ décrit les inconnues :

$$alp_1 \text{ à } alp_m \rightarrow \beta_i$$

$$alp_{m+1} \text{ à } alp_{2m} \rightarrow \alpha_i$$

$$alp_{2m+1} \text{ à } alp_{3m} \rightarrow \delta_i$$

Les éléments de la matrice [A] sont les projections de chaque élément de discrétisation des électrodes sur tous les autres. Les effets réciproques des électrodes les unes sur les autres et sur elles mêmes engendrent donc une matrice [A] symétrique et symétrique par blocs. Sa résolution par la seule prise en considération des éléments diagonaux et supérieurs, à la suite de cette constatation, permet de gagner un temps de calcul appréciable : une résolution du système matriciel (15) par méthode classique dure : 8,52 s, par la considération citée, ce temps est de 1,54 s.

IV-3- Processus itératif - schéma de résolution de problème à frontière libre

Partant d'une estimation de Γ , limite de zone dépeuplée, et connaissant au préalable le potentiel appliqué à chaque électrode, le système matriciel (15) est résolu. Ceci permet d'obtenir une première estimation des facteurs poids β_i , α_i et δ_i .

Par utilisation de l'équation (12), le potentiel sur les n points de Γ est calculé. Après lissage de ces points, utilisant les fonctions Spline de troisième ordre, la normale par rapport à Γ et $\delta V / \delta n$ sont évalués et utilisés pour une nouvelle estimation de la limite de zone dépeuplée. La correction de Γ , par chacun de ses points, est réalisée par un déplacement suivant la direction de la normale. Chaque point de la courbe Γ^k (à l'itération k) est déplacé suivant la direction de la normale n_i^k vers Γ^{k+1} (à l'itération k+1), voire figure (6).

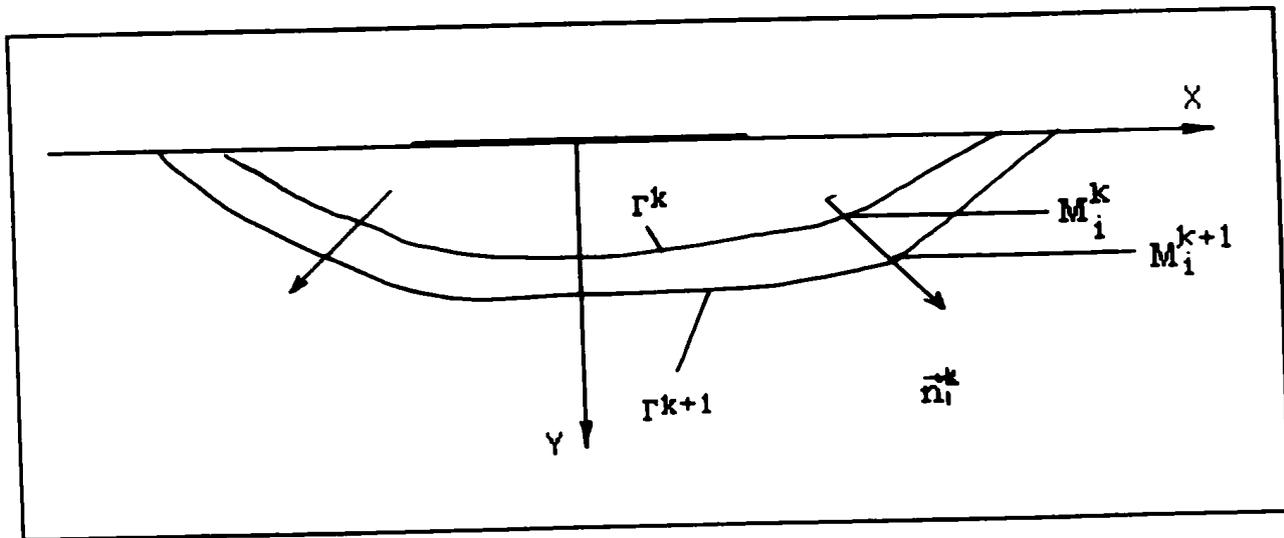


Figure 6 : Mouvement de la frontière de la zone dépeuplée entre deux itérations consécutives.

L'équation (16) donne l'expression de ce déplacement

$$dl = K \times S \times \left| \frac{\partial V}{\partial n} \right| \quad (16)$$

où, K est le facteur de convergence modulant l'amplitude du déplacement et $S = -\text{sign}(\frac{\partial^2 V}{\partial n^2}) \times \text{sign}(\frac{\partial V}{\partial n})$ assure la diminution de $\left| \frac{\partial V}{\partial n} \right|$.

L'approximation unidimensionnelle de Schockley est prise comme première estimation de Γ dans le but de se situer proche de la solution.

Le problème consiste alors en l'évaluation de la fonction d'erreur $\max\left\{\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)_h\right\}$, pour trouver les points $M_i(x_i, y_i)$, solutions de l'équation (9).

IV-4-Condition de neutralité électrique

Pour l'unicité de la solution, en plus de la condition de Neuman sur la limite de la zone de charge d'espace, le système doit être électriquement neutre. L'équation (17) doit donc être confirmée.

$$Q_S + Q_G + Q_D + Q_{ZD} = 0 \quad (17)$$

avec :

$$Q_S : \text{Charge électrique totale sur la source, } Q_S = \int_{w_S} \rho_S \cdot dW_S$$

$$Q_G : \text{charge électrique totale sur la grille, } Q_G = \int_{w_G} \rho_G \cdot dW_G$$

$$Q_D : \text{Charge électrique totale sur le drain, } Q_D = \int_{w_D} \rho_D \cdot dW_D$$

Q_{ZD} : Charge totale interne à la zone dépeuplée,

$$Q_{ZD} = \iint_{ZD} -q \cdot N_D \, dx \cdot dy$$

V - CONVERGENCE DE L'ALGORITHME

Dans ce paragraphe, nous présentons en figure (7) l'organigramme résumant dans ses grandes lignes l'étude numérique proposée.

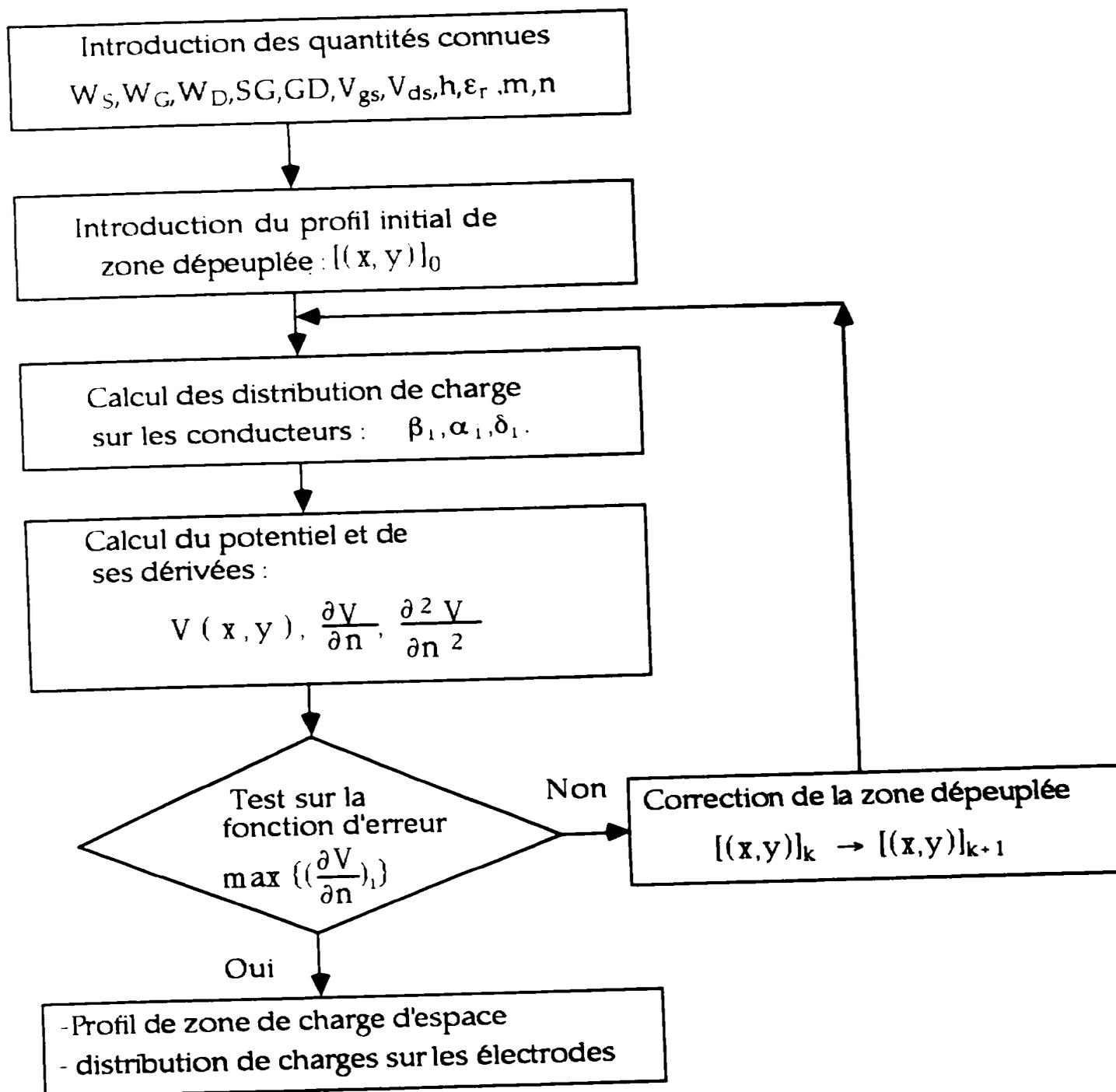


Figure (7) : Organigramme résumant la procédure de résolution de problème à frontière libre.

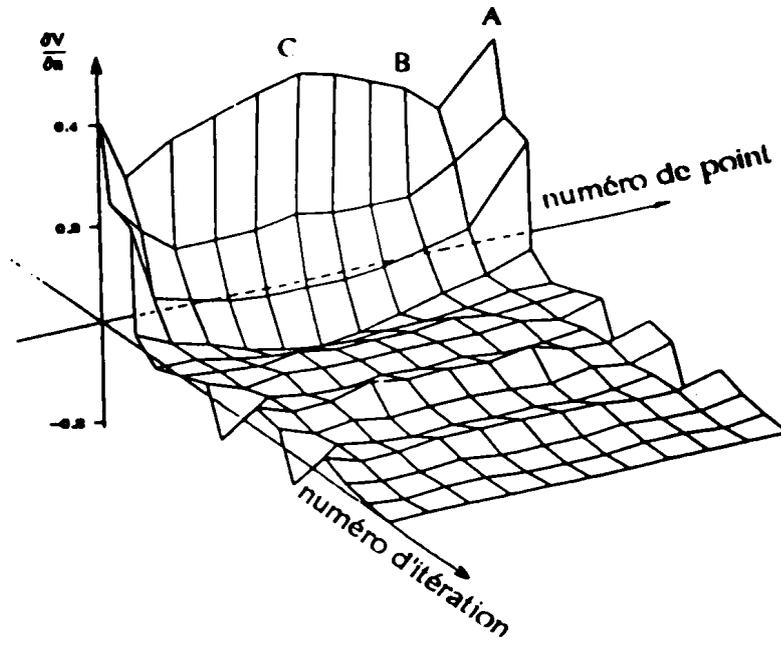


Figure 8 : Evolution de $\frac{\partial V}{\partial n}$ sur Γ au cours des itérations.

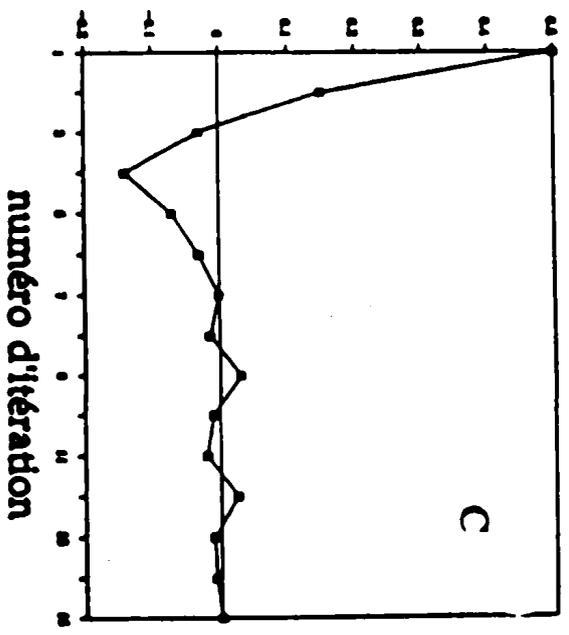
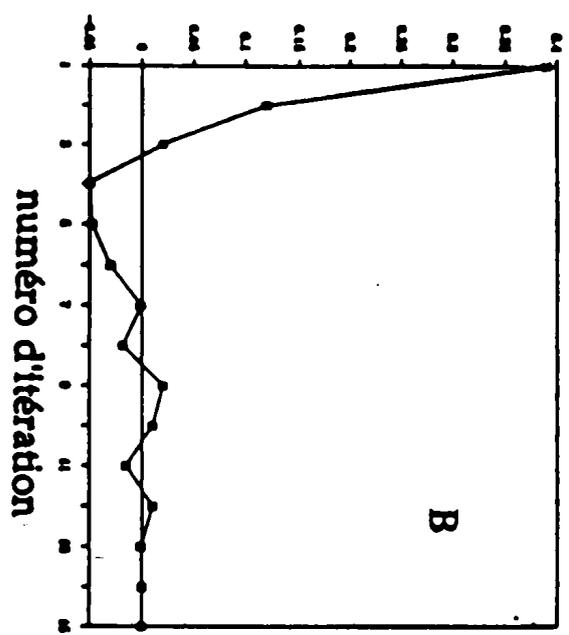
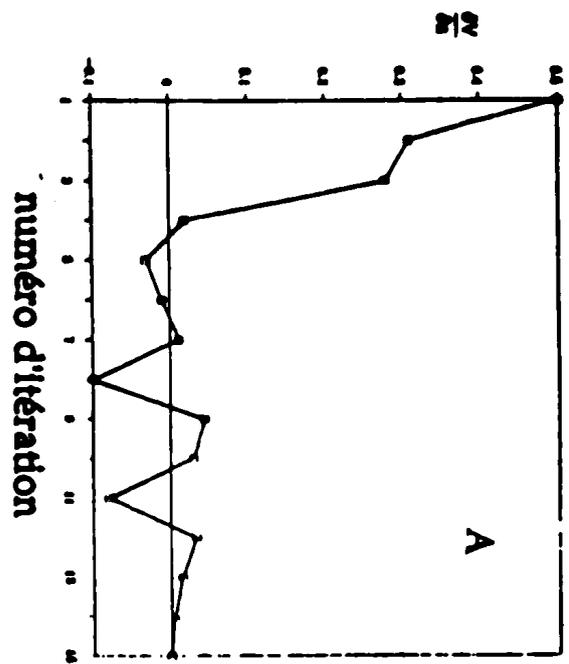


Figure 9 : Evolution de $\frac{\partial V}{\partial n}$ aux points A, B et C.

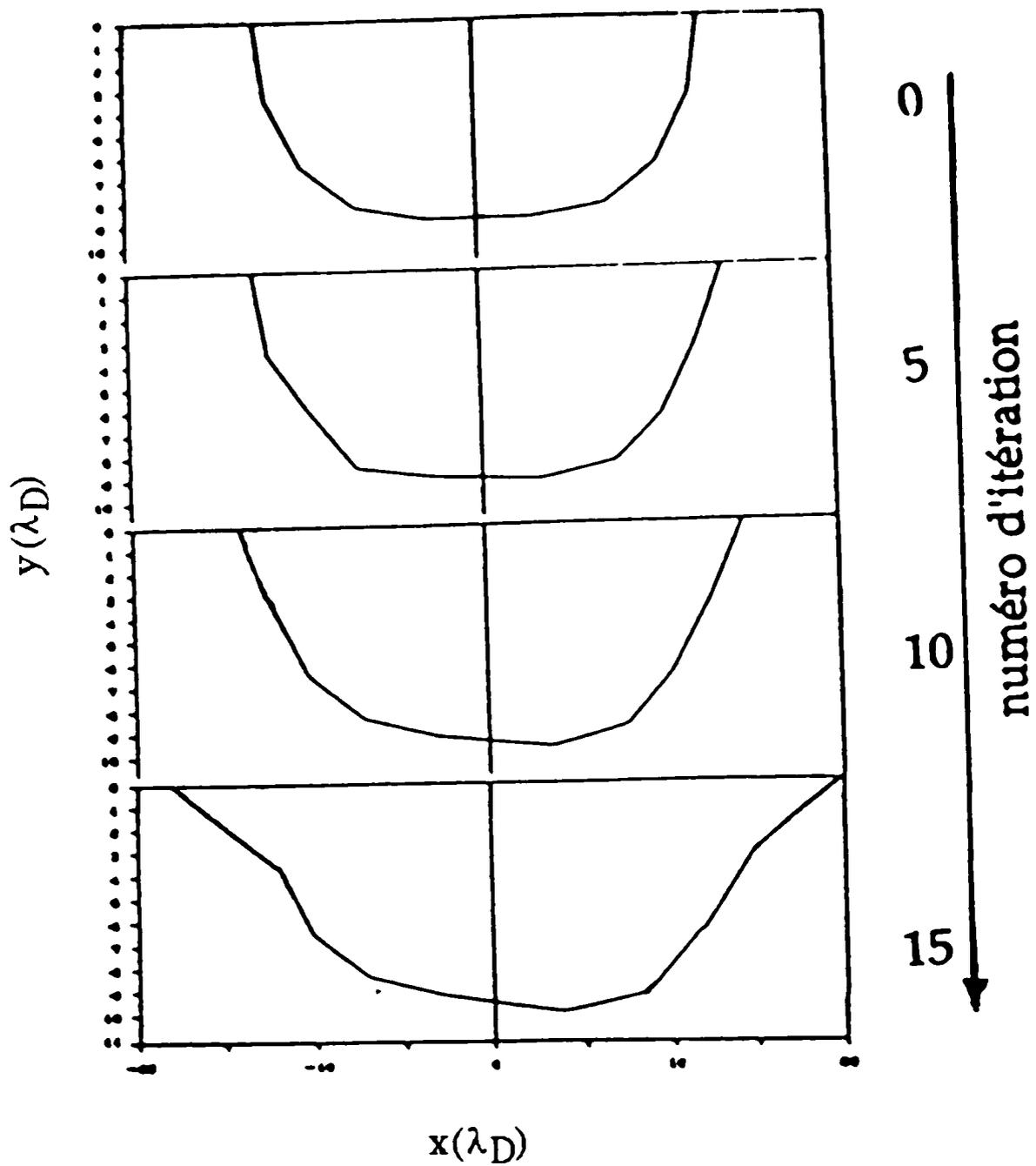


Figure 10 : Déformations successives de la limite de zone de charge d'espace dans le processus de convergence.

VI-RESULTATS NUMERIOUES

VI-1 Conditions de calcul:

* Paramètres géométriques :

-Longueurs des électrodes :

Source $0,5\ \mu\text{m}$, Grille $0,25\ \mu\text{m}$, Drain $0,5\ \mu\text{m}$

-Espace inter-électrodes:

Source-Grille : $1,5\ \mu\text{m}$, Grille-Drain : $1\ \mu\text{m}$.

-Epaisseur du substrat semiconducteur : $h = 2500\ \text{Å}$

* Paramètres physiques :

- Concentration en impuretés : $N_D = 10^{17}\ \text{at}/\text{cm}^3$

- Constante diélectrique du semiconducteur : $\epsilon_r = 12$

-Tension de grille : $V_{gs} = -1\ \text{volt}$.

* Paramètres numériques :

- Facteur de convergence : $K = 0.1$

- Nombre de points de discrétisation sur la limite de zone

de charge d'espace : $n = 30$

- Nombre de segments sur chaque électrode : $m = 11$

VI-2 Résultats et commentaires

La figure (11) représente les limites de la zone de charge d'espace dans un MESFET, pour différentes valeurs de tension de drain, obtenues par la présente méthode. Ces frontières répondent par leurs allures aux limites de zone de charge d'espace vues par Golio pour le cas d'un MESFET au GaAs de type N (figure 12) [20].

Après calcul du potentiel en tout point des limites de zones désertées, celles-ci sont comparées à celles obtenues par utilisation de l'approximation unidimensionnelle de Shockley améliorée (voire par exemple [21]) :

$$Y_{ZD}(x) = \sqrt{\frac{2\epsilon_r\epsilon_0(V(x) + V_{bi} - V_G)}{qN_D}}$$

Où V_{bi} est la tension de barrière du contact Shottky, V_G est la tension de grille (dans notre modèle V_{gs} englobe V_G et V_{bi}) et $V(x)$ est le potentiel, correspondant à l'abscisse X , sur la limite de zone de charge d'espace trouvée.

Sur la figure (13), nous remarquons la forme de l'évolution, vers l'interface inférieure de la couche semiconductrice, de la limite de la zone dépeuplée pour une valeur de V_{ds} évolutive à V_{gs} constant. Il est à noter que celle-ci a tendance à se rapprocher plus vite de l'interface inférieure du semiconducteur du côté grille-drain

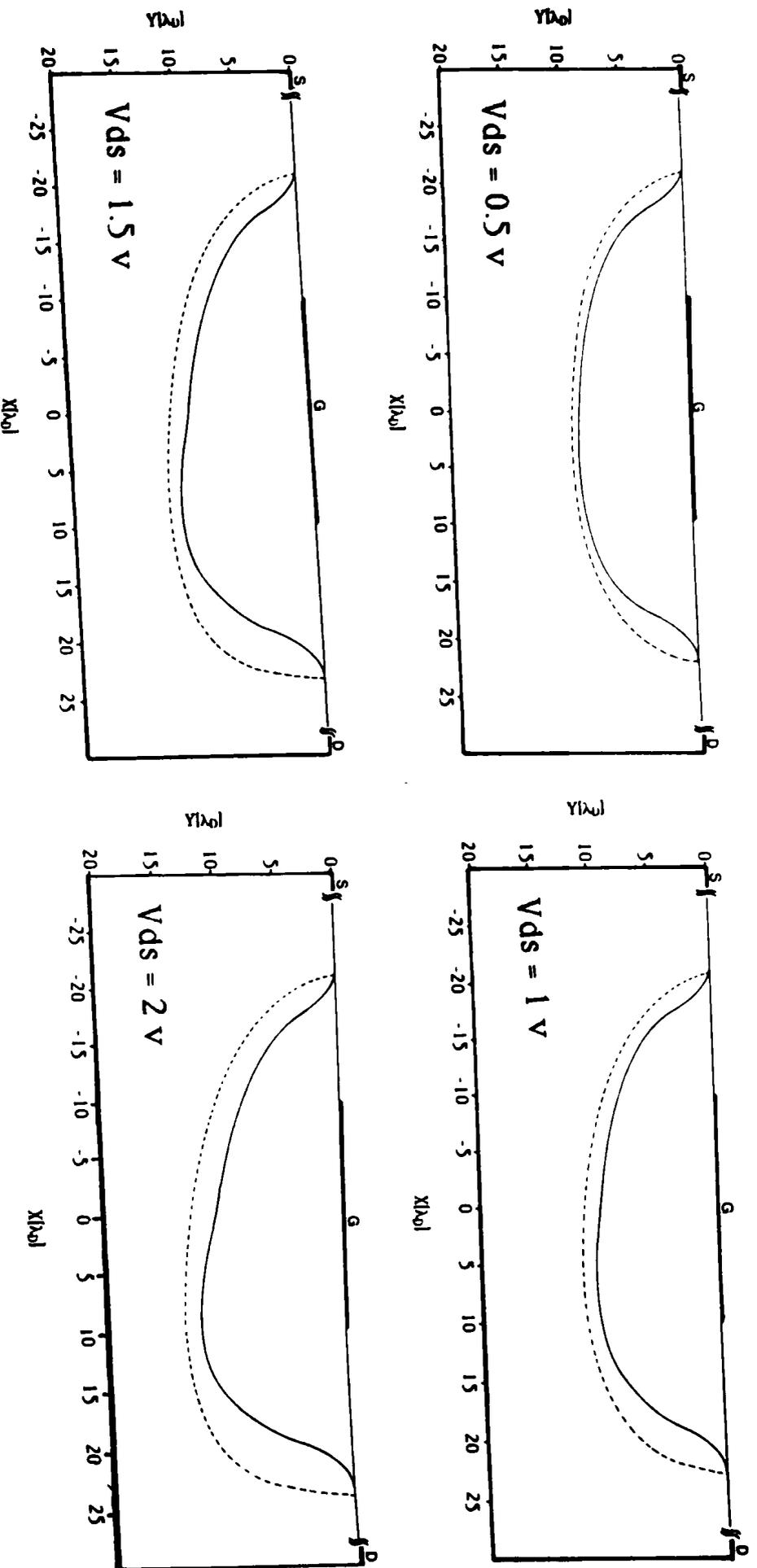


Figure 11 : Les limites de zones de charge d'espace à $V_g = -1$ V.

— nos calculs.

- - - approximation de Schokley

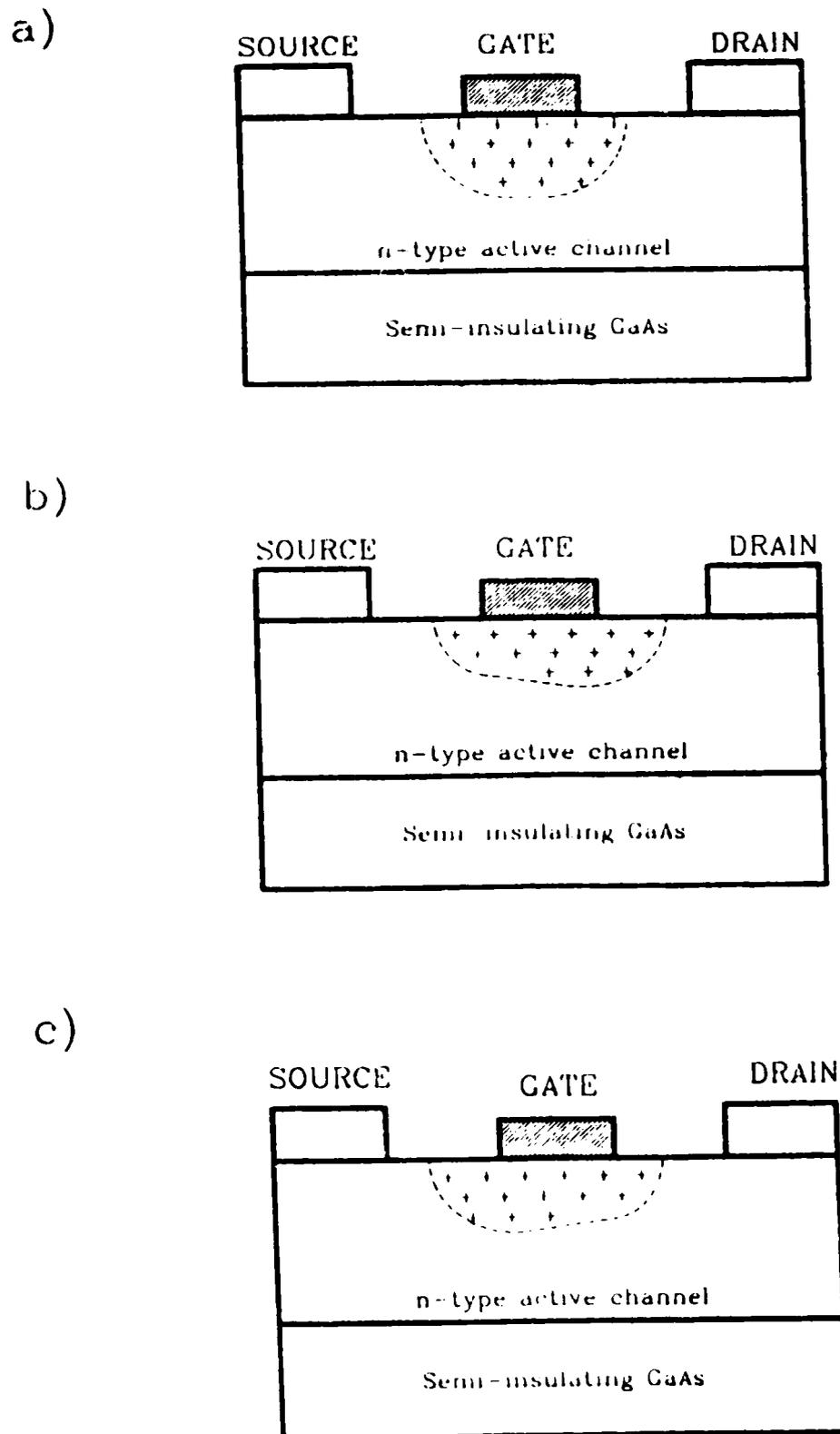


Figure 12 : La zone de charge d'espace dans le MESFET [20]

a) $V_{gs} = V_{gd}$

b) $V_{gd} > V_{gs}$

c) $V_{gs} > V_{gd}$

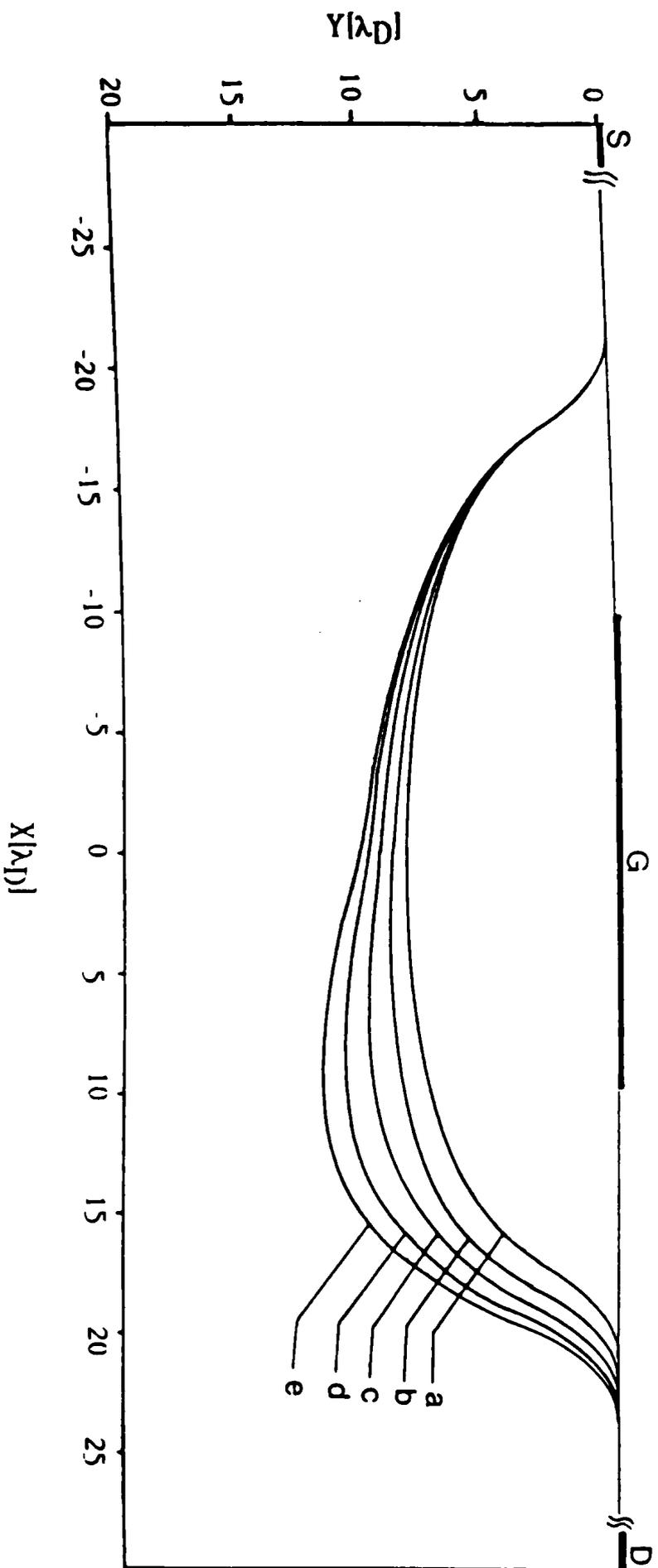


Figure 13 : Les frontières de zone dépeuplée à V_{ds} évolutive
 V_{ds} (en volts) = (a : 0 ; b : 0,5 ; c : 1 ; d : 1,5 ; e : 2)

Les distributions de charges trouvées sur les électrodes (figure 14) vérifient l'équation de neutralité électrique pour les différentes valeurs de potentiels appliqués. Ces distributions de charge sont ici comparées à celles qui auraient permis l'équilibre électrostatique par utilisation des zones de charge d'espace de l'approximation de Shockley (figure 11). La densité de charge sur les électrodes n'est pas uniforme mais augmente sur les bords.

Sur la figure (15) nous remarquons qu'à V_{gs} constant les distributions de charge sur les électrodes augmentent en valeur absolue avec V_{ds} . Nous remarquons que cette évolution s'effectue vers des sens bien précis :

- pour ρ_s cette évolution ne s'effectue sous la source que du côté de l'axe source-grille et ρ_s a tendance à atteindre une courbe limite ou de saturation.
- pour ρ_d la même observation est valable sauf qu'il faudrait préciser que l'évolution sous le drain s'effectue seulement du côté de l'axe grille-drain.
- ρ_g présente une valeur constante sur la grille du côté de l'axe source-grille, ρ_g a tendance également à évoluer vers une courbe limite.

La figure (16) montre l'évolution des charges totales sur les électrodes et dans la zone dépeuplée. La somme algébrique des charges pour différentes valeurs de V_{ds} est nulle, ce qui vérifie la condition de neutralité électrique.

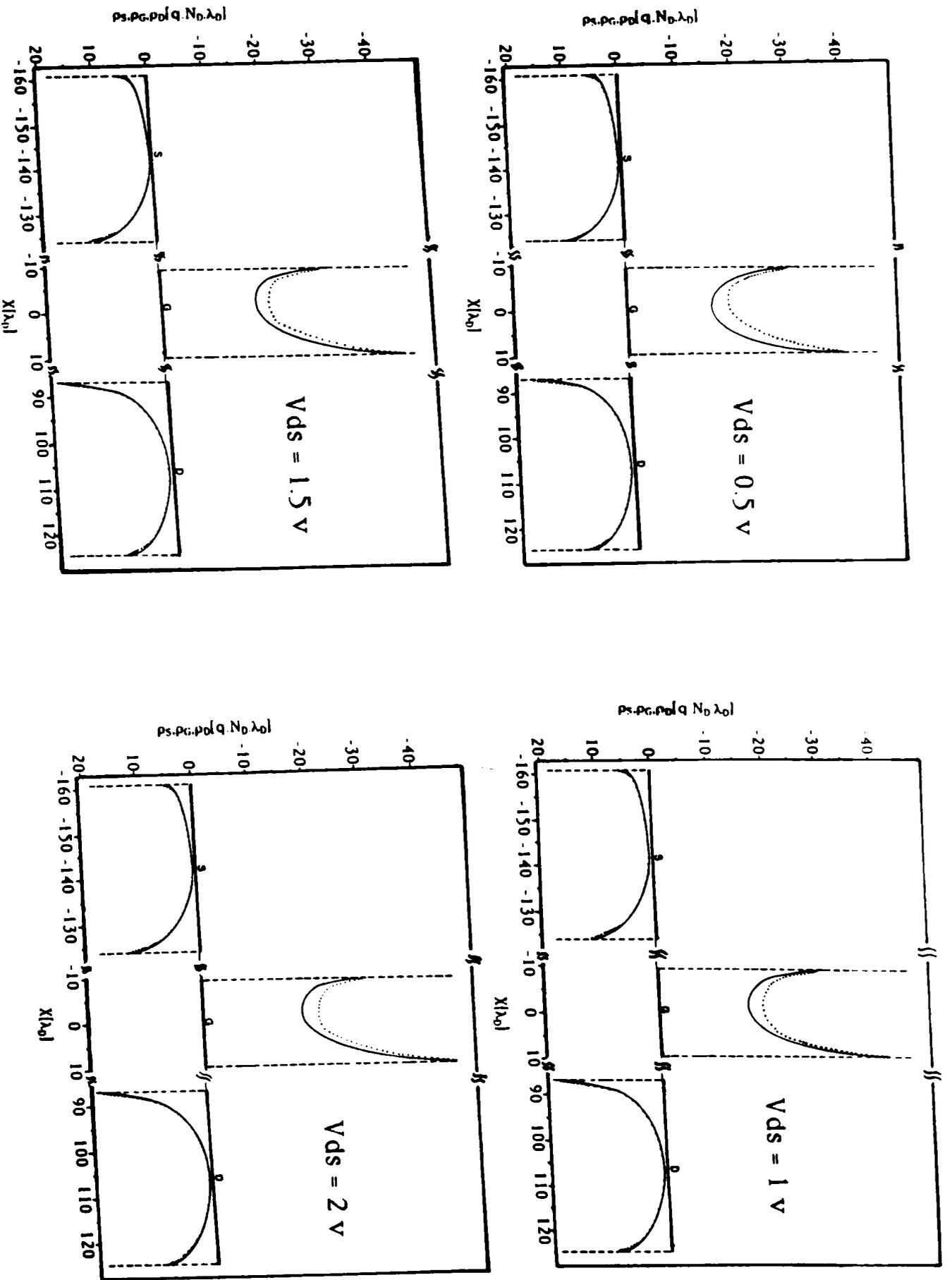


Figure 14 : La distribution de charge sur les électrodes
 nos calculs.

..... approximation de Schokley

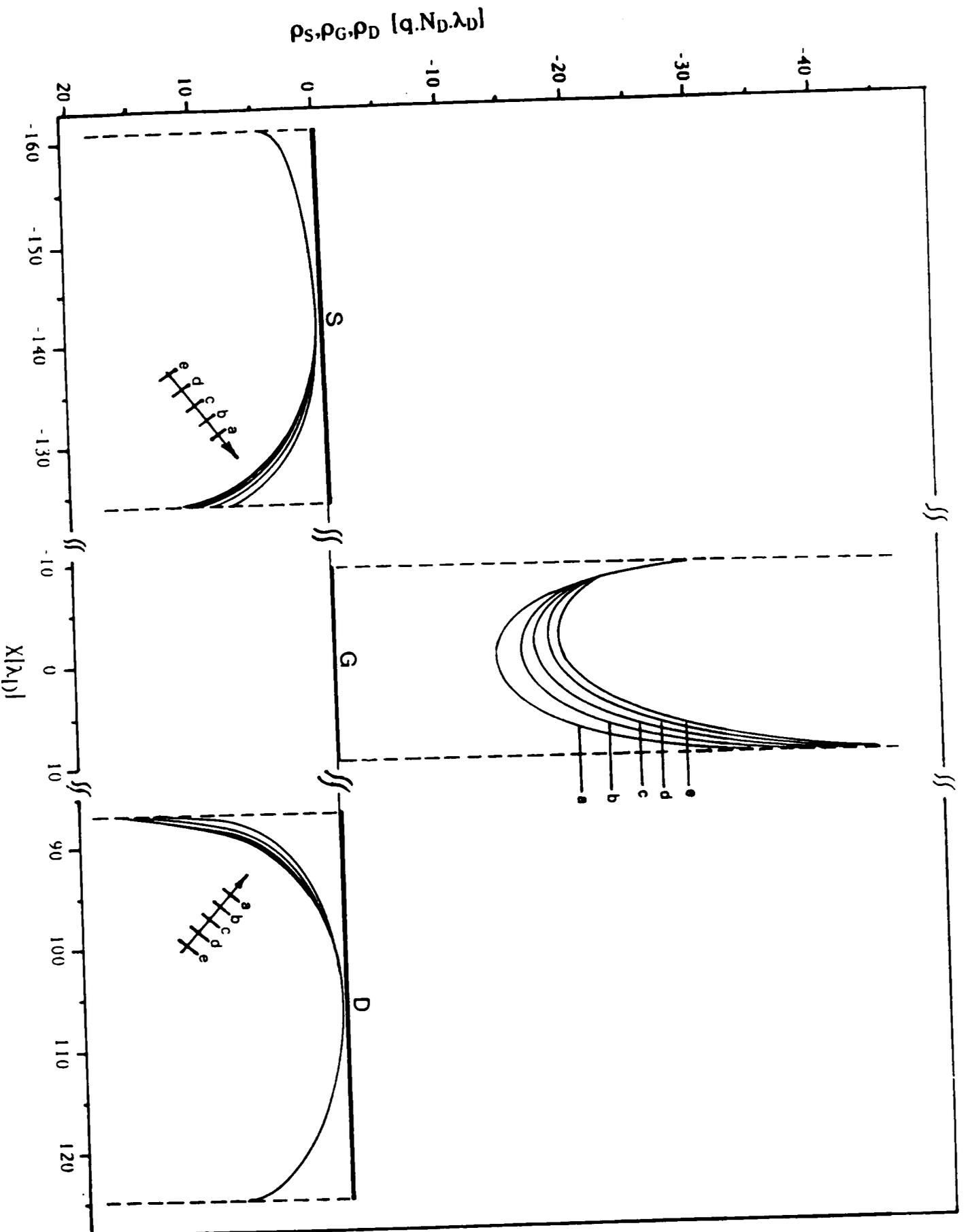


Figure 15 : Les distributions de charge à V_{ds} évolutive

V_{ds} (en volts) – (a : 0 ; b : 0,5 ; c : 1 ; d : 1,5 ; e : 2)

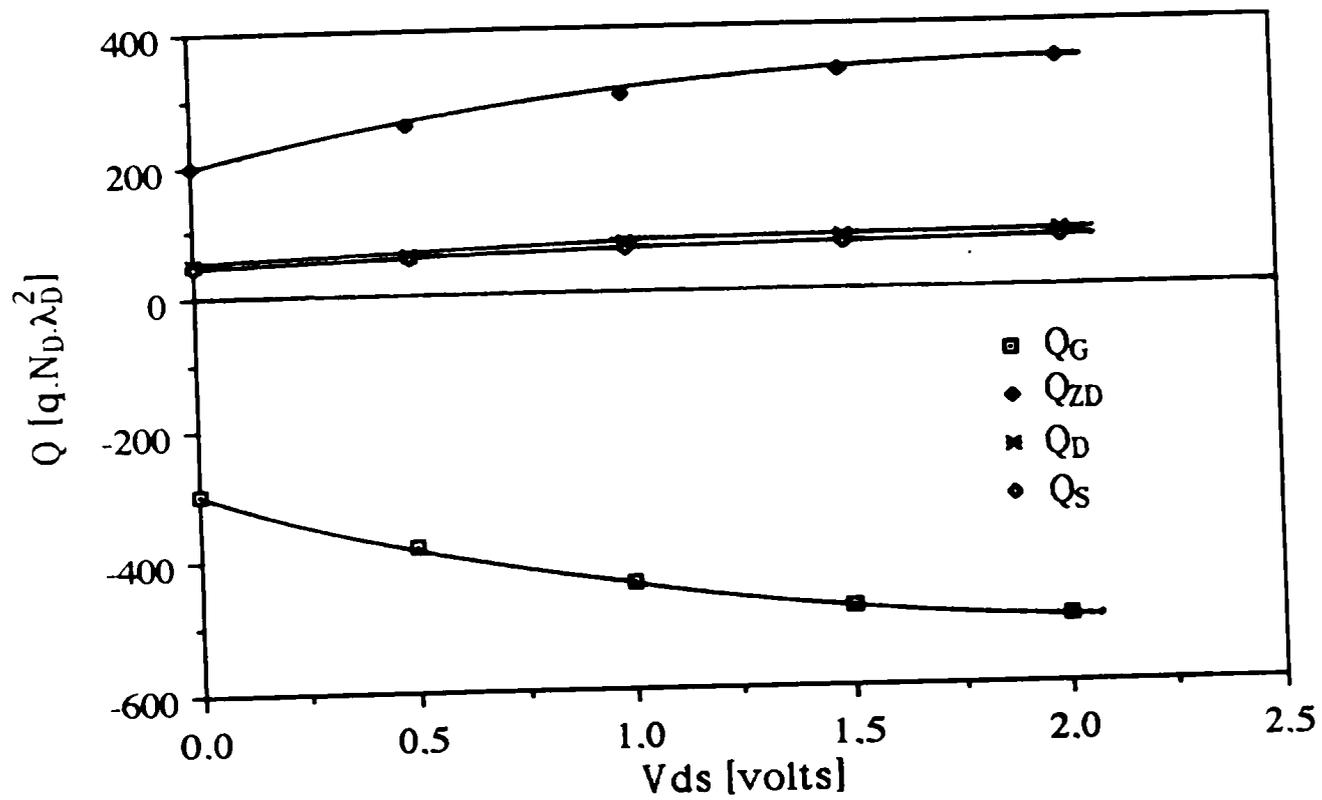


Figure 16: Charges totales sur les éléments de la structure MESFET

CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons surtout proposé une résolution itérative du problème posé par les frontières libres. Cette méthode a trouvé comme application directe la détermination exacte des zones de charge d'espace en tant que problème de modélisation de forme. Les allures des frontières de zones dépeuplées sont typiques à celles du MESFET. Elles sont ici comparées aux limites de zones dépeuplées obtenues par une formulation améliorée de l'approximation unidimensionnelle de Schokley. La distribution de charge sur les électrodes a pu être déterminée grâce à cette technique également. Ce chapitre servira de plate forme à partir de laquelle, une modélisation numérique pourra être développée en vue de la caractérisation du MESFET par la détermination des paramètres électriques du canal actif de façon générale. Plus particulièrement, le tracé des caractéristiques fonctionnelles du MESFET sera réalisé.

- [1] : *FOLKES, P.A. et AL*- "ANALYTICAL VOLTAGE DEPENDANCE OF AN UNSATURATED MESFET'S GATE CAPACITANCE." - IEEE Electron Device Letter, 1991,12,(5), pp. 215-217.
- [2] : *NEUYEN HUY XUONG* - "MATHEMATICAL TWO DIMENSIONAL MODEL OF SEMICONDUCTOR DEVICES"-Electronics letters- Vol 7, N° 2:28th January 1971.
- [3] : *KAGAWA Y., MURAI T. AND MATSUMOTO O.*, "FINITE ELEMENT ITERATIVE TECHNIQUES FOR DETERMINING THE INTERFACE BOUNDARY BETWEEN LAPLACE AND POISSON DOMAIN." - International Journal for numerical methods in engineering, Vol. 19,315-329, 1983.
- [4] : *T.WADA and R.L.M. DANG* - "MODIFICATION OF ICG METHOD FOR APPLICATION TO SEMICONDUCTOR DEVICE SIMULATORS"-Electronics Letters : Vol. 18- N°6, 18th March 1982.
- [5] : *F.Y.CHANG AND L.F. WAGNER*- "GENERALISED ICCG METHOD FOR SOLUTION OF ASYMETRIC SPARSE LINEAR SYSTEMS OF DICRETISED SEMICONDUCTOR DEVICE EQUATION"-Electronics Letters : Vol. 18- N°15, 22 July 1982.
- [6] : *H. BAUDRAND, F. BRITO, M. AHMADPANA*H - "ACCURATE CALCULATION OF DEPLETION-LAYER PROFILE IN A PERIODIC METAL-SEMICONDUCTOR ARRAY." Electronics Letters, Vol 22 N° 23, 6th November 1986
- [7] : *A.BENGHALIA, M. AHMADPANA*H, H. BAUDRAND-"ACCURATE TWO DIMENSIONAL APPROACH FOR CAPACITANCE MES TRANSMISSION LINES". Electronics Letters, Vol 24 N° 16, 4th August 1988.
- [8] : *MASANORI KOBAYASHI* - "GREEN'S FUNCTION TECHNIQUE FOR SOLVING ANISOTROPIC ELECTROSTATIC FIELD PROBLEMS." - IEEE Transaction on M.T.T., Vol. MTT-26, N° 7, July 1978.
- [9] : *MORSE P.M. and FESHBACK* - "METHOD OF THEORETICAL PHYSICS" - Mc Graw-Hill, New York, 1953
- [10] : *G.F.ROACH*- "GREEN's FUNCTIONS INTRODUCTORY THEORY WITH APPLICATIONS". V N R - Company . London . 1960.
- [11] : *R.E. COLLIN* - "FIELD THEORY OF GUIDED WAVES" Mc Graw-Hill, New York, 1960.
- [12] : *JOHN CRANK* - "FREE AND MOVING BOUNDARY PROBLEMS." CLARENDON PRESS . OXFORD, 1987
- [13] : *R.F. HARRINGTON* - "FIELD COMPUTATION BY MOMENT'S METHOD." - Mac Millan ; 1968.
- [14] : *M.K.JAIN*- "NUMERICAL SOLUTION OF DIFFERENTIAL EQUATIONS second edition" - Willey Eastern Limited, 1984

- [15] : *DAVID W. KAMMLER* - "CALCULATION OF CHARACTERISTICS ADMITTANCES AND COUPLING COEFFICIENTS FOR STRIP TRANSMISSION LINES." - IEEE Trans. on M.T.T., Vol. MTT-16, N°11, Nov. 1968.
- [16] : *WILLIAM T. WEEKS* - "CALCULATION OF COEFFICIENTS OF CAPACITANCE OF MULTICONDUCTOR TRANSMISSION LINES IN THE PRESENCE OF A DIELECTRIC INTERFACE." - IEEE Trans. on M.T.T., Vol. MTT-18, N°1, Jan. 1970.
- [17] : *F. BRITO* - "APPLICATION DES FONCTIONS DE GREEN A L'ETUDE DE LIGNES SUR SEMICONDUCTEUR ET EN MILIEU DISSIPATIF" - These de doctorat - INPToulouse - 1987
- [18] : *CHARLES JEAN* - "CONTRIBUTION A L'ETUDE DES STRUCTURES GUIDANTES DIELECTRIQUES ET MULTICONDUCTRICES DE FORME QUELCONQUE EN HYPERFREQUENCE" - These de doctorat - INSA Toulouse - 1991.
- [19] : *B. MARIR, M. BENABBAS, D. BAJON and H. BAUDRAND* - "NEW TWO-DIMENSIONAL APPROACH FOR DETERMINING DEPLETION LAYER PROFILE IN FIELD-EFFECT TRANSISTORS." - Electronics Letters, Vol 27 N° 19; 12th Sept. 1991.
- [20] : *MICHAEL GOLIO* - "MICROWAVE MESFETs and HEMTs" - Artech House - 1991.
- [21] : *M.S. SHUR* "ANALYTICAL MODEL OF GaAs MESFET's" IEEE Trans. on ED, vol. ED-25, N° 6, p.612, 1978.

PARTIE 2

**MODELISATION BIDIMENSIONNELLE DE
FONCTIONNEMENT DU MESFET.**

INTRODUCTION

Lors de la conception des circuits utilisant le MESFET, la connaissance de ses caractéristiques fonctionnelles est nécessaire. Les grandeurs caractéristiques du fonctionnement de tout transistor à effet de champ sont :

- Les relations courant-tension
- Les capacités inter-électrodes.
- La conductance (ou la résistance de sortie).
- La transconductance.

Les capacités inter-électrodes sont obtenues par différenciation de la charge sur la grille par rapport aux tensions appliquées. La conductance de canal et la transconductance découlent des dérivées du courant de canal par rapport aux tensions appliquées.

Les distributions de charge, par conséquent les charges totales sur les différents éléments de la structure MESFET, ainsi que le profil de limite de zone dépeuplée sont déterminées lors de la résolution de problème à frontière libre (Chapitre premier). Les capacités inter-électrodes peuvent donc être directement calculées. Comme suite à la détermination de la zone dépeuplée et des charges électriques statiques sur les différentes parties du composant, un modèle numérique est proposé. L'équation (12) du premier chapitre nous renseigne directement sur la valeur du potentiel en tout point de la structure MESFET à étudier. Ceci permet dans un premier temps le tracé des courbes équipotentielles dans le canal. La valeur de courant dans le canal actif est déterminée par les relations simples et fondamentales de l'électrostatique, par une connaissance préalable de la profondeur de zone

de charge d'espace. Le modèle numérique ainsi réalisé caractérise le fonctionnement du MESFET. A ce niveau les valeurs ne sont calculées qu'avant pincement. Un lissage de ces valeurs par un modèle empirique, qui constitue une première validation par rapport aux allures typiques d'un MESFET, complète le modèle pour le fonctionnement du transistor en saturation. Le modèle ainsi obtenu est validé quantitativement par des mesures expérimentales.

I - ANALYSE DU TRANSISTOR A EFFET DE CHAMP - THEORIE ET EVOLUTION

Shockley [1] a effectué la première analyse théorique du TEC. La région active du composant est divisée en deux parties (figure 1) :

- La zone de charge d'espace, région dépourvue de porteurs mobiles où aucun phénomène de transport ne peut être considéré.

- Le canal conducteur dont l'épaisseur est modulée par l'étendue de la zone dépeuplée. Région qui serait le siège d'un courant électrique, dans le cas de l'existence d'une tension source-drain V_{ds} .

Cette division est justifiée si la section du canal conducteur ne présente pas de variation brusque (Hypothèse du canal graduel) [2].

L'épaisseur de la zone désertée sous la grille est donnée, lorsque $V_{ds} = 0$, par la formule de Schockley [1] :

$$Y_{ZD} = h \sqrt{\frac{V_{bi} - V_{gs}}{V_{TO}}} \quad \text{où : } V_{TO} = \frac{qN_D h^2}{2\epsilon_r \epsilon_0} \quad (1)$$

h : épaisseur de la zone active du MESFET.

V_{bi} : tension de barrière de la jonction Shottky.

V_{TO} : tension de pincement.

V_{gs} : tension source-grille.

q : charge électronique.

ϵ_r : constante diélectrique du semiconducteur.

ϵ_0 : permittivité diélectrique du vide.

N_D : dopage.

Cette hypothèse est valable si la zone dépeuplée ne "pince" pas le canal. Au delà de ce point, il est admis que la caractéristique courant-tension se sature (figure 2).

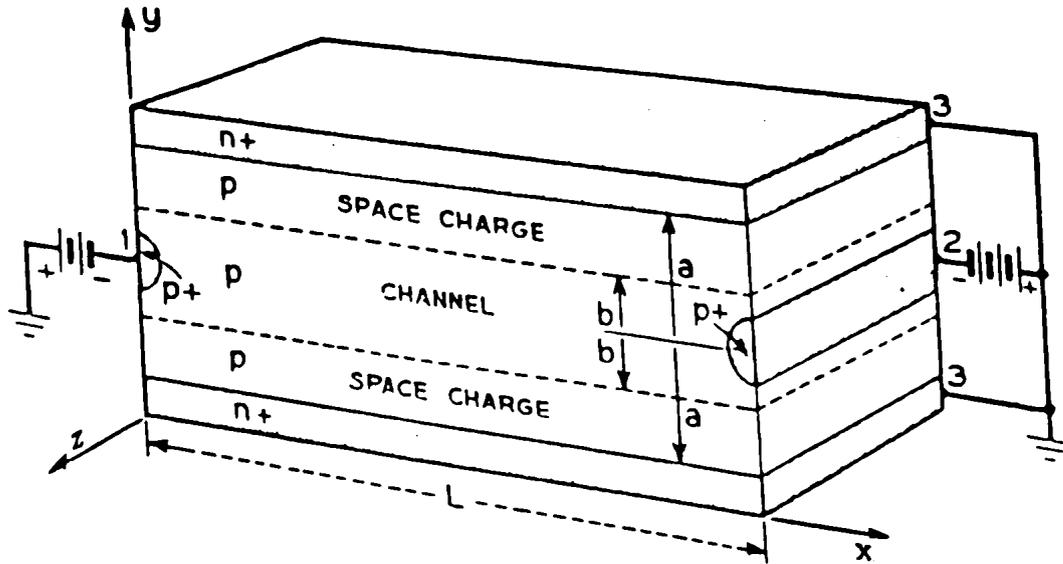


Figure 1 : Le transistor à effet de champ de W.Shockley [1]

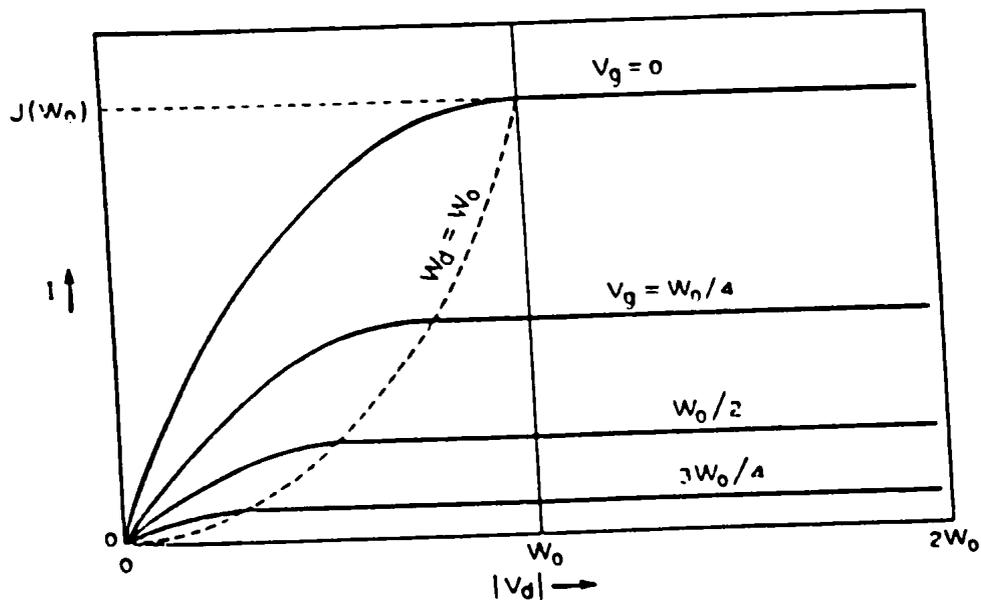


Figure 2 : Les caractéristiques $I_{ds}(V_{gs}, V_{ds})$ obtenues par le modèle de Shockley [1]

Certains auteurs estiment que la saturation du point de vue de Shockley n'est pas suffisamment développée. Par la même, il a été suggéré que la saturation du courant peut être attribuée à une décroissance de la mobilité pour les champs électriques forts, ce point de vue a été développé la première fois par Dacey et Ross [3]. La vitesse des porteurs en fonction du champ électrique est alors introduite dans le modèle de Shockley.

Hauser [4] incorpore les effets de la forme de la limite de la zone dépeuplée proche des extrémités de la grille au moyen d'une approximation utilisant la caractéristique de la distribution de potentiel d'une électrode semi-cylindrique. Turner et Wilson [5] tentent d'inclure la vitesse de saturation dans la caractérisation du TEC au GaAs.

Lors de leur étude du transistor à effet de champ au delà du pincement, Grebene et Ghandi [6] décrivent la distribution de potentiel dans la région de la zone de charge d'espace, par une résolution approximative de l'équation de Poisson bidimensionnelle.

Lehovec et Zuleeg [7] remplacent la mobilité dans le modèle de Turner-Wilson par une expression analytique approximative dépendant du champ, et associent ce modèle à celui de Grebene et Ghandi. Dans le modèle de Pucel et Al [8], un plan entre le canal graduel et la région de vitesse de saturation est établi (idée de Grebene et Ghandi) où le champ électrique atteint la valeur critique de la saturation pour une vitesse linéaire suivant la courbe du champ électrique. En plus, la continuité du courant de canal sur ce plan est explicitement incluse comme l'une des conditions aux limites, dans le but d'obtenir les longueurs de chaque région.

M.S.Shur [9] propose un modèle analytique du MESFET au GaAs, après une schématisation de ce composant. Ce modèle utilise comme base l'équation

fondamentale des transistors à effet de champ [10], et une approximation de Shockley améliorée pour la profondeur de la zone dépeuplée .

Plusieurs chercheurs ont développé des modèles empiriques décrivant les caractéristiques opérationnelles du MESFET au GaAs [11-14].

La modélisation par approche empirique examine en premier les caractéristiques mesurées et les reproduit alors par des fonctions mathématiques appropriées. Ces modèles sont également munis de paramètres d'ajustement agissant sur l'amplitude des grandeurs électriques et les pentes de courbes .

Le modèle de Curtice [11] décrit le courant de canal par rapport aux tensions grille-source et drain-source par l'équation suivante :

$$I_{ds}(V_{gs}, V_{ds}) = \beta(V_{gs} - V_{TO})^2 (1 + \lambda V_{ds}) \tanh(\alpha V_{ds}) \quad (2)$$

où V_{gs} et V_{ds} sont les potentiels appliqués et β , V_{TO} , λ et α sont les paramètres du modèle. La transconductance et la conductance de sortie découlent de l'équation précédente par dérivation de I_{ds} par rapport à V_{gs} et V_{ds} respectivement. L'expression utilisée pour les capacités grille-source et grille-drain est :

$$C_{gs, gd} = C_{gs0, gd0} (1 - V_{\text{appliqué}}/V_{bi})^{-1/2} \quad (3)$$

Où $V_{\text{appliqué}}$ est le potentiel intrinsèque grille-source ou grille-drain, et $C_{gs0, gd0}$ est la capacité grille-source ou grille-drain à polarisation nulle. Il est à noter que cette équation n'inclut pas la dépendance du potentiel de drain pour C_{gs}

Statz [12] a amené des changements au modèle de Curtice, il a estimé que la loi quadratique d'approximation de I_{ds} en fonction de V_{gs} n'est valable que pour les petites valeurs de $V_{gs} - V_{TO}$. L'équation donnant le courant de canal en fonction de V_{gs} et de V_{ds} est plus sophistiquée par rapport à l'équation (2) et tient compte des différentes valeurs de tensions. Les expressions donnant les capacités inter-électrodes sont plus complètes.

Nous donnons à titre d'exemple l'équation permettant le tracé des caractéristiques $I_{ds}(V_{gs}, V_{ds})$:

$$I_{ds} = \frac{\beta(V_{gs} - V_{TO})^2}{1 + b(V_{gs} - V_{TO})} \left[1 - \left(1 - \frac{\alpha V_{ds}}{3}\right)^3 \right] (1 + \lambda V_{ds}) \quad \text{pour } 0 < V_{ds} < 3/\alpha$$

$$I_{ds} = \frac{\beta(V_{gs} - V_{TO})^2 (1 + \lambda V_{ds})}{1 + b(V_{gs} - V_{TO})} \quad \text{pour } V_{ds} \geq 3/\alpha$$

(4)

où b est un paramètre d'ajustement.

II- DESCRIPTION DU MESFET

A ce sujet la bibliographie est très riche. Les différentes structures de MESFET, les paramètres importants et son fonctionnement sont ici décrits de façon succincte comme vu par les références [15] et [16].

Le MESFET comporte le plus souvent une couche active de type N, réalisée sur un substrat semi-isolant, deux contacts ohmiques (source et drain) et une grille métallique déposée à mi-chemin entre source et drain dans des conditions créant une barrière de Schottky.

La figure (3) donne une coupe schématique du MESFET dans sa version primitive. La couche active est déposée par épitaxie sur le substrat semi-isolant. Elle est ensuite attaquée chimiquement pour obtenir un îlot dans lequel est réalisé le transistor. Les contacts ohmiques de source et de drain sont obtenus par alliage d'un complexe or-germanium.

La figure (4) montre le MESFET dans sa version la plus élaborée. La couche active est implantée directement dans le substrat semi-isolant. La grille, en métal réfractaire, est ensuite déposée. Deux zones N⁺ sont ensuite implantées en se servant du métal comme d'un masque pour obtenir deux zones d'accès auto-alignées sur la grille.

Une coupe schématique simplifiée du MESFET est illustrée en figure (5), c'est cette géométrie qui est souvent utilisée pour la modélisation, voir par exemple [9]. Cette même structure est présentée en perspective cavalière par la figure (6). La plus importante dimension caractérisant la structure physique du MESFET est la longueur de grille. La fabrication des connexions du MESFET est plus complexe que celle présentée dans les figures (3) à (6).

La figure (7) illustre deux approches ordinaires de disposition des électrodes dans le MESFET. Ces deux approches sont facilement étendues à la réalisation de grille large (figure 8).

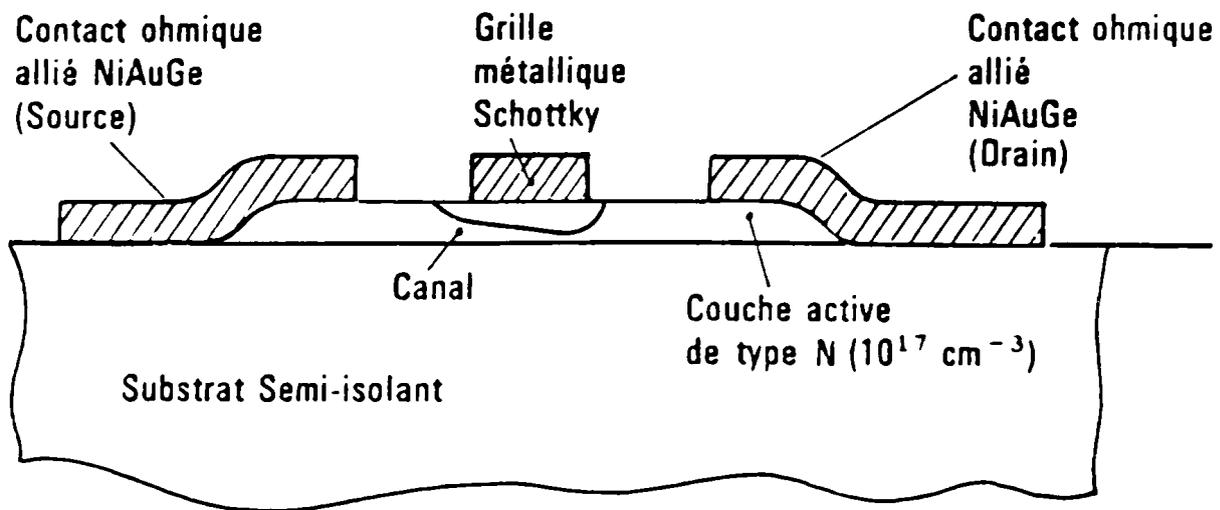


Figure 3 : Le MESFET dans sa version primitive Mesa [16]

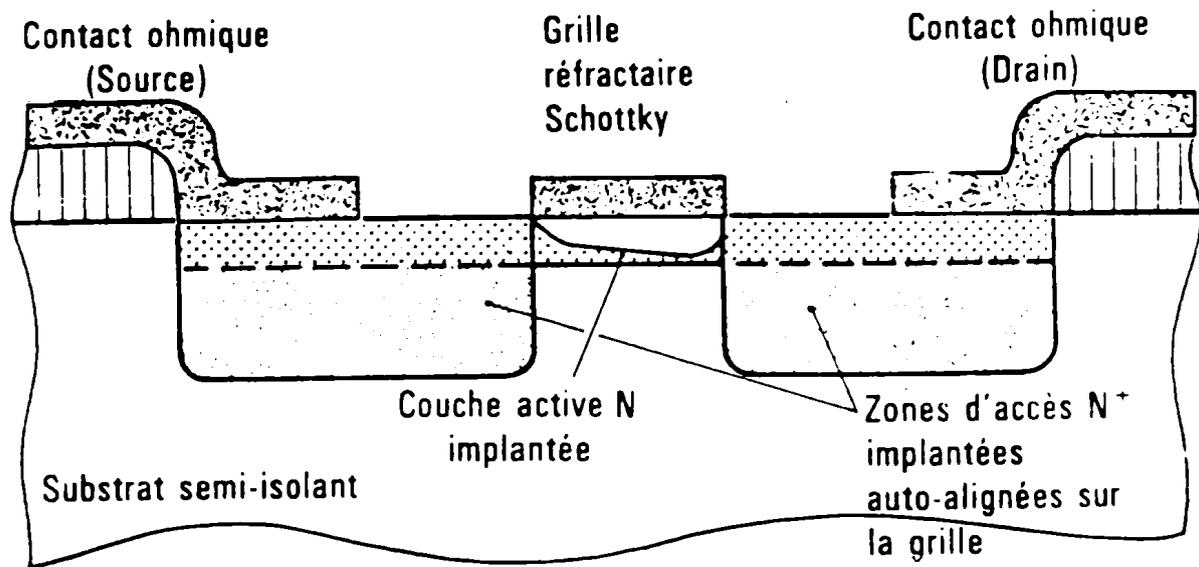


Figure 4 : Le MESFET dans sa version évoluée implantée auto alignée [16]

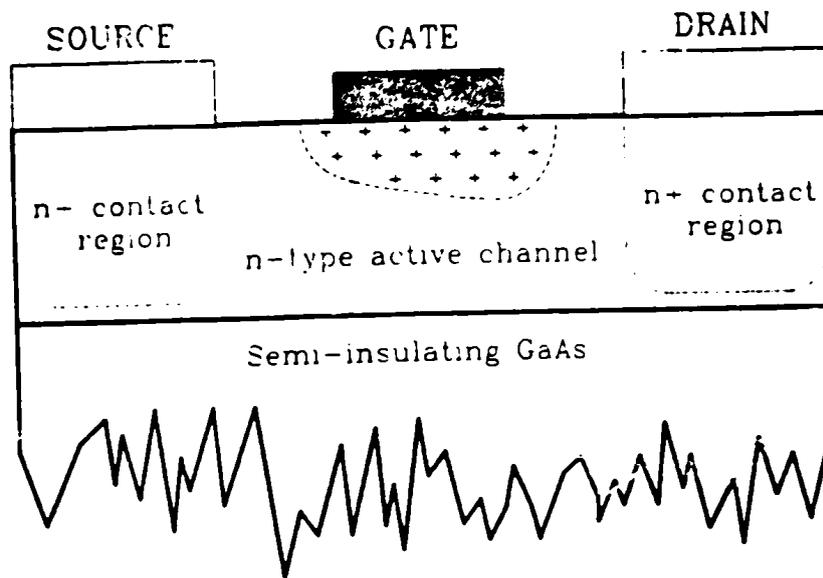


Figure 5 : Coupe schématique d'une structure MESFET [15]

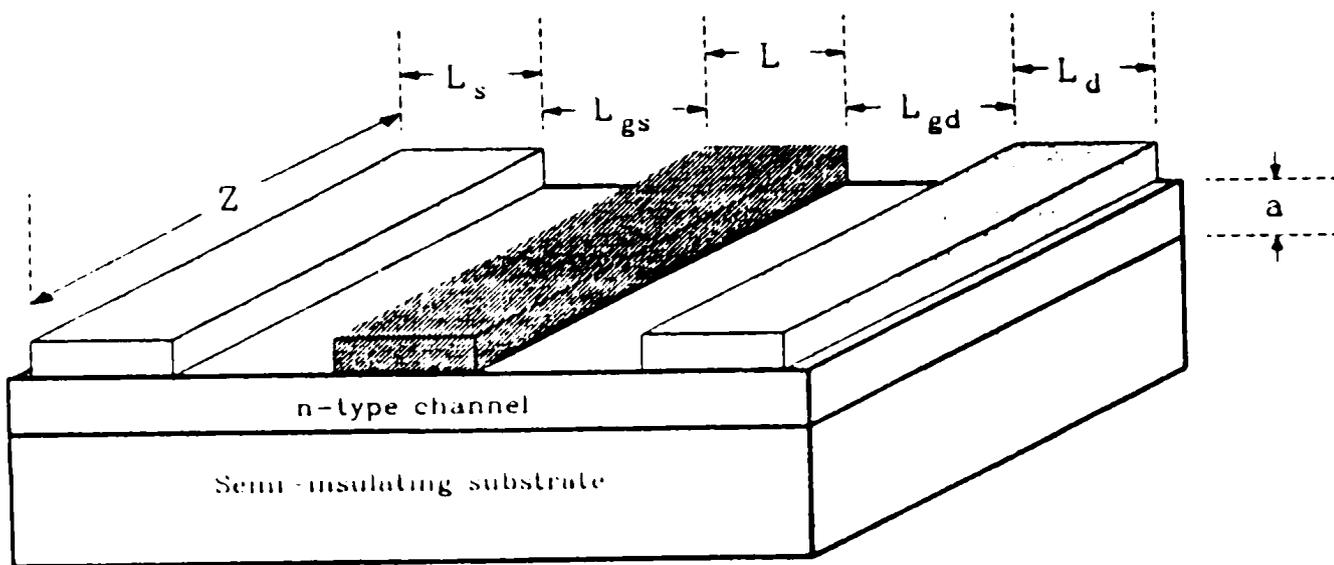


Figure 6 : Vue en perspective d'une structure MESFET [15]

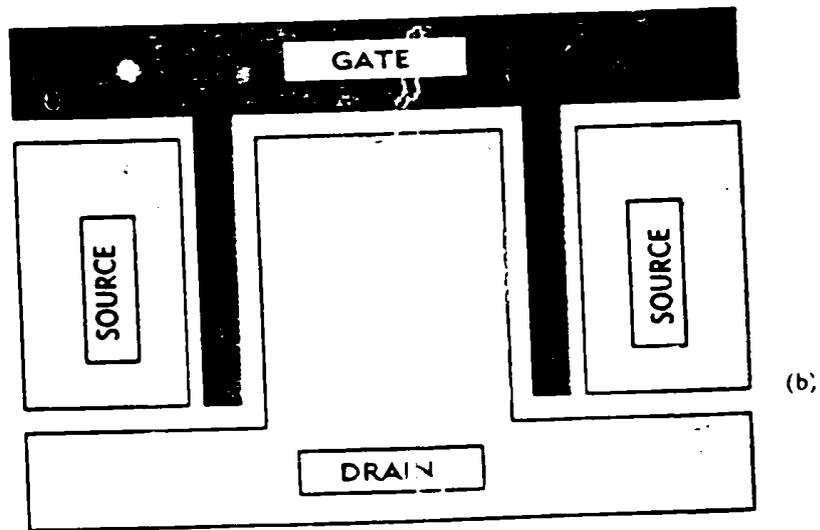
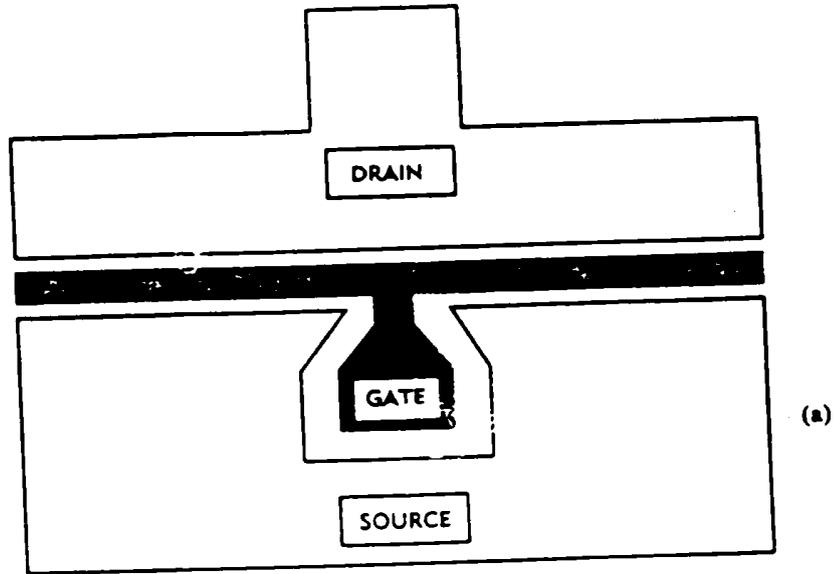


Figure 7 : Disposition ordinaire des électrodes de MESFET [15]

a) Grille en T

b) Cellule standard

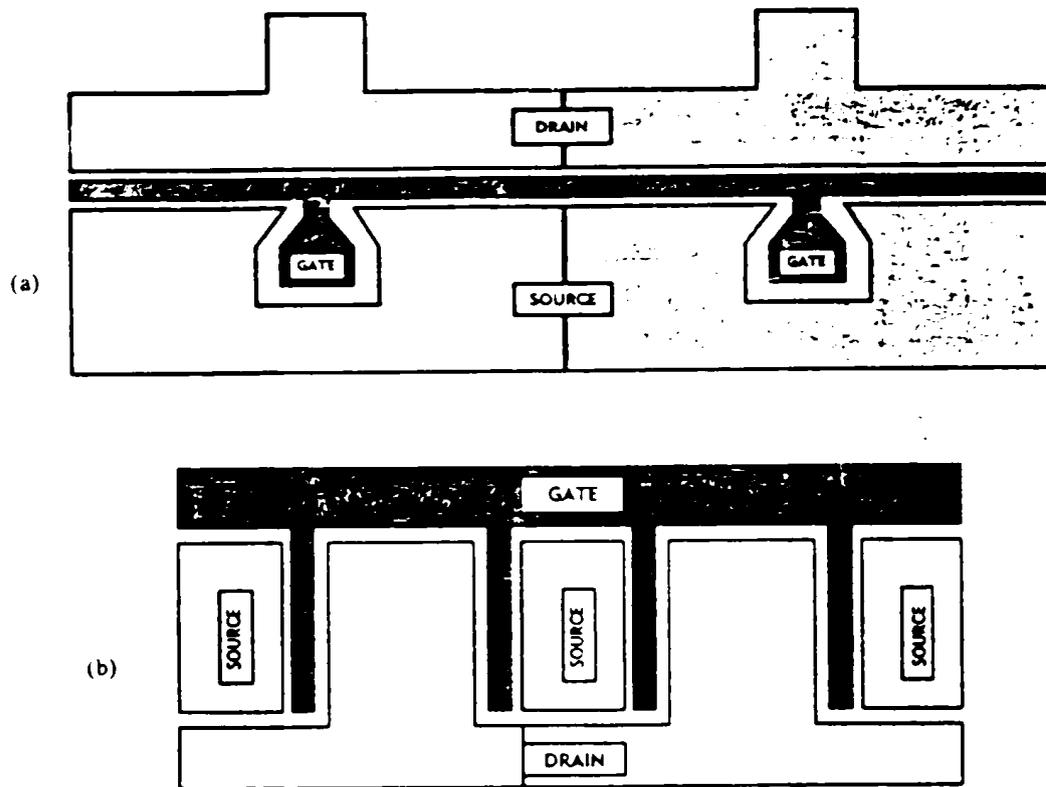


Figure 8 : Disposition spéciale des électrodes [15]

a) Grille en Π

b) Cellule répétée

Le MESFET tire ses excellentes performances de trois propriétés essentielles :

- l'existence du substrat semi-isolant contre lequel vient se pincer le canal,
- la possibilité d'utiliser une électrode de contrôle de type Schottky,
- la mobilité élevée des électrons du GaAs.

III- FONCTIONNEMENT DU MESFET

Comme pour sa description, le fonctionnement du MESFET sera schématisé brièvement suivant les points de vue des références [15] et [16].

Pour simplifier l'exposé nous étudierons le fonctionnement d'un dispositif à déplétion dont la couche active sera supposée uniformément dopée. En régime de fonctionnement normal, le dispositif est polarisé comme le montre la figure (9). La grille est polarisée négativement par rapport à la source. Le drain est polarisé positivement par rapport à la source.

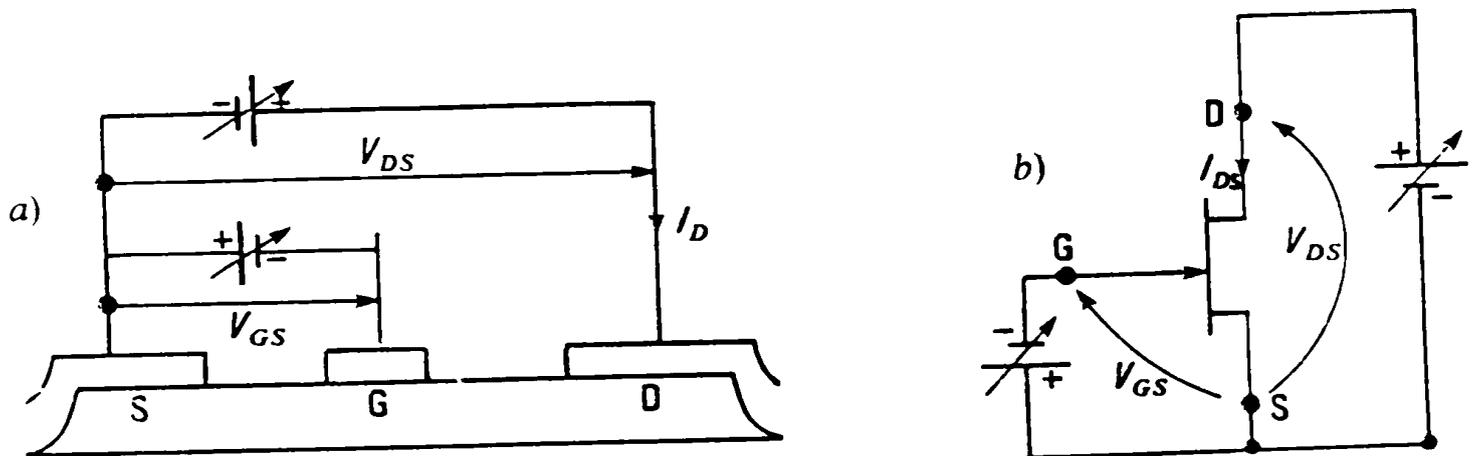


Figure 9 : Les polarisations du MESFET [16].

a) Emplacement des sources de polarisation

b) Représentation symbolique du MESFET et des grandeurs électriques associées à son fonctionnement

La figure (10) est un réseau typique de caractéristiques donnant l'évolution du courant I_{DS} circulant entre drain et source lorsque l'on fait croître la tension V_{DS} en maintenant la tension de grille V_{GS} à une valeur constante. On peut séparer les caractéristiques de ces réseaux en deux régions : une région linéaire dans laquelle le courant de canal croît avec la tension V_{DS} et une région dite de "saturation" où le courant de drain est sensiblement indépendant de V_{DS} .

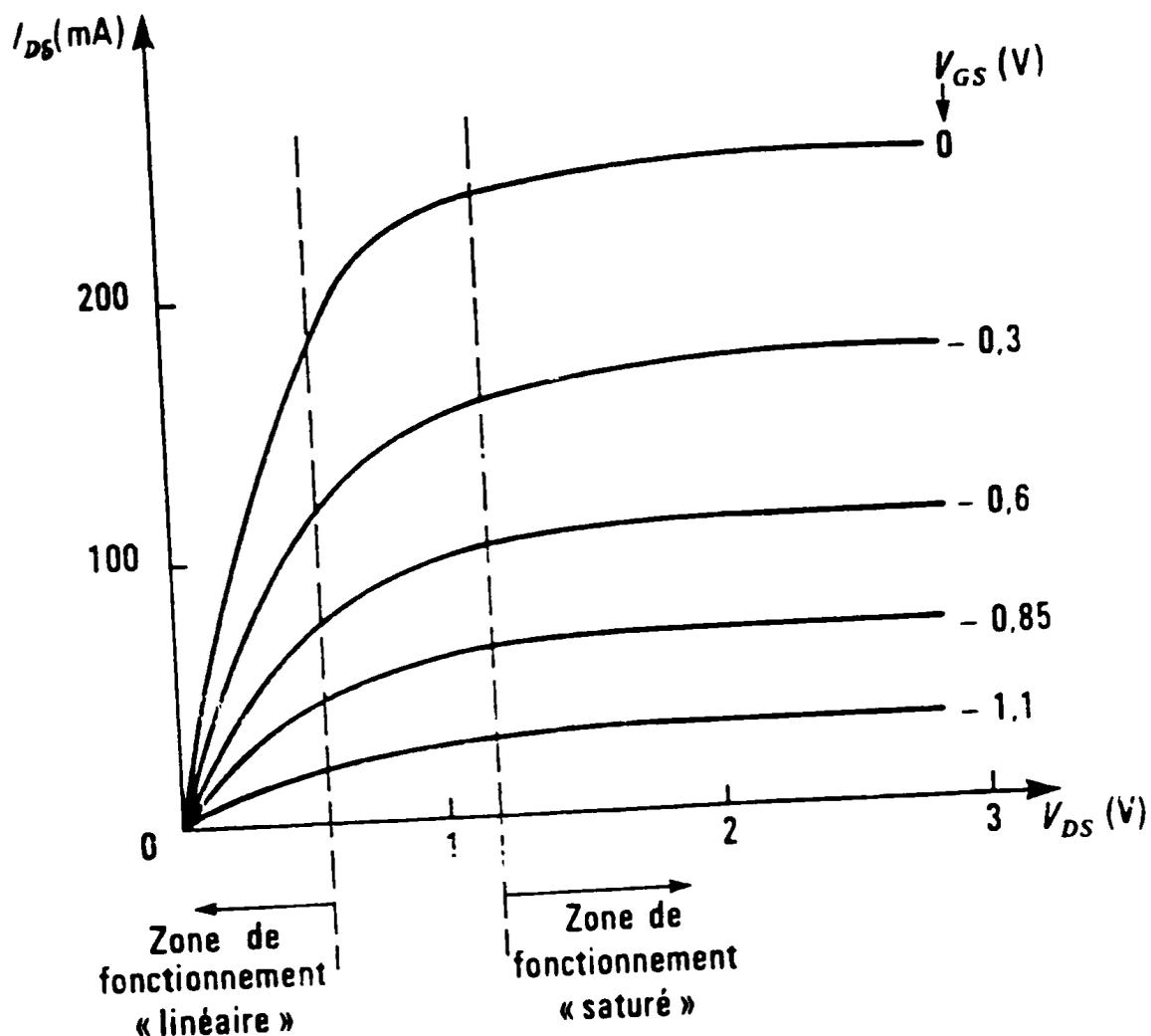


Figure 10 : Un réseau typique de caractéristiques $I_{DS}(V_{DS})$ à V_{GS} constante montrant les deux zones principales de fonctionnement [16].

III-1- Fonctionnement linéaire

Pour les faibles valeurs de la tension de drain le canal reste de section sensiblement uniforme sous la grille. Son ouverture (sa hauteur) dépend essentiellement de la tension qui polarise celle-ci. Le dispositif se comporte alors comme une conductance contrôlée par la grille : le courant I_{DS} varie proportionnellement à V_{DS} (figure 11).

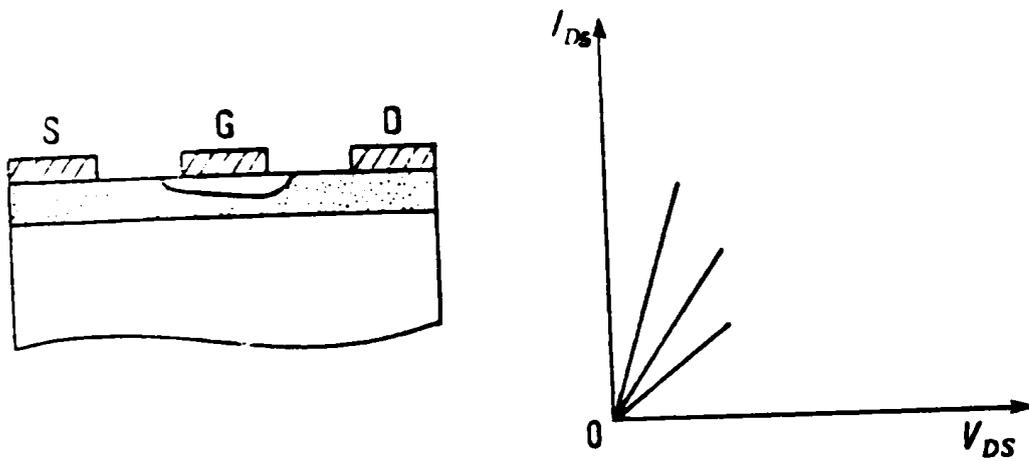


Figure 11 : Le MESFET en fonctionnement linéaire.

III-2- Régime de saturation du courant

Lorsque la tension de drain s'accroît, la pénétration de la zone de charge d'espace s'accroît à la sortie du canal. L'apparition de ce resserrement provoque le ralentissement de la croissance du courant de drain (figure 12)

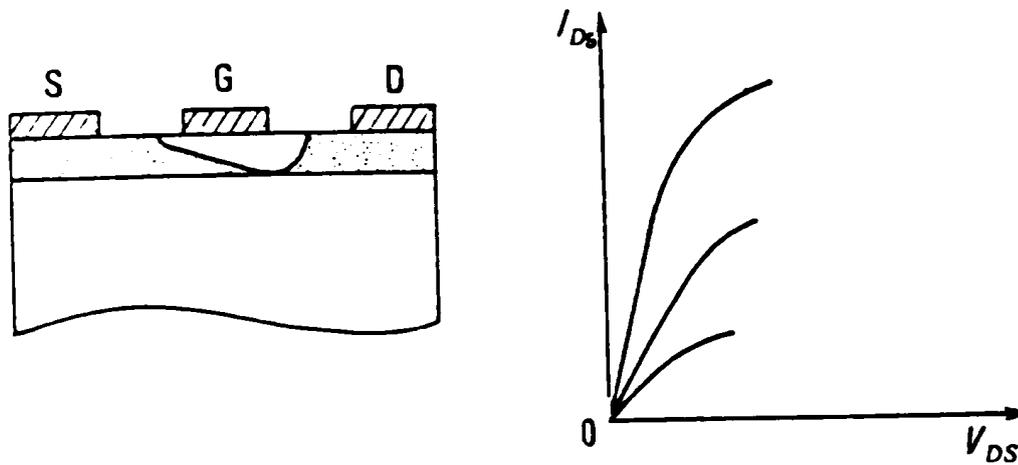


Figure 12 : Le pincement du canal provoque le ralentissement de la croissance de I_{DS}

Deux mécanismes sont alors susceptibles de provoquer la "saturation" du courant de drain : le pincement du canal, la saturation de vitesse en régime de transport stationnaire.

IV- ANALYSE BIDIMENSIONNELLE DU FONCTIONNEMENT DU MESFET

IV-1- Mesure du potentiel dans le semiconducteur

IV-1-1- La grille de mesure

En vue de déterminer le potentiel en tout point du semiconducteur, nous plaçons une grille mathématique de mesure comme indiqué sur la figure (13). Ceci a pour but de générer des points de mesure que nous notons par $P_{vij}(X_i, Y_j)$.

Avec : $i = 1$ à n_v : nombre de points suivant l'axe des X.

$j = 1$ à m_v : nombre de points suivant l'axe des Y.

La distance entre deux points consécutifs suivant l'axe des X est :

$$X_{i+1} - X_i = L/n_v \quad \text{avec } L \text{ largeur totale du composant.}$$

Suivant l'axe des Y, cette distance est : $Y_{j+1} - Y_j = h/m_v$.

La valeur du potentiel en tout point du semiconducteur ainsi structuré est donnée par l'équation (12) du chapitre I.

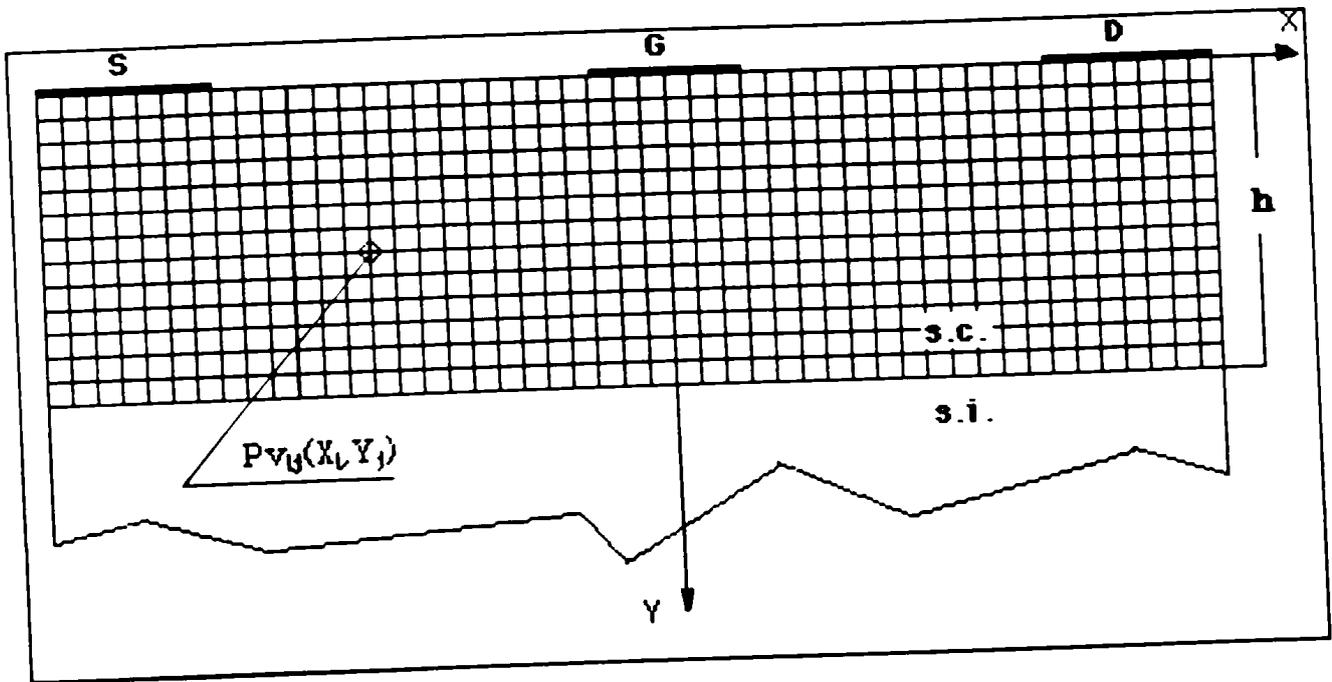


Figure 13 : La grille de mesure de potentiel.

IV-1-2- Tracé des courbes équipotentielles

Nous introduisons ici l'erreur admissible de potentiel ϵ_p . Nous admettons que deux points sont situés sur la même courbe si la différence, en valeur absolue, entre leurs potentiels respectifs est inférieure à ϵ_p . Le choix de la valeur de ϵ_p est important, car de cette erreur admissible dépend l'existence même de ces équipotentielles. Une valeur de ϵ_p trop petite entraînerait l'inexistence de points de même potentiel, par contre un grand ϵ_p donnerait des résultats aberrants.

IV-2- LES CAPACITES INTER-ELECTRODES

Connaissant les potentiels appliqués aux différentes électrodes et ayant déterminé la charge totale sur la grille Q_G , nous en déduisons les capacités inter-électrodes par les relations classiques suivantes :

$$\begin{aligned} \text{-Capacité source-grille : } C_{gs} &= \frac{\partial Q_g}{\partial V_{gs}} \quad (\text{à } V_{ds} \text{ constant}) \\ \text{-Capacité grille-drain : } C_{gd} &= \frac{\partial Q_g}{\partial V_{gd}} \quad (\text{à } V_{gs} \text{ constant}) \end{aligned}$$

(5)

IV-3- COURANT ELECTRIQUE DE CANAL-CARACTERISTIQUES $I_{ds}(V_{ds})$

Dans cette étude une définition s'impose par elle même, la saturation. Comme cela a été cité lors de la description du fonctionnement du MESFET, deux hypothèses caractérisent la saturation ou le fonctionnement du transistor en régime de saturation. Ce régime est atteint :

- Quand la vitesse des électrons dans le canal atteint V_{sat} qui est de l'ordre de 10^7 m/s [16]. Par les relations reliant le champ électrique à la vitesse de

saturation et à la mobilité électronique à champ faible, la saturation pour le courant électrique de canal est ainsi fixée.

- Quand la limite de zone de charge d'espace atteint l'interface séparant le semiconducteur du semi-isolant, et en apparence ferme le canal à tout transport électronique malgré l'existence d'une tension V_{ds} . Celui-ci est appelé phénomène de pincement, ce qui nous amène à définir la tension de pincement V_{TO} (c'est la tension, qui appliquée à la grille, provoque le pincement du canal).

Dans notre cas, par commodité de calcul, la seconde hypothèse est retenue, étant donné que la limite de zone dépeuplée est déterminée connaissant au préalable la profondeur du canal conducteur.

Les tensions V_{gs} et V_{ds} sont les paramètres du calcul. Connaissant ces deux grandeurs, la valeur du potentiel en tout point du canal est déterminée (Etude précédente, permettant le tracé des équipotentielles). Le champ électrique entre deux points du canal découle directement de la relation

$$\vec{E} = - \overrightarrow{\text{grad}} (V) \quad (6)$$

Le potentiel étant connu en fonction des coordonnées x et y $V(x,y)$, nous en déduisons le champ électrique par ses deux composantes E_x et E_y tel que :

$$E_x = \frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = \frac{\partial V}{\partial y} \quad \text{ainsi le module du champ électrique est } E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

La densité de courant dans le canal est déduite de l'équation suivante:

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} \quad (7)$$

où σ est la conductivité du matériau semiconducteur ($\sigma = qN_D\mu$). Où μ est la mobilité électronique à champ faible. Comme pour le champ électrique celui-ci est connu par ses composantes j_x et j_y .

Connaissant la localisation exacte de la zone dépeuplée, déterminée par la résolution du problème à frontière libre, nous en déduisons directement le courant électrique de canal par la relation suivante :

$$I_{ds} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad (8)$$

où S est la section de canal comprise entre la frontière de la zone dépeuplée et l'interface semiconducteur - semi-isolant.

Numériquement ce calcul se traduit par :

$$I_{ds} = \sum_{i=1}^m J_i (ds)_i \cos \theta_i = ds \sum_{i=1}^m J_i \cos \theta_i \quad (9)$$

$(ds)_i$ est un élément très petit de la section S , au milieu duquel est calculé J_i , les éléments $(ds)_i$ sont pris tous égaux entre eux (figure 14).

m est le nombre d'éléments dS_i , et θ_i est l'angle formé par la direction de

$$\vec{J}_i \text{ et l'axe des } X \text{ (direction de } \vec{dS}_i), \text{ tel que } \cos \theta_i = \frac{J_x}{(J_x^2 + J_y^2)^{1/2}} \quad (10)$$

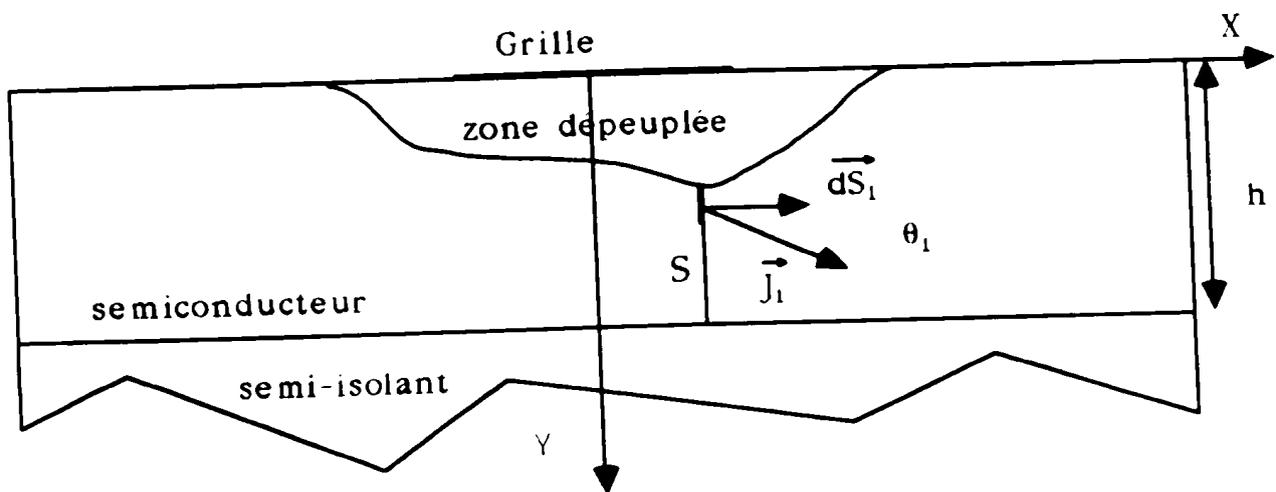


Figure 14 : Principe de calcul du courant électrique de canal

IV-4 Conductance de canal et transconductance

La conductance de canal et la transconductance dérivent des caractéristiques $I_{ds}(v_{ds})$. Ayant déterminé le courant de canal et connaissant les potentiels appliqués aux électrodes, nous en déduisons par un calcul direct la conductance de canal g_{ds} et la transconductance g_m .

$$g_{ds} = \frac{\partial I_{ds}}{\partial V_{ds}} \quad (\text{à } V_{gs} \text{ constant})$$

$$g_m = \frac{\partial I_{ds}}{\partial V_{gs}} \quad (\text{à } V_{ds} \text{ constant}) \quad (11)$$

V- RESULTATS NUMERIQUES

V-1- Courbes équipotentielles :

Comme données supplémentaires, par rapport au premier chapitre, nous ajoutons les paramètres suivants :

- Nombre de points sur la grille de mesure de potentiel : $n_v \times m_v = 100 \times 50$
- Erreur de potentiel admissible pour les cas envisagés : $\epsilon_p = 0.05 U_t$.

Sur la figure (15) nous représentons des réseaux d'équipotentiels au niveau du semiconducteur pour différentes valeurs de V_{ds} à V_{gs} constant, où les valeurs de tension y sont reportées en volts. La figure (16) montre des équipotentiels dans le canal du MESFET fournies par la littérature [16] comme élément de comparaison des allures. Les équipotentiels fournis par notre modèle sont également d'allure comparables à celles relevées par A. B. Grebene et S.K. Ghandi [6] ainsi qu'à celles décrites par les références [17-21] et [2] qui sont d'accord pour affirmer que ces équipotentiels sont perpendiculaires aux deux interfaces du canal. Les valeurs de tensions y sont reportées en volts. Pour chaque cas ces équipotentiels sont perpendiculaires à la limite de zone de charge d'espace et aux deux interfaces du semiconducteur en dehors de cette limite. Ceci se traduit par un champ électrique, dans le canal du composant, tangent à la limite de zone de charge d'espace et à l'interface inférieure du semiconducteur. Cette constatation ne rentre pas en contradiction avec le comportement typique du MESFET. Toshimi Wada et Jeffrey Fey [21] ont la particularité de présenter des équipotentiels d'allures ressemblantes à celles de la figure (15).

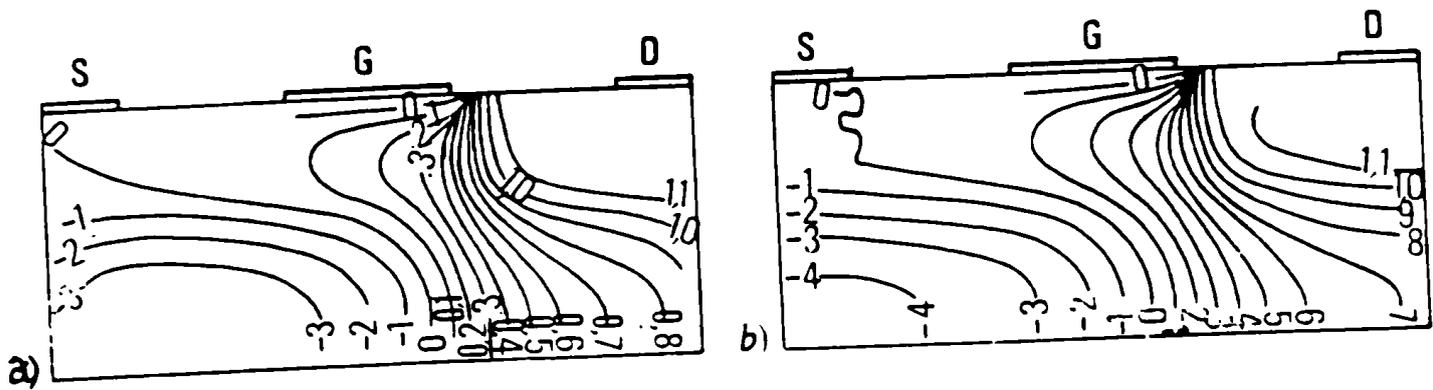


Figure 16 : Equipotentiellles pour un MESFET [16]
 (longueur de grille = $1\mu\text{m}$ et $N_D = 2 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$)
 a) Resultat d'une simulation à l'ordinateur au
 moyen d'un programme en différences finies
 b) La simulation utilise un modèle particulaire
 de type Monte Carlo

V-2- Caractéristiques fonctionnelles du MESFET :

La procédure de détermination de la saturation dans notre cas peut être résumée par ce qui suit :

Nous fixons dans le programme la valeur de V_{gs} à V_{ds} variable. Nous considérons que le canal est pincé quand au moins un point de la limite de zone de charge d'espace touche l'interface entre le semiconducteur et le semi-isolant, c'est à dire quand l'ordonnée de ce point est égale à h (épaisseur de la couche active). Incrémentant V_{gs} de 0 à - 5 V, nous pouvons résumer dans le tableau qui suit les valeurs des couples [V_{gs} , V_{ds}] assurant le pincement du canal, pour les paramètres géométriques du MESFET cités au chapitre premier.

V_{gs} (Volts)	V_{ds} (Volts)
0	5,30
-1	5,09
-2	4,75
-3	4,20
-4	3,17
-5	0,02

Les résultats numériques obtenus nécessitent un lissage. Nous mettons à profit le modèle empirique de Statz [12], par un choix adéquat des paramètres d'ajustement du modèle cité, pour lisser les points résultats, obtenus par notre programme. Cette méthode présente non seulement l'avantage de lisser nos valeurs mais également celui d'extrapoler notre

modèle au delà du pincement. Le modèle de Statz sera utilisé également comme élément de comparaison dans un premier temps pour nos résultats.

Le terme lissage par modèle de Statz n'est pas tout à fait approprié, car ici ce ne sont pas nos valeurs numériques qui sont introduites dans ce modèle, mais plutôt ce sont des paramètres d'ajustement qui imposent les pentes des différentes courbes ainsi que les amplitudes désirée, par contre le coté physique dans ce modèle est sauf car l'introduction de la tension de pincement est nécessaire.

La tension de pincement introduite dans notre cas est 5,01 v. C'est la tension qui, imposée à la grille à V_{ds} nulle, provoque le pincement du canal.

V-2-1-Validation qualitative du modèle

Les paramètres physiques et géométriques du MESFET sont ceux utilisés au premier chapitre. La seule donnée supplémentaire pour cette étude est la mobilité électronique à champ faible μ qui est, suivant plusieurs auteurs, de l'ordre de 3000 à 5000 $\text{cm}^2/\text{V.S}$ nous pouvons citer par exemple Shur [9] et Bonjour et Al. [17]. Le plus récent de ces auteurs est Ko-Ming Shih [22] qui la donne égale à 4000 cm^2/VS pour un MESFET GaAs, et c'est cette valeur que nous adoptons.

La figure (17) représente la variation du courant de drain en fonction de V_{ds} pour différentes valeurs de V_{gs} , nous constatons que cette variation est typique aux transistors à effet de champ. Le lissage des valeurs numériques obtenues par le modèle de Statz, permet de situer les différentes zones de fonctionnement du MESFET.

Les figures (17) et (18) représentent respectivement la transconductance en fonction de V_{gs} pour différentes valeurs de V_{ds} et la conductance de canal en fonction de V_{ds} pour différentes valeurs de V_{gs} qui sont toutes les deux **d'allures typiques au MESFET.**

Les figures (20) et (21) représentent respectivement la capacité grille-source en fonction de V_{gs} pour différentes valeurs de V_{ds} et la capacité grille-drain en fonction de la tension de grille par rapport au drain pour différentes valeurs de V_{gs} . Les valeurs numériques sont également lissées par les équations de capacité du modèle de Statz [12]. Leurs évolutions respectives sont également typiques aux transistors à effet de champ.

Toutes ces valeurs sont données avant pincement, lissées par le modèle empirique de Statz et ainsi comparées aux valeurs issues de notre calcul par ajustement de ses paramètres.

Le lissage par le modèle de Statz convient parfaitement au réseau de courbes $I_{ds}(V_{ds})$, les très faibles écarts constatés pour la conductance et la transconductance proviennent certainement du fait que ces grandeurs sont obtenues par une dérivation analytique dans le modèle de Statz, dans notre modèle ces dérivées sont traitées numériquement.

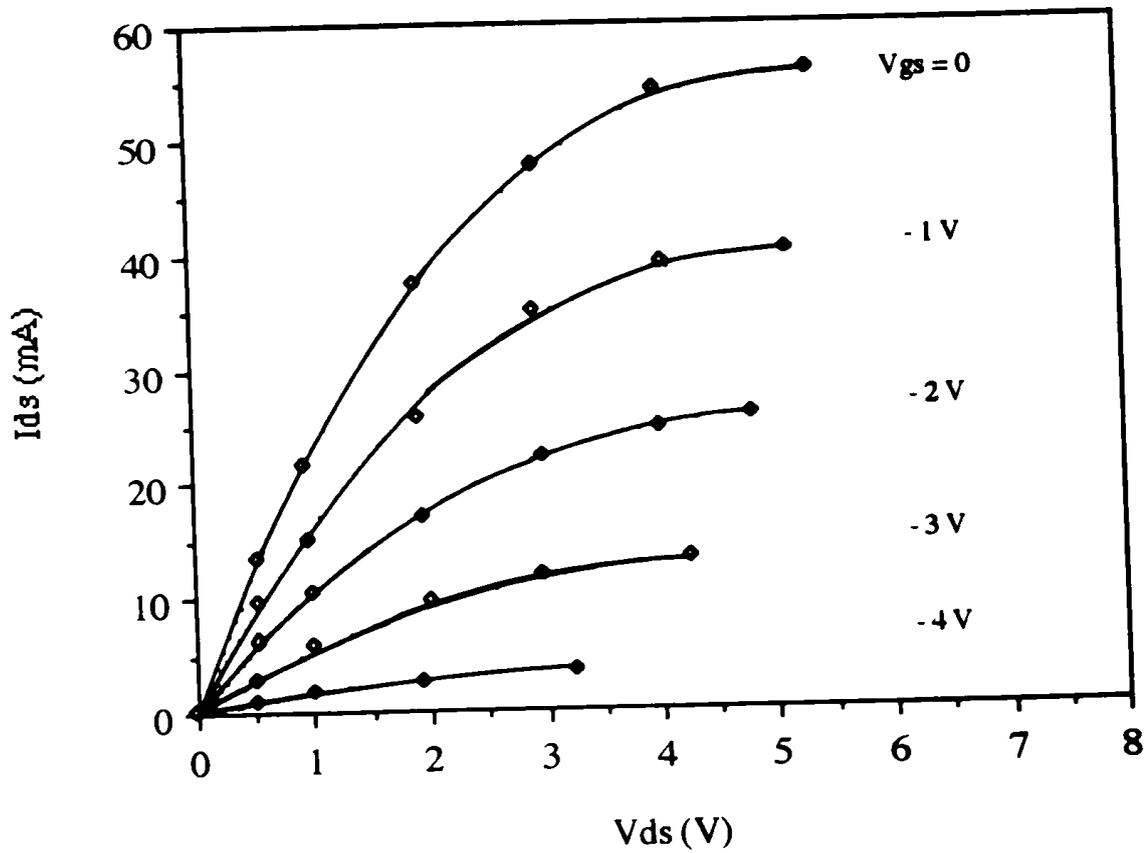


Figure 17 : Caractéristiques I_{ds} (V_{gs}, V_{ds})
 (labels) : nos résultats
 — : Modèle de Statz [12]

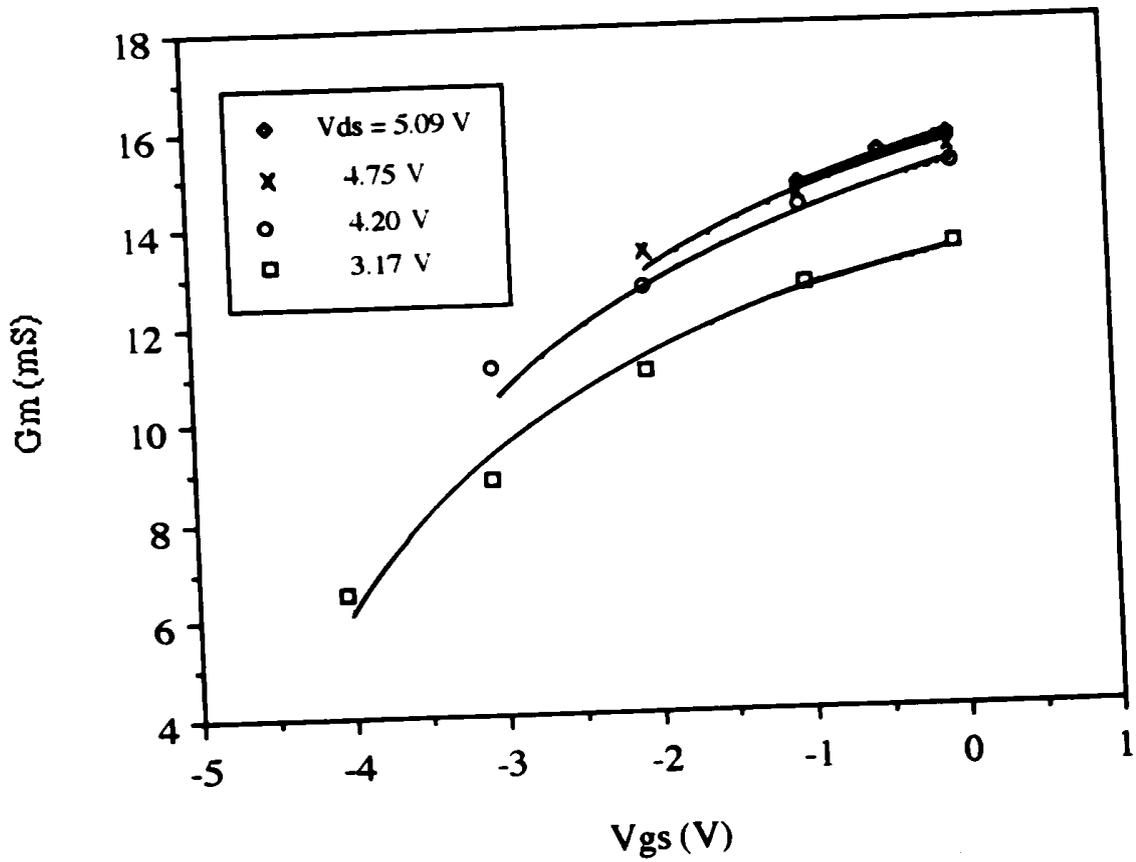


Figure 18 : La transconductance $G_m(V_{gs}, V_{ds})$
 (labels) : nos résultats
 — : Modèle de Statz [12]

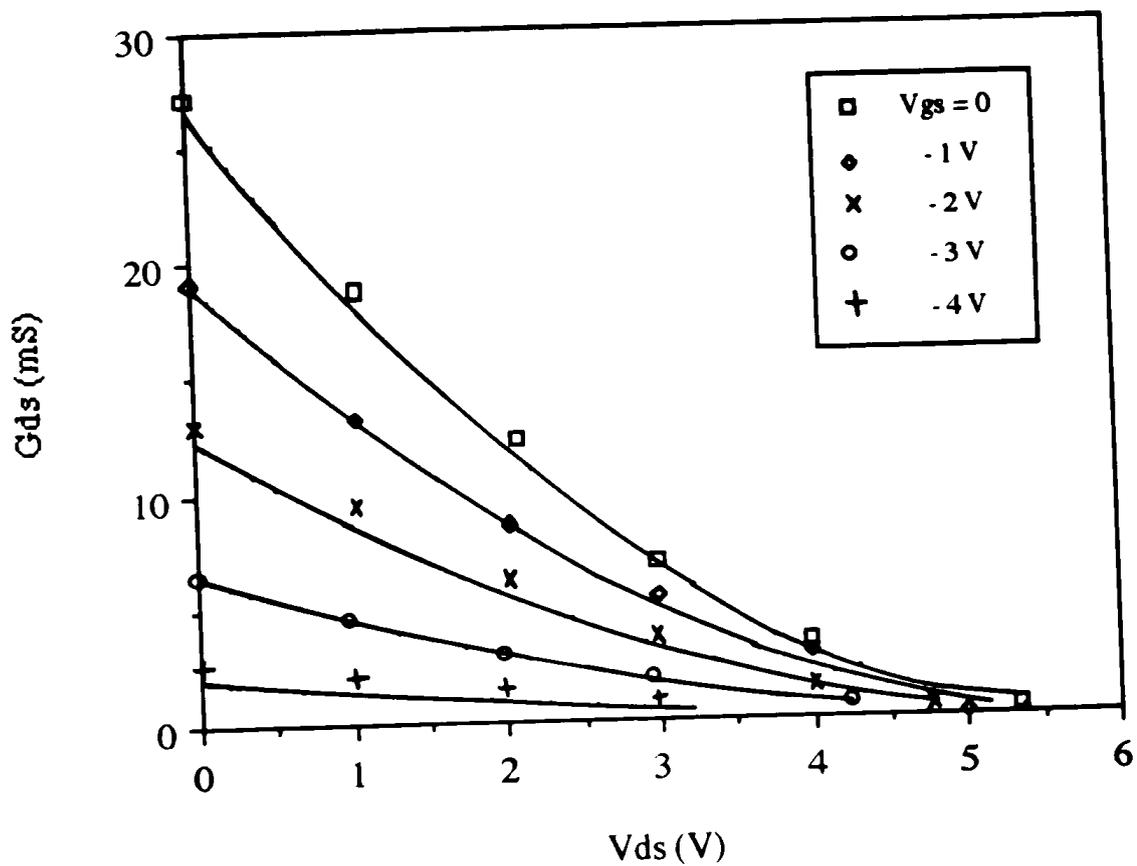


Figure 19 : La conductance de canal G_{ds} (V_{gs}, V_{ds})
 (labels) : nos résultats
 — : Modèle de Statz [12]

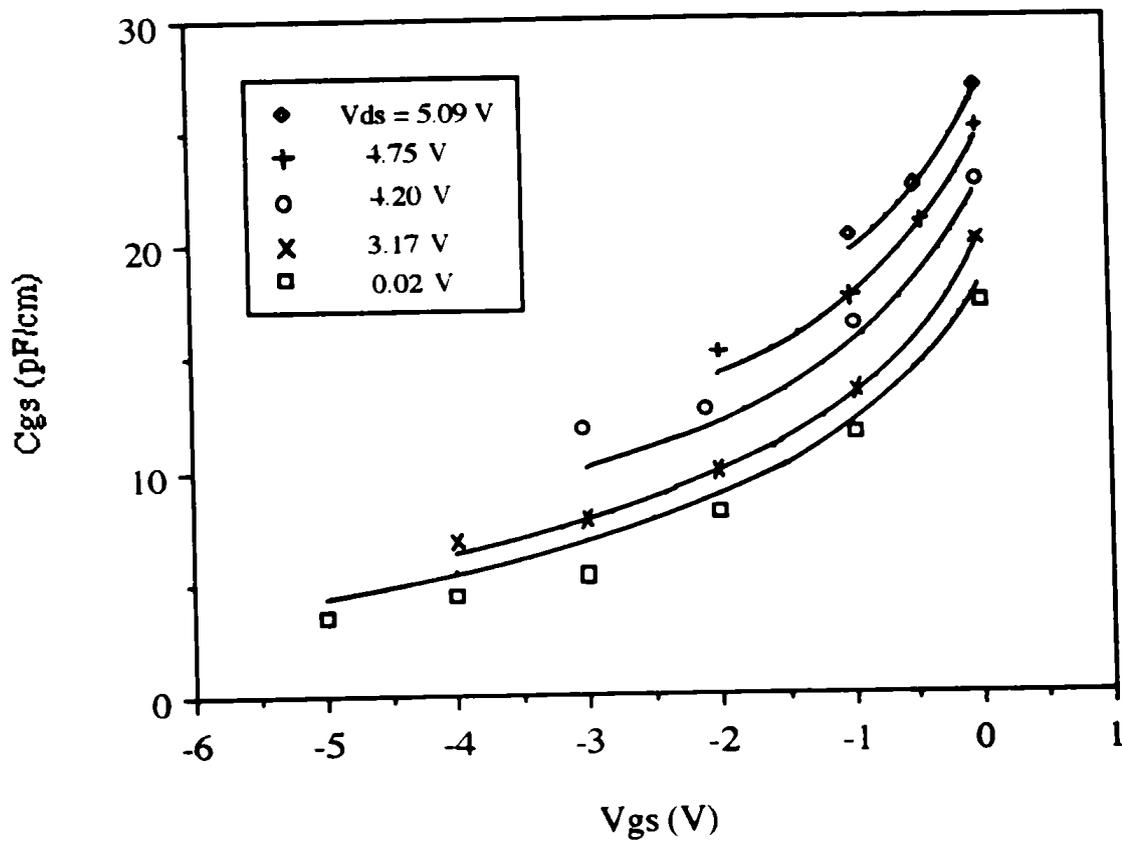


Figure 20 : La capacité source-grille $C_{gs}(V_{gs}, V_{ds})$
 (labels) : nos résultats
 — : Modèle de Statz [12]

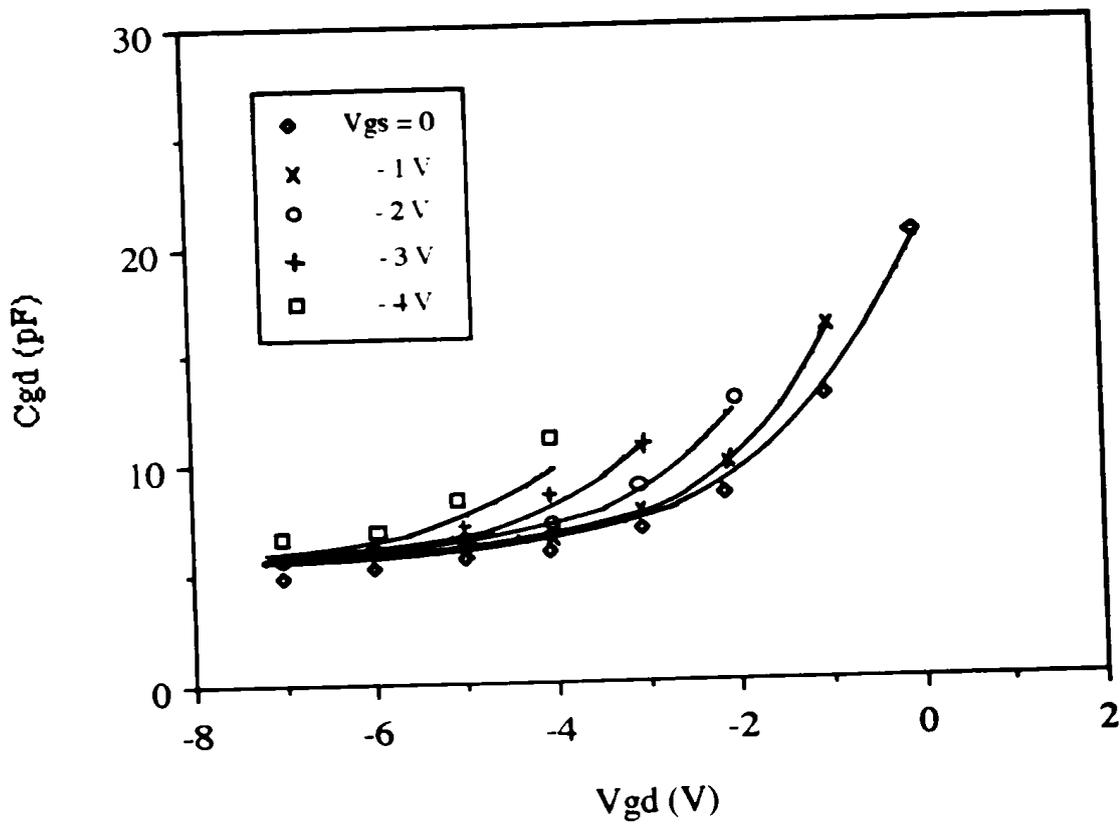


Figure 21 : La capacité grille-drain $C_{gd}(V_{gs}, V_{gd})$
 (labels) : nos résultats
 — : Modèle de Statz [12]

V-2-2-Validation du modèle par des données expérimentales

Jusqu'à ce niveau, les différentes caractéristiques fonctionnelles du MESFET sont données avant pincement par notre modèle.

Comme cela a déjà été cité, le modèle empirique de Statz grâce à des paramètres d'ajustement, parvient à reproduire les différents cas de formes des caractéristiques fonctionnelles du MESFET (les courbes $I_{ds}(V_{ds})$ et les capacités inter-électrodes en particulier).

Le modèle empirique de Statz a été ajusté à notre modèle comme nous le constatons sur les figures (17) à (21). Cet ajustement de modèle, par des paramètres précis, pour notre cas, ne peut se faire qu'avant pincement. Cet ajustement a deux avantages, le premier est de lisser les valeurs obtenues par notre modèle, le second est de pouvoir aller dans les mesures de caractéristiques au delà du pincement.

Ainsi des données expérimentales, avant et après pincement, peuvent être comparées à notre modèle, pour cela il suffit d'utiliser pour nos calculs les paramètres des mesures expérimentales considérées.

Différentes valeurs expérimentales des caractéristiques fonctionnelles du MESFET sont fournies avec leurs paramètres physiques et géométriques [22]-[24]. Nous adaptons nos calculs aux conditions des mesures expérimentales. Les figures (22) à (26) montrent un bon accord de notre modèle avec les différentes mesures expérimentales avec un écart moyen de 2,7%.

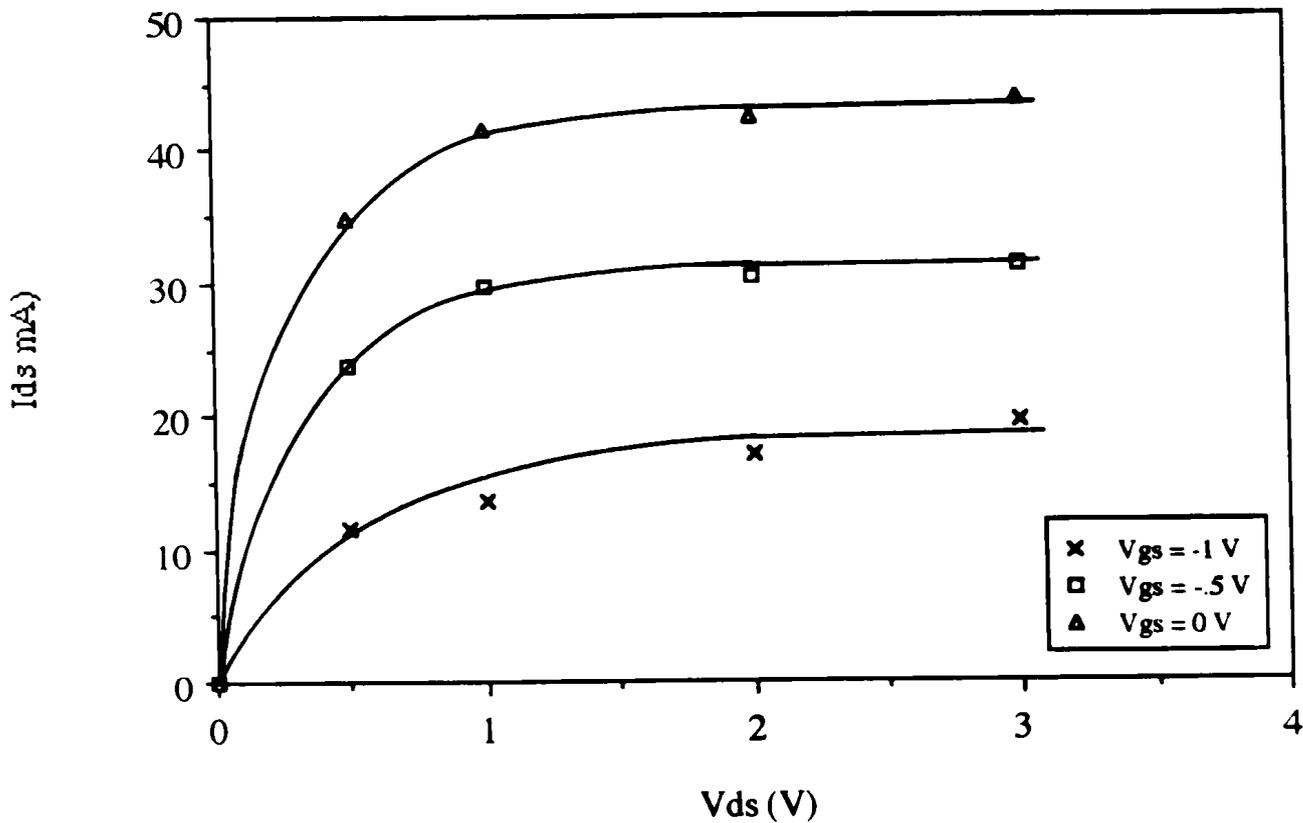


Figure 22: Caractéristiques I_{ds} (V_{gs}, V_{ds})

Mesures pour un MESFET à l'AsGa de largeur $150 \mu\text{m}$, longueur de grille = $0,25 \mu\text{m}$, épaisseur du canal $h = 1100 \text{ \AA}$ élaboré à partir d'une épitaxie de dopage $N_D = 2,5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.

(labels) : mesures expérimentales [23]

— : nos calculs

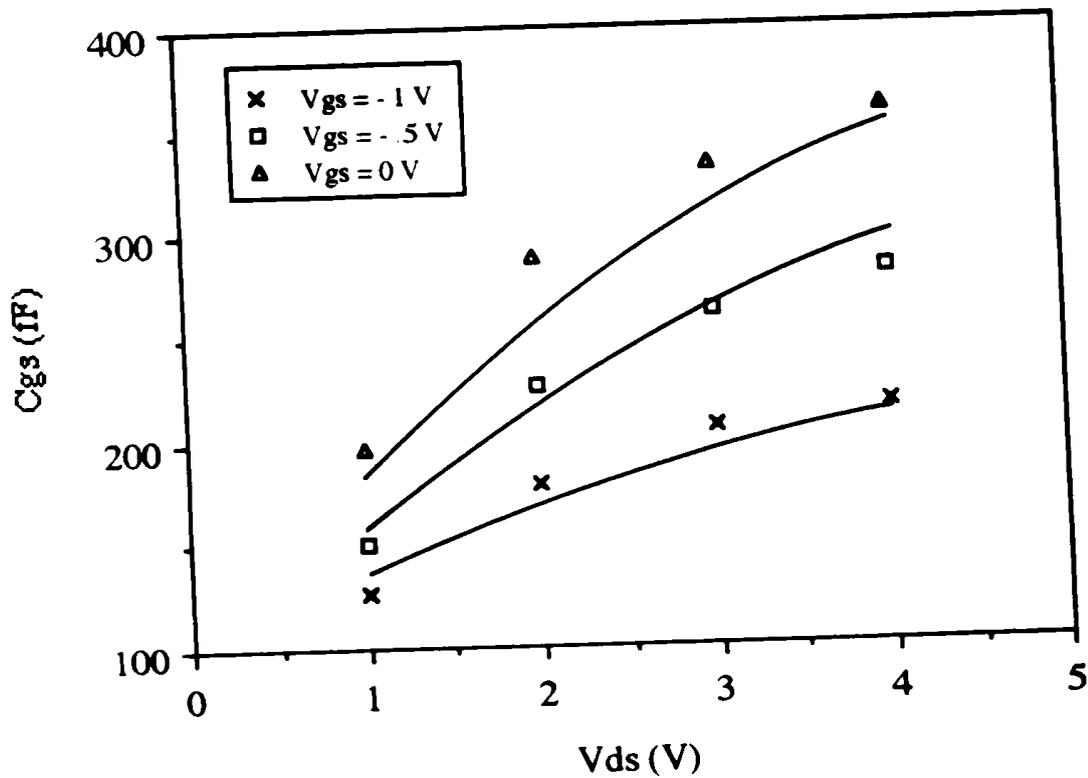


Figure 23 : Capacité C_{gs} (V_{gs}, V_{ds})

Mesures pour un MESFET à l'AsGa de largeur $300\ \mu\text{m}$, longueur de grille = $0,5\ \mu\text{m}$, épaisseur du canal $h = 1000\ \text{Å}$, dopage $N_D = 3 \times 10^{16}\ \text{cm}^{-3}$.

(labels) : mesures expérimentales [24]

— : nos calculs

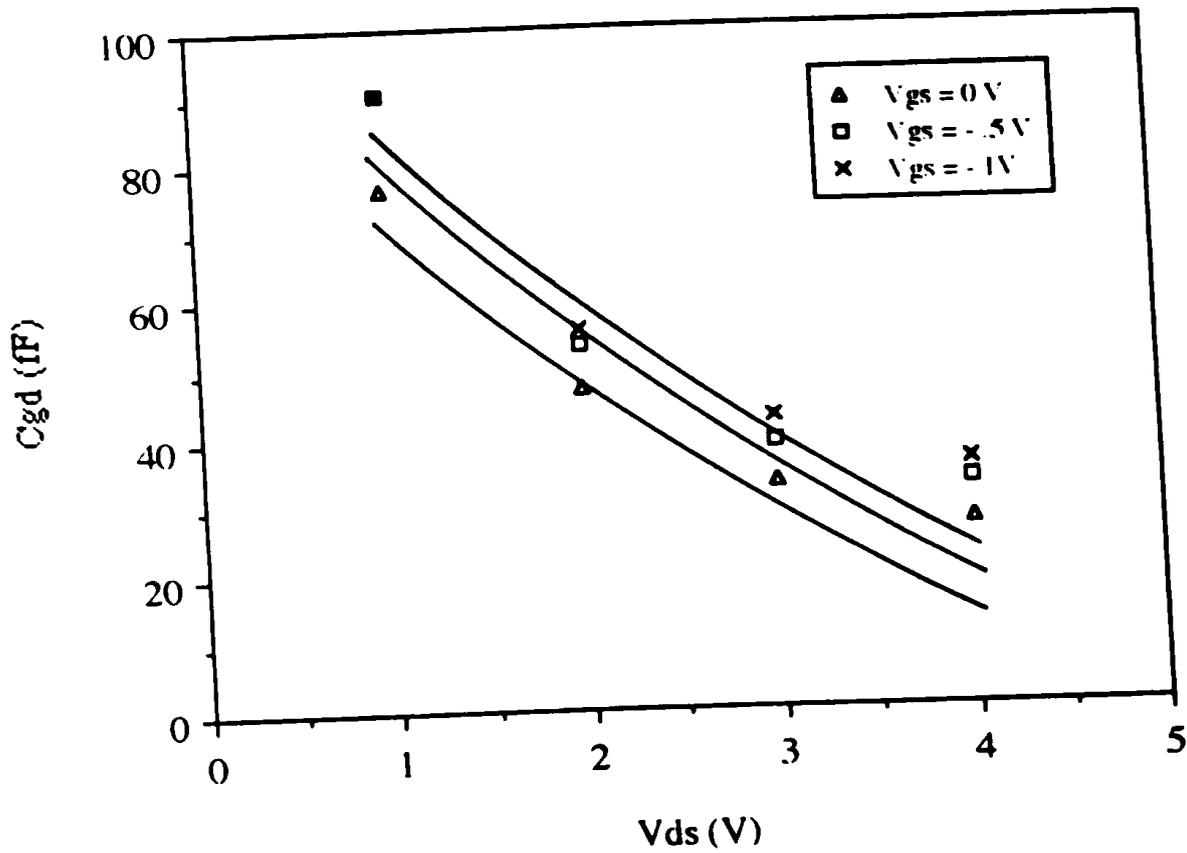


Figure 24 : Capacité C_{gd} (V_{gs}, V_{ds})

Mesures pour un MESFET a l'AsGa de largeur $300 \mu\text{m}$, longueur de grille $= 0,5 \mu\text{m}$, epaisseur du canal $h = 1000 \text{ \AA}$, dopage $N_D = 3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$.

(labels) : mesures expérimentales [24]

— : nos calculs

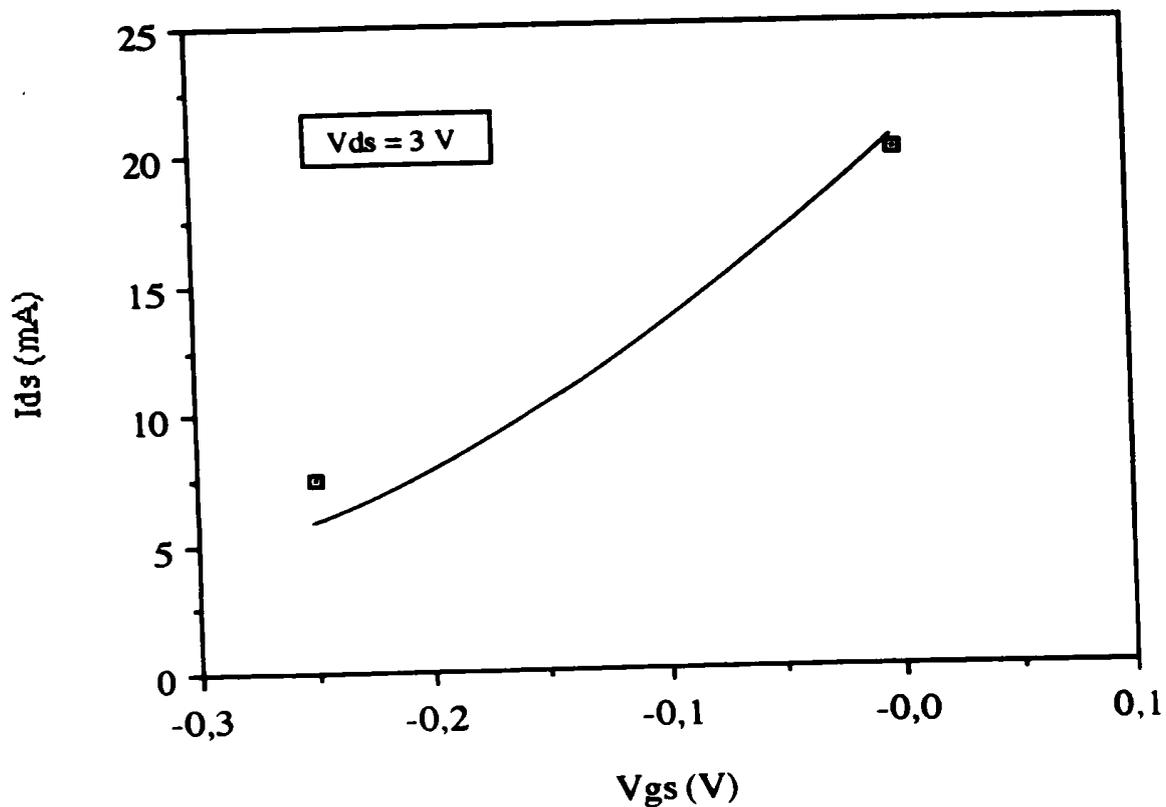


Figure 25 : Caractéristiques I_{ds} ($V_{gs}, V_{ds} = 3 \text{ v}$)

Mesures pour un MESFET à l'AsGa (Texas Instrument)
 de largeur $150 \mu\text{m}$, longueur de
 grille = $0,25 \mu\text{m}$, épaisseur du canal $h = 3500 \text{ \AA}$
 dopage moyen $N_D = 1 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.

(labels) : mesures expérimentales [22]

— : nos calculs

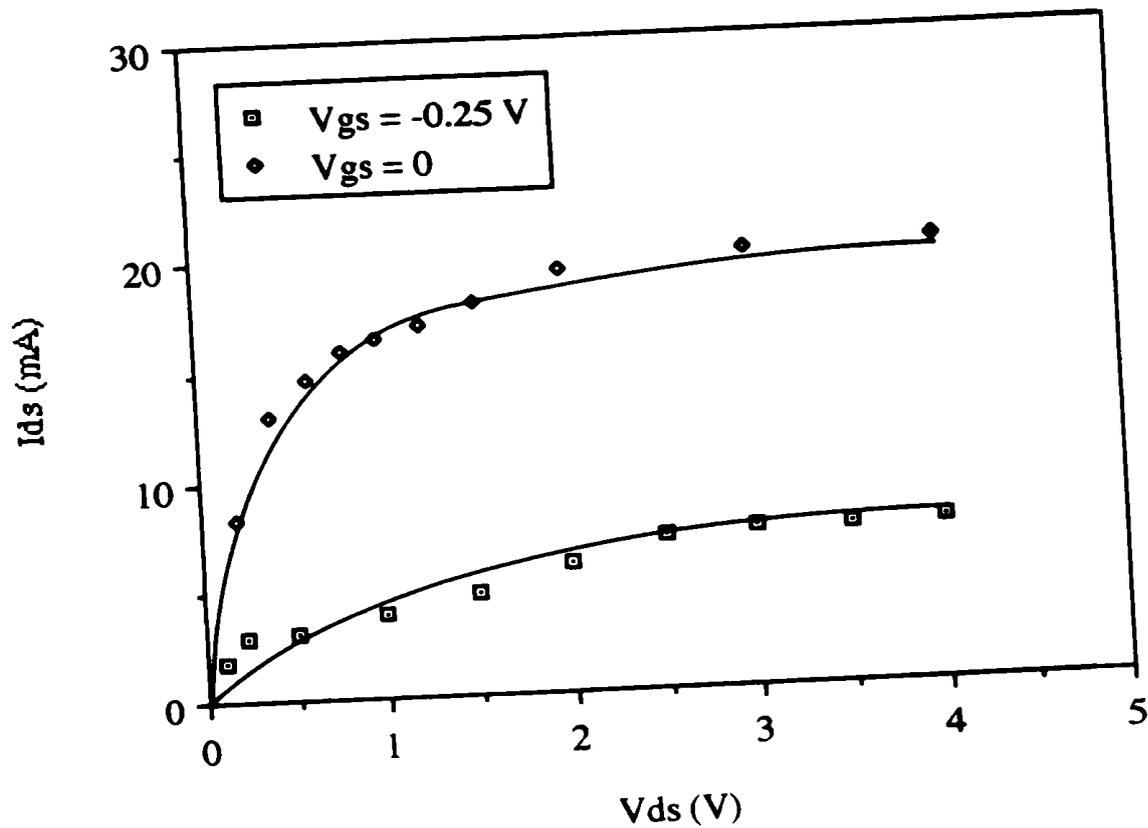


Figure 26: Caractéristiques I_{ds} (V_{gs}, V_{ds})

Mesures pour un MESFET à l'AsGa (Texas Instrument)
 de largeur $150 \mu\text{m}$, longueur de
 grille = $0,25 \mu\text{m}$, épaisseur du canal $h = 3500 \text{ \AA}$
 dopage moyen $N_D = 1 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.
 (labels) : mesures expérimentales [22]
 — : nos calculs

CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons proposé un modèle de caractérisation de fonctionnement du MESFET, faisant suite à la détermination de la zone dépeuplée et des charges électriques statiques sur les différentes parties du composant. Celui-ci utilise les relations simples de l'électrostatique. Grâce au modèle empirique de Statz les valeurs numériques obtenues sont lissées, ceci nous a permis de ne pas être limité dans nos calcul par le pincement.

Qualitativement, les allures des courbes obtenues sont typiques au MESFET. Du point de vue quantitatif plusieurs cas de mesures expérimentales données par la littérature ont validé notre modèle. Il serait intéressant d'appliquer la méthode numérique de ce modèle aux structures HEMTs, par la considération de l'effet du gaz bidimensionnel au niveau de l'hétérointerface principale du composant, par la considération du potentiel obtenu à cette interface, comme nous l'avons déterminé [25].

- [1] : *SHOCKLEY W.* - "A UNIPOLAR FIELD-EFFECT TRANSISTOR."
Proc. IRE, 40, pp.1365-1376; November 1952.
- [2] : *A CAPPY* - "PROPRIETES PHYSIQUES ET PERFORMANCES POTENTIELLES DES
COMPOSANTS SUBMICRONIQUES A EFFET DE CHAMP : STRUCTURES CONVENTIONNELLES
ET A GAZ D'ELECTRONS BIDIMENSIONNEL" These d'état, (LILLE FRANCE); 1986.
- [3] : *G.C. DACEY and I.M. ROSS* " THE FIELD-EFFECT TRANSISTOR" Bell syst. Tech. J.,
vol 34 p. 1149. 1955
- [4] : *J.R. HAUSER*, "CHARACTERISTICS OF JUNCTION FIELD EFFECT DEVICES WITH SMALL
CHANNEL LENGHT-TO-WIDTH RATIO". Solid-State Electron.,vol 10 , p.577; 1967.
- [5] *J.A.TURNER and B.L.H.WILSON*, "IMPLICATIONS OF CARRIER VELOCITY SATURATION
IN A GALLIUM ARSENIDE FIELD-EFFECT TRANSISTORS". Proc. 1968 Symp. on GaAs. Inst.
of Phys. and Physical society. conf.series. vol 7, p. 195, 1968.
- [6] : *A.B. GREBENE and S.K. GHANDI* - "GENERAL THEORY FOR PINCHED OPERATION
OF THE JUNCTION-GATE FET" - Solid state Electronics - Pergamon Press Vol. 12,
pp. 573-589; 1969.
- [7] : *K. LEHOVEC and R.ZULEEG*, "VOLTAGE CURRENT CHARACTERISTICS OF GaAs J-FET's
IN THE HOT ELECTRON RANGE" - Solid state Electronics - Vol. 13, p. 1415, 1970.
- [8] : *R.A. PUCCEL, H.A. HAUS, and H. STATZ*, "SIGNAL AND NOISE PROPERTIES OF GaAs
MICROWAVE FIELD-EFFECT TRANSISTORS" - Advances in Electron. Electron Phys.,
vol. 38, P. 195; 1975.
- [9] : *M.S.SHUR* "ANALYTICAL MODEL OF GaAs MESFET's" IEEE Trans. on ED, vol. ED-25,
N° 6, p.612; 1978.
- [10] : *A.S. GROVE* - " PHYSICS AND TECHNOLOGIE OF SEMICONDUCTORS DEVICES"- New York
Wiley, 1967.
- [11] : *W.R.CURTIS* -"MODEL FOR USE IN THE DESIGN OF GaAs INTEGRATED CIRCUITS"-
IEEE Trans. on MTT. - Vol MTT.-28, N° 5 - p.448; 1980.

- [12] : *H.STATZ, P.NEWMAN, I.SMITH, R.PUCEL, and H.HAUS*, "GaAs FET DEVICE AND CIRCUIT SIMULATION IN SPICE"- IEEE Tran. ED., Vol.ED.-34, p.160; 1987.
- [13] : *T.KACPRZAK and A.MATERKA*, "COMPACT DC MODEL OF GaAs FET's FOR LARGE-SIGNAL COMPUTER CALCULATION"-IEEE J.Solid state circuits-Vol.SC-18, p.211; 1983
- [14] : *A.Mc CAMANT, G.Mc CORMACK and D. SMITH*, "AN IMPROVED GaAs MESFET MODEL FOR SPICE"-IEEE MTT., Vol MTT-38, p. 822; 1990
- [15] : *MICHAEL GOLIO* - "MICROWAVE MESFETs and HEMTs"-Artech House -1991.
- [16] : *J-F.PONE, R.C. CASTAGNE, J.P. COURAT et AL*- "TWO-DIMENSIONAL PARTICLE MODELING OF SUBMICROMETER GATE GaAs FETs NEAR PINCHOFF." IEEE Trans. Electron Devices, vol. ED-29 , n°8 , pp. 1244-1255; Aug. 1982.
- [17] : *P.BONJOUR, R.CASTAGNE,J-F.PONE et AL*- "SATURATION MECHANISM IN 1 μ m GATE GaAs FET WITH CHANNEL-SUBSTRATE INTERFACIAL BARRIER." IEEE Trans. Electron Devices, vol. ED-27 , n°6, pp. 1019-1024; June 1980.
- [18] : *R.CASTAGNE, J.P. DUCHEMIN, M. GLOANEC, Ch. RUMELHARD* -" CIRCUITS INTEGRES EN ARSENIURE DE GALLIUM."- Cnet Enst- Collection Technique et Scientifique des Telecommunications-MASSON-1989.
- [19] : *PETER A. SANDBORN, JACK R.EAST and GEORGE I. HADDAD* - "QUASI-TWO-DIMENSIONAL MODELING OF GaAs MESFET's." -IEEE Trans. Electron Devices, vol. ED-34 , n°5 pp. 987-991, May 1987
- [20] : *SHIH-HSIEN LO and CHIEN-PING LEE* - "TWO-DIMENSIONAL SIMULATION OF ORIENTATION EFFECTS IN SELF-ALIGNED GaAs MESFET s." -IEEE Trans. Electron Devices, vol. ED-37 , n°10 pp. 2130-2140; , Oct. 1990
- [21] : *TOSHIMI WADA and JEFFREY FREY* - " PHYSICAL BASIS OF SHORT CHANNEL MESFET OPERATION "- IEEE Journal of solid state circuits, Vol SC. 14, N° 2; 1979.
- [22] : *KO-MING SHIH ET AL.*- "CURRENT VOLTAGE CHARACTERISTICS OF SUBMICROM GaAs MESFET's WITH NONUNIFORM CHANNEL DOPING PROFILES"- Solid State Electronics-Vol. 35 N° 11- pp. 1639-1644, 1992.

- [23] : *P.GODTS, D.DEPREEUW, E.CONSTANT, J.ZIMMERMAN* - "METHODES GENERALES DE MODELISATION DU TRANSISTOR A EFFET DE CHAMP A HETEROJONCTION" - Revue Phys. Appl. 24, pp 151-170; . 1989
- [24] : *MANKOO LEE AND LEONARD FORBES* - "A SELF BACKGATING GaAs MESFET MODEL FOR LOW FREQUENCY ANOMALIES" - -IEEE Trans. Electron Devices, vol.37, n°10, pp. 2148-2156; . October 1990.
- [25] : *BENABBAS (M.), MARIR (B), BAJON (D), BAUDRAND (H.)* - EXACT RESOLUTION OF COUPLED SCHRODINGER-POISSON EQUATION : APPLICATION TO ACCURATE DETERMINATION OF POTENTIAL PROFILE IN HEMTs. *Electronics letters*, vol. 27, pp. 1848 - 1850, 20 September(1991).

CONCLUSION GENERALE

Au cours de ce travail nous avons développé un modèle bidimensionnel de caractérisation du fonctionnement quasi-statique du MESFET.

Des méthodes numériques originales sont développées pour la conception de ce modèle partant des lois immuables de l'électrostatique. Par analogie à certains problèmes posés par les transferts de chaleur, la limite de zone de charge d'espace est déterminée par une résolution originale de problème à frontière libre.

L'ensemble des travaux de cette thèse est divisé en deux parties :

Dans la première partie, nous avons suggéré une résolution itérative de problème à frontière libre. Une application directe à cette résolution est la localisation bidimensionnelle de la limite de zone de charge d'espace dans les transistors à effet de champ, par la résolution de l'équation de Poisson sous sa forme intégrale, utilisant la technique des fonctions de Green. Une discrétisation sinusoidale par points et par segments de la structure MESFET, en tant que domaine d'étude et de calcul, permet de mettre plus en évidence les effets de bord concernant la limite de zone dépeuplée et les différentes distributions de charges statiques.

L'aspect des frontières de zones dépeuplées est typique au MESFET. Du point de vue quantitatif, les courbes représentant les limites de zones de

charge d'espace sont comparées à celles obtenues par une approximation améliorée de Schokley.

Dans la deuxième partie une modélisation bidimensionnelle de fonctionnement du MESFET est réalisée par utilisation des relations simples de l'électrostatique. Ce travail est une suite du premier chapitre. La localisation rigoureuse de la limite de zone de charge d'espace dans le canal du MESFET, d'une part, et la détermination des charges statiques sur les différents éléments de ce composant, d'autre part, ont permis d'envisager le calcul des caractéristiques fonctionnelles.

A son étape première le modèle réalisé est limité, à travers les conditions physiques imposées, par le pincement du canal. Un lissage original des résultats numériques, obtenus pour le régime de fonctionnement linéaire, complète le modèle, ainsi celui-ci peut être fonctionnel au delà du pincement. Ce lissage par une modélisation empirique, utilisant des paramètres d'ajustement, a constitué une première validation de notre modèle. Plusieurs comparaisons satisfaisantes avec des mesures expérimentales sont réalisées.

Tout au long de ce travail nous nous sommes efforcés d'utiliser, pour les calculs numériques, les logiciels les plus performants par rapport au temps de calcul et à la place mémoire utilisée lors de la résolution des différentes équations matricielles et intégrales.

Finalement nous avons pu concevoir un modèle numérique permettant de caractériser le MESFET à dimensions submicroniques. Ce modèle tient compte des effets de bord par son caractère bidimensionnel et par sa discrétisation sinusoïdale. Par ailleurs, la technique de détermination de la limite de zone de charge d'espace, dans un contact Schottky à plusieurs diélectriques, permet d'envisager l'étude de composants plus compliqués que

le MESFET de par leur géométrie, tels que le HEMT ou tout autre composant à effet de champ, certainement par la considération des phénomènes physiques dues aux différentes interfaces, en plus de notre théorie actuelle.

ANNEXE : MODELE DE STATZ

Le modèle empirique de Statz ([12] dans le second chapitre) permet le tracé de courbes typiques aux transistors à effet de champ. Dans cet annexe sont énoncées les équations régissant ce modèle.

Un polynôme de la forme : $1 - [1 - (\alpha V_{ds}/n)]^n$ assure la courbature de I_{ds} en fonction de V_{ds} avec $n = 3$, dans la région de saturation, le polynôme est remplacé par l'unité. La forme du courant de drain et de ses dérivées sont alors :

Pour $0 < V_{ds} < 3/\alpha$,

$$I_{ds} = \frac{\beta(V_{gs} - V_{TO})^2}{1 + b(V_{gs} - V_{TO})} \left[1 - \left(1 - \frac{\alpha V_{ds}}{3}\right)^3 \right] (1 + \lambda V_{ds}) \quad (1)$$

$$g_m = \left[1 - \left(1 - \frac{\alpha V_{ds}}{3}\right)^3 \right] (1 + \lambda V_{ds}) \left[\frac{2\beta(V_{gs} - V_{TO})}{1 + b(V_{gs} - V_{TO})} \right] - \frac{b\beta(V_{gs} - V_{TO})^2}{[1 + b(V_{gs} - V_{TO})]^2} \quad (2)$$

$$g_{ds} = \left[1 - \left(1 - \frac{\alpha V_{ds}}{3}\right)^3 \right] \lambda + \alpha(1 + \lambda V_{ds}) \left(1 - \frac{\alpha V_{ds}}{3}\right)^2 \cdot \frac{\beta(V_{gs} - V_{TO})^2}{1 + b(V_{gs} - V_{TO})} \quad (3)$$

Pour $V_{ds} > 3/\alpha$,

$$I_{ds} = \frac{\beta(V_{gs} - V_{TO})^2 (1 + \lambda V_{ds})}{1 + b(V_{gs} - V_{TO})} \quad (4)$$

$$g_m = \frac{[1 + b(V_{gs} - V_{TO})] 2\beta(V_{gs} - V_{TO}) - b\beta(V_{gs} - V_{TO})^2}{[1 + b(V_{gs} - V_{TO})]^2} \cdot (1 + \lambda V_{ds}) \quad (5)$$

$$g_{ik} = \frac{\lambda\beta(V_{gs} - V_{TO})^2}{1 + b(V_{gs} - V_{TO})} \quad (6)$$

Les expressions des capacités inter-électrodes sont :

$$C_{gs} = (C_{gs0}) K_2 K_1 / (1 - V_n / V_{bi})^{1/2} + C_{gd0} K_3 \quad (7)$$

$$C_{gd} = (C_{gs0}) K_3 K_1 / (1 - V_n / V_{bi})^{1/2} + C_{gd0} K_2 \quad (8)$$

Où $V_{max} = 0,5$

$\delta = 0,2$

$$K_1 = (1 + (V_e - V_{TO}) / [(V_e - V_{TO})^2 + \delta^2]^{1/2}) / 2$$

$$K_2 = (1 + (V_{gs} - V_{gd}) / [(V_{gs} - V_{gd})^2 + (1/\alpha)^2]^{1/2}) / 2$$

$$K_3 = (1 - (V_{gs} - V_{gd}) / [(V_{gs} - V_{gd})^2 + (1/\alpha)^2]^{1/2}) / 2$$

$$V_e = (V_{gs} + V_{gd} + [(V_{gs} - V_{gd})^2 + (1/\alpha)^2]^{1/2}) / 2$$

si $(V_e + V_{TO} + [(V_e - V_{TO})^2 + \delta^2]^{1/2}) / 2 < V_{max}$

alors : $V_n = (V_e + V_{TO}) + (V_e - V_{TO})^2 + \delta^2]^{1/2} / 2$

sinon : $V_n = V_{max}$

PUBLICATIONS

Electronics Letters



AN INTERNATIONAL PUBLICATION

CONTENTS

pages 1689-1784

12th September 1991 Vol. 27 No. 19

ANTENNAS	page	INSTRUMENTATION & MEASUREMENT	page
Active quarter-wavelength dielectric radiator with circularly polarised radiation pattern T B Ng, Y O Yam and M L Lam (<i>Hong Kong</i>)	1758	Picosecond optical fibre sampling oscilloscope D U Noske and J R Taylor (<i>UK</i>)	1739
Modelling of coaxial-fed microstrip patch antenna by finite difference time domain method C Wu, K L Wu, Z Bi and J Litva (<i>Canada</i>)	1691	INTEGRATED OPTICS	
Reflections in anechoic chambers in 100-200 GHz range A Lehto, J Tuovinen and A Raisanen (<i>Finland</i>)	1708	Gain-switched laser amplifier photonic integrated circuit generating 590 mW peak power optical pulses P B Hansen, G Raybon, U Koren, B I Miller, M G Young, R M Jopson, J D Evankow and C A Burrus (<i>USA</i>)	1778
Reflectivity of absorbers in 100-200 GHz range A Lehto, J Tuovinen and A Raisanen (<i>Finland</i>)	1699	Guided wave switch array using electro-optic and carrier depletion effects in indium phosphide P J Duthie, N Shaw, M J Wale and I Bennion (<i>UK</i>)	1747
CIRCUIT THEORY & DESIGN		IMAGE PROCESSING	
New insensitive notch and allpass filters with single current follower S J Liu, J J Chen and J H Tsay (<i>Taiwan</i>)	1712	Maximum descent method for image vector quantisation C K Ma and C K Chan (<i>Hong Kong</i>)	1772
Novel four quadrant DC-link soft switching inverter generating sinusoidal waveforms B O Woo and G H Cho (<i>Korea</i>)	1732	Predictive partial search algorithm for vector quantisation J Ngwa-Ndifor and T Ellis (<i>UK</i>)	1722
Use of modified nodal analysis to write multiport hybrid matrix J A S Augusto and C F B Almeida (<i>Portugal</i>)	1750	MICROWAVE DEVICES	
Wide-range oscillator with digital control for digital waveform generation G M Brown (<i>Germany</i>) and B Szabados (<i>Canada</i>)	1780	CAD technique for designing microwave transistor active filters S Udomchokpaiboon and J C Mollier (<i>France</i>)	1694
COMMUNICATIONS & SIGNAL PROCESSING		MICROWAVE MEASUREMENT	
Accuracy and dynamic range improvement of bandpass impulse response measurements using pseudorandom noise P C Fannin and A Molina (<i>Ireland</i>)	1755	Experimental determination of field strength and quality factor of heavily damped accelerator cavities P Hulsmann, M Kurz and H Klein (<i>Germany</i>)	1727
Computation of LSP parameters from reflection coefficients C F Chan (<i>Hong Kong</i>)	1773	MICROWAVE TECHNIQUES	
Distinction between rain and ice depolarisation by calculation of differential attenuation and phase shift R A Hogers, M H A J Herben and G Brussaard (<i>The Netherlands</i>)	1752	Accurate and simple design of cylindrical dielectric resonators for microwave integrated circuits A E Centeno and G B Morgan (<i>UK</i>)	1753
Performance of selfsynchronising direct conversion DECT receiver G Schultes, E Bonek, A L Scholtz and W Herzog (<i>Austria</i>)	1715	NEURAL NETWORKS	
Tandem banyan switching fabric with dilation I Widjaja (<i>Canada</i>)	1770	CMOS mean field learning C R Schneider and H C Card (<i>Canada</i>)	1702
Trial results of novel bit error rate monitor scheme over skywave HF link J B Scholz (<i>Australia</i>)	1730	General neural unit: retrieval performance I Aleksander and H B Morton (<i>UK</i>)	1776
INFORMATION THEORY		OPTICAL COMMUNICATIONS	
Complexity of implementation for evaluating polynomials over GF(2 ^m) Xu Youzhi (<i>Sweden</i>)	1761	1064 nm 565 Mbit/s PSK transmission experiment with homodyne receiver using synchronisation bits B Wandernoth (<i>Germany</i>)	1692
Increasing the rate of output for m sequences M J B Robshaw (<i>UK</i>)	1710	OPTICAL FIBRES	
		38.2 dB amplification at 1.31 μm and possibility of 0.98 μm pumping in Pr ³⁺ -doped fluoride fibre Y Miyajima, T Sugawa and Y Fukasaku (<i>Japan</i>)	1706

(continued on back cover)

Therefore the time complexity of the implementation can be given by

$$T_1 \approx l(T_{mul} + T_{add} + T_{reg}) \approx 14tl \quad (4)$$

From Fig. 1 (only the k th branch), s multipliers, s adders and $2sl$ registers are needed in total. Thus the space complexity is given by

$$S_1 \approx sS_{mul} + sS_{add} + 2slS_{reg} \approx 2m(sm + 8n) \quad (5)$$

If all of the evaluations are performed in parallel, i.e. $s = n$, then the minimum time complexity and maximum space complexity of this implementation are obtained, that is $T_{1, min} \approx 14t$ and $S_{1, max} \approx 2mn(m + 8)$; if $s = 1$, then the maximum time complexity and minimum space complexity are obtained, that is $T_{1, max} \approx 14tn$ and $S_{1, min} \approx 2m(m + 8n)$.

Using Chien method Let x be a primitive element in $GF(2^m)$. Any nonzero element in the field can be denoted by x^j for $0 \leq j \leq 2^m - 2$. In many applications, such as in Fourier transforms and in RS decoding, a polynomial $f(z)$ of degree t is evaluated at a set of n successive elements, denoted by $x^b, x^{b+1}, \dots, x^{b+n-1}$. The Horner method can be used for evaluating $f(z)$. Also, Chien proposed another efficient method.⁷ Evaluating a polynomial $f(z)$ at x^{j+1} , we obtain

$$f(x^{j+1}) = \sum_{i=0}^t f_i x^{(j+1)i} = \sum_{i=0}^t f_i x^j x^i \quad (6)$$

where we define $f_{i,j} = f_i x^{ij}$.

Again, the n nonzero elements can be divided into s groups, and each group contains l elements. The k th group contains the elements $x^{kl}, x^{kl+1}, \dots, x^{kl+l-1}$ for $0 \leq k \leq n/l - 1$. The s groups can be computed in parallel. In each group, the evaluation at those elements can be performed serially by eqn. 6. An implementation is shown in Fig. 2.

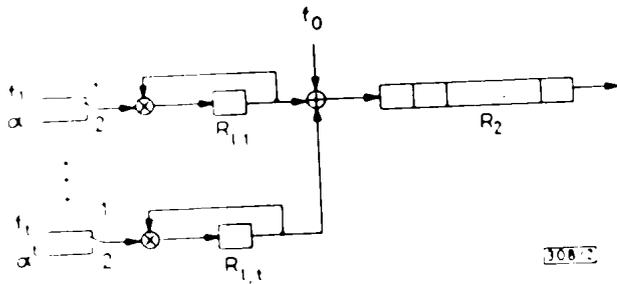


Fig. 2 Implementation using Chien method

In Fig. 2, the registers $R_{1,1}, R_{1,2}, \dots, R_{1,t}$ are initialised with $x^{kl}, x^{kl+1}, \dots, x^{kl+l-1}$, register R_2 with all zeros, and all the switches are set to position 1. Thus $f(x^{kl})$ is computed in the first clock period. The switches are then set to the position 2 and $f(x^{kl+1})$ is computed in the second clock, and so on. After l clock periods, all the elements have been completed and the results have been fed to the register R_2 .

We can now calculate the time and space complexity of the implementation shown in Fig. 2. It requires l clock periods to complete the computation. In each clock period, time units for performing one multiplication and a shift are needed. Therefore the time complexity of the implementation can be given by

$$T_2 \approx l(T_{mul} + T_{reg}) \approx 13l \quad (7)$$

From Fig. 2 (only the k th branch), in total st multipliers, st adders and $st(l+1)$ registers are needed. Thus the space complexity is given by

$$S_2 \approx st(S_{mul} + S_{add}) + st(l+1)S_{reg} \approx 2m(stm + 4n) \quad (8)$$

If all the evaluations are performed in parallel, i.e. $s = n$, then the minimum time complexity and maximum space complexity of the implementation are obtained, i.e. $T_{2, min} \approx 13$ and $S_{2, max} \approx 2mn(tm + 4)$; inversely, if $s = 1$, then the maximum time complexity and minimum space complexity are obtained, i.e. $T_{2, max} \approx 13n$ and $S_{2, min} \approx 2m(tm + 4n)$.

(Conclusion) The time and space complexities for evaluating polynomials has been investigated. A summary of their complexity is listed in Table 1.

Table 1 SUMMARY OF TIME AND SPACE COMPLEXITIES

Implementation method	Horner	Chien
Time complexity	$14tl$	$2m(sm + 8n)$
Space complexity	$13l$	$2m(stm + 4n)$
Input form	Serial	Parallel
Evaluated at a set of	elements	successive elements

Assume that a two-input gate consists of four transistors, and its propagation delay τ is equal to $2ns$; The processing speed P and the number N of transistors can be estimated by the time and space complexity

$$P = \frac{2tm}{\tau T} = 1000 \frac{tm}{T} \quad (\text{Mbit/s}) \quad (9)$$

$$N = 4S \quad (10)$$

XU YOUZHI

Department of Electrical Engineering
Linköping University
S-581 83 Linköping, Sweden

16th July 1991

References

- 1 AHO, A. V., HOPCROFT, J. E., and ULLMAN, J. D.: 'The design and analysis of computer algorithms' (Addison-Wesley, 1974)
- 2 BERLEKAMP, E. R.: 'Algebraic coding theory' (McGraw-Hill, New York, 1968)
- 3 BLAHUT, R. E.: 'Theory and practice of error control codes' (Addison-Wesley, 1983)
- 4 MACWILLIAMS, F. J., and SLOANE, N. J. A.: 'The theory of error-correcting codes' (North-Holland, 1977)
- 5 MASSEY, J. L.: 'Shift-register synthesis and BCH decoding', *IEEE Trans.*, 1969, IT-7, pp. 122-127
- 6 MASTROVITO, E.: 'VLSI designs for multiplications over finite fields $GF(2^m)$ ' Proc. 6th Int. Conf. on Applied Algebra, Algebraic Algorithms and Error Correcting Codes, Rome, Italy, July 1988
- 7 CHIEN, R. T.: 'Cyclic decoding procedures for BCH codes', *IEEE Trans.*, 1964, IT-10, pp. 357-363
- 8 SUGIYAMA, Y., KASAHARI, M., HIRAWAWA, and NAMEKAWA, T.: 'A method for solving key equation for decoding Goppa codes', *Infor. Contr.*, 1975, 27, pp. 87-99

NEW TWO-DIMENSIONAL APPROACH FOR DETERMINING DEPLETION LAYER PROFILE IN FIELD-EFFECT TRANSISTORS

Indexing terms: Field-effect transistors, Transistors, Algorithms, Semiconductor devices and materials

An iterative algorithm using the moving frontier technique for determining the depletion layer in field-effect transistors is proposed. The Poisson equation is solved in its integral form using the two-dimensional Green function. The convergence of the iterative procedure is studied. The results are compared with the gradual channel theory.

Introduction Generally, in field-effect transistors the depletion layer profile can be estimated from the one-dimensional Shockley approximation.^{1,3} The interest in micrometre-size structures encourages the choice of rigorous approaches for the calculation of the depletion layer in the semiconductor substrate.

From the mathematical point of view, the limit of this depletion layer is the boundary between two domains governed by Laplace and Poisson equations.⁴ A finite element iterative technique for this calculation has been described in Reference 4. Also, a two-dimensional solution of this nonlinear problem has been proposed in References 5 and 6 using integral formulation with an analytical Green function using a

Electronics Letters



AN INTERNATIONAL PUBLICATION

CONTENTS

pages 1785-1888

26th September 1991 Vol. 27 No. 20

ARTICLES	page	ARTICLES	page
ANTENNAS		Fast frame-to-frame interpolation technique for scenes containing moving objects	1788
Active patch antenna element with diode tuning P. M. Haskins, P. S. Hall and J. S. Dahele (UK)	1846	J. H. Kim and C. M. Kyung (Korea)	
Modified Wolff model for resonance frequency of covered rectangular microstrip patch antenna A. K. Verma and Z. Rostamy (India)	1850	Iterative autoregressive parameter estimation in presence of additive white noise	1800
		W. G. Chung and C. K. Un (Korea)	
CIRCUIT THEORY & DESIGN		New collision-channel model for packet-switched CDMA networks	1792
Current mode allpass/notch and bandpass filter using single CCII C. M. Chang (China)	1812	X. H. Chen and J. Oksman (Finland)	
Fully monolithic 22 GHz-band AlGaAs/GaAs HBT oscillator N. Hayama, J. I. Shimizu and K. Honjo (Japan)	1862	New traffic model for performance analysis of processor-memory multistage interconnection networks	1813
Further results for evaluation of even order elliptic filter functions using Darlington algorithm D. J. M. Baez Lopez (Mexico)	1797	S. Edirisooriya and G. Edirisooriya (USA)	
Harmonic characterisation of feedback systems incorporating saturation nonlinearities P. Bowron, M. R. J. Motlagh and A. A. Muhieddine (UK)	1865	Performance analysis of channel identification algorithm with SVD prefiltering	1858
Integrated analogue voltage multiplier combining MOS and bipolar transistors A. H. Bratt, D. King and M. J. Lysejko (UK)	1852	M. Barton (Trinidad & Tobago)	
Linear composite MOSFETs (COMFETs) M. C. H. Cheng and C. Toumazou (UK)	1802	Priority packet switching in multistage interconnection networks	1816
Novel CMOS linear OTA using feedback control on common source node J. Sevenhans and M. Paemel (Belgium)	1873	Y. W. Leung (Hong Kong)	
Speed optimisation of class AB CMOS opamp using doublets D. D. Shulman (Canada)	1795	Reverse Huffman tree for nonuniform traffic pattern	1884
		J. H. Huang and Y. C. Lai (Taiwan)	
COMMUNICATIONS & SIGNAL PROCESSING		Throughput analysis of channel load sense multiple access with overload detection protocol in the spread spectrum packet radio networks	1809
Clamping circuit for D or D2-MAC/packet systems using digital component of signal J. Veillard (France)	1790	D. M. Lim and H. S. Lee (Korea)	
Design and performance of robust embedded ADPCM coder S. Zhang and G. B. Lockhart (UK)	1786	Throughput performance of noisy ICMA/CD packet mobile radio network	1854
Digital frequency error detectors for QPSK satellite modems J. Ahmad, T. G. Jeans and B. G. Evans (UK)	1821	K. C. Chua (Singapore)	
Comment		COMPUTERS & LOGIC	
Efficient realisation of alternating project on algorithm for maximum likelihood direction finding M. Zhang and Z. D. Zhu (China)	1848	Reliable method for delay-fault diagnosis	1841
Experimental HDTV CODEC with ATM cell loss compensation for B-ISDN T. Kinoshita and T. Nakahashi (Japan)	1830	P. Girard, C. Landrault and S. Pravossoudovitch (France)	
		ELECTROMAGNETIC WAVES	
		Multigrid transmission-line modelling (TLM) method for solving electromagnetic field problems	1794
		J. L. Herring and C. Christopoulos (UK)	
		INFORMATION THEORY	
		Convolution-based DCT algorithm	1834
		Y.-M. Chin and J.-L. Wu (Taiwan)	
		Efficient method for generating strong primes with constraint of bit length	1807
		C. S. Laih, W. C. Yang and C. H. Chen (China)	
		INTEGRATED CIRCUITS	
		10 Gbit/s AlGaAs/GaAs HBT lightwave modulator IC	1827
		R. K. Montgomery, F. Ren, C. R. Abernathy, T. R. Fullowan, R. F. Kopf, P. R. Smith, S. J. Pearton, P. Wisk, J. Lothian, R. N. Nottenburg, T. V. Nguyen and F. Bosch (USA)	

(continued on back cover)

- 5 NAVARRO, J. A., HUMMER, K. A., and CHANG, K.: 'Active integrated antenna elements', *Microwave J.*, January 1991, pp. 115-126
- 6 KITCHEN, J.: 'Octave bandwidth varactor-tuned oscillators', *Microwave J.*, May 1987, pp. 347-353
- 7 HALL, P. S., DAHELE, J. S., and HASKINS, P. M.: 'Microstrip patch antennas on thick substrates', AP-S Int. Symp. 1989 Dig., Vol. 1, pp. 458-462
- 8 DAHELE, J. S., and HASKINS, P. M.: 'Radiation characteristics of two vertically stacked microstrip subarrays', PIERS 1st-5th July 1991, p. 7
- 9 HALL, P. S.: 'Analysis of radiation from active microstrip patch antennas' JINA 90, Nice, November 1990

COMMENT

EFFICIENT REALISATION OF ALTERNATING PROJECTION ALGORITHM FOR MAXIMUM LIKELIHOOD DIRECTION FINDING

Introduction Recently, an AP algorithm that efficiently computes the exact ML estimates by transforming the multidimensional maximisation problem into a sequence of much simpler one-dimensional maximisation problems has been proposed.² However, it still requires computation of quadratic forms at every searching step. In Reference 1, by using the properties of the minimum norm spectral estimator, Oh and Un propose an efficient iterative ML algorithm that transforms quadratic forms in the AP algorithm into inner products of vectors by reducing the number of iterations to convergence by improving the initial estimates. The idea is very good. However, there are some problems associated with it. This comment discusses these problems using the same symbols as those in Reference 1 and the same assumptions.

Comments on Reference 1 By the iterative algorithm,¹ the ML estimate $\hat{\theta}_i^{k+1}$ of direction θ_i at the $(k+1)$ th iteration is obtained by solving the following one-dimensional minimisation problem

$$\hat{\theta}_i^{k+1} = \min_{\theta_i} \frac{\mathbf{a}^H(\theta_i) P_{A(\theta_i)}^\perp \mathbf{d}_m \mathbf{d}_m^H P_{A(\theta_i)}^\perp \mathbf{a}(\theta_i)}{\mathbf{a}^H(\theta_i) P_{A(\theta_i)}^\perp \mathbf{a}(\theta_i)} \quad (4a)$$

where $P_{A(\theta_i)}^\perp = (I - P_{A(\theta_i)})$, $P_{A(\theta_i)}$ is a projection operator onto the subspace spanned by the columns of $A(\hat{\theta}_i^k)$, $A(\hat{\theta}_i^k)$ is a $p \times (q-1)$ steering matrix with $\hat{\theta}_i^k = [\hat{\theta}_1^k, \dots, \hat{\theta}_{i-1}^k, \hat{\theta}_{i+1}^k, \dots, \hat{\theta}_q^k]$, and \mathbf{d}_m is the minimum norm solution vector in the noise subspace (eqn. 3 in Reference 1).

Also, Reference 1 assumes

$$P_{A(\theta_i)}^\perp \mathbf{d}_p(\hat{\theta}_i^k) \mathbf{d}_p^H(\hat{\theta}_i^k) \quad (4b)$$

where $\mathbf{d}_p(\hat{\theta}_i^k)$ is the minimum norm vector satisfying $P_{A(\theta_i)} \mathbf{d} = 0$. From eqn. 4a and b, we have

$$\hat{\theta}_i^{k+1} = \min_{\theta_i} \frac{\mathbf{a}^H(\theta_i) \mathbf{d}_p(\hat{\theta}_i^k) \mathbf{d}_p^H(\hat{\theta}_i^k) \mathbf{d}_m \mathbf{d}_m^H \mathbf{d}_p(\hat{\theta}_i^k) \mathbf{d}_p^H(\hat{\theta}_i^k) \mathbf{a}(\theta_i)}{\mathbf{a}^H(\theta_i) \mathbf{d}_p(\hat{\theta}_i^k) \mathbf{d}_p^H(\hat{\theta}_i^k) \mathbf{a}(\theta_i)} \quad (5)$$

Defining $c_a(\theta_i) = \mathbf{d}_p^H(\hat{\theta}_i^k) \mathbf{a}(\theta_i)$ and $c_d(\hat{\theta}_i^k) = \mathbf{d}_m^H \mathbf{d}_p(\hat{\theta}_i^k)$, we have

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_i^{k+1} &= \min_{\theta_i} \frac{c_a^*(\theta_i) c_a^*(\hat{\theta}_i^k) c_d(\hat{\theta}_i^k) c_a(\theta_i)}{c_a^*(\theta_i) c_a(\theta_i)} \\ &= \min_{\theta_i} \frac{|c_a(\theta_i)|^2 |c_d(\hat{\theta}_i^k)|^2}{|c_a(\theta_i)|^2} \\ &= \min_{\theta_i} |c_d(\hat{\theta}_i^k)|^2 \end{aligned} \quad (6)$$

Here $|c_d(\hat{\theta}_i^k)|^2$ is a constant which is not connected with θ_i . Hence the minimisation process has no meaning and the iter-

ative ML algorithm in Reference 1 cannot be used to estimate directions of sources.

M. ZHANG
Z.-D. ZHU

19th July 1991

Department of Electronic Engineering
Nanjing Aeronautical Institute
Nanjing, Jiangsu 210016, People's Republic of China

References

- 1 OH, S. K., and UN, C. K.: 'Efficient realisation of alternating projection algorithm for maximum likelihood direction finding', *Electron. Lett.*, 1989, **25**, pp. 1325-1326
- 2 ZISKIND, L., and WAX, M.: 'Maximum likelihood localization of multiple sources by alternating projection', *IEEE Trans.*, 1988, **ASSP-36**, pp. 1553-1560
- 3 KUMARESAN, R., and TUFTS, D.: 'Estimating the angles of arrival of multiple plane waves', *IEEE Trans.*, 1983, **AES-19**, pp. 134-139

EXACT RESOLUTION OF COUPLED SCHRÖDINGER-POISSON EQUATION: APPLICATION TO ACCURATE DETERMINATION OF POTENTIAL PROFILE IN HEMTs

Indexing terms Mathematical techniques, Transistors, Semiconductor devices and materials

An exact solution of a combination of the nonlinear Schrödinger and Poisson equations is presented for the study of potential energy and carrier distributions at the interface of a single heterojunction. The shapes of the wave function and the potential (i.e. conduction band bending) are not required to be known *a priori* and are calculated from the doping rates and energy gaps on both sides of the heterojunction.

Introduction The creation of a two-dimensional gas at the interface of two semiconductors of different energy gaps is the expected physical phenomenon in a heterostructure. The carriers of the semiconductor with a larger energy gap are confined in the quantum well created by the alignment of Fermi levels.

For an HEMT structure, the material with larger energy gap is the GaAlAs, which is also highly doped.¹ The quantum well is localised in the semiconductor with larger energy gap and the electron gas is then confined in the GaAs which is nonintentionally doped, where the carrier mobility is very high.² The carrier density of the gas depends on the shape of the well and the doping rate of GaAlAs.

The modelling of the charge control necessitates the determination of the potential profile in the heterojunction, which allows calculation of energy levels, the associated wave functions and finally, the charge density.

Selfconsistent solutions have been proposed,^{4,5} but in each case the shapes of the wave function and/or the quantum well are already supposed to be known (parabolic or rectangular). The latter is always localised by means of macroscopic considerations which involve the presence of a discontinuity in the conduction band.

Theory In the present approach, we propose a rigorous resolution of the coupled Schrödinger-Poisson equation system

$$\begin{cases} -\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta \psi(x) + V(x) \psi(x) = E_1 \psi(x) & (1) \\ \Delta V(x) + \frac{\rho(x)}{\epsilon} = 0 & (2) \end{cases}$$

where m^* = effective mass of an electron

$$\rho(x) = \begin{cases} qN_D - \sum_i n(E_i) |\psi_i(x)|^2 & \text{in GaAlAs} \\ -qN_A - \sum_i n(E_i) |\psi_i(x)|^2 & \text{in undoped GaAs} \end{cases}$$

where $\psi_i(x)$ = wave function associated with energy level E_i , q = electron charge, N_D , N_A = donor and acceptor doping rate and $n(E_i)$ = carrier density obtained by the Fermi-Dirac distribution and given by the following expression:

$$n(E_i) = \frac{m^*kT}{\pi h^2} \ln \left[1 + \frac{1}{kT} (E_F - E_i) \right] \quad \text{with } E_F = \text{Fermi level}$$

The differential operator of the Poisson equation is inverted by means of a Green function, defined from

$$\Delta G = -\delta(x - x_0) \quad (3)$$

and eqn. 1 can be written by using the integral form of the potential

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta \psi_i(x) + \psi_i(x) \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x_0) G(x/x_0) dx_0 = E_i \psi_i(x) \quad (5)$$

where $\rho(x_0)$ represents the charge density.

Application of the Galerkin method to eqn. 1 yields the following equation system:

$$\sum_{m=1}^N [H_{nm}(x_1, \dots, x_N)] \cdot x_m = \sum_{m=1}^N E_m x_m \delta_{nm} \quad (6)$$

in which N is the number of basis functions used for expanding $\psi_i(x)$, $x_n = \langle \varphi_n | \psi_i \rangle$.

The test functions used here are classical solutions obtained for a rectangular well, projected over a Galerkin basis such that

$$\varphi_n = \frac{\sin N\pi(x+w)}{2w}, H_{nm}(x)$$

is a matrix whose elements are functions of x_n .

The chosen φ_n functions are the eigenfunctions of the Hamiltonian of an infinite well with a width $2w$, which is much greater than the dimensions of the quantum well under study. In eqn. 6 the unknowns to be determined are x_n and E_m .

Numerical results: From the numerical point of view, the application of the Galerkin method involves truncated basis functions. In this approach, we have chosen sinusoidal basis functions to represent the wave function. Physically, this means that we have considered electric walls to limit the domain under study. Fig. 1 shows the number of basis func-

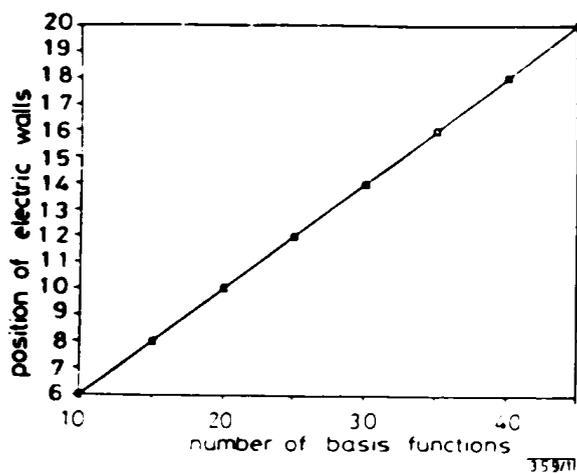


Fig. 1 Number of basis functions to consider against position of electric walls

tions necessary for a 'correct' representation of the problem for different positions of the electric wall. Fig. 2 illustrates the evolution of the solution in terms of the number of basis functions; the convergence is achieved for ten basis functions.

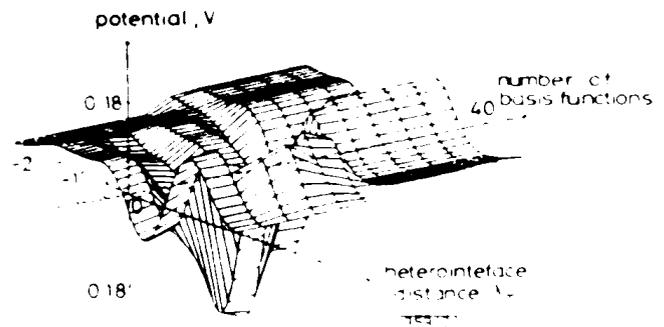


Fig. 2 Evolution of potential profile against number of basis functions

Figs. 3 and 4 represent, respectively, the variations of the electrostatic potential energy and ten associated wave functions in the first energy level E_1 . The data used in this study correspond to those of an HEMT structure at thermodynamic equilibrium (300 K). The doping rate of GaAlAs is equal to 10^{24} cm^{-3} and that of the GaAs layer is $N_A = 10^{20} \text{ cm}^{-3}$. The well width is taken equal to 60 \AA . The maximum variations of potential through the interface should be compared to ΔE_c , the discontinuity in the conducting band, usually reported by the authors. Concerning the energy level E_1 , a difference of 5% is observed with respect to the results of Cappy⁶ and about 1.7% in comparison with those of Bastard.⁷ Fig. 5 shows the variations of the quantum well depth ΔE_c in terms of the doping rate. In the literature, the results concerning the quantum well depth are given as the difference of Fermi levels, obtained rather empirically. In contrast, in our approach the well depth is determined rigorously in terms of the doping

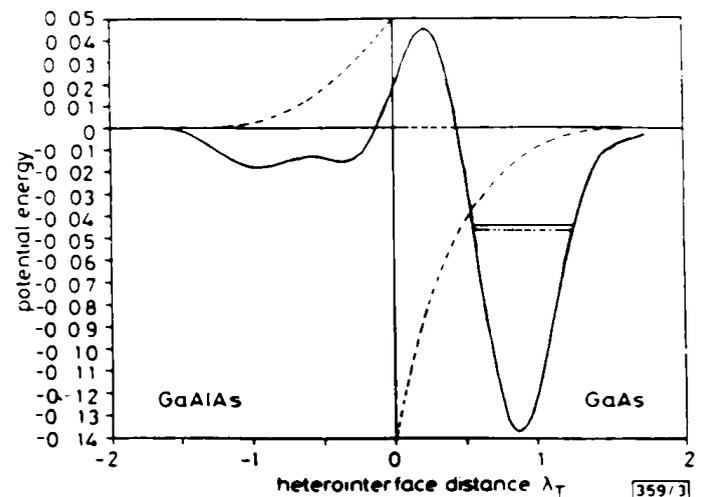


Fig. 3 Potential profile in heterojunction

--- Reference 6
 Reference 7
 ——— our results

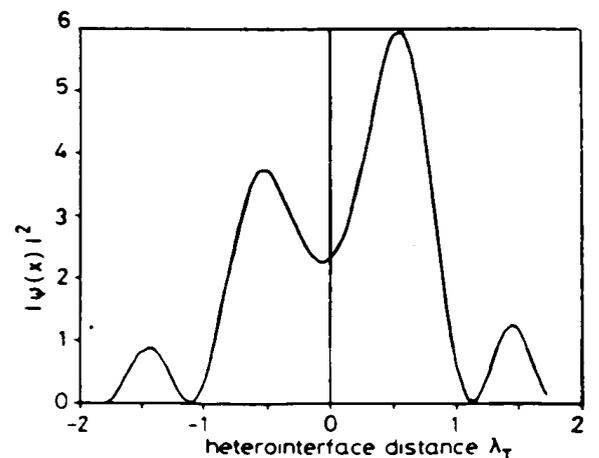


Fig. 4 Wave function associated with first energy level

rate. This fact can explain the discrepancy between the two types of result.

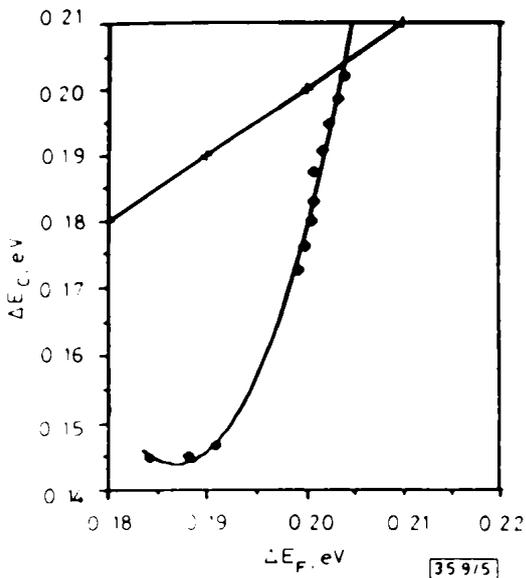


Fig. 5 Variation of well depth against doping rate
+ References 4-7
o our results

Conclusion The solution of combined Schrödinger and Poisson equations has allowed the determination of the potential energy profile of the carriers which constitute the two dimensional gas, confined in the quantum well at the interface of a single heterojunction. The proposed approach allows calculation of the carrier density in the 2-D gas in

terms of physical and geometrical parameters of the heterostructure and, consequently, the charge control can be achieved in structures such as the HEMT. The corresponding program has been implemented on a PC and the computation time is reasonable.

Acknowledgments: The authors thank M. Ahmadpanah for helpful discussions.

M. BENABBAS
B. MARIR
D. BAJON
H. BAUDRAND

22nd July 1991

ENSEEIH—Groupe de recherche microondes
2, Rue Charles Camichel
31071 Toulouse, France

References

- PATILLON, J. N., and ANDRE, J. P.: 'Propriétés de transport dans les hétérostructures à base de composés III-V', *Acta Electron.*, 1988, **28**, pp. 15-26
- WOLNY, and SELLE, D.: 'Introduction aux composants à hétérostructures', *Onde Electr.*, 1990, **70**, p. 59
- HARRIS, J. J.: 'Etude de l'occupation de plusieurs sous bandes dans les hétérostructures à dopage modulé', *Acta Electron.*, 1988, **28**, pp. 39-47
- STERN, F.: 'Self consistent results for n-type Si inversion layers', *Phys. Rev. B*, 1972, **5**, (12), pp. 4891-4899
- DELAGEBEAUDEUF, D., and LINH, N. T.: 'Metal-(n)AlGaAsAs two dimensional electron gas FET', *IEEE Trans.*, 1982, **ED-29**, (6)
- CAPPY, A.: 'Propriétés physiques et performances potentielles des composants submicroniques à effet de champ', 'Thèse d'état', December 1986
- BASTARD, G.: 'Wave mechanics applied to semiconductor heterostructures', *Editions de Physique*, 1988

MODIFIED WOLFF MODEL FOR RESONANCE FREQUENCY OF COVERED RECTANGULAR MICROSTRIP PATCH ANTENNA

Indexing terms Antennas, Microstrip, Modelling

A modified Wolff model is proposed to calculate the resonance frequency of a covered microstrip rectangular patch with the accuracy of spectral domain analysis. In most of the cases the calculated frequency is within 0.6% of the measured value. The modified Wolff model can be used for multilayered substrate and multilayered cover. The original Wolff model determines the resonance frequency of the uncovered microstrip patch

Introduction Recently attempts have been made to evaluate the effect of cover on the resonance frequency of a patch.¹⁻³ However, works reported are limited in scope and error in the calculated frequency is high. Spectral domain analysis (SDA)⁴ has been used for such structures with high accuracy but the method is not computationally fast for CAD. Hence, there is a need for the further development of a new model. We report a modified Wolff model for the multilayered resonant structure which is simple and very accurate. The accuracy of the model has been tested against the experimental data obtained from three different sources. The method also compares very well against the result of SDA.

Model Wolff and Knoppik⁵ introduced the concept of dynamic permittivity to account for the fringe capacitance along the radiating and nonradiating edges and modal field distribution. However, they developed the method for the single layer substrate only. A covered microstrip antenna of length L and width W is shown in Fig. 1. The dynamic permittivity of the covered patch is defined by

$$\epsilon_{dyn} = \frac{C_{dyn}(\epsilon_{r1}, \epsilon_{r2})}{C_{dyn}(\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 1)} \quad (1)$$

where $C_{dyn}(\epsilon_{r1}, \epsilon_{r2})$ and $C_{dyn}(\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 1)$ are the total dynamic capacitances of the patch in the presence of a dielec-

tric layer and in the presence of air, respectively. The total dynamic capacitances can be obtained from

$$C_{dyn}(\epsilon_{r1}, \epsilon_{r2}) = C_{0, dyn}(\epsilon_{r1}) + 2C_{\epsilon_{r1}, dyn}(\epsilon_{r1}, \epsilon_{r2}) + 2C_{\epsilon_{r2}, dyn}(\epsilon_{r1}, \epsilon_{r2}) \quad (2)$$

where $C_{0, dyn}(\epsilon_{r1})$ is the dynamic capacitance due to the main field just below the patch which is not influenced by the dielectric cover. This capacitance is obtained from

$$C_{0, dyn}(\epsilon_{r1}) = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r1} WL}{h_1 \gamma_n \gamma_m} = \frac{C_{0, un}(\epsilon_{r1})}{\gamma_n \gamma_m} \quad (3)$$

where γ_n and γ_m account for modal field distribution for the n , m th resonant mode.

$$\gamma_i = \begin{cases} 1 & \text{for } i = 0 \\ 2 & \text{for } i \neq 0 \end{cases} \quad (4)$$

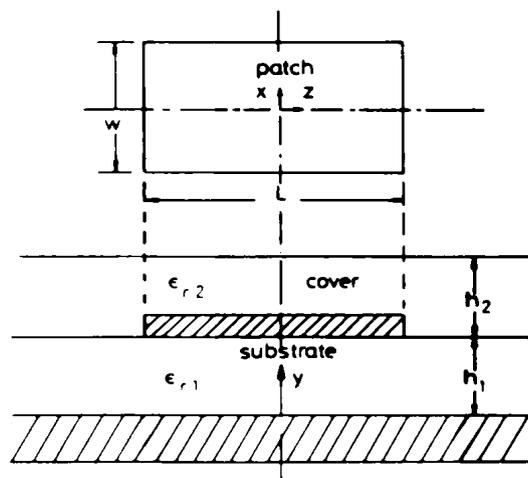


Fig. 1 Covered microstrip antenna

CALL FOR PAPERS

نداء للبحوث

APPEL AUX COMMUNICATIONS

11th Meeting O. H. D.

الملتقى الحادي عشر المختص في :
البصريات الهertzية والعوازل الكهربائية

11th Colloque O. H. D.

HERTZIAN OPTICS
AND DIELECTRICS

OPTIQUE HERTZIENNE
ET DIELECTRIQUES

(Groupement AMPERE)

**OHD
91**

**OHD
91**

**OHD
91**

National Engineering School-Tunis

Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis

المدرسة القومية للمهندسين بتونس

September 3-4-5-6 1991
Hammamet — TUNISIE

3 - 4 - 5 - 6 سبتمبر 1991
الحمات - الجمهورية التونسية

3-4-5-6 Septembre 1991
Centre Culturel International
Hammamet — TUNISIE

The 11th meeting on Hertzian Optics and Dielectrics which is sponsored by the Groupement A.M.P.E.R.E., will take place at Hammamet-TUNISIA, September 3, 4, 5, and 6 1991.

The meeting will provide a forum for Researchers and Engineers issued of public and private associations on the following topics :

- Electromagnetics interferences and diffractions.
- Hertzian optics and spectroscopy.
- Antennas and arrays of antennas.
- Micro-wave systems.
- Materials and components for micro-wave and optic communications.
- Scientific industrial and medical applications.

IMPORTANT DATES

- Abstract due (1 000 to 1 500 words) : the 5th of January 1991
- Abstract acceptance sent : the 1st of March 1991
- Full papers due : the 15th of May 1991

The Colloque Proceedings will be available the 3th of September 1991

Le 11^{ème} Colloque " Optique Hertzienne et Diélectriques ", placé sous le parrainage du groupe-ment A.M.P.E.R.E., se tiendra les 3, 4, 5, et 6 Septembre 1991 à Hammamet en TUNISIE

Ce Colloque s'adresse aux Chercheurs et Ingé-nieurs des organismes de recherche publics et privés. Il portera sur les thèmes suivants :

- Interférences et diffraction électromagnétiques.
- Optique et spectroscopie hertziennes.
- Antennes et réseaux d'antennes.
- Dispositifs micro-ondes.
- Matériaux et composants pour communications micro-ondes et optiques.
- Applications scientifiques, industrielles et médi-cales.

DATES IMPORTANTES

- Envoi du résumé (1 000 à 1 500 mots) : 05/01/91
- Acceptation des résumés : 01/03/91
- Texte complet des commu-nications acceptées : 15/05/91

Les actes du Colloque seront distribués le jour de l'ouverture du Colloque

Renvoyez et Renvoyez le Questionnaire ci-joint avant le 15 Octobre 1990

FRAIS D'INSCRIPTION

Les frais d'inscription sont de 60 Dinars Tunisiens (400 Francs Français) et 350 F. pour les membres du Groupement A.M.P.E.R.E.

INTERNATIONAL COMMITTEE

H. BAUDRAND
G.I. BENE
J. BILLARD
A. BOUALLEGUE
A. COUNES
G. DUBOST
A. GOSSINI
D.C. LAINE
R. PETIT
L. RACZY
G. RAOULT
Y. SERVANT
I.G. SHAPOSKNIKOV
J. VAN BLADEL

LOCAL ORGANIZING COMMITTEE

R. ATTIA
A. BOUALLEGUE
F. CHERIF
Y. HAJLAOUI
M. KSOURI
M. MENSI
A. SAMET
A. TLATLI
H. ZANGAR



المدرسة القومية للمهندسين بتونس

école nationale d'ingénieurs de tunis

Tunis le 25 Mars 1991

11ème Colloque OHD
Monsieur A. Bouallegue
ENIT - BP 37
1002 Le Belvédère -Tunis
TUNISIE

Objet : Acceptation de résumés .

Cher Monsieur, Chère Madame,

J'ai le plaisir de vous Informer que le comité de selection, à la lecture de votre résumé, a retenu votre communication portant sur :

*Résolution itérative de problème à frontière mobile.
Application à la détermination de la zone de charge d'espace
dans les transistors à effet de champ. (MARIR, BAJON, BAUDRAND)*

pour être présenté au 11ème Colloque " *Optique Hertzienne et Diélectrique* qui aura lieu les 3-4-5 et 8 Septembre 1991 au Centre Culturel de Hammamet (Tunisie).

Cette lettre est adressée à l'un des auteurs du résumé. En conséquence, je vous prie de bien vouloir Informer les co-auteurs de l'acceptation de votre communication.

L'ensemble des 70 communications retenues seront rassemblées dans les comptes-rendus du 11ème Colloque OHD, qui seront distribués à partir du 3 Septembre 1991. C'est la raison pour laquelle il est impératif de transmettre le texte de 4 pages au maximum au plus tard 15 Juin 1991.

Les informations concernant la présentation du texte à imprimer sont données en annexe à cette lettre.

Responsable du Colloque.
A. Bouallegue

Sous forme intégrale, l'expression du potentiel en tout point de la structure s'écrit:

$$\left. \begin{aligned} V &= \widehat{G}_1 \rho_E + \widehat{G}_2 \rho_{di} \\ \frac{\partial V}{\partial n} &= 0 \text{ sur } \Gamma \\ V &= V_E \text{ sur les électrodes} \end{aligned} \right\} \quad (1) \quad \text{avec}$$

- ρ_E la densité de charge sur les électrodes
- ρ_{di} la densité de charge dans la zone dépeuplée
- \widehat{G}_1 et \widehat{G}_2 les opérateurs de Green
- Γ la frontière de la zone dépeuplée

La fonction de Green en espace libre est utilisée dans \widehat{G}_1 et \widehat{G}_2 .

Résolution

Nous appliquons à l'équation (1) une méthode de segmentation. Le problème consiste alors, par évaluation de la fonction d'erreur $\max \left\{ \left| \frac{\partial V}{\partial n} \right| \right\}$ à trouver les points (x_i, y_i) solutions de l'équation :

$$\frac{\partial V}{\partial n} [(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)] = 0 \quad (2)$$

Le processus itératif consiste alors, à partir d'une estimation de Γ à résoudre l'équation (1). $\partial V / \partial n$ est ensuite évalué en tout point de Γ et utilisé pour en faire une nouvelle estimation.

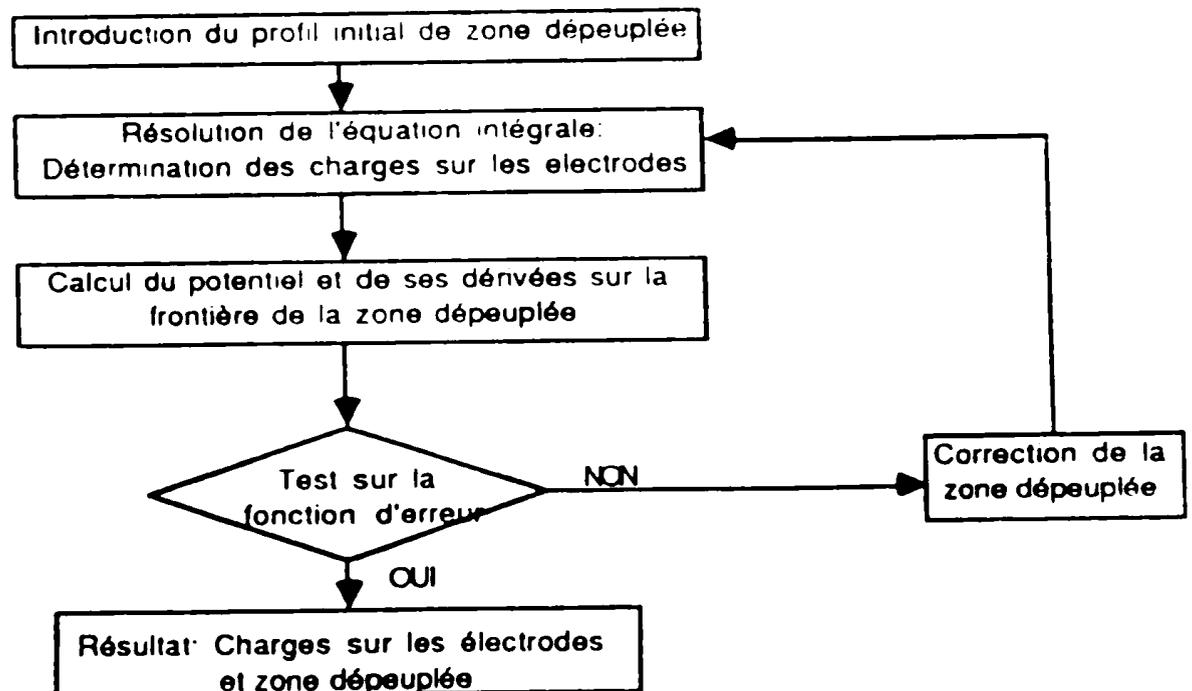
La correction de la zone dépeuplée s'effectue suivant un déplacement selon la normale à celle-ci dont l'expression est :

$$dl = K \times S \times \left| \frac{\partial V}{\partial n} \right|$$

K étant le facteur de convergence qui contrôle l'amplitude du déplacement

et $S = - \text{sign}(\partial^2 V / \partial n^2) \times \text{sign}(\partial V / \partial n)$ assure la diminution de $(\partial V / \partial n)$

Finalement l'algorithme itératif peut se résumer par :



Résultats

Sur la figure 2 nous visualisons les déformations successives de la zone dépeuplée au cours des itérations. L'évolution itérative de $\frac{\partial V}{\partial n}$ pour l'ensemble des points est représentée sur la figure 3. Sur cette courbe nous constatons une différence de déplacement suivant le point considéré. Cette différence de déplacements est illustrée en particulier (figure 4) pour trois points. Comme application de la méthode itérative de frontière mobile, la figure 5 représente la limite de zone dépeuplée pour différentes tensions de drain à V_G fixé dans un MESFET.

Conclusion

Dans ce travail, nous avons présenté un algorithme itératif de résolution du problème à frontière mobile posé par la détermination du profil de la zone de charge d'espace dans les composants à effet de champ. L'efficacité numérique de cette résolution rend enfin envisageable une modélisation rigoureuse des non-linéarités de ce type de composants.

Bibliographie

- [1] "Physics of semiconductor devices" S.M.Sze
A Wiley-New York-Interscience Publication - 1981
- [2] "Analytical model of GaAs MESFET's"-M.S.Shur- IEEE Transactions on Electron Devices, Vol. ED-25, N°6, June 1978.
- [3] "Finite element iterative techniques for determining the interface boundary between Laplace and Poisson domain". Y.Kagawa, T.Murai and O.Matsumoto- International Journal for Numerical Methods in Engineering-Vol 19, pp 315-329 (1983)
- [4] "Accurate calculation of depletion-layer profile in a periodic metal-semiconductor array"-H.Baudrand, F.Brito, M.Ahmadpanah. Electronic Letters, November 1986, Vol 22, N°23.
- [5] "Two-dimensional analysis of slow wave propagation in submicronic MESFET". A.Benghalia,D.Bajon,H.Baudrand .In proceeding of the 18th European Microwave Conference.Stockholm, September 1988, pp1163-1168

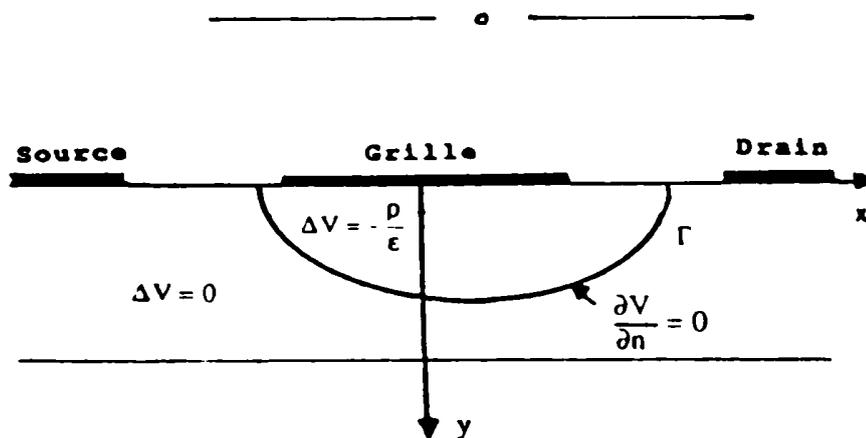


Figure 1 · Les domaines de calcul.

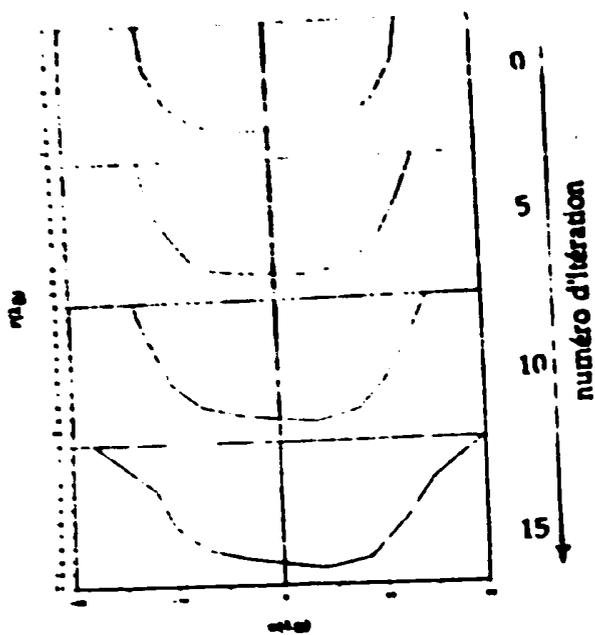


Figure 2 : Evolution de la zone dépeuplée au cours des itérations

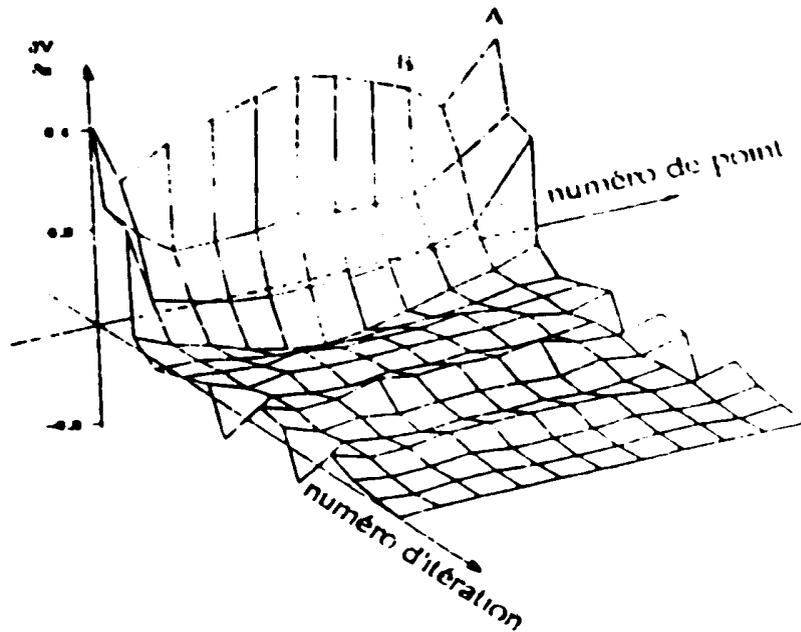


Figure 3 : Evolution de $\frac{\partial V}{\partial n}$ sur Γ au cours des itérations

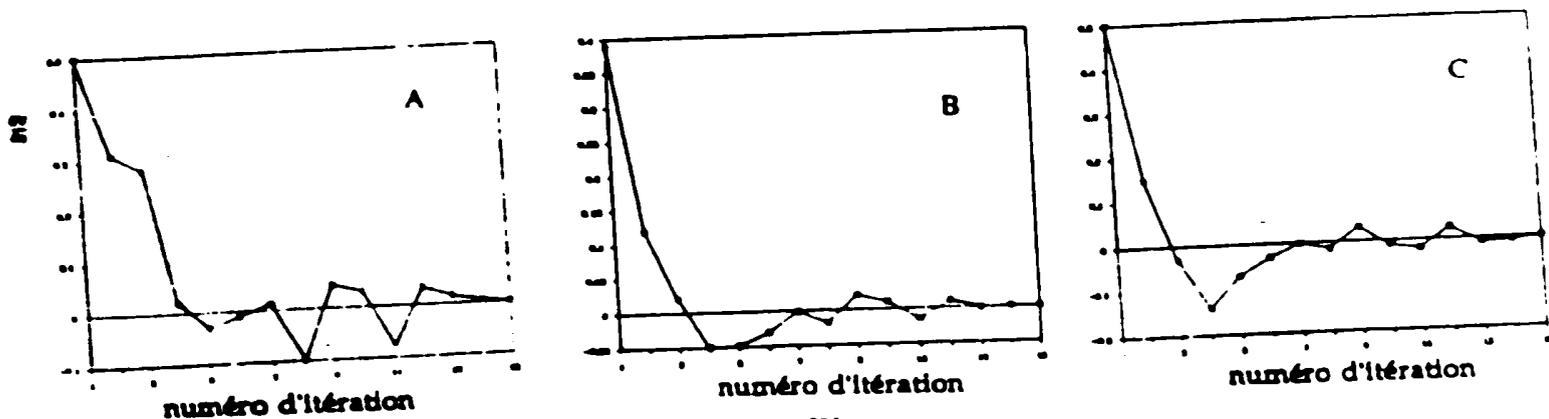


Figure 4 Evolution de $\frac{\partial V}{\partial n}$ aux points A, B et C

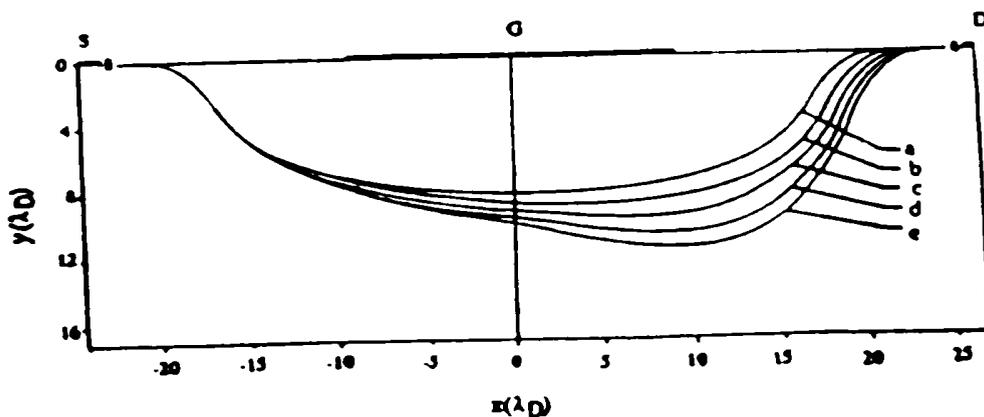


Figure 5 : Influence de V_{DS} sur le profil de la zone dépeuplée
 $V_{GS} = -1 \text{ V}$; $V_{DS} = |a: 0 \text{ V}; b: 1 \text{ V}; c: 2 \text{ V}; d: 3 \text{ V}; e: 4 \text{ V}|$
 Longueurs des électrodes : S : $0.5 \mu\text{m}$; G : $0.25 \mu\text{m}$; D : $0.5 \mu\text{m}$
 Espace inter-électrodes : S-G : $1.5 \mu\text{m}$; G-D : $1 \mu\text{m}$
 $\epsilon_r = 12$; $N_D = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ soit $\lambda_D = 13 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$

**DECISION PORTANT AUTORISATION DE SOUTENANCE
D'UNE THESE DE DOCTORAT D'ETAT EN ELECTRONIQUE**

LE MINISTRE DELEGUE AUX UNIVERSITES ET A LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE,

- Vu le décret Présidentiel n° 93-201 du 4 Septembre 1993 portant nomination des membres du Gouvernement.

- Vu le décret n° 87-70 du 17 Mars 1987 portant organisation de la Post-Graduation.

D E C I D E

ARTICLE 1 / - M. MARIR B-Eddine est autorisé (e) à soutenir sa thèse de Doctorat d'Etat en Electronique.

ARTICLE 2 / - La composition du jury est fixée conformément à l'annexe de la présente décision.

ARTICLE 3 / - Le Recteur de l'Université de Constantine est chargé de l'application de la présente décision.

FAIT A ALGER, LE 02 09 1993

P/LE MINISTRE DELEGUE AUX UNIVERSITES
ET A LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE.

B. HAMEL.



من الأمانة العامة
مدير - الجامعي

