

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE & POPULAIRE
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

UNIVERSITE MENTOURI DE CONSTANTINE
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

MEMOIRE

Présentée pour l'obtention du diplôme de magistère
En électrotechnique

Option

COMMANDE ET MODELISATION DES MACHINES ELECTRIQUES

Par

NEHAL OUASSILA

THEME

Etude et modélisation des paliers planaires

Devant le Jury:

<i>Président :</i>	Aissa BOUZID	Prof. Université de Constantine
<i>Rapporteur :</i>	Med El-Hadi LATRECHE	Prof. Université de Constantine
<i>Examineur 1:</i>	Amar BENTOUNSI	M.C Université de Constantine
<i>Examineur 2 :</i>	Rabia MEHASNI	M.C Université de Constantine

2009

REMERCIEMENTS

Le travail que je présente dans ce mémoire a été réalisé au département de l'électrotechnique de l'université de Mentouri de Constantine.

Je tiens à remercier

- Monsieur Latreche.M.El.Hadi professeur à l'université Mentouri de Constantine de m'avoir proposé ce sujet ainsi pour son soutien déterminant pour la réussite de ce sujet.
- Monsieur Mehasni.Rabia maître de conférence à l'université de Constantine pour son suivi et ces conseils précieux pendant le travail et de m'avoir fait l'honneur d'accepter d'examiner ce mémoire.
- Monsieur Belahreche.Djalal chargé de cours à l'université Mentouri de Constantine pour sa serviabilité.
- Monsieur Bouzid Aissa, Professeur, chef du Département d'Electrotechnique l'Université de Constantine, pour m'avoir fait l'honneur de présider ce jury.
- Monsieur Amar Bentounsi, Maître de Conférences à l'Université Mentouri de Constantine, de m'avoir fait l'honneur d'accepter d'examiner ce mémoire.
- Mes collègues du département d'électrotechnique.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE.....	1-2
CHAPITRE I : méthodes de calcul des forces magnétiques	
INTRODUCTION.....	3
I-1 équations de Maxwell et lois de comportement des milieux.....	5
I-2 conditions de passage entre deux milieux différents.....	5
I-3 méthodes de résolution des équations différentielles aux dérivées partielles.....	5
I-3-1 méthodes analytiques.....	5
I-3-1-1 exemple de la méthode de séparation des variables.....	5
I-3-2 méthodes des intégrales (semi analytique).....	6
I-3-2-1 méthodes des intégrales de frontière (MIF)	6
I-3-2-2 méthode des circuits couplés (MCC).....	6
I-3-3 méthodes numériques.....	7
I-3-3-1 méthode des différences finies.....	7
I-3-3-2 méthode des volumes finis(MVF)	7
I-3-3-3 méthode des éléments finis	7
a-la Méthode des résidus pondérés.....	8
b-la Méthode variationnelle.....	8
c-Maillage élément finis.....	8
I-4 méthodes de calcul les forces magnétiques	9
I-4-1 la méthode de la variation d'énergie et de la coénergie magnétique.....	9
I-4-2 méthode des travaux virtuels.....	11
I-4-2-1 méthode des travaux virtuels globale.....	11
I-4-2-1-1 cas de la formulation en potentiel scalaire magnétique.....	11
I-4-2-1-2 cas de la formulation en potentiel vecteur magnétique.....	13
I-4-2-2 méthode des travaux virtuels locale.....	15
I-4-3 méthodes fondées sur le tenseur de Maxwell.....	15
I-4-3-1 méthode de tenseur de Maxwell avec intégration surfacique (TMS).15	
I-4-3-2 méthode de tenseur de Maxwell avec intégration volumique.....	18

I -4-4 méthodes fondées sur les sources équivalentes.....	20
I-4-4-1 méthode des courants équivalents.....	20
I-4-4-2 méthodes des dipôles (charges) magnétiques équivalents.....	21
I-4-5 méthode fondée sur la dérivée de l'énergie magnétique.....	22
I-5 prise en compte de la non linéarité du circuit magnétique.....	23
I-5-1 la méthode de la corde.....	23
CONCLUSION.....	24
CHAPITRE II : les paliers magnétiques	
INTRODUCTION.....	25
II-les différents types des paliers magnétiques	25
II-1 les paliers magnétiques passifs	25
II-1-1 Les paliers a aimant permanent	25
II-2-2 Les paliers a réluctance variable.....	27
II-2 les paliers actifs.....	28
II-3 les paliers magnétiques partiellement passifs.....	28
II-4 les paliers supraconducteurs.....	29
II-5 la lévitation par courant de Foucault	29
III- avantages des paliers magnétiques	29
IV- limitations des paliers magnétiques.....	30
V- applications des paliers magnétiques planaires.....	31
VI étude statique des suspensions magnétiques	32
VI-1 stabilité statique.....	32
VI-2 le théorème d'earnshaw.....	36
VI-2-1 corps a aimantation rigide.....	36
VI-2-2 corps a aimantation non rigide.....	37
VI-2-3 corps conducteur non magnétique.....	38
VI-2-4 remarques sur le théorème d'earnshaw.....	40
VI-2-4-1 interaction entre aimant et un corps ferromagnétique.....	40
VI-2-4-2 interaction entre aimant et un supraconducteur.....	40
VI-2-5 viabilité du théorème d'earnshaw.....	41
CONCLUSION.....	41

CHAPITRE III :calcul des forces dans un palier magnétique planaire

INTRODUCTION.....	42
III-1 Le problème d'étude.....	42
III-2 Le domaine d'étude.....	42
<u>Le régime linéaire</u>	44
III-3 Résultats obtenus.....	44
III-3-1 Organigramme de la mise en œuvre de la méthode du (tenseur de Maxwell, dérivée d'énergie, charges équivalentes).....	48
<u>Le régime non linéaire</u>	51
III-3-2 L'étude de la zone non linéaire de la courbe $B(H)$	51
III-3-2-1 La méthode de la corde.....	53
III-3-2-2 L'organigramme de la méthode de la corde.....	53
CONCLUSION.....	62
CHAPITRE IV : commande d'un palier magnétique planaire	
INTRODUCTION.....	63
IV-1 le dispositif d'étude.....	63
IV-2 Principe de fonctionnement.....	64
IV-3 La Modélisation analytique.....	64
IV-3 -1 Calcul de l'inductance.....	64
IV-3 -2 Calcul de la force magnétique.....	65
IV-3 -3 La Fonction de transfert.....	67
IV-3 -4 Asservissement du courant.....	68
CONCLUSION.....	71
CONCLUSION GENERALE.....	72
LA BIBLIOGRAPHIE.....	73-74

INTRODUCTION GENERALE

Les paliers classiques, notamment dans leur forme ont plusieurs inconvénients dus au contact entre la partie statique et la partie mobile, ce qui nécessite une lubrification entre ces deux parties pour limiter et retarder l'usure des paliers. L'utilisation des lois fondamentales de l'électromagnétisme, associées à l'ingénierie mécanique a permis de développer une nouvelle génération de systèmes permettant le déplacement d'une partie par rapport à l'autre sans contact et fonctionnent grâce aux interactions magnétiques engendrées entre la partie statique et la partie mobile.

Les paliers magnétiques planaires sont des paliers fonctionnant avec un mouvement de translation de l'objet lévité, ils sont utilisés dans plusieurs domaines. Les trains à lévitation magnétique en constituent l'application la plus représentative.

Dans notre travail de Magister, nous nous sommes intéressés à l'étude et la modélisation des dispositifs de type palier magnétique planaire. Pour cela on organisera notre mémoire en quatre (04) chapitres.

Dans le premier chapitre nous allons présenter les équations de Maxwell qui sont les équations fondamentales de l'électromagnétisme, et les formulations que nous utiliserons pour le calcul des forces magnétiques développées. Nous y présenterons ensuite les différentes méthodes : analytiques, semi analytiques et numériques, pour la résolution des équations aux dérivées partielles. Enfin, nous y présenterons les différentes méthodes numériques pour le calcul des forces magnétiques.

Dans le deuxième chapitre nous allons présenter des définitions sur les différents types des paliers magnétiques, leurs avantages et inconvénients, leurs applications, pour Quand termine avec une étude statique d'une suspension magnétique à fin de bien voir la viabilité du théorème d'earnshaw.

Nous développerons, dans le troisième chapitre, nos algorithmes de calcul des forces magnétiques agissant sur un palier magnétique planaire, et basés sur 03 approches, à savoir, le tenseur de Maxwell, la dérivée de l'énergie magnétique et les charges équivalentes. Nous y présenterons également notre approche pour la prise en compte du régime non linéaire. La mise en œuvre de cette étude sera faite à l'aide d'un calcul en éléments finis effectué sous l'environnement Matlab PdeTool.

Dans le quatrième chapitre, nous nous intéresserons à l'étude des instabilités dans les paliers magnétiques planaires. Pour cela nous allons faire un calcul analytique de la force magnétique, afin d'identifier les grandeurs physiques pouvant être utilisées dans la boucle de commande de la stabilité. Nous terminerons par une simulation de commande sous l'environnement Matlab Simulink afin de vérifier les performances de la boucle de commande de la stabilité introduite..

Nous terminerons notre mémoire par une conclusion générale..

chapitre I

méthodes de calcul des forces magnétiques

INTRODUCTION

L'étude d'un dispositif électromagnétique nécessite la connaissance des champs électromagnétiques dans ce dispositif et donc les valeurs du flux, les forces magnétiques, etc, Le calcul du champ magnétique nécessite une résolution des équations de Maxwell.

Les forces magnétiques jouent un rôle très important dans le fonctionnement de tout système électromécanique en termes de déplacement ou de déformation.

Pour cela ,il existe plusieurs méthodes pour le calcul des forces,ces méthodes sont fondées sur les méthodes des travaux virtuels, sources équivalentes et tenseur de Maxwell,Ces dernières sont parfaitement compatibles avec la méthode des éléments finis (MEF), et les résultats globaux donnés sont identiques.

L'étude de la zone non linéaire de la courbe $B(H)$ est aussi importante a fin de voir l'influence de cette zone sur la force magnétique, elle nécessite l'étude d'une zone ou la perméabilité magnétique varie en fonction de l'induction magnétique. Plusieurs méthodes itératives sont valables pour effectuer cette étude, dans notre mémoire nous avons choisi la méthode de la corde.

I-1 Equations de Maxwell et lois de comportement des milieux [2,3,5]

Les équations de Maxwell utilisées dans tous les phénomènes électromagnétiques, dans ce chapitre on les accepte sans démonstration.leur forme générale est comme suit:

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{équation de Maxwell-Faraday}). \quad (\text{I-1})$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (\text{équation de conservation de flux}) \quad (\text{I-2})$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{équation de Maxwell-Ampère}) \quad (\text{I-3})$$

Le terme $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ représente le courant de déplacement. Il est généralement négligeable dans les cas quasi statiques des dispositifs de l'électrotechnique.

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (\text{équation de Maxwell Gauss}) \quad (\text{I-4})$$

Avec:

\vec{E} : Champ électrique [v/m]

\vec{B} : Induction magnétique [T]

\vec{H} : Champ magnétique [A/m]

\vec{D} : Induction électrique [A.s/m²]

ρ : Densité de charge volumique [c/m³]

\vec{j} : Densité de courant surfacique [A/m²], elle est donnée par :

$$\vec{j} = \vec{j}_c + \vec{j}_d \quad (\text{I-5})$$

\vec{j}_d : La densité du courant de déplacement.

\vec{j}_c : la densité du courant de conduction électrique induit ou inducteur donnée par:

$$\vec{j}_c = \vec{j}_s + \vec{j}_{IND} \quad (\text{I-6})$$

j_s : est la densité de courant source et j_{IND} est la densité de courant résultant de phénomène induit.

Les cinq vecteurs précédents sont liés entre eux par leurs milieux (conductivité électrique, perméabilité magnétique, etc) à travers les équations exprimant les lois du comportement du milieu.

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} \text{ (Loi d'ohm)} \quad (\text{I-8})$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \text{ (Relation magnétique)} \quad (\text{I-9})$$

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \text{ (Relation diélectrique)} \quad (\text{I-10})$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

Avec: μ_0 : perméabilité du vide

μ_r : Perméabilité relative

ε_0 : Permittivité du vide

ε_r : Permittivité relative

I-2 Conditions de passage entre deux milieux différents

Chaque deux milieux magnétiques de propriétés physiques différentes ont leurs conditions de passage d'un milieu à l'autre, ces conditions sont traduits par les équations. [2],[3].

$$(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{I-11})$$

La discontinuité de la composante normale de l'induction magnétique

$$(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{I-12})$$

La discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique due aux courant surfaciques s'ils existent.

$$(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \wedge \vec{n} = \vec{J}_s \quad (\text{I-13})$$

J_s : Densité du courant surfacique à l'interface.

La discontinuité de la composante normale de l'induction électrique due aux charges surfaciques (q_s) si elles existent.

$$(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) \cdot \vec{n} = \rho_s \quad (\text{I-14})$$

ρ_s : Densité de charge électrique surfacique à l'interface.

\vec{n} : Le vecteur normale à la surface.

I-3 Méthodes de résolution des équations différentielles aux dérivées Partielles

Il existe plusieurs méthodes pour la résolution des équations aux dérivées partielles, ces méthodes sont analytiques, numériques ou mixtes (semi analytiques).

I-3-1 Méthodes Analytiques

I-3-1-1 Exemple de la méthode de séparation des variables

C'est la méthode la plus utilisée pour la résolution des équations aux dérivées partielles, le principe de cette méthode consiste à mettre l'inconnue sous forme d'un produit des fonctions, dont chacune ne dépend que d'une seule variable [2,3].

Si on prend l'exemple : $\Delta V=0$ en 2D, donc:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{I-15})$$

Avec: $V = X(x).Y(y)$ (I-16)

Par l'application de la méthode de séparation des variables:L'équation (I-15) devient:

$$Y(y).\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + X(x).\frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{I-17})$$

Si on met $X'' = \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2}$ et $Y'' = \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2}$ l'équation (I-17) devient:

$$\frac{X''}{X} = -\frac{Y''}{Y} \quad (\text{I-18})$$

Il existe une solution si il existe une constante λ appelée la constante de séparation telle que:

$$\frac{X''}{X} = -\frac{Y''}{Y} = \lambda \quad (\text{I-19})$$

I-3-2 Méthodes des intégrales (semi analytique)

I-3-2-1 Méthodes des intégrales des frontières (MIF) .[2,3]

Cette méthode est basée sur la discrétisation des frontières du domaine, en utilisant pour cela le théorème de GREEN, Elle est limitée à la résolution des systèmes linéaire

I-3-2-2 Méthode des circuits couplés (MCC)

La (MCC) permet de fournir la solution d'une EDP par une expression intégrale de type BIOT ET SAVART, et elle est peut être couplée à une méthode numérique de discrétisation [2,3].

I-3-3 Méthodes numériques

Ce sont des méthodes basées sur la discrétisation du domaine d'étude.

I-3-3-1 Méthode des différences finies

Elle est basée sur le développement de Taylor de la fonction inconnue, autour d'un point x_0 et pour une fonction $f(x)$ continue et n fois dérivable, nous pouvons écrire :

$$\frac{df(x_0)}{dx} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2.\Delta x} \quad (\text{I-20})$$

$$\frac{d^2 f(x_0)}{dx^2} = \frac{f(x_0 + \Delta x) + f(x_0 - \Delta x) - 2f(x_0)}{\Delta x^2} \quad (\text{I-21})$$

Cette méthode consiste à avoir une géométrie simple et un seul milieu homogène.

I-3-3-2 Méthode des volumes finis (MVF)[2,3]

La MVF se déduit à partir de la MDF. Le domaine d'étude est subdivisé en volumes élémentaires de telle manière que chaque volume entoure un nœud du maillage (celui des différences finies).

La forme intégrale de l'EDP est discrétisée dans le domaine d'étude et intégrée sur chacun des volumes élémentaires. Pour calculer l'intégrale dans ce volume élémentaire, la fonction inconnue est représentée à l'aide d'une fonction d'approximation (linéaire, exponentielle) entre deux nœuds consécutifs..

Grâce à un libre choix de la fonction de liaison entre nœuds consécutifs, la procédure conduite à une solution plus précise que celle fournie par la MDF.

I-3-3-3 Méthode des éléments finis

Elle est utilisée pour les matériaux non linéaires et pour une géométrie complexe, cette dernière est constituée de :

- 1-la méthode des résidus pondérés
- 2-la méthode variationnelle

A-la Méthode des résidus pondérés [2,3]

Si on prend l'exemple d'une équation différentielle de type:

$$L(\phi) = 0 \quad (\text{I-22})$$

Sachant que :

ϕ^* : La solution exacte

ϕ : La solution approximative

Le résidu est:

$$R = L(\phi) - L(\phi^*) \quad (\text{I-23})$$

Cette méthode donc consiste à minimiser le résidu $R = 0$.

b-la Méthode variationnelle:

Elle consiste à minimiser une fonctionnelle qui représente généralement l'énergie du système à résoudre.

Pour la mise en œuvre de la méthode, il faut suivre étapes suivantes :

- le maillage (discrétisation du domaine)
- choix de la fonction d'interpolation
- choix de la fonctionnelle
- la minimisation : c'est-à-dire mettre le système sous la forme $[k].[u]=[B]$.
- résolution du système algébrique.
- exploitation des résultats.

c-Maillage élément finis [2,3]

Consiste à découper la géométrie en un nombre fini du domaine (domaine élémentaires).

Il existe différents types d'éléments :

- élément linéique (1D).
- élément surfacique (2D).
- élément volumique (3D).

Pour les structures en (2D) les éléments de maillage sont souvent des triangles mais il peut être aussi en d'autre forme, les formes possible dans ce cas sont les suivantes:

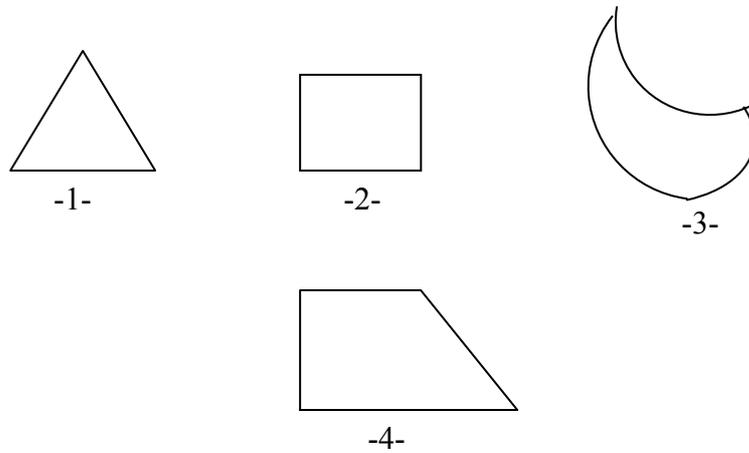


Figure (I-1): les formes possibles des éléments élémentaires en (2D)

I-4 Méthodes de calcul les forces magnétiques

I-4-1 La Méthode de la variation d'énergie et de la coénergie

Magnétique [2]

La figure (I-2) représente l'allure de l'induction magnétique B en fonction du champ magnétique H .

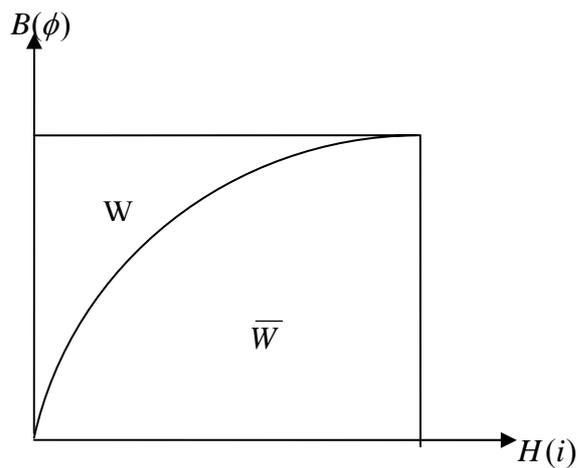


Figure (I-2): la courbe $B(H)$

Ou l'énergie magnétique $W = \int_{\Omega} \left(\int_0^B \bar{H} d\bar{B} \right) d\Omega$ (I-24)

Et la coénergie magnétique est $\bar{W} = \int_{\Omega} \left(\int_0^H \bar{B} d\bar{H} \right) d\Omega$ (I-

25)

Ω : étant le domaine d'étude.

On peut utiliser l'énergie et la coénergie magnétique pour calculer la force magnétique.

Si F_s représente la composante de la force magnétique totale suivant une direction donnée on pourra écrire:

$$F_s = + \left. \frac{\partial \bar{W}}{\partial s} \right|_{I=cte} \quad (I-26)$$

$$F_s = - \left. \frac{\partial W}{\partial s} \right|_{\phi=cte} \quad (I-27)$$

Sachant que:

$$\bar{W} = \int_{\Omega} \left(\int_0^H \bar{B} d\bar{H} \right) d\Omega \quad (I-28)$$

$$W = \int_{\Omega} \left(\int_0^B \bar{H} d\bar{B} \right) d\Omega \quad (I-29)$$

Ω est le domaine total d'étude.

Numériquement, les dérivations peuvent être obtenues par les relations suivantes:

$$F_s = \left. \frac{\bar{W}_{s+\Delta s} - \bar{W}_s}{\Delta s} \right|_{I=cte} \quad (I-30)$$

$$F_s = - \left. \frac{W_{s+\Delta s} - W_s}{\Delta s} \right|_{\phi=cte} \quad (I-31)$$

Où Δs représente le déplacement.

I-4-2 Méthodes des travaux virtuels [3]

I-4-2-1 Méthode des travaux virtuels globale

I-4-2-1-1 Cas de la formulation en potentiel scalaire magnétique

En potentiel scalaire magnétique, le champ magnétique est donné par :

$$\vec{H} = -\text{grad}\vec{\varphi} \quad (\text{I-32})$$

φ est le potentiel scalaire magnétique.

La force magnétique est calculée à partir de la dérivée de la coénergie du système, par rapport à un déplacement virtuel.

$$F = \left[\frac{\partial \bar{W}}{\partial s} \right]_{I=\text{cte}} \quad (\text{I-33})$$

Cela est exact dans le cas où la variable courant est maintenue constante pendant le déplacement virtuel, ce qui correspond à maintenir le potentiel scalaire φ constant pendant le même déplacement.

La coénergie dans un système de volume Ω est donnée par:

$$\bar{W} = \int_{\Omega} \int_0^H \vec{B} d\vec{H} \, d\Omega \quad (\text{I-34})$$

Ce qui par discrétisation en éléments finis, devient:

$$\bar{W} = \sum_e \int_{\Omega_e} \int_0^H (\vec{B} d\vec{H}) \cdot |G| \, d\Omega_e \quad (\text{I-35})$$

Où : $|G|$ est le déterminant de la matrice Jacobienne.

$d\Omega_e$ est égale à $d\varepsilon d\eta d\xi$ dans l'espace de référence, et e concerne tous les éléments de l'objet.

La force est donnée par:

$$F_s = \sum_e \frac{\partial}{\partial s} \left(\int_{\Omega_e} \bar{B} d\bar{H} \right) |G| d\Omega_e \quad (\text{I-36})$$

La dérivation par rapport au déplacement s , introduite sous l'intégrale de volume, fait apparaître deux termes:

$$F_s = \sum_e \int_e \left[\frac{\partial}{\partial s} \left[\int_0^H \bar{B} d\bar{H} \right] |G| + \int_0^H \bar{B} d\bar{H} \cdot \frac{\partial |G|}{\partial s} \right] d\varepsilon d\eta d\xi \quad (\text{I-37})$$

Avec :

$$\frac{\partial}{\partial s} \int_0^H \bar{B} d\bar{H} = \bar{B}' \frac{\partial \bar{H}}{\partial s} \quad (\text{I-38})$$

Pour calculer la dérivé du champ magnétique H par rapport au déplacement, on considère le domaine discrétisé en éléments finis, le potentiel scalaire φ est alors approché par:

$$\varphi = \sum_k \alpha_k(\varepsilon, \eta, \xi) \cdot \varphi_k \quad (\text{I-39})$$

Ou α_k : sont les fonctions d'interpolations des nœuds de l'élément, par élément le champ magnétique s'écrit:

$$\bar{H} = -\text{gra } \bar{d}\varphi = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial x} \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \xi}{\partial y} \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} & \frac{\partial \eta}{\partial z} & \frac{\partial \xi}{\partial z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \end{bmatrix} \quad (\text{I-40})$$

$$\vec{H} = -G^{-1} \text{grad}_{\varepsilon} \bar{\varphi} \quad (\text{I-41})$$

$\text{grad}_{\varepsilon} \bar{\varphi}$: signifie le gradient en fonction des coordonnées locales $(\varepsilon \eta \xi)$.

Où G^{-1} est l'inverse de la matrice jacobienne.

La dérivation de H peut alors s'écrire:

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial s} = -\frac{\partial G^{-1}}{\partial s} \text{grad}_{\varepsilon} \bar{\varphi} \quad (\text{I-42})$$

La dérivation de l'identité $G.G^{-1}$ permet d'écrire

$$\frac{\partial G^{-1}}{\partial s} = -G^{-1} \cdot \frac{\partial G}{\partial s} \cdot G^{-1} \quad (\text{I-43})$$

Donc:

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial s} = G^{-1} \frac{\partial G}{\partial s} G^{-1} \text{grad}_{\varepsilon} \bar{\varphi} = -G^{-1} \frac{\partial G}{\partial s} \vec{H} \quad (\text{I-44})$$

Finalement l'expression de la force devient:

$$F_s = \sum \int_{\Omega_s} \left[-\vec{B}' G^{-1} \frac{\partial G}{\partial s} \vec{H} + \int_0^H \vec{B} d\vec{H} |G|^{-1} \frac{\partial G}{\partial s} \right] d\Omega \quad (\text{I-45})$$

I-4-2-1-2 Cas de la formulation en potentiel vecteur magnétique \vec{A}

En potentiel vecteur \vec{A} , l'induction magnétique est donnée par: $(\vec{B} = \text{rot} \vec{A})$, où \vec{A} est le potentiel vecteur calculé par la méthode de éléments finis.

Dans cette formulation, la force électromagnétique est donnée par la dérivation de l'énergie magnétique du système, par rapport à un déplacement virtuel.

$$F = -\frac{\partial W}{\partial s} \Big|_{\phi=cte} \quad (\text{I-46})$$

Cela est vrai dans le cas où le flux dans le système est maintenu constant pendant le déplacement virtuel, ce qui correspond à maintenir le potentiel \vec{A} constant.

$$W = \int_{\Omega} \left[\int_0^B \bar{H} d\bar{B} - \bar{J}\bar{A} \right] d\Omega_e \quad (\text{I-47})$$

Où J est la densité du courant

En utilisant la décomposition du domaine en éléments finis Ω_e , il vient pour l'intégrale de volume.

$$\frac{\partial W}{\partial s} = \sum_e \frac{\partial}{\partial s} \int_{\Omega_e} \left[\int_0^B \bar{H} d\bar{B} - \bar{J}\bar{A} \right] d\Omega_e \quad (\text{I-48})$$

Au cours du déplacement virtuel seuls les éléments finis qui sont soumis à une déformation participent à la variation de l'énergie.

$$\frac{\partial W}{\partial s} = \sum_{ED} \frac{\partial}{\partial s} \int_{\Omega_e} \bar{H} \cdot d\bar{B} \cdot d\Omega \quad (\text{I-49})$$

Ce qui est dans l'espace discrétisé, devient:

$$F_s = \sum_{ED} \frac{\partial}{\partial s} \left[\int_e \int_0^B \bar{H} \cdot d\bar{B} \cdot |G| d\Omega_e \right] \quad (\text{I-50})$$

$$F_s = \sum_{ED} \int_{\Omega_e} \left[\bar{H} \frac{\partial \bar{B}}{\partial s} |G| + \int_0^B \bar{H} d\bar{B} \frac{\partial |G|}{\partial s} \right] d\varepsilon d\eta d\xi \quad (\text{I-51})$$

Le potentiel vecteur A dans un élément fini est donné par la formule analogue:

$$A = \sum_i \alpha_i(\varepsilon, \eta, \xi) A_i \quad (\text{I-52})$$

Où A_i sont les valeurs nodales connues

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} = \text{rot} \left(\sum_i \alpha_i A_i \right) = \sum_i \text{grad} \alpha_i \times A_i \quad (\text{I-53})$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial s} = - \sum_i \left(G^{-1} \frac{\partial G}{\partial s} \text{grad} \alpha_i \right) \times A_i \quad (\text{I-54})$$

Compte tenu de ces résultats, la dérivée de l'énergie par rapport au déplacement virtuel s'écrit:

$$F = - \sum_{ED} \int_{\Omega_e} \left[\bar{H} \frac{\partial \bar{B}}{\partial s} + \int_0^B \bar{H} d\bar{B} |G| \frac{\partial |G|}{\partial s} \right] d\Omega \quad (I-55)$$

ED: est l'espace discrétisé

I-4-2-2 Méthode des travaux virtuels locale

Lorsque un objet est sujet à un déplacement virtuel Δs , on considère que tous les points de l'objet sont sujets au même déplacement Δs . La force nécessaire pour déplacer l'objet est équivalente à la force nécessaire pour donner aux nœuds de l'objet un déplacement Δs .

Donc la force exercée sur un point de l'objet dans une direction i est donnée par:

$$F_{ik} = \sum_{ek} \left[-\bar{B}' G^{-1} \frac{\partial G}{\partial s_i} \bar{H} + \int_0^H \bar{B} d\bar{H} |G^{-1}| \frac{\partial |G|}{\partial s_i} \right] d\Omega_{ek} \quad (I-56)$$

Où s_i : est le déplacement virtuel.

e_k Concerne tous les éléments qui contiennent le nœud k , c'est-à-dire la force qui agit sur un nœud k de l'objet.

I-4-3 Méthodes fondées sur le tenseur de Maxwell [2,3]

Ces méthodes sont de deux types :

- avec intégration surfacique
- avec intégration volumique

I-4-3-1 Méthode du tenseur de Maxwell avec intégration surfacique

(TMS)

Avec cette méthode, la force globale exercée sur le matériau est calculée sur la surface qui entoure ce dernier.

On sait que tout matériau ferromagnétique peut être remplacé par un équivalent où il n'y a plus de fer et plus d'aimant, mais seulement des densités de courant. Dans ce cas les forces sont exprimées par le produit ($\vec{J} \times \vec{B}$).

A partir de cette expression de la force on peut parvenir à l'expression du tenseur de Maxwell.

On peut, avec l'aide des équations de Maxwell en régime quasi statique poser

$$\vec{F} = \vec{J} \times \mu_0 \vec{H} = \mu_0 \vec{J} \times \vec{H} = \mu_0 \text{rot} \vec{H} \times \vec{H} \quad (\text{I-57})$$

En utilisant l'équivalence mathématique

$$\text{rot} \vec{H} \times \vec{H} = \vec{H} \cdot \text{grad} \vec{H} - 1/2 \text{grad}(\vec{H} \cdot \vec{H}) \quad (\text{I-58})$$

L'équation (I-57) devient:

$$F = \mu_0 (\vec{H} \cdot \text{grad} \vec{H}) - 1/2 \mu_0 \text{grad}(\vec{H} \cdot \vec{H}) \quad (\text{I-59})$$

Qui s'écrit sous la forme matricielle:

$$F = \mu_0 \cdot \begin{bmatrix} H_x \cdot \frac{\partial H_x}{\partial x} + H_y \cdot \frac{\partial H_x}{\partial y} + H_z \cdot \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{1}{2} [H_x^2 + H_y^2 + H_z^2] \\ H_x \cdot \frac{\partial H_y}{\partial x} + H_y \cdot \frac{\partial H_y}{\partial y} + H_z \cdot \frac{\partial H_y}{\partial z} - \frac{1}{2} [H_x^2 + H_y^2 + H_z^2] \\ H_x \cdot \frac{\partial H_z}{\partial x} + H_y \cdot \frac{\partial H_z}{\partial y} + H_z \cdot \frac{\partial H_z}{\partial z} - \frac{1}{2} [H_x^2 + H_y^2 + H_z^2] \end{bmatrix} \quad (\text{I-60})$$

En écrivant chaque composante de (I-60) sous forme condensée, elle devient :

$$F_i = \mu_0 \cdot \left(\sum_{j=x,y,z} H_j \cdot \frac{\partial H_i}{\partial j} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial i} H^2 \right) \quad i=x,y,z, \quad j=x,y,z \quad (\text{I-61})$$

$$H^2 : \text{est donné par : } H_x^2 + H_y^2 + H_z^2$$

Par l'utilisation de symbole de KRONECKER δ_{ij} on peut écrire:

$$F_i = \left[\sum_j \frac{\partial}{\partial j} (H_j \cdot H_i - \frac{1}{2} \delta_{ij} H^2) - H_i \frac{\partial H_i}{\partial j} \right] \quad (\text{I-62})$$

Avec:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{Si } i \neq j \\ 1 & \text{Si } i = j \end{cases} \quad (\text{I-63})$$

Pour un matériau non saturable le deuxième terme s'écrit:

$$\mu_0 \sum_j H_i \cdot \frac{\partial H_j}{\partial j} = \sum_j H_i \cdot \frac{\partial (\mu_0 \cdot H_j)}{\partial j} = H_i \cdot \text{div } \vec{B} \quad (\text{I-64})$$

L'expression de la force se simplifie alors comme suit:

$$F_i = \mu_0 \sum_j \left[\frac{\partial}{\partial j} (H_i \cdot H_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} H^2) \right] \quad (\text{I-65})$$

La composante du tenseur de Maxwell sont définies par:

$$\tau_{ij} = \mu_0 (H_j H_i - \frac{1}{2} \delta_{ij} H^2) \quad (\text{I-66})$$

On peut écrire la composante F_i de la force:

$$F_i = \sum_j \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial j} = \text{div } T_i \quad (\text{I-67})$$

Le vecteur T_i est défini par trois composantes du tenseurs de maxwell tel que:

$$\tau_{ij} = \tau_{ix} \vec{i} + \tau_{iy} \vec{j} + \tau_{iz} \vec{k} \quad (\text{I-68})$$

Le tenseur de Maxwell prend alors la forme suivante:

$$T = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{I-69})$$

La force globale qui s'exerce sur le matériau de volume $d\Omega$ est donnée par:

$$F = \int_{\Omega} F d\Omega = \int_{\Omega} \text{div} T d\Omega \quad (\text{I-70})$$

Par le biais du théorème de divergence, la force dans une direction i s'écrit:

$$F_i = \oint T_i \cdot n \cdot ds \quad (\text{I-71})$$

Où n est le vecteur normal à la surface fermée qui entoure le matériau.

On remarque que par cette méthode:

- la force magnétique sur l'objet peut être déterminée si on connaît la distribution du champ magnétique et la perméabilité du milieu entourant l'objet.
- d'autre part, le fait de calculer la force à partir de la solution de la MEF, donc d'une solution approchée, le choix de la surface joue un rôle important sur la précision de calcul des forces. L'indépendance des résultats par rapport aux choix de la surface n'est donc plus vraie.

I-4-3-2 Méthode du tenseur de Maxwell avec intégration volumique

Cette méthode a l'avantage par rapport à la (TMS) de l'élimination de la surface d'intégration.

L'intégrale volumique peut donc dans certaines conditions être plus simple à mettre en oeuvre par la MEF.

La force sur un nœud k d'un élément dans le maillage, est donné par:

$$F_k = - \int [B_k]^t \cdot \{\tau\} d\Omega \quad (\text{I-72})$$

Où Ω : concerne les éléments qui contiennent le nœud k , les termes de (I-72) sont données par:

$$[B_k] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \alpha_k}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \alpha_k}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial \alpha_k}{\partial z} \\ \frac{\partial \alpha_k}{\partial y} & \frac{\partial \alpha_k}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \alpha_k}{\partial z} & \frac{\partial \alpha_k}{\partial y} \\ \frac{\partial \alpha_k}{\partial z} & 0 & \frac{\partial \alpha_k}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (\text{I-73})$$

$$\tau = \begin{Bmatrix} \tau_{xx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} \quad (\text{I-74})$$

Où les termes τ_{ij} du tenseur de Maxwell sont donnés par (I-66) et α_k sont les termes des fonctions d'interpolations du nœud k de l'élément considéré (élément à k nœud)

On obtient ainsi, les forces sur les nœuds du maillage du matériau, les forces sur un nœud étant données par la somme de chaque contribution nodale des éléments qui contiennent le nœud.

La force globale exercée sur le matériau est donnée par la sommation de tous les nœuds de l'objet.

I -4-4 Méthodes fondées sur les sources équivalentes [2,3]

Ces méthodes sont basées sur le remplacement de matériau (du champ créé par celui-ci) par des distributions volumiques et surfaciques de sources de champs, ou les domaines magnétiques sont équivalentes à celles produites par le matériau. Extérieurement, le champ et l'induction magnétique produits par ces modèles sont parfaitement équivalents à ceux du matériau. Cependant, à l'intérieur, selon le modèle utilisé, le champ ou l'induction est modifiée.

Les sources de champ peuvent être soit des courants, soit des dipôles (charges) magnétiques, soit une combinaison des courants et de dipôles.

I-4-4-1 Méthode des courants équivalents

Cette méthode consiste à remplacer le matériau magnétique par un système de courant équivalents.

Dans un système associé, l'aimantation volumique M est remplacée par les densités de courants volumiques J_v telles que

$$\vec{J}_v = \text{rot} \vec{M} \quad (\text{I-75})$$

Et des densités de courants superficiels \vec{J}_s telle que:

$$\vec{J}_s = -\vec{n} \times \vec{M} \quad (\text{I-76})$$

Où:

n : est le vecteur normal à la surface du matériau.

L'induction magnétique produite par ces distributions de courant équivalent est la même que celle produite par le matériau magnétique dans tout le système.

Les densités volumiques et surfaciques de forces sont obtenues à partir de la loi de Laplace:

$$F_v = J_v \times B_i \quad (\text{I-77})$$

$$F_s = J_s \times B_s \quad (\text{I-78})$$

B_i : L'induction à l'intérieur du matériau.

B_s : L'induction moyenne sur la surface donnée par:

$$B_s = \frac{B^- + B^+}{2} \quad (\text{I-79})$$

Cette méthode est très adaptée au calcul des distributions de forces sur les aimants permanents, car pour un aimant parfait avec M constante, on a $\text{rot} \vec{M} = 0$. Les densités des courants volumiques J_v sont donc nulles, et les densités de courants équivalents à l'aimantation M , et les densités de forces qui résultent sont purement superficielles.

La force globale est calculée en intégrant (I-78) sur toute la surface de l'aimant.

Il est possible de définir un système équivalent basé, non seulement sur les courants équivalents mais aussi sur les dipôles magnétiques.

I-4-4-2 Méthodes des dipôles (charges) magnétiques équivalents

Dans le système magnétique associé à la méthode des dipôles équivalents,

L'aimantation M est remplacée par des densités de dipôles magnétiques volumiques ρ_v .

Telle que:

$$\rho_v = -\mu_0 \cdot \text{div} \vec{M} \quad (\text{I-80})$$

Et par des densités des dipôles magnétiques surfaciques telles que:

$$\rho_s = \mu_0 \cdot (\vec{n} \cdot \vec{M}) \quad (\text{I-81})$$

μ_0 : est la perméabilité magnétique de l'air.

Avec ces distributions des dipôles équivalents, le champ magnétique H reste inchangé par rapport au champ crée par le matériau.

Les densités volumiques et surfaciques de force, sont données par l'équivalence de la force de coulomb:

$$F_v = \rho_v \cdot H_i \quad (\text{I-82})$$

$$F_s = \rho_s \cdot H_s \quad (\text{I-83})$$

H_i : est le champ magnétique dans le matériau.

H_s : est le champ moyen sur la surface donné par:

$$H_s = \frac{H^- + H^+}{2} \quad (\text{I-84})$$

La force globale est calculée en intégrant (I-83) sur toute la surface de l'aimant.

I-4-5 Méthode fondée sur la dérivée de l'énergie magnétique:

Dans un milieu anisotrope et ne comportant pas des sources de courant, la variation de l'énergie δW lors d'un déplacement δs peut s'exprimer en fonction de la variation de la perméabilité magnétique $\delta \mu$ par la relation suivante: [18]

$$\delta W = \frac{1}{2} \int_v (\delta \mu H^2) dv \quad (\text{I-85})$$

Où v : est le volume du milieu sur lequel la force est calculée.

μ : la perméabilité magnétique.

la force magnétique exercée est:

$$F_s = (B \cdot n) \cdot H - \frac{1}{2} (B \cdot H) n \quad (\text{I-86})$$

n : étant la normale a la surface s

I-5 Prise en compte de la non linéarité du circuit magnétique.

I-5-1 La méthode de la corde [25]

La partie saturée de la courbe de première aimantation $B(H)$ est approchée analytiquement par une expression dont les paramètres sont évalués par une méthode de minimisation (moindres carrés).

La prise en compte de la non linéarité par cette méthode consiste à mettre en place un calcul itératif dans lequel on change la propriété du milieu (μ_r) en fonction de la nouvelle valeur du champ magnétique.

L'évolution de la reluctivité lors de la résolution est donnée par:

$$\nu^{(k+1)'} = \nu^{(k)} + \beta \cdot [\nu^{(k+1)} - \nu^{(k)}] \quad (\text{I-87})$$

tel que:

$\nu^{(k+1)'}$: est la reluctivité magnétique modifiée à l'itération $(k + 1)$,

$\nu^{(k)}$, $\nu^{(k+1)}$: sont respectivement les reluctivités magnétiques à l'itération k et $(k + 1)$ obtenus par la caractéristique magnétique $B(H)$.

β : Le facteur de sous relaxation, ce facteur est compris entre 0.1 et 0.5 pour assurer la stabilité.

Conclusion

Dans le cadre de ce chapitre nous avons présenté les équations de Maxwell qui sont la base de l'étude d'un dispositif électromagnétique ,en suite nous avons donné les différentes méthodes (analytiques,semi analytiques, numériques)pour la résolution des équations aux dérivées partielles ,et puisque le calcul des forces magnétiques est l'objectif principal de notre mémoire ,nous avons montré les différentes méthodes pour le calcul de ces dernières ,ces méthodes est différentes l'une par rapport a l'autre mais le résultat doit être identique ,et on termine ce chapitre par une identification d'une méthode itérative (la corde) qui est nécessaire pour une étude en régime non linéaire.

chapitre II

les paliers magnétiques

INTRODUCTION

Les paliers magnétiques sont utilisés lorsque les autres paliers ont atteint leurs limites. Ils permettent à une partie mobile de faire un mouvement sans frottement ni contact, Ils fonctionnent grâce aux interactions magnétiques engendrées entre la pièce mobile et la pièce statique. D'une manière générale les paliers magnétiques peuvent être actifs ou la lévitation magnétique est produite par des électro aimants contrôlés par des systèmes à feed back électronique, ou passifs où la lévitation magnétique est obtenue par des aimants permanents, cette dernière ne nécessite pas des systèmes de contrôle.

Pour les dispositifs ayant un mouvement de translation de la partie mobile on dit que le palier est planaire.

II- Les différents types des paliers magnétiques [8, 9,14]

II-1 Les paliers magnétiques passifs

Les paliers magnétiques passifs sont les plus simples à réaliser. Ils sont autonomes, dans le sens où leur fonctionnement ne nécessite aucun apport d'énergie venant de l'extérieur comme c'est le cas pour les paliers magnétiques actifs, ni un refroidissement comme les paliers supraconducteurs. Les paliers magnétiques passifs peuvent se présenter sous deux formes: les paliers à aimants permanents et les paliers à reluctances variables.

II-1-1 Les paliers a aimants permanents

Ils sont constitués de deux parties d'aimants permanents en interaction, la première est fixe tandis que la deuxième est solidaire à la partie mobile. Si la partie intérieure se décale latéralement, la partie extérieure la repousse vers le centre, il s'agit donc d'un centreur.

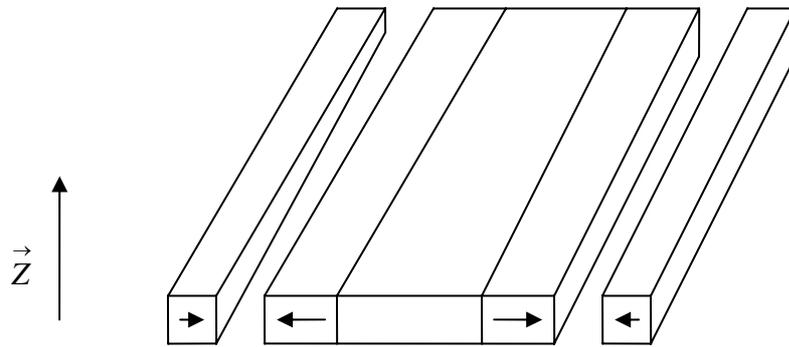


Figure (II-1): centreur à aimant permanent

En fonction des directions d'aimantation des deux parties, il est possible d'obtenir avec la même géométrie, soit un centreur soit une butée.

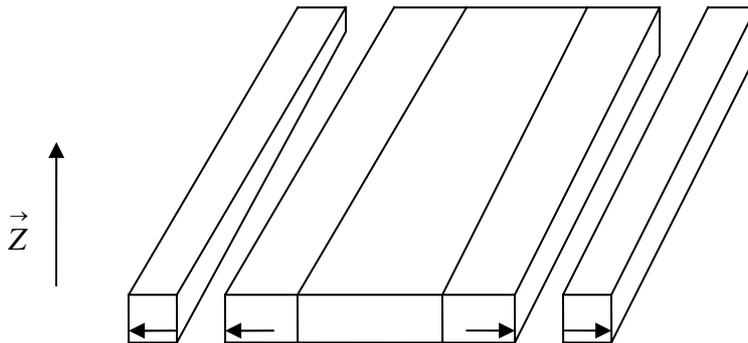


Figure (II-2) : butée à aimant permanent

Si la partie intérieure se décale suivant l'axe \vec{z} la partie supérieure l'attire dans le plan(x,y), il s'agit donc d'une butée.

On peut néanmoins mettre en évidence des problèmes de stabilité liés à ces paliers. Si dans le cas de la butée, la partie intérieure se déplace latéralement, elle est attirée par la partie extérieure, la butée est donc instable latéralement, inversement dans le cas du centreur, si la partie intérieure est déplacée suivant l'axe \vec{z} elle sera éjectée par la partie extérieure l'instabilité donc est suivant l'axe \vec{z} . De même lorsque la partie

Intérieure du centreur est décalée angulairement, le centreur est donc instable angulairement.[11,9]

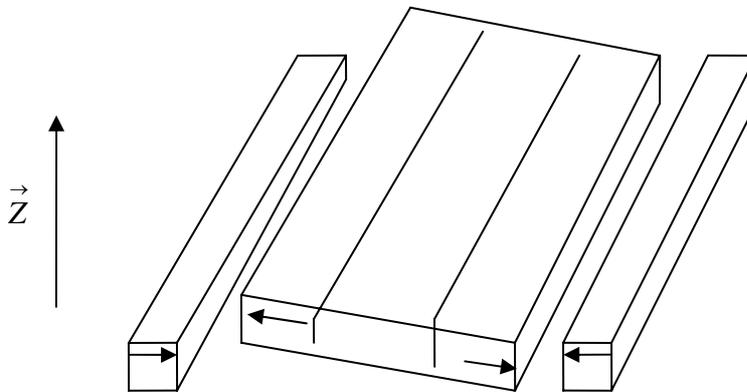


Figure (II-3): instabilité angulaire d'un centreur

II-1-2 Les paliers a reluctances variables

Ces paliers ne fonctionnent pas sur un principe d'interaction directe entre aimants, ils sont composés de deux circuits magnétiques indépendants, l'un des circuits est lié à la partie mobile tandis que l'autre est lié à la partie fixe.

les circuits magnétiques sont composés de deux dents en vis-à-vis, la moitié de ces dents est placée sur la partie statique du palier, tandis que l'autre sur la partie mobile du palier, une différence de potentiel magnétique est créée entre ces dents soit par une bobine, soit par un aimant, cette différence de potentiel magnétique crée un flux qui circule entre les dents, Ce flux engendre une pression qui tend à rapprocher les dents, Lorsque l'on décale latéralement ces dernières l'une par rapport à l'autre, on observe dans le même temps, un allongement des lignes de champ et donc une variation de l'énergie du système, les dents cherchent alors à se réaligner afin de minimiser cette énergie.

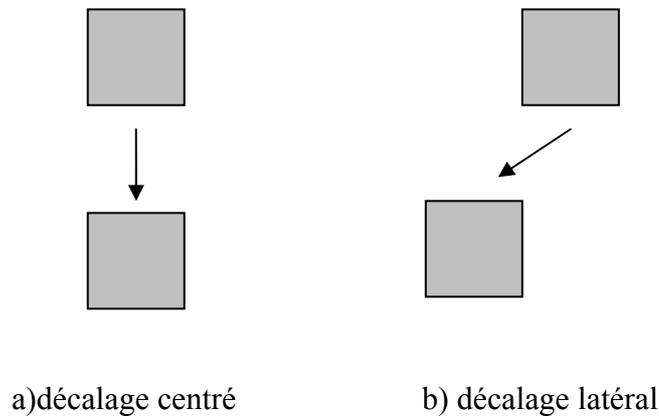


Figure (II-4): position des dents d'un palier à reluctances variables

La lévitation est donc générée grâce à la variation verticale de la réluctance du système.

II-2 Les paliers actifs

Les paliers actifs sont des électroaimants dont le courant est asservi pour maintenir la partie mobile du circuit magnétique dans une position fixe, ils ont besoins d'un apport d'énergie pour fonctionner, pour alimenter chacun des actionneurs constituant un palier actif, il faut une alimentation de puissance, une commande et un capteur de position.

Les paliers actifs permettent de supporter de très fortes contraintes dans toutes les directions, c'est la raison pour laquelle certains machines de plusieurs tonnes utilisées dans l'industrie lourde sont équipées de paliers actifs. Pour ce type d'application aucun palier magnétique passif ne peut prétendre remplacer le palier actif.

II-3 Les paliers magnétiques partiellement passifs

Puisque qu'un palier magnétique entièrement passif est instable (sauf matériaux diamagnétique). Il est possible d'avoir un palier partiellement passif c'est-à-dire une suspension ou certains degrés de liberté sont contrôlés par l'asservissement tandis que d'autre par des paliers passifs.

Leurs simplicités de fabrication ainsi que l'absence d'électronique d'asservissement permettent la réalisation des paliers à des prix très inférieurs.

II-4 Les paliers supraconducteurs

Ils fonctionnent sur le principe des courants induits, lorsque l'on déplace un aimant près d'un conducteur, il se crée des courants induits à l'intérieur de ce dernier qui tente de s'opposer au mouvement.

Dans un conducteur classique, l'énergie fournie par le milieu extérieur pour rapprocher l'aimant du conducteur est dissipée par effet joule dans ce dernier.

Dans un conducteur parfait, la résistivité est nulle, au lieu d'être dissipée, l'énergie est donc stockée sous forme d'énergie d'extérieure, il eut revenir à sa place antérieure afin que le système retrouve son état d'énergie initial, nous obtenons alors une suspension magnétique complète sans control ni apport d'énergie, les supraconducteurs dits "haute température", doivent encore être maintenus à une température d'environ -70°C mais sont prometteurs pour réaliser de telles suspensions.

II-5 La lévitation par courant de Foucault

Selon le principe de Lenz, tout conducteur soumis à un champ variable est parcouru par des courants produisant un champ induit tendent à s'opposer à la cause qui lui à donné la naissance. Des interactions naissent alors entre la partie induit et la partie inductrice.

III- Avantages des paliers magnétiques [10,14]

- **Système sans lubrification**

Les paliers magnétiques magnétiques n'utilisent pas d'huile et ainsi il n'y a aucun besoin d'utiliser des pompes, des filtres et des tuyaux..Un fait qui a une importance considérable sur le coût et la maintenance des systèmes.

- **Applications de grandes vitesses**

Idéaux pour des machines fonctionnant à très grandes vitesses, la seule limitation est due à la rigidité des matériaux.

- **pas de contact mécanique**

Il n'y a pas de frottement et ainsi pas d'usure et pas d'échauffement.

- **Températures extrêmes**

S'ils sont construits avec les matériaux corrects, les paliers magnétiques peuvent opérer sur une bande de température extrêmement large (basses et hautes).

- **Atténuation des vibrations**

Avec les paliers magnétiques on a la possibilité de réduire les vibrations en contrôlant la position.

- **Fiabilité élevée, très longue durée de vie**

La maintenance mécanique est éliminée car les éléments ne sont pas en contact, d'où une fiabilité et une durée de vie étendue.

- **Haute précision**

Les paliers magnétiques n'ont pas de limitations de mouvements, ils peuvent opérer dans le micrométrique voir nanométrique ordre dépendant du control et des capteurs.

IV-Limitations des paliers magnétiques [10,14]

- **surcharge inadmissible**

Les paliers magnétiques n'acceptent pas des surcharges supérieures à leur charge maximale.

- **Marge de mouvement**

Le mouvement d'un palier magnétique est limité quand un électroaimant fixe est utilisé, la force magnétique diminue quand on s'éloigne de ce dernier.

- **Coût de conception**

Les paliers magnétiques sont probablement les paliers les plus chers.

- **Taille et poids**

Les paliers magnétiques sont plus lourds et plus large que les autres paliers, ils sont, par exemple, deux a dix fois plus grandes que les paliers à roulement ou les paliers hydrodynamiques.

- **Grande complexité**

Les problèmes liés à la stabilité des paliers magnétiques exigent des capteurs et des systèmes de contrôle

V- Applications des paliers magnétiques planaires

Les paliers magnétiques sont utilisés dans les domaines très différents, Les principales applications sont les suivantes.

- **Train à lévitation magnétique [13]**

Il existe deux principaux types des trains à lévitation magnétique :

1- Le type à sustentation électrodynamique ou (EDS), utilisant des aimants supraconducteurs. Des bobines supraconductrices sont placées dans le train et des électroaimants sont placés le long de la voie. Lorsque le train se déplace, un Courant est induit dans la voie. La force de Laplace résultante fait léviter le train. le déplacement du train engendre une traînée électromagnétique très importante, d'où une consommation énergétique élevée. Le projet le plus abouti est le Maglev japonais.

2- Le type à sustentation électromagnétique ou (EMS), utilisant des électroaimants classiques. La traînée électromagnétique est ici très faible, voire nulle. Le Transrapid Allemand en est le principal représentant.

Le rail « porteur » contient des aimants ou des électroaimants. L'interaction entre les aimants à bord du train et des aimants disposés le long de la voie crée une force magnétique induite qui compense la gravité et crée la lévitation, ces aimants repoussent le train vers le haut et assurent l'existence d'une garde suffisante entre le "rail" et le train ce qui affranchit le véhicule de toute perte due à la friction.

La propulsion est assurée par un moteur linéaire.

- **Le micro électronique (photolithographie)**

Le microélectronique s'intéresse a l'étude et a la fabrication des composants électroniques a l'échelle micronique .Ces composants sont fabriquée a partir des matériaux semi conducteur (comme le silicium) au moyen de diverses technologies dont la photolithographie .Cette technologie permet l'intégration de nombreuses fonctions électroniques sur un même morceau de silicium (ou un autre semi conducteur) et donc a prix plus bas. Les circuits ainsi réalisées sont appelées les circuits intégrés.Ils peuvent être standard ou spécifique a une application.

Par exemple a fin de faire un dopage des composants électroniques (transistor par exemple) a l'aide des rayons ultra-violet, on est besoins d'un palier magnétique planaire pour faire déplacer la plaque de ces composants électroniques au dessus de ce palier.

VI- Etude statique des suspensions magnétiques [8, 9,14]

VI -1 Stabilité statique

La première condition pour un corps immobile soit en équilibre est qu'il doit être soumis a des forces dont la somme est nulle.

$$\sum F_i = 0 \quad (\text{II-1})$$

En suite si on prend le cas d'une balance (figure (II-6)) , la force exercée par la liaison centrale sur la balance équilibre bien la somme des deux poids appliquées a chaque extrémité, mais la somme des moments au centre de la liaison n'est pas nulle, ce qui implique une deuxième condition nécessaire à l'obtention d'un équilibre stable:

$$\sum M_i = 0 \quad (\text{II-2})$$

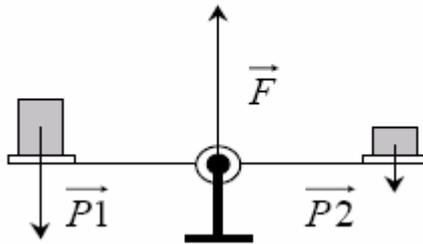


Figure (II-6) : balance déséquilibrée

Malheureusement ces conditions d'équilibre sont nécessaires mais insuffisantes pour obtenir une parfaite stabilité .Prenons comme exemple une selle de cheval composé de deux arrêtes de forme hémisphériques décalée de 90° .Au centre de l'assise nous déposons une bille (figure (II-7)), nous allons représenté l'ensemble dans deux plan normaux, coïncidents avec la bille, l'un étant longitudinal à la selle, et l'autre est transversal a celle-ci , dans les deux coupes ,lorsque la bille repose en haut ou au creux de la calotte hémisphérique ,elle est en équilibre .La force F exercée est identique au poids opposé au sens prés.



Figure (II-7): bille posée sur une selle de cheval

Pourtant dans le cas ou la bille est posée sur la calotte (figure (II-8)), la bille ne peut difficilement rester immobile sur le sommet, l'équilibre est instable. Sachant que la

droite d'application de la force F est toujours perpendiculaire à la calotte, nous avons:

$$\vec{F}_y = -\vec{p} \quad \vec{F}_z = \vec{P} \cdot \tan g \alpha$$

$$\text{d'où} \quad F_z = \frac{Z.P}{\sqrt{r^2 - z^2}} \quad (\text{II-3})$$

Lorsque nous calculons la dérivée de la force au point d'équilibre instable, nous

obtenons: $\frac{dF_z}{dz} = \frac{p}{r}$, en considérant $dz \ll r$.

Cette valeur est toujours positive. Ceci signifie que pour n'importe quel déplacement dz , une force dF_z de même sens viendra s'ajouter. Ce résultat signifie que la bille a une position instable que tout mouvement dans le plan (oxy) viendra déstabiliser.

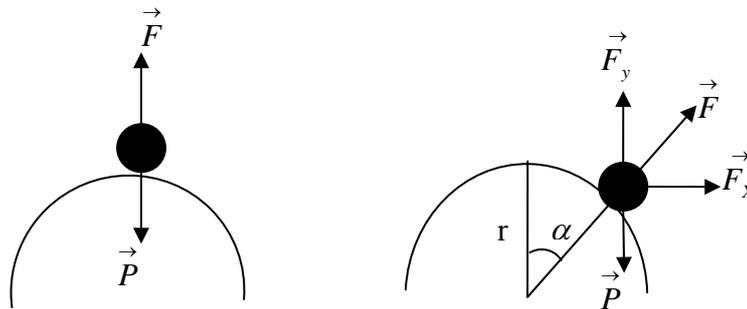


Figure (II-8): coupe longitudinale d'une selle

Dans le cas suivant (figure (II-9)), nous pouvons appliquer le même raisonnement, si nous nous intéressons à la force F_x et à sa dérivée au point d'équilibre, nous obtenons les résultats suivants

$$F_x = \frac{-x.p}{\sqrt{r^2 - x^2}} \quad \text{d'où} \quad \frac{dF_x}{dx} = -\frac{p}{x} \quad (\text{II-4})$$

La dérivée ici est toujours négative. Donc tous déplacements dx créeront une force dF_x s'opposant au déplacement la bille est dans une position stable et aucun mouvement dans le plan (oxy) ne la déstabiliser.

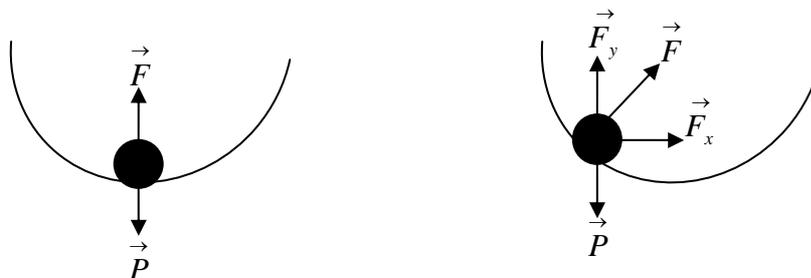


Figure (II-9): coupe transversale d'une selle

Afin de prendre en compte ces phénomènes d'instabilité, nous allons définir des raideurs linéaires et des raideurs angulaires comme suivent:

$$\vec{K} = - \begin{vmatrix} \frac{dF_x}{dx} \\ \frac{dF_y}{dy} \\ \frac{dF_z}{dz} \end{vmatrix} \quad \text{ainsi que} \quad \vec{K}_\theta = - \begin{vmatrix} \frac{dM_{\theta x}}{dx} \\ \frac{dM_{\theta y}}{dy} \\ \frac{dM_{\theta z}}{dz} \end{vmatrix} \quad (\text{II-5})$$

Pour bien sentir le fonctionnement des paliers magnétiques, nous pouvons les comparer à un système mécanique, lorsque la raideur du palier est positive, il peut être alors assimilé à un ressort qui va s'opposer au déplacement, à l'inverse, lorsque sa raideur est négative, le palier va favoriser l'écartement de la position d'origine. En conclusion, les paliers doivent vérifier les huit conditions suivantes pour maintenir un corps en lévitation totale

$$\sum \vec{F}_i = \vec{0} \quad \text{et} \quad \sum M_i = \vec{0}$$

$$K_x > 0, K_y > 0, K_z > 0 \tag{II-6}$$

$$K_{\theta x} > 0, K_{\theta y} > 0, K_{\theta z} > 0$$

VI -2 Le théorème d'Earnshaw

Ce théorème a été publié par Earnshaw en 1839, il démontre qu'une particule polarisée plongée dans un champ électrostatique ne peut pas trouver une position d'équilibre stable, ce théorème à été étendu à différents corps magnétiques.

VI -2 -1 Corps a aimantation rigide

Le théorème d'Earnshaw peut aisément être étendu aux matériaux à aimantation rigide (aimant permanent), plongés dans un champ magnétostatique.

Démonstration

Soit un corps de volume v et d'aimantation rigide J , soumis à un champ extérieur statique H , l'énergie de l'interaction entre l'aimant et le champ s'écrit:

$$W_i = -\iiint \vec{J} \cdot \vec{H} \cdot dv \tag{II-7}$$

La force d'interaction est obtenue, en dérivant l'énergie :

$$\vec{F} = -\vec{grad} W_i \tag{II-8}$$

Les raideurs, quant à elles, sont obtenues en dérivant chacune des composantes de la force, la somme des raideurs est donc égale à la divergence de la force:

$$\sum K_i = -div \vec{F} \tag{II-9}$$

$$\sum \vec{K}_I = -\text{div}(-\vec{\text{grad}} W_I) = \Delta W_i$$

$$\Delta W_i = \iiint_V \Delta \vec{J} \cdot \vec{H} \cdot dv$$

$$\vec{J} \text{ Constant} \Rightarrow \Delta W_i = \iiint_V \vec{J} \cdot \Delta \vec{H} \cdot dv \quad (\text{II-10})$$

Le laplacien de H est nul et implique :

$$K_x + K_y + K_z = 0$$

La somme des raideurs des aimants plongés dans un champ extérieur statique est égale à zéro, cette relation ne peut être vérifiée que si l'une des raideurs au moins est inférieure ou égale à zéro. Dans ce cas, au moins un des trois axes de translation de l'aimant sera instable, par conséquent il est impossible de réaliser une suspension stable uniquement à base d'aimants.

VI -2 -2 Corps a aimantation non rigide

Le calcul des forces et des raideurs est semblable au calcul précédent, mais si on effectue un déplacement d'une quantité dx du corps aimanté, l'aimantation se réorganise en une nouvelle répartition qui modifie l'énergie magnétostatique du système. Pour atteindre l'état final, on peut supposer que le déplacement a été effectué à aimantation rigide puis les aimantations ont été libérées et se sont redistribuées. La variation d'énergie de la première transformation est identique au cas précédent. Pour la deuxième transformation:

- Si la susceptibilité magnétique χ est positive ($\mu_r > 1$), la redistributions des aimantations s'effectue toujours par une diminution de l'énergie magnétostatique emmagasinée, Globalement, la variation d'énergie est plus faible que si l'aimantation avait été rigide, à l'intensité d'aimantation identique, les forces et les raideurs sont donc inférieures ou égale aux précédentes, la relation entre les raideurs est alors: $K_x + K_y + K_z < 0$, le corps ne peut toujours

trouver une Position d'équilibre stable puisque il' n' y a instabilité suivant au moins une des trois directions.

- si la susceptibilité magnétique χ est négative (matériau diamagnétique), il est impossible d'aboutir a une conclusion générale de stabilité ou d'instabilité, chaque système étant en cas particulier.

VI -2 -3 Corps conducteur non magnétique

Un conducteur de conductivité σ , parcouru par un courant induit j , engendre un champ magnétique dans tout l'espace, L'énergie totale s'écrit alors:

$$W = \iiint_{\infty} \vec{B} \cdot \vec{H} . dv \quad (\text{II-11})$$

avec \vec{B} : l'induction magnétique en un point de l'espace.

\vec{H} : Champ magnétique en un point de l'espace.

$$K_x + K_y + K_z = 1/2 \iiint_v \Delta \vec{B} \cdot \vec{H} dv = 1/2 \iiint_v \text{div grad}(\vec{B} \cdot \vec{H}) . dv$$

$$K_x + K_y + K_z = \iiint_v \text{div}((\vec{B} \times \text{rot } \vec{H}) + (\vec{H} \times \text{rot } \vec{B})) dv = \iiint_v \text{div}(\vec{B} \times j) dv$$

Le courant étant nul en dehors du conducteur, cette équation s'écrit :

$$K_x + K_y + K_z = \iiint_v (j \text{rot } \vec{B} - \vec{B} \text{rot } j) dv = \iiint_v \mu_0 . j^2 + \sigma . \mu_0^2 . \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} . dv$$

$$K_x + K_y + K_z = \iiint_v \mu_0 . j^2 + \frac{\sigma \mu_0^2}{2} . \frac{\partial H^2}{\partial t} dv \quad (\text{II-12})$$

- **premier cas:** le conducteur est placé dans un champ magnétostatique:

$$K_x + K_y + K_z = \iiint_v \mu_0 \cdot j^2 \cdot dv \quad (\text{II-13})$$

L'unique moyen d'avoir un courant induit qui ne s'annule pas dans un champ statique est le conducteur ait une résistivité, un supraconducteur vérifie donc :

$$K_x + K_y + K_z > 0$$

Il n'y a pas donc d'impossibilité à ce qu'un corps de résistivité nulle soumis a des raideurs positives suivants ses trois axes de translation .un supraconducteur peut donc Etre stable dans un champ magnétostatique.

- **deuxième cas:**

le conducteur est placé dans un champ magnéto dynamique, en supposant que le champ soit sinusoïdal, le conducteur parcouru par des courants sinusoïdaux.

$$H = H_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin wt \quad , \quad j = j_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(wt - \Phi) \quad (\text{II-14})$$

La somme des raideurs s'écrit alors:

$$K_x + K_y + K_z = \iiint_v 2 \cdot \mu_0 \cdot j_{eff}^2 \cdot \sin^2(wt - \phi) + \sigma \cdot \mu_0^2 H_{eff}^2 \cdot \frac{\partial \sin^2 wt}{\partial t} dv \quad (\text{II-15})$$

Cette somme dépendant du temps, nous allons calculé sa moyenne.

$$(K_x + K_y + K_z)_{moy} = \iiint_v \mu_0 \cdot j_{eff}^2 \cdot dv \quad (\text{II-16})$$

en conclusion un conducteur placé dans un champ magnétodynamique est soumis a des raideurs dont la somme est toujours positive en moyenne, chacune des raideurs peut donc être positive et entraîner la stabilité suivant les trois axes de translation, un conducteur peut donc être stable dans un champ magnétodynamique.

VI -2 -4 Remarques sur le théorème d'Earnshaw

VI -2 -4-1 Interaction entre aimant et un corps ferromagnétique

Considérons un aimant en interaction avec un corps ferromagnétique

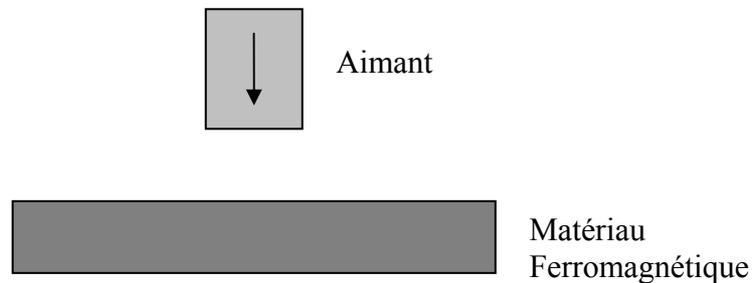


Figure (II-10): interaction aimant- matériau ferromagnétique

Nous avons vu qu'un aimant placé dans un champ magnétostatique vérifiait l'équation : $K_x + K_y + K_z = 0$. Pour obtenir cette relation, nous avons considéré que la variation de l'énergie d'interaction de l'aimant, pour être dans notre cas de figure, il ne faut pas uniquement prendre en compte cette variation d'énergie, comme nous l'avons fait lors de la démonstration du théorème d'Earnshaw, la variation d'énergie due à la pièce ferromagnétique doit aussi être prise en compte, dans ce cas nous aurons :

$$K_x + K_y + K_z < 0$$

VI -2 -4-2 Interaction entre un aimant et un supraconducteur

Considérons un aimant en interaction avec un supraconducteur

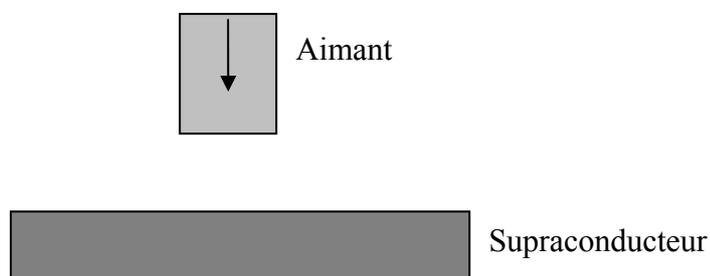


Figure (II-11) Interaction : aimant - supraconducteur

Là encore, il faut considérer la variation d'énergie due au supraconducteur en plus de la variation d'énergie d'interaction de l'aimant. La relation $K_x + K_y + K_z = 0$ n'est donc pas vérifiée, et la stabilité de l'aimant est impossible.

VI -2 -5 Viabilité du théorème d'earnshaw:

Bien que ce théorème ait été publié *XIX^{eme}* siècle, certains de nos contemporains essaient encors de concevoir des suspensions constituées uniquement des matériaux a aimantations rigides ou des matériaux ferromagnétiques, il parait ainsi de temps en temps une publication ou un brevet consacré a ce type de système, jusqu'à aujourd'hui, aucun prototype n'a pu valider ces conceptions et mettre en défaut le théorème d'Earnshaw.

CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons présenté les différents types des paliers magnétiques (actifs, passifs, a réluctance variable, etc...), ainsi que les avantages et les inconvénients de ces derniers. Nous avons ensuite donné leurs domaines d'application privilégiés. Nous avons terminé ce chapitre par une étude statique des suspensions magnétiques qui nous a permis de connaître les conditions de stabilité de ces derniers et de voir la viabilité du théorème d'Earnshaw.

chapitre III

calcul des forces dans un palier magnétique planaire

INTRODUCTION

Notre étude sera consacrée au calcul des forces électromagnétiques dans un palier Magnétique planaire en régime linéaire et non linéaire, Pour effectuer ce calcul on a appliqué les trois méthodes (tenseur de Maxwell, dérivée d'énergie, charges équivalentes)

Nous comparerons les résultats de calcul donnés par ces trois méthodes en vue de conclure sur le choix optimal du point de vue de la précision et de la facilité d'implémentation. Nous traiterons les régimes linéaire et non linéaire pour le calcul de la force magnétique dans un palier magnétique planaire a fin de faire une conclusion sur ces deux régimes.

III-1 Le problème d'étude

Pour obtenir le champ magnétique duquel dépend la force électromagnétique, il faut résoudre l'équation qui régit le problème magnétique.

Dans notre travail, on se limitera au dispositif à excitation en courant continu (régime magnétostatique). L'équation à résoudre est celle de Poisson :

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\mu} \operatorname{rot}(A)\right) = \vec{J}_s \quad (\text{III-1})$$

III-2 Le domaine d'étude

Considérons les symétries et les invariances par translations que l'on peut déterminer sur le dispositif, nous nous limiterons à un domaine d'étude en 2D. La géométrie du domaine est indiquée sur la figure (III-1).

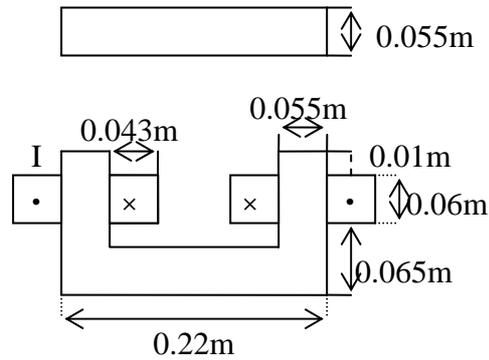


Figure (III-1): dimensions d'un palier planaire à lévitation magnétique

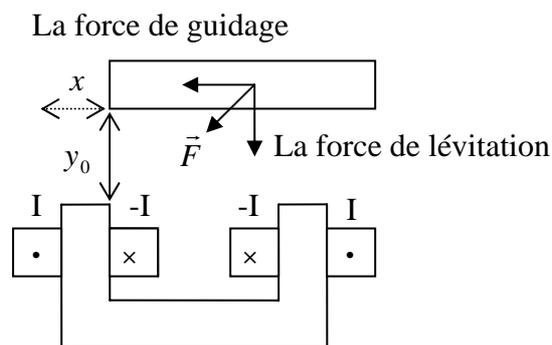


Figure (III-2): paramètres d'un palier planaire à lévitation magnétique

A la position ($x = 0$) de la partie mobile la seule force magnétique existante est la force de lévitation (d'attraction).

Si la partie mobile se décale par une position x , la force magnétique résultante sera constituée de deux forces: la force de lévitation et la force de guidage.

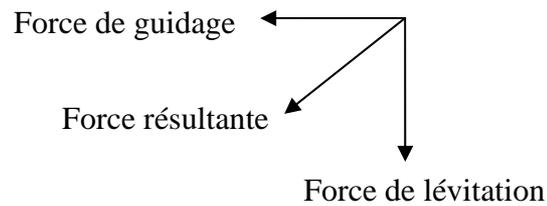


Figure (III-3): les composantes de la force magnétique résultante

le régime linéaire

Dans ce régime les bobines du palier sont alimentées par un courant continu ($I=40A$) selon le modèle présenté ci dessus, ainsi que la perméabilité magnétique est constante. ($\mu_r = 1938$).

III-3 Résultats obtenus

Le maillage du domaine d'étude est montré à la figure suivante.

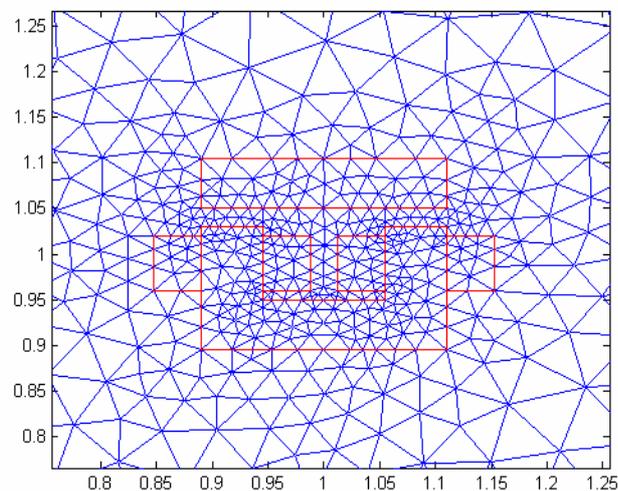


Figure (III-4): maillage du domaine d'étude

La distribution du champ en terme du potentiel vecteur magnétique est représentée à la figure suivante:

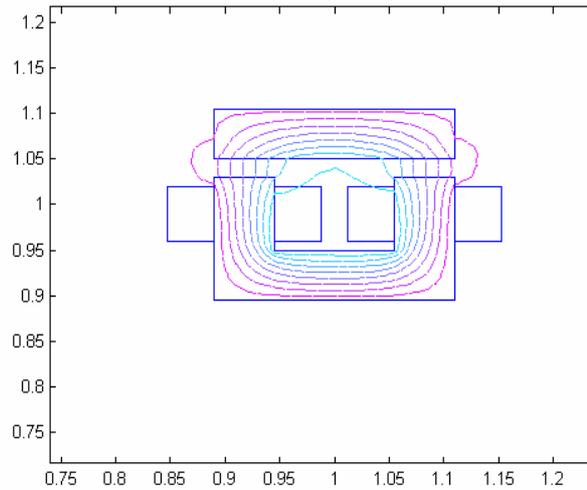


Figure (III-5): la distribution du champ magnétique \vec{H} a ($x=0$)

L'induction magnétique a été calculée à partir de la relation : $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$.

Dans un repère (x,y) on aura les composantes suivantes:

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y} \quad , \quad B_y = -\frac{\partial A}{\partial x} \quad \text{(III-2)}$$

Pratiquement, l'induction magnétique a été calculée au centre des éléments du maillage, en se servant la fonction pdegrad de pdeplot.

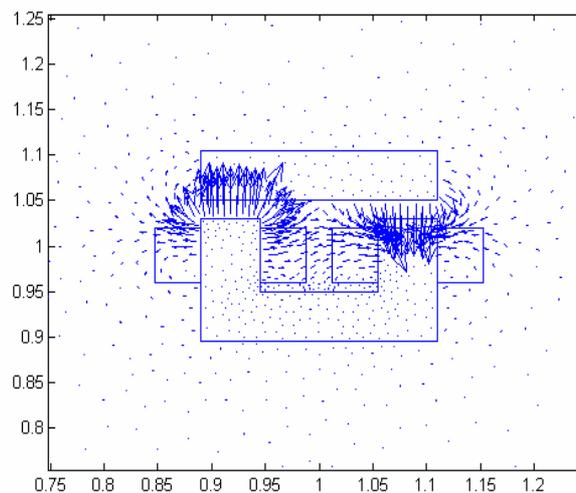


Figure (III-6): distribution de l'induction magnétique \vec{B}

Notre but c'est de calculer et présenter la force électromagnétique, Les figures suivantes montrent la distribution de cette dernière ainsi que la force résultante.

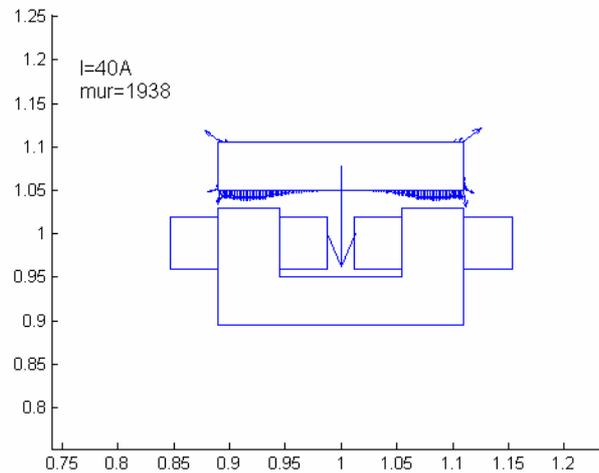


Figure (III-7): distribution de la force et la force résultante a la position du partie mobile $x = 0$ [tenseur de maxwell]

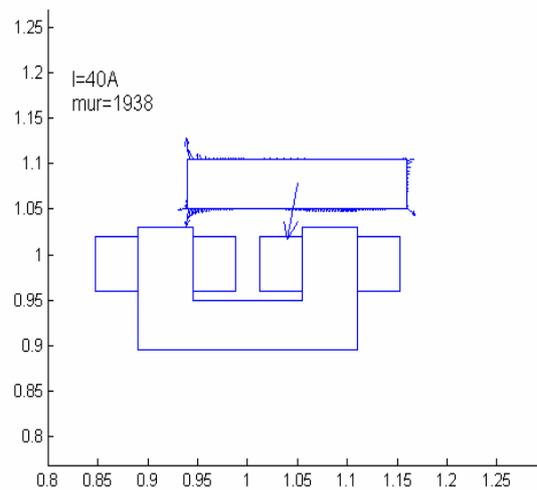


Figure (III-8): distribution de la force et la force résultante a la position du partie mobile $x = 0.05$ [tenseur de maxwell]

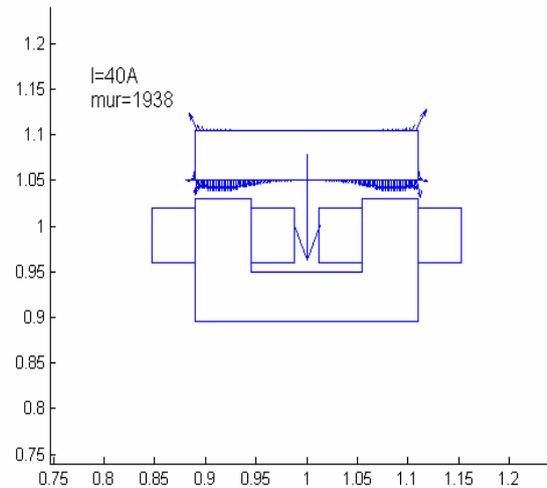


Figure (III-9): distribution de la force et la force résultante a la position du partie mobile $x = 0$ [charges équivalentes]

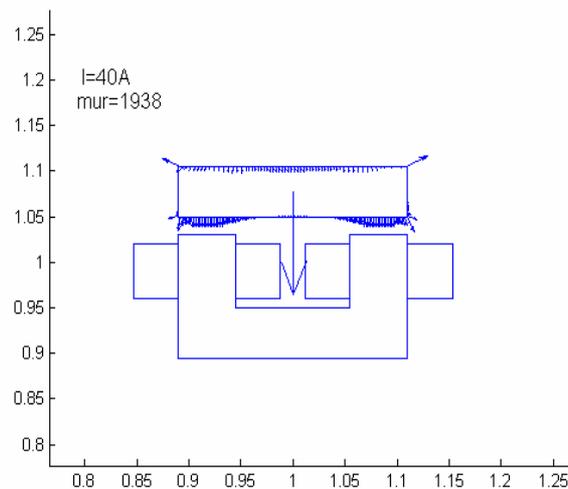


Figure (III-10): distribution de la force et la force résultante a la position du partie mobile $x = 0$ [dérivée de l'énergie magnétique]

Pour les méthodes avec intégration surfacique, la distribution du force est concentrée sur la surface d'intégration, par conséquent on n'a aucune distribution de force à l'intérieur du matériau. Ces méthodes alors ne nous permettent pas d'obtenir les vraies densités des forces.

III-3-1 Organigramme de la mise en œuvre de la méthode du (Tenseur de Maxwell, dérivée d'énergie, charges équivalentes)

L'organigramme suivant résume toutes les étapes nécessaires et successives pour appliquer le principe du (tenseur de Maxwell, dérivée d'énergie, charges équivalentes)

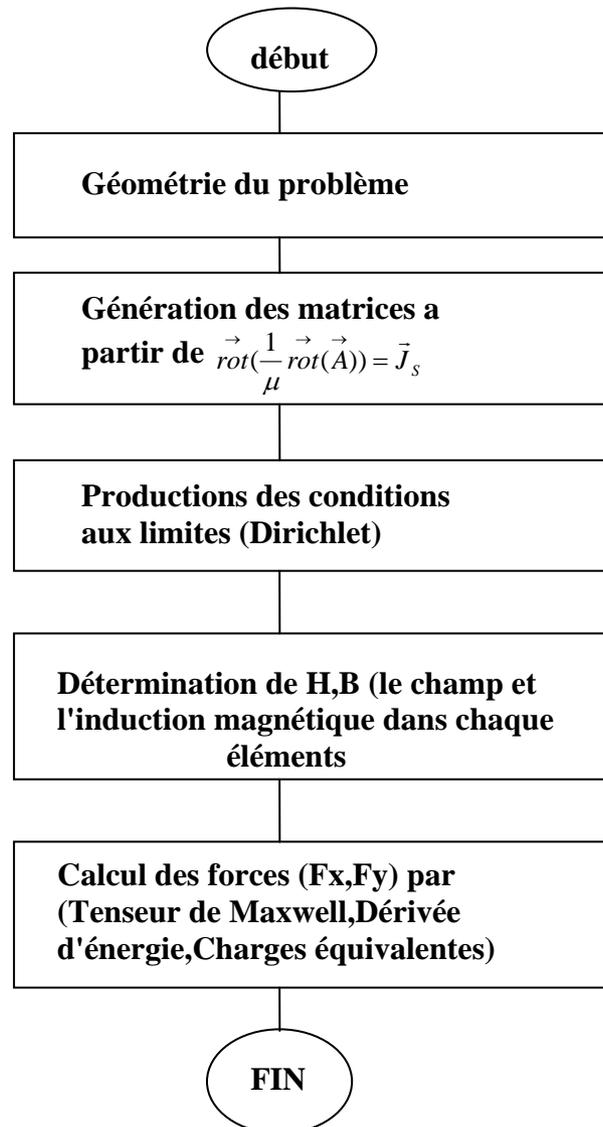


Figure (III-11): Organigramme de la mise en œuvre des méthodes de
Calcul les forces magnétiques

Puisque la densité de la force magnétique est intense sur la longueur de la partie mobile nous avons présenté la variation de la force sur cette longueur.

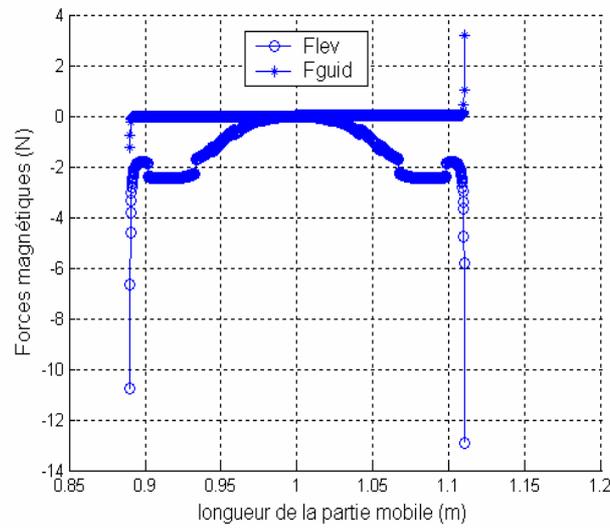


Figure (III-12): les variations des forces magnétiques sur la longueur de la partie mobile a ($x = 0$)

La figure suivante montre le résultat par un calcul en élément fini des forces de lévitation et de guidage pour différentes positions de la partie mobile.

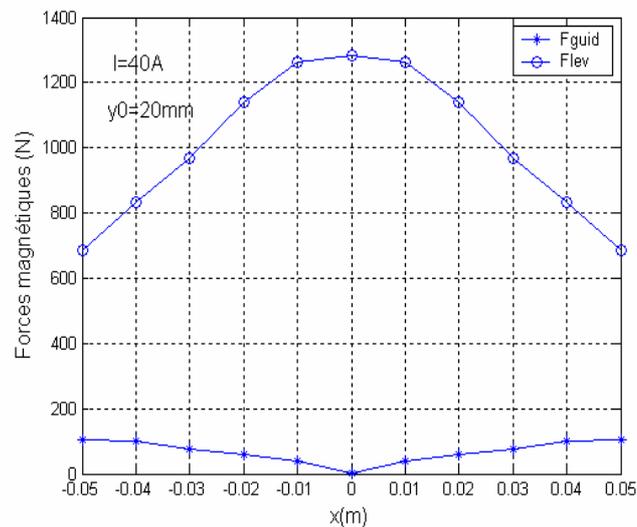


Figure (III-13): modules des forces de lévitation et de guidage.

On remarque que:

La force de lévitation est maximale lorsque la partie mobile est centrée à la position ($x=0$), ou la force de guidage est nulle à cette position.

Le maillage en élément finis joue un rôle important sur la convergence des méthodes, pour cela nous avons présenté la variation des forces magnétiques par les trois méthodes en fonction du nombre d'élément du domaine d'étude.

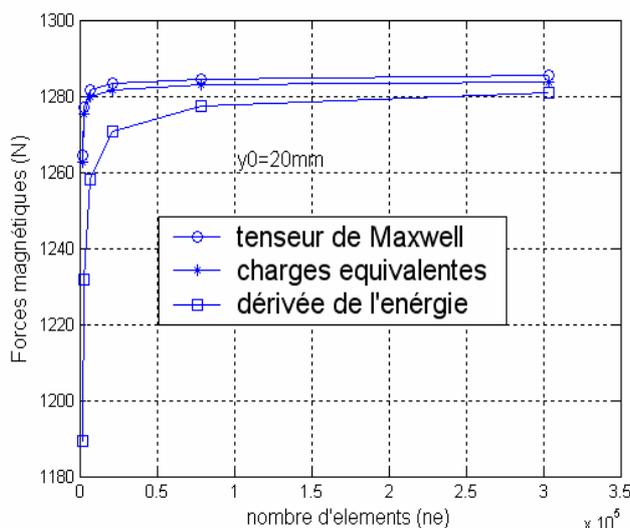


Figure (III-14): la variation des forces magnétiques en fonction du nombre d'éléments par différentes méthodes

On remarque à travers ces résultats que les méthodes convergent avec une bonne précision après le raffinement de maillage.

Si nous comparons les trois méthodes du point de vue de la facilité d'implémentation et de la précision, nous choisissons la méthode du tenseur de Maxwell.

En vue d'optimiser la force en fonction de la dimension de l'entrefer, et avec une excitation du courant ($I=40A$), la figure suivante montre la force de guidage nécessaire pour plusieurs valeurs de l'entrefer et l'influence de ce dernier sur cette force.

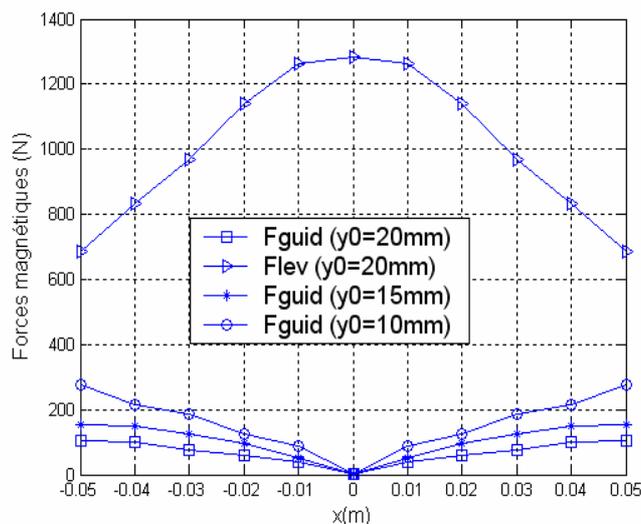


Figure (III-15): forces de guidage pour différentes valeurs de l'entrefer

On remarque que la force de guidage augmente avec la diminution de l'entrefer, ce qui nous permet un bon guidage de la partie mobile quand elle est plus proche de l'armature fixe.

Le régime non linéaire

Dans ce cas nous avons traité des points sur la zone de saturation pour différentes valeurs des courants et différentes valeurs de perméabilités. La manière d'alimentation des bobines d'excitation reste identique que celle du régime linéaire

III-3-2 Etude de la zone non linéaire de la courbe $B(H)$

Nous approcherons la courbe de la première aimantation $B(H)$, par une expression analytique [17].

$$\nu_r = \varepsilon + (c - \varepsilon) \cdot \frac{B^{2\alpha}}{B^{2\alpha} + t} \quad (\text{III-3})$$

$\alpha, \varepsilon, c, t$: sont des coefficients calculés par la méthode des moindres carrés selon le modèle de la courbe $B(H)$ utilisé.

Pour notre modèle nous avons pris :

$$\varepsilon = 5,16 \cdot 10^{-4} , c = 0.175 , \alpha = 5.419 , t = 8,75 \cdot 10^3 .$$

Le modèle de la courbe $B(H)$ utilisé ainsi la courbe de la perméabilité magnétique, sont représentés sur les figures suivantes:

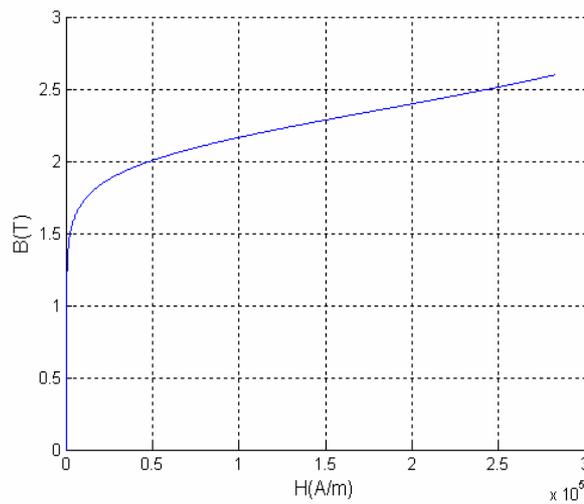


Figure (III-16): courbe de la première aimantation $B(H)$

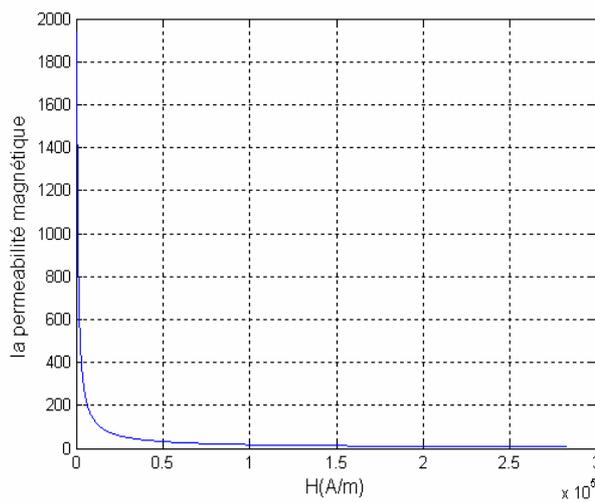


Figure (III-17): courbe de la perméabilité magnétique

Nous avons résolu le problème de la non linéarité par la méthode des éléments finis associée à la méthode itérative de la corde

III-3-2-1 La méthode de la corde

Cette méthode itérative à été expliquée au chapitre (I), la mise en œuvre de cette méthode nous donne les valeurs \vec{B}, \vec{H}, ν_r pour une seule valeur du courant après un nombre d'itérations.

III-3-2-2 L'organigramme de la méthode de la corde

L'organigramme suivant résume toutes les étapes nécessaires et successives pour appliquer le principe de la méthode de la corde.

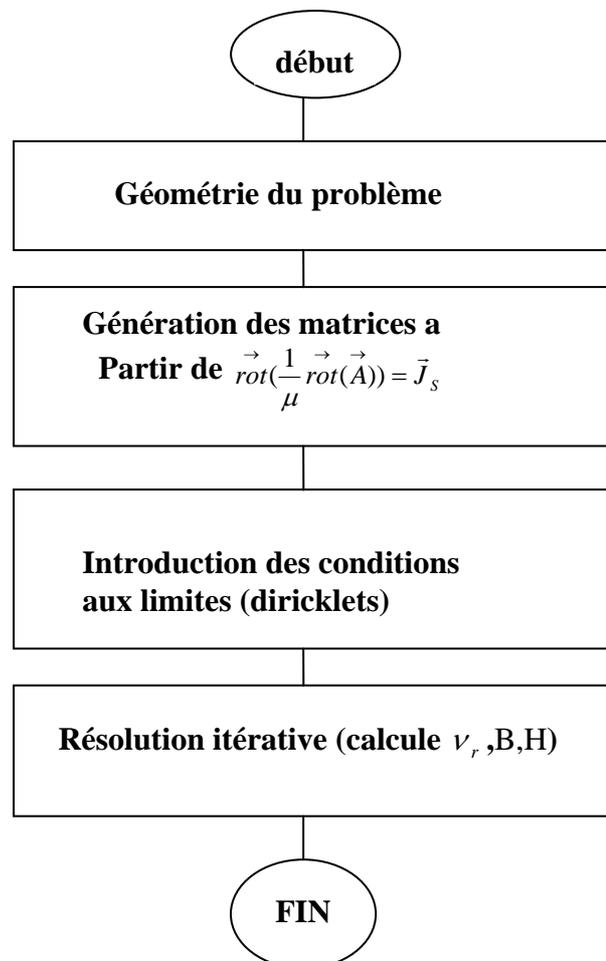


Figure (III-18): L'organigramme de la méthode de la corde

Nous avons trouvé que la saturation magnétique se fait d'une manière élémentaire dans le domaine d'étude, c'est pour cela nous avons choisit un élément pour calculer le champ magnétique. la figure suivante montre le point ou nous avons calculé l'induction et le champ magnétique et par conséquent la réluctivité magnétique.

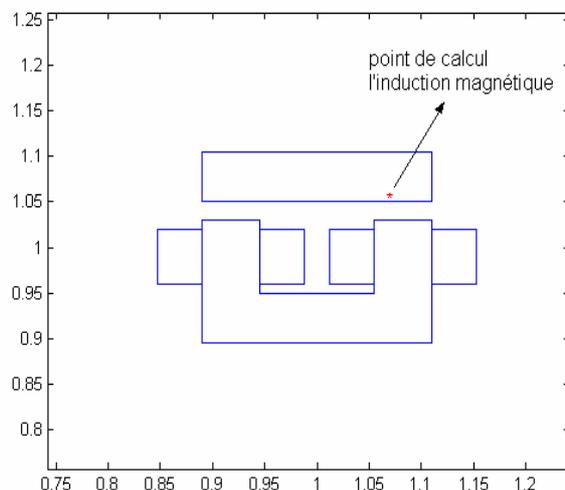


Figure (III-19): point de calcul l'induction magnétique sur la géométrie

On fait augmenter le courant de telle façon à obtenir une valeur de l'induction magnétique \vec{B} sur la zone de saturation.

Le premier point a traiter sur la zone de saturation de la courbe $B(H)$ et pour $(I=200A, B=2.0961(T))$

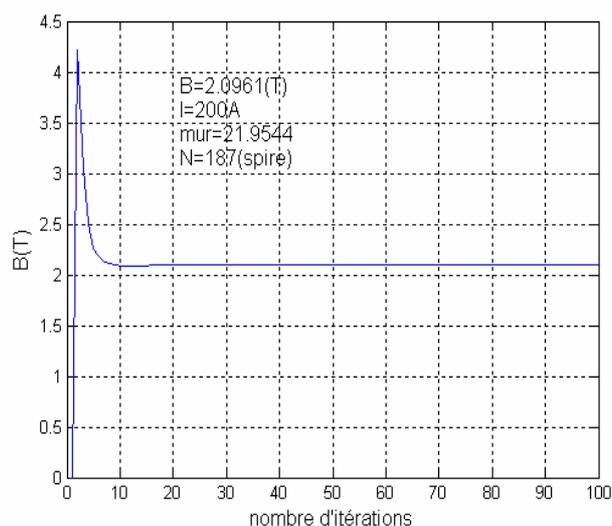


Figure (III-20): courbe de l'induction magnétique en fonction du nombre d'itérations a ($I=200A$)

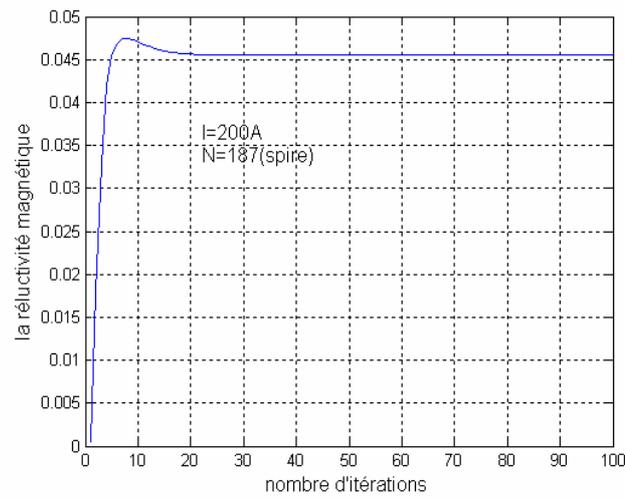


Figure (III-21): courbe de la réductivité magnétique en fonction du nombre d'itérations a (I=200A)

La distribution des lignes du champ magnétique a (I=200A) est la suivante

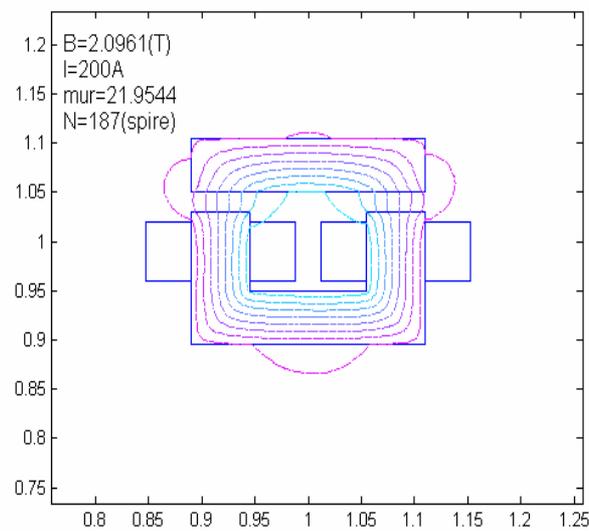


Figure (III-22): la distribution du champ magnétique \vec{H} en régime non linéaire a (I=200A)

Selon cette distribution, on remarque que les lignes du champ magnétique traversent le matériau ferromagnétique vers le vide, ce qui signifie que la perméabilité magnétique diminue.

La distribution de la force en régime non linéaire est relativement changée par rapport au régime linéaire mais la force résultante reste attractive, les figures suivantes montre cette distribution par différentes méthodes

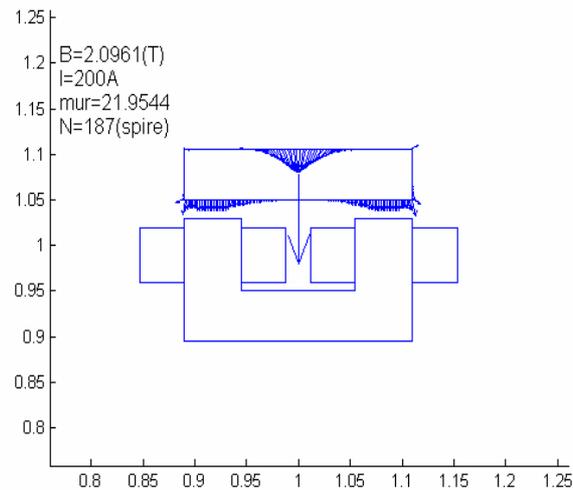


Figure (III-23): distribution de la force et la force résultante a la position du partie mobile ($x = 0$) [Tenseur de Maxwell]

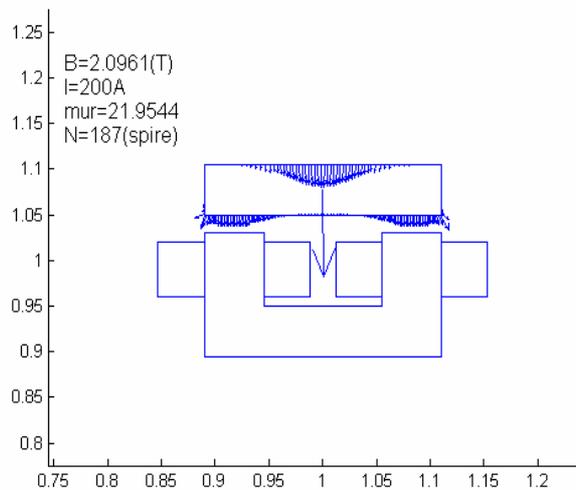


Figure (III-24): distribution de la force et la force résultante a la position du partie mobile ($x = 0$) [dérivée de l'énergie magnétique]

A travers ces distributions, nous avons remarqué que la force magnétique peut Déformer le matériau, si'il est déformable.

La figure suivante montre les valeurs des forces de lévitation et de guidage en fonction du déplacement de la partie mobile en régime non linéaire et a ($I=200A$).

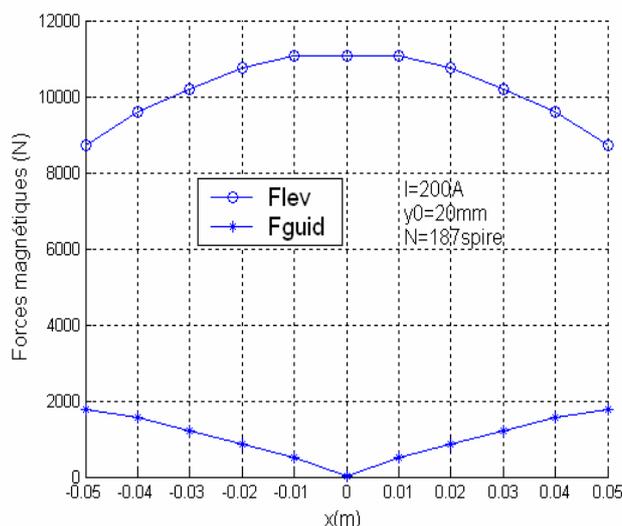


Figure (III-25): modules des forces de lévitation et de guidage

Les courbes de la variation des forces de guidage et de lévitation gardent la même forme que celles du régime linéaire mais avec des densités des forces plus grandes.

Si on veut traiter un autre point sur la zone de saturation de la courbe $B(H)$, on fait augmenter le courant d'excitation de telle façon à avoir une induction magnétique plus grande.

La figure suivante montre la variation de l'induction magnétique en fonction du nombre d'itérations pour ($I=400A, B=2.4143(T)$) et donc une perméabilité magnétique minimale ($\mu_r=9.2478$).

Les figures suivantes montrent la variation de l'induction magnétique et de la réductivité magnétique en fonction du nombre d'itérations.

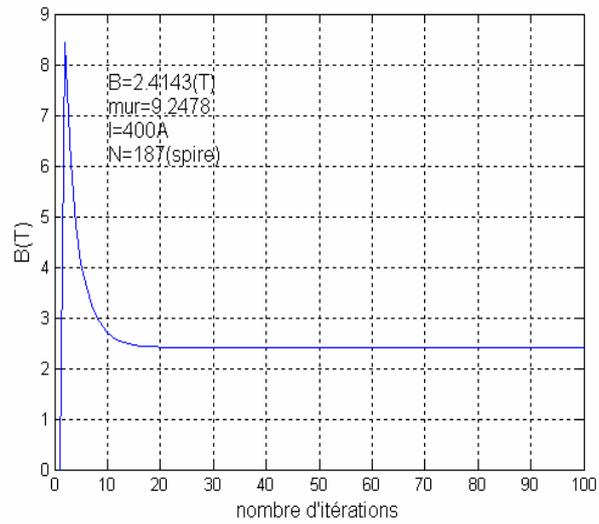


Figure (III-26): courbe de l'induction magnétique en fonction du nombre d'itérations a ($I=400$ A).

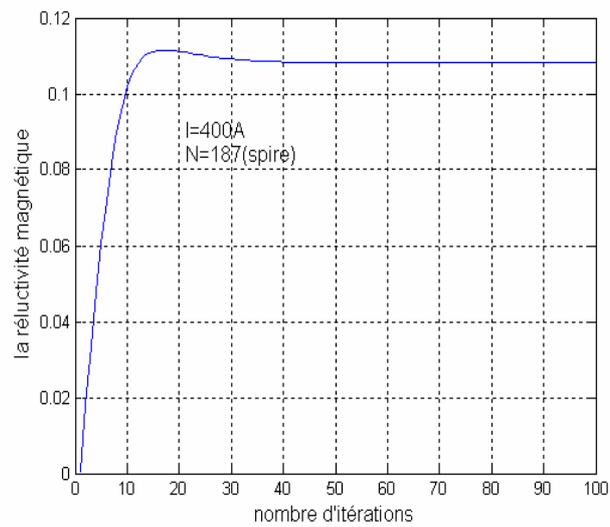


Figure (III-27): courbe de la réluctivité magnétique en fonction du nombre d'itérations a ($I=400$ A)

La figure suivante montre la distribution des lignes du champs a ($I=400A$).

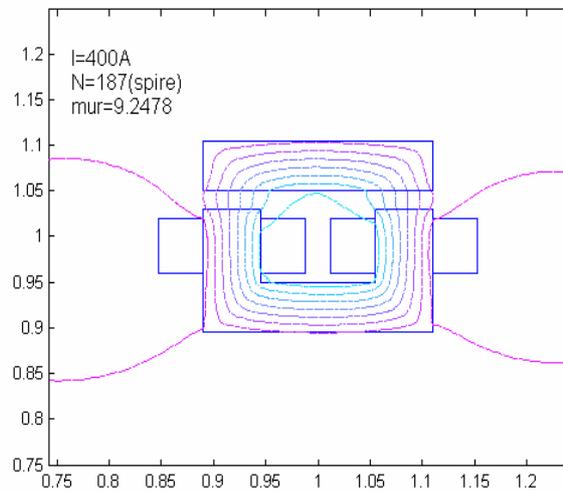


Figure (III-28): la distribution du champ magnétique \vec{H} en régime non linéaire
a ($I=400A$)

On remarque que les lignes du champ magnétique traversent le matériau vers le vide et plus grande par rapport au cas précédent, se qui signifié une diminution de la perméabilité magnétique par rapport au premier cas($I=200A$).

On remarque aussi que avec une augmentation successive du courant d'excitation la perméabilité magnétique tend vers la perméabilité du vide ($\mu_r=1$).

Les figures suivantes montrent la distribution du force en régime non linéaire par un courant ($I=400A$).

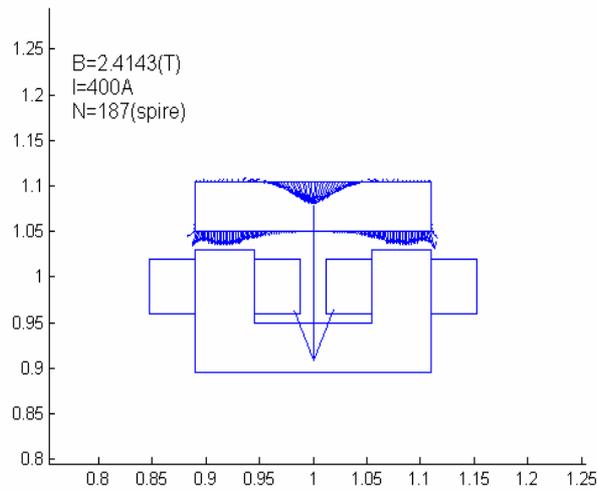


Figure (III-29): distribution de la force et la force résultante a la position du partie mobile ($x = 0$) [Tenseur de Maxwell]

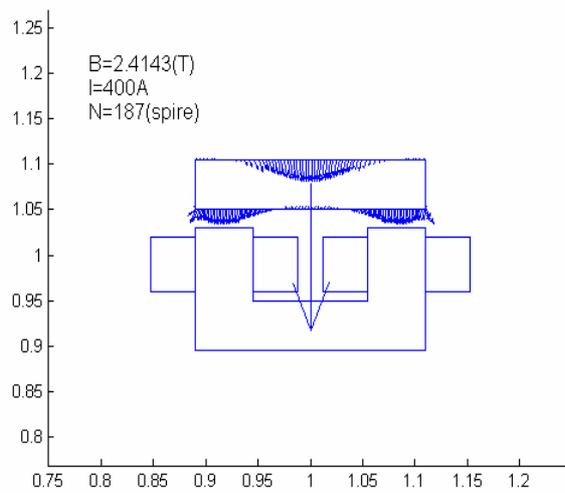


Figure (III-30): distribution de la force et la force résultante a la position du partie mobile ($x = 0$) [dérivée de l'énergie magnétique]

la figure suivante montre la variation des forces de lévitation et de guidage a ($I=400A$)

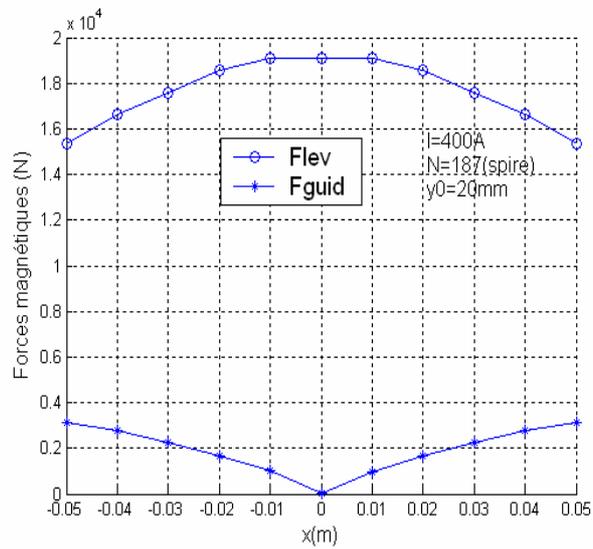


Figure (III-31): modules des forces de lévitation et de guidage

On conclue que la force magnétique en régime non linéaire est plus grande que celle du régime linéaire, sauf que cette dernière peut déformer le matériau.

CONCLUSION

Dans le cadre de ce chapitre nous avons traité une configuration cartésienne d'un palier magnétique planaire dans le but de calculer des forces magnétiques dans les deux régimes (linéaire et non linéaire) et voir l'influence de ces deux régimes sur la force magnétique.

Le calcul des forces magnétiques a été effectué par l'utilisation de trois méthodes (tenseur de maxwell, dérivée d'énergie, charges équivalentes).

chapitre IV

commande d'un palier magnétique planaire

INTRODUCTION

Comme nous l'avons vu au chapitre II, la lévitation magnétique permet de supprimer les contacts entre la partie mobile et la partie fixe grâce aux interactions magnétiques entre ces deux parties. Cependant, le théorème d'Earnshaw nous a montré que ce type de lévitation est instable, sauf pour les matériaux diamagnétiques. Pour palier à cela, nous nous proposons de configurer un système électronique d'asservissement de position.

IV-1 Le dispositif d'étude

Le dispositif présenté sur la figure IV-1 ci-dessous est constitué d'un électro-aimant comportant une culasse en matériau ferromagnétique, autour de laquelle est bobiné un enroulement d'inductance L et de résistance R , et une partie mobile, du même matériau et de masse m , destinée à être maintenue en lévitation en commandant le courant dans la bobine. Le mouvement de la lévitation est vertical et nous le considérons sans frottements. Un capteur optique fournit un signal indiquant la position verticale de la partie mobile, le signal d'erreur est amplifié par un correcteur proportionnel de gain $k' > 0$.

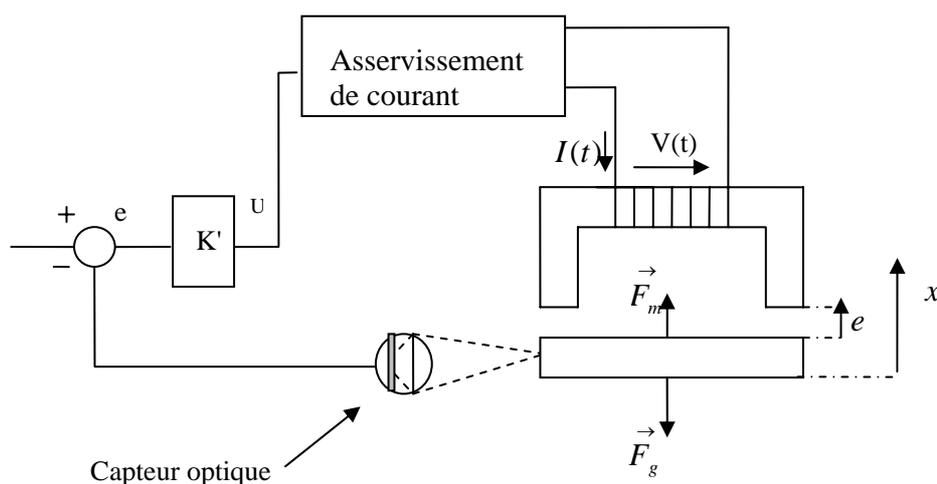


Figure (IV-1): montage de commande d'un palier magnétique

IV-2 Principe de fonctionnement

Le mouvement de la partie mobile à côté du capteur de position fait couper une zone de lumière de la cellule photo électrique de ce capteur. Ce capteur donne dans ce cas un nouveau courant par sa photo diode au bobinage du palier magnétique.

Le rôle de la partie de l'asservissement du courant est de faire varier cette densité du courant de telle façon que la partie mobile revient à son état d'équilibre.

IV-3 La Modélisation analytique:

IV-3 -1 Calcul de l'inductance

Le schéma magnétique équivalent du dispositif est représenté sur la figure IV-2 ci dessous:

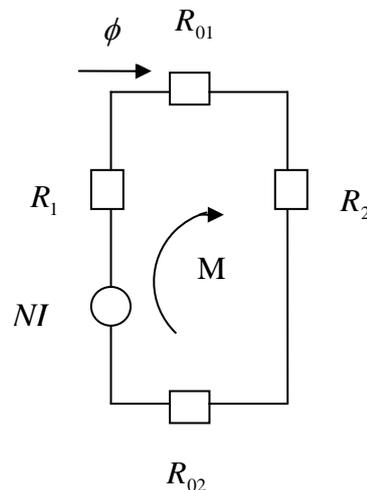


Figure (IV-2): schéma équivalent

Si on considère la maille M:

$$NI - R_1\phi - R_{01}\phi - R_{02}\phi - R_2\phi = 0 \quad (\text{IV-1})$$

L'équation devient:

$$NI = (R_1 + R_2 + R_{01} + R_{02} + R_2).\phi$$

Comme la perméabilité du fer est beaucoup plus grande que celle de l'air ,on peut négliger les réluctances R_1, R_2 .

Donc:

$$F_m = NI = 2.R_{01}.\phi \quad (IV-2)$$

Avec:

$$R_{01} = R_{02} \quad \text{et} \quad R_{01} = \frac{e-x}{\mu_0.s} \quad (IV-3)$$

Implique que:

$$\phi = \frac{N.\mu_0.s}{2.(e-x)}.I \quad (IV-4)$$

$$D'où : \quad N\phi = LI$$

$$L(x) = \frac{N^2.\mu_0.s}{2(e-x)} \quad (IV-5)$$

IV-3 -2 Calcul de la force magnétique

La loi de la conservation d'énergie permet d'écrire:

$$dw_{mag} = dw_{elec} + dw_{mec} \quad (IV-6)$$

La variation de l'énergie magnétique est:

$$dw_{mag} = d\left(\frac{1}{2}.L.I^2\right) = L.I + \frac{1}{2}.I^2.dL \quad (IV-7)$$

La variation de l'énergie mécanique est:

$$dw_{mec} = F.dx \quad (IV-8)$$

La variation de l'énergie électrique est:

$$dw_{elec} = u(t).I(t).dt \quad (IV-9)$$

Avec la loi de Lenz : $u(t) = \frac{d\phi}{dt}$ et $N\phi = L.I$

Donc:

$$dw_{elec} = I(t).u(t).dt = I.d(L.I) = I.(LdI + I.dL) = L.I.dI + I^2 .dL$$

Ce qui Implique que:

$$dw_{elec} = dw_{mag} + \frac{1}{2}.I^2 .dL \quad (IV-10)$$

D'ou:

$$dw_{mag} = dw_{elec} - \frac{1}{2}.I^2 .dL$$

$$dw_{elec} - \frac{1}{2}.I^2 .dL = dw_{elec} + dw_{mec}$$

$$dw_{mec} = -\frac{1}{2}.I^2 .dL \quad (IV-11)$$

Donc:

$$F_m(I, x) = \frac{dw_{mec}}{dx} = -\frac{1}{2}.I^2 . \frac{dL(x)}{dx} \quad (IV-12)$$

En tenant compte l'expression de l'inductance $L(x)$, l'expression de la force magnétique est:

$$F_m(I, x) = \frac{k}{(e-x)^2}.I^2 \quad (IV-13)$$

Avec:

$$k = \frac{N^2 . \mu_0 . s}{4}$$

IV-3 -3 La Fonction de transfert

Pour une variation positive de x

$$F_m(t) = \frac{k.I^2}{(e-x)^2}$$

A fin de présenter le système sous fonction de transfert, on linearise la force $F_m(t)$ autour d'un point de fonctionnement (I_0, e_0) par le développement de Taylor du premier degré, cette dernière devient:

$$F_0 = F(I_0, e_0)$$

$$F(t) = F_0 + \left(\frac{2.k.I_0}{e_0^2}\right).i(t) + \left(\frac{2.k.I_0^2}{e_0^3}\right).x(t) \quad (\text{IV-14})$$

Donc:

$$F_m(t) = F_0 + a.i(t) + b.x(t)$$

$$\text{Avec: } a = \left(\frac{2.k.I_0}{e_0^2}\right) \text{ et } b = \left(\frac{2.k.I_0^2}{e_0^3}\right)$$

L'équation qui décrit le mouvement du système est:

$$m.\ddot{x} = F_0 + a.i(t) + b.x(t) - F_g \quad (\text{IV-15})$$

A l'équilibre : $F_g = F_0$

Donc:

$$m.\ddot{x} - b.x(t) = a.i(t) \quad (\text{IV-16})$$

La fonction de transfert de notre système est :

$$G(p) = \frac{x(p)}{I(p)} \quad (\text{IV-17})$$

$$G(p) = \frac{a}{(m.p^2 - b)} \quad (\text{IV-18})$$

IV-3-4 Asservissement du courant

L'asservissement du courant est réalisé par le schéma suivant :

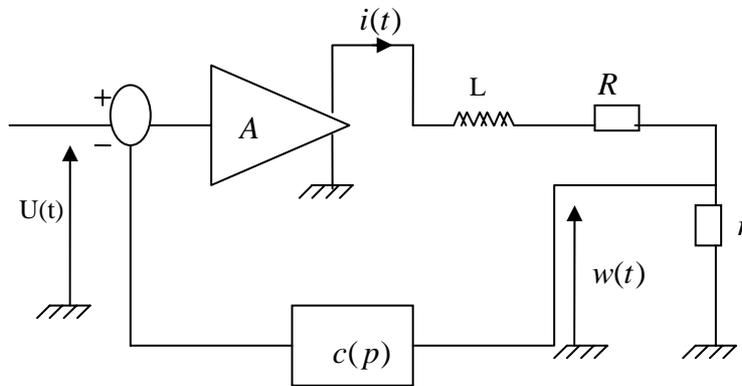


Figure (IV-3): schéma de l'asservissement du courant

r : Résistance shunt permet de mesurer le courant i par la tension w .

A : Gain d'amplificateur.

$c(p)$: Régulateur.

Donc le schéma de bloc de notre système est le suivant:

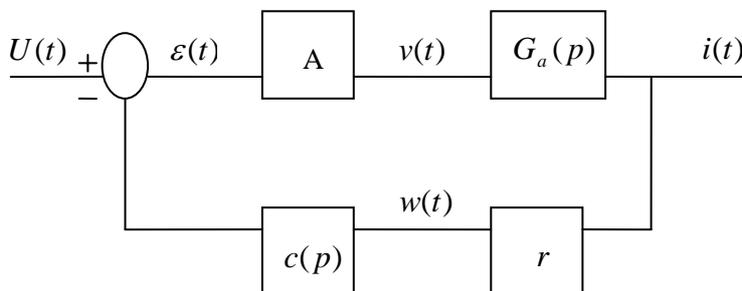


Figure (IV-4): schéma de bloc de système

$$c(p) = \frac{1 + \tau_1 p}{1 + \tau_2 p} \text{ (régulateur de position a retard de phase)} \tag{IV-19}$$

$$Ca(p) = d \times x(p) \text{ , (capteur optique de position)} \tag{IV-20}$$

- Détermination de $G_a(p)$:

$$v(t) = L \cdot \left(\frac{di(t)}{dt} \right) + (R + r) \cdot i(t)$$

$$V(p) = L \cdot p \cdot I(p) + (R + r) \cdot I(p)$$

$$G_a(p) = \frac{I(p)}{V(p)}$$

$$G_a(p) = \frac{1}{((R + r) + L \cdot p)} \tag{IV-21}$$

La fonction de transfert globale:

$$G_c(p) = \frac{I(p)}{U(p)} \tag{IV-22}$$

$$G_c(p) = \frac{A \cdot G_a(p)}{(1 + A \cdot r \cdot c(p) \cdot G_a(p))} \tag{IV-23}$$

Donc le schéma global du système est le suivant:

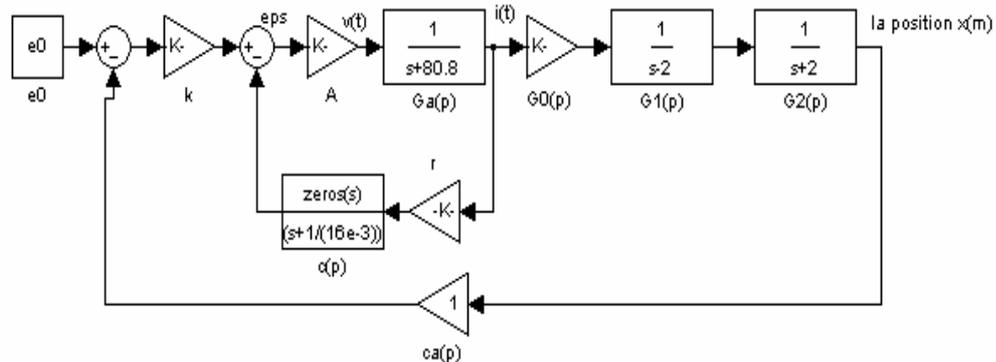


Figure (IV-5): simulation de commande d'un palier magnétique planaire

Avec: $m=2\text{kg}$, $e_0=5\text{mm}$, $i_0=2\text{A}$, $A=4900$, $l=5\times 10^{-2}\text{H}$, $R=4\Omega$, $r=0.04\Omega$,
 $\tau_1=3.5\times 10^{-3}\text{s}$, $\tau_2=16\times 10^{-3}\text{s}$, $d=1$.

La courbe de la position $x(m)$ avant la régulation est celle de la figure IV-6.

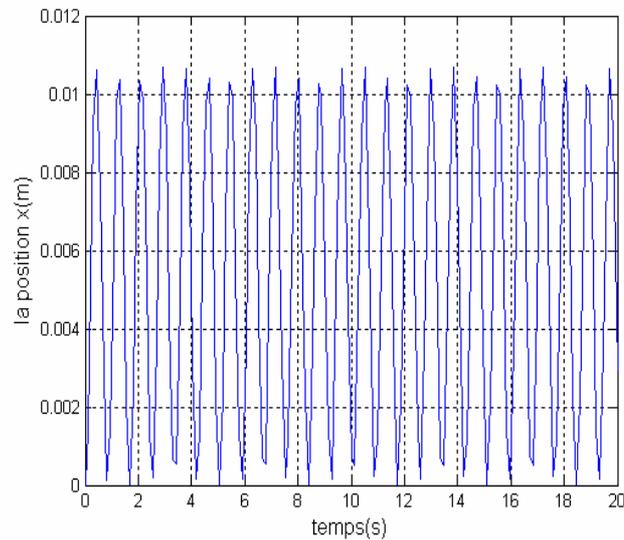


Figure (IV-6): courbe de la position de la partie mobile sans régulation

La régulation de la position de notre partie mobile est faite à l'aide d'un système d'asservissement du courant et donc du force magnétique, la figure (IV-7) montre la position de notre système après la régulation.

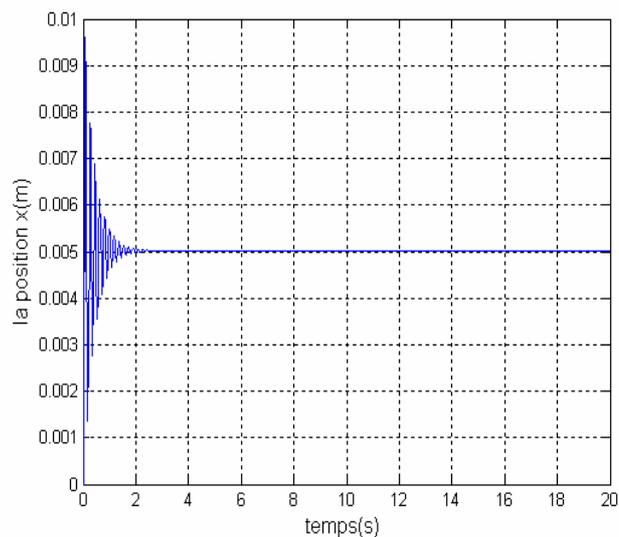


Figure (IV-7): courbe de la position de la partie mobile après la régulation

la courbe montre que la partie mobile vibre avant de se stabilise a la valeur initiale de la position ($e_0 = 5mm$) a l'aide de l'utilisation d'un système d'asservissement du courant

la figure suivante montre l'erreur de position ($e_0 - x$) après la régulation.

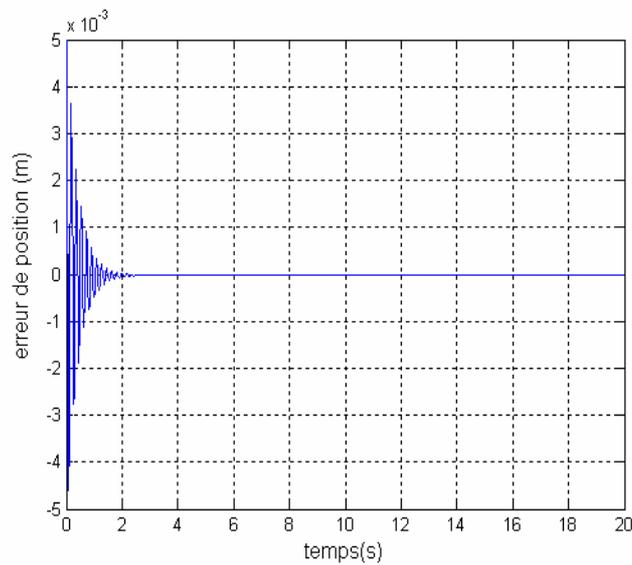


Figure (IV-8): courbe de l'erreur de position après la régulation

CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons effectué un calcul analytique pour obtenir l'expression de la force magnétique, ensuite nous avons étudié le mouvement de la partie mobile et contrôlé la position de cette dernière à partir d'un système d'asservissement du courant.

CONCLUSION GENERALE

Ce travail est fait afin d'exposer l'importance d'un palier magnétique en général et d'un palier magnétique planaire en particulier. Ces dispositifs fonctionnent à l'aide des phénomènes de lévitation magnétique en faisant intervenir les principes de l'interaction magnétique entre deux parties l'une fixe et l'autre mobile.

Nous nous sommes intéressé à une configuration de palier planaire à configuration géométrique cartésienne et faisant intervenir un mouvement de translation de la partie mobile. Notre étude a porté sur le calcul des forces et la modélisation de ces dispositifs à partir de trois formulations différentes, en régime linéaire et non linéaire. D'autre part, nous nous sommes intéressé particulièrement à l'étude de la stabilité de ce type de palier, notamment en regard du théorème d'Earnshaw.

Les codes de calculs que nous avons mis en place ont été développés sous l'environnement PdeTool de Matlab, et la modélisation analytique de la commande qui a été faite dans ce mémoire a été faite sous l'environnement Matlab Simulink.

La qualité des résultats que nous avons obtenus est validée par ceux publiés dans la littérature.

Le travail réalisé dans le cadre de magistère permet d'entrevoir une poursuite d'étude sur les problèmes d'un palier magnétique planaire, notamment du point de vue de la stabilité.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M.jufer. (traité d'électricité, d'électronique, et d'électrotechnique), école polytechnique fédérale de Lausanne, dunod, editions.georgie.1979.
- [2] Lotfi. Chouikhi (palier à lévitation magnétique:modélisation et optimisation) mémoire de magistère .université de constantine.2002
- [3] Ali.rezik (étude comparative des différents modèles éléments finis pour le calcul des forces d'origine magnétique) mémoire de magistère 'université de Jijel ,2002.
- [4] olivier barre.(contribution à l'étude de calcul de la force magnétique en magnétostatique, approche numérique et validation expérimentale) thèse de doctorat .2003.
- [5]Hichem. Allag.. (Étude et élaboration d'un calcul magnétique en 3D pour un système de lévitation) mémoire de magistere.constantine.2002.
- [6] Rabia .Mehasni. (Mise en œuvre d'une solution mixte analytique-eléments finis pour un problème 2Ddevolutif) thèse de magistère .skikda.1999
- [8]Jérôme delamare, Fabien Faure (paliers magnétiques) laboratoire d'électrotechnique de grenoble.www-leg.ensieg.inpg.fr
- [9]Jérôme delamare. (Suspension magnétique partiellement passives).Thèse de doctorat soutenue au LEG. 1994.
- [10]Jean.christophe ponsart. (Asservissement numériques des paliers magnétiques, application aux pompes à vide).thèse de doctorat.1996.
- [11] Lex.molennar.(a novel planar magnetic bearing and motor configuration applied in a positioning stage).these de doctorat. 2000.
- [12] Michael schlotter.(unbalance compensation by active magnetic bearings).university of technology darmstadt.departement of mechanics. February. 2004
- [13] (Modification de train a sustentation magnétique). Wikipedia, encyclopédie libre.
- [14] Fabien Faure. (Suspension magnétique pour volant d'inertie). Thèse de doctorat.juin.2003.
- [15] Roger goodall,(the theory of electromagnetic levitation).tech16.printed in northern Ireland.1985.
- [16] Darrigo Aldo, Rufer Alfred, (design of an integrated electromagnetic levitation and guidance system for Swiss metro).Swiss federal institute of technology industrial electronics.laboratory 1015lausane.Switzerland.

- [17] Mouloud Feliachi,(contribution au calcul du champ électromagnétique par la méthode des éléments finis en vue d'une modélisation dynamique de machine électrique), thèse docteur ingénieur .conservatoire national des arts et metiers.france.1981.
- [18] Kamel Srairi.(modélisation d'actionneurs électromagnétiques alimentés en régime transitoire), thèse de doctorat .Laboratoire LRTI, Université de Nantes,1996.
- [19] Edyson Guillerno, José Larriva, José Trelles,(control de un levitador magnetico),cuenca-ecuador.2003.
- [20] T.e.alberts, G.oleszczek,(on the influence of structural flexibility on feedback control system stability for EMS maglev vehicles),aerspace engineering department. Old dominion university. Norfolk Virginia. USA.
- [21] Charles.w.steele,(iterative algorithm for magnetic problems with saturable media). Editor chicago.septembre 1981.
- [22] F.henrotte, H.hedia, N.bamps, A.genon, A.nicolet, W.legros,(a new method for aximitrical linear and nonlinear problems), IEEE transactions of magnetic. Vol 29.No. 2.march 1993.
- [23] C.G.hong, G.J.hwang,(nonlinear complexe finite-element analysis of squirrel cage induction motor performance),Vol.138.No.5.septembre.1991
- [24] G.Henneberger, D.shen, W.hadrys, S.dappen,(ascisymmetric magneto-mechanical problem including ferromagnetic materials), university of Germany, IEEE transactions on magnetics, Vol 29.No.2.march.1993.
- [25] S.C tandan, A.F.armor, M.V.K.chari, (nonlinear transient finite element field computation for electrical machines and devices), IEEE transactions on power apparatus and systems, Vol.pas-102.No.5.may.1983.

ملخص

المساند المغناطيسية المستوية تستعمل القوى المغناطيسية لحمل الأشياء دون لمس وفق حركة انسحابية, لهذه المساند امتيازات كثيرة مقارنة بالمساند المعتادة , و هي مكونة من مغنطيسات أو كهر مغنطيسات مستوية, لكن المشكل المطروح في استعمالها هو مشكل عدم الاستقرار للجزء المحمول من خلال هذا المسند , لهذا الغرض هناك حاجة دائمة لاستعمال أنظمة تحكم ذات جودة.

Résumé

Les paliers magnétiques planaires utilisent les forces magnétiques pour faire léviter les objets sans contact selon un mouvement de translation, ces paliers ont plusieurs avantages par rapport aux autres paliers, ils sont composés par des électro aimants ou des aimants planaire, mais le problème qui se pose dans leur utilisation est le problème de l'instabilité de l'objet lévité avec ce palier, donc pour cette cause il y a une nécessité permanente à l'utilisation des systèmes de commande de qualité.

Abstract

Planar magnetic bearings use magnetic forces to levitate objects without contact in translation motion, this bearings have a many advantages over conventional bearings, there are composed of planar electromagnets or magnets, but the problem in her uses is the problem of the instability of the levitated object by this bearing, in this case there is a need of using a feedback control systems with an efficiency.