



**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE**



**UNIVERSITE MENTOURI DE CONSTANTINE**

Faculté des Sciences de l'Ingénieur

Département de Génie Civil

N° d'ordre :.....

N° de série :.....

**MEMOIRE** Présenté Par :

**Badache Azeddine**

En vue de l'obtention du diplôme de

**MAGISTÈRE EN GENIE CIVIL**

**Option** : Béton structuré armé et précontraint

**THEME**

**Réhabilitation et renforcement des poutres en béton armé par plaques  
métalliques**

**Jury :**

|                      |                   |                             |                   |
|----------------------|-------------------|-----------------------------|-------------------|
| <b>M. Laid Samai</b> | <b>Professeur</b> | <b>U.M.C</b>                | <b>Président</b>  |
| <b>H.Chabil</b>      | <b>Professeur</b> | <b>U.M.C</b>                | <b>Rapporteur</b> |
| <b>H. Houari</b>     | <b>Professeur</b> | <b>U.M.C</b>                | <b>Examineur</b>  |
| <b>K. Demagh</b>     | <b>MC</b>         | <b>U.H.Lakhdar de Batna</b> | <b>Examineur</b>  |

Soutenu publiquement le ...../...../.....

## Remerciements

Louange au seigneur unique; le clément et le miséricordieux que grâce à lui en primauté que ce travail a pu sortir à la lumière.

Au terme de ce travail de thèse de magister au sein du département de génie civil de la faculté des sciences de l'ingénieur de l'université Mentouri de Constantine, je voudrais exprimer mes sincères remerciements et ma profonde reconnaissance à mon directeur de thèse monsieur **Hocine Chabil**, Professeur à l'Université Mentouri de Constantine, pour toute la confiance qu'il m'a accordé, pour son souci permanent, pour ces conseils et suggestions bienveillantes et pour sa grande disponibilité. Sa critique toujours positive de mes écrits a facilité amplement la rédaction de ce manuscrit.

Je remercie très vivement mon professeur Monsieur **Mohamed-Laid samai**, professeur à l'Université Mentouri de Constantine pour sa gentillesse, sa disponibilité et sa rigueur scientifique. Je suis très sensible à l'honneur qu'il me fait en acceptant de présider le jury.

Je suis très honoré par la présence dans le jury de mes deux professeurs messieurs **Hacène Houari** professeur à l'Université Mentouri de Constantine et **Kamel Demagh**, maître de conférence à l'Université Hadj Lakhdar de Batna qui ont bien voulu être juges de ce mémoire. Je leur adresse toute ma reconnaissance.

Je souhaiterais enfin remercier ma femme ainsi que mes enfants qui m'ont toujours offert la possibilité d'effectuer les préparations de ce sujet de thèse dans les meilleures conditions qui soient.

## Résumé

Le patrimoine Algérien d'ouvrages d'art (MTP,2006) est de l'ordre de 8000,dont 55% routiers, avec plus de 25% de ce nombre nécessitant des interventions de réparation et/ou de renforcement. La maintenance des ouvrages de génie civil consiste à les protéger en assurant une meilleure étanchéité ou en limitant la corrosion, à les réparer en cherchant à compenser les pertes de rigidité ou de résistance dues à la fissuration, à les renforcer en améliorant les performances et la durabilité des ouvrages. C'est un problème de plus en plus préoccupant dans la mesure où le coût des ouvrages neufs est de plus en plus élevé.

Ce travail de thèse présente un ancien procédé de renforcement à base de plaques métalliques, dit procédé « L'Hérmite »[1967], qui malgré son point faible vis-à-vis du poids et corrosion des plaques d'acier, ce procédé a démontré son efficacité, en donnant un gain significatif en capacité de résistance, et en rigidité. Ce gain en rigidité mène à une réduction des déformations.

Cependant l'utilisation du procédé « L'Hérmite » dans le cas des poutres en béton armé, résulte en une rupture prématurée provenant du délaminage aux extrémités de la plaque métallique, empêchant ainsi le développement de sa pleine capacité en flexion. Ce décollement aux extrémités est dû à la présence d'une importante contrainte de cisaillement dans la colle, son effet est beaucoup plus important pour les plaques épaisses ( $b_p/e_p \leq 40$ ).

Pour y remédier un dispositif en cornières d'acier en « L » est collé sur les parois verticales, aux extrémités de la plaque métallique. En effet, les poutres renforcées ont développées leur pleine capacité en flexion sans arrachement du béton [1].

**Mots clés :** Renforcement, Plaque métallique, Poutre en béton armé, Capacité de résistance, Ancrage Décollement.

## الملخص

قدرت المنشآت الفنية في الجزائر ( حسب إحصائيات وزارة الأشغال العمومية سنة 2006) بـ 8000 منشأة فنية، منها 55% خاصة بالطرقات، و أكثر من ربع هذا العدد يحتاج إلى تدخلات من أجل الإصلاح، الترميم أو التقوية. إن صيانة هذه المنشآت تعتمد على تأمين أفضل لإحكام السد (الكتامة)، أو للحد من التآكل (الصدأ)، و ترميمها من أجل تعويض النقص في الصلابة أو في مقاومتها نتيجة الشقوق، و إن تقوية هذه المنشآت يكون من أجل تحسين أدائها و من أجل ضمان ديمومتها. إنه مشكل يشغل البال، خاصة و أن تكلفة المنشآت الجديدة في ازدياد مستمر.

إن عمل هذه الأطروحة يقدم طريقة قديمة في التقوية الخارجية اعتمادا على الألواح المعدنية المسماة طريقة "هيرميت" [1967] و التي رغم نقطة ضعفها اتجاه وزن و تآكل هذه الألواح المعدنية، فإنها أثبتت فعاليتها بإعطاء زيادة في قدرتها على المقاومة و الصلابة و التي تؤدي إلى نقص التشوهات، و مع ذلك فإن استعمال طريقة "هيرميت" بالنسبة للروافد بالخرسانة المسلحة كانت السبب في ظهور شقوق مبكرة مصدرها فصل عند طرفي الألواح المعدنية، و الذي يعيق تطور قدرتها الكاملة في ما يخص الإنحناء. إن هذا الفصل عند طرفي الألواح المعدنية ناتج عن وجود إجهاد قص مهم في الغراء، و الذي يكون تأثيره أكبر بالنسبة للألواح المعدنية السميكة .

لمعالجة مشكل الفصل، تلصق أداة معدنية على شكل " L " على الجوانب العمودية للروافد و الألواح المعدنية في طرفي هذه الألواح، و قد لوحظ أن الروافد المقواة خارجيا بالألواح المعدنية أظهرت نموا في قدرتها الكاملة في ما يخص الإنحناء دون إنتراع الخرسانة "سوامي و كول" [1978]

**كلمات مفاتيح :** التقوية، لوحة معدنية، رافدة بالخرسانة المسلحة، القدرة على المقاومة، إرساء، فصل .

## **Abstract**

The Algerian heritage of engineering work of art (MTP,2006) is of about 8000,among which 55% are truck drivers, with more than 25% of this number requiring interventions of repair and/or reinforcement. The maintenance of civil engineering work consists in protecting by assuring better waterproofness, or by limiting the corrosion, to repair them by trying to compensate the loses of rigidity or resistance due to the fissuring ,to strengthen them by improving the performance and the durability of the structure. It is more and more worrying problem as the cost of the new work is more and more expensive

This work of the thesis presents a farmer process of reinforcement to base of steel plates, called “The Hermite” proceeded [1967],which inspite of its weak point towards the weight and the corrosion of the steel plate, has proved it’s efficiency, by giving a significant earnings in capacity of resistance, and in rigidity. This earning in rigidity leads to a reduction of the deformations .

However the use of the process in the case of reinforced concrete beams, results in premature rupture resulting from the delamination in the extremities of the steel plate, hence preventing the development of its full capacity in flexion, this delamination in the extremities is due to the presence of an important shear stress in the stick, its effect is much more important for the thick plates ( $b_p/e_p \leq 40$ ).

To remedy, a device of steel angles in ”L” is stuck on the vertical walls, in the extremities of the steel plate. In fact, the strengthened beams developed their full capacity in flexion without wrenching of the concrete [1].

**Keywords** : Reinforcement, Steel plate, Reinforced concrete beam, Capacity of resistance Anchorage, Delamination.

# Sommaire

## Chapitre I : Introduction

|                                 |   |
|---------------------------------|---|
| I.1.Introduction.....           | 1 |
| I.2.Nécessité d'un renfort..... | 2 |

## Chapitre II :Techniques et systèmes de renfort des structures en béton armé

|  |    |
|--|----|
| II.1.Introduction.....   | 5  |
| II.2.Méthodes de renfort.....  | 5  |
| II.2.1.Incorporation de profils en acier.....  | 5  |
| II.2.2.Collage d'éléments préfabriqués.....  | 6  |
| II.2.3.Addition d'armatures en acier sans augmentation de la section en béton.....         | 6  |
| II.2.3.1.Introduction.....   | 6  |
| II.2.3.2.Elimination des zones dégradées.....  | 7  |
| II.2.3.3.Remplacement des armatures fortement corrodées.....                               | 8  |
| II.2.3.4.Protection des armatures.....   | 8  |
| II.2.3.5.Etape de la réfection des bétons.....   | 9  |
| II.2.3.6.Précautions particulières à prendre.....  | 9  |
| II.2.4.Augmentation de la section en béton avec ou sans addition d'armatures en acier..... | 11 |
| II.2.4.1.Préambule.....  | 11 |
| II.2.4.2.Description des méthodes.....   | 11 |
| II.2.4.2.1.Projection par voie sèche.....  | 11 |
| II.2.4.2.2.Projection par voie mouillée.....   | 12 |
| II.2.4.2.3.Choix du procédé.....   | 14 |
| II.2.5.Méthode d'adjonction de matériaux composites.....                                   | 15 |
| II.2.5.1.Introduction.....   | 15 |
| II.2.5.2.Définition.....   | 15 |
| II.2.5.3.Renforts.....   | 16 |
| II.2.5.3.1 Fibres minérales ou organiques.....   | 16 |
| II.2.5.3.2 Architecture de renforcement.....   | 18 |
| II.2.5.3.3. Interfaces.....  | 18 |
| II.2.5.4.Matrices.....   | 19 |
| II.2.5.4.1.Résines thermodurcissables (TD).....  | 19 |
| II.2.5.4.2.Résines thermoplastiques (TP).....  | 20 |

|  |           |
|--|-----------|
| <b>II.2.5.5.</b> Exécution.....  | <b>20</b> |
| <b>II.2.6.</b> Méthodes d'addition d'une précontrainte extérieure.....                       | <b>21</b> |
| <b>II.2.6.1.</b> Introduction.....   | <b>21</b> |
| <b>II.2.6.2.</b> Dispositions constructives.....   | <b>22</b> |
| <b>II.2.6.2.1.</b> Tracé des armatures de précontrainte additionnelle.....                   | <b>22</b> |
| <b>II.2.6.2.2.</b> Dispositifs d'ancrage et de déviation des armatures de Précontrainte..... | <b>23</b> |
| <b>II.2.6.2.3.</b> Injection des fissures.....   | <b>26</b> |
| <b>II.2.7.</b> Méthode d'adjonction des plats en acier.....                                  | <b>28</b> |

### **Chapitre III : Etat de l'art relatif au renforcement extérieur**

|   |           |
|---|-----------|
| <b>III.1.</b> Adhésifs structuraux.....   | <b>29</b> |
| <b>III.1.1.</b> Généralités.....  | <b>29</b> |
| <b>III.1.2.</b> Adhésifs utilisés en génie civil.....                                   | <b>29</b> |
| <b>III.1.3.</b> Préparation des surfaces en béton.....                                  | <b>29</b> |
| <b>III.1.3.1.</b> Introduction.....   | <b>29</b> |
| <b>III.1.3.2.</b> Traitement de surfaces du substrat.....                               | <b>30</b> |
| <b>III.1.3.2.1.</b> Traitements mécaniques .....  | <b>30</b> |
| <b>III.1.3.2.2.</b> Traitements chimiques.....  | <b>30</b> |
| <b>III. 1.4.</b> Renforcement par collage d'une plaque d'acier.....                     | <b>31</b> |
| <b>III.1.5.</b> Dimensionnement du renforcement extérieur par plaques d'acier.....      | <b>34</b> |
| <b>III.1.5.1.</b> Rappels sur le calcul du béton armé.....                              | <b>34</b> |
| <b>III.1.5.1.1.</b> Etats limites.....  | <b>34</b> |
| <b>III.1.5.1.2.</b> Dimensionnement en flexion à L' ELS .....                           | <b>35</b> |
| <b>III.1.5.1.3.</b> Dimensionnement en flexion à l'ELU.....                             | <b>36</b> |
| <b>III.1.6.</b> Lois de comportements.....  | <b>36</b> |
| <b>III.1.6.1</b> Béton.....   | <b>36</b> |
| <b>III.1.6.2</b> Aciers.....  | <b>37</b> |
| <b>III.1.7</b> Dimensionnement à la flexion du renforcement par plaque métallique ..... | <b>38</b> |
| <b>III.1.7.1</b> Vérification à l'ELU.....  | <b>38</b> |
| <b>III.1.7.2</b> Vérification à l'état limite de service.....                           | <b>40</b> |

**Chapitre IV:** Capacité flexionnelle des poutres en béton armé renforcées extérieurement par plaques métalliques selon le code : CP110

|   |    |
|---|----|
| IV1.Introduction.....   | 42 |
| IV.2. Etapes de calcul de la résistance flexionnelle d’une poutre en béton armé renforcée extérieurement par plaques métalliques .....  | 42 |
| IV.3 .Diagrammes « contraintes-déformations » de calcul pour aciers et béton, et principe de calcul à partir de l’équilibre des contraintes dans une section à l’ELU selon le code CP110..... | 43 |
| IV.3.1. Introduction.....   | 43 |
| IV.3.2. Etapes et équations de calcul de la capacité flexionnelle.....  | 44 |
| IV.4. sections de poutres prises dans le calcul théorique et propriétés de matériaux.....   | 46 |
| IV.5.Première partie d’étude paramétrique.....  | 48 |
| IV.5.1. Introduction.....   | 48 |
| IV.5.2. Les paramètres d’étude théorique.....   | 48 |
| IV.5.2.1.Le taux du renfort interne en acier tendu.....   | 48 |
| IV.5.2.2.Le taux du renfort interne en acier comprimés.....   | 55 |
| IV5.2.3. La valeur du rapport $\frac{d'}{d}$ .....  | 67 |
| IV.5.2.4.La nuance d’acier du renfort interne.....  | 74 |
| IV.5.2.5. La résistance caractéristique du béton en compression.....  | 83 |
| IV.6. Deuxième partie d’étude paramétrique.....   | 89 |
| IV.6.1. Variation simultanée de : $\rho_s$ et $\rho_p$ .....  | 89 |
| IV.6.2 .Variation simultanée de : $\rho'_s$ et $\rho_p$ .....   | 92 |

**Chapitre V :** Paramètres influents sur la charge de décollement de la plaque métallique

|   |     |
|---|-----|
| V.1. Analyse des contraintes dans le cas du cisaillement pur .....                  | 95  |
| V.1.1.Introduction.....   | 95  |
| V.1.2 .Equation différentielle de Volkersen.....                                    | 95  |
| V.1.3. Glissement $s_{lm}$ correspond à la contrainte de cisaillement maximale..... | 99  |
| V.1.4. Contrainte maximale de cisaillement.....                                     | 101 |
| V.2 .Rupture par décollement de la plaque métallique.....                           | 103 |
| V.2.1.Couplage des contraintes normales et du cisaillement.....                     | 103 |



|   |     |
|---|-----|
| V.2.1.1. Contraintes de cisaillement.....   | 103 |
| V.2.1.2. Distribution de la contrainte normale.....                                 | 112 |
| V.2.2. Rupture par décollement.....   | 116 |
| V.3 .Charge de décollement.....   | 118 |
| V.4. Paramètres influents sur la charge de décollement de la plaque métallique..... | 119 |
| V.4.1 .Spécimen de calcul théorique.....  | 119 |
| V.4.2. Influence de la longueur $l_0$ .....   | 120 |
| V.4.3. Influence de l'épaisseur de la plaque métallique.....                        | 123 |
| V.4.4 .Influence de la quantité de l'acier interne tendu .....                      | 125 |
| V.4.5. Influence de la largeur de la plaque métallique.....                         | 127 |
| V.4.6. Influence de la résistance à la traction du béton.....                       | 130 |

## **Chapitre V : Conclusions et perspectives**

|   |     |
|---|-----|
| VI.1. Conclusions.....  | 132 |
| VI.2. Perspectives.....   | 135 |
| Références bibliographique.....   | 137 |
| Annexe A : Programme de calcul de la capacité flexionnelle d'une poutre en béton armé renforcée extérieurement par plaques métalliques..... | 138 |

|   |    |
|---|----|
| Figure I.1. Vue d'ensemble schématique .....  | 4  |
| Figure II.1. Renforcement d'un immeuble par incorporation de profils en acier.....  | 5  |
| Figure II.2. Dégradation due à la corrosion.....  | 6  |
| Figure II.3. Traitement des armatures avec de l'inhibiteur de rouille.....  | 8  |
| Figures II.4 et II.5 : procédés et machine à sas de projection du béton.....  | 13 |
| Figure II.6: Projection du béton sèche.....   | 14 |
| Figure II.7: Principaux matériaux de renfort .....  | 16 |
| Figure II.8 : Application de la résine époxy.....   | 20 |
| Figure II.9 : Application des lamelles de CFRP et enlèvement du papier de protection.....                                 | 21 |
| Figure II.10 : Pont renforcé par précontrainte extérieure.....  | 21 |
| Figure II.11 : Tracés possibles et forces introduites.....  | 22 |
| Figure II.12 : Apparition de forces transversales.....  | 22 |
| Figure II.13: Massifs d'extrémités rapportés.....   | 23 |
| Figure II.14 : Construction d'un nouveau garde-grève.....   | 23 |
| Figure II.15 : Appui sur les entretoises existantes.....  | 24 |
| Figure II.16 : Disposition diverses de bossage.....   | 25 |
| Figure II.17 : Support de câbles et dispositif anti vibratoire.....   | 26 |
| Figure II.18 : Détection du moment de fissuration.....  | 27 |
| Figure II.19 : Renforcement d'une poutre par une plaque métallique.....   | 28 |
| Figure III.1. Influence de la rugosité des substrats sur l'ancrage mécanique.....   | 31 |
| Figure III.2 : poutre en béton armé renforcée à l'aide d'une plaque d'acier.....  | 32 |
| Figure III.3. Fissure provoquant l'arrachement du béton à l'extrémité.....  | 32 |
| Figure III.4 : Ancrage avec boulons.....  | 33 |
| Figure III.5 : Ancrage avec cornières d'acier profilées en L.....   | 33 |
| Figure III.6 : Diagramme expérimental et diagramme de calcul du béton.....  | 37 |
| Figure III.7 : Diagramme expérimental contrainte-déformation en traction simple et diagramme conventionnel de calcul..... | 38 |
| Figure III.8 : Concept des quatre pivots.....   | 38 |
| Figure III.9 Principe de calcul à partir de l'équilibre des forces dans une section.....                                  | 39 |
| Figure III.10 : Diagramme des déformations limites de la section.....   | 41 |
| Figure IV.1. Diagramme « contrainte-déformation » de calcul pour les aciers.....  | 43 |
| Figure IV.2 . Diagramme « contrainte-déformation » pour le béton en compression.....                                      | 43 |
| Figure IV.3. Principe de calcul à partir de l'équilibre des forces dans une section à l'ELU .....                         | 44 |

|   |           |
|---|-----------|
| Figure IV.4 : Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre de la série (S <sub>1</sub> ).....   | <b>49</b> |
| Figure IV.5 : Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre de la série (S <sub>2</sub> ).....   | <b>51</b> |
| Figure IV.6 : Influence du renfort externe par (PM) sur la capacité flexionnelle des sections des poutres de séries S <sub>1</sub> et S <sub>2</sub> .....  | <b>51</b> |
| Figure IV.7 : Influence du renfort externe par (PM) sur la capacité flexionnelle des sections des poutres simplement armées.....  | <b>52</b> |
| Figure IV.8 : Evolution du gain en capacité flexionnelle de la poutre de la série (S <sub>2</sub> ) par rapport à la poutre de la série (S <sub>1</sub> ).....  | <b>54</b> |
| Figure IV.9: Comparaison de l'évolution du GCF pour les poutres de séries S <sub>1</sub> et S <sub>3</sub> d'une part et les poutres de séries S <sub>3</sub> et S <sub>4</sub> d' autre part.....                        | <b>54</b> |
| Figure IV.10 : Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre simplement armée (de série S <sub>4</sub> ) renforcée extérieurement par (PM).....  | <b>56</b> |
| Figure IV.11: Evolution de la capacité flexionnelle des sections d'une poutre doublement armée (de série S <sub>14</sub> ) renforcée extérieurement par (PM).....   | <b>57</b> |
| Figure IV.12: Influence du renfort interne en acier comprimé sur la capacité flexionnelle des poutres renforcées extérieurement par (PM) avec un taux de 1.5% .....   | <b>57</b> |
| Figure IV.13: Evolution du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>14</sub> ) par rapport à une poutre de série (S <sub>4</sub> ).....  | <b>59</b> |
| Figure IV.14 : Evolution du gain en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>16</sub> ) par rapport à une poutre de série (S <sub>4</sub> ).....   | <b>60</b> |
| Figure IV.15 : Comparaison de l'évolution du gain (%) en capacité flexionnelle des poutres de séries (S <sub>14</sub> ),(S <sub>16</sub> ) et (S <sub>17</sub> ) par rapport à une poutre de série (S <sub>4</sub> )..... | <b>61</b> |
| Figure IV.16: Comparaison de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>3</sub> ) et une poutre de série (S <sub>5</sub> ).....   | <b>62</b> |
| Figure IV.17 : Comparaison du gain (%) en capacité flexionnelle de la poutre de série (S <sub>3</sub> ) par rapport à la poutre de série (S <sub>5</sub> ).....   | <b>63</b> |
| Figure IV.18 : Comparaison de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>11</sub> ) et une poutre de série (S <sub>25</sub> ).....  | <b>64</b> |
| Figure IV.19 : Comparaison du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de Série (S <sub>11</sub> ) et une poutre de série (S <sub>25</sub> ) .....  | <b>66</b> |
| Figure IV.20 : Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>10</sub> ).....  | <b>68</b> |
| Figure IV.21: Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>18</sub> ).....   | <b>69</b> |
| Figure IV.22 : Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>19</sub> ).....  | <b>71</b> |

|   |            |
|---|------------|
| Figure IV.23 : Influence du rapport $d'/d$ sur la capacité flexionnelle des poutres renforcées extérieurement par plaques métalliques.....  | <b>71</b>  |
| Figure IV.24: Comparaison du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>18</sub> ) par rapport à une poutre de série (S <sub>19</sub> ). .....                   | <b>73</b>  |
| Figure IV.25: Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>20</sub> ).....   | <b>75</b>  |
| Figure IV.26: Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre de série(S <sub>8</sub> ).....   | <b>76</b>  |
| Figure IV.27 : Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>21</sub> ).....  | <b>78</b>  |
| Figure IV.28:Influence de la nuance de l'acier de renfort interne sur la capacité flexionnelle des poutres renforcées extérieurement par (PM) avec un taux de 1.5%.....               | <b>79</b>  |
| Figure IV.29 : Comparaison du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>8</sub> ) par rapport à une poutre de série (S <sub>20</sub> ).....                     | <b>81</b>  |
| Figure IV.30: Comparaison du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>21</sub> ) par rapport à une poutre de série (S <sub>20</sub> ).....                     | <b>82</b>  |
| Figure IV.31: Comparaison du gain (%) en capacité flexionnelle des poutres de séries (S <sub>8</sub> ) et (S <sub>21</sub> ) par rapport à la poutre de série (S <sub>20</sub> )..... | <b>82</b>  |
| Figure IV.32: Evolution du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>22</sub> ).....  | <b>84</b>  |
| Figure IV.33: Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>23</sub> ).....   | <b>85</b>  |
| Figure IV.34: Influence de la résistance caractéristique du béton en compression sur la capacité flexionnelle des poutres renforcées extérieurement par (PM).....                     | <b>86</b>  |
| Figure IV.35 : Evolution du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>23</sub> ) par rapport à une poutre de série (S <sub>22</sub> ).....                      | <b>87</b>  |
| Figure IV.36: Evolution du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>24</sub> ) par rapport à une poutre de série (S <sub>22</sub> ).....                       | <b>88</b>  |
| Figure IV.37: Surface des résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>27</sub> ) renforcée extérieurement par (PM).....                            | <b>91</b>  |
| Figure IV.38 : Surface des résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>28</sub> ) renforcée extérieurement par (PM).....                           | <b>93</b>  |
| Figure V.1 : Élément infinitésimal d'une poutre renforcée par plaque métallique.....  | <b>95</b>  |
| Figure V.2 : partie infinitésimale d'une couche d'adhésive soumise au cisaillement pur.....   | <b>98</b>  |
| Figure V.3 : Fonction linéaire.....   | <b>98</b>  |
| Figure V.4 : Déformation due au cisaillement d'un matériau élastique et isotrope.....   | <b>99</b>  |
| Figure V.5 : Composition de poutre renforcée de calcul .....  | <b>100</b> |
| Figure V.6 : Critère de rupture de Mohr-Coulomb.....  | <b>102</b> |
| Figure V.7 : Cercle de Mohr pour le cisaillement pur .....  | <b>103</b> |
| Figure V.8 : Partie infinitésimale d'une poutre renforcée extérieurement par (PM).....  | <b>104</b> |

|  |            |
|--|------------|
| Figure V.9 : Poutre renforcée par plaque métallique.....   | <b>107</b> |
| Figure V.10 : Définition de $l_s$ .....  | <b>110</b> |
| Figure VI.11 : Distribution de la contrainte normale et de cisaillement<br>à l'extrémité de la (PM).....   | <b>111</b> |
| Figure V.12: Distribution de la contrainte normale d'une partie infinitésimale<br>d'une poutre en béton renforcée par plaques métalliques.....                   | <b>113</b> |
| Figure V.13 : Critère de rupture de Mohr-Coulomb.....  | <b>117</b> |
| Figure V.14 : Spécimen de calcul théorique.....  | <b>119</b> |
| Figure V.15: Influence de la longueur $l_0$ sur la charge de décollement de la plaque métallique<br>( $b_p= 80$ mm).....   | <b>122</b> |
| Figure V.16 : Influence de la longueur $l_0$ sur la contrainte normale maximale( $b_p= 80$ mm).....  | <b>123</b> |
| Figure V.17 : Influence de l'épaisseur de la plaque métallique sur la charge de décollement<br>de plaque ( $b_p = 80$ mm).....                                   | <b>125</b> |
| Figure VI.18 : Influence du diamètre de l'acier interne tendu<br>(2 barres , $b_p=80$ mm , $l_0= 100$ mm).....   | <b>127</b> |
| Figure V.19 : Influence de la largeur de la plaque métallique sur la charge de décollement<br>( $l_0 = 100$ mm, section constante de la plaque métallique) ..... | <b>129</b> |
| Figure V.20: Influence de la résistance à la traction du béton sur la charge de décollement<br>de la plaque métallique ( $l_0= 100$ mm, $b_p= 80$ mm).....       | <b>131</b> |

|  |    |
|--|----|
| Tableau II.1. Avantages et inconvénients des deux méthodes de projection.....  | 14 |
| Tableau II.2 : Caractéristiques moyennes des principales fibres de renforts.....   | 18 |
| Tableau IV.1 : séries de sections de poutres prises dans le calcul théorique .....   | 47 |
| Tableau IV.2: Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>1</sub> )<br>en fonction de renfort interne en acier tendu .....                    | 49 |
| Tableau IV.3: Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>2</sub> )<br>en fonction du renfort interne en acier tendu.....                     | 50 |
| Tableau IV.4 : Abscisses des points de cassure .....   | 52 |
| Tableau IV.5 : Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle du poutre de série (S <sub>2</sub> ) par<br>rapport à la poutre de série (S <sub>1</sub> ).....         | 53 |
| Tableau IV.6 : Résultats théoriques de la capacité flexionnelle des sections d'une poutre simplement<br>armée renforcée extérieurement par (PM) avec un taux de 1.5%.....        | 55 |
| Tableau IV.7 : Résultats théoriques de la capacité flexionnelle des sections d'une poutre doublement<br>armée (de série S <sub>14</sub> ) renforcée extérieurement par (PM)..... | 56 |
| Tableau IV.8 : Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>14</sub> )<br>par rapport à une poutre de série (S <sub>4</sub> ).....    | 58 |
| Tableau IV.9: Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>16</sub> )<br>par rapport à une poutre de série (S <sub>4</sub> ).....     | 59 |
| Tableau IV.10 : Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>17</sub> )<br>par rapport à une Poutre de série (S <sub>4</sub> ).....   | 60 |
| Tableau IV.11: Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle des poutres<br>de séries (S <sub>3</sub> ) et (S <sub>5</sub> ).....                                    | 63 |
| Tableau IV.12: Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>11</sub> )<br>et une poutre de série (S <sub>25</sub> ).....              | 65 |
| Tableau IV.13 : Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>10</sub> ).....   | 67 |
| Tableau IV.14 : Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>18</sub> ).....   | 69 |
| Tableau IV.15 : Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>19</sub> ).....   | 70 |
| Tableau IV.16 : Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>18</sub> )<br>par rapport à une poutre de série (S <sub>19</sub> ).....  | 72 |
| Tableau IV.17 : Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>20</sub> ).....   | 74 |
| Tableau IV.18: Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série(S <sub>8</sub> ).....  | 76 |
| Tableau IV.19 : Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>21</sub> ).....   | 77 |
| Tableau IV.20: Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S <sub>8</sub> )   |    |

|   |            |
|---|------------|
| par rapport à une poutre de série ( $S_{20}$ ).....   | <b>80</b>  |
| Tableau IV.21 : Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série ( $S_{21}$ )<br>par rapport à une poutre de série ( $S_{20}$ )..... | <b>81</b>  |
| Tableau IV.22: Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série ( $S_{22}$ ).....   | <b>83</b>  |
| Tableau IV.23 : Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série ( $S_{23}$ ).....  | <b>84</b>  |
| Tableau IV.24: Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série ( $S_{24}$ ).....   | <b>85</b>  |
| Tableau IV.25 : Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série ( $S_{23}$ ) par<br>rapport à une poutre de série ( $S_{22}$ ).....          | <b>87</b>  |
| Tableau IV.26 : Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série ( $S_{24}$ )<br>par rapport à une poutre de série ( $S_{22}$ )..... | <b>88</b>  |
| Tableau IV.27 : Résultats théorique de la capacité flexionnelle d'une poutre de série ( $S_{27}$ ).....   | <b>90</b>  |
| Tableau IV.28: Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série ( $S_{28}$ ) renforcée<br>extérieurement par plaques métalliques.....         | <b>92</b>  |
| Tableau V.1 : Les coefficients $a_1, a_2$ , et $a_3$ pour différents cas de charges.....  | <b>108</b> |
| Tableau V.2 : Propriétés géométriques et mécaniques des poutres renforcées par plaques<br>métalliques.....  | <b>120</b> |
| Tableau V.3 : Propriétés mécaniques de la résine époxyde utilisée dans le calcul théorique... ..  | <b>120</b> |
| Tableau V.4 :Influence de la longueur $l_0$ sur la charge de décollement de la plaque<br>métallique.....  | <b>121</b> |
| Tableau VI.5 : Influence de l'épaisseur $e_p$ sur la charge de décollement de la plaque<br>métallique.....  | <b>124</b> |
| Tableau V.6 : Influence de la quantité de l'acier interne tendu sur la charge de décollement de<br>La plaque métallique.....  | <b>126</b> |
| Tableau V.7 : Influence de la largeur du renfort externe sur la charge de décollement de la plaque<br>métallique.....   | <b>128</b> |
| Tableau V.8 : Influence de la résistance à la traction de béton sur la charge de décollement de la<br>plaque métallique.....  | <b>130</b> |

**Liste des notations :****Unité**

|  |                      |
|--|----------------------|
| $E_p$ : Module d'young de la plaque métallique.....  | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $\varepsilon_p$ : Déformation de la plaque métallique.....                                     | (-)                  |
| $\varepsilon_{pu}$ : Déformation de la plaque métallique à l'ELU.....                          | (-)                  |
| $\varepsilon_{pu,d}$ : Déformation de calcul ultime de la plaque métallique.....               | (-)                  |
| $\varepsilon_0$ : Déformation de la fibre inférieure avant renforcement.....                   | (-)                  |
| $\varepsilon_1$ : Déformation de la fibre inférieure après renforcement.....                   | (-)                  |
| $f_p$ : Contrainte en traction de la plaque métallique.....                                    | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $F_p$ : Effort repris par la plaque métallique .....   | (KN)                 |
| $f_{p,yd}$ : Contrainte de calcul à la limite élastique de la plaque métallique à l'ELU.....   | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $\sigma_p$ : Contrainte en traction de la plaque métallique à l'ELS.....                       | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $\sigma_{plim}$ : Contrainte limite dans la plaque métallique à l'ELS.....                     | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $E_b$ : Module d'young du béton .....  | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $\varepsilon_b$ : Déformation du béton .....   | (-)                  |
| $\varepsilon_{bc}$ : Déformation unitaire dans le béton à la position donné.....               | (-)                  |
| $\varepsilon_{bu}$ : Déformation ultime du béton en compression .....                          | (-)                  |
| $\varepsilon'_{bc}$ : Déformation unitaire des fibres extrêmes comprimées .....                | (-)                  |
| $f_{c28}$ : Résistance du béton à la compression à 28j.....                                    | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $f_{tj}$ : Résistance du béton à la traction à j jour.....                                     | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $f_{t28}$ : Résistance du béton à la traction à 28j .....                                      | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $f_{bc}$ : Contrainte à la compression du béton à l'ELU.....                                   | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $\sigma_b$ : Contrainte à la compression du béton à l' ELS .....                               | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $\sigma_{bc}$ : Contrainte de compression du béton.....  | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $\sigma_{bt}$ : Contrainte de traction du béton.....   | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $M_{ser}$ : Moment de calcul de service.....   | (KN.m)               |
| $\sigma'_{bc}$ : Contrainte maximale du béton sur la fibre extrême comprimée.....              | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $I_{tr}$ : Moment d'inertie de la section réduite homogène par rapport à la fibre neutre ..... | (mm <sup>4</sup> )   |
| $\sigma_{blim}$ : Contrainte limite dans le béton à l'ELS .....                                | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $E_s$ : Module d' young de l'acier.....  | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $f_e$ : Limite élastique de l'acier.....   | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $f_{y,d}$ : Contrainte de calcul à la limite élastique de l'acier.....                         | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $f_{su}$ : Contrainte de traction dans l'acier de renfort interne à l'ELU.....                 | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $F_{su}$ : Effort repris par les aciers tendus (internes).....                                 | (KN)                 |
| $f_{pu}$ : Contrainte de traction dans la plaque métallique à l'ELU .....                      | (N/mm <sup>2</sup> ) |



|   |                           |
|---|---------------------------|
| $F_{pu}$ : Effort repris par la plaque métallique à l'ELU .....                       | <b>(KN)</b>               |
| $F_{bu}$ : Effort de compression repris par le béton à l'ELU.....                     | <b>(KN)</b>               |
| $\sigma_{slim}$ : Contrainte limite dans l'acier à l'ELS.....                         | <b>(N/mm<sup>2</sup>)</b> |
| $\epsilon_s$ : Déformation élastique de l'acier.....                                  | <b>(-)</b>                |
| $\epsilon_{su}$ : Déformation ultime de l'acier .....                                 | <b>(-)</b>                |
| $\gamma_s$ : Coefficient partiel de sécurité sur l'acier.....                         | <b>(-)</b>                |
| $\gamma_b$ : Coefficient partiel de sécurité sur le béton.....                        | <b>(-)</b>                |
| $\gamma_p$ : Coefficient partiel de sécurité sur la plaque métallique à l'ELS .....   | <b>(-)</b>                |
| $\gamma_{pu}$ : Coefficient partiel de sécurité sur la plaque métallique à l'ELU..... | <b>(-)</b>                |
| $n_s$ : Coefficient d'équivalence béton-acier.....                                    | <b>(-)</b>                |
| $n_p$ : Coefficient d'équivalence béton-plaque métallique.....                        | <b>(-)</b>                |
| $b$ : Largeur de la section de poutre.....  | <b>(mm)</b>               |
| $d$ : Distance entre les aciers tendus et la fibre supérieure de la poutre .....      | <b>(mm)</b>               |
| $h$ : Hauteur de la section de poutre.....  | <b>(mm)</b>               |
| $d'$ : Epaisseur d'enrobage des aciers.....   | <b>(mm)</b>               |
| $b_p$ : Largeur de la plaque métallique.....  | <b>(mm)</b>               |
| $e_p$ : Epaisseur de la plaque métallique .....                                       | <b>(mm)</b>               |
| $A_s$ : Aire de la section d'aciers tendue .....                                      | <b>(mm<sup>2</sup>)</b>   |
| $\rho_s$ : Taux de renfort interne en acier tendu .....                               | <b>(-)</b>                |
| $\rho_p$ : Taux de renfort externe en plaques métalliques.....                        | <b>(-)</b>                |
| $\rho'_s$ : Taux de renfort interne en acier comprimé.....                            | <b>(-)</b>                |
| $A'_s$ : Aire de la section d'aciers comprimée .....                                  | <b>(mm<sup>2</sup>)</b>   |
| $A_p$ : Aire de la section de la plaque métallique.....                               | <b>(mm<sup>2</sup>)</b>   |
| $Y$ : Position de l'axe neutre.....   | <b>(mm)</b>               |
| $M$ : Moment fléchissant .....  | <b>(KN.m)</b>             |
| $M_u$ : Moment ultime .....   | <b>(KN.m)</b>             |
| $M_{bu}$ : Moment résistant du béton .....  | <b>(KN.m)</b>             |
| $M_A$ : Moment repris par les aciers tendus .....                                     | <b>(KN.m)</b>             |
| $M_P$ : Moment repris par la plaque métallique.....                                   | <b>(KN.m)</b>             |
| $Z_s$ : Bras de leviers des aciers tendus.....  | <b>(mm)</b>               |
| $Z_p$ : Bras de levier de la plaque métallique .....                                  | <b>(mm)</b>               |
| $a_1$ : Paramètre décrit la distribution de la charge .....                           | <b>(N/mm)</b>             |
| $a_2$ : Paramètre décrit la distribution de la charge .....                           | <b>(N)</b>                |
| $a_3$ : Paramètre décrit la distribution de la charge .....                           | <b>(N.mm)</b>             |

|   |                           |
|---|---------------------------|
| $b_1$ : Paramètre dans la solution de l'équation différentielle du cisaillement.....  | <b>(N/mm<sup>4</sup>)</b> |
| $b_2$ : Paramètre dans la solution de l'équation différentielle du cisaillement .....                                       | <b>(N/mm<sup>3</sup>)</b> |
| $b_3$ : Paramètre dans la solution de l'équation différentielle du cisaillement .....                                       | <b>(N/mm<sup>2</sup>)</b> |
| $f_{ck}$ : Résistance caractéristique du béton en compression.....  | <b>(N/mm<sup>2</sup>)</b> |
| $h_{ref}$ : Epaisseur de référence du béton.....  | <b>(mm)</b>               |
| $h_g$ : Epaisseur de la couche d'adhésive .....   | <b>(mm)</b>               |
| $l_0$ : Longueur de l'extrémité de la plaque métallique à l'appui de la poutre.....   | <b>(mm)</b>               |
| $l_s$ : Longueur la ou l'effort tranchant change de signe .....   | <b>(mm)</b>               |
| $p$ : Distribution de la charge.....  | <b>(N)</b>                |
| $q$ : Distribution de la charge.....  | <b>(N/mm)</b>             |
| $s_1$ : Glissement entre béton et plaque métallique.....  | <b>(mm)</b>               |
| $u$ : Déplacement dans la direction longitudinale.....  | <b>(mm)</b>               |
| $u_b$ : Déplacement du béton dans la direction longitudinale .....  | <b>(mm)</b>               |
| $u_p$ : Déplacement de la plaque métallique dans la direction longitudinale .....   | <b>(mm)</b>               |
| $v$ : Déplacement dans la direction vertical/transversale .....   | <b>(mm)</b>               |
| $v_b$ : Déplacement du béton dans la direction verticale/transversale .....   | <b>(mm)</b>               |
| $v_p$ : Déplacement de la plaque dans la direction verticale/transversale.....  | <b>(mm)</b>               |
| $\bar{y}_b$ : Distance du centre de gravité de la section transformée à la fibre inférieure de la section du<br>béton ..... | <b>(mm)</b>               |
| $A$ : Paramètre dans la solution de l'équation différentielle .....   | <b>(N/mm<sup>2</sup>)</b> |
| $B$ : Paramètre dans la solution de l'équation différentielle.....  | <b>(N/mm<sup>2</sup>)</b> |
| $C$ : Paramètre dans la solution de l'équation différentielle .....   | <b>(N/mm<sup>2</sup>)</b> |
| $D$ : Paramètre dans la solution de l'équation différentielle .....   | <b>(N/mm<sup>2</sup>)</b> |
| $I_b$ : Moment d'inertie de la section du béton .....   | <b>(mm<sup>4</sup>)</b>   |
| $I_p$ : Moment d'inertie de la section de la plaque métallique .....  | <b>(mm<sup>4</sup>)</b>   |
| $k_n$ : Paramètre dans la solution de l'équation différentielle .....   | <b>(N/mm<sup>3</sup>)</b> |
| $M_b$ : Moment fléchissant dans la section du béton.....  | <b>(KN.m)</b>             |
| $P_{del}$ : Charge de décollement .....   | <b>(KN)</b>               |
| $S$ : Moment statique de la plaque métallique par rapport à l'axe neutre .....  | <b>(mm<sup>3</sup>)</b>   |
| $T$ : Effort tranchant.....   | <b>(KN)</b>               |
| $\beta$ : Paramètre dans la solution de l'équation différentielle.....  | <b>(1/mm)</b>             |
| $\gamma_g$ : Angle de glissement dans la couche d'adhésive.....   | <b>(-)</b>                |
| $\varepsilon_g$ : Déformation de la couche d'adhésive.....  | <b>(-)</b>                |
| $\nu$ : Coefficient de poisson .....  | <b>(-)</b>                |

|  |                      |
|--|----------------------|
| $\nu_p$ : Coefficient de poisson de la plaque métallique.....                                  | (-)                  |
| $\sigma_n$ : Contrainte normale entre béton et plaque métallique .....                         | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $\sigma_{Nav}$ : Contrainte normale de Navier .....  | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $\tau_{lm}$ : Contrainte maximale de cisaillement entre béton et plaque métallique .....       | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $\tau_{jour}$ : Contrainte de cisaillement de Jourawski .....                                  | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $\tau_{anc}$ : Contrainte de cisaillement d'ancrage.....                                       | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $\tau_{lmax}$ : Contrainte maximale de cisaillement à l'extrémité de la plaque métallique..... | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $\omega$ : Paramètre dans la solution de l'équation différentielle.....                        | (1/mm)               |

Liste des notations (CP110)

|   |                      |
|---|----------------------|
| $F_s$ : Effort repris par les aciers tendus.....                                  | (KN)                 |
| $F'_s$ : Effort repris par les aciers comprimés .....                             | (KN)                 |
| $F_p$ : Effort repris par la plaque métallique.....                               | (KN)                 |
| $f_s$ : Contrainte dans les aciers tendus .....                                   | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $f'_s$ : Contrainte dans les aciers comprimés .....                               | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $f_p$ : Contrainte de traction dans la plaque métalliques.....                    | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $x$ : Profondeur de l'axe neutre.....   | (mm)                 |
| $f_{cu}$ : Résistance caractéristique du béton en compression.....                | (N/mm <sup>2</sup> ) |
| $M_u$ : Moment ultime .....   | (KN.m)               |
| $\epsilon_s$ : Déformation unitaire de l'acier tendu .....                        | (-)                  |
| $\epsilon'_s$ : Déformation unitaire de l'acier comprimé .....                    | (-)                  |
| $\epsilon_p$ : Déformation de la plaque métallique .....                          | (-)                  |
| $k_1$ : Coefficient de remplissage .....  | (-)                  |
| $k_2$ : Coefficient de positionnement .....                                       | (-)                  |
| $A'_s$ : Aire de la section d'aciers comprimée .....                              | (mm <sup>2</sup> )   |
| $A_s$ : Aire de la section d'aciers tendue .....                                  | (mm <sup>2</sup> )   |
| $A_p$ : Aire de la section de la plaque métallique .....                          | (mm <sup>2</sup> )   |
| $\rho'_s = \frac{A'_s}{b.d}$ : Taux de renfort interne en acier comprimé .....    | (-)                  |
| $\rho_s = \frac{A_s}{b.d}$ : Taux de renfort interne en acier tendu .....         | (-)                  |
| $\rho_p = \frac{A_p}{b.d}$ : Taux de renfort externe en plaques métalliques ..... | (-)                  |



# Chapitre I

---

## INTRODUCTION

### I.1.Introduction

Dans plusieurs pays et dans de nombreuses autres régions du monde, le problème majeur auquel font face toutes les structures en béton armé, en acier, et les infrastructures, particulièrement celles liées au réseau routier, est leur détérioration. L'Algérie à elle seule, possède un patrimoine de plus de 8000 ouvrages d'art, dont 55% routiers, avec plus du quart de ce nombre nécessitant des interventions de réparation et/ou de renforcement [2]. En effet, la dégradation des propriétés des matériaux qui les constituent, l'influence des intempéries et du climat, l'augmentation continue des charges de service, la conception inappropriée, les erreurs commises lors de la construction ou même une combinaison de ces facteurs accélèrent le vieillissement des structures.

Dans le but d'éviter les reconstructions, il est impératif de trouver des moyens efficaces pour réhabiliter et/ou renforcer les ouvrages existants. Le renforcement des structures en béton armé est l'une des méthodes curatives utilisées pour la réhabilitation des éléments structurels (poutres, poteaux, tabliers de pont,.....) afin d'assurer la sécurité et le prolongement de la durée de vie.

Différentes techniques de renforcement sont apparues, l'une des premières à être utilisée est le collage d'éléments d'acier sur les surfaces exposées aux sollicitations dues aux efforts de chargement. L'idée principale qui a guidé le dimensionnement des structures renforcées par des plaques d'acier a été émise par L'Hermite et Bresson dès [1967]. Saadatmanesh et Ehsani [1991] rapportent qu'en 1964, en Afrique du sud des poutres d'un bâtiment ont été renforcées par des plaques en acier. Depuis d'autres exemples sont apparues en Grande-Bretagne, en Suisse et au Japon.

Malgré que l'utilisation des plaques d'acier dans le renforcement extérieur présente quelques inconvénients, tels que :

- La sensibilité de l'acier à la corrosion, ce qui demande des mesures supplémentaires de protection en présence d'environnements hostiles
- Les longueurs limites des plaques d'acier à la livraison qui engendre des problèmes de joints, lors du collage sur les faces à renforcer
- La grande rigidité des plaques, qui impose une préparation parfaite de la surface de collage afin d'avoir une épaisseur uniforme de la colle, qui permettra un bon comportement du renforcement.

L'utilisation de l'acier comme matériau de renfort externe est envisagée dans de nombreux projets en raison de leurs nombreux avantages qui sont :

- ❖ Les propriétés et le comportement des structures acier-béton sont bien connues
- ❖ Simplicité dans la manipulation et l'application, et leur efficacité dans le renforcement
- ❖ La haute résistance à la traction et la grande rigidité mènent à une augmentation en la capacité flexionnelle et à une réduction des déformations
- ❖ Pouvoir également être utilisés en tant que renfort externe de cisaillement
- ❖ Coût moins élevé en comparaison avec la technique « FRP » (Fiber Reinforced Polymer)

Afin d'éviter les inconvénients liés à l'utilisation de l'acier comme matériau de renforcement, les matériaux composites, (PRF) sont alors apparus comme substitut potentiel à l'acier dans le domaine de du génie civil, particulièrement dans les nouvelles construction et en réhabilitation

Un matériau composite est constitué de deux éléments : une matrice et un renfort. Ce dernier se retrouve la plupart du temps sous forme de fibres et il permet le développement de la résistance mécanique du matériau .Quant à la matrice, faite de résines, elle unit les fibres et leur transmet les sollicitations. Elle permet aussi aux fibres de conserver leur disposition géométrique, tout en leur offrant une protection contre l'environnement.

Même si l'utilisation de l'acier comme matériau de renfort est envisagée dans ce mémoire, les matériaux composites sont préférés à l'acier en raison de leurs nombreux avantages. D'abord, leur masse volumique est cinq fois moindre que celle de l'acier [3]. De plus, selon le volume de fibres placées dans la matrice ou le type de fibres, le module élastique du composite varie et peut être ajusté en fonction des besoins, Il est également possible d'obtenir un matériau dont la résistance à la traction est très élevée .Et enfin, une propriété très intéressante est leur insensibilité à la corrosion.

Le principal inconvénient des matériaux composites demeure leur coût élevé .Ce désavantage peut toutefois être compensé, du moins en partie, par le fait qu'ils sont faciles à manipuler et à installer au chantier. De plus, grâce à leur résistance à la corrosion, les coûts liés à l'entretien de ces matériaux sont eux aussi diminués.

## **I.2.Nécessité d'un renfort**

Les causes qui conduisent à un renfort structurel sont aussi nombreuses que le nombre de structures elle mêmes, chaque cas devant être considéré comme un cas particulier.

Les plus fréquentes [3] sont:

## 1-Accroissement des charges qui sollicitent la structure

- changement d'usage de la structure (ex : bâtiment d'habitation réhabilité en centre commercial)
- Augmentation du niveau d'activité dans la structure (ex : anciens ponts soumis au trafic actuel).
- Installation de machinerie lourde dans les bâtiments industriels.

## 2-Défauts dans le projet ou dans l'exécution :

- Armature insuffisante ou mal placée,
- Mauvais matériaux,
- Dimensions insuffisantes des éléments structurels,

## 3-Rénovation des structures anciennes :

- Prise en compte de renforts par des sollicitation non considérées au moment du projet ou de la construction,(vibration ,actions sismiques et autres),
- Connaissance des insuffisances de la méthode de calcul utilisée lors de la conception, ainsi que des limitations (montrée par des structures calculées durant une époque ou période).
- Vieillesse des matériaux avec pertes des caractéristiques initiales ;

## 4-Changement de la forme de la structure :

- Suppression de poteaux, piliers, murs porteurs, élargissement de portées de calcul
- Ouverture de passage en dalles pour escaliers ou ascenseurs.

## 5-Dégâts dans la structure :

- Corrosion et diminution de la section des armatures dans le béton,
- Impact contre la structure,
- Incendies.

## 6-Nécessité d'améliorer les conditions en service :

- Diminuer les déformations et flèches,
- Réduire la contrainte des armatures,
- Diminuer l'ouverture des fissures.

L'augmentation de la capacité portante ou le changement de l'utilisation sont des exemples typiques des causes induites par les utilisateurs [4]. Aussi un mauvais entretien ou mauvaise protection par les utilisateurs mènent souvent aux travaux de réparation additionnels qui pourraient être effectués par le renforcement externe collé (Figure I.1).

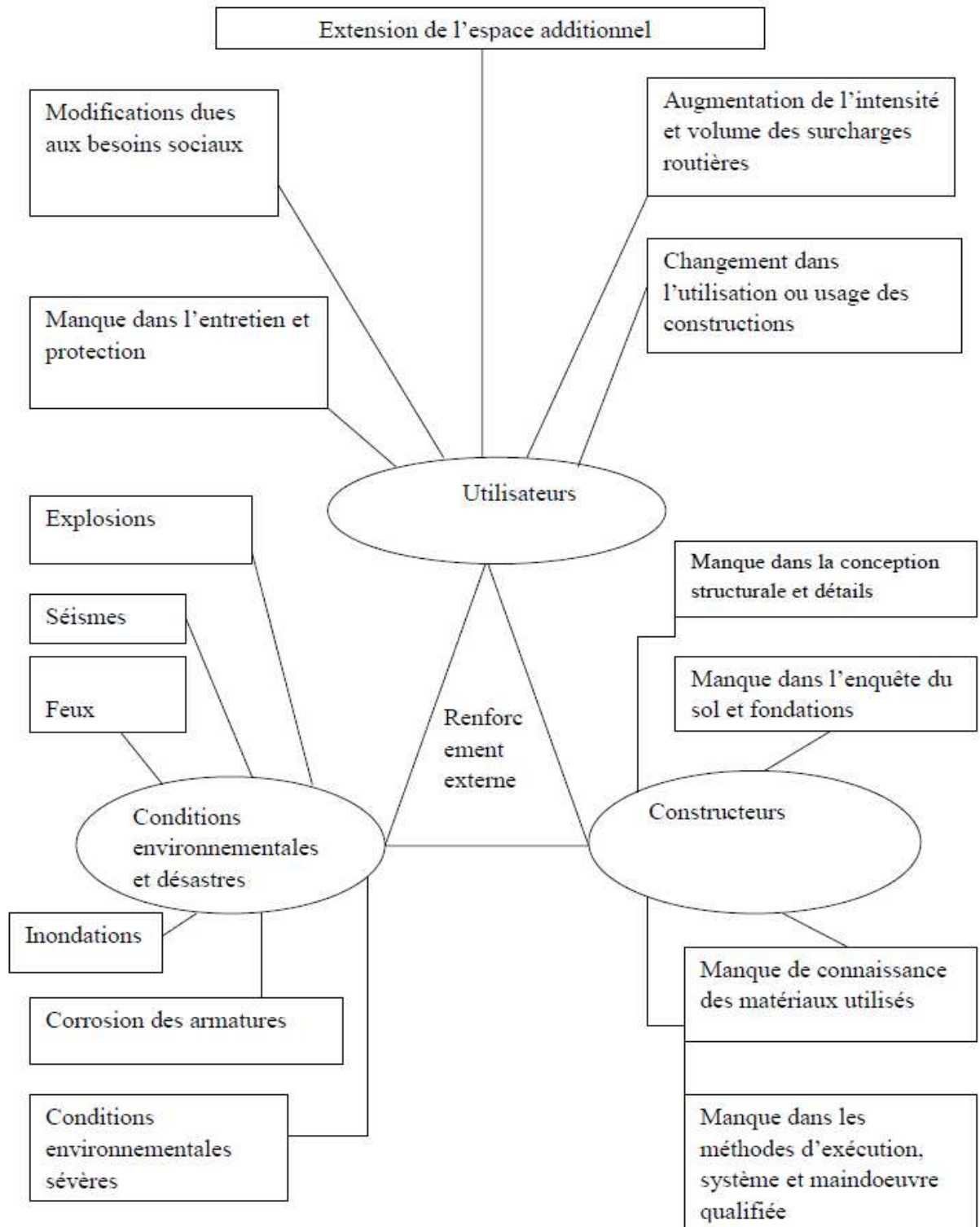


Figure I.1. Vue d'ensemble schématique



# Chapitre II

## TECHNIQUES ET SYSTEMES DE RENFORT DES STRUCTURES EN BETON

### II.1.Introduction

Bien qu'appelé « Pierre artificielle » le béton est un matériau vivant qui se modifie tout au long de sa vie utile. Il change car la structure dont il fait partie subit elle-même des changements. Ces changements proviennent soit de modifications ou de rénovations, soit d'une altération de sa capacité de support par un accroissement des charges [3]. Dans la plupart des cas, ils nécessitent un renfort. Le renforcement d'une structure en béton consiste à améliorer les caractéristiques mécaniques des éléments qui la composent, de manière à ce qu'elle offre une meilleure solidité aussi bien en état de service qu'en état de résistances ultimes. Ce chapitre présente les méthodes les plus utilisées dans le domaine de renforcement des structures dont le collage des plats en acier, qui est l'objectif de cette thèse, l'incorporation des profilés métalliques, l'addition de la précontrainte extérieure,..... ,et celle plus récente du renforcement à base d'adjonction de matériaux composites extérieurs .

### II.2.Méthodes de renforcement

Parmi les nombreuses procédures de renforcement des structures, les plus courantes sont :

#### II.2.1.Incorporation de profils en acier

Ce type de renforcement nécessite la construction d'une structure parallèle à celle déjà existante qui supporte les charges. Ce type de structure demande beaucoup d'espace, il est seulement viable pour de grands renforcements (figure II.1.)



Figure II.1.Renforcement d'un immeuble par incorporation de profils en acier

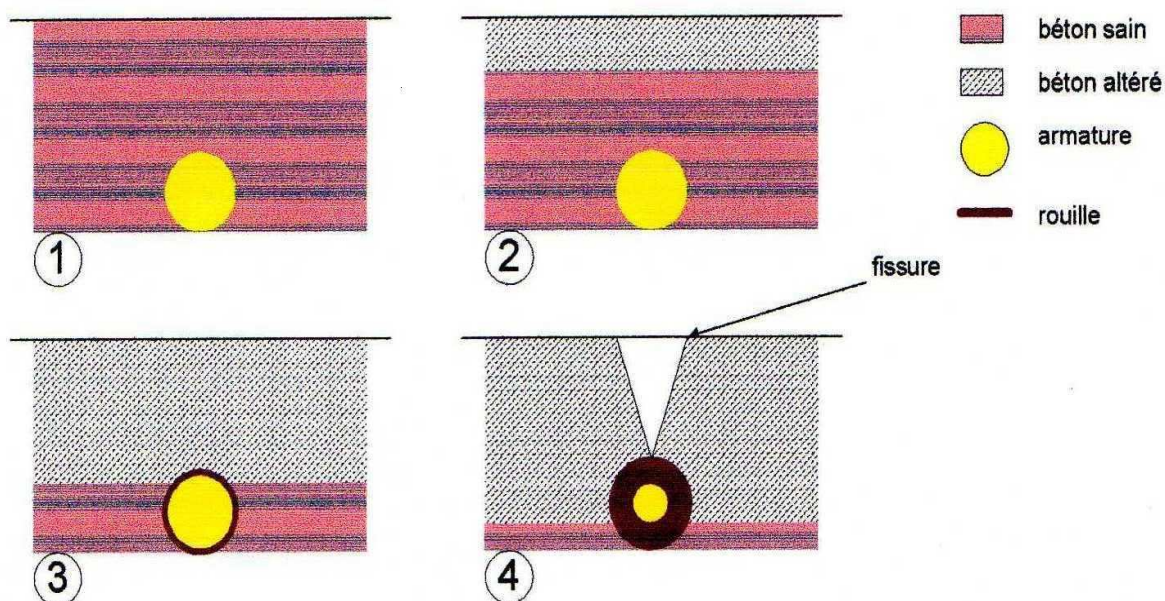
## II.2.2.Collage d'éléments préfabriqués

Cette méthode nécessite des ouvrages spéciaux associés.

## II.2.3.Addition d'armatures en acier sans augmentation de la section en béton :

### II.2.3.1.Introduction

En raison de sa basicité [5] ( $\text{pH} \approx 13$ ), le béton sain est un milieu naturellement protecteur pour les armatures autour desquelles se forme un film passif (solution solide  $\text{Fe}_3\text{O}_4\text{-Fe}_2\text{O}_3$ ) qui réduit la vitesse de corrosion à une valeur négligeable. Dans certaines conditions, comme la carbonatation du béton d'enrobage ou une teneur critique en chlorures, cet équilibre peut être rompu en entraînant une dépassivation de l'acier et l'amorçage d'un phénomène de corrosion. Dans le cas de la carbonatation, les armatures sont dépassivées par la diminution du pH aux environs de 9 occasionnée par la réaction entre les hydrates de la pâte de ciment et le  $\text{CO}_2$  atmosphérique. La dépassivation intervient aussi lorsque le front de carbonatation atteint les armatures. Dans le cas des chlorures, la dépassivation est initiée lorsqu'une teneur critique en chlorure arrive au niveau des armatures, (0.4% exprimée par rapport à la masse du ciment pour le cas des bétons armés, et de 0.1% dans le cas des bétons précontraints). La formation des oxydes et hydroxydes de fer, (rouille), s'effectue au dépens du métal d'origine, avec une augmentation de volume. Elle entraîne donc une réduction de la section efficace des armatures pouvant occasionner une diminution de la capacité portante des ouvrages ou parties d'ouvrages. Préalablement, les principaux désordres visibles correspondent à des fissures se développant le long des armatures, souvent associées à des désaffleurements, à des coulures de rouille à la surface du béton, et à des épaufrures (figure II.2).



Une attention particulière devra être apportée aux points suivants :

- l'apport de matériaux en surépaisseur peut modifier la section des éléments de la structure. Il est donc nécessaire de prendre en compte les charges qui en résultent ;
- l'enlèvement du béton dégradé ou pollué risque d'affaiblir ou de déséquilibrer la structure. L'entreprise doit mettre en œuvre un phasage précis. Le recours à un étaielement peut s'avérer nécessaire ;
- des remplacements d'armatures seront à envisager, selon des critères de décision (diamètre résiduel, longueur), décrits plus loin. L'objectif sera de rétablir la section d'origine. Des étapes essentielles sont à respecter, dont la préparation de la surface du support .

### **II.2.3.2.Élimination des zones dégradées**

Avant de réparer les zones dégradées (armatures apparentes, éclatement de béton, traces de rouille,... etc), les revêtements en place doivent être retirés, sur toute la surface, par un moyen mécanique ou chimique. Les produits de démolition doivent être mis en décharge ou recyclés, en conformité avec les textes réglementaires en vigueur sur la protection de l'environnement. Pour traiter les armatures corrodées, il convient de les dégager par burinage, repiquage ou bouchardage, jet d'eau ou sablage. Le dégarnissage doit être effectué jusqu'à ce qu'un acier sain apparaisse et la longueur de cet acier doit être dégagée sur toute sa périphérie, selon la norme NF P95.101 (un dégagement d'un minimum de 2cm derrière l'armature est conseillé)

Lorsque les armatures qui ne sont pas parallèles au parement sont corrodées à leurs extrémités le béton avoisinant doit être enlevé et les extrémités doivent être amputées de 2cm, pour rétablir un enrobage suffisant. La phase d'élimination de la zone sous corrosion, constitue l'une des tâches les plus délicates à réaliser. La bonne tenue dans le temps des réfections de parement, dépend directement de la qualité d'exécution de ces travaux. Il est impératif d'éliminer l'intégralité de cette altération, quelle soit foisonnante ou de surface, et ceci sur toute la périphérie de l'acier, par décapage et brossage soigné ou par des moyens mécaniques (sablage, hydrosablage, etc.). Cette opération doit être plus particulièrement soignée en milieu marin, car la rouille y est chargée de chlorures acides. Les surfaces de béton sont ensuite nettoyées, afin de faire disparaître toute poussière ou toute souillure, subsistant après l'élimination des bétons dégradés. Ce nettoyage peut être réalisé par voie humide ou sèche (brossage et soufflage), mais dans le cas du lavage à l'eau, celle-ci doit être éliminée par soufflage ou par aspiration [6] .

### II.2.3.3. Remplacement des armatures fortement corrodées

A cette étape des travaux, un contrôle du diamètre résiduel des armatures les plus fortement attaquées sera effectué (à l'aide d'un pied à coulisse par exemple).

Les armatures supplémentaires de même nature seront mises en place, par scellement ou soudure, afin de restituer la section initiale, avec une tolérance de 5%, en tenant compte des longueurs d'ancrage et de recouvrement, et des armatures de couture. Dans le cas de soudure, celles-ci devront être effectuées, selon les normes en vigueur après que la soudabilité de l'acier ait été vérifiée [6].

### II.2.3.4. Protection des armatures

La protection des armatures consiste à appliquer sur toute la surface de celles qui sont dégagées (périphérie complète), un produit assurant une protection vis-à-vis de la corrosion (figure II.3). Ce traitement n'est réellement nécessaire que si, pour des raisons techniques ou esthétiques, l'enrobage final ne peut pas avoir la valeur prévue dans les règlements (BAEL91, par exemple), pour un environnement donné. Il est également fonction de la nature du produit de reconstitution du parement. On devra également s'assurer de la compatibilité avec les traitements ultérieurs (électrique notamment). Cette application doit suivre immédiatement le décapage, car l'oxydation des armatures risque de s'amorcer et de compromettre la bonne tenue de la réparation [6].



Figure II.3. Traitement des armatures avec de l'inhibiteur de rouille

### **II.2.3.5. Etape de la réparation des bétons**

La réparation des bétons consiste à rétablir l'enrobage des armatures par la mise en œuvre de mortier. Ce dernier doit respecter les critères suivants [6] :

- de tenue verticale sans coffrage,
- de montée en résistance rapide et de résistance mécanique supérieure au béton support,
- d'adhérence supérieure ou égale à la cohésion du support,
- d'imperméabilité à l'eau et aux agents agressifs,
- de coefficient de dilatation thermique et de module d'élasticité dynamique équivalent au béton support,
- de bonne protection des aciers.

### **II.2.3.6. Précautions particulières à prendre**

D'une façon générale, une structure réparée se trouve de nouveau exposée aux conditions d'environnement, qui ont déjà créé la corrosion. Il faut donc s'assurer que les surfaces traitées ne vont pas engendrer de nouveaux désordres, notamment sur les zones adjacentes. Il est malheureusement souvent constaté que des réparations locales sont responsables de nouvelles pathologies :

- la zone réparée éclate, et les armatures se corrodent de nouveau ;
- les zones adjacentes se fissurent, et ce sont les armatures non réparées qui se corrodent.

Ainsi à proximité d'une réparation locale, la corrosion se caractérise par l'apparition possible de zones anodiques (dissolution) à bas potentiel et de zones cathodiques (acier protégé). Le couplage entre les surfaces se traduit par le passage d'un courant de corrosion sortant de la surface anodique. La préparation de la surface et la reconstitution du parement ont pour effet de modifier les conditions électrochimiques des armatures.

D'une façon générale, les zones réparées sont protégées d'une future corrosion. Toutefois :

- leur potentiel croît (l'armature se trouve progressivement de nouveau dans un état de passivité) ;
- de nouvelles anodes se créent autour de cette zone.

Des courants de corrosion vont se créer. La densité de courant, qui correspond à la vitesse de corrosion, sera d'autant plus importante que :

- la différence de potentiel est importante,
- les surfaces anodiques sont plus petites,
- la résistance électrique est plus faible (dépendant fortement de l'humidité et de la présence de sels),

- les polarisations à la fois des zones anodiques et cathodiques sont plus faibles. Ces polarisations dépendent essentiellement des conditions électrochimiques régnant à l'interface acier/béton. Dans la zone anodique, plus le milieu sera pollué par les chlorures ou rendu voisin de la neutralité par la carbonatation, plus faible sera cette polarisation et plus grand sera le courant de corrosion. L'étendue des surfaces touchées par les courants de corrosion dépend principalement de l'état d'humidité du béton pollué. En général la surface de cette zone ne dépasse pas quelques centimètres carrés. Au delà, c'est la corrosion « naturelle » qui est le mécanisme principal de la dégradation.

En fait plusieurs cas sont considérés

- a) la réparation est effectuée correctement : les zones adjacentes sont passivées (absence totale de carbonatation, de chlorures). Les risques d'amorçage et d'évolution de corrosion localisée sont faibles. La corrosion était due à un défaut local (enrobage, ou béton défaillant).
- b) la réparation est effectuée correctement : les surfaces adjacentes sont protégées (zones sans carbonatation ou à faible teneur en chlorures), mais ces deux agents agressifs atteindront les armatures dans un délai de quelques années.
- c) la réparation est effectuée correctement : les armatures sont exemptes de produit de corrosion, et elles sont protégées par l'alcalinité du produit de réparation (s'il est à base de ciment), ou par la résine (par l'effet isolant de celle-ci), mais les surfaces adjacentes sont en état de corrosion (c'est-à-dire que le béton y est carbonaté ou pollué par les chlorures).
- d) la réparation n'est pas effectuée correctement : c'est-à-dire que l'armature n'a pas été dégagée puis enrobée de produit de réparation. Dans les cas b,c,et d, les risques de corrosion sont importants, dans un délai difficile à déterminer mais pouvant être inférieur à dix (10) ans, après la réparation
- e) la réparation est effectuée à l'aide d'un mortier de résine, par principe non conducteur. Les mécanismes anode cathode ne peuvent s'appliquer. Toutefois, il apparaît à l'interface mortier de résine/armature/ancien béton un interstice, en cas de manque de continuité, dans lequel, la corrosion s'amorce par aération différentielle, puis des modifications chimiques se créent, en absence d'alcalinité (béton carbonaté), ou en présence de chlorures. Dans l'interstice, le milieu devient rapidement acide du fait de l'hydrolyse des produits de corrosion, et l'attaque progresse rapidement. Ainsi il ne faut pas négliger plusieurs points essentiels dans les phases de la réparation :
  - le diagnostic
  - la préparation de surface de l'armature, si des traces de produits de corrosion subsistent, risque de participer à l'amorçage de corrosions
  - la liaison produit de réparation-béton ancien, qui risque d'engendrer des interstices responsables d'amorçage de corrosions localisées [6].

## **II.2.4. Augmentation de la section en béton avec ou sans addition d'armatures en acier**

### **II.2.4.1. Préambule**

La technique du béton projeté est assez ancienne. Les premières applications remontent en effet à 1907, aux Etats unis. En France, cette technique fut utilisée pour la première fois lors des travaux du tunnel ferroviaire de Puymorens (1921).

Actuellement, deux méthodes de projection sont appliquées concurremment :

- la projection par voie sèche, selon un principe qui n'a pas varié depuis les premières applications
- la projection par voie mouillée, méthode apparue vers le milieu du XX<sup>ème</sup> siècle.

### **II.2.4.2. Description des méthodes**

#### **II.2.4.2.1. Projection par voie sèche**

Dans la projection par voie sèche (figure II.6), la machine propulse sur des distances parfois très importantes (jusqu'à 500 m horizontalement ou 100 m verticalement), le mélange de ciment, granulats et éventuellement adjuvants en poudre, par la conduite d'amenée, jusqu'à la lance de projection [7].

L'eau nécessaire, ainsi que des adjuvants liquides éventuels, sont introduits :

- soit, dans la méthode traditionnelle, directement à la lance au moment de la projection (voir schéma de principe, figure II.4)
- soit, dans la variante du pré-mouillage, un peu avant la lance, à une distance pouvant varier de deux à quelques dizaines de centimètres de celle-ci.

La vitesse des éléments du mélange à la sortie de la lance est de l'ordre de 100m/s. Elle décroît plus rapidement pour les éléments de faible masse (eau, fine, ciment) que pour les gros granulats. Il se forme alors sur la surface d'application une fine couche de pâte formée par l'eau et le ciment, qui retient instantanément les granulats fins, mais sur laquelle les gros granulats commencent par rebondir.

Au fur et à mesure de son épaissement, cette couche est « martelée » par les gros granulats qu'elle finit par retenir. Les avantages sont :

- ❖ un serrage énergétique dû à la grande vitesse de projection
- ❖ une bonne adhérence due à la richesse en ciment dans la zone au contact de la surface d'application ;
- ❖ un risque de fissuration limité par la diminution de teneur en ciment de la couche externe au voisinage du parement fini.

Du fait de l'enrichissement en ciment au voisinage de la surface d'application, le dosage initial en ciment peut être limité. Toutefois, la norme préconise de ne pas descendre au-dessous de  $280\text{kg/m}^3$  de ciment de classe 32.5. Il faut viser une résistance caractéristique  $f_{c28} \geq 25$  MPa. Des fuseaux granulométriques du mélange granulats-ciment pour la projection par voie sèche, mais également pour la projection par voie mouillée, sont donnés, à titre indicatif, dans la norme NF P 95-102.

#### **II.2.4.2.2. Projection par voie mouillée**

Dans la projection par voie mouillée, la machine propulse le mélange ciment, granulats, eau sans accélérateur de prise préalablement gâché selon les procédés traditionnels.

Deux techniques peuvent être utilisées :

- ❖ La voie mouillée à flux dilué : l'air comprimé introduit dans la machine propulse par sa détente le mélange dans la conduite tout en aérant. Le mélange se trouve ainsi en suspension dans le flux d'air. Une addition complémentaire d'air comprimé à la lance est généralement nécessaire ;
- ❖ La voie mouillée à flux dense : la propulsion du mélange est assurée par une pompe à béton. la conduite ne reçoit pas d'air. L'air comprimé n'est introduit qu'à l'entrée de la lance, de même, éventuellement, grâce à des dispositifs spéciaux, que les adjuvants accélérateurs de prise.

Les vitesses de transport (inférieure à  $1\text{m/s}$ ) et de projection sont nettement plus faibles que dans le cas précédent. Le mélange ayant sa composition définitive au passage de la lance et les pertes de béton par rebond ayant le dosage du béton définitif, il n'y a pas de surdosage dans la zone de contact avec la surface d'application.

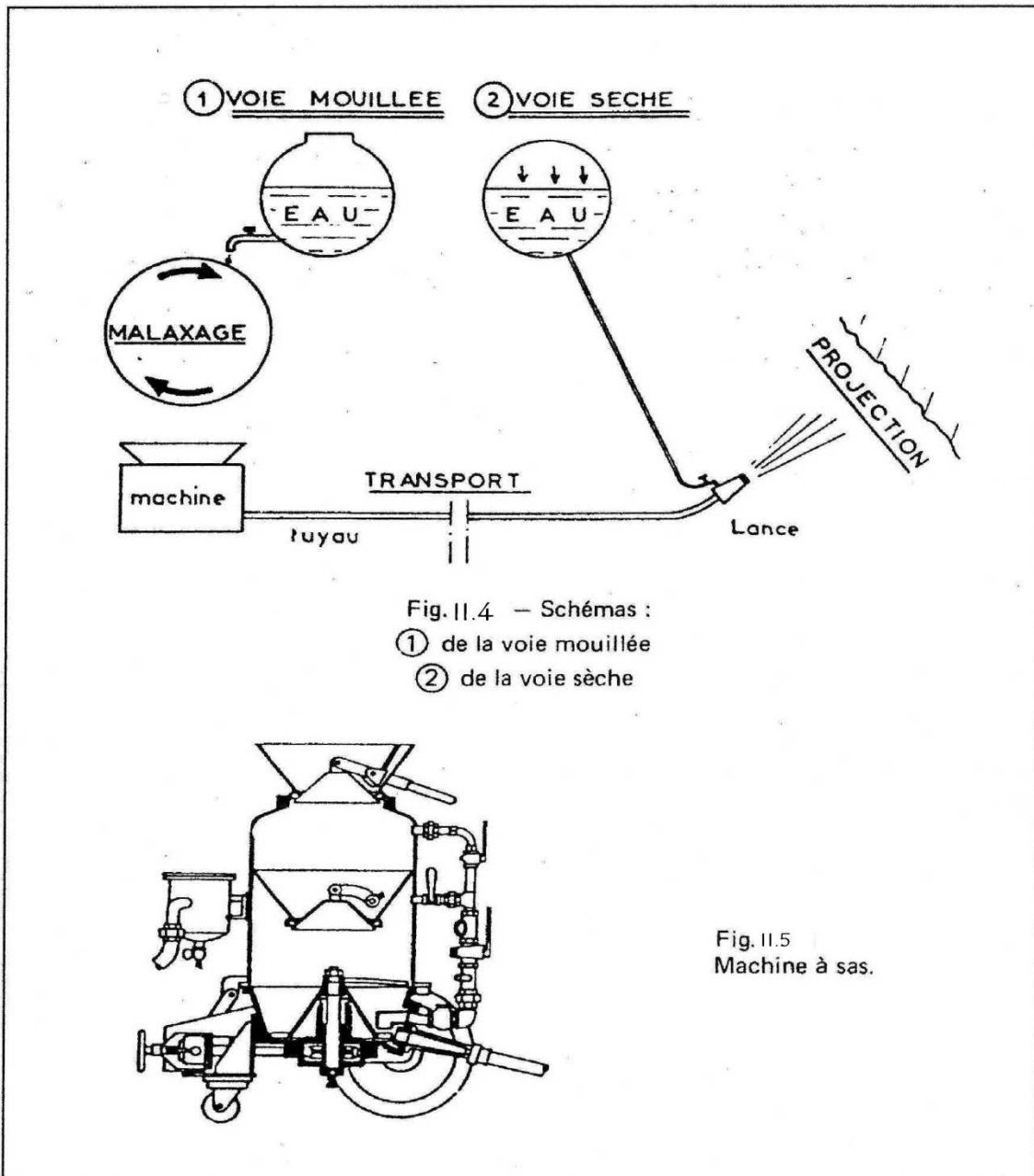
La fabrication du béton est identique à celle du béton traditionnel, mais pour obtenir des performances mécaniques équivalentes à celles d'un béton projeté par voie sèche, il est nécessaire d'augmenter le dosage indiqué en II.2.4.2.1. L'emploi d'adjuvants permet d'obtenir la maniabilité désirée, avec un dosage en eau aussi faible que possible. En flux dense, une consistance correspondant à un affaissement au cône de  $12\text{cm}$  est couramment admise.

Deux types de machines à projeter assurant le soufflage du mélange ciment-granulats dans le flexible de transport sont couramment utilisées dans ces deux méthodes [7] :

- les machines à sas (figure II.5) qui permettent un fonctionnement continu et une régularité du débit



- les machines à rotor, cylindre à axe vertical percé d'alvéoles sur sa périphérie, dont le débit est fonction de la vitesse de rotation du rotor et de la capacité des alvéoles recevant le mélange ciment-granulats.



Figures II.4 et II.5 : procédés et machine à sas du projection du béton



Figure II.6 : Projection du béton par voie sèche

### II.2.4.2.3.Choix du procédé

Les critères du choix résultent des avantages et inconvénients respectifs des deux procédés (voir : tableau II.1), qui, sont les suivants :

| Voie sèche  | Voie mouillée  |
|---|--|
| <p><b>Avantages</b></p> <p>-Possibilité d'utiliser :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• des granulats de grande dimension (15 à 20mm)</li> <li>• un dosage relativement faible en ciment,</li> <li>• un faible rapport E/C</li> </ul> <p>-Grande vitesse de projection assurant :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• un compactage énergétique de la couche projetée (réduction du retrait),</li> <li>• la pénétration à grande profondeur à l'intérieur des fissures, joints ou anfractuosités</li> </ul> <p>-Possibilité de projeter même en plafond sans accélérateur de prise ni durcisseur</p> <p><b>Inconvénients</b></p> <p>-pertes importantes par rebondissement.</p> <p>-production de poussières</p> | <p><b>Avantages</b></p> <p>-Composition uniforme de la couche projetée</p> <p>-pertes limitées par la faible vitesse du jet</p> <p>-pas de rebondissement violent.</p> <p>-pas de production de poussières</p><br><p><b>Inconvénients</b></p> <p>-Dosage en eau et en ciment plus élevés qu'en voie sèche pour assurer la plasticité nécessaire.</p> <p>-Compactage faible.</p> <p>-Nécessité d'utiliser en général des adjuvants (fluidifiant et accélérateur de prise)</p> |

Tableau II.1.Avantages et inconvénients des deux méthodes de projection [7]

## **II.2.5.Méthode d'adjonction de matériaux composites**

### **II.2.5.1.Introduction**

Le renforcement des structures en béton armé est apparu depuis une quarantaine d'années déjà. Elle consiste à coller des plaques d'acier sur les surfaces en tension. Le principal problème d'ordre technologique concerne le poids propre des tôles et leur rigidité dans le cas d'utilisation de cette technique de renforcement qui rendent difficiles les conditions d'application in situ. Par ailleurs, la sensibilité de l'acier face à la corrosion demande une protection et un entretien soigné de la surface. Ces contraintes ont été éliminées grâce à une nouvelle technique de renforcement ou/et réparation apparue au Japon dès 1990 : le collage de feuillets composites en remplacement des tôles métalliques.

### **II.2.5.2.Définition**

Un matériau composite est, par définition, tout alliage ou matière première comportant un renfort sous forme filamentaire. Il nécessite l'association intime d'au moins deux composants non miscibles : le renfort et la matrice, qui doivent être compatibles entre eux et se solidariser, ce qui introduit la notion d'un agent de liaison, l'interface. Contrairement aux matières premières classiques dont on connaît à l'avance les caractéristiques mécaniques, celles des composites ne sont réellement connues qu'après fabrication, car on réalise, en même temps, le matériau et le produit.

Actuellement, les composés à matrice organique représentent plus de 90% des matériaux composites ; toutefois, il existe également des composites à matrice inorganique (métallique ou céramique) dont la diffusion reste encore marginale.

Les matériaux composites, tels qu'ils sont définis dans le cadre de cette étude, ont été volontairement limités à ceux constitués par :

- une matrice organique, résine thermoplastique (TP) ou thermodurcissable (TD),
- une structure de renfort constituée de fibres, qui peuvent être de verre, de carbone, d'aramide ou de fibres naturelles (lin, chanvre, sisal).

Ces deux constituants principaux reçoivent des additifs ou charges nécessaire pour assurer une adhérence suffisante entre le renfort fibreux et la matrice. Ils permettent également de modifier l'aspect ou les caractéristiques de la matrice à laquelle sont ajoutés : pigments de coloration, agents anti-UV, charges ignifugeantes, isolation thermique ou acoustique [8].

Ces composés organiques constituent une branche de famille des matériaux de synthèse à laquelle ils se rattachent par la prépondérance de l'élément polymérique, la résine, qui constitue la matrice.

Dans le cadre retenu pour cette étude, on distingue, généralement, deux grandes familles :

- les composites de grande diffusion (GD),
- les composites hautes performances (HP).

### II.2.5.3. Renforts

Les renforts contribuent à améliorer la résistance mécanique et la rigidité des matériaux composites et se présentent sous forme filamentaire (plusieurs milliers de filaments), allant de la particule de forme allongée à la fibre continue qui donne au matériau un effet directif [8]. Ils sont caractérisés par :

- la nature de la fibre, minérale ou organique (figure II.7),
- l'architecture du renfort.

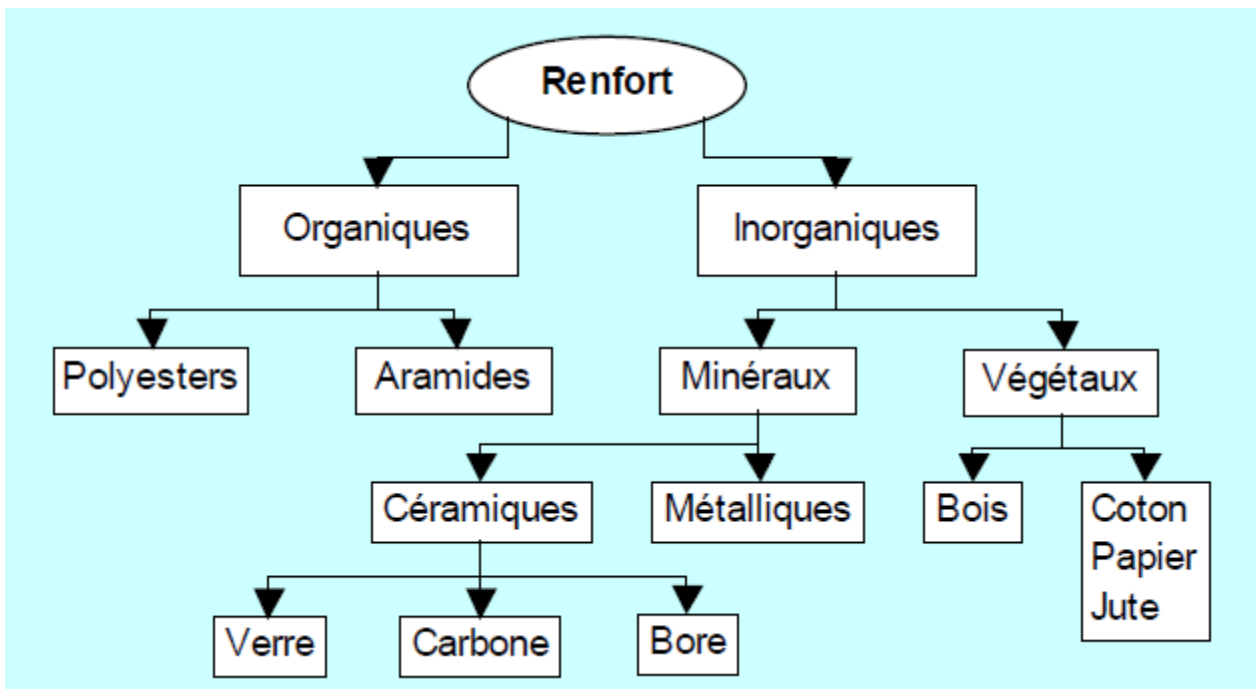


Figure II.7. Principaux matériaux de renfort [8]

#### II.2.5.3.1. Fibres minérales ou organiques

1- Les fibres de verre sont obtenues à partir de silice et d'additifs [8]. Le verre est coulé en fusion à 1250 °C à travers une filière en platine-rhodium ; après refroidissement, les filaments sont étirés pour obtenir des fibres continues. Suivant les applications auxquelles elles sont destinées, les fibres de verre sont réparties en trois qualités :

- fibres E pour les composites grande diffusion (GD) ;

- fibres D pour les applications dans la construction électrique ;
- fibres R pour les composites hautes performances (HP).

Les fibres de verre constituent le principal renfort, utilisé dans plus de 95% des matériaux composites, et plus particulièrement pour les produits de grande diffusion (GD). Elles offrent :

- ❖ une bonne adhérence entre fibres et résines (matrice) ;
- ❖ de bonnes propriétés mécaniques, mais inférieures à celles de fibre de carbone ;
- ❖ des propriétés d'isolation électrique acceptables pour la plupart des applications.

L'utilisation des fibres de verre dans les composites est principalement limitée par :

- une rigidité insuffisante pour certaines applications ;
- un vieillissement accéléré au contact prolongé de l'eau, des rayonnements UV ou de températures élevées.

Les fibres de verre utilisées dans les composites ont un diamètre de l'ordre de 10 micromètre, nettement supérieur au diamètre critique (de l'ordre de 3 micromètres) pour que la fibre ne présente pas de risque respiratoire.

- 2- Les fibres de carbone destinées aux renforts de composites sont principalement utilisées pour les composites « hautes performances » en aéronautique, en construction industrielle et dans les sports et loisirs.

La production de fibres de carbone repose sur la maîtrise de la production des fibres acryliques, précurseurs traditionnels des fibres de carbone, de formule générique  $(\text{CH}_2\text{-CHCN})_n\text{-(CH}_2\text{-CXY)}_n$  (acrylonitrile+comonomère) par la voie classique du solvant, dite ex-pan. On opère par carbonisation de la fibre de polyacrylonitrile sous atmosphère neutre d'azote dans des fours à pyrolyse de façon à ne conserver que la chaîne carbonée.

Les fibres de carbone souffrent de handicap techniques qui limitent également leur utilisation pour certaines applications dans les composites :

- un allongement à la rupture insuffisant (inférieure à 2%) comparé à celui des fibres de verre et d'aramide (voir :tableau II.2)
- une caractérisation encore insuffisante pour permettre une conception fiable à prix modéré.

- 3- La fibre d'aramide sont issues de la chimie organique des polyamides aromatiques (ou polyaramide) par synthèse chimique à basse température ; ses propriétés différent des polyamides aliphatiques classiques (type PA 6-6, dit « Nylon ») ; on la nomme souvent « Kevlar », qui est la marque de son créateur. Les composites renforcés de fibres d'aramide

offrent une bonne stabilité en température (jusqu'à 200°C en fonction de la matrice) mais souffrent d'une adhérence moyenne entre matrice et fibre.

| Type de renfort | Diamètre mono filament<br>( $\mu$ ) | Masse spécifique<br>(kg/dm <sup>3</sup> ) | Résistance     |                      | Module<br>d'allongement |             |
|-----------------|-------------------------------------|---|----------------|----------------------|-------------------------|-------------|
|                 |                                     |   | Traction (Gpa) | Compression<br>(Gpa) | Elasticité (Gpa)        | Rupture (%) |
| Verre E         | 10 à 20                             | 2,6                                       | 2,5            | 1 à 1,2              | 72                      | 4,5         |
| Verre R         |                                     | 2,5                                       | 3,5            |                      | 85                      | 5,2         |
| Carbone HR      | 6 à 7                               | 1,8                                       | 3 à 4          | 1,1 - 1,8            | 230-250                 | 1,3         |
| Carbone HM      |                                     | 1,9                                       | 2,7            |                      | 400-500                 | 0,5         |
| Aramide         | 12                                  | 1,45                                      | 2,8 à 3        | 0,3 - 0,5            | 120-130                 | 2,5         |

**Tableau II.2. Caractéristiques moyennes des principales fibres de renforts [8]**

### II.2.5.3.2. Architecture de renforcement

Afin d'améliorer les caractéristiques mécaniques des structures en composites, il est nécessaire de jouer sur la texture des renforts (leur architecture) pour créer une charpente résistante adaptée aux contraintes mécaniques. En fonction des propriétés recherchées, on rencontre plusieurs architectures de renforcements [8] :

- unidirectionnelle : les fibres parallèles peuvent se présenter sous deux formes :
  - sans liaison particulière (roving) ;
  - reliées par un fil (nappes).
- multidirectionnelle aléatoire :
  - fibres coupées et broyées, sans arrangement particulier ;
  - feutre de fibres agglomérées par un liant : le mat peut être à fibres courtes (longueur inférieure à 50 mm), sans orientation particulière ou à fibres continues.
- orientée : le tissu comporte des fils de chaîne ou de trame (fibres bidirectionnelles) ; suivant le mode de croisement de la trame et de la chaîne, le tissu sera une toile, un sergé ou un satin.

### II.2.5.3.3. Interfaces

L'utilisation d'une couche d'interface (sizing) permet la compatibilité entre le renfort et la matrice. Les fibres destinées à la fabrication des composites reçoivent un apprêt spécifique

comportant un agent collant qui permet de coller les filaments pour en faire des fils et assure, en outre, des lubrifications (pour le protéger contre l'abrasion du au frottement entre fibres).

#### II.2.5.4. Matrices

La matrice [8] a pour rôle de :

- ❖ lier les fibres de renfort,
- ❖ répartir les contraintes,
- ❖ apporter la tenue chimique de la structure,
- ❖ donne la forme désirée au produit final.

Les deux types de résines qui sont, actuellement, utilisées présentent des propriétés foncièrement différentes :

- des résines thermodurcissables (TD) qui sont, en général, associées avec des fibres longues. Les polymères thermodurcissables ont la forme d'un réseau tridimensionnel ; au cours de la polymérisation, ce réseau se pont (double liaison de polymérisation) et durcit de façon définitive lors du chauffage selon la forme souhaitée. La transformation est irréversible.
- L'emploi des polymères thermoplastiques (TP), renforcés avec des fibres courtes se développe fortement. Les polymères thermoplastiques ont une structure linéaire, ils sont mis en forme par chauffage (les chaînes se plient), et durcissent au cours de refroidissement (les chaînes se bloquent). La transformation est réversible.

##### II.2.5.4.1. Résines thermodurcissables (TD)

Les thermodurcissables principalement utilisées actuellement [8] sont :

- ❖ les polyesters insaturés : ce sont les résines les plus utilisées dans les applications (GD). Elles se présentent sous la forme d'une solution polyacide+ polyalcool qui se rigidifient sous l'action d'un catalyseur et de l'action de la chaleur. Elles présentent le grand défaut d'émettre des vapeurs de styrène au cours de la polymérisation et d'être difficile à stocker.
- ❖ les vinylesters : ce sont des variantes des polyesters obtenues à partir d'acide acrylique. Elles ont une bonne tenue à la fatigue et un bon comportement à la corrosion mais sont combustibles.
- ❖ les résines époxy (ou époxydes) constituent la résine type des composites (HP).
- ❖ les résines phénoliques sont obtenues par la polycondensation du phénol et du formol ; elles présentent une très bonne tenue au feu, sans fumée ( d'où leur utilisation dans le ferroviaire). Elles sont fragiles, sensibles à l'humidité, difficiles à mettre en œuvre.
- ❖ les polyuréthanes ont une faible viscosité qui facilite un bon remplissage du moule.

#### II.2.5.4.2. Résines thermoplastiques (TP)

Les thermoplastiques (TP) présentent à l'état vierge de bonnes caractéristiques mécaniques [8]. Un renforcement de fibres courtes leur confère une tenue mécanique et thermique améliorée et une bonne stabilité dimensionnelle.

Les principales résines thermoplastiques utilisées dans les composites sont :

- ❖ les polyamides
- ❖ les polytéréphtalates éthyliniques et butyléniques
- ❖ les polycarbonates
- ❖ les polyoxides de phénylène
- ❖ les polypropylènes.

#### II.2.5.5 : Exécution

On applique l'adhésif époxy en couche de 1mm sur la surface déjà préparée ainsi que sur la face supérieure des lamelles de PRF, préalablement traitées en usine pour avoir la rugosité adéquate, et qui doivent également être propres (figure II.8).

Dans le délai du temps d'application de la résine, les lamelles seront posées à l'aide d'un rouleau pour exercer une pression (figure II.9). L'excès de résine doit être nettoyé. Il est recommandé d'encreur les lamelles dans un béton sain et de disposer de la longueur nécessaire. Mis à part le matériau utilisé, cette technique de renforcement est analogue à celle d'adjonction des platines en acier [3].

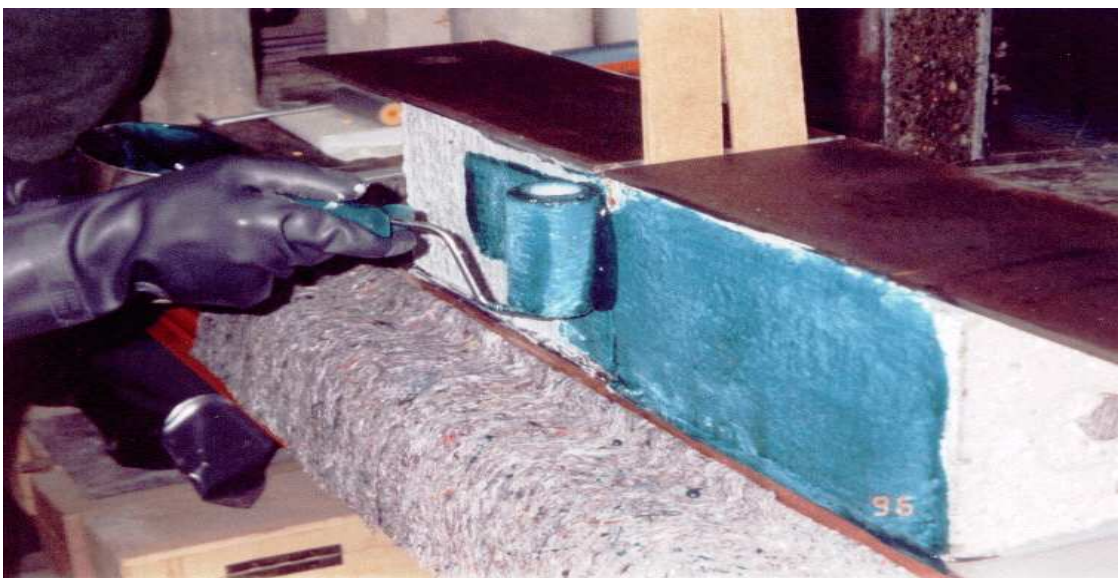


Figure II.8 : Application de la résine époxy





**Figure II.9 : Application des lamelles de CFRP (à gauche) et enlèvement du papier de protection(à droite)**

## **II.2.6.Méthode d'addition d'une précontrainte extérieure**

### **II.2.6.1.Introduction**

L'utilisation de la précontrainte extérieure dans la construction des ponts routes connaît depuis quelques années un essor spectaculaire dans certains pays tels que la France, les USA et l'Allemagne (figure II.10). Dans certains d'autres, comme la Suisse, la précontrainte extérieure a principalement été utilisée pour le renforcement d'ouvrages existants [9]. La précontrainte extérieure apparaît donc comme une solution intéressante aussi bien pour les constructions neuves que pour le renforcement d'ouvrages existants.



**Figure II.10 : Pont renforcé par précontrainte extérieure**

## II.2.6.2. Dispositions constructives

### II.2.6.2.1. Tracé des armatures de précontrainte additionnelle

Les tracés des armatures de précontrainte additionnelle peuvent être :

- rectilignes
- polygonaux

Le tracé rectiligne, simple et facile à mettre en œuvre, est d'un faible rendement et améliore peu la résistance au cisaillement.

Le tracé polygonal est plus efficace que le précédent mais il exige la construction des déviateurs qui ont l'inconvénient d'augmenter les pertes par frottement lors de la mise en tension de l'armature. Dans le cas de tracé rectiligne, les efforts complémentaires appliqués à la structure sont introduits seulement aux extrémités de l'armature. ( $F_p$  : force de précontrainte). Dans le cas de tracé polygonal, les efforts complémentaires sont introduits aux extrémités des unités mais aussi en certains points de leur tracé au niveau de chaque déviateur [10] ( $F_d$  : force de déviation) (figure II.11)

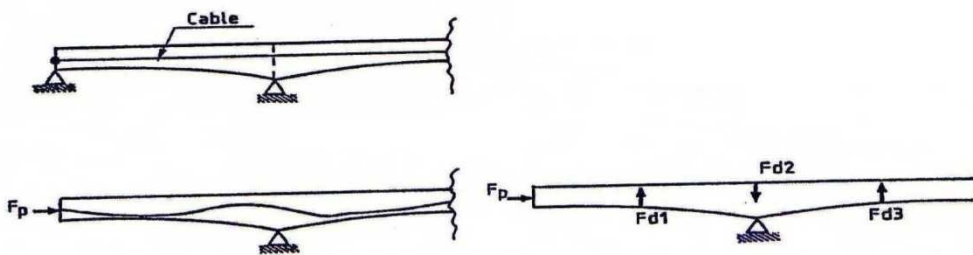


Figure II.11 : Tracés possibles et forces introduites [10]

En outre, il faut rappeler que l'introduction des forces concentrées implique l'apparition de sollicitations transversales (figure II.12). Ces sollicitations transversales doivent être reprises par un armaturage transversal convenable. Dans les poutres hyperstatiques, la précontrainte modifie également les réactions d'appui sans poids mort [10].

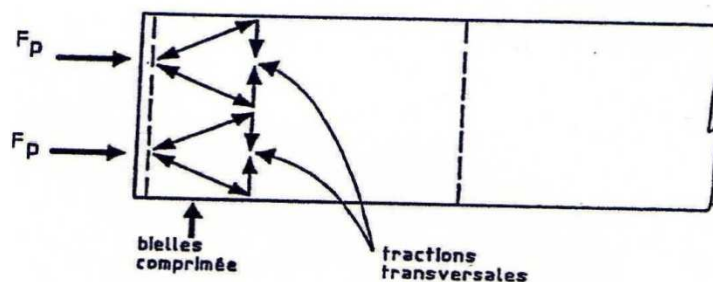


Figure II.12 : Apparition de forces transversales [10]

## II.2.6.2. Dispositifs d'ancrage et déviation des armatures de précontrainte

Chaque fois que cela est possible l'effort est appliqué sur la structure existante ; par exemple sur les entretoises d'extrémités ou les entretoises intermédiaires. Lorsque la structure ne peut supporter directement les efforts appliqués, les unités de précontrainte s'appuient sur des pièces rajoutées et solidarisées à la structure. Les dispositifs les plus courants sont de types suivants :

A : Massifs d'extrémités rapportés.

Ce dispositif consiste à placer une pièce massive à l'extrémité de l'ouvrage pour recevoir les ancrages des armatures longitudinales et reporter les efforts sur les âmes et les semelles des poutres de l'ouvrage (figure II.13). Cette technique présente l'avantage d'éviter les efforts concentrés importants sur la structure, elle est bien adaptée aux structures minces et peu ferraillées [10].

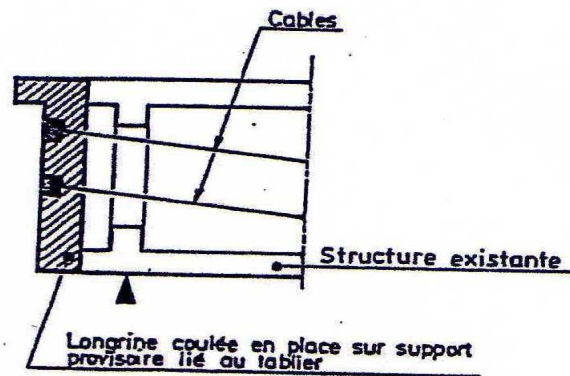


Figure II.13: Massifs d'extrémités rapportés [10]

Ce dispositif d'ancrage présente quelques inconvénients [10] dont on note :

- le prolongement parfois inutile des câbles dans les travées de rive ;
- la difficulté de réalisation, dans certains cas : culées creuses, interruption du trafic, tabliers très biais.... ;
- la construction d'un nouveau garde-grève (figure II.14).

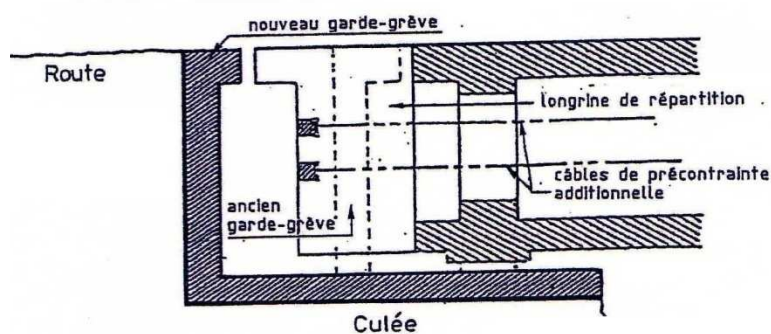


Figure II.14 : Construction d'un nouveau garde-grève [10]

## B : Appuis sur les entretoises existantes

Lorsque l'entretoise présente une résistance suffisante et qu'elle est notamment bien cousue aux âmes et aux hourdis, il est possible d'ancrer les armatures dans des blocs de béton fretté ou pièces métalliques reposant directement sur les entretoises (figure II. 15). Dans le cas d'insuffisance de couture, des renforcements peuvent être envisagés, par exemple par précontrainte transversale complémentaire [10].

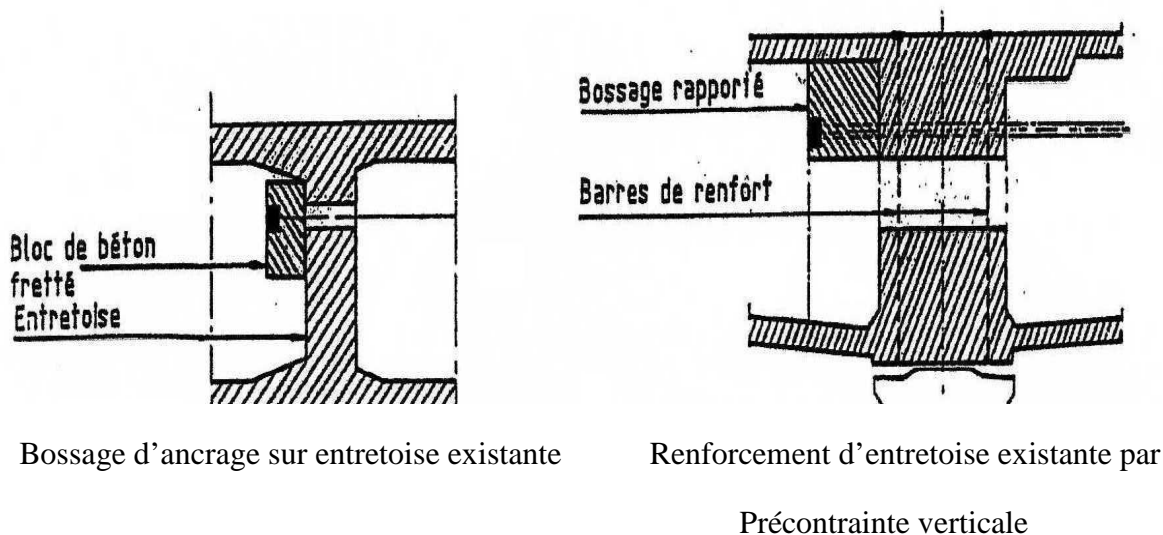
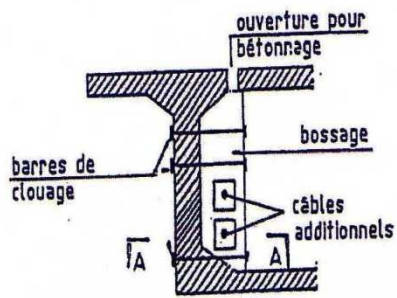


Figure II.15: Appui sur les entretoises existantes [10].

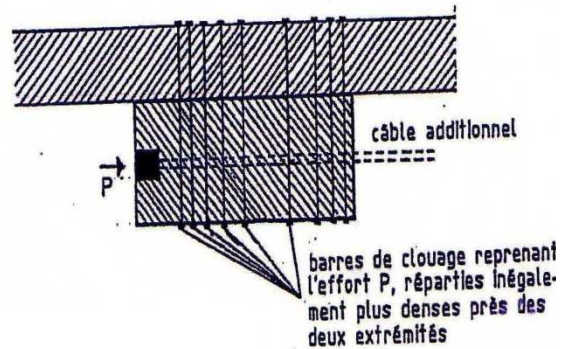
L'ancrage sur entretoises existantes implique de forer, au travers de l'entretoise, des trous permettant le passage des câbles additionnels, qui sont alors ancrés sur cette entretoise. Les techniques de carottage au diamant permettent de forer des trous de 80 mm de diamètre sur des longueurs de 2 à 3 m, avec une déviation de 1 à 2 cm par mètre. Avant de forer, il est nécessaire de faire une gammagraphie de manière à repérer la position exacte des armatures transversales éventuelles [10].

## C : Bossage d'ancrage.

Cette disposition consiste à greffer sur la structure existante des bossages en métal ou en béton armé, préfabriqués, sur lesquels sont ancrées les armatures de précontrainte (figure II .16). Ces bossages répartissent l'effort d'ancrage. Ils peuvent engendrer des efforts locaux importants notamment dus à la diffusion de la précontrainte. On doit chercher à placer les bossages le plus près possible des goussets [10].



Clouage du bossage sur l'âme  
(coupe verticale)



Clouage du bossage sur l'âme  
( coupe horizontale)

**Figure II.16 : Diverses dispositions de bossage [10].**

La réalisation de clouage à l'aide d'armatures ou tiges de très courte longueur transmettant des efforts qui doivent être largement supérieurs à l'effort développé par le câble longitudinal ancré (sécurité au glissement), est extrêmement délicate ; en effet, la moindre variation d'allongement entraîne des pertes excessives et peut provoquer des glissements dangereux et même des ruptures [10]. L'exécution correcte de bossage devra donc être fondée sur :

- la technologie permettant de réduire les pertes par défaut de calage des ancrages ;
- la distribution de l'effort d'ancrage sur la longueur totale du bossage ;
- le traitement de la surface de reprise entre bossage et structure existante ;
- la valeur du coefficient de frottement entre le mortier de calage et le bossage si celui-ci est métallique.

#### D : Déviateurs

Dans le cas d'un tracé polygonal, les câbles sont déviés aux sommets de leur tracé par des pièces spéciales, appelées déviateurs, qui permettent appui sur la structure et supportent donc les efforts de poussée au vide des câbles. Ces déviateurs sont exécutés en béton armé ou en métal et ils sont cloués à la structure existante de la même manière que les bossages. Les efforts de poussée au vide sont moins importants que les efforts d'ancrage, ce qui rend le clouage des déviateurs plus simple que celui des bossages [10].

E : Guidages.

Les câbles additionnels étant le plus souvent situés à l'extérieur du béton, il peut exister un risque d'instabilité élastique d'ensemble : le flambement. On prévient ce risque en disposant les câbles additionnels de manière symétrique et prévoyant des fixations transversales des câbles.

Des fixations transversales des câbles, moins résistants que les précédents, sont aussi utiles pour réduire la longueur libre des câbles entre points de fixation consécutifs et s'opposer au risque de mise en vibration des câbles (figure II.17) qui pourraient entrer en résonance si leur fréquence propre est proche de celle de la structure [10].

Ces mêmes dispositifs jouent aussi le rôle de support intermédiaire et éliminent la possibilité de fouettement en cas d'incident.

En générale la distance entre supports ne dépasse pas une quinzaine de mètres.

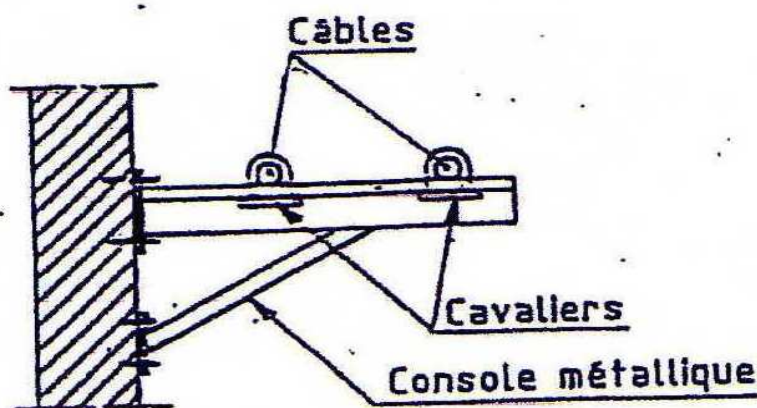


Figure II.17: Support de câbles et dispositif anti vibratoire [10]

### II.2.6.2.3 : Injection des fissures

L'injection des fissures éventuelles de la structure est une mesure sage avant une précontrainte additionnelle. Le rôle de l'injection est de bloquer le mouvement relatif éventuel des lèvres des fissures et d'éviter le transfert d'effort par des points durs [10]. Le produit d'injection doit donc assurer une bonne transmission des contraintes de compression. Le succès de l'injection dépend :

- ❖ du produit d'injection ;
- ❖ de la technique d'injection ;
- ❖ de la période d'exécution ( $T \geq 10^0\text{C}$ )

Il importe d'éviter la réouverture des fissures injectées, sous l'effet de gradients thermiques notamment, pendant le temps qui s'écoule entre l'injection et la mise en tension des câbles ; à cet effet, on peut envisager deux mesures :

- réduire les effets de l'ensoleillement ;
- compenser les variations d'ouverture par mise en place de charges provisoires à des endroits prédéterminés.

En dépit de ces précautions, la réussite de l'opération est incertaine parce que certaines fissures ont une ouverture trop faible pour être injectées (0.2 à 0.3mm). Dans ce dernier cas, il convient de négliger dans les calculs la participation à l'inertie de certaines zones fissurées.

La mise en tension des câbles additionnels doit suivre au plus tôt l'injection des fissures mais attendre le durcissement du produit injecté. Outre les contrôles habituels (quant à l'allongement des câbles et au coefficient de frottement notamment), il est utile de s'assurer de l'efficacité de la précontrainte dans les zones fissurées par des mesures extensométriques pratiquées au voisinage des fissures (figure II.18). Enfin, au cours d'essais de chargement, l'étude du fonctionnement de ces sections permet de s'assurer que la structure se comporte correctement [10].

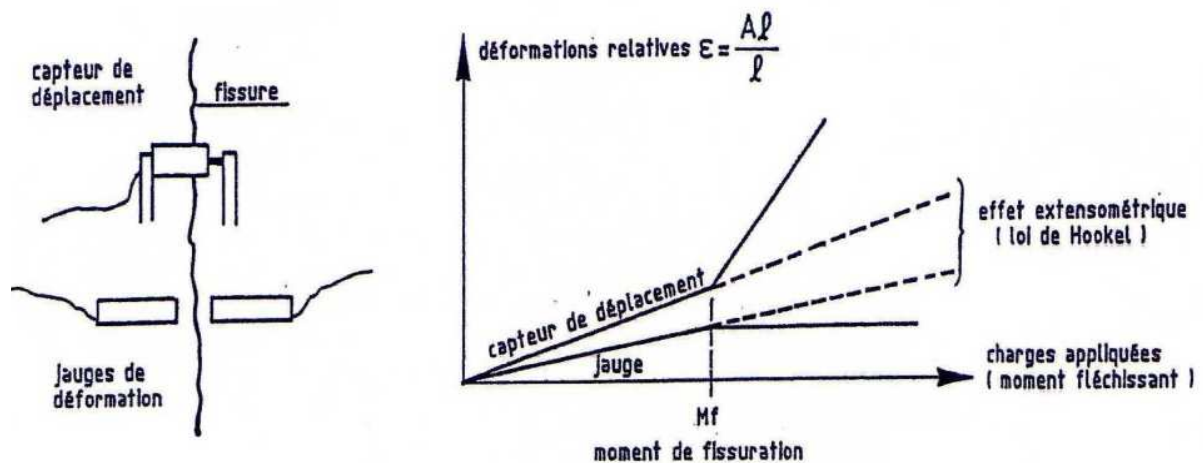


Figure II.18 : Détection du moment de fissuration [10]

## II.2.7 : Méthode d'adjonction des plats en acier

Un ouvrage de génie civil est dimensionné pour une durée de vie de cent ans en moyenne. Toutefois, plusieurs types de désordres viennent réduire cette durée de vie prévisionnelle et aujourd'hui, un ouvrage sur trois nécessite une maintenance pour assurer la sécurité des usagers.

La maintenance des ouvrages de génie civil consiste à les protéger en assurant une meilleure étanchéité ou en limitant la corrosion, à les réparer en cherchant à compenser les pertes de rigidité ou de résistance dues à la fissuration, à les renforcer en améliorant les performances et la durabilité des ouvrages [11]. C'est un problème de plus en plus préoccupant dans la mesure où le coût des ouvrages neufs est de plus en plus élevé et les conditions de réparation de plus en plus difficiles. Parmi les techniques disponibles, l'une des plus efficaces pour les désordres structurels est le renforcement ou/et la réparation de structures en béton armé dégradées, par placage extérieur en acier (figure II.19). Il s'agit du type de renfort le plus utilisé pour les dalles, les poutres en béton et les piliers en compression. L'union de la plaque métallique à la structure peut se faire par collage, vissage, rivetage ou ancrage.

Du point de vue de la transmission des efforts, la meilleure technique est celle du collage. L'adhésif n'apporte pas de résistance mécanique, mais il doit transmettre les efforts. Pour ce faire, il doit respecter certaines caractéristiques :

- ❖ manipulation facile ;
- ❖ longue durée entre sa mise en œuvre et celle du renfort ;
- ❖ bonne adhérence béton-acier (après durcissement) ;
- ❖ résistance à la température;
- ❖ bonne rhéologie ;
- ❖ dilatation similaire à celle du béton et de l'acier ;

Les plats en acier peuvent aussi être appliqués pour la reprise d'efforts tranchants, sur les faces latérales des poutres, afin de couvrir les fissures d'effort tranchant [3].



Figure II.19 : Renforcement d'une poutre par une plaque métallique .



# Chapitre III

---

## ETAT DE L'ART RELATIF AU RENFORCEMENT EXTERIEUR

### III.1 : Adhésifs structuraux

#### III.1.1 : Généralités

La notion de colle structurale est apparue dans les années 1940, en Grande-Bretagne et en Allemagne, lors de la mise au point des polyuréthanes et des colles phénoliques destinées aux assemblages métal/métal dans l'aéronautique. Leur science s'est depuis largement développée, permettant la mise au point d'adhésifs de plus en plus performants. Cependant, la nature et les propriétés fondamentales de ces polymères restent les mêmes [12].

#### III.1.2 : Adhésifs utilisés en génie civil

Les colles, quel que soit leur état (liquide, pâte ou bien film), sont constituées de polymères organiques [12] et appartiennent à l'une des trois catégories suivantes :

- ❖ les thermodurcissables, dont le réseau polymère possède une structure tridimensionnelle, ils présentent une rigidité élevée et de bonnes propriétés mécaniques
- ❖ les thermoplastiques, constitués de chaînes linéaires, qui présentent en général des propriétés mécaniques inférieures à celles des thermodurcissables,
- ❖ les élastomères, très souples et peu résistants, mais qui présentent une très forte adhésivité.

Dans les deux premières catégories, on trouve les grandes familles de résines utilisées en génie civil : Les époxydes, les polyuréthanes, les composés acryliques et les polyamides.

#### III.1.3 : Préparation des surfaces en béton

##### III.1.3.1 : Introduction

L'étude bibliographique sur les théories de l'adhésion a montré que l'ancrage mécanique lié à la pénétration de la colle dans les aspérités du substrat permet d'augmenter le niveau d'adhérence. Pour optimiser cette adhésion mécanique, il peut être intéressant :

- d'augmenter la rugosité du substrat pour favoriser l'accrochage de l'adhésif ;
- d'éliminer les couches de faible cohésion sur le substrat ;
- d'améliorer le mouillage du substrat par colle.

C'est pourquoi il est souvent nécessaire de recourir à des traitements de surfaces de substrats pour améliorer la qualité du collage. De nombreuses méthodes de préparation de surface sont disponibles (traitements chimiques, mécaniques, électrochimiques, plasmas, etc ...), compte tenu des contraintes particulières du génie civil (dimension des pièces, nature des matériaux).

### **III.1.3.2 : Traitements de surfaces du substrat.**

#### **III.1.3.2.1 : Traitements mécaniques**

##### ❖ Le sablage

Il se fait par projection d'une poudre abrasive (oxydes durs, corindons ou alumine) à grande vitesse sur la surface traitée par un film protecteur (papier ou polyéthylène) ou par les premières enductions de colle pour éviter qu'elle ne soit endommagée ou contaminée [12].

##### ❖ L'abrasion par ponçage.

Elle consiste à poncer la surface à encoller au moyen de revêtements abrasifs. Il faut ensuite prendre soin de nettoyer la surface pour se débarrasser des particules abrasives qui peuvent se déposer pendant l'opération. Les inclusions peuvent être éliminées par nettoyage chimique, le traitement par ponçage est déconseillé dans le cas des surfaces métalliques [12].

#### **III.1.3.2.2 : Traitements chimiques (cas des métaux).**

##### ❖ Le dégraissage aux solvants.

On utilise généralement des dérivées d'hydrocarbures ou de chlore, en fonction de la nature des contaminants à éliminer et de colle du substrat. On se sert tout simplement de chiffons propres imprégnés de solvant, mais on peut également réaliser le traitement par immersion, par aspersion ou encore en phase vapeur [12].

##### ❖ Le dégraissage par saponification.

On effectue une réaction chimique appelée saponification (réaction d'hydrolyse des fonctions esters en milieu basique) qui va transformer les graisses animales et végétales en glycérine et en savon, qui peuvent ensuite être éliminés par rinçage [12].

##### ❖ Le dégraissage par émulsification

Ce dégraissage consiste à émulsionner les contaminants non-saponifiables pour les faire passer en suspension en utilisant des produits de type "sels de sodium" (silicates, tétraborates, ...). Un

traitement de ce type dure habituellement une dizaine de minutes à 90°C, et se termine par un rinçage à l'eau permutée [12].

❖ Le décapage chimique.

Il sert à éliminer la couche d'oxyde des métaux. On effectue un traitement acide sur le fer et ses alliages et un traitement à base d'acide nitrique ou sulfurique dans le cas des aciers inoxydables.

D'une manière générale, le traitement de surface doit être choisi en fonction des substrats à encoller et de l'adhésif à mettre en œuvre, mais également en fonction des contraintes du chantier.

Le fonctionnement d'un renfort dépend de la transmission correcte des efforts entre le béton existant et l'élément additionné. Il doit exister une adhérence parfaite dans l'interface béton-élément de renfort.

La préparation des surfaces consiste à éliminer la laitance superficielle du béton (couche très faible), à nettoyer les particules de poussière (graisses ou saletés), à éliminer les cloques, à créer le degré d'humidité adapté pour accueillir les éléments qui seront ajoutés (figure III.1).

Les opérations de préparation superficielle consistent à traiter les surfaces par moyens manuels ou mécaniques : bouchardage, poinçonnage ; nettoyage des poussières et graisses efflorescence par brossage, jet de sable, hydro-nettoyage, jet d'eau-sable. Le jet de sable est le plus approprié [12].

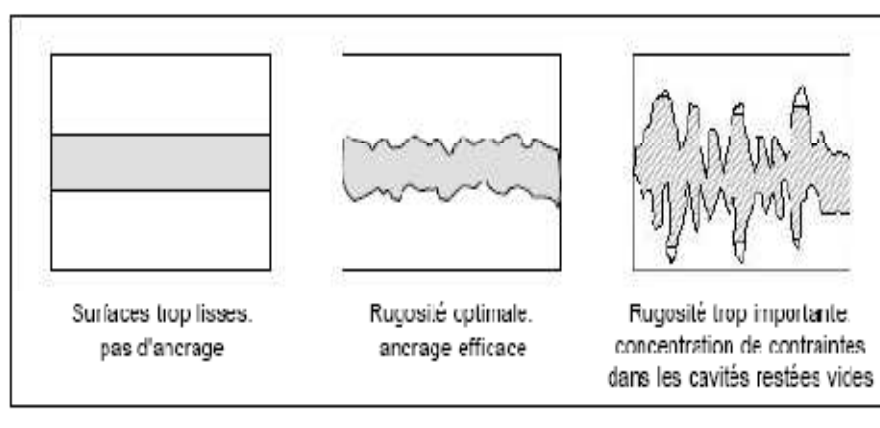


Figure III. 1 : Influence de la rugosité des substrats sur l'ancrage mécanique [12]

### III.1.4: Renforcement par collage d'une plaque d'acier

Le collage d'une plaque d'acier pour renforcer les poutres en béton armé est un procédé qui est depuis longtemps utilisé. Cependant, jusqu'à tout récemment, les études pour déterminer le comportement de telles poutres n'ont été que partielles. Swamy et coll. [1978](d'après [1]) ont réalisé la première évaluation systématique des effets différents influençant le comportement structural des

poutres renforcées avec plaques collées en acier. Leur programme expérimental consistait en l'étude de 24 poutres en béton armé (155mm x 255 x 2300mm,  $f_c'=36\text{MPa}$ ;  $A_s=3\text{HA}20$ ;  $f_y=470\text{MPa}$ ;  $s=75\text{mm}$ ) dotées de différents types de renforcement (variation de l'épaisseur de la plaque et de la couche de colle, pré-chargement). Dans tous les essais, la plaque mesurait 2200mm de long et 125mm de large (figure III.2) ; l'épaisseur variait de 1.5 mm et 6mm.

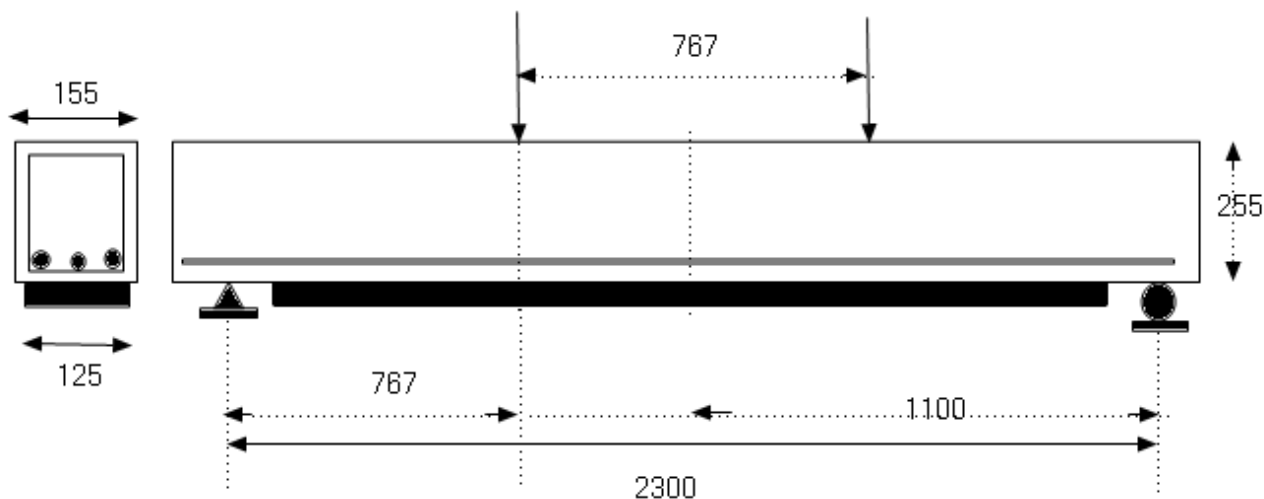


Figure III.2 : poutre en béton armé renforcée à l'aide d'une plaque d'acier [1]

Les propriétés de l'acier utilisé pour les plaques étaient  $f_y=250\text{ MPa}$  et  $f_{su}=310\text{ MPa}$ . Sur les 24 poutres étudiées, 13 ont subi une rupture par délaminage, non à l'interface colle-béton ni à cause de la perte de cohésion dans la colle, mais par arrachement du béton sous les aciers d'armature, à partir d'une extrémité de la plaque. Une importante fissure de cisaillement au bord de la plaque en est à l'origine (figure III.3). La rupture s'est produite sans avertissement, de façon fragile [1].

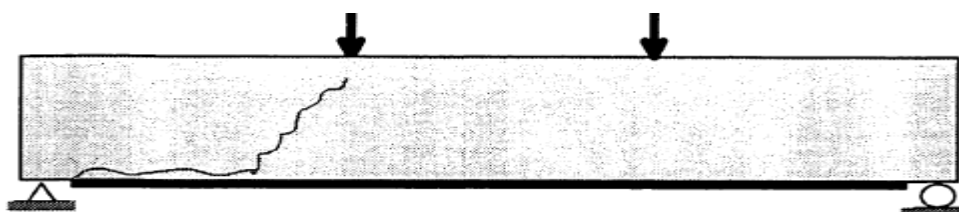


Figure III.3 : Fissure provoquant l'arrachement du béton à une extrémité [1]

Les poutres avec une plaque de 1.5 mm d'épaisseur ( $b_p/e_p=80$ ) ont développé leur pleine résistance flexionnelle. Celles avec une plaque de 3 mm ( $b_p/e_p=40$ ) ont atteint pour la plupart 90% de leur résistance en flexion avant le décollement de la plaque et l'arrachement du béton. Les poutres avec plaque de 6 mm ( $b_p/e_p=20$ ) n'ont pas démontré un bon comportement en flexion, les armatures d'acier n'ayant pas atteint la plastification lors de l'arrachement du béton. De plus, les résultats indiquaient qu'une couche de colle de faible épaisseur (1.5 mm) donnait des résultats légèrement

meilleurs (charge ultime, déformations, flèche) qu'une couche plus épaisse (3 mm et 6 mm). Les auteurs ont conclu qu'avec une plaque trop épaisse, la poutre n'atteignait pas sa pleine capacité en flexion et présentait un comportement fragile à la rupture. Ils ont donc recommandé de limiter le rapport de la largeur de la plaque ( $b_p$ ) sur son épaisseur ( $e_p$ ) à 50 [1].

Jones et coll [1988] ont établi qu'une forte contrainte de cisaillement à l'interface béton – plaque métallique était à l'origine de l'arrachement du béton à l'extrémité de la plaque. De plus, cette contrainte augmente avec l'épaisseur de la plaque et sa distance du bord au support. Les chercheurs ont testé 7 poutres ayant les mêmes caractéristiques que celles testées par Swamy et Coll.[1978], améliorées par différents types d'ancrages (boulons et cornières en L aux extrémités). Trois des 7 poutres ont subi une rupture par arrachement du béton : une poutre avec une plaque de 6 mm d'épaisseur, deux avec des plaques de 3 mm et de longueurs différentes et une avec une plaque d'épaisseur variant de 2 mm aux extrémités à 6 mm au centre. Pour les 2 autres poutres, l'utilisation d'ancrages mécaniques constitués de boulons aux extrémités de la plaque a provoqué l'apparition d'une fissure diagonale importante, débutant au bord de la plaque et se propageant vers la charge concentrée la plus proche (figure III.4). La poutre a cédé en cisaillement, sans décollement complet de la plaque métallique

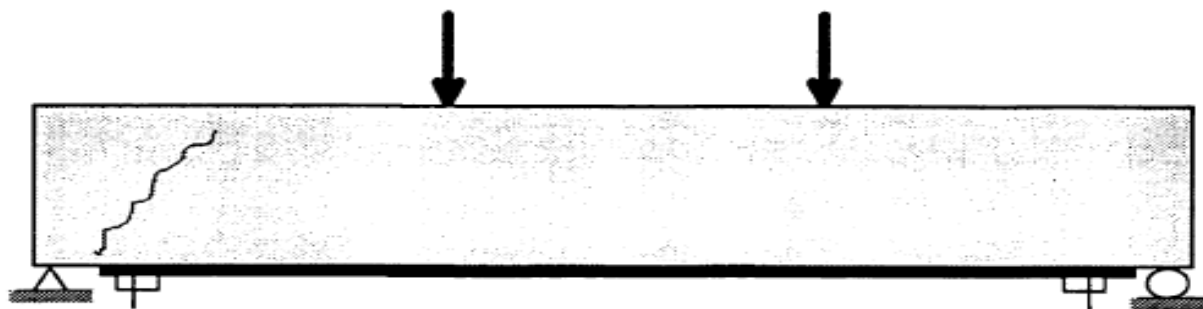


Figure III.4 : Ancrage avec boulons [1]

Avec des cornières d'acier profilées en L et collées sur les parois verticales, aux extrémités de la plaque (figure III.5), les poutres renforcées ont développé leur pleine capacité en flexion, sans arrachement du béton.

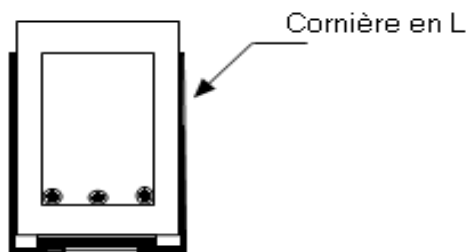


Figure III.5 : Ancrage avec cornières d'acier profilées en « L » [1]

### III.1.5 : Dimensionnement du renforcement extérieur par plaques d'acier

#### III.1.5.1 : Rappels sur le calcul du béton armé.

##### III.1.5.1.1 : Etats limites.

Selon le règlement BAEL 91, un ouvrage doit être conçu et calculé de manière à présenter durant toute sa durée d'exploitation des sécurités appropriées vis-à-vis :

- ❖ de sa ruine ou de celle de l'un quelconque de ses éléments ;
- ❖ d'un comportement en service susceptible d'affecter gravement sa durabilité, son aspect ou encore le confort des usagers.

Tout état au-delà duquel une structure ou une partie de cette structure ne satisferait plus aux conditions pour lesquelles elle a été conçue est appelé « état limite »

Les divers états-limites peuvent être classés en deux catégories :

- les états limites ultimes correspondant à la ruine de l'ouvrage ou de l'un de ses éléments par perte d'équilibre statique, rupture, flambement, etc.....
- les états limites de service au-delà desquels ne sont plus satisfaites les conditions normales d'exploitation et de durabilité (ouverture excessive des fissures, déformations excessives des éléments porteurs, vibrations inconfortables pour les usagers, etc...)

Pour chaque état-limite, il existe une sollicitation résistante de calcul et une sollicitation agissante de calcul de la structure. La sollicitation résistante de calcul est celle pour laquelle l'un des matériaux constitutifs a atteint soit sa déformation limite, soit sa contrainte limite. Cette sollicitation résistante de calcul est déterminée dans l'hypothèse d'un comportement plastique des matériaux dans le cas des états limites ultimes, d'un comportement élastique des matériaux dans le cas des états limites de service, en prenant en compte leurs résistances de calcul ( c'est-à-dire leurs résistances caractéristiques divisées par les coefficients de sécurité adéquats) [13].

La sollicitation agissante de calcul est définie comme une combinaison d'actions comprenant les charges permanentes (poids des structures principalement), les charges d'exploitation (poids des véhicules dans le cas d'un pont), et des charges à caractère exceptionnel. Nous ne considérerons ici parmi les sollicitations agissantes de calcul que le moment fléchissant, dont la valeur est notée  $M_u$  à l'état limite ultime et  $M_{ser}$  à l'état limite de service [13].

### III.1.5.1.2 : Dimensionnement en flexion à L'ELS

Lors du dimensionnement d'une structure, on doit vérifier que les contraintes à l'ELS sont bien en-deca des valeurs maximales d'utilisation des matériaux. Détaillons le calcul des contraintes dans une poutre en béton armé à l'ELS, afin d'introduire les notions qui seront utilisées tout au long du mémoire. Pour la poutre en béton armé chargée en flexion, le champ de contraintes est supposé uni-axial. Le seul terme non nul du tenseur des contraintes est noté  $\sigma$  [13].

Les hypothèses de calcul de répartition de  $\sigma$ , dites hypothèses classiques, sont les suivantes :

- les sections planes restent planes (Hypothèses de Bernoulli) ;
- la résistance du béton tendu est négligée ;
- du fait de l'adhérence, toute armature subit la même déformation que la gaine de béton qui l'entoure (supposée non fissurée si l'armature considérée est tendue)
- les graphes contraintes/ déformations de l'acier et du béton comprimé sont linéaires à l'ELS.

On appelle :

- section réduite homogène la partie de la section totale formée d'une part, de la zone comprimée et d'autre part des armatures tendues rendues homogènes, d'aire  $n_s A_s$  ( $n_s = E_s / E_b$ ) ou  $n_p A_p$  pour la plaque d'acier ( $n_p = E_p / E_b$ )
- ligne moyenne la ligne joignant les centres d'inerties de toutes les sections réduites homogènes ;
- diagramme des contraintes de Navier le diagramme de répartition des contraintes uni-axiales ( $\sigma$  pour le béton,  $\sigma/n_s$  pour les armatures internes et  $\sigma/n_p$  pour la plaque d'acier)

Règles de calcul.

La répartition des contraintes est trouvée en résolvant le système formé des équations de compatibilité (qui traduisent le fait que les sections restent droites), de l'équilibre des efforts normaux et de l'équilibre des moments transmis par chaque section. En flexion simple, l'axe neutre et la fibre moyenne de la section réduite homogène sont confondus, ce qui s'exprime par l'équation d'équilibre des efforts. La contrainte maximale du béton sur la fibre extrême comprimée est alors :

$$\sigma'_{bc} = M_{ser} \cdot \frac{y}{I_{tr}} \quad (\text{III.1})$$

La contrainte dans les armatures tendues est :

$$\sigma_s = n_s \cdot \sigma'_{bc} \frac{(d - y)}{I_{tr}} \quad (\text{III.2})$$

La contrainte dans la plaque d'acier est :

$$\sigma_p = n_p \cdot \sigma'_{bc} \frac{(h - 0.5e_p - y)}{I_{tr}} \quad (\text{III.3})$$

Il convient de s'assurer que ces contraintes, une fois calculées, sont inférieures aux contraintes admissibles limites [13] :

- la contrainte maximale de compression du béton est limitée à  $0.6 f_{c28}$

où :  $f_{c28}$  est la résistance mesurée lors des essais de compression réalisée sur le béton 28 jours après sa mise en œuvre ;

- la contrainte limite de l'acier en traction est fixée par les conditions de fissuration préjudiciables et très préjudiciables.

Les conditions de fissuration préjudiciables et très préjudiciables sont définies dans le BAEL en fonction des risques d'attaque chimique dans le milieu où est située la structure.

### III.1.5.1.3 : Dimensionnement en flexion à l'ELU

Quand on dimensionne les barres d'acier tendu vis-à-vis de l'ELS, il est quand même nécessaire de vérifier que la solution satisfait aux critères de dimensionnement vis-à-vis de l'ELU, car les règles BAEL demandent de justifier qu'aucun état limite, ultime ou de service, n'est atteint. La vérification à l'ELU se fait selon la règle des pivots.

Toutefois, il n'est pas nécessaire pour autant de multiplier le nombre des calculs. En effet, dans de nombreux cas, il est possible de connaître à l'avance l'état limite qui sera déterminant ce qui rend superflue toute vérification ultérieure vis-à-vis d'autres états limites. Dans le cas de la flexion simple, l'état limite déterminant est l'ELU si la fissuration est peu préjudiciable, l'état limite d'ouverture des fissures si la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable [13].

## III.1.6 : Lois de comportements

### III.1.6.1 : Béton

La contrainte ultime à l'ELU en compression du béton est donnée par [14] :

$$f_{bc} = \frac{0.85 f_{cj}}{\theta \cdot \gamma_b} \quad (\text{III.4})$$



$\gamma_b$  : vaut 1.5 sauf en cas de combinaisons accidentelles pour lesquelles il vaut 1.15.

$\theta$  : est fixé à 1 lorsque la durée probable d'application de la combinaison d'action considérée est supérieure à 24 h, à 0.9 lorsque cette durée est comprise entre 1 heure et 24 heures et à 0.85 lorsqu'elle est inférieure à 1 heure.

Les coefficients  $\theta$  et 0.85 ont pour objet de tenir compte de ce que la résistance du béton est fonction décroissante de la durée d'application de la charge, (voir : diagramme expérimental et diagramme de calcul du béton, figure III.6).

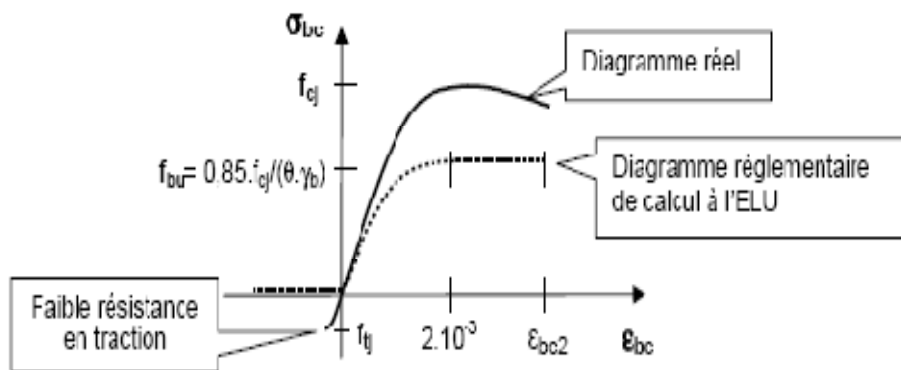


Figure III.6 : Diagramme expérimental et diagramme de calcul du béton [14]

### III.1.6.2 : Aciers

La contrainte à la limite d'élasticité en traction de l'acier est donnée par :

$$f_{y,d} = \frac{f_e}{\gamma_s} \quad (III.5)$$

Avec :  $\gamma_s = 1.15$  à l'état limite ultime et  $\gamma_s = 1$  à l'état limite de service, (voir : diagramme expérimental contraintes-déformations en traction simple et diagramme conventionnel de calcul, figure III.7).

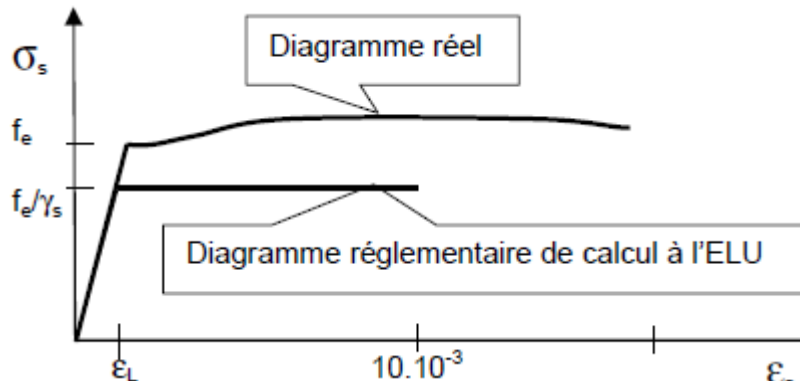


Figure III.7: Diagramme expérimental contraintes-déformations en traction simple et diagramme conventionnel de calcul à l'ELU [14]

### III.1.7: Dimensionnement à la flexion du renforcement par plaque métallique

#### III.1.7.1 : Vérification à l'ELU

Les déformations des sections sont limitées pour l'allongement unitaire de l'acier à 10‰, pour le raccourcissement unitaire du béton à 3.5‰, et pour l'allongement unitaire de la plaque métallique à 8.9‰ (figure III. 8). La méthode de calcul est celle de l'équilibre d'une section sous chargement ultime par un moment  $M_u$  (figure III. 9). Les vérifications sont donc conduites conformément au diagramme des trois pivots du BAEL [15], avec en plus l'introduction d'un pivot D qui se produit dans la plaque métallique, pour un allongement limite  $\epsilon_{pu}$ .

L'utilisation du diagramme rectangle simplifié en substitution de la parabole et droite (parabole-rectangle) dans le dimensionnement de la plaque métallique est autorisée tant que la section n'est pas entièrement comprimée. Sachant que  $\epsilon_{pu,d}$  (allongement unitaire de la plaque d'acier à la rupture)  $<$  10‰, déformation ultime des aciers à l'ELU, le pivot D se produit avant le pivot A. Le pivot A n'est donc pas étudié [15].

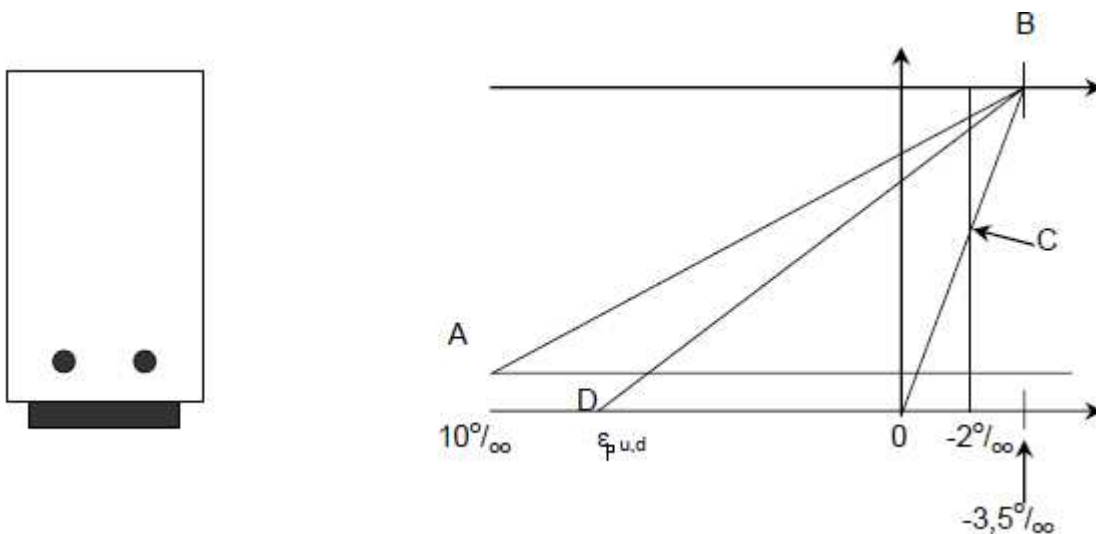


Figure III.8 : Concept des quatre pivots [15]

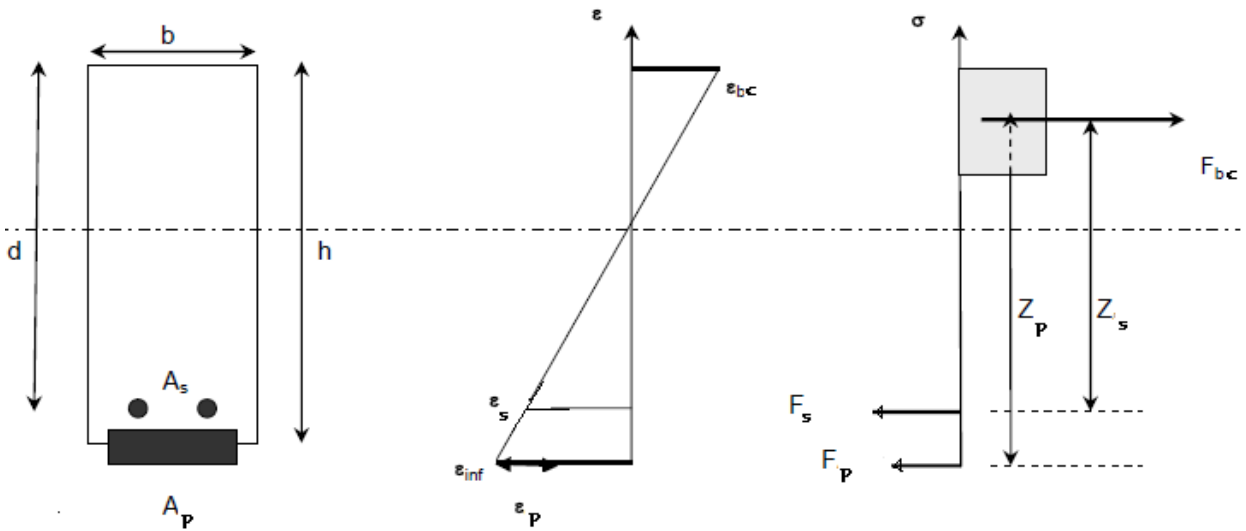


Figure III.9 : Principe de calcul à partir de l'équilibre des forces dans une section [15]

Soit le moment ultime admissible de l'élément réparé

$$M_u = \min \{ M_{bu}, M_A + M_p \} \quad (\text{III.6})$$

Avec :  $M_{bu} = 0.8y \cdot f_{bc} \cdot b \cdot (d - 0.4y)$  : (moment résistant du béton (moment de rupture pivot B) (III.7)

$M_A = A_s \cdot f_{su} \cdot Z_s$  : moment repris par les aciers internes tendus (III.8)

Avec :  $Z_s = 0.9 \cdot d$

Et

$$f_{yd} = \frac{f_e}{\gamma_s} \text{ si } \epsilon_s > \epsilon_e \text{ sinon } f_{yd} = \frac{E_s \cdot \epsilon_s}{\gamma_s} \quad (\text{III.9})$$

Ou :  $\gamma_s = 1.15$  (ELU),  $\gamma_s = 1$  (ELS)

$M_p = A_p \cdot f_{pu} \cdot Z_p$  (moment repris par la plaque métallique) (III.10)

Avec :  $Z_p = d$

et

$$f_{p,yd} = \frac{f_{pe}}{\gamma_p} \text{ si } \epsilon_p > \epsilon_{pe} \text{ sinon } f_{p,yd} = \frac{E_p \cdot \epsilon_p}{\gamma_p} \quad (\text{III.11})$$

Ou :

$\gamma_p = 1.1$  (ELU),  $\gamma_p = 1$  (ELS)

et

$$\varepsilon_p = \min \{ \varepsilon_{pu}, \varepsilon_1 - \varepsilon_0 \} \quad (\text{III.12})$$

Avec :

$\varepsilon_0$  : allongement de la fibre inférieure avant renforcement

$\varepsilon_1$  : allongement de la fibre inférieure après renforcement

On obtient ainsi :

Dans le cas d'un pivot D dans la plaque métallique

$$0.9.A_s.f_{yd}.d + A_p.f_{p,yd}.d \geq M_u \quad (\text{III.13})$$

soit

$$A_p \geq \frac{(M_u - 0.9d.A_s.f_{yd})}{f_{p,yd}.d}$$

Dans le cas d'un pivot B dans le béton :

$$0.9A_s.f_{yd}.d + A_p.f_{p,yd}.d \geq 0.8y.f_{bc}.b.(d - 0.4y) \quad (\text{III.14})$$

Soit

$$A_p \geq \frac{0.8y.f_{bc}.b.(d - 0.4y) - 0.9A_s.f_{yd}.d}{f_{p,yd}.d}$$

### III.1.7.2 : Vérification à l'état limite de service.

Les vérifications à effectuer portent sur[15] :

- ❖ un état limite de compression du béton :  $\sigma_{b\text{lim}} = 0.6f_{cj}$  ;
- ❖ un état limite d'ouverture des fissures en cas de fissuration préjudiciable ou très préjudiciable
- ❖ une limitation de la contrainte dans la plaque métallique de renforcement.

Considérons l'état avant renforcement ( $\sigma_1, M_1$ ) et l'état après renforcement ( $\sigma_2, M_2$ ). Le moment total appliqué à une section vaut :  $M = M_1 + M_2$

Les vérifications sous les torseurs de charges avant renforcement et des charges après renforcement (figure III.10) s'écrivent :

$$\begin{cases} \sigma_s = \sigma_{s1} + \sigma_{s2} \leq \sigma_{s\text{lim}} \\ \sigma_b = \sigma_{b1} + \sigma_{b2} \leq \sigma_{b\text{lim}} \\ \sigma_p \leq \sigma_{p\text{lim}} \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

En suivant les recommandations du BAEL, la limitation de la contrainte est donnée par :

A) aciers internes

- dans le cas de la fissuration peu préjudiciable :  $\sigma_{s\text{lim}} = f_e$
- dans le cas de la fissuration préjudiciable :

$$\sigma_{s\text{lim}} = \xi = \min \left\{ \frac{2 \cdot f_e}{3}, \max(0.5 f_e, 110 \sqrt{\eta \cdot f_{ij}}) \right\}$$

- dans le cas de la fissuration très préjudiciable :

$$\sigma_{s\text{lim}} = 0.8 \xi$$

Avec :  $\eta$  coefficient de fissuration.

B) Aciers externes [10].

- Pour les plaques en contact du béton :

$$\sigma_{p\text{lim}} = 0.47 \sigma_p$$

- Pour les plaques additionnelles en cas des plaques superposées :

$$\sigma_{p\text{lim}} = 0.24 \sigma_p$$

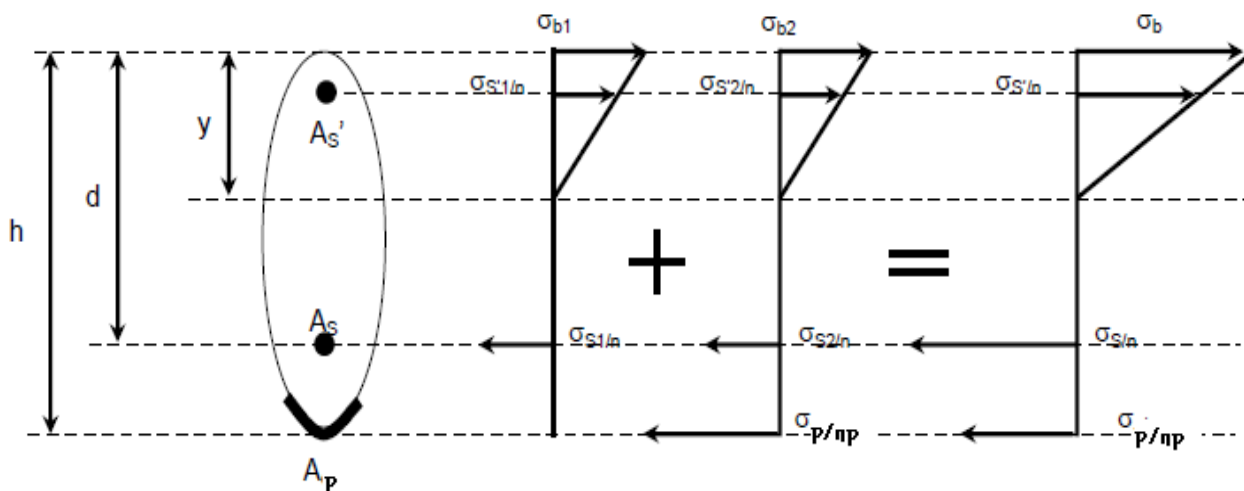


Figure III.10: Diagramme des déformations limites de la section [15].

# Chapitre IV

---

## PARAMETRES INFLUENTS SUR LA CAPACITE FLEXIONNELLE D'UNE POUTRE EN BETON ARME DE SECTION RECTANGULAIRE RENFORCEE EXTERIEUREMENT PAR PLAQUES METALLIQUES

### IV.1 : Introduction

L'un des buts de l'algorithmique est de trouver la meilleure manière pour résoudre un problème donné, et ce, en terme de complexité temporelle et spatiale de calcul. Mais il peut ne pas toujours sembler évident au premier abord qu'une meilleure solution existe. Ce n'est que par un exemple que nous pourrions voir que même si une solution nous semble optimale, il est souvent possible de faire encore mieux.

Le calcul de la capacité flexionnelle d'un élément structural quelconque, renforcé extérieurement ou non, doit passer par la détermination de la profondeur de l'axe neutre de la section de cet élément, pour laquelle l'équation d'équilibre du système, (équation à plusieurs inconnues interdépendantes), doit être vérifiée. Mathématiquement, la dite équation d'équilibre ne se résout qu'avec la méthode des essais successifs.

### IV.2 : Etapes de calcul de la résistance flexionnelle d'une poutre en béton armé renforcée par plaques métalliques.

- Fixer la profondeur de l'axe neutre ( $x$ ) de la section de la poutre ;
- Calculer les déformations relatives ( $\varepsilon_s, \varepsilon'_s, \varepsilon_p$ ) dans les armatures internes et dans la plaque métallique, à partir des triangles semblables ;
- Calculer les contraintes ( $f_s, f'_s, f_p$ ) dans les armatures internes et dans la plaque métallique des diagrammes appropriés ;
- Injecter la profondeur de l'axe neutre ( $x$ ), et les contraintes dans les aciers dans l'équation d'équilibre.

Si le nombre  $D$  vérifie : 
$$-0.002 \leq D = \frac{\sum F_C - \sum F_T}{\sum F_T} \leq 0.002$$
 on admet que  $x$  est solution de

l'équation d'équilibre et le moment ultime peut être facilement calculé.

Avec :  $\sum F_C, \sum F_T$  : somme des forces de compression et de traction dans la pièce.

### IV.3 : Diagrammes « contraintes-déformations » de calcul pour aciers et béton, et principe de calcul à partir de l'équilibre des contraintes dans une section à l'ELU selon le code CP110.

#### IV.3.1 : Introduction

Le code (CP110:1972) pour le béton structural, nous a fourni plusieurs diagrammes « contraintes-déformations » de conception, soit pour les aciers ou soit pour le béton. Ces diagrammes peuvent être réels, idéalisés pénalisés ou idéalisés non pénalisés. Comme le principe est le même, cette étude paramétrique est basée sur des diagrammes à la fois idéalisés (idéalisés linéaire), et pénalisés (figures IV.1, IV.2, et IV.3)

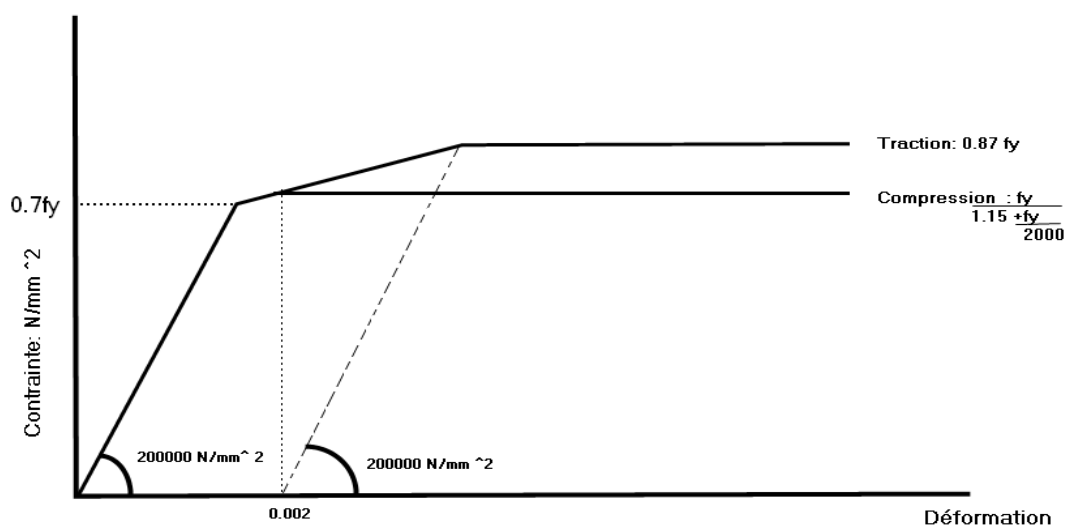


Figure IV.1. Diagramme « contrainte-déformation » de calcul pour les aciers [16].

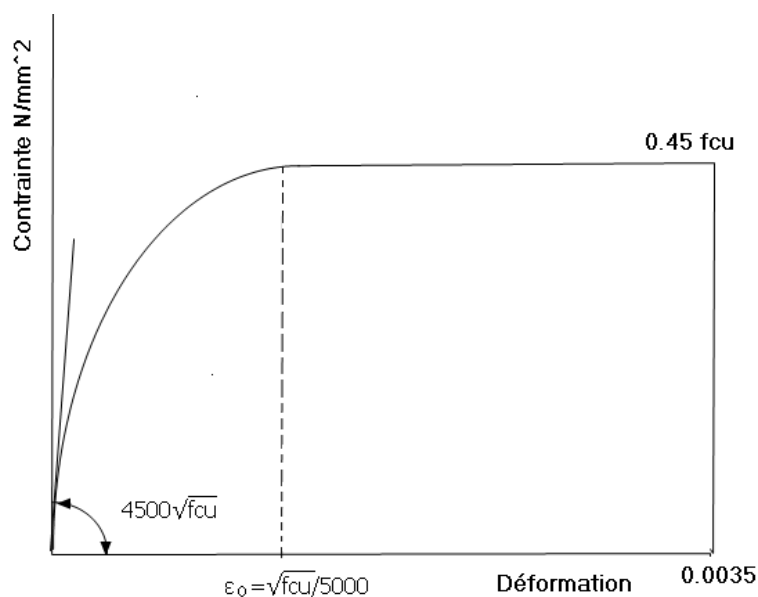


Figure IV.2 : Diagramme « contrainte-déformation » pour le béton en compression [16].

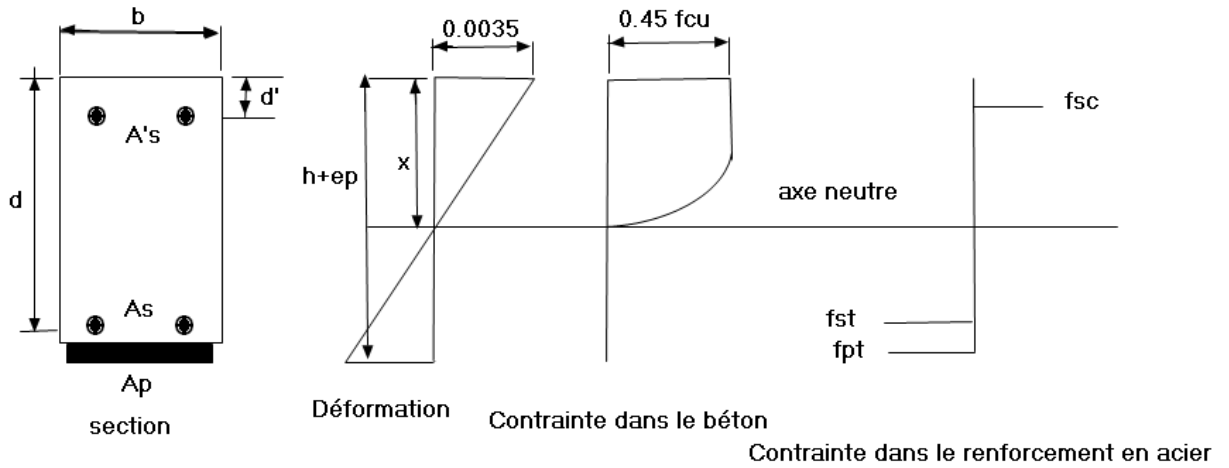


Figure IV.3. Principe de calcul à partir de l'équilibre des forces dans une section à l'ELU [16].

### IV.3.2 : Etapes et équations de calcul de la capacité flexionnelle.

Comme il a été mentionné précédemment, la première étape est de déterminer la profondeur de l'axe neutre de la section étudiée. Cette tâche de calcul nécessite un travail laborieux face à la diversité des paramètres influents, donc la procédure a besoin d'un chiffrier électronique pour permettre d'exécuter des calculs simples et rapides. Pour cela un programme de calcul de l'axe neutre et de la capacité flexionnelle a été élaboré et exécuté par le logiciel « Delphi 6 » basé sur le langage « pascal ». (voir : programme d'exécution, en Annexe A).

Ecriture de l'équation d'équilibre :

$$F'_s + F_b - F_s - F_p = 0 \quad (IV.1)$$

$$\text{c'est-à-dire : } A'_s \cdot f'_s + k_1 \cdot f_{cu} \cdot b \cdot x - A_s \cdot f_s - A_p \cdot f_p = 0 \quad (\text{pour une section rectangulaire}) \quad (IV.2)$$

En divisant l'équation (IV.2) par  $bd$  on obtient l'équation suivante :

$$\rho'_s \cdot f'_s + k_1 \cdot f_{cu} \cdot \frac{x}{d} - \rho_s \cdot f_s - \rho_p \cdot f_p = 0 \quad (IV.3)$$

Avec :

$$\rho'_s = \frac{A'_s}{b \cdot d} \quad (IV.4)$$

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \quad (IV.5)$$



$$k_1 = \frac{0.45}{0.0035} (0.0035 - \frac{\varepsilon_0}{3}) \text{ (pour une section rectangulaire) ,}(k_1 : \text{coefficient de remplissage) \quad (IV.6)$$

$$\text{et : } \varepsilon_0 = \frac{\sqrt{f_{cu}}}{5000} \quad (IV.7)$$

$$f'_s = \begin{cases} E_s \cdot \varepsilon'_s \dots si |\varepsilon'_s| \in \left[ 0, \frac{0.7 f_y}{E_s} \right] \\ \frac{E_s \cdot f_y \cdot (0.7 f_y - 0.195 \cdot k)}{(1.15 \cdot k + f_y)(0.7 f_y - 0.002 E_s)} \cdot \varepsilon'_s + \frac{0.7 f_y [k \cdot f_y - E_s \cdot (0.002 \cdot f_y + 0.0023 \cdot k)]}{(1.15 \cdot k + f_y)(0.7 f_y - 0.002 E_s)} \dots si |\varepsilon'_s| \in \left[ \frac{0.7 f_y}{E_s} + 0.002 \right] \\ \frac{f_y}{1.15 + \frac{f_y}{k}} \dots si |\varepsilon'_s| > 0.002 \end{cases}$$

$$f_s = \begin{cases} E_s \cdot \varepsilon_s \dots si |\varepsilon_s| \in \left[ 0, \frac{0.7 f_y}{E_s} \right] \\ \frac{0.17 \cdot E_s \cdot f_y}{(0.17 f_y - 0.002 E_s)} \cdot \varepsilon_s + \frac{0.0014 E_s \cdot f_y}{(0.17 f_y - 0.002 E_s)} \dots si |\varepsilon_s| \in \left[ \frac{0.7 f_y}{E_s}, \frac{0.87 \cdot f_y}{E_s} + 0.002 \right] \\ 0.87 f_y \dots si |\varepsilon_s| > \frac{0.87 \cdot f_y}{E_s} + 0.002 \end{cases} \quad (IV.9)$$

Remarque : pour le calcul de  $f_p$  il suffit de remplacer dans la dernière expression(IV.9):  $f_s$  par  $f_p$  ,  $f_y$  par  $f_{yp}$  et  $\varepsilon_s$  par  $\varepsilon_p$ . Les expressions des déformations dans les aciers sont :

$$\varepsilon'_s = \left( \frac{x - d'}{x} \right) \cdot \varepsilon_{cu}$$

$$\varepsilon_s = \left( \frac{d - x}{x} \right) \cdot \varepsilon_{cu}$$

$$\varepsilon_p = \left( \frac{1,1 \cdot d - x}{x} \right) \cdot \varepsilon_{cu}$$

(équus : IV.10 , IV.11,IV.12)

**Remarque** : pour minimiser les données dans le programme on a pris :  $h=1,1 \cdot d$  et négliger l'épaisseur ( $e_p$ ) de la plaque métallique devant  $2h$ .

Expression du moment ultime :

$$M_u = F'_s \cdot (k_2 \cdot x - d') + F_s \cdot (d - k_2 \cdot x) + F_p \cdot (1,1d - k_2 \cdot x). \quad (IV.13)$$

En divisant l'équation (IV.13) par  $bd^2$  on obtient :

$$\frac{M_u}{bd^2} = \frac{F'_s}{bd} \cdot \left( k_2 \cdot \frac{x}{d} - \frac{d'}{d} \right) + \frac{F_s}{bd} \cdot \left( 1 - k_2 \cdot \frac{x}{d} \right) + \frac{F_p}{bd} \cdot \left( 1,1 - k_2 \cdot \frac{x}{d} \right) \quad (IV.14)$$

c'est-à-dire

$$\frac{M_u}{bd^2} = \rho'_s \cdot f'_s \cdot \left(k_2 \cdot \frac{x}{d} - \frac{d'}{d}\right) + \rho_s \cdot f_s \cdot \left(1 - k_2 \cdot \frac{x}{d}\right) + \rho_p \cdot f_p \cdot \left(1.1 - k_2 \cdot \frac{x}{d}\right) \quad (\text{IV.15})$$

Avec :

$K_2$  : coefficient de positionnement, son expression est donnée par :

$$k_2 = \frac{\left(2 - \frac{\epsilon_0}{0.0035}\right)^2 + 2}{4\left(3 - \frac{\epsilon_0}{0.0035}\right)} \quad (\text{IV.16})$$

#### **IV.4 : sections de poutres prises dans le calcul théorique et propriétés de matériaux**

Afin d'augmenter l'étendue de l'étude paramétriques, et bien illustrer l'effet du renforcement extérieur des poutres en béton armé par plaques métalliques sur la capacité flexionnelle, plus de mille sections de poutres regroupées dans vingt six séries, sont prises en compte dans la première partie d'étude paramétrique (voir : tableau IV.1). Pour la deuxième partie de ce calcul théorique, (variation de deux paramètres simultanément), deux cas sont étudiés, dont les propriétés mécaniques sont représentées dans les séries (S<sub>27</sub>) et (S<sub>28</sub>).

| Séries de sections de poutres | Propriétés de matériaux |       |            |               |                       |                          |                      |                |
|-------------------------------|-------------------------|-------|------------|---------------|-----------------------|--------------------------|----------------------|----------------|
|                               | $f_{cu}$                | $f_y$ | $f_{yp}$   | $E_s = E_p$   | $100 \frac{A'_s}{bd}$ | $100 \frac{A_s}{bd}$     | $100 \frac{A_p}{bd}$ | $\frac{d'}{d}$ |
|                               | (N/mm <sup>2</sup> )    |       |            |               | (%)                   |                          |                      | Adim           |
| S1                            | 25                      | 410   | <b>235</b> | <b>200000</b> | 0                     | <b>0-4<br/>(pas=0.1)</b> | 0                    | /              |
| S2                            | 25                      | 410   |            |               | 0                     |                          | /                    |                |
| S3                            | 25                      | 410   |            |               | 0                     |                          | /                    |                |
| S4                            | 25                      | 410   |            |               | 0                     |                          | /                    |                |
| S5                            | 25                      | 410   |            |               | 1                     |                          | 0                    | 0.1            |
| S6                            | 25                      | 410   |            |               | 1                     |                          | 0.5                  | 0.1            |
| S7                            | 25                      | 410   |            |               | 1                     |                          | 1                    | 0.1            |
| S8                            | 25                      | 410   |            |               | 1                     |                          | 1.5                  | 0.1            |
| S9                            | 25                      | 410   |            |               | 1                     |                          | 2                    | 0.1            |
| S10                           | 25                      | 410   |            |               | 1                     |                          | 2.5                  | 0.1            |
| S11                           | 25                      | 410   |            |               | 1                     |                          | 3                    | 0.1            |
| S12                           | 25                      | 410   |            |               | 1                     |                          | 3.5                  | 0.1            |
| S13                           | 25                      | 410   |            |               | 1                     |                          | 4                    | 0.1            |
| S14                           | 25                      | 410   |            |               | 0.5                   |                          | 1.5                  | 0.1            |
| S15                           | 25                      | 410   |            |               | 1.5                   |                          | 1.5                  | 0.1            |
| S16                           | 25                      | 410   |            |               | 2                     |                          | 1.5                  | 0.1            |
| S17                           | 25                      | 410   |            |               | 4                     |                          | 1.5                  | 0.1            |
| S18                           | 25                      | 410   |            |               | 1                     |                          | 2.5                  | 0.05           |
| S19                           | 25                      | 410   |            |               | 1                     |                          | 2.5                  | 0.15           |
| S20                           | 25                      | 250   |            |               | 1                     |                          | 1.5                  | 0.1            |
| S21                           | 25                      | 425   |            |               | 1                     |                          | 1.5                  | 0.1            |
| S22                           | 25                      | 410   |            |               | 1                     |                          | 2.5                  | 0.15           |
| S23                           | 30                      | 410   |            |               | 1                     |                          | 2.5                  | 0.15           |
| S24                           | 40                      | 410   |            |               | 1                     |                          | 2.5                  | 0.15           |
| S25                           | 40                      | 410   |            |               | 1                     |                          | 0.5                  | 0.1            |
| S26                           | 25                      | 410   |            |               | 1                     |                          | 3                    | 0.15           |
| S27                           | 25                      | 410   |            |               | 1                     |                          | 0-4<br>(pas=0.5)     | 0.1            |
| S28                           | 25                      | 410   |            |               | 0-4<br>(pas=0.5)      | 2                        | 0-4<br>(pas=0.5)     | 0.1            |

Tableau IV.1 : séries de sections de poutres prises dans le calcul théorique.

## **IV.5 : Etude paramétrique**

### **IV.5.1 : Introduction**

Dans ce chapitre, les étapes nécessaires au calcul de la capacité flexionnelle des poutres en béton armé renforcées extérieurement par plaques métalliques ont été présentées. Les valeurs des différentes données requises pour les calculs théoriques sont demeurées fixes. Par exemple si le taux de renfort en plaques métalliques choisi est fixé à 0.5%, est ce que le fait de choisir un autre taux, modifie le comportement théorique de la poutre renforcée.

Le but du présent chapitre est de répondre à ce genre de questions en présentant les résultats d'une étude paramétrique. L'analyse de ces résultats permettra de mieux comprendre le comportement théorique des poutres renforcées par plaques métalliques et de cibler les paramètres qui ont le plus d'impact sur la valeur de la résistance flexionnelle.

### **IV.5.2 : Paramètres d'étude théorique**

Les paramètres à l'étude sont :

- ❖ Le taux de renfort interne en acier tendu
- ❖ Le taux de renfort interne en acier comprimé
- ❖ Le rapport ( $\frac{d'}{d}$ )
- ❖ Nuance d'acier de renfort interne
- ❖ La résistance caractéristique du béton en compression

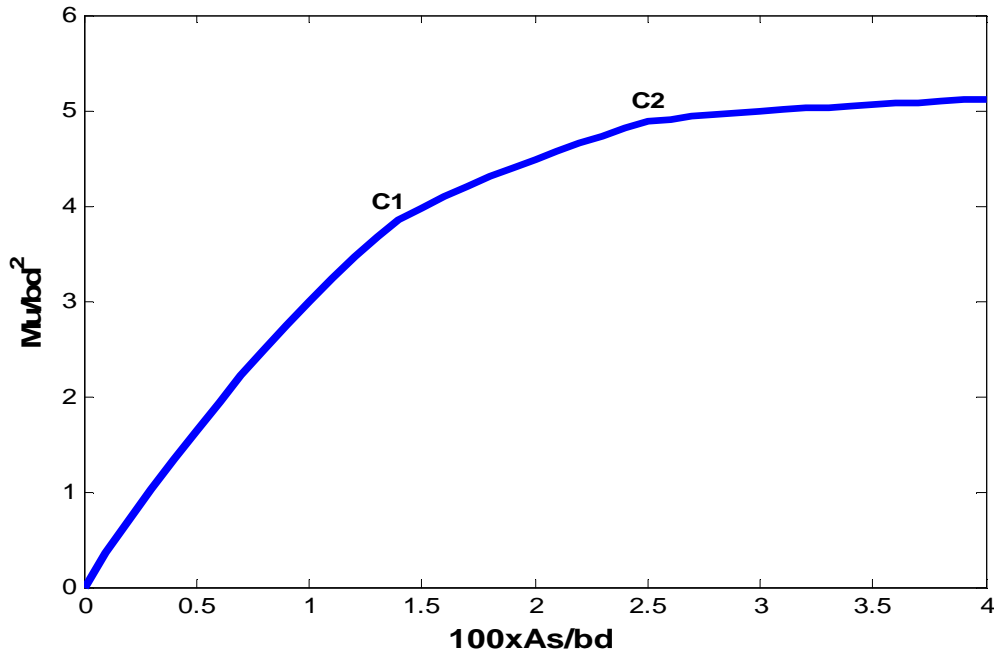
#### **V.5.2.1 : Premier paramètre : Le taux de renfort interne en acier tendu**

Le premier paramètre étudié est le taux de renfort interne en acier tendu. D'abord pour mieux éclaircir l'effet du renforcement extérieur et pouvoir comparer le gain en résistance flexionnelle des poutres renforcées par rapport à celles non renforcées, une poutre simplement armée non renforcée extérieurement est prise en étude dans ce calcul théorique (voir tableau :IV.2 et représentation graphique des résultats, figure :IV.4).

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$ | $\frac{x}{d}$ |
|----------------------------|--------------------|---------------|
| 0                          | 0                  | 0             |
| 0.1                        | 0.351              | 0.035         |
| 0.2                        | 0.6907             | 0.0701        |
| 0.3                        | 1.0189             | 0.1051        |
| 0.4                        | 1.3358             | 0.1402        |
| 0.5                        | 1.6413             | 0.1752        |
| 0.6                        | 1.9355             | 0.2103        |
| 0.7                        | 2.2183             | 0.2453        |
| 0.8                        | 2.4897             | 0.2803        |
| 0.9                        | 2.7497             | 0.3154        |
| 1                          | 2.9984             | 0.3504        |
| 1.1                        | 3.2357             | 0.3855        |
| 1.2                        | 3.4616             | 0.4205        |
| 1.3                        | 3.6761             | 0.4556        |
| 1.4                        | 3.8577             | 0.4868        |
| 1.5                        | 3.9774             | 0.5083        |
| 1.6                        | 4.0907             | 0.5294        |
| 1.7                        | 4.1981             | 0.5501        |
| 1.8                        | 4.3                | 0.5705        |
| 1.9                        | 4,3966             | 0.5906        |
| 2                          | 4.4882             | 0.6105        |

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$ | $\frac{x}{d}$ |
|----------------------------|--------------------|---------------|
| 2.1                        | 4.5752             | 0.6301        |
| 2.2                        | 4.6576             | 0.6494        |
| 2.3                        | 4.7357             | 0.6686        |
| 2.4                        | 4.8097             | 0.6876        |
| 2.5                        | 4.8796             | 0.7064        |
| 2.6                        | 4.909              | 0.7145        |
| 2.7                        | 4.93               | 0.7205        |
| 2.8                        | 4.9498             | 0.7262        |
| 2.9                        | 4.9685             | 0.7316        |
| 3                          | 4.9862             | 0.7368        |
| 3.1                        | 5.003              | 0.7418        |
| 3.2                        | 5.0186             | 0.7467        |
| 3.3                        | 5.0337             | 0.7513        |
| 3.4                        | 5.0479             | 0.7557        |
| 3.5                        | 5.0615             | 0.76          |
| 3.6                        | 5.0742             | 0.7642        |
| 3.7                        | 5.0865             | 0.7681        |
| 3.8                        | 5.0981             | 0.772         |
| 3.9                        | 5.1096             | 0.7757        |
| 4                          | 5.12               | 0.7793        |

**Tableau IV.2: Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>1</sub>) en fonction de renfort interne en acier tendu ( $\rho_p=0\%$ ,  $\rho'_s=0\%$ )**



**Figure IV.4 : Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre de la série (S<sub>1</sub>). ( $\rho_p=0\%$ ,  $\rho'_s=0\%$ )**

Passons maintenant à la deuxième série ( $S_2$ ) de sections de poutres pour lesquelles toutes les caractéristiques mécaniques des matériaux et valeurs des autres paramètres sont maintenues constantes par rapport à la série ( $S_1$ ), sauf que cette deuxième série est renforcée extérieurement par plaques métalliques (vis-à-vis de la flexion), avec un taux de 0.5% (voir tableau : IV.3 et représentation graphique des résultats obtenus, figure : IV.5).

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$ | $\frac{x}{d}$ |
|----------------------------|--------------------|---------------|
| 0                          | 1.0778             | 0.1004        |
| 0.1                        | 1.3962             | 0.1355        |
| 0.2                        | 1.7032             | 0.1705        |
| 0.3                        | 1.9989             | 0.2056        |
| 0.4                        | 2.2832             | 0.2406        |
| 0.5                        | 2.5562             | 0.2756        |
| 0.6                        | 2.8177             | 0.3107        |
| 0.7                        | 3.0679             | 0.3457        |
| 0.8                        | 3.3067             | 0.3808        |
| 0.9                        | 3.5342             | 0.4158        |
| 1                          | 3.7502             | 0.4509        |
| 1.1                        | 3.945              | 0.4842        |
| 1.2                        | 4.075              | 0.5075        |
| 1.3                        | 4.1972             | 0.5302        |
| 1.4                        | 4.3119             | 0.5524        |
| 1.5                        | 4.42               | 0.5742        |
| 1.6                        | 4.5197             | 0.5952        |
| 1.7                        | 4.6082             | 0.6149        |
| 1.8                        | 4.6921             | 0.6344        |
| 1.9                        | 4.7717             | 0.6537        |
| 2                          | 4.8473             | 0.6728        |

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$ | $\frac{x}{d}$ |
|----------------------------|--------------------|---------------|
| 2.1                        | 4.9187             | 0.6917        |
| 2.2                        | 4.9837             | 0.7097        |
| 2.3                        | 5.0074             | 0.7164        |
| 2.4                        | 5.0294             | 0.7228        |
| 2.5                        | 5.0502             | 0.7289        |
| 2.6                        | 5.0696             | 0.7347        |
| 2.7                        | 5.0877             | 0.7402        |
| 2.8                        | 5.1049             | 0.7455        |
| 2.9                        | 5.121              | 0.7506        |
| 3                          | 5.1363             | 0.7555        |
| 3.1                        | 5.1509             | 0.7601        |
| 3.2                        | 5.1645             | 0.7646        |
| 3.3                        | 5.1774             | 0.7689        |
| 3.4                        | 5.1897             | 0.7731        |
| 3.5                        | 5.2017             | 0.7771        |
| 3.6                        | 5.2129             | 0.7809        |
| 3.7                        | 5.2233             | 0.7846        |
| 3.8                        | 5.2336             | 0.7882        |
| 3.9                        | 5.2431             | 0.7916        |
| 4                          | 5.2526             | 0.795         |

**Tableau IV.3: Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série ( $S_2$ ) en fonction du renfort interne en acier tendu ( $\rho_p=0.5\%$ ,  $\rho'_s=0\%$ )**

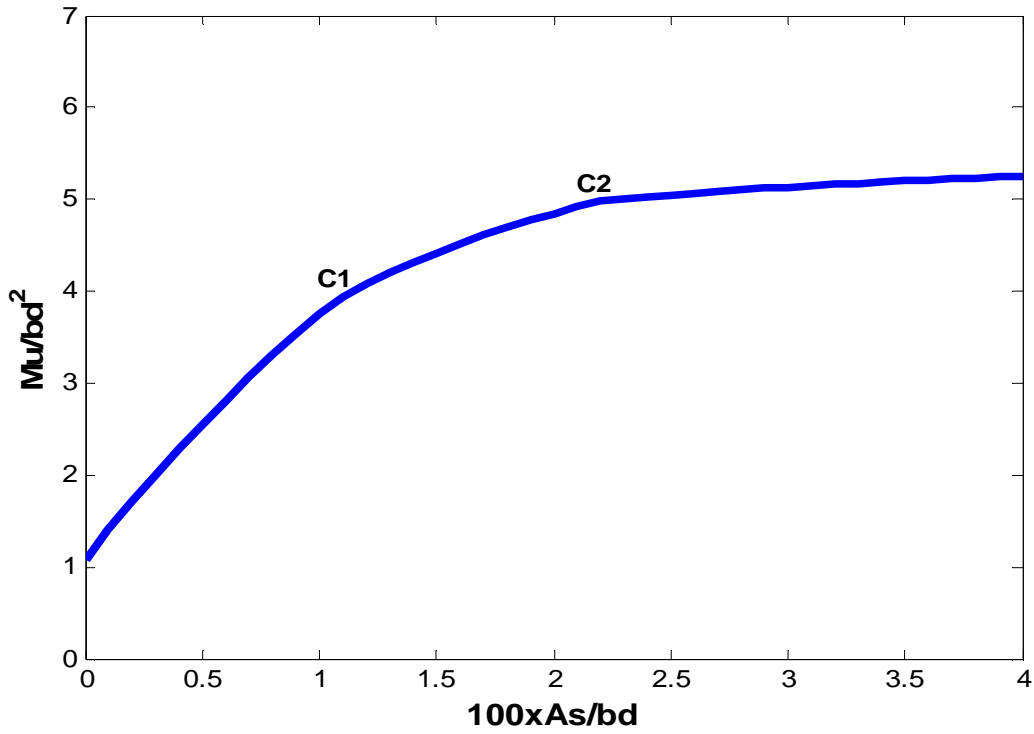


Figure IV.5 : Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre de la série ( $S_2$ ).  
 ( $\rho_p=0.5\%$ ,  $\rho'_s=0\%$ )

Afin de mieux comparer les résultats obtenus pour cette série ( $S_2$ ) avec ceux obtenus pour la série ( $S_1$ ), traçons la courbe globale des deux séries de poutres étudiées (voir : figure IV.6).

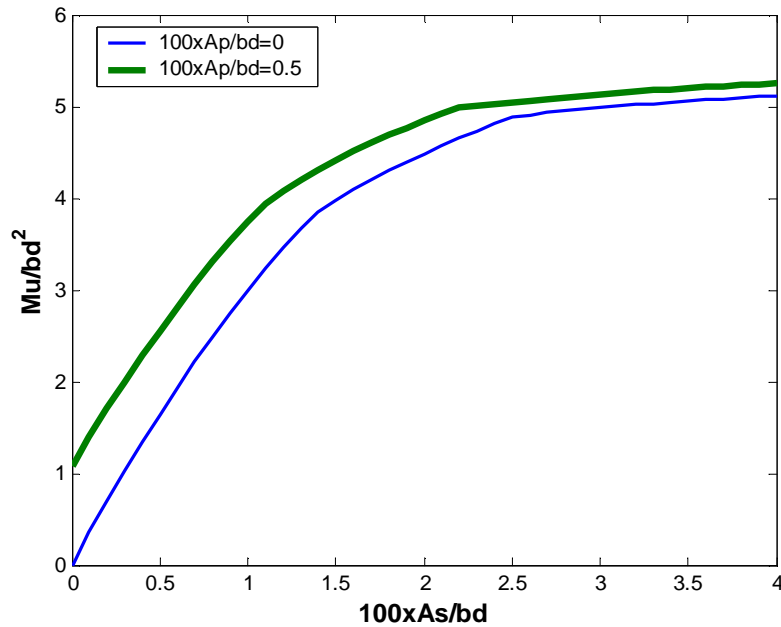


Figure IV.6 : Influence du renfort externe par (PM) sur la capacité flexionnelle des sections des poutres de séries  $S_1$  et  $S_2$ . ( $S_1$  :  $\rho_p=0\%$  et  $\rho'_s=0\%$ ,  $S_2$  :  $\rho_p=0.5\%$ ,  $\rho'_s=0\%$ )

En analysant les résultats inscrits dans les tableaux (tableaux: IV.2 et IV.3) et en observant les deux courbes des figures IV.5 et IV.6 on voit que :

- L'étendue du domaine plastique dans lequel les armatures internes tendues travaillent, diminue avec l'augmentation du taux de renfort externe par plaques métalliques, contrairement au domaine élastique, (voir tableau : IV.4)

|           | Poutre de série (S <sub>1</sub> ) |                | Poutre de série (S <sub>2</sub> ) |                | Poutre de série (S <sub>4</sub> ) |                |
|-----------|-----------------------------------|----------------|-----------------------------------|----------------|-----------------------------------|----------------|
|           | C <sub>1</sub>                    | C <sub>2</sub> | C <sub>1</sub>                    | C <sub>2</sub> | C <sub>1</sub>                    | C <sub>2</sub> |
| 100xAs/bd | 1.35                              | 2.5            | 1.11                              | 2.2            | 0.92                              | 1.62           |

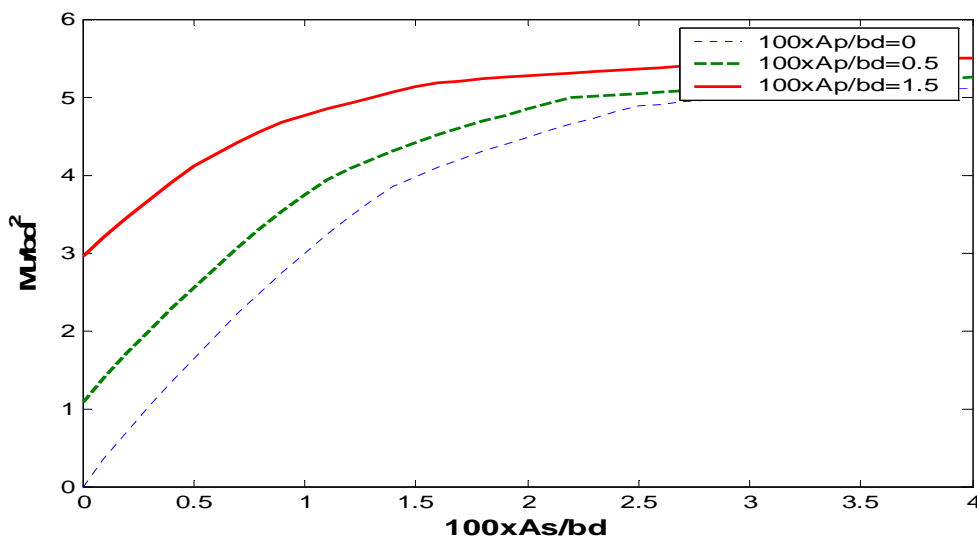
**Tableau IV.4 : Abscisses des points de cassure**

C<sub>1</sub> : point de cassure limitant le domaine plastique du domaine élasto-plastique

C<sub>2</sub> : point de cassure limitant le domaine élasto-plastique du domaine élastique

- Rapprochement des deux branches de courbes au fur et à mesure où le taux de renfort en acier interne tendu augmente

Avant de discuter et interpréter les résultats de ces deux cas étudiés, et pour généraliser la discussion, prenons des poutres de la série (S<sub>4</sub>) (poutres renforcées extérieurement par plaques métalliques avec un taux de 1.5%). Pour ce faire on trace le graphique des résultats obtenus pour cette série étudiée avec ceux des deux cas précédents (voir figure : IV.7).



**Figure IV.7 : Influence du renfort externe par (PM) sur la capacité flexionnelle des sections des poutres simplement armées, (poutres de séries S<sub>1</sub> :  $\rho_p=0\%$ , S<sub>2</sub> :  $\rho_p=0.5\%$ , S<sub>4</sub> :  $\rho_p=1.5\%$ )**



Il en résulte de ce qui précède (après l'ajout de la troisième courbe), que les observations enregistrées précédemment restent les mêmes.

➤ Discussion des résultats

- ❖ Les armatures internes tendues, travaillent de plus en plus en dehors du domaine plastique au fur et à mesure ou le taux de renfort extérieur par plaques métalliques augmente.
- ❖ En terme de gain en capacité flexionnelle, le renfort extérieur par plaques métalliques présente un effet favorable en augmentant le taux du renfort
- ❖ La capacité flexionnelle est peu influencée par le renfort extérieur par plaques métalliques sous un taux élevé du renfort interne en acier tendu.

Pour évaluer le pourcentage du gain en capacité flexionnelle des poutres renforcées extérieurement par plaques métalliques, dressons les tableaux et figures suivants.

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>1</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>2</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>2</sub> par<br>rapport<br>à ps <sub>1</sub> |
|----------------------------|--|--|---|
| 0.1                        | 0.351                                    | 1.3962                                   | 297.78  |
| 0.2                        | 0.6907                                   | 1.7032                                   | 146.59  |
| 0.3                        | 1.0189                                   | 1.9989                                   | 096.182   |
| 0.4                        | 1.3358                                   | 2.2832                                   | 070.923   |
| 0.5                        | 1.6413                                   | 2.5562                                   | 055.742   |
| 0.6                        | 1.9355                                   | 2.8177                                   | 045.58  |
| 0.7                        | 2.2183                                   | 3.0679                                   | 038.259   |
| 0.8                        | 2.4897                                   | 3.3067                                   | 032.815   |
| 0.9                        | 2.7497                                   | 3.5342                                   | 028.53  |
| 1                          | 2.9984                                   | 3.7502                                   | 025.073   |
| 1.1                        | 3.2357                                   | 3.945                                    | 021.92  |
| 1.2                        | 3.4616                                   | 4.075                                    | 17.72   |
| 1.3                        | 3.6761                                   | 4.1972                                   | 14.175  |
| 1.4                        | 3.8577                                   | 4.3119                                   | 11.773  |
| 1.5                        | 3.9774                                   | 4.42                                     | 11.1279   |
| 1.6                        | 4.0907                                   | 4.5197                                   | 10.487  |
| 1.7                        | 4.1981                                   | 4.6082                                   | 9.769   |
| 1.8                        | 4.3                                      | 4.6921                                   | 9.118   |
| 1.9                        | 4.3966                                   | 4.7717                                   | 8.5316  |
| 2                          | 4.4882                                   | 4.8473                                   | 8.0000  |

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>1</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>2</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>2</sub> par<br>rapport<br>à ps <sub>1</sub> |
|----------------------------|--|--|---|
| 2.1                        | 4.5752                                   | 4.9187                                   | 7.5077  |
| 2.2                        | 4.6576                                   | 4.9837                                   | 7.0000  |
| 2.3                        | 4.7357                                   | 5.0074                                   | 5.737   |
| 2.4                        | 4.8097                                   | 5.0294                                   | 4.568   |
| 2.5                        | 4.8796                                   | 5.0502                                   | 3.496   |
| 2.6                        | 4.909                                    | 5.0696                                   | 3.271   |
| 2.7                        | 4.93                                     | 5.0877                                   | 3.199   |
| 2.8                        | 4.9498                                   | 5.1049                                   | 3.133   |
| 2.9                        | 4.9685                                   | 5.121                                    | 3.069   |
| 3                          | 4.9862                                   | 5.1363                                   | 3.010   |
| 3.1                        | 5.003                                    | 5.1509                                   | 2.956   |
| 3.2                        | 5.0186                                   | 5.1645                                   | 2.907   |
| 3.3                        | 5.0337                                   | 5.1774                                   | 2.855   |
| 3.4                        | 5.0479                                   | 5.1897                                   | 2.809   |
| 3.5                        | 5.0615                                   | 5.2017                                   | 2.77  |
| 3.6                        | 5.0742                                   | 5.2129                                   | 2.733   |
| 3.7                        | 5.0865                                   | 5.2233                                   | 2.69  |
| 3.8                        | 5.0981                                   | 5.2336                                   | 2.658   |
| 3.9                        | 5.1096                                   | 5.2431                                   | 2.613   |
| 4                          | 5.12                                     | 5.2526                                   | 2.59  |

**Tableau IV.5 : Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle du poutre de série (S<sub>2</sub>) par rapport à la poutre de série (S<sub>1</sub>). (S<sub>1</sub> : ρ<sub>p</sub>=0% et ρ<sub>s</sub>'=0%, S<sub>2</sub> : ρ<sub>p</sub>=0.5%, ρ<sub>s</sub>'=0%)**

**N.B :**

$P_{S_1}$  : poutre de la série  $S_1$

$P_{S_2}$  : poutre de la série  $S_2$

GCF : Gain en capacité flexionnelle.

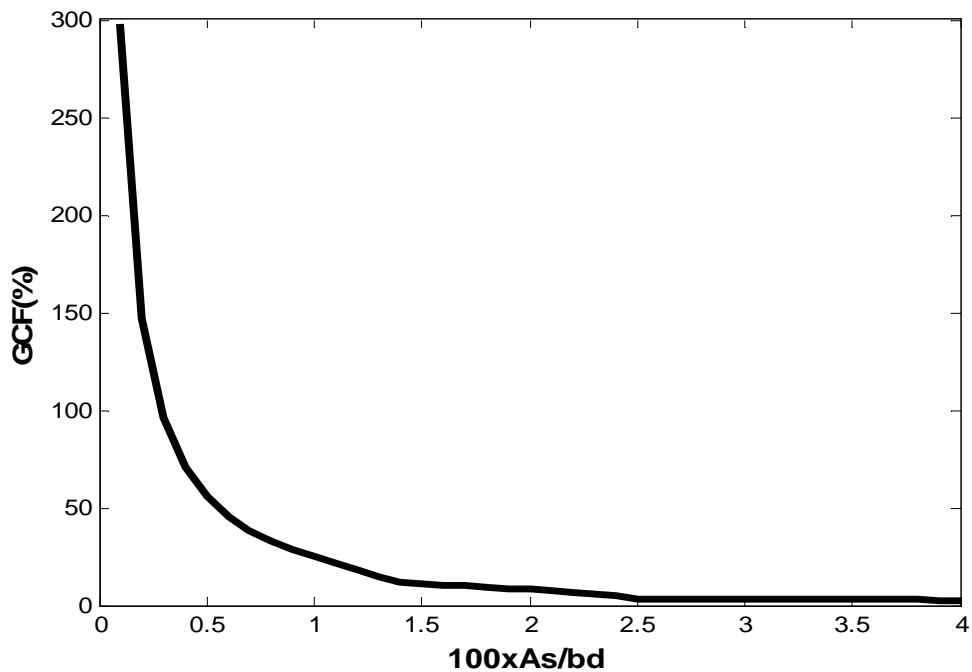


Figure IV.8 : Evolution du gain en capacité flexionnelle de la poutre de la série ( $S_2$ ) par rapport à la poutre de la série ( $S_1$ ). ( $S_1$  :  $\rho_p=0\%$  et  $\rho'_s=0\%$ ,  $S_2$  :  $\rho_p=0.5\%$ ,  $\rho'_s=0\%$ )

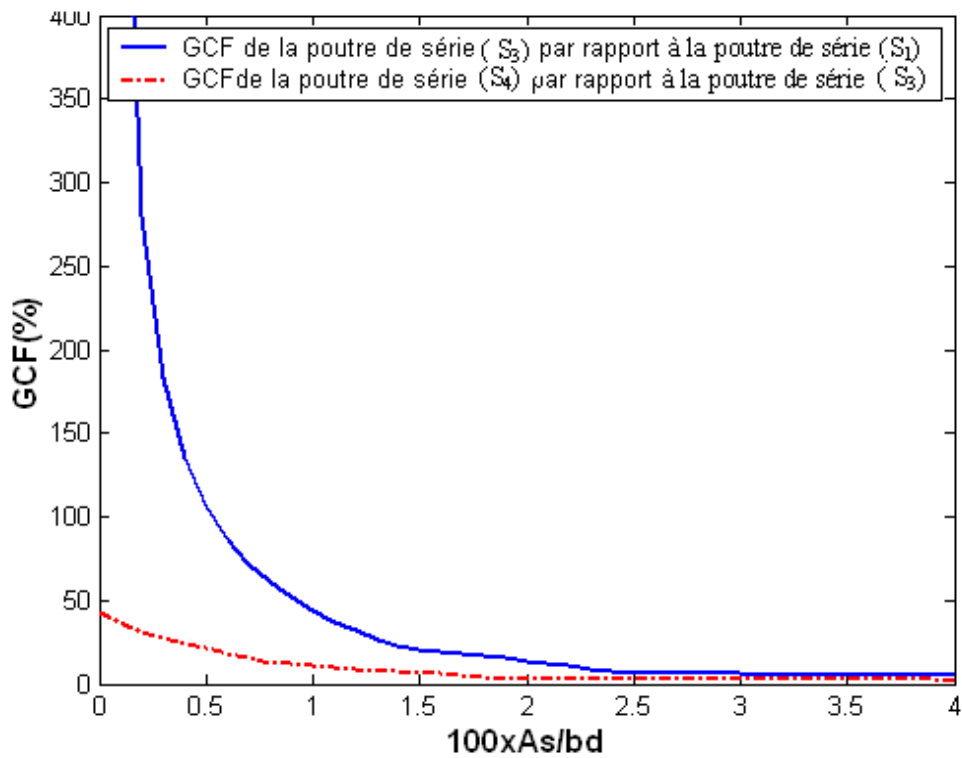


Figure IV.9: Comparaison de l'évolution du GCF pour les poutres de séries  $S_1$  et  $S_3$  d'une part et les poutres de séries  $S_3$  et  $S_4$  d' autre part. ( $S_1$  :  $\rho_p= 0\%$ ,  $S_3$ : $\rho_p=1\%$ ,  $S_4$  : $\rho_p=1.5\%$  )

En terme de gain en capacité flexionnelle, on peut théoriquement affirmer que le renfort extérieur par plaques métalliques des poutres simplement armées est plus bénéfique pour les poutres sous-armées. Dans le cas des poutres surarmées, la résistance flexionnelle est peu influencée par ce renfort externe.

### V.5.2.2 :Deuxième paramètre : le taux de renfort interne en acier comprimé

La seconde étude porte sur le comportement des poutres doublement armées renforcées extérieurement par plaques métalliques. Comme dans le premier paramètre étudié, pour bien illustrer l'effet du renfort interne en acier comprimé sur les poutres renforcées extérieurement par plaques métalliques, une poutre de la série (S<sub>4</sub>) est étudiée dans ce calcul paramétrique (voir : tableau : IV.6 et figure : IV.10).

| $100. \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$ | $\frac{x}{d}$ |
|-----------------------|--------------------|---------------|
| 0                     | 2.9531             | 0.3013        |
| 0.1                   | 3.2063             | 0.3363        |
| 0.2                   | 3.4482             | 0.3714        |
| 0.3                   | 3.6787             | 0.4064        |
| 0.4                   | 3.8978             | 0.4415        |
| 0.5                   | 4.1056             | 0.4765        |
| 0.6                   | 4.2678             | 0.5053        |
| 0.7                   | 4.4122             | 0.5322        |
| 0.8                   | 4.5449             | 0.558         |
| 0.9                   | 4.6674             | 0.5831        |
| 1                     | 4.7624             | 0.6042        |
| 1.1                   | 4.8447             | 0.6238        |
| 1.2                   | 4.9229             | 0.6431        |
| 1.3                   | 4.9973             | 0.6622        |
| 1.4                   | 5.0677             | 0.6811        |
| 1.5                   | 5.1344             | 0.6998        |
| 1.6                   | 5.1807             | 0.7134        |
| 1.7                   | 5.2072             | 0.7213        |
| 1.8                   | 5.2317             | 0.7288        |
| 1.9                   | 5.2544             | 0.7358        |
| 2                     | 5.2753             | 0.7425        |
| 2.1                   | 5.2947             | 0.7488        |
| 2.2                   | 5.3127             | 0.7548        |
| 2.3                   | 5.3298             | 0.7605        |
| 2.4                   | 5.3457             | 0.7659        |
| 2.5                   | 5.3604             | 0.771         |
| 2.6                   | 5.3743             | 0.7759        |
| 2.7                   | 5.3874             | 0.7806        |
| 2.8                   | 5.3999             | 0.7851        |
| 2.9                   | 5.4114             | 0.7894        |
| 3                     | 5.4226             | 0.7935        |
| 3.1                   | 5.433              | 0.7974        |
| 3.2                   | 5.443              | 0.8012        |
| 3.3                   | 5.4523             | 0.8049        |
| 3.4                   | 5.4612             | 0.8084        |
| 3.5                   | 5.4696             | 0.8118        |
| 3.6                   | 5.4779             | 0.815         |
| 3.7                   | 5.4856             | 0.8182        |
| 3.8                   | 5.493              | 0.8212        |
| 3.9                   | 5.5                | 0.8241        |
| 4                     | 5.5067             | 0.827         |

**Tableau IV.6 : Résultats théoriques de la capacité flexionnelle des sections d'une poutre simplement armée renforcée extérieurement par (PM) avec un taux de 1.5%**

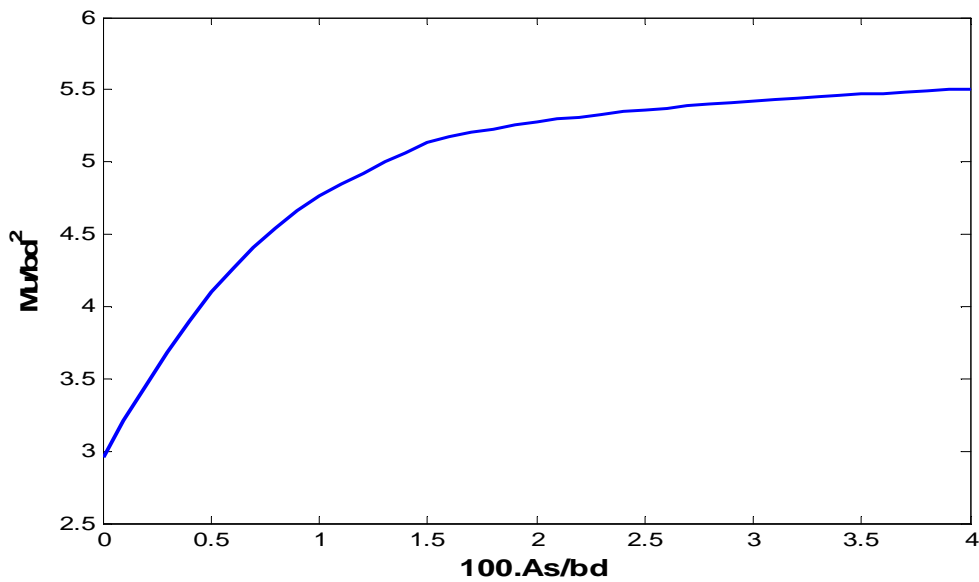


Figure IV.10 : Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre simplement armée (de série S<sub>4</sub>) renforcée extérieurement par (PM). ( S<sub>4</sub>: $\rho'_s=0\%$ ,  $\rho_p=1.5\%$ )

Avant d'entrer dans l'analyse proprement dite de l'effet du renforcement extérieur des poutres doublement armées par plaques métalliques, on prend en étude trois autres poutres des séries : (S<sub>14</sub>), (S<sub>16</sub>) et (S<sub>17</sub>), (voir : tableau : IV.7 et figure IV.11 pour la poutre de série S<sub>14</sub> et courbe représentative globale des trois séries, figure: IV.12 )

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$ | $\frac{x}{d}$ |
|----------------------------|--------------------|---------------|
| 0                          | 3.1085             | 0.1654        |
| 0.1                        | 3.4125             | 0.1921        |
| 0.2                        | 3.7049             | 0.2236        |
| 0.3                        | 3.9845             | 0.2578        |
| 0.4                        | 4.2519             | 0.2928        |
| 0.5                        | 4.5079             | 0.3279        |
| 0.6                        | 4.7525             | 0.3629        |
| 0.7                        | 4.9857             | 0.398         |
| 0.8                        | 5.2076             | 0.433         |
| 0.9                        | 5.4181             | 0.4681        |
| 1                          | 5.5797             | 0.4963        |
| 1.1                        | 5.7108             | 0.5203        |
| 1.2                        | 5.8332             | 0.5436        |
| 1.3                        | 5.948              | 0.5664        |
| 1.4                        | 6.0556             | 0.5887        |
| 1.5                        | 6.1362             | 0.6071        |
| 1.6                        | 6.2117             | 0.6251        |
| 1.7                        | 6.2839             | 0.6429        |
| 1.8                        | 6.353              | 0.6606        |
| 1.9                        | 6.4189             | 0.6782        |
| 2                          | 6.4817             | 0.6957        |
| 2.1                        | 6.5336             | 0.7108        |
| 2.2                        | 6.5562             | 0.7175        |
| 2.3                        | 6.5773             | 0.7239        |
| 2.4                        | 6.5972             | 0.7299        |
| 2.5                        | 6.6155             | 0.7357        |
| 2.6                        | 6.6328             | 0.7413        |
| 2.7                        | 6.6494             | 0.7465        |
| 2.8                        | 6.6648             | 0.7516        |
| 2.9                        | 6.6793             | 0.7564        |
| 3                          | 6.6931             | 0.7611        |
| 3.1                        | 6.7063             | 0.7656        |
| 3.2                        | 6.7187             | 0.7699        |
| 3.3                        | 6.7304             | 0.774         |
| 3.4                        | 6.7414             | 0.778         |
| 3.5                        | 6.7523             | 0.7818        |
| 3.6                        | 6.7625             | 0.7855        |
| 3.7                        | 6.7723             | 0.789         |
| 3.8                        | 6.7816             | 0.7925        |
| 3.9                        | 6.7903             | 0.7958        |
| 4                          | 6.7986             | 0.799         |

Tableau IV.7 : Résultats théoriques de la capacité flexionnelle des sections d'une poutre doublement armée (de série S<sub>14</sub>) renforcée extérieurement par (PM). ( S<sub>14</sub>: $\rho'_s=0.5\%$ ,  $\rho_p=1.5\%$ )

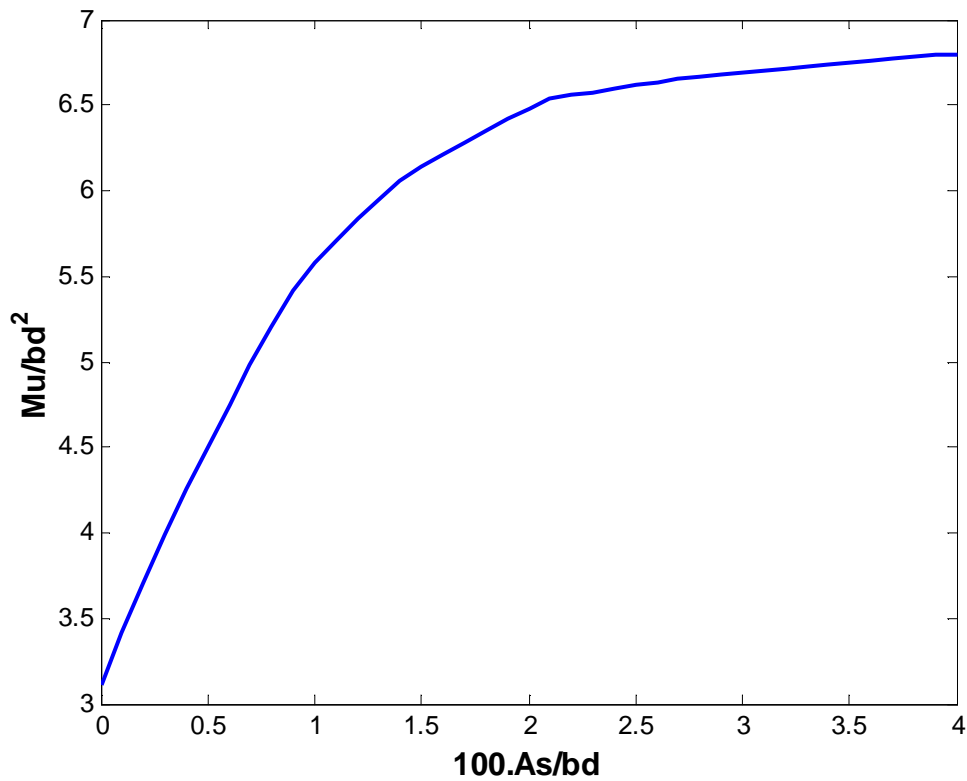


Figure IV.11: Evolution de la capacité flexionnelle des sections d'une poutre doublement armée (de série S<sub>14</sub>) renforcée extérieurement par (PM). ( S<sub>14</sub> :  $\rho'_s=0.5\%$ ,  $\rho_p=1.5\%$  )

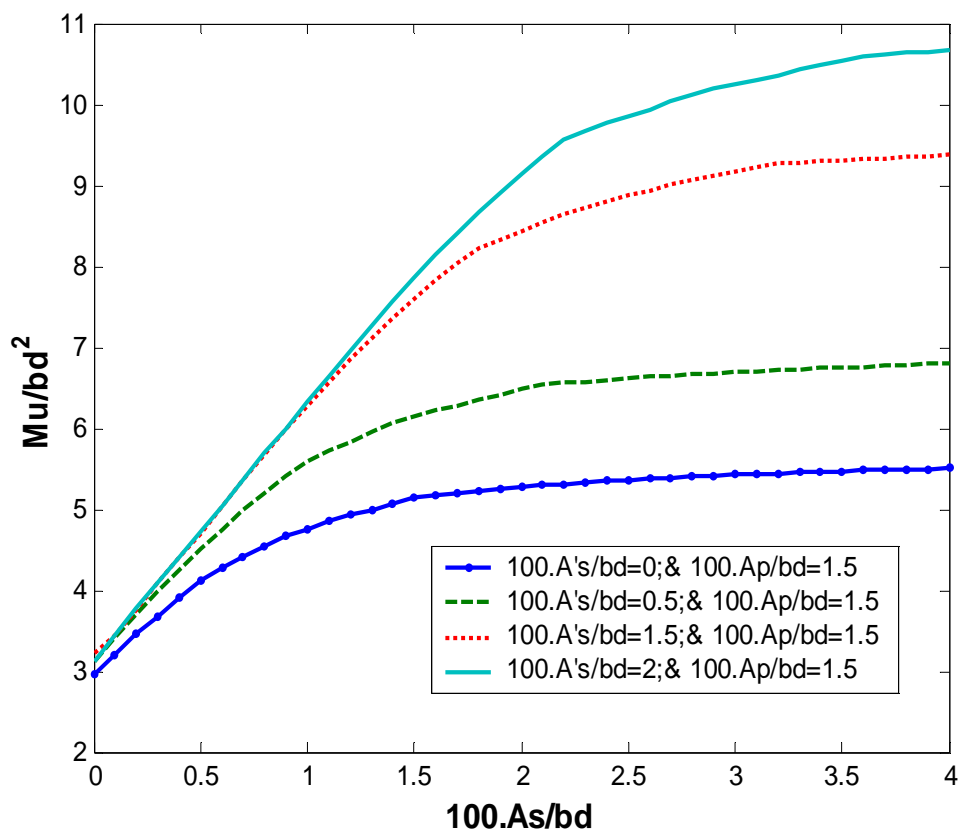


Figure IV.12: Influence du renfort interne en acier comprimé sur la capacité flexionnelle des poutres renforcées extérieurement par (PM) avec un taux de 1.5% (poutres de séries S<sub>4</sub>:  $\rho'_s=0\%$ , S<sub>14</sub>:  $\rho'_s=0.5\%$ , S<sub>16</sub>:  $\rho'_s=1.5\%$ , S<sub>17</sub>:  $\rho'_s=2\%$  )

❖ Discussion des résultats

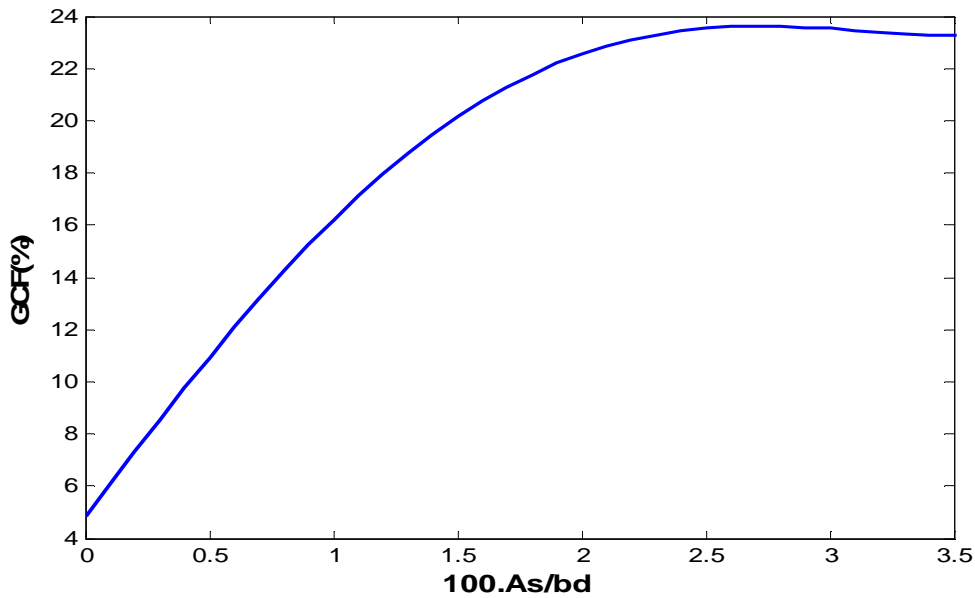
On suit le même cheminement que précédemment (analyse et discussion graphique des résultats obtenus pour le premier paramètre étudié), on peut remarquer que :

- La capacité flexionnelle de ces poutres renforcées extérieurement par plaques métalliques augmente avec l'augmentation du taux de renfort interne en acier comprimé.
- Le gain en capacité flexionnelle est peu influencée par ce renforcement en acier comprimé là où le taux de renfort interne en acier tendu est faible, (voir : tableaux : IV.8, IV.9, IV.10 et figures : IV.13, IV.14 et courbe représentative globale, figure : IV.15)

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>4</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>14</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>14</sub> par<br>rapport<br>à ps <sub>4</sub> |
|----------------------------|--|---|--|
| 0                          | 2.9531                                   | 3.1085                                    | 5.26   |
| 0.1                        | 3.2063                                   | 3.4125                                    | 6.43   |
| 0.2                        | 3.4482                                   | 3.7049                                    | 7.44   |
| 0.3                        | 3.6787                                   | 3.9845                                    | 8.31   |
| 0.4                        | 3.8978                                   | 4.2519                                    | 9.08   |
| 0.5                        | 4.1056                                   | 4.5079                                    | 9.8  |
| 0.6                        | 4.2678                                   | 4.7525                                    | 11.36  |
| 0.7                        | 4.4122                                   | 4.9857                                    | 13   |
| 0.8                        | 4.5449                                   | 5.2076                                    | 14.58  |
| 0.9                        | 4.6674                                   | 5.4181                                    | 16.08  |
| 1                          | 4.7624                                   | 5.5797                                    | 17.16  |
| 1.1                        | 4.8447                                   | 5.7108                                    | 17.88  |
| 1.2                        | 4.9229                                   | 5.8332                                    | 18.49  |
| 1.3                        | 4.9973                                   | 5.948                                     | 19.02  |
| 1.4                        | 5.0677                                   | 6.0556                                    | 19.49  |
| 1.5                        | 5.1344                                   | 6.1362                                    | 19.51  |
| 1.6                        | 5.1807                                   | 6.2117                                    | 19.9   |
| 1.7                        | 5.2072                                   | 6.2839                                    | 20.68  |
| 1.8                        | 5.2317                                   | 6.353                                     | 21.43  |
| 1.9                        | 5.2544                                   | 6.4189                                    | 22.16  |
| 2                          | 5.2753                                   | 6.4817                                    | 22.87  |

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>4</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>14</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>14</sub> par<br>rapport<br>à ps <sub>4</sub> |
|----------------------------|--|---|--|
| 2.1                        | 5.2947                                   | 6.5336                                    | 23.399   |
| 2.2                        | 5.3127                                   | 6.5562                                    | 23.41  |
| 2.3                        | 5.3298                                   | 6.5773                                    | 23.41  |
| 2.4                        | 5.3457                                   | 6.5972                                    | 23.411   |
| 2.5                        | 5.3604                                   | 6.6155                                    | 23.414   |
| 2.6                        | 5.3743                                   | 6.6328                                    | 23.417   |
| 2.7                        | 5.3874                                   | 6.6494                                    | 23.425   |
| 2.8                        | 5.3999                                   | 6.6648                                    | 23.425   |
| 2.9                        | 5.4114                                   | 6.6793                                    | 23.43  |
| 3                          | 5.4226                                   | 6.6931                                    | 23.43  |
| 3.1                        | 5.433                                    | 6.7063                                    | 23.436   |
| 3.2                        | 5.443                                    | 6.7187                                    | 23.437   |
| 3.3                        | 5.4523                                   | 6.7304                                    | 23.44  |
| 3.4                        | 5.4612                                   | 6.7414                                    | 23.441   |
| 3.5                        | 5.4696                                   | 6.7523                                    | 23.451   |
| 3.6                        | 5.4779                                   | 6.7625                                    | 23.451   |
| 3.7                        | 5.4856                                   | 6.7723                                    | 23.456   |
| 3.8                        | 5.493                                    | 6.7816                                    | 23.459   |
| 3.9                        | 5.5                                      | 6.7903                                    | 23.46  |
| 4                          | 5.5067                                   | 6.7986                                    | 23.461   |

**Tableau IV.8 : Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>14</sub>) par rapport à une poutre de série (S<sub>4</sub>). (S<sub>4</sub>: ρ<sub>s</sub>'=0% et ρ<sub>p</sub>=1.5%, S<sub>14</sub>: ρ<sub>s</sub>'=0.5% et ρ<sub>p</sub>=1.5%)**



**Figure IV.13: Evolution du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>14</sub>) par rapport à une poutre de série (S<sub>4</sub>). (S<sub>4</sub>: $\rho'_s=0\%$  et  $\rho_p=1.5\%$ , S<sub>14</sub>:  $\rho'_s=0.5\%$  et  $\rho_p=1.5\%$ ) (courbe ajustée)**

| $100. \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>4</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>16</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>16</sub> par<br>rapport<br>à ps <sub>4</sub> |
|-----------------------|--|---|--|
| 0                     | 2.9531                                   | 3.2121                                    | 8.77   |
| 0.1                   | 3.2063                                   | 3.4426                                    | 7.37   |
| 0.2                   | 3.4482                                   | 3.7628                                    | 9.12   |
| 0.3                   | 3.6787                                   | 4.0827                                    | 10.98  |
| 0.4                   | 3.8978                                   | 4.4023                                    | 12.94  |
| 0.5                   | 4.1056                                   | 4.6987                                    | 14.44  |
| 0.6                   | 4.2678                                   | 5.0402                                    | 19   |
| 0.7                   | 4.4122                                   | 5.3583                                    | 21.44  |
| 0.8                   | 4.5449                                   | 5.6757                                    | 24.88  |
| 0.9                   | 4.6674                                   | 5.985                                     | 28.23  |
| 1                     | 4.7624                                   | 6.2848                                    | 31.97  |
| 1.1                   | 4.8447                                   | 6.5746                                    | 35.71  |
| 1.2                   | 4.9229                                   | 6.8475                                    | 39.09  |
| 1.3                   | 4.9973                                   | 7.1089                                    | 42.25  |
| 1.4                   | 5.0677                                   | 7.3591                                    | 45.21  |
| 1.5                   | 5.1344                                   | 7.5978                                    | 47.98  |
| 1.6                   | 5.1807                                   | 7.8251                                    | 51.04  |
| 1.7                   | 5.2072                                   | 8.0411                                    | 54.42  |
| 1.8                   | 5.2317                                   | 8.2316                                    | 57.34  |
| 1.9                   | 5.2544                                   | 8.3405                                    | 58.73  |
| 2                     | 5.2753                                   | 8.4448                                    | 60.08  |

| $100. \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>4</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>16</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>16</sub> par<br>rapport<br>à ps <sub>4</sub> |
|-----------------------|--|---|--|
| 2.1                   | 5.2947                                   | 8.5444                                    | 61.37  |
| 2.2                   | 5.3127                                   | 8.6398                                    | 62.62  |
| 2.3                   | 5.3298                                   | 8.7309                                    | 63.81  |
| 2.4                   | 5.3457                                   | 8.8117                                    | 64.84  |
| 2.5                   | 5.3604                                   | 8.8787                                    | 65.63  |
| 2.6                   | 5.3743                                   | 8.9436                                    | 66.41  |
| 2.7                   | 5.3874                                   | 9.0062                                    | 67.17  |
| 2.8                   | 5.3999                                   | 9.0667                                    | 67.9   |
| 2.9                   | 5.4114                                   | 9.1249                                    | 68.62  |
| 3                     | 5.4226                                   | 9.181                                     | 69.31  |
| 3.1                   | 5.433                                    | 9.2349                                    | 69.98  |
| 3.2                   | 5.443                                    | 9.2634                                    | 70.19  |
| 3.3                   | 5.4523                                   | 9.2798                                    | 70.2   |
| 3.4                   | 5.4612                                   | 9.2954                                    | 70.208   |
| 3.5                   | 5.4696                                   | 9.3105                                    | 70.22  |
| 3.6                   | 5.4779                                   | 9.3246                                    | 70.222   |
| 3.7                   | 5.4856                                   | 9.3385                                    | 70.237   |
| 3.8                   | 5.493                                    | 9.3513                                    | 70.24  |
| 3.9                   | 5.5                                      | 9.3639                                    | 70.25  |
| 4                     | 5.5067                                   | 9.3759                                    | 70.26  |

**Tableau IV.9: Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>16</sub>) par rapport à une poutre de série (S<sub>4</sub>). (S<sub>4</sub>: $\rho'_s=0\%$  et  $\rho_p=1.5\%$ , S<sub>16</sub>:  $\rho'_s=1.5\%$  et  $\rho_p=1.5\%$ )**

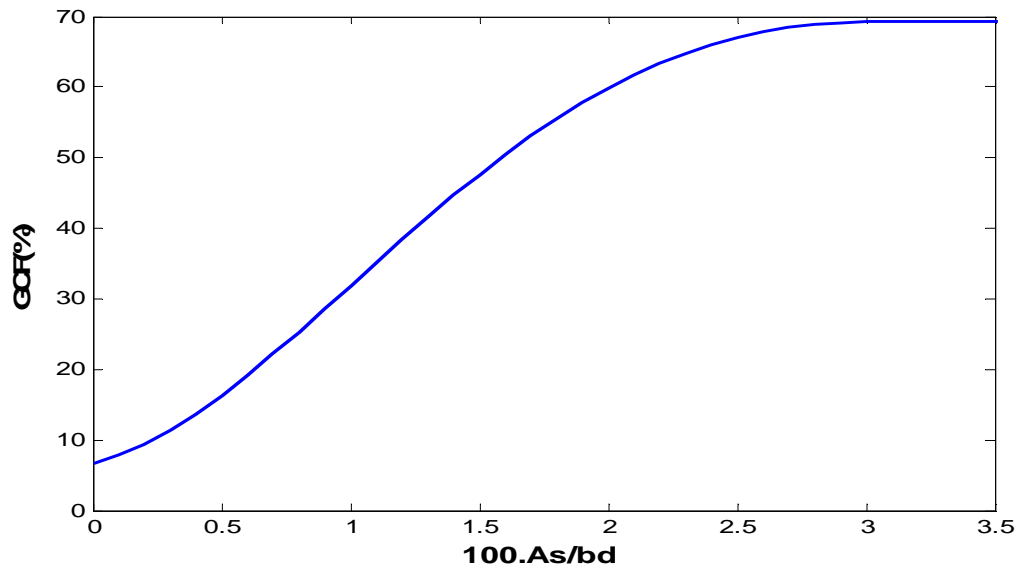


Figure IV.14 : Evolution du gain en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>16</sub>) par rapport à une poutre de série (S<sub>4</sub>). (S<sub>4</sub>: $\rho'_s=0\%$  et  $\rho_p=1.5\%$ , S<sub>16</sub> :  $\rho'_s=1.5\%$  et  $\rho_p=1.5\%$ ) (courbe ajustée)

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>4</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>17</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>17</sub> par<br>rapport à<br>ps <sub>4</sub> |
|----------------------------|--|---|--|
| 0                          | 2.9531                                   | 3.1225                                    | 5.736  |
| 0.1                        | 3.2063                                   | 3.4433                                    | 7.39   |
| 0.2                        | 3.4482                                   | 3.7641                                    | 9.16   |
| 0.3                        | 3.6787                                   | 4.0846                                    | 11.03  |
| 0.4                        | 3.8978                                   | 4.3969                                    | 12.8   |
| 0.5                        | 4.1056                                   | 4.7206                                    | 14.98  |
| 0.6                        | 4.2678                                   | 5.0454                                    | 18.22  |
| 0.7                        | 4.4122                                   | 5.3652                                    | 21.60  |
| 0.8                        | 4.5449                                   | 5.6848                                    | 25.08  |
| 0.9                        | 4.6674                                   | 5.9763                                    | 28.04  |
| 1                          | 4.7624                                   | 6.3201                                    | 32.71  |
| 1.1                        | 4.8447                                   | 6.6416                                    | 37.09  |
| 1.2                        | 4.9229                                   | 6.9597                                    | 41.37  |
| 1.3                        | 4.9973                                   | 7.2706                                    | 45.49  |
| 1.4                        | 5.0677                                   | 7.573                                     | 49.43  |
| 1.5                        | 5.1344                                   | 7.8684                                    | 53.25  |
| 1.6                        | 5.1807                                   | 8.1443                                    | 57.2   |
| 1.7                        | 5.2072                                   | 8.4085                                    | 61.48  |
| 1.8                        | 5.2317                                   | 8.6613                                    | 65.55  |
| 1.9                        | 5.2544                                   | 8.9028                                    | 69.44  |
| 2                          | 5.2753                                   | 9.1329                                    | 73.13  |

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>4</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>17</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>17</sub> par<br>rapport<br>à ps <sub>4</sub> |
|----------------------------|--|---|--|
| 2.1                        | 5.2947                                   | 9.3517                                    | 76.62  |
| 2.2                        | 5.3127                                   | 9.559                                     | 79.92  |
| 2.3                        | 5.3298                                   | 9.667                                     | 81.376   |
| 2.4                        | 5.3457                                   | 9.7635                                    | 82.64  |
| 2.5                        | 5.3604                                   | 9.8564                                    | 83.87  |
| 2.6                        | 5.3743                                   | 9.9458                                    | 85.06  |
| 2.7                        | 5.3874                                   | 10.0319                                   | 86.21  |
| 2.8                        | 5.3999                                   | 10.1148                                   | 87.314   |
| 2.9                        | 5.4114                                   | 10.1857                                   | 88.23  |
| 3                          | 5.4226                                   | 10.248                                    | 88.99  |
| 3.1                        | 5.433                                    | 10.3087                                   | 89.74  |
| 3.2                        | 5.443                                    | 10.3674                                   | 90.47  |
| 3.3                        | 5.4523                                   | 10.4244                                   | 91.19  |
| 3.4                        | 5.4612                                   | 10.4794                                   | 91.89  |
| 3.5                        | 5.4696                                   | 10.5325                                   | 92.56  |
| 3.6                        | 5.4779                                   | 10.5839                                   | 93.21  |
| 3.7                        | 5.4856                                   | 10.6197                                   | 93.59  |
| 3.8                        | 5.493                                    | 10.6345                                   | 93.6   |
| 3.9                        | 5.5                                      | 10.6486                                   | 93.62  |
| 4                          | 5.5067                                   | 10.6624                                   | 93.63  |

Tableau IV.10 : Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>17</sub>) par rapport à une Poutre de série (S<sub>4</sub>). (S<sub>4</sub>: $\rho'_s=0\%$  et  $\rho_p=1.5\%$ , S<sub>17</sub> :  $\rho'_s=2\%$  et  $\rho_p=1.5\%$ )



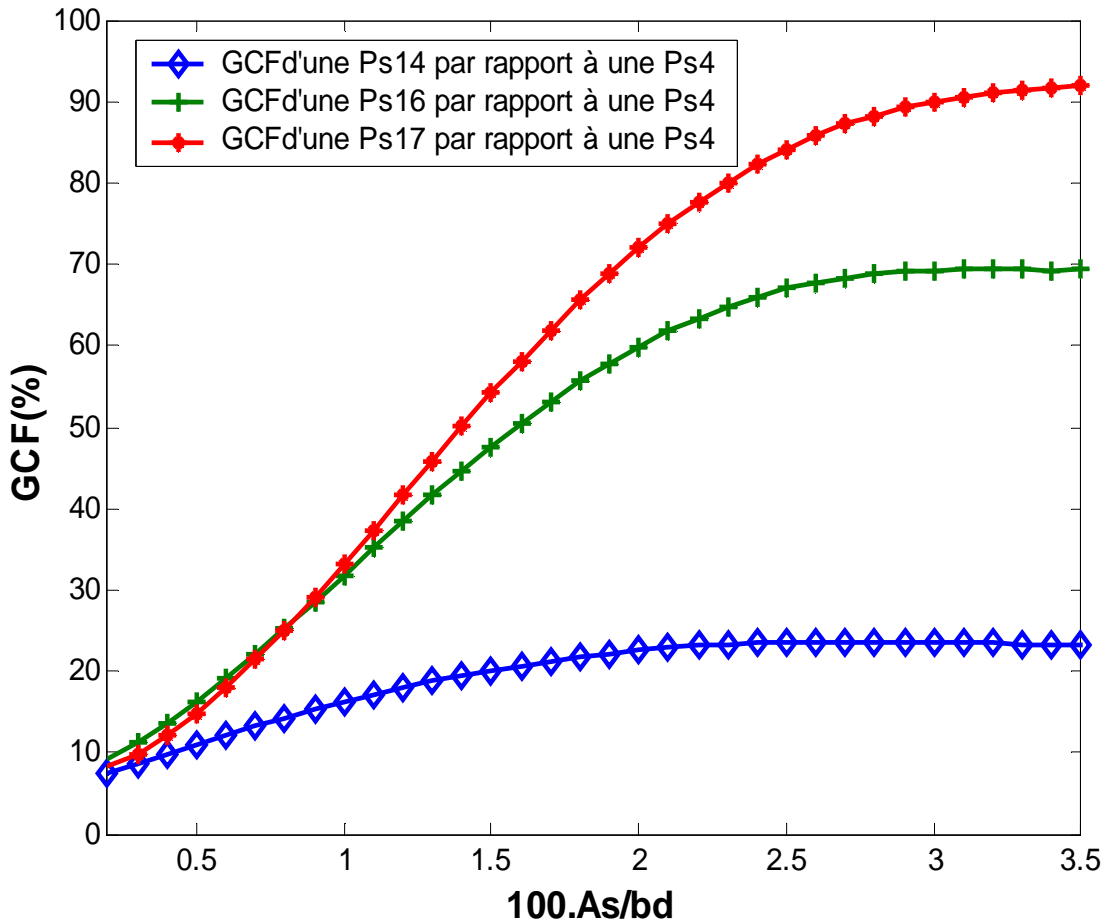
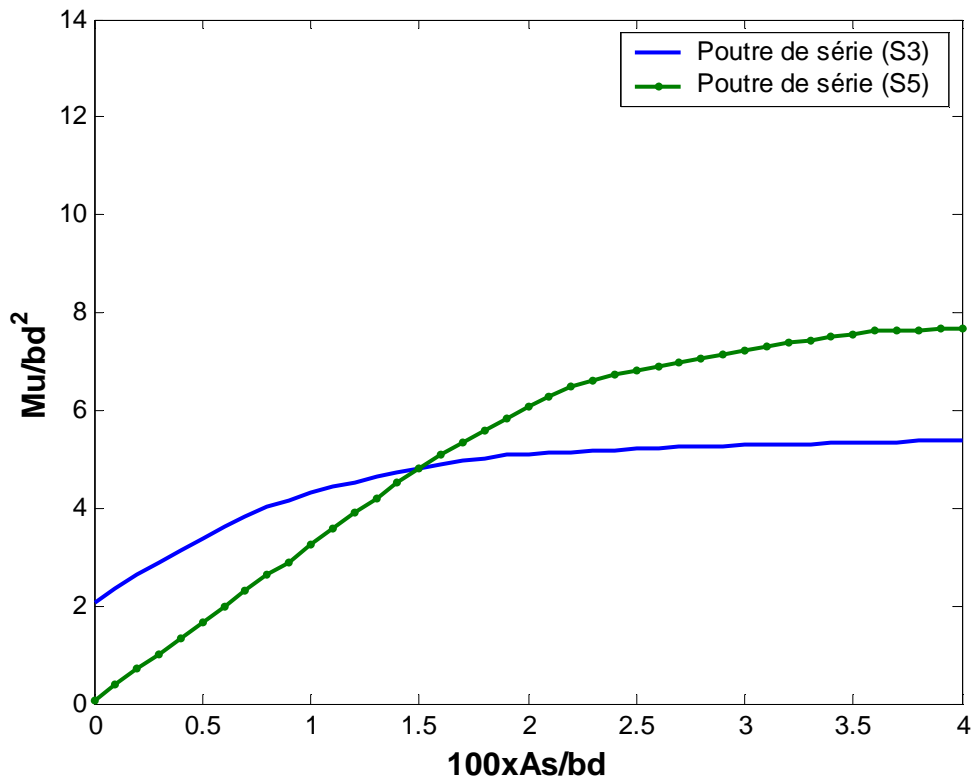


Figure IV.15 : Comparaison de l'évolution du gain (%) en capacité flexionnelle des poutres de séries (S<sub>14</sub>), (S<sub>16</sub>) et (S<sub>17</sub>) par rapport à une poutre de série (S<sub>4</sub>).

(S<sub>4</sub>:  $\rho'_s=0\%$  et  $\rho_p=1.5\%$ , S<sub>14</sub>:  $\rho'_s=0.5\%$  et  $\rho_p=1.5\%$ , S<sub>16</sub>:  $\rho'_s=1.5\%$  et  $\rho_p=1.5\%$ , S<sub>17</sub>:  $\rho'_s=2\%$  et  $\rho_p=1.5\%$ )  
(courbes ajustées)

Avant de passer au troisième paramètre influent, essayons d'exposer l'étude de deux cas particuliers. L'objectif de ces deux cas étudiés est la comparaison de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>3</sub>) et une poutre de série (S<sub>5</sub>), d'une part ( c'est à dire : une poutre simplement armée renforcée extérieurement par (PM) avec un taux de (1% ), et une autre doublement armée renforcée avec un taux de (1%), et non renforcée extérieurement par (PM)), et une poutre de série (S<sub>11</sub>) avec une poutre de série (S<sub>25</sub>), d'une autre part ( c'est à dire : une poutre doublement armée avec une résistance caractéristique du béton en compression égale à : 25 N/mm<sup>2</sup> et renforcée extérieurement par (PM) avec un taux de 3% , et l'autre doublement armée avec une résistance caractéristique du béton en compression égale à : 40 N/mm<sup>2</sup> et renforcée extérieurement par (PM) avec un taux de 0.5%).

En effet, dans ces deux cas particuliers, seules les courbes représentatives des résultats obtenus sont exposées (voir : figure : IV.16).



**Figure IV.16: Comparaison de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>3</sub>) et une poutre de série (S<sub>5</sub>).**  
 (S<sub>3</sub>: ρ<sub>s</sub>'=0% et ρ<sub>p</sub>'=1%, S<sub>5</sub>: ρ<sub>s</sub>'=1% et ρ<sub>p</sub>'=0%)

❖ Discussion des résultats

En analysant ces deux courbes représentatives des résultats obtenus on peut noter quelques observations qui sont :

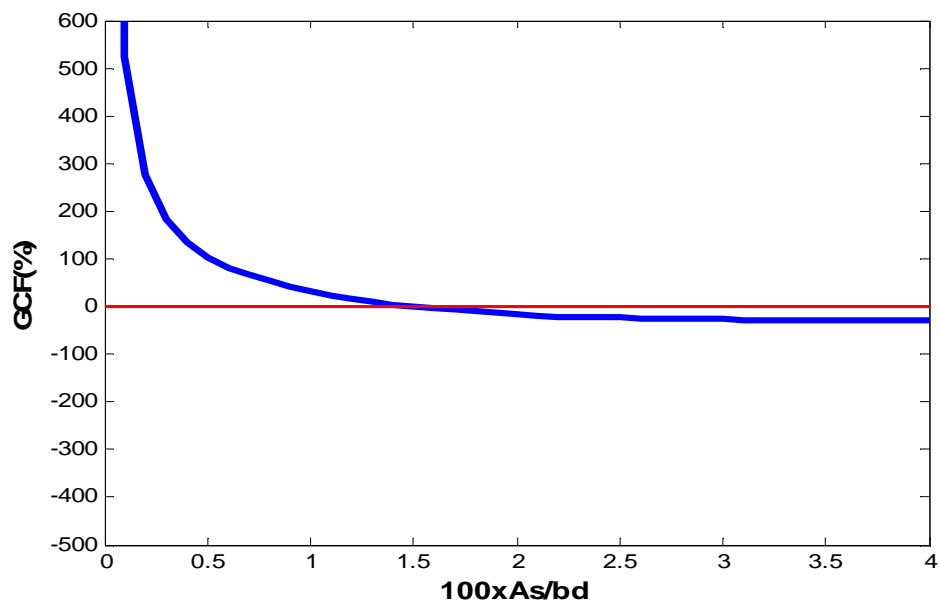
- La poutre simplement armée renforcée extérieurement par plaques métalliques, (avec un taux de (1%)) est plus résistante que celle doublement armée,( avec un taux de (1%)) non renforcée extérieurement par (PM),et ceci dans le cas où le renfort interne en acier tendu est faible (allant environ de 0% à 1.52%). Dans le cas où le renfort interne en acier tendu dépasse les 1.52% c'est la poutre doublement armée (poutre de série S5), qui est plus résistante.

Pour justifier cette deuxième observation en terme de gain (en pourcentage) de la capacité flexionnelle, dressons le tableau de résultats et traçons la courbe de comparaison (voir : tableau : IV.11 et figure : IV.17).

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>5</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>3</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>3</sub> par<br>rapport à<br>ps <sub>5</sub> |
|----------------------------|--|--|---|
| 0                          | 0.0538                                   | 2.0621                                   | 3732.899  |
| 0.1                        | 0.3757                                   | 2.348                                    | 524.966   |
| 0.2                        | 0.6971                                   | 2.6224                                   | 276.187   |
| 0.3                        | 1.0186                                   | 2.8855                                   | 183.280   |
| 0.4                        | 1.34                                     | 3.1372                                   | 134.119   |
| 0.5                        | 1.6611                                   | 3.3776                                   | 103.335   |
| 0.6                        | 1.982                                    | 3.6065                                   | 81.962  |
| 0.7                        | 2.3025                                   | 3.8241                                   | 66.084  |
| 0.8                        | 2.6226                                   | 4.0293                                   | 53.637  |
| 0.9                        | 2.9062                                   | 4.172                                    | 43.555  |
| 1                          | 3.2513                                   | 4.3042                                   | 32.383  |
| 1.1                        | 3.5792                                   | 4.4274                                   | 23.698  |
| 1.2                        | 3.8963                                   | 4.5423                                   | 16.579  |
| 1.3                        | 4.2111                                   | 4.6417                                   | 10.225  |
| 1.4                        | 4.5127                                   | 4.727                                    | 4.748   |
| 1.5                        | 4.8056                                   | 4.808                                    | 0.004   |
| 1.6                        | 5.0833                                   | 4.885                                    | -3.901  |
| 1.7                        | 5.3488                                   | 4.9579                                   | -7.308  |
| 1.8                        | 5.603                                    | 5.027                                    | -10.280   |
| 1.9                        | 5.8458                                   | 5.0818                                   | -13.069   |
| 2                          | 6.0772                                   | 5.1067                                   | -15.966   |

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>5</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>3</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>3</sub> par<br>rapport<br>à ps <sub>5</sub> |
|----------------------------|--|--|---|
| 2.1                        | 6.2972                                   | 5.13                                     | -18.535   |
| 2.2                        | 6.5059                                   | 5.1515                                   | -20.818   |
| 2.3                        | 6.6256                                   | 5.1716                                   | -21.945   |
| 2.4                        | 6.7222                                   | 5.1905                                   | -22.785   |
| 2.5                        | 6.8154                                   | 5.2082                                   | -23.581   |
| 2.6                        | 6.9049                                   | 5.2246                                   | -24.334   |
| 2.7                        | 6.9913                                   | 5.2402                                   | -25.046   |
| 2.8                        | 7.0744                                   | 5.255                                    | -25.718   |
| 2.9                        | 7.1544                                   | 5.2688                                   | -26.355   |
| 3                          | 7.2313                                   | 5.282                                    | -26.956   |
| 3.1                        | 7.3051                                   | 5.2943                                   | -27.525   |
| 3.2                        | 7.376                                    | 5.306                                    | -28.063   |
| 3.3                        | 7.4439                                   | 5.3171                                   | -28.571   |
| 3.4                        | 7.5091                                   | 5.3276                                   | -29.051   |
| 3.5                        | 7.5714                                   | 5.3378                                   | -29.500   |
| 3.6                        | 7.6185                                   | 5.3471                                   | -29.814   |
| 3.7                        | 7.6352                                   | 5.3564                                   | -29.845   |
| 3.8                        | 7.6509                                   | 5.3649                                   | -29.878   |
| 3.9                        | 7.6664                                   | 5.3733                                   | -29.911   |
| 4                          | 7.6807                                   | 5.3814                                   | -29.936   |

**Tableau IV.11: Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle des poutres de séries (S<sub>3</sub>) et (S<sub>5</sub>) (S<sub>3</sub>: ρ<sub>s</sub>'=0% et ρ<sub>p</sub>=1%, S<sub>5</sub>: ρ<sub>s</sub>'=1% et ρ<sub>p</sub>=0%)**

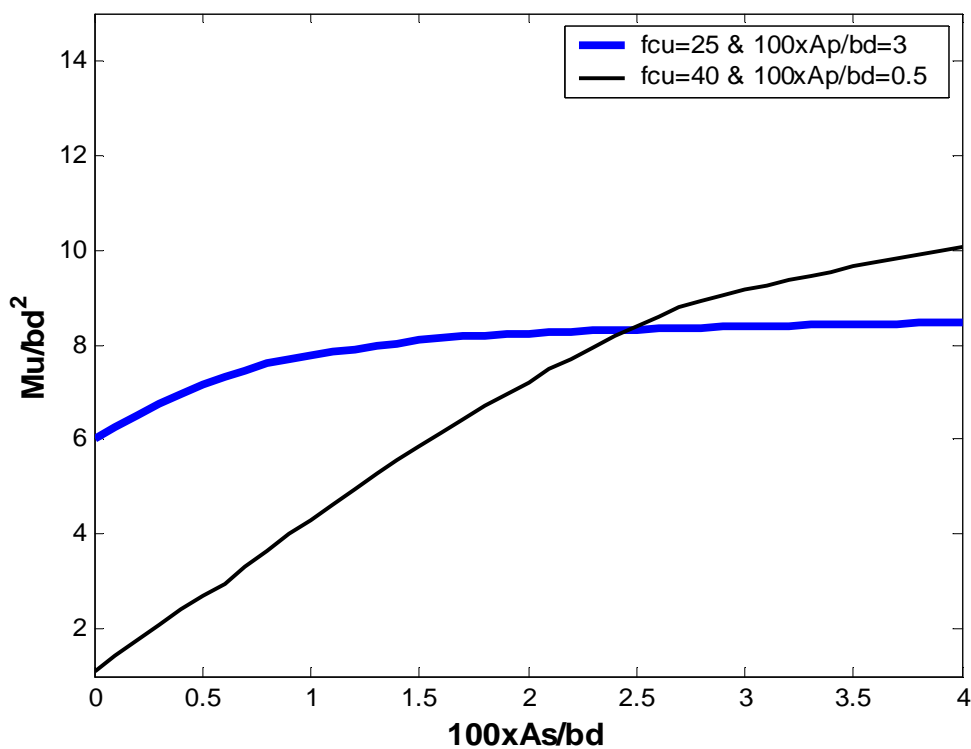


**Figure IV.17 : Comparaison du gain (%) en capacité flexionnelle de la poutre de série (S<sub>3</sub>) par rapport à la poutre de série (S<sub>5</sub>). (S<sub>3</sub>: ρ<sub>s</sub>'=0% et ρ<sub>p</sub>=1%, S<sub>5</sub>: ρ<sub>s</sub>'=1% et ρ<sub>p</sub>=0%)**

Du tableau IV.11 et la représentation graphique illustrée dans la figure (figure IV.17), on peut confirmer que :

- ❖ Les deux poutres de séries ( $S_3$ ) et ( $S_5$ ) ont la même capacité flexionnelle au point où le taux du renfort interne en acier tendu atteint 1.52%
- ❖ Lorsque le taux du renfort en acier tendu est inférieur à 1.52%, la poutre de série ( $S_3$ ) est plus résistante que celle de série ( $S_5$ ) avec un pourcentage de gain en capacité flexionnelle allant de 0% à 3732.9% par ordre décroissant
- ❖ Lorsque le taux du renfort en acier interne dépasse 1.52%, la poutre de série ( $S_5$ ) est plus résistante que celle de série ( $S_3$ ) avec un pourcentage de gain en capacité flexionnelle allant de 0% à 42.726% par ordre croissant.

Au point suivant, comme nous l'avons mentionné plus haut, on étudie le deuxième cas particulier, (comparaison de la capacité flexionnelle d'une poutre de série ( $S_{11}$ ) et une poutre de série ( $S_{25}$ ), (voir : figure : IV.18).



**Figure IV.18 : Comparaison de la capacité flexionnelle d'une poutre de série ( $S_{11}$ ) et une poutre de série ( $S_{25}$ ).  
( $S_{11}$ :  $f_{cu}=25\text{N/mm}^2$  et  $\rho_p=3\%$ ,  $S_{25}$ :  $f_{cu}=40\text{N/mm}^2$  et  $\rho_p=0.5\%$ )**

❖ Discussion des résultats

De la même manière que précédemment, en analysant ces deux courbes représentatives des résultats obtenus on peut noter les observations suivantes

- La poutre renforcée extérieurement par plaques métalliques, (avec un taux de 3%) est plus résistante que celle renforcée extérieurement par (PM) avec un taux de 0.5% et ceci dans le cas où le renfort interne en acier tendu est faible (allant environ de 0% à 2.48%). Dans le cas où le renfort interne en acier tendu dépasse les 2.48% l'inverse est juste.

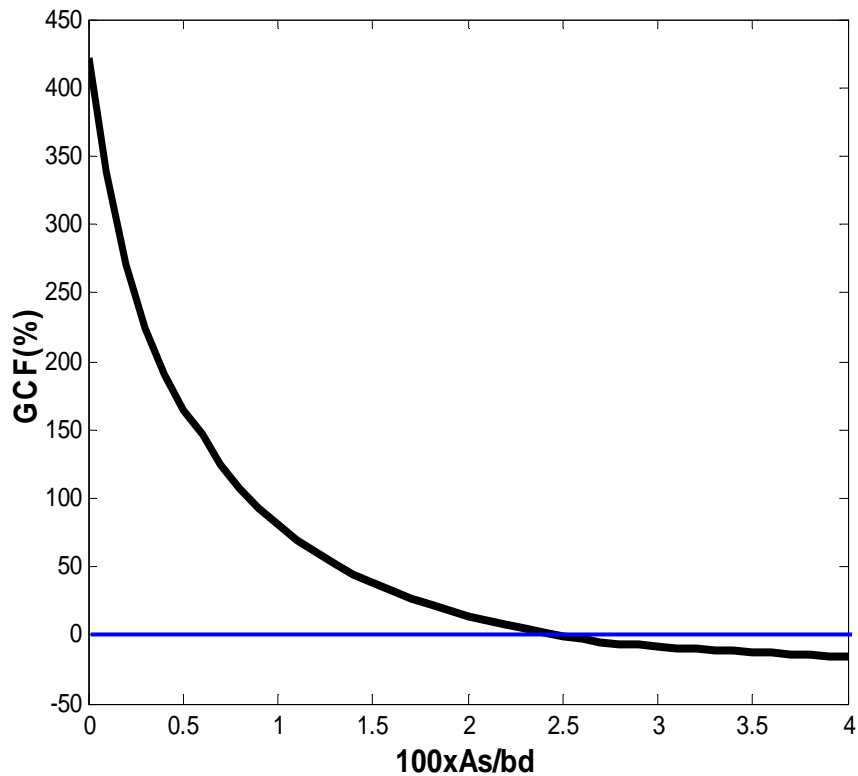
Pour justifier cette deuxième observation en terme de gain (%) en capacité la flexionnelle, dressons le tableau de résultats et traçons la courbe de comparaison (voir : tableau : IV.12 et figure : IV.19).

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>11</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>25</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>11</sub> par<br>rapport<br>à ps <sub>25</sub> |
|----------------------------|---|---|---|
| 0                          | 6.0127                                    | 1.1089                                    | 422.22  |
| 0.1                        | 6.2646                                    | 1.4309                                    | 337.808   |
| 0.2                        | 6.5052                                    | 1.7525                                    | 271.195   |
| 0.3                        | 6.7343                                    | 2.0742                                    | 224.67  |
| 0.4                        | 6.9522                                    | 2.3955                                    | 190.219   |
| 0.5                        | 7.1586                                    | 2.7165                                    | 163.523   |
| 0.6                        | 7.3155                                    | 2.9616                                    | 147.012   |
| 0.7                        | 7.4589                                    | 3.312                                     | 125.208   |
| 0.8                        | 7.5908                                    | 3.6552                                    | 107.67  |
| 0.9                        | 7.7125                                    | 3.9953                                    | 93.039  |
| 1                          | 7.7881                                    | 4.3132                                    | 80.564  |
| 1.1                        | 7.8537                                    | 4.63                                      | 69.626  |
| 1.2                        | 7.9169                                    | 4.9457                                    | 60.076  |
| 1.3                        | 7.9777                                    | 5.2574                                    | 51.742  |
| 1.4                        | 8.0362                                    | 5.5591                                    | 44.559  |
| 1.5                        | 8.0922                                    | 5.8549                                    | 38.212  |
| 1.6                        | 8.146                                     | 6.1445                                    | 32.574  |
| 1.7                        | 8.1815                                    | 6.4235                                    | 27.368  |
| 1.8                        | 8.2041                                    | 6.6955                                    | 22.531  |
| 1.9                        | 8.2252                                    | 6.9602                                    | 18.174  |
| 2                          | 8.2447                                    | 7.2179                                    | 14.225  |

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>11</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>25</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>11</sub> par<br>rapport<br>à ps <sub>25</sub> |
|----------------------------|---|---|---|
| 2.1                        | 8.2628                                    | 7.4684                                    | 10.637  |
| 2.2                        | 8.28                                      | 7.7118                                    | 7.367   |
| 2.3                        | 8.2961                                    | 7.948                                     | 4.38  |
| 2.4                        | 8.311                                     | 8.1771                                    | 1.6375  |
| 2.5                        | 8.3252                                    | 8.3991                                    | -0.88   |
| 2.6                        | 8.3386                                    | 8.6139                                    | -3.196  |
| 2.7                        | 8.3509                                    | 8.8168                                    | -5.284  |
| 2.8                        | 8.3631                                    | 8.9307                                    | -6.355  |
| 2.9                        | 8.3742                                    | 9.0415                                    | -7.38   |
| 3                          | 8.3848                                    | 9.1492                                    | -8.355  |
| 3.1                        | 8.3949                                    | 9.2539                                    | -9.282  |
| 3.2                        | 8.4044                                    | 9.3555                                    | -10.166   |
| 3.3                        | 8.4134                                    | 9.4545                                    | -11.011   |
| 3.4                        | 8.4222                                    | 9.5506                                    | -11.815   |
| 3.5                        | 8.4305                                    | 9.6441                                    | -12.583   |
| 3.6                        | 8.4383                                    | 9.7343                                    | -13.313   |
| 3.7                        | 8.4458                                    | 9.8183                                    | -13.98  |
| 3.8                        | 8.453                                     | 9.9002                                    | -14.618   |
| 3.9                        | 8.4599                                    | 9.9799                                    | -15.23  |
| 4                          | 8.4666                                    | 10.0575                                   | -15.82  |

**Tableau IV.12: Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>11</sub>) et une poutre de série (S<sub>25</sub>).**

(S<sub>11</sub>: f<sub>cu</sub>=25N/mm<sup>2</sup> et ρ<sub>p</sub>=3%, S<sub>25</sub> : f<sub>cu</sub>=40N/mm<sup>2</sup> et ρ<sub>p</sub>=0.5%)



**Figure IV.19 : Comparaison du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de Série (S<sub>11</sub>) et une poutre de série (S<sub>25</sub>).**  
 (S<sub>11</sub>: $f_{cu}=25\text{N/mm}^2$  et  $\rho_p=3\%$ , S<sub>25</sub> :  $f_{cu}=40\text{N/mm}^2$  et  $\rho_p=0.5\%$ )

D'une manière analogue, que le premier cas particulier, en utilisant le tableau IV.12 et la représentation graphique de la figure IV.19 on peut confirmer que:

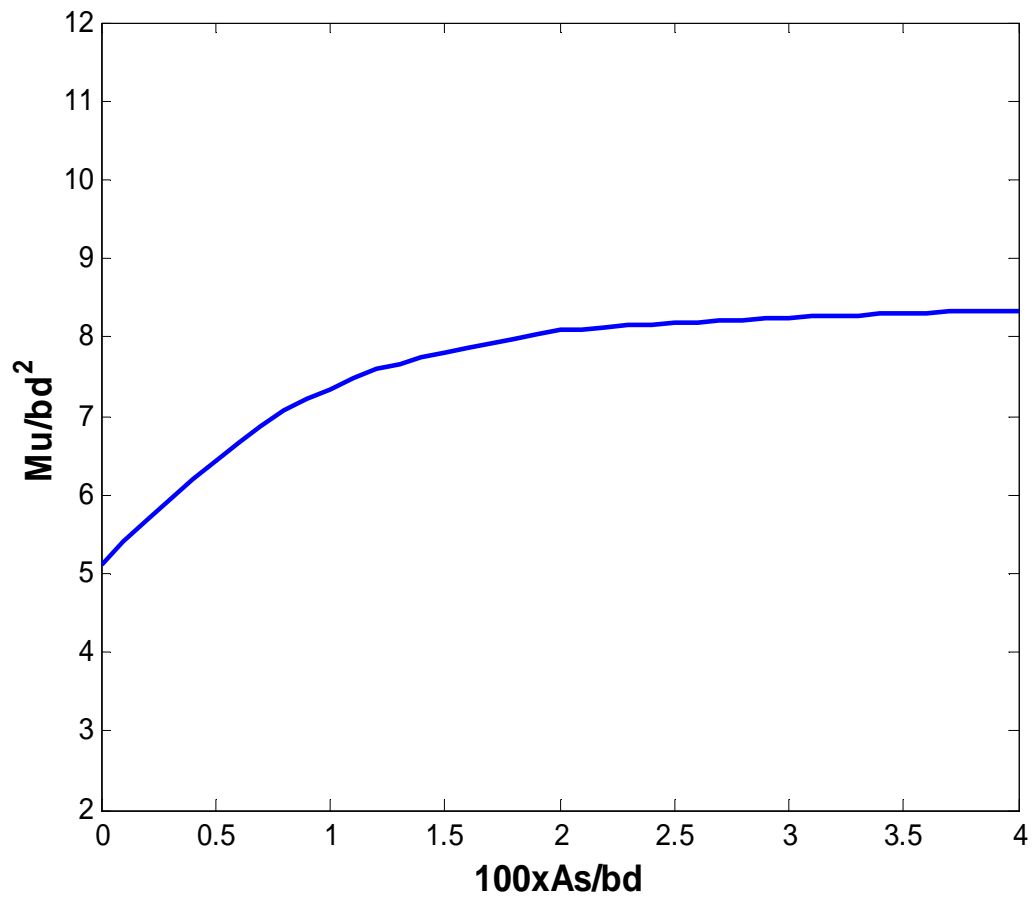
- ❖ Les deux poutres de séries (S<sub>11</sub>) et (S<sub>25</sub>) ont la même capacité flexionnelle au point où le taux du renfort interne en acier tendu atteint 2.48 %
- ❖ Lorsque le taux du renfort en acier tendu est inférieur à 2.48%, la poutre de série (S<sub>11</sub>) est plus résistante que celle de série (S<sub>25</sub>) avec un pourcentage de gain en capacité flexionnelle allant de 0% à 422.22% par ordre décroissant
- ❖ Lorsque le taux du renfort en acier interne dépasse 2.48%, la poutre de série (S<sub>25</sub>) est plus résistante que celle de série (S<sub>11</sub>) avec un pourcentage de gain en capacité flexionnelle allant de 0% à 18.79% par ordre croissant.

### V.5.2.3 : Troisième paramètre : influence du rapport $\frac{d'}{d}$

Pour estimer l'effet du rapport  $\frac{d'}{d}$  sur la capacité flexionnelle d'une poutre en béton armé renforcée extérieurement par plaques métalliques, on a étudié trois poutres, une de série (S<sub>10</sub>), une autre de série (S<sub>18</sub>), et la troisième de série (S<sub>19</sub>). Ces poutres se différencient l'une par rapport à l'autre par les valeurs attribuées au rapport  $\frac{d'}{d}$ . Exposons le tableau et la représentation graphique des résultats obtenus pour la poutre de série (S<sub>10</sub>), poutre pour laquelle la valeur attribuée à  $\frac{d'}{d}$  est égale à 0.1 (voir tableau : IV.13 et figure : IV.20).

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$ | $\frac{x}{d}$ |
|----------------------------|--------------------|---------------|
| 0                          | 5.1213             | 0.2095        |
| 0.1                        | 5.41               | 0.2399        |
| 0.2                        | 5.6831             | 0.275         |
| 0.3                        | 5.9449             | 0.31          |
| 0.4                        | 6.1953             | 0.3451        |
| 0.5                        | 6.4343             | 0.3801        |
| 0.6                        | 6.662              | 0.4152        |
| 0.7                        | 6.8783             | 0.4502        |
| 0.8                        | 7.0762             | 0.484         |
| 0.9                        | 7.2181             | 0.5094        |
| 1                          | 7.3497             | 0.5341        |
| 1.1                        | 7.4721             | 0.558         |
| 1.2                        | 7.5864             | 0.5813        |
| 1.3                        | 7.6717             | 0.6004        |
| 1.4                        | 7.7394             | 0.6171        |
| 1.5                        | 7.8047             | 0.6337        |
| 1.6                        | 7.8676             | 0.6502        |
| 1.7                        | 7.928              | 0.6666        |
| 1.8                        | 7.986              | 0.6829        |
| 1.9                        | 8.0416             | 0.6992        |
| 2                          | 8.0833             | 0.7119        |
| 2.1                        | 8.1048             | 0.7186        |
| 2.2                        | 8.125              | 0.7249        |
| 2.3                        | 8.1437             | 0.731         |
| 2.4                        | 8.1614             | 0.7368        |
| 2.5                        | 8.1781             | 0.7423        |
| 2.6                        | 8.1937             | 0.7475        |
| 2.7                        | 8.2082             | 0.7526        |
| 2.8                        | 8.2222             | 0.7574        |
| 2.9                        | 8.2354             | 0.762         |
| 3                          | 8.2479             | 0.7665        |
| 3.1                        | 8.2596             | 0.7708        |
| 3.2                        | 8.2709             | 0.7749        |
| 3.3                        | 8.2816             | 0.7788        |
| 3.4                        | 8.2916             | 0.7827        |
| 3.5                        | 8.3013             | 0.7864        |
| 3.6                        | 8.3105             | 0.7899        |
| 3.7                        | 8.3193             | 0.7933        |
| 3.8                        | 8.3279             | 0.7966        |
| 3.9                        | 8.3363             | 0.7998        |
| 4                          | 8.3438             | 0.8029        |

**Tableau IV.13 : Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>10</sub>)**  
(S<sub>10</sub> : d'/d=0.1, ρ<sub>p</sub>=2.5%)



**Figure IV.20 : Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>10</sub>).**  
 (S<sub>10</sub> :  $d'/d=0.1$ ,  $\rho_p=2.5\%$ )

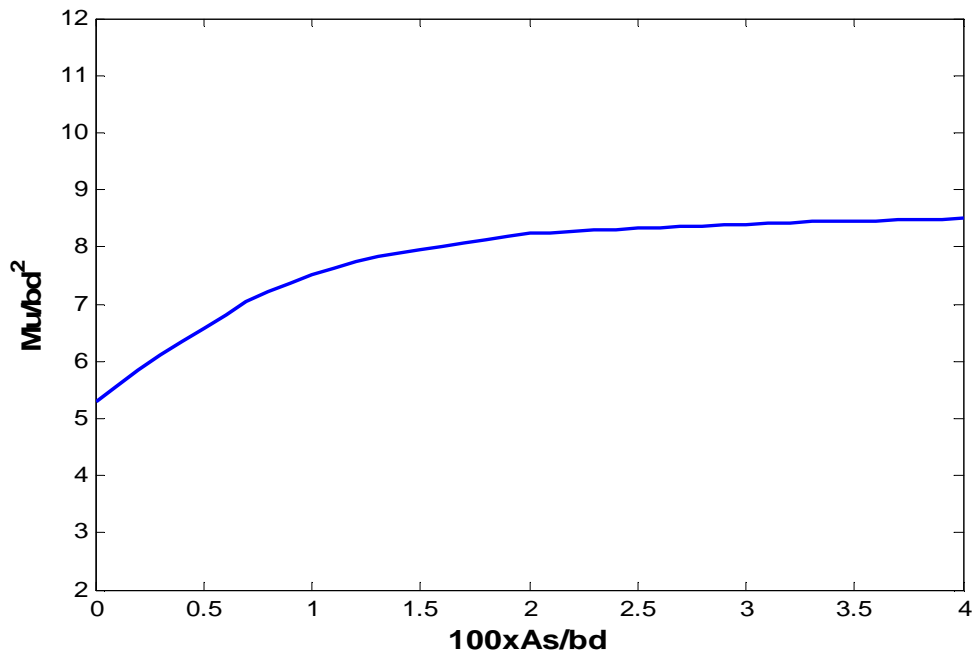
La deuxième poutre étudiée, est celle de la série (S<sub>18</sub>), poutre pour laquelle la valeur du rapport  $\frac{d'}{d}$  est prise égale à 0.05. (voir tableau : IV.14 et représentation graphique des résultats obtenus figure : IV.21).



| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$ | $\frac{x}{d}$ |
|----------------------------|--------------------|---------------|
| 0                          | 5.2767             | 0.2049        |
| 0.1                        | 5.5612             | 0.2399        |
| 0.2                        | 5.8344             | 0.275         |
| 0.3                        | 6.0962             | 0.31          |
| 0.4                        | 6.3466             | 0.3451        |
| 0.5                        | 6.5856             | 0.3801        |
| 0.6                        | 6.8133             | 0.4152        |
| 0.7                        | 7.0296             | 0.4502        |
| 0.8                        | 7.2275             | 0.484         |
| 0.9                        | 7.3694             | 0.5094        |
| 1                          | 7.5009             | 0.5341        |
| 1.1                        | 7.6234             | 0.558         |
| 1.2                        | 7.7377             | 0.5813        |
| 1.3                        | 7.8229             | 0.6004        |
| 1.4                        | 7.8907             | 0.6171        |
| 1.5                        | 7.956              | 0.6337        |
| 1.6                        | 8.0189             | 0.6502        |
| 1.7                        | 8.0793             | 0.6666        |
| 1.8                        | 8.1373             | 0.6829        |
| 1.9                        | 8.1929             | 0.6992        |
| 2                          | 8.2345             | 0.7119        |

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$ | $\frac{x}{d}$ |
|----------------------------|--------------------|---------------|
| 2.1                        | 8.2561             | 0.7186        |
| 2.2                        | 8.2762             | 0.7249        |
| 2.3                        | 8.295              | 0.731         |
| 2.4                        | 8.3127             | 0.7368        |
| 2.5                        | 8.3294             | 0.7423        |
| 2.6                        | 8.345              | 0.7475        |
| 2.7                        | 8.3595             | 0.7526        |
| 2.8                        | 8.3735             | 0.7574        |
| 2.9                        | 8.3867             | 0.762         |
| 3                          | 8.3992             | 0.7665        |
| 3.1                        | 8.4109             | 0.7708        |
| 3.2                        | 8.4222             | 0.7749        |
| 3.3                        | 8.4329             | 0.7788        |
| 3.4                        | 8.4429             | 0.7827        |
| 3.5                        | 8.4526             | 0.7864        |
| 3.6                        | 8.4618             | 0.7899        |
| 3.7                        | 8.4706             | 0.7933        |
| 3.8                        | 8.4792             | 0.7966        |
| 3.9                        | 8.4873             | 0.7998        |
| 4                          | 8.4951             | 0.8029        |

**Tableau IV.14 : Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>18</sub>)**  
(S<sub>18</sub> : d'/d=0.05, ρ<sub>p</sub>=2.5%)



**Figure IV.21: Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>18</sub>)**  
(S<sub>18</sub> : d'/d=0.05, ρ<sub>p</sub>=2.5%)

L'étude présentée ci-dessous montre l'évolution de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>19</sub>), dans laquelle une valeur de 0.15 est affectée au rapport  $\frac{d'}{d}$ . ( voir : tableau : IV.15 et représentation graphique , figure : IV.22)

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$ | $\frac{x}{d}$ |
|----------------------------|--------------------|---------------|
| 0                          | 4.9544             | 0.2415        |
| 0.1                        | 5.2471             | 0.2551        |
| 0.2                        | 5.5219             | 0.2844        |
| 0.3                        | 5.7874             | 0.3146        |
| 0.4                        | 6.0431             | 0.3456        |
| 0.5                        | 6.2831             | 0.3801        |
| 0.6                        | 6.5107             | 0.4152        |
| 0.7                        | 6.727              | 0.4502        |
| 0.8                        | 6.925              | 0.484         |
| 0.9                        | 7.0668             | 0.5094        |
| 1                          | 7.1984             | 0.5341        |
| 1.1                        | 7.3208             | 0.558         |
| 1.2                        | 7.4351             | 0.5813        |
| 1.3                        | 7.5204             | 0.6004        |
| 1.4                        | 7.5881             | 0.6171        |
| 1.5                        | 7.6534             | 0.6337        |
| 1.6                        | 7.7163             | 0.6502        |
| 1.7                        | 7.7767             | 0.6666        |
| 1.8                        | 7.8347             | 0.6829        |
| 1.9                        | 7.8903             | 0.6992        |
| 2                          | 7.932              | 0.7119        |

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$ | $\frac{x}{d}$ |
|----------------------------|--------------------|---------------|
| 2.1                        | 7.9535             | 0.7186        |
| 2.2                        | 7.9737             | 0.7249        |
| 2.3                        | 7.9924             | 0.731         |
| 2.4                        | 8.0101             | 0.7368        |
| 2.5                        | 8.0268             | 0.7423        |
| 2.6                        | 8.0424             | 0.7475        |
| 2.7                        | 8.0569             | 0.7526        |
| 2.8                        | 8.0709             | 0.7574        |
| 2.9                        | 8.0842             | 0.762         |
| 3                          | 8.0966             | 0.7665        |
| 3.1                        | 8.1083             | 0.7708        |
| 3.2                        | 8.1196             | 0.7749        |
| 3.3                        | 8.1303             | 0.7788        |
| 3.4                        | 8.1403             | 0.7827        |
| 3.5                        | 8.15               | 0.7864        |
| 3.6                        | 8.1593             | 0.7899        |
| 3.7                        | 8.168              | 0.7933        |
| 3.8                        | 8.1766             | 0.7966        |
| 3.9                        | 8.1848             | 0.7998        |
| 4                          | 8.1925             | 0.8029        |

**Tableau IV.15 : Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>19</sub>) (S<sub>19</sub> : d'/d=0.15, ρ<sub>p</sub>=2.5% )**

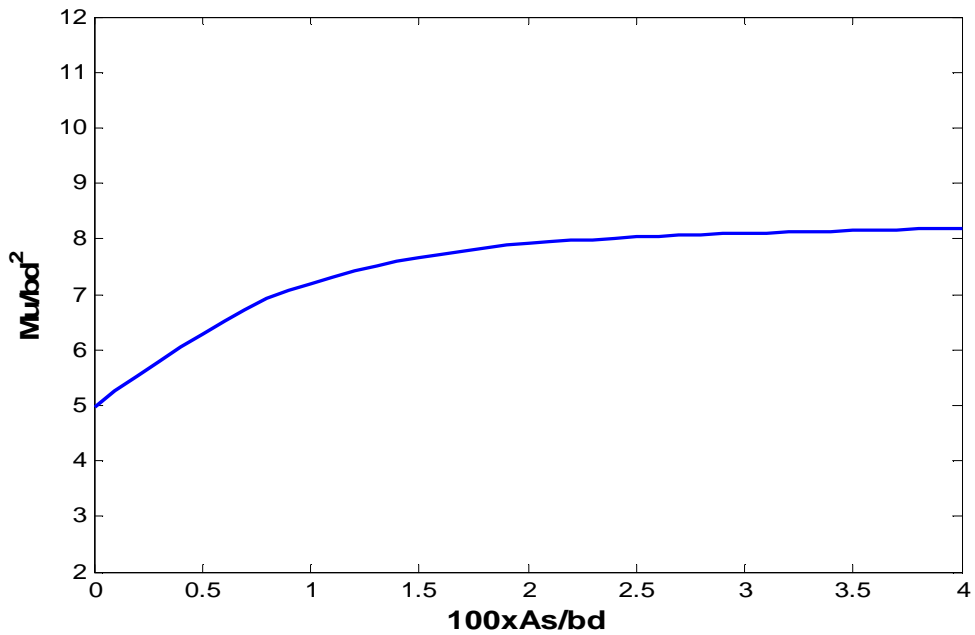


Figure IV.22 : Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre de série ( $S_{19}$ ).  
( $S_{19}$  :  $d'/d=0.15$ ,  $\rho_p=2.5\%$ )

Afin de pouvoir faire une comparaison plus explicite entre les trois cas de poutres étudiées, le traçage d'un graphique global est un très bon indicateur de la capacité flexionnelle. (voir figure : IV.24)

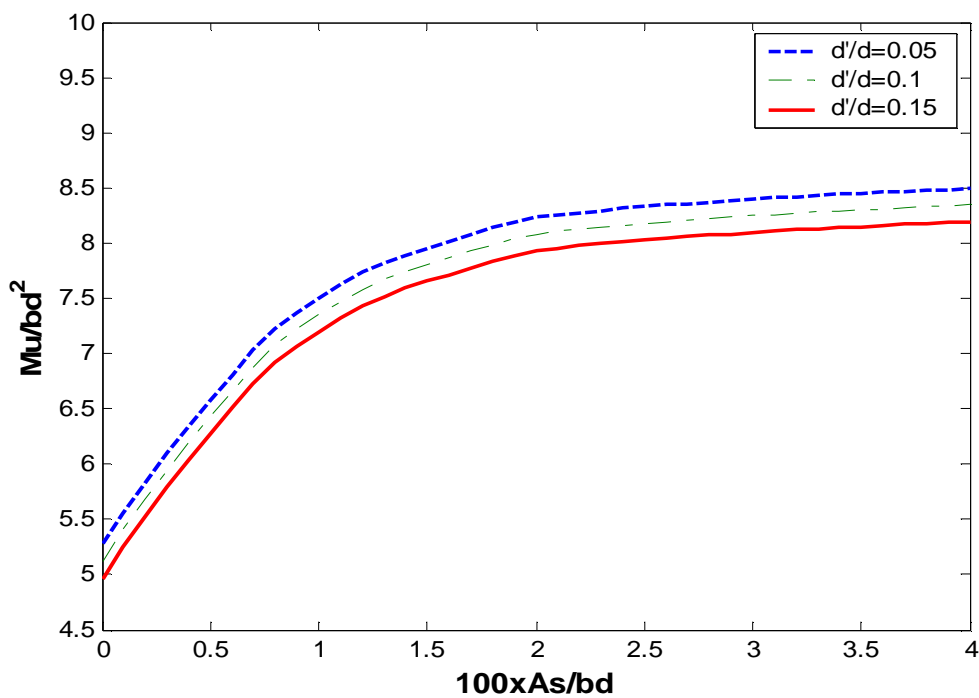


Figure IV.23 : Influence du rapport  $d'/d$  sur la capacité flexionnelle des poutres renforcées extérieurement par plaques métalliques.  
( $S_{10}$  :  $d'/d=0.05$  et  $\rho_p=2.5\%$ ,  $S_{18}$  :  $d'/d=0.05$  et  $\rho_p=2.5\%$ ,  $S_{19}$  :  $d'/d=0.15$  et  $\rho_p=2.5\%$ )

❖ Discussion des résultats

En analysant la représentation graphique de la figure IV.23 et les résultats obtenus des tableaux : IV.13, IV.14 et IV.15, on peut noter que :

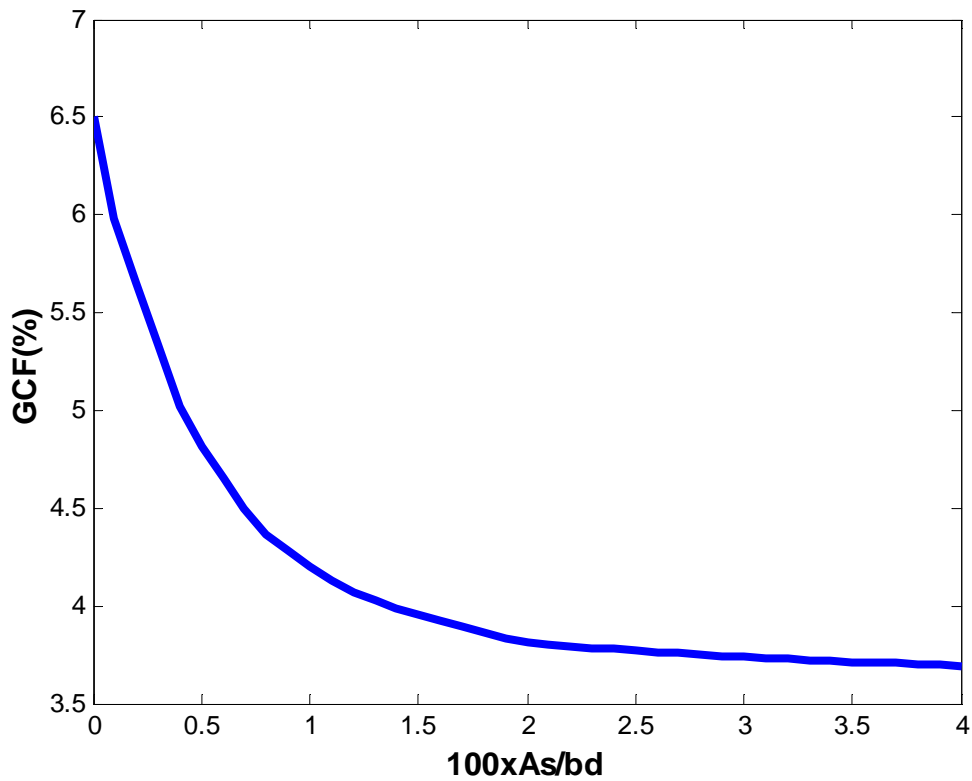
- La capacité flexionnelle de ces poutres augmente avec la diminution de la valeur du rapport  $\frac{d'}{d}$
- Le gain en capacité flexionnelle de la poutre de série (S<sub>10</sub>) par rapport à la poutre de série (S<sub>19</sub>) est compris entre 1.847% et 3.368%, selon le taux du renfort interne en acier tendu
- Le gain en capacité flexionnelle de la poutre de série (S<sub>18</sub>) par rapport à la poutre de série (S<sub>19</sub>) est compris entre 3.694% et 6.505%, selon le taux du renfort interne en acier tendu.

Pour plus de détails sur le gain en capacité flexionnelle, dressons le tableau et représentation graphique de gain en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>18</sub>) par rapport à une poutre de série (S<sub>19</sub>), (voir tableau : IV.16 et figure : IV.24)

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>18</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>19</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>18</sub> par<br>rapport<br>à ps <sub>19</sub> |
|----------------------------|---|---|---|
| 0                          | 5.2767                                    | 4.9544                                    | 6.505   |
| 0.1                        | 5.5612                                    | 5.2471                                    | 5.986   |
| 0.2                        | 5.8344                                    | 5.5219                                    | 5.659   |
| 0.3                        | 6.0962                                    | 5.7874                                    | 5.336   |
| 0.4                        | 6.3466                                    | 6.0431                                    | 5.022   |
| 0.5                        | 6.5856                                    | 6.2831                                    | 4.814   |
| 0.6                        | 6.8133                                    | 6.5107                                    | 4.648   |
| 0.7                        | 7.0296                                    | 6.727                                     | 4.498   |
| 0.8                        | 7.2275                                    | 6.925                                     | 4.368   |
| 0.9                        | 7.3694                                    | 7.0668                                    | 4.282   |
| 1                          | 7.5009                                    | 7.1984                                    | 4.202   |
| 1.1                        | 7.6234                                    | 7.3208                                    | 4.133   |
| 1.2                        | 7.7377                                    | 7.4351                                    | 4.07  |
| 1.3                        | 7.8229                                    | 7.5204                                    | 4.022   |
| 1.4                        | 7.8907                                    | 7.5881                                    | 3.988   |
| 1.5                        | 7.956                                     | 7.6534                                    | 3.954   |
| 1.6                        | 8.0189                                    | 7.7163                                    | 3.921   |
| 1.7                        | 8.0793                                    | 7.7767                                    | 3.891   |
| 1.8                        | 8.1373                                    | 7.8347                                    | 3.862   |
| 1.9                        | 8.1929                                    | 7.8903                                    | 3.835   |
| 2                          | 8.2345                                    | 7.932                                     | 3.814   |

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>18</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>19</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>18</sub> par<br>rapport<br>à ps <sub>19</sub> |
|----------------------------|---|---|---|
| 2.1                        | 8.2561                                    | 7.9535                                    | 3.805   |
| 2.2                        | 8.2762                                    | 7.9737                                    | 3.794   |
| 2.3                        | 8.295                                     | 7.9924                                    | 3.786   |
| 2.4                        | 8.3127                                    | 8.0101                                    | 3.778   |
| 2.5                        | 8.3294                                    | 8.0268                                    | 3.77  |
| 2.6                        | 8.345                                     | 8.0424                                    | 3.762   |
| 2.7                        | 8.3595                                    | 8.0569                                    | 3.756   |
| 2.8                        | 8.3735                                    | 8.0709                                    | 3.749   |
| 2.9                        | 8.3867                                    | 8.0842                                    | 3.742   |
| 3                          | 8.3992                                    | 8.0966                                    | 3.737   |
| 3.1                        | 8.4109                                    | 8.1083                                    | 3.732   |
| 3.2                        | 8.4222                                    | 8.1196                                    | 3.727   |
| 3.3                        | 8.4329                                    | 8.1303                                    | 3.722   |
| 3.4                        | 8.4429                                    | 8.1403                                    | 3.717   |
| 3.5                        | 8.4526                                    | 8.15                                      | 3.713   |
| 3.6                        | 8.4618                                    | 8.1593                                    | 3.707   |
| 3.7                        | 8.4706                                    | 8.168                                     | 3.705   |
| 3.8                        | 8.4792                                    | 8.1766                                    | 3.701   |
| 3.9                        | 8.4873                                    | 8.1848                                    | 3.696   |
| 4                          | 8.4951                                    | 8.1925                                    | 3.694   |

**Tableau IV.16 : Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>18</sub>) par rapport à une poutre de série (S<sub>19</sub>).**  
( S<sub>18</sub> : d'/d=0.05 et ρ<sub>p</sub>=2.5%, S<sub>19</sub> : d'/d=0.15 et ρ<sub>p</sub>=2.5%)



**Figure IV.24: Comparaison du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>18</sub>) par rapport à une poutre de série (S<sub>19</sub>).  
( S<sub>18</sub> : d'/d=0.05 et ρ<sub>p</sub>=2.5%, S<sub>19</sub> : d'/d=0.15 et ρ<sub>p</sub>=2.5%)**

Donc :

En observant cette représentation graphique illustrée dans la figure IV.24 et les résultats inscrits dans le tableau IV.16 on peut conclure que :

Plus en diminuant la valeur du rapport  $\frac{d'}{d}$  , plus la résistance flexionnelle de la poutre renforcée extérieurement par plaques métalliques augmente. Donc le rapport  $\frac{d'}{d}$  a une influence directe sur la capacité flexionnelle atteinte. Notons que la courbe de gain suit une branche descendante, selon l'augmentation de renfort interne en acier tendu.

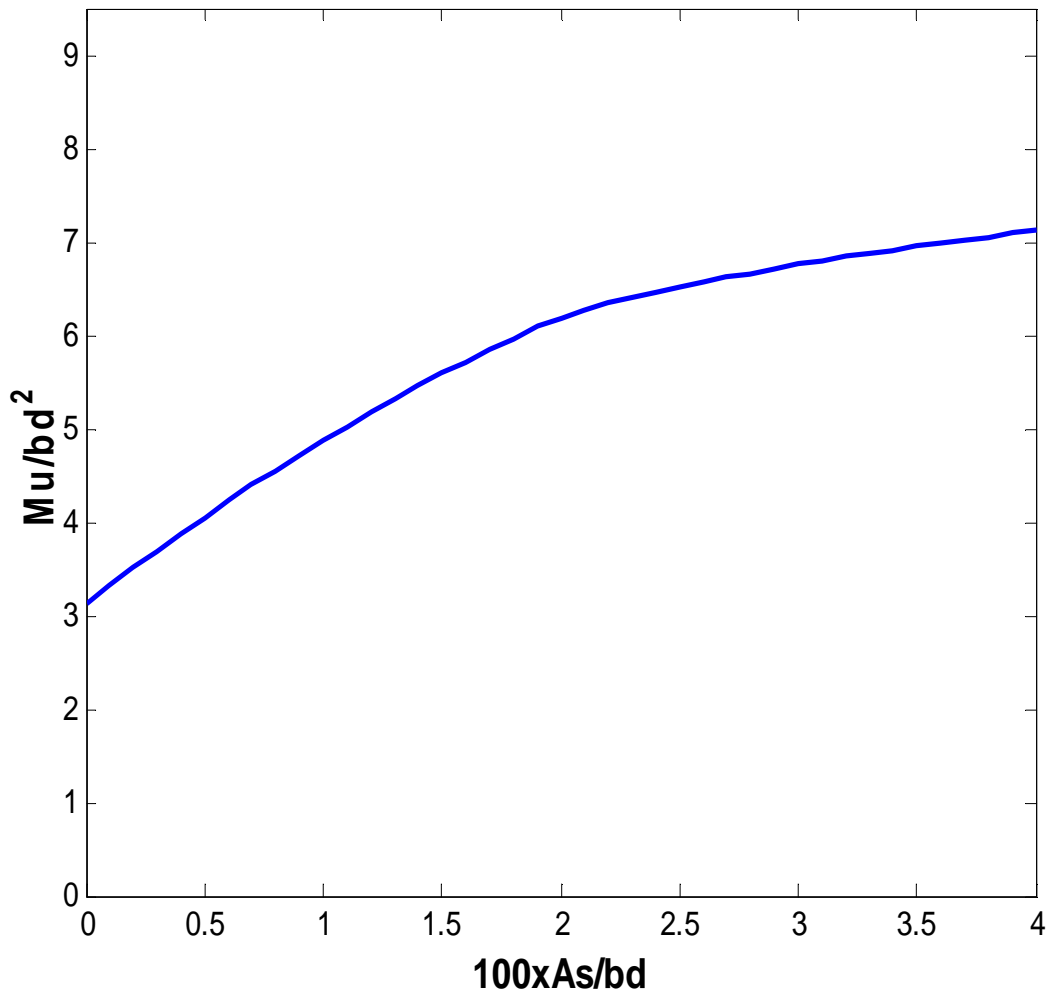
#### V.5.2.4 : Quatrième paramètre : Nuance d'acier du renfort interne

Le quatrième paramètre étudié dans ce calcul théorique est la nuance d'acier utilisée pour le renfort interne. Dans cette étude paramétrique, la limite d'élasticité prend les trois valeurs suivantes : 250 N/mm<sup>2</sup>, 410 N/mm<sup>2</sup> et 425 N/mm<sup>2</sup>, les autres propriétés mécaniques et géométriques sont maintenues constantes. Pour la poutre de série (S<sub>20</sub>), on a pris : la limite d'élasticité  $f_y = 250$  N/mm<sup>2</sup>, taux de renforcement extérieur par plaques métalliques égal à 1.5%, résistance caractéristique de compression du béton  $f_{cu} = 25$  N/mm<sup>2</sup>,  $\frac{d'}{d} = 0.1$ , taux de renfort interne en acier comprimé égal à 1%.

(voir : tableau : IV.17 et représentation graphique des résultats obtenus, figure : IV.25)

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$ | $\frac{x}{d}$ |
|----------------------------|--------------------|---------------|
| 0                          | 3.1203             | 0.1325        |
| 0.1                        | 3.3123             | 0.1464        |
| 0.2                        | 3.501              | 0.1632        |
| 0.3                        | 3.6867             | 0.1808        |
| 0.4                        | 3.869              | 0.1989        |
| 0.5                        | 4.0478             | 0.23175       |
| 0.6                        | 4.2226             | 0.2369        |
| 0.7                        | 4.3911             | 0.2582        |
| 0.8                        | 4.5554             | 0.2796        |
| 0.9                        | 4.7154             | 0.301         |
| 1                          | 4.8713             | 0.3223        |
| 1.1                        | 5.0229             | 0.3437        |
| 1.2                        | 5.1702             | 0.3651        |
| 1.3                        | 5.3134             | 0.3864        |
| 1.4                        | 5.4523             | 0.4078        |
| 1.5                        | 5.587              | 0.4292        |
| 1.6                        | 5.7175             | 0.4506        |
| 1.7                        | 5.8437             | 0.4719        |
| 1.8                        | 5.9657             | 0.4933        |
| 1.9                        | 6.0835             | 0.5147        |
| 2                          | 6.1892             | 0.5345        |
| 2.1                        | 6.2638             | 0.549         |
| 2.2                        | 6.3356             | 0.5632        |
| 2.3                        | 6.4046             | 0.5773        |
| 2.4                        | 6.4699             | 0.5911        |
| 2.5                        | 6.5199             | 0.6026        |
| 2.6                        | 6.5685             | 0.614         |
| 2.7                        | 6.6159             | 0.6253        |
| 2.8                        | 6.662              | 0.6367        |
| 2.9                        | 6.7068             | 0.6479        |
| 3                          | 6.7503             | 0.6591        |
| 3.1                        | 6.7926             | 0.6703        |
| 3.2                        | 6.8337             | 0.6814        |
| 3.3                        | 6.8736             | 0.6925        |
| 3.4                        | 6.9122             | 0.7036        |
| 3.5                        | 6.9496             | 0.7146        |
| 3.6                        | 6.9859             | 0.7256        |
| 3.7                        | 7.0211             | 0.7365        |
| 3.8                        | 7.055              | 0.7474        |
| 3.9                        | 7.0878             | 0.7582        |
| 4                          | 7.1195             | 0.7691        |

**Tableau IV.17 : Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>20</sub>) (S<sub>20</sub> :  $f_y = 250$  N/mm<sup>2</sup> et  $\rho_p = 1.5\%$ )**



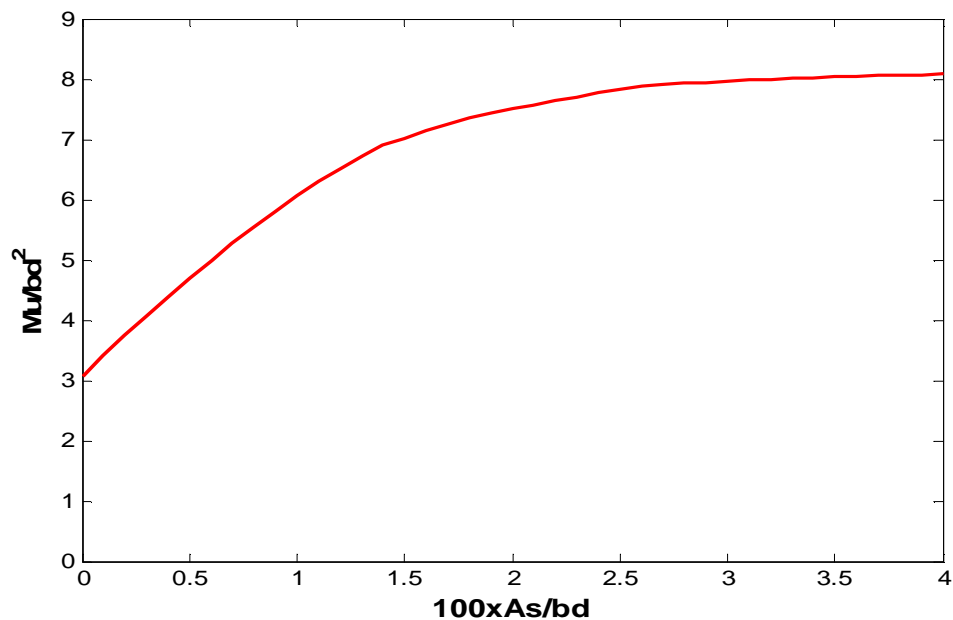
**Figure IV.25: Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>20</sub>)**  
 (S<sub>20</sub> : f<sub>y</sub>=250 N/mm<sup>2</sup> et ρ<sub>p</sub>=1.5%)

Passant à une autre poutre étudiée dans ce quatrième paramètre, une poutre de série (S<sub>8</sub>), dont les caractéristiques mécaniques et géométriques sont identiques à la poutre de série (S<sub>20</sub>) sauf que la limite élastique du renfort interne en acier est égale à 410 N/mm<sup>2</sup>, (voir : tableau : IV.18 et courbe représentative des résultats obtenus, figure : IV.26 ).

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$ | $\frac{x}{d}$ |
|----------------------------|--------------------|---------------|
| 0                          | 3.0708             | 0.004         |
| 0.1                        | 3.4205             | 0.0391        |
| 0.2                        | 3.758              | 0.1481        |
| 0.3                        | 4.0755             | 0.1569        |
| 0.4                        | 4.3919             | 0.1666        |
| 0.5                        | 4.699              | 0.1888        |
| 0.6                        | 4.9955             | 0.2173        |
| 0.7                        | 5.2799             | 0.2493        |
| 0.8                        | 5.55               | 0.2844        |
| 0.9                        | 5.8087             | 0.3194        |
| 1                          | 6.0561             | 0.3545        |
| 1.1                        | 6.2921             | 0.3895        |
| 1.2                        | 6.5167             | 0.4245        |
| 1.3                        | 6.7299             | 0.4596        |
| 1.4                        | 6.9018             | 0.4893        |
| 1.5                        | 7.0211             | 0.5108        |
| 1.6                        | 7.134              | 0.5319        |
| 1.7                        | 7.241              | 0.5527        |
| 1.8                        | 7.3425             | 0.5731        |
| 1.9                        | 7.4357             | 0.5928        |
| 2                          | 7.5082             | 0.6095        |

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$ | $\frac{x}{d}$ |
|----------------------------|--------------------|---------------|
| 2.1                        | 7.5779             | 0.6262        |
| 2.2                        | 7.645              | 0.6428        |
| 2.3                        | 7.7096             | 0.6593        |
| 2.4                        | 7.7714             | 0.6758        |
| 2.5                        | 7.8306             | 0.6921        |
| 2.6                        | 7.8874             | 0.7084        |
| 2.7                        | 7.9088             | 0.7147        |
| 2.8                        | 7.9272             | 0.7203        |
| 2.9                        | 7.9446             | 0.7256        |
| 3                          | 7.9613             | 0.7307        |
| 3.1                        | 7.9771             | 0.7356        |
| 3.2                        | 7.9918             | 0.7404        |
| 3.3                        | 8.0059             | 0.7449        |
| 3.4                        | 8.0195             | 0.7493        |
| 3.5                        | 8.0321             | 0.7535        |
| 3.6                        | 8.0446             | 0.7576        |
| 3.7                        | 8.0562             | 0.7615        |
| 3.8                        | 8.0675             | 0.7653        |
| 3.9                        | 8.078              | 0.769         |
| 4                          | 8.0882             | 0.7726        |

**Tableau IV.18: Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série(S<sub>8</sub>)**  
(S<sub>8</sub> : f<sub>y</sub>=410 N/mm<sup>2</sup> et ρ<sub>p</sub>=1.5%)



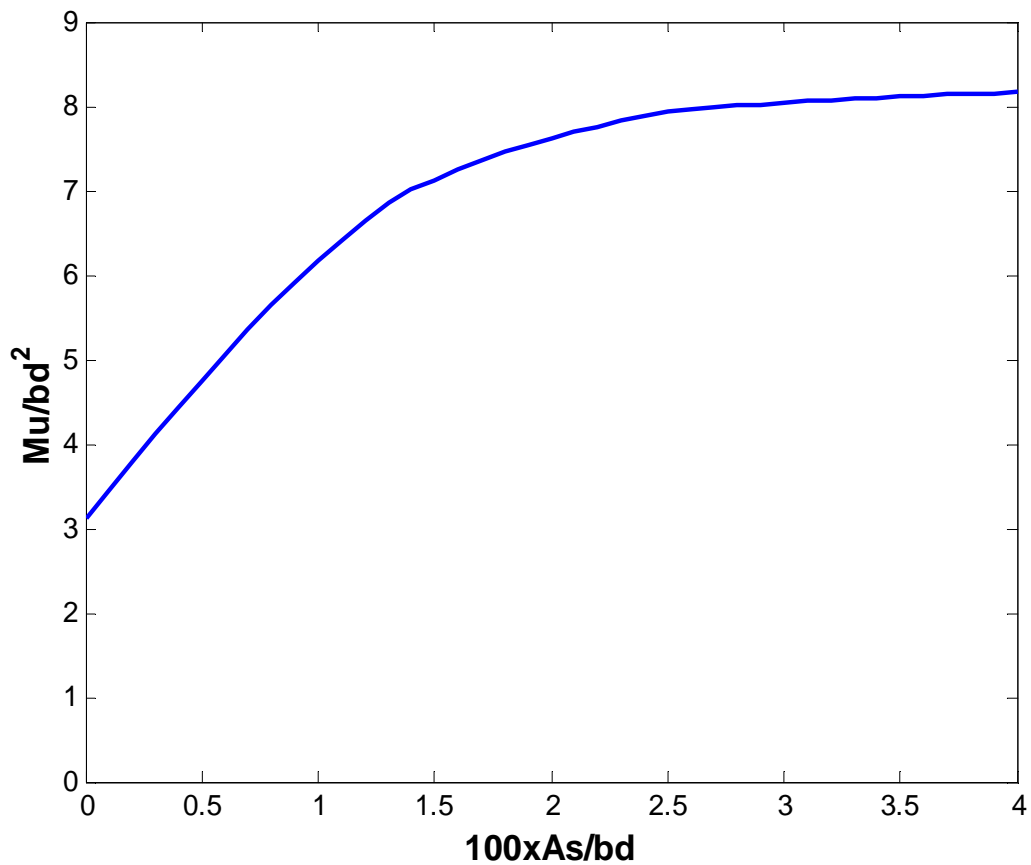
**Figure IV.26: Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre de série(S<sub>8</sub>)**  
(S<sub>8</sub> : f<sub>y</sub>=410 N/mm<sup>2</sup> et ρ<sub>p</sub>=1.5%)



On termine ce quatrième paramètre, par une poutre de série (S<sub>21</sub>), poutre pour laquelle seule la limite d'élasticité  $f_y$  diffère des autres cas précédents étudiés. Dans ce cas d'étude on a pris  $f_y = 425$  N/mm (voir : tableau : IV.19 et représentation graphique des résultats obtenus, figure : IV.27).

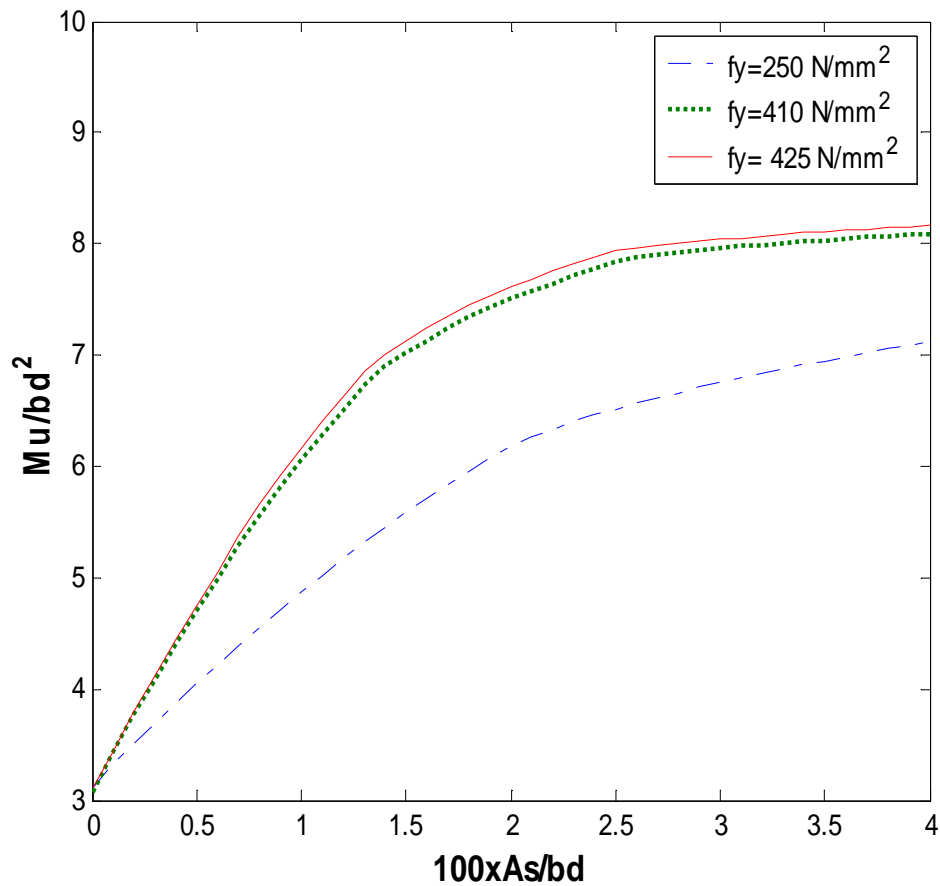
| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$ | $\frac{x}{d}$ |
|----------------------------|--------------------|---------------|
| 0                          | 3.1203             | 0.1325        |
| 0.1                        | 3.4268             | 0.0312        |
| 0.2                        | 3.7813             | 0.1487        |
| 0.3                        | 4.1103             | 0.158         |
| 0.4                        | 4.4381             | 0.1681        |
| 0.5                        | 4.7592             | 0.1868        |
| 0.6                        | 5.0671             | 0.2161        |
| 0.7                        | 5.3624             | 0.2491        |
| 0.8                        | 5.6422             | 0.2855        |
| 0.9                        | 5.9098             | 0.3218        |
| 1                          | 6.1652             | 0.3581        |
| 1.1                        | 6.4084             | 0.3944        |
| 1.2                        | 6.6394             | 0.4308        |
| 1.3                        | 6.8581             | 0.4671        |
| 1.4                        | 7.0064             | 0.493         |
| 1.5                        | 7.1274             | 0.5149        |
| 1.6                        | 7.2417             | 0.5364        |
| 1.7                        | 7.35               | 0.5576        |
| 1.8                        | 7.4526             | 0.5785        |
| 1.9                        | 7.5412             | 0.5976        |
| 2                          | 7.6147             | 0.6148        |
| 2.1                        | 7.6855             | 0.6319        |
| 2.2                        | 7.7534             | 0.6489        |
| 2.3                        | 7.8185             | 0.6659        |
| 2.4                        | 7.8809             | 0.6827        |
| 2.5                        | 7.9406             | 0.6995        |
| 2.6                        | 7.9666             | 0.707         |
| 2.7                        | 7.9864             | 0.7128        |
| 2.8                        | 8.0052             | 0.7184        |
| 2.9                        | 8.0227             | 0.7238        |
| 3                          | 8.0395             | 0.7289        |
| 3.1                        | 8.0553             | 0.7339        |
| 3.2                        | 8.0704             | 0.7386        |
| 3.3                        | 8.0847             | 0.7432        |
| 3.4                        | 8.0982             | 0.7476        |
| 3.5                        | 8.1111             | 0.7518        |
| 3.6                        | 8.1234             | 0.7559        |
| 3.7                        | 8.1355             | 0.7599        |
| 3.8                        | 8.1466             | 0.7637        |
| 3.9                        | 8.1573             | 0.7674        |
| 4                          | 8.1676             | 0.771         |

**Tableau IV.19 : Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>21</sub>).**  
(S<sub>21</sub> :  $f_y=425$  N/mm<sup>2</sup> et  $\rho_p=1.5\%$ )



**Figure IV.27 : Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>21</sub>).**  
 (S<sub>21</sub> : f<sub>y</sub>=425 N/mm<sup>2</sup> et ρ<sub>p</sub>=1.5%)

Généralement, lors d'une étude comparative, le mieux est de rassembler les graphiques représentatifs des résultats obtenus dans une même figure, dont l'objectif est de présenter avec clarté les différences entre les courbes. Pour ce cas d'étude, un graphique global des trois séries de poutres étudiées est illustré sur la figure : IV.28.



**Figure IV.28: Influence de la nuance de l'acier de renfort interne sur la capacité flexionnelle des poutres renforcées extérieurement par (PM) avec un taux de 1.5%.  
( S<sub>8</sub> : f<sub>y</sub>=410 N/mm<sup>2</sup>, S<sub>21</sub> : f<sub>y</sub>=425 N/mm<sup>2</sup> S<sub>20</sub> : f<sub>y</sub>=250 N/mm<sup>2</sup>)**

#### ❖ Discussion des résultats

Après analyse des résultats inscrits dans les tableaux (tableaux IV.20 et IV.21) et observation de la courbe représentative de ces résultats obtenus (figure IV.31) on peut noter que :

En augmentant la limite d'élasticité  $f_y$ , le gain en capacité flexionnelle de ces poutres renforcées extérieurement par plaques métalliques, se développe de la manière suivante :

Le gain en capacité flexionnelle de la poutre de série (S<sub>8</sub>) par rapport à la poutre de série (S<sub>20</sub>), croit de -1.5% jusqu'à 26.659% puis ce gain décroît jusqu'à 13.606%, pour la poutre de série (S<sub>21</sub>) par rapport à la poutre de série (S<sub>20</sub>) ce gain croit de 0% jusqu'à 29.07% puis décroît jusqu'à 14.72%. Cette croissance et décroissance de ce gain en capacité flexionnelle varie selon le taux du renfort interne en acier tendu.

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>8</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>20</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>8</sub> par<br>rapport<br>à ps <sub>20</sub> |
|----------------------------|--|---|--|
| 0                          | 3.0708                                   | 3.1203                                    | -1.58  |
| 0.1                        | 3.4205                                   | 3.3123                                    | 3.266  |
| 0.2                        | 3.758                                    | 3.501                                     | 7.340  |
| 0.3                        | 4.0755                                   | 3.6867                                    | 10.546   |
| 0.4                        | 4.3919                                   | 3.869                                     | 13.515   |
| 0.5                        | 4.699                                    | 4.0478                                    | 16.087   |
| 0.6                        | 4.9955                                   | 4.2226                                    | 18.303   |
| 0.7                        | 5.2799                                   | 4.3911                                    | 20.240   |
| 0.8                        | 5.55                                     | 4.5554                                    | 21.833   |
| 0.9                        | 5.8087                                   | 4.7154                                    | 23.185   |
| 1                          | 6.0561                                   | 4.8713                                    | 24.322   |
| 1.1                        | 6.2921                                   | 5.0229                                    | 25.268   |
| 1.2                        | 6.5167                                   | 5.1702                                    | 26.043   |
| 1.3                        | 6.7299                                   | 5.3134                                    | 26.659   |
| 1.4                        | 6.9018                                   | 5.4523                                    | 26.585   |
| 1.5                        | 7.0211                                   | 5.587                                     | 25.668   |
| 1.6                        | 7.134                                    | 5.7175                                    | 24.774   |
| 1.7                        | 7.241                                    | 5.8437                                    | 23.911   |
| 1.8                        | 7.3425                                   | 5.9657                                    | 23.078   |
| 1.9                        | 7.4357                                   | 6.0835                                    | 22.27  |
| 2                          | 7.5082                                   | 6.1892                                    | 21.311   |

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>8</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>20</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>8</sub> par<br>rapport<br>à ps <sub>20</sub> |
|----------------------------|--|---|--|
| 2.1                        | 7.5779                                   | 6.2638                                    | 20.98  |
| 2.2                        | 7.645                                    | 6.3356                                    | 20.67  |
| 2.3                        | 7.7096                                   | 6.4046                                    | 20.376   |
| 2.4                        | 7.7714                                   | 6.4699                                    | 20.116   |
| 2.5                        | 7.8306                                   | 6.5199                                    | 20.10  |
| 2.6                        | 7.8874                                   | 6.5685                                    | 20.08  |
| 2.7                        | 7.9088                                   | 6.6159                                    | 19.54  |
| 2.8                        | 7.9272                                   | 6.662                                     | 18.99  |
| 2.9                        | 7.9446                                   | 6.7068                                    | 18.45  |
| 3                          | 7.9613                                   | 6.7503                                    | 17.94  |
| 3.1                        | 7.9771                                   | 6.7926                                    | 17.44  |
| 3.2                        | 7.9918                                   | 6.8337                                    | 16.95  |
| 3.3                        | 8.0059                                   | 6.8736                                    | 16.47  |
| 3.4                        | 8.0195                                   | 6.9122                                    | 16.02  |
| 3.5                        | 8.0321                                   | 6.9496                                    | 15.58  |
| 3.6                        | 8.0446                                   | 6.9859                                    | 15.15  |
| 3.7                        | 8.0562                                   | 7.0211                                    | 14.74  |
| 3.8                        | 8.0675                                   | 7.055                                     | 14.35  |
| 3.9                        | 8.078                                    | 7.0878                                    | 13.97  |
| 4                          | 8.0882                                   | 7.1195                                    | 13.606   |

**Tableau IV.20: Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>8</sub>) par rapport à une poutre de série (S<sub>20</sub>).  
( S<sub>8</sub> : f<sub>y</sub>=410 N/mm<sup>2</sup> et ρ<sub>p</sub>=1.5%, S<sub>20</sub> : f<sub>y</sub>=250 N/mm<sup>2</sup> et ρ<sub>p</sub>=1.5%)**

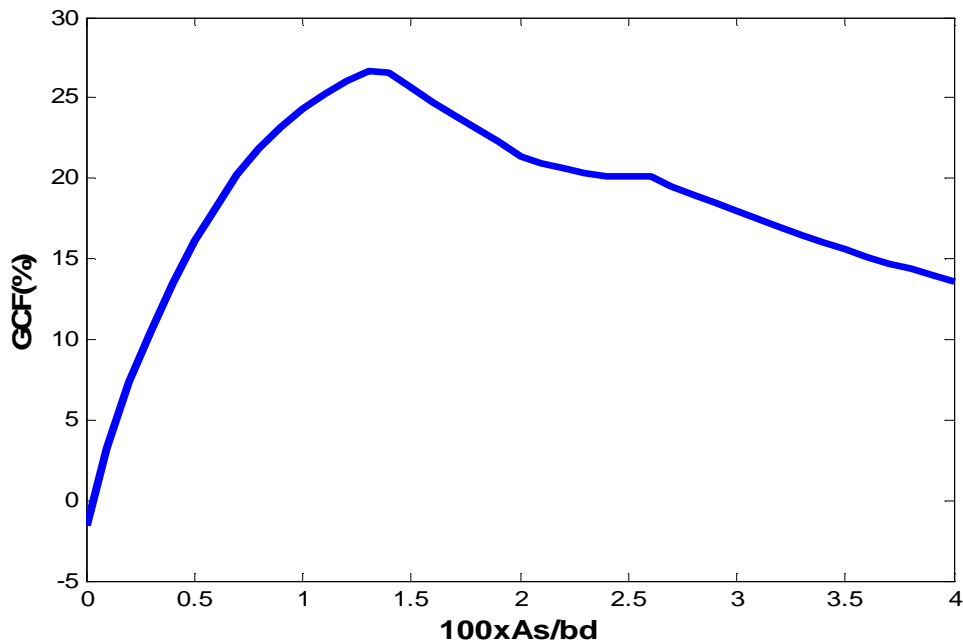


Figure IV.29 : Comparaison du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série ( $S_8$ ) par rapport à une poutre de série ( $S_{20}$ ).

( $S_8$  :  $f_y=410$  N/mm<sup>2</sup> et  $\rho_p=1.5\%$ ,  $S_{20}$  :  $f_y=250$  N/mm<sup>2</sup> et  $\rho_p=1.5\%$ )

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>21</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>20</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>21</sub> par rapport à ps <sub>20</sub> |
|----------------------------|---|---|---|
| 0                          | 3.1203                                    | 3.1203                                    | 0   |
| 0.1                        | 3.4268                                    | 3.3123                                    | 3.45  |
| 0.2                        | 3.7813                                    | 3.501                                     | 8   |
| 0.3                        | 4.1103                                    | 3.6867                                    | 11.49   |
| 0.4                        | 4.4381                                    | 3.869                                     | 14.71   |
| 0.5                        | 4.7592                                    | 4.0478                                    | 17.57   |
| 0.6                        | 5.0671                                    | 4.2226                                    | 20  |
| 0.7                        | 5.3624                                    | 4.3911                                    | 22.12   |
| 0.8                        | 5.6422                                    | 4.5554                                    | 23.86   |
| 0.9                        | 5.9098                                    | 4.7154                                    | 25.33   |
| 1                          | 6.1652                                    | 4.8713                                    | 26.56   |
| 1.1                        | 6.4084                                    | 5.0229                                    | 27.58   |
| 1.2                        | 6.6394                                    | 5.1702                                    | 28.41   |
| 1.3                        | 6.8581                                    | 5.3134                                    | 29.07   |
| 1.4                        | 7.0064                                    | 5.4523                                    | 28.50   |
| 1.5                        | 7.1274                                    | 5.587                                     | 27.57   |
| 1.6                        | 7.2417                                    | 5.7175                                    | 26.66   |
| 1.7                        | 7.35                                      | 5.8437                                    | 25.77   |
| 1.8                        | 7.4526                                    | 5.9657                                    | 24.92   |
| 1.9                        | 7.5412                                    | 6.0835                                    | 23.96   |
| 2                          | 7.6147                                    | 6.1892                                    | 23.03   |

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>21</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>20</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>21</sub> par rapport à ps <sub>20</sub> |
|----------------------------|---|---|---|
| 2.1                        | 7.6855                                    | 6.2638                                    | 22.70   |
| 2.2                        | 7.7534                                    | 6.3356                                    | 22.34   |
| 2.3                        | 7.8185                                    | 6.4046                                    | 22.08   |
| 2.4                        | 7.8809                                    | 6.4699                                    | 21.81   |
| 2.5                        | 7.9406                                    | 6.5199                                    | 21.79   |
| 2.6                        | 7.9666                                    | 6.5685                                    | 21.28   |
| 2.7                        | 7.9864                                    | 6.6159                                    | 20.71   |
| 2.8                        | 8.0052                                    | 6.662                                     | 20.16   |
| 2.9                        | 8.0227                                    | 6.7068                                    | 19.62   |
| 3                          | 8.0395                                    | 6.7503                                    | 19.1  |
| 3.1                        | 8.0553                                    | 6.7926                                    | 18.59   |
| 3.2                        | 8.0704                                    | 6.8337                                    | 18.1  |
| 3.3                        | 8.0847                                    | 6.8736                                    | 17.62   |
| 3.4                        | 8.0982                                    | 6.9122                                    | 17.16   |
| 3.5                        | 8.1111                                    | 6.9496                                    | 16.71   |
| 3.6                        | 8.1234                                    | 6.9859                                    | 16.28   |
| 3.7                        | 8.1355                                    | 7.0211                                    | 15.87   |
| 3.8                        | 8.1466                                    | 7.055                                     | 15.47   |
| 3.9                        | 8.1573                                    | 7.0878                                    | 15.09   |
| 4                          | 8.1676                                    | 7.1195                                    | 14.72   |

Tableau IV.21 : Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série ( $S_{21}$ ) par rapport à une poutre de série ( $S_{20}$ ).

( $S_{21}$  :  $f_y=425$  N/mm<sup>2</sup> et  $\rho_p=1.5\%$ ,  $S_{20}$  :  $f_y=250$  N/mm<sup>2</sup> et  $\rho_p=1.5\%$ )

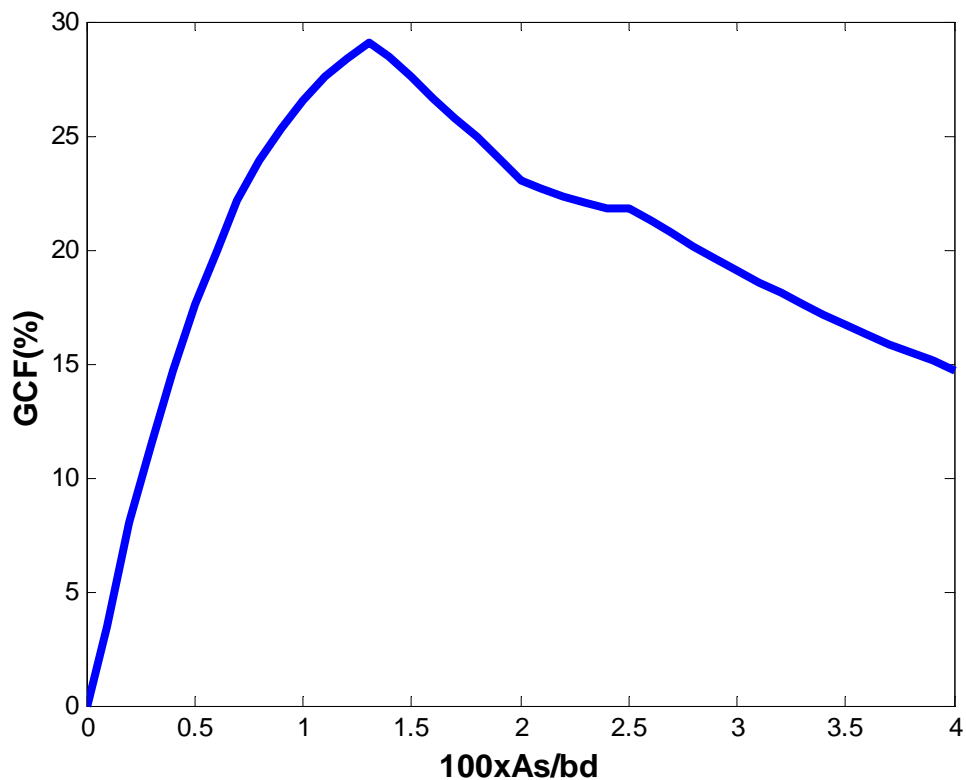


Figure IV.30: Comparaison du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série ( $S_{21}$ ) par rapport à une poutre de série ( $S_{20}$ ).  
 ( $S_{21}$  :  $f_y=425 \text{ N/mm}^2$  et  $\rho_p=1.5\%$ ,  $S_{20}$  :  $f_y=250 \text{ N/mm}^2$  et  $\rho_p=1.5\%$  )

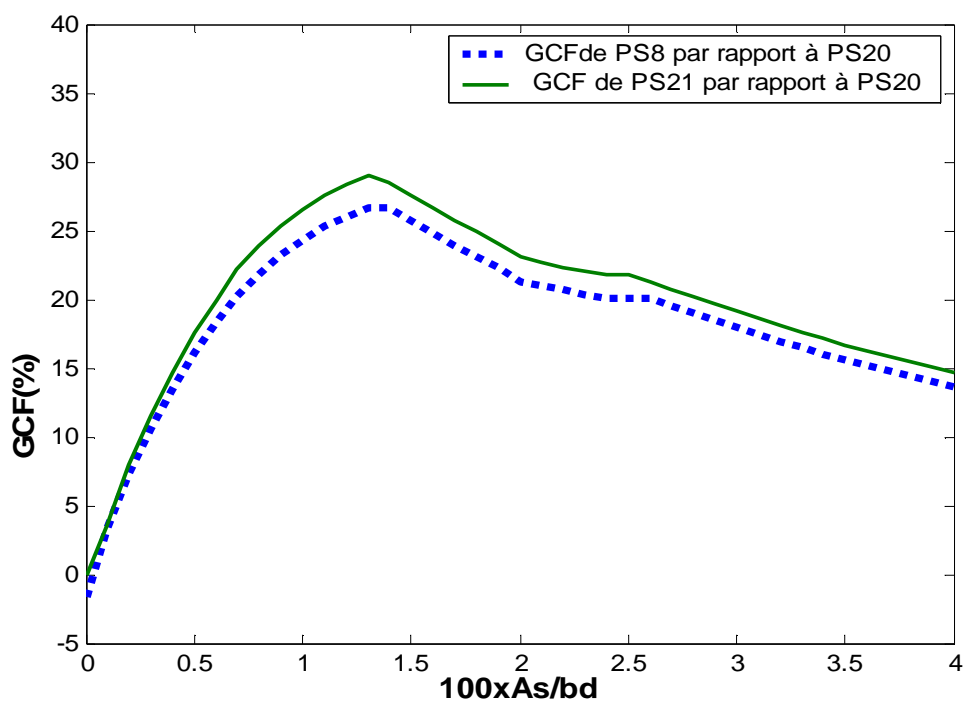


Figure IV.31: Comparaison du gain (%) en capacité flexionnelle des poutres de séries ( $S_8$ ) et ( $S_{21}$ ) par rapport à la poutre de série ( $S_{20}$ ).  
 ( $S_{21}$  :  $f_y=425 \text{ N/mm}^2$  et  $\rho_p=1.5\%$ ,  $S_{20}$  :  $f_y=250 \text{ N/mm}^2$  et  $\rho_p=1.5\%$ ,  $S_8$  :  $f_y=410 \text{ N/mm}^2$  et  $\rho_p=1.5\%$ )

### V.5.2.5 :Cinquième paramètre : Résistance caractéristique du béton en compression.

Avant de passer à une deuxième partie d'étude paramétrique qui consiste à varier deux paramètres à la fois, traitons d'abord l'influence de la résistance caractéristique du béton en compression sur la capacité flexionnelle des poutres en béton armé renforcées par plaques métalliques. Pour estimer cet effet, dressons le tableau, et la représentation graphique des résultats obtenus pour la première poutre étudiée, poutre de série (S<sub>22</sub>) pour laquelle  $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ , taux de renfort interne en acier comprimé est égal à 1% , taux de renfort extérieur par (PM) est égal à 2.5% et  $\frac{d'}{d} = 0.15$ .( voir : tableau : IV.22 et figure : IV.32)

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$ | $\frac{x}{d}$ |
|----------------------------|--------------------|---------------|
| 0                          | 4.9544             | 0.2415        |
| 0.1                        | 5.2471             | 0.2551        |
| 0.2                        | 5.5219             | 0.2844        |
| 0.3                        | 5.7874             | 0.3146        |
| 0.4                        | 6.0431             | 0.3456        |
| 0.5                        | 6.2831             | 0.3801        |
| 0.6                        | 6.5107             | 0.4152        |
| 0.7                        | 6.727              | 0.4502        |
| 0.8                        | 6.925              | 0.484         |
| 0.9                        | 7.0668             | 0.5094        |
| 1                          | 7.1984             | 0.5341        |
| 1.1                        | 7.3208             | 0.558         |
| 1.2                        | 7.4351             | 0.5813        |
| 1.3                        | 7.5204             | 0.6004        |
| 1.4                        | 7.5881             | 0.6171        |
| 1.5                        | 7.6534             | 0.6337        |
| 1.6                        | 7.7163             | 0.6502        |
| 1.7                        | 7.7767             | 0.6666        |
| 1.8                        | 7.8347             | 0.6829        |
| 1.9                        | 7.8903             | 0.6992        |
| 2                          | 7.932              | 0.7119        |
| 2.1                        | 7.9535             | 0.7186        |
| 2.2                        | 7.9737             | 0.7249        |
| 2.3                        | 7.9924             | 0.731         |
| 2.4                        | 8.0101             | 0.7368        |
| 2.5                        | 8.0268             | 0.7423        |
| 2.6                        | 8.0424             | 0.7475        |
| 2.7                        | 8.0569             | 0.7526        |
| 2.8                        | 8.0709             | 0.7574        |
| 2.9                        | 8.0842             | 0.762         |
| 3                          | 8.0966             | 0.7665        |
| 3.1                        | 8.1083             | 0.7708        |
| 3.2                        | 8.1196             | 0.7749        |
| 3.3                        | 8.1303             | 0.7788        |
| 3.4                        | 8.1403             | 0.7827        |
| 3.5                        | 8.15               | 0.7864        |
| 3.6                        | 8.1593             | 0.7899        |
| 3.7                        | 8.168              | 0.7933        |
| 3.8                        | 8.1766             | 0.7966        |
| 3.9                        | 8.1848             | 0.7998        |
| 4                          | 8.1925             | 0.8029        |

**Tableau IV.22: Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>22</sub>).  
( $\rho_p=2.5\%$  et  $f_{cu}=25 \text{ N/mm}^2$ )**

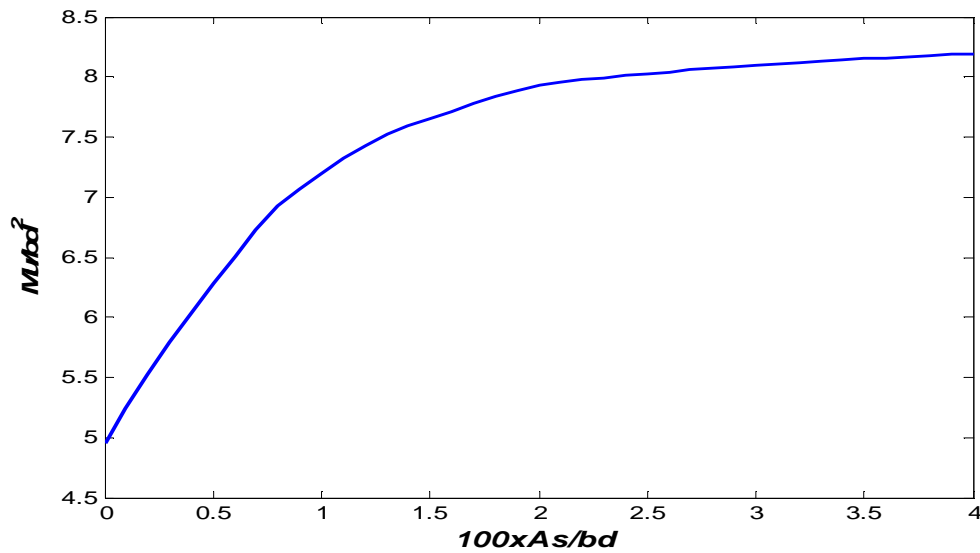


Figure IV.32: Evolution du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>22</sub>).  
( $\rho_p=2.5\%$  et  $f_{cu}=25 \text{ N/mm}^2$ )

La seconde étude concernant ce cinquième paramètre porte sur l'évaluation de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>23</sub>), dont  $f_{cu}= 30 \text{ N/mm}^2$ , taux de renfort interne en acier comprimé est égale à 1%, taux de renfort externe par (PM) est égalé à 2.5%,  $\frac{d'}{d}=0.15$  ( voir tableau :

IV.23 et représentation graphique des résultats obtenus, figure : IV.33).

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$ | $\frac{x}{d}$ |
|----------------------------|--------------------|---------------|
| 0                          | 4.9867             | 0.2268        |
| 0.1                        | 5.2817             | 0.2381        |
| 0.2                        | 5.5747             | 0.2501        |
| 0.3                        | 5.8565             | 0.271         |
| 0.4                        | 6.1268             | 0.2966        |
| 0.5                        | 6.389              | 0.3228        |
| 0.6                        | 6.6428             | 0.3495        |
| 0.7                        | 6.8824             | 0.379         |
| 0.8                        | 7.1125             | 0.4085        |
| 0.9                        | 7.3331             | 0.438         |
| 1                          | 7.5441             | 0.4675        |
| 1.1                        | 7.7143             | 0.4923        |
| 1.2                        | 7.8508             | 0.5129        |
| 1.3                        | 7.9795             | 0.5331        |
| 1.4                        | 8.1011             | 0.5528        |
| 1.5                        | 8.2161             | 0.5721        |
| 1.6                        | 8.3238             | 0.5908        |
| 1.7                        | 8.3972             | 0.6053        |
| 1.8                        | 8.4682             | 0.6196        |
| 1.9                        | 8.537              | 0.6339        |
| 2                          | 8.6034             | 0.6482        |
| 2.1                        | 8.6678             | 0.6623        |
| 2.2                        | 8.7299             | 0.6764        |
| 2.3                        | 8.7897             | 0.6904        |
| 2.4                        | 8.8475             | 0.7044        |
| 2.5                        | 8.8819             | 0.713         |
| 2.6                        | 8.9034             | 0.7185        |
| 2.7                        | 8.9242             | 0.7238        |
| 2.8                        | 8.9438             | 0.7289        |
| 2.9                        | 8.9621             | 0.7338        |
| 3                          | 8.9799             | 0.7384        |
| 3.1                        | 8.9964             | 0.743         |
| 3.2                        | 9.0125             | 0.7473        |
| 3.3                        | 9.0277             | 0.7515        |
| 3.4                        | 9.042              | 0.7556        |
| 3.5                        | 9.056              | 0.7595        |
| 3.6                        | 9.069              | 0.7633        |
| 3.7                        | 9.0816             | 0.767         |
| 3.8                        | 9.0937             | 0.7705        |
| 3.9                        | 9.1053             | 0.7739        |
| 4                          | 9.1165             | 0.7772        |

Tableau IV.23 : Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>23</sub>).  
( $\rho_p=2.5\%$  et  $f_{cu}=30 \text{ N/mm}^2$ )



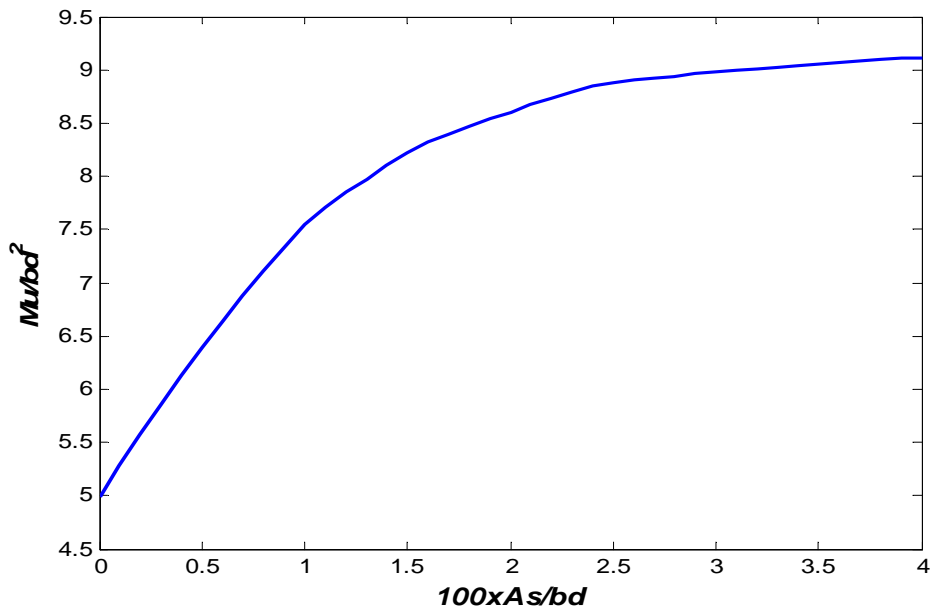


Figure IV.33: Evolution de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>23</sub>).  
( $\rho_p=2.5\%$  et  $f_{cu}=30\text{ N/mm}^2$ )

Pour terminer cette première partie d'étude paramétrique, une troisième poutre de série (S<sub>24</sub>) est prise en compte dans ce calcul théorique, avec les mêmes propriétés mécaniques et géométriques à l'exception de la résistance caractéristique du béton en compression qui est prise égale à 40 N/mm<sup>2</sup>. (voir : tableau : IV.24 et représentation graphique des résultats obtenus, figure : IV.34)

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$ | $\frac{x}{d}$ |
|----------------------------|--------------------|---------------|
| 0                          | 5.0473             | 0.2047        |
| 0.1                        | 5.3455             | 0.2136        |
| 0.2                        | 5.6421             | 0.2231        |
| 0.3                        | 5.9371             | 0.233         |
| 0.4                        | 6.2302             | 0.2434        |
| 0.5                        | 6.5212             | 0.2542        |
| 0.6                        | 6.7977             | 0.2741        |
| 0.7                        | 7.0681             | 0.2944        |
| 0.8                        | 7.3322             | 0.3149        |
| 0.9                        | 7.5899             | 0.3356        |
| 1                          | 7.8397             | 0.357         |
| 1.1                        | 8.0797             | 0.3796        |
| 1.2                        | 8.3127             | 0.4021        |
| 1.3                        | 8.5385             | 0.4246        |
| 1.4                        | 8.7571             | 0.4472        |
| 1.5                        | 8.9687             | 0.4697        |
| 1.6                        | 9.1408             | 0.4886        |
| 1.7                        | 9.2768             | 0.504         |
| 1.8                        | 9.4071             | 0.519         |
| 1.9                        | 9.5323             | 0.5339        |
| 2                          | 9.6525             | 0.5485        |
| 2.1                        | 9.7681             | 0.5629        |
| 2.2                        | 9.8793             | 0.5771        |
| 2.3                        | 9.9847             | 0.591         |
| 2.4                        | 10.0639            | 0.6024        |
| 2.5                        | 10.1412            | 0.6138        |
| 2.6                        | 10.2166            | 0.6251        |
| 2.7                        | 10.29              | 0.6363        |
| 2.8                        | 10.3615            | 0.6475        |
| 2.9                        | 10.4311            | 0.6586        |
| 3                          | 10.4989            | 0.6697        |
| 3.1                        | 10.5648            | 0.6808        |
| 3.2                        | 10.6288            | 0.6918        |
| 3.3                        | 10.6911            | 0.7028        |
| 3.4                        | 10.7364            | 0.711         |
| 3.5                        | 10.7598            | 0.7152        |
| 3.6                        | 10.7817            | 0.7193        |
| 3.7                        | 10.8029            | 0.7233        |
| 3.8                        | 10.8233            | 0.7271        |
| 3.9                        | 10.8428            | 0.7308        |
| 4                          | 10.8616            | 0.7345        |

Tableau IV.24: Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>24</sub>).  
( $\rho_p=2.5\%$  et  $f_{cu}=40\text{ N/mm}^2$ )

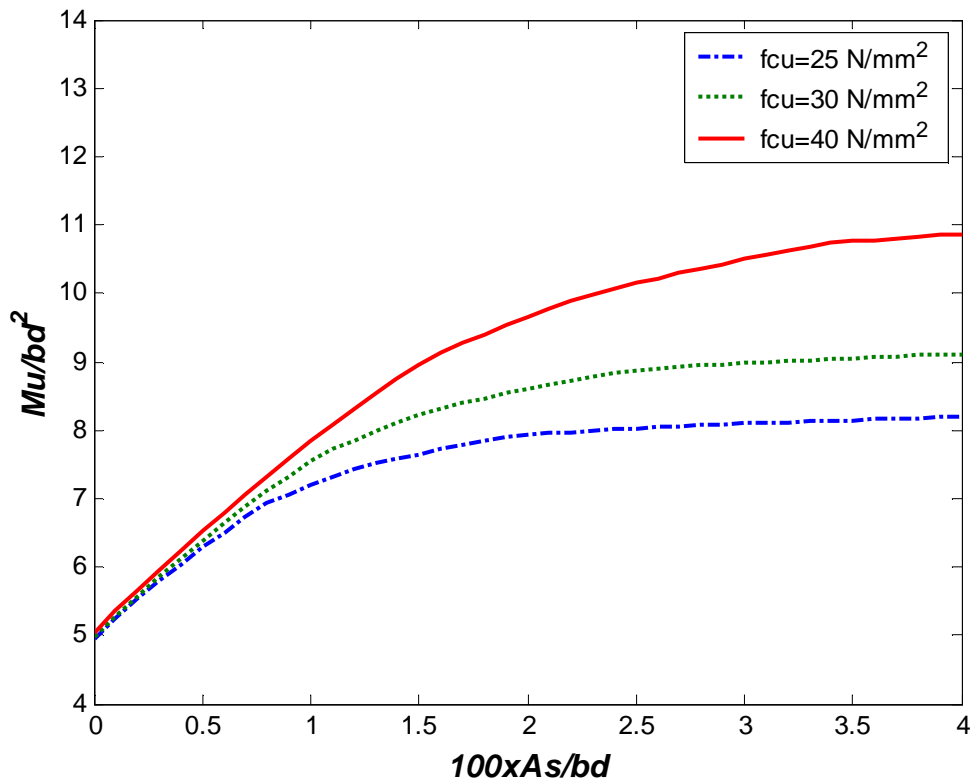


Figure IV.34: Influence de la résistance caractéristique du béton en compression sur la capacité flexionnelle des poutres renforcées extérieurement par (PM).

(S<sub>22</sub> :  $\rho_p=2.5\%$  et  $f_{cu}=25$  N/mm<sup>2</sup>, S<sub>23</sub> :  $\rho_p=2.5\%$  et  $f_{cu}=30$  N/mm<sup>2</sup>, S<sub>24</sub> :  $\rho_p=2.5\%$  et  $f_{cu}=40$  N/mm<sup>2</sup>)

#### ❖ Discussion des résultats

Après analyse des résultats obtenus inscrits dans les tableaux (IV.22, IV.23 et IV.24) et observation des courbes représentatives de ces résultats, (figure : IV.34), on peut noter que :

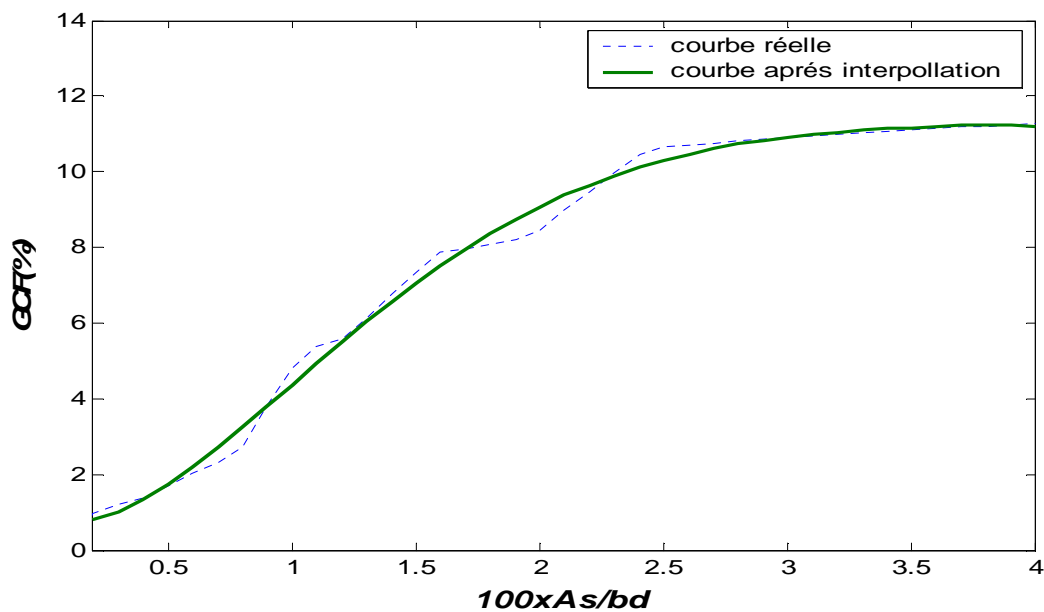
- Plus en augmentant la résistance caractéristique du béton en compression, plus la capacité flexionnelle des ces poutres renforcées extérieurement par plaques métalliques augmente.
- Comme au deuxième paramètre influent traité dans cette première partie d'étude paramétrique, le gain en capacité flexionnelle des sections de ces poutres renforcées extérieurement par plaques métalliques s'évolue d'une manière croissante et ceci avec l'augmentation de la résistance du béton en compression et en fonction de l'augmentation du taux de renfort en acier tendu.

Pour donner plus de détails sur ce cas paramétrique étudié, des tableaux et graphiques résumant le gain en capacité flexionnelle sont illustrés ci-dessous (voir : tableaux : IV.25 et IV.26, et figures : IV.35 et IV.36)

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>23</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>22</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>23</sub> par<br>rapport<br>à ps <sub>22</sub> |
|----------------------------|---|---|---|
| 0                          | 4.9867                                    | 4.9544                                    | 0.652   |
| 0.1                        | 5.2817                                    | 5.2471                                    | 0.659   |
| 0.2                        | 5.5747                                    | 5.5219                                    | 0.956   |
| 0.3                        | 5.8565                                    | 5.7874                                    | 1.194   |
| 0.4                        | 6.1268                                    | 6.0431                                    | 1.385   |
| 0.5                        | 6.389                                     | 6.2831                                    | 1.685   |
| 0.6                        | 6.6428                                    | 6.5107                                    | 2.029   |
| 0.7                        | 6.8824                                    | 6.727                                     | 2.31  |
| 0.8                        | 7.1125                                    | 6.925                                     | 2.707   |
| 0.9                        | 7.3331                                    | 7.0668                                    | 3.768   |
| 1                          | 7.5441                                    | 7.1984                                    | 4.8   |
| 1.1                        | 7.7143                                    | 7.3208                                    | 5.375   |
| 1.2                        | 7.8508                                    | 7.4351                                    | 5.59  |
| 1.3                        | 7.9795                                    | 7.5204                                    | 6.105   |
| 1.4                        | 8.1011                                    | 7.5881                                    | 6.76  |
| 1.5                        | 8.2161                                    | 7.6534                                    | 7.35  |
| 1.6                        | 8.3238                                    | 7.7163                                    | 7.873   |
| 1.7                        | 8.3972                                    | 7.7767                                    | 7.98  |
| 1.8                        | 8.4682                                    | 7.8347                                    | 8.086   |
| 1.9                        | 8.537                                     | 7.8903                                    | 8.196   |
| 2                          | 8.6034                                    | 7.932                                     | 8.46  |

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>23</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>22</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>23</sub> par<br>rapport<br>à ps <sub>22</sub> |
|----------------------------|---|---|---|
| 2.1                        | 8.6678                                    | 7.9535                                    | 8.98  |
| 2.2                        | 8.7299                                    | 7.9737                                    | 9.484   |
| 2.3                        | 8.7897                                    | 7.9924                                    | 9.976   |
| 2.4                        | 8.8475                                    | 8.0101                                    | 10.45   |
| 2.5                        | 8.8819                                    | 8.0268                                    | 10.65   |
| 2.6                        | 8.9034                                    | 8.0424                                    | 10.706  |
| 2.7                        | 8.9242                                    | 8.0569                                    | 10.765  |
| 2.8                        | 8.9438                                    | 8.0709                                    | 10.815  |
| 2.9                        | 8.9621                                    | 8.0842                                    | 10.859  |
| 3                          | 8.9799                                    | 8.0966                                    | 10.91   |
| 3.1                        | 8.9964                                    | 8.1083                                    | 10.953  |
| 3.2                        | 9.0125                                    | 8.1196                                    | 10.997  |
| 3.3                        | 9.0277                                    | 8.1303                                    | 11.038  |
| 3.4                        | 9.042                                     | 8.1403                                    | 11.077  |
| 3.5                        | 9.056                                     | 8.15                                      | 11.116  |
| 3.6                        | 9.069                                     | 8.1593                                    | 11.149  |
| 3.7                        | 9.0816                                    | 8.168                                     | 11.185  |
| 3.8                        | 9.0937                                    | 8.1766                                    | 11.216  |
| 3.9                        | 9.1053                                    | 8.1848                                    | 11.246  |
| 4                          | 9.1165                                    | 8.1925                                    | 11.279  |

**Tableau IV.25 : Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>23</sub>) par rapport à une poutre de série (S<sub>22</sub>)**  
(S<sub>22</sub> : ρ<sub>p</sub>=2.5% et f<sub>cu</sub>=25 N/mm<sup>2</sup>, S<sub>23</sub> : ρ<sub>p</sub>=2.5% et f<sub>cu</sub>=30 N/mm<sup>2</sup>)

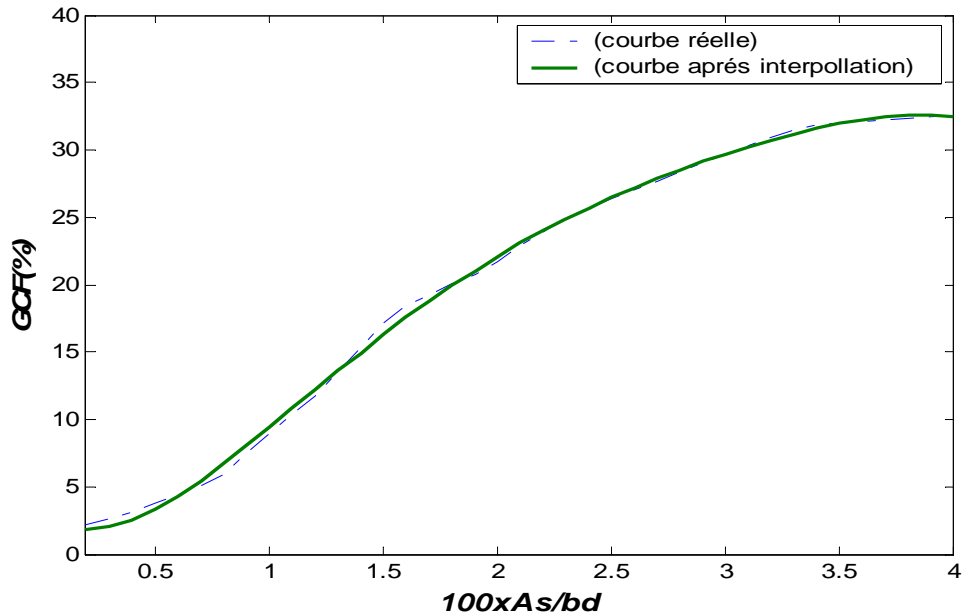


**Figure IV.35 : Evolution du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>23</sub>) par rapport à une poutre de série (S<sub>22</sub>)**  
(S<sub>22</sub> : ρ<sub>p</sub>=2.5% et f<sub>cu</sub>=25 N/mm<sup>2</sup>, S<sub>23</sub> : ρ<sub>p</sub>=2.5% et f<sub>cu</sub>=30 N/mm<sup>2</sup>)

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>24</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>22</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>24</sub> par rapport à ps <sub>22</sub> |
|----------------------------|---|---|---|
| 0                          | 5.0473                                    | 4.9544                                    | 1.8751  |
| 0.1                        | 5.3455                                    | 5.2471                                    | 1.8753  |
| 0.2                        | 5.6421                                    | 5.5219                                    | 2.177   |
| 0.3                        | 5.9371                                    | 5.7874                                    | 2.587   |
| 0.4                        | 6.2302                                    | 6.0431                                    | 3.096   |
| 0.5                        | 6.5212                                    | 6.2831                                    | 3.789   |
| 0.6                        | 6.7977                                    | 6.5107                                    | 4.408   |
| 0.7                        | 7.0681                                    | 6.727                                     | 5.07  |
| 0.8                        | 7.3322                                    | 6.925                                     | 5.88  |
| 0.9                        | 7.5899                                    | 7.0668                                    | 7.402   |
| 1                          | 7.8397                                    | 7.1984                                    | 8.909   |
| 1.1                        | 8.0797                                    | 7.3208                                    | 10.366  |
| 1.2                        | 8.3127                                    | 7.4351                                    | 11.803  |
| 1.3                        | 8.5385                                    | 7.5204                                    | 13.538  |
| 1.4                        | 8.7571                                    | 7.5881                                    | 15.406  |
| 1.5                        | 8.9687                                    | 7.6534                                    | 17.186  |
| 1.6                        | 9.1408                                    | 7.7163                                    | 18.461  |
| 1.7                        | 9.2768                                    | 7.7767                                    | 19.289  |
| 1.8                        | 9.4071                                    | 7.8347                                    | 20.07   |
| 1.9                        | 9.5323                                    | 7.8903                                    | 20.81   |
| 2                          | 9.6525                                    | 7.932                                     | 21.69   |

| $100 \cdot \frac{A_s}{bd}$ | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>24</sub> ) | $\frac{M_u}{bd^2}$<br>(ps <sub>22</sub> ) | GCF(%)<br>Ps <sub>24</sub> par rapport à ps <sub>22</sub> |
|----------------------------|---|---|---|
| 2.1                        | 9.7681                                    | 7.9535                                    | 22.815  |
| 2.2                        | 9.8793                                    | 7.9737                                    | 23.898  |
| 2.3                        | 9.9847                                    | 7.9924                                    | 24.927  |
| 2.4                        | 10.0639                                   | 8.0101                                    | 25.64   |
| 2.5                        | 10.1412                                   | 8.0268                                    | 26.34   |
| 2.6                        | 10.2166                                   | 8.0424                                    | 27.034  |
| 2.7                        | 10.29                                     | 8.0569                                    | 27.717  |
| 2.8                        | 10.3615                                   | 8.0709                                    | 28.381  |
| 2.9                        | 10.4311                                   | 8.0842                                    | 29.03   |
| 3                          | 10.4989                                   | 8.0966                                    | 29.67   |
| 3.1                        | 10.5648                                   | 8.1083                                    | 30.296  |
| 3.2                        | 10.6288                                   | 8.1196                                    | 30.90   |
| 3.3                        | 10.6911                                   | 8.1303                                    | 31.497  |
| 3.4                        | 10.7364                                   | 8.1403                                    | 31.892  |
| 3.5                        | 10.7598                                   | 8.15                                      | 32.022  |
| 3.6                        | 10.7817                                   | 8.1593                                    | 32.14   |
| 3.7                        | 10.8029                                   | 8.168                                     | 32.259  |
| 3.8                        | 10.8233                                   | 8.1766                                    | 32.369  |
| 3.9                        | 10.8428                                   | 8.1848                                    | 32.475  |
| 4                          | 10.8616                                   | 8.1925                                    | 32.580  |

**Tableau IV.26 : Résultats théoriques du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>24</sub>) par rapport à une poutre de série (S<sub>22</sub>)**  
(S<sub>22</sub> : ρ<sub>p</sub>=2.5% et f<sub>cu</sub>=25 N/mm<sup>2</sup>, S<sub>24</sub> : ρ<sub>p</sub>=2.5% et f<sub>cu</sub>=40 N/mm<sup>2</sup>)



**Figure IV.36: Evolution du gain (%) en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>24</sub>) par rapport à une poutre de série (S<sub>22</sub>)**  
(S<sub>22</sub> : ρ<sub>p</sub>=2.5% et f<sub>cu</sub>=25 N/mm<sup>2</sup>, S<sub>24</sub> : ρ<sub>p</sub>=2.5% et f<sub>cu</sub>=40 N/mm<sup>2</sup>)

En observant les tableaux des résultats théoriques du gain en capacité flexionnelle (tableaux IV.25 et IV26) et les courbes d'évolution de ce gain (figures IV.35 et IV36), on voit que :

- Le gain en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>23</sub>) par rapport à une poutre de série (S<sub>22</sub>), augmente de 0.652% à 11.279% par ordre croissant
- Le gain en capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>24</sub>) par rapport à une poutre de série (S<sub>22</sub>), augmente de 1.8751% à 32.58% par ordre croissant.

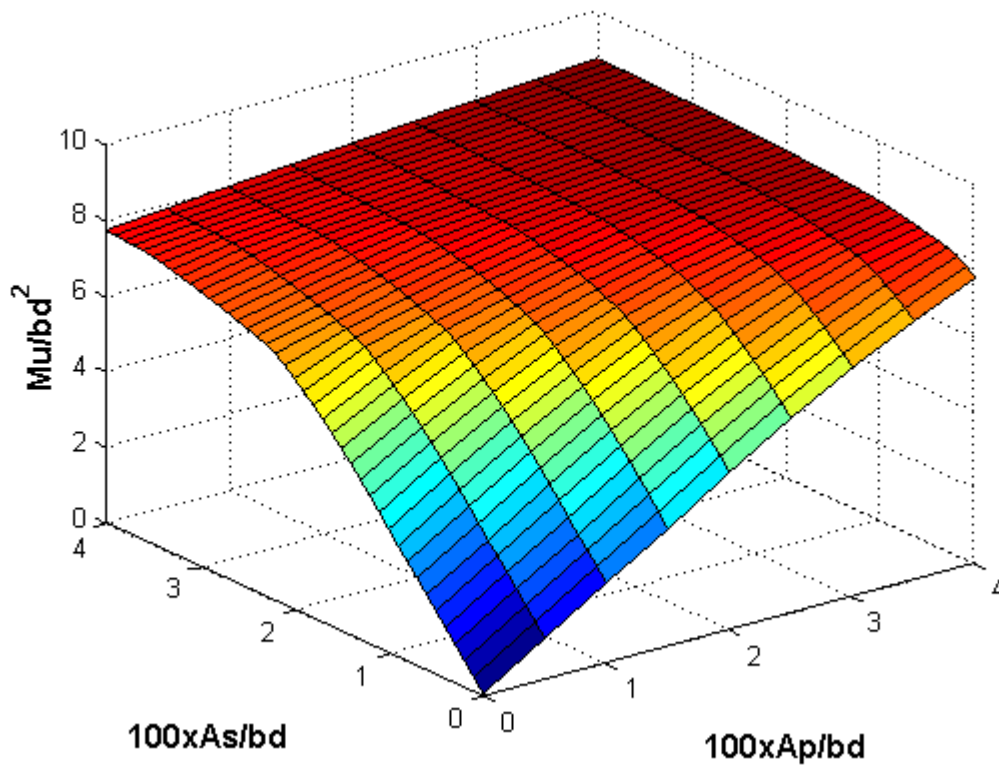
## IV.6 : Deuxième partie d'étude paramétrique

### IV.6.1 : Variation simultanée de $\rho_s$ et $\rho_p$

Tel que mentionné précédemment, cette deuxième partie d'étude paramétrique consiste à varier deux paramètres à la fois, dont le but est d'estimer l'effet d'interaction de ces deux paramètres sur la capacité flexionnelle des poutres en béton armé renforcées extérieurement par plaques métalliques. Le premier cas étudié, porte sur la variation simultanée du taux de renfort interne en acier tendu et le taux de renfort externe en plaques métalliques, les autres paramètres sont maintenus constants à savoir : la limite d'élasticité  $f_y$  est égale à 410 N/mm<sup>2</sup>, le taux de renfort interne en acier comprimé est égal à 1% , la limite d'élasticité des plaques métalliques  $f_{yp}$  est égale à 235 N/mm<sup>2</sup> , la résistance caractéristique du béton en compression est égale à 25 N/mm<sup>2</sup> ,et le rapport  $\frac{d'}{d}$  est égal à 0.1.

| $\rho_p$ \ $\rho_s$ | 0      | 0.5    | 1      | 1.5    | 2      | 2.5    | 3      | 3.5    | 4      |
|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0                   | 0.0538 | 1.0778 | 2.1004 | 3.0708 | 4.1352 | 5.1213 | 6.0127 | 6.8056 | 7.5069 |
| 0.1                 | 0.3755 | 1.3991 | 2.421  | 3.4205 | 4.4518 | 5.41   | 6.2646 | 7.0258 | 7.6818 |
| 0.2                 | 0.6971 | 1.7203 | 2.7349 | 3.758  | 4.7608 | 5.6831 | 6.5052 | 7.2338 | 7.8367 |
| 0.3                 | 1.0186 | 2.0412 | 3.0161 | 4.0755 | 5.0585 | 5.9449 | 6.7343 | 7.4119 | 7.9551 |
| 0.4                 | 1.3399 | 2.3617 | 3.3643 | 4.3919 | 5.345  | 6.1953 | 6.9522 | 7.5695 | 8.0185 |
| 0.5                 | 1.6611 | 2.6819 | 3.6984 | 4.699  | 5.6167 | 6.4343 | 7.1586 | 7.7121 | 8.0797 |
| 0.6                 | 1.982  | 2.9613 | 4.0158 | 4.9955 | 5.8769 | 6.662  | 7.3155 | 7.8381 | 8.1387 |
| 0.7                 | 2.3025 | 3.3079 | 4.3321 | 5.2799 | 6.1258 | 6.8783 | 7.4589 | 7.9038 | 8.1956 |
| 0.8                 | 2.6226 | 3.6389 | 4.6371 | 5.55   | 6.3633 | 7.0762 | 7.5908 | 7.9671 | 8.2503 |
| 0.9                 | 2.9062 | 3.9561 | 4.9324 | 5.8087 | 6.5895 | 7.2181 | 7.7125 | 8.0282 | 8.3027 |
| 1                   | 3.2513 | 4.2722 | 5.2146 | 6.0561 | 6.8042 | 7.3497 | 7.7881 | 8.087  | 8.3524 |
| 1.1                 | 3.5792 | 4.575  | 5.4832 | 6.2921 | 6.9904 | 7.4721 | 7.8537 | 8.1436 | 8.3806 |
| 1.2                 | 3.8963 | 4.8691 | 5.7404 | 6.5167 | 7.1199 | 7.5864 | 7.9169 | 8.1978 | 8.4061 |
| 1.3                 | 4.2111 | 5.149  | 5.9862 | 6.7299 | 7.2414 | 7.6717 | 7.9777 | 8.2498 | 8.4294 |
| 1.4                 | 4.5127 | 5.4161 | 6.2206 | 6.9018 | 7.3557 | 7.7394 | 8.0362 | 8.2803 | 8.4508 |
| 1.5                 | 4.8056 | 5.6718 | 6.4437 | 7.0211 | 7.4632 | 7.8047 | 8.0922 | 8.3045 | 8.4705 |
| 1.6                 | 5.0833 | 5.9161 | 6.6554 | 7.134  | 7.5541 | 7.8676 | 8.146  | 8.3264 | 8.4886 |
| 1.7                 | 5.3488 | 6.149  | 6.8112 | 7.241  | 7.6243 | 7.928  | 8.1815 | 8.3468 | 8.5052 |
| 1.8                 | 5.603  | 6.3706 | 6.9218 | 7.3425 | 7.6917 | 7.986  | 8.2041 | 8.3659 | 8.5208 |
| 1.9                 | 5.8458 | 6.5808 | 7.0273 | 7.4357 | 7.7568 | 8.0416 | 8.2252 | 8.3834 | 8.5352 |
| 2                   | 6.0772 | 6.7191 | 7.1278 | 7.5082 | 7.8192 | 8.0833 | 8.2447 | 8.3998 | 8.5488 |
| 2.1                 | 6.2972 | 6.8222 | 7.2238 | 7.5779 | 7.879  | 8.1048 | 8.2628 | 8.4151 | 8.5614 |
| 2.2                 | 6.5059 | 6.9211 | 7.3152 | 7.645  | 7.9364 | 8.125  | 8.28   | 8.4294 | 8.5731 |
| 2.3                 | 6.6256 | 7.0158 | 7.3912 | 7.7096 | 7.9859 | 8.1437 | 8.2961 | 8.4429 | 8.5843 |
| 2.4                 | 6.7222 | 7.1068 | 7.4633 | 7.7714 | 8.0065 | 8.1614 | 8.311  | 8.4554 | 8.5945 |
| 2.5                 | 6.8154 | 7.1939 | 7.5326 | 7.8306 | 8.0256 | 8.1781 | 8.3252 | 8.4673 | 8.6043 |
| 2.6                 | 6.9049 | 7.2733 | 7.5991 | 7.8874 | 8.0437 | 8.1937 | 8.3386 | 8.4784 | 8.6136 |
| 2.7                 | 6.9913 | 7.3477 | 7.663  | 7.9088 | 8.0609 | 8.2082 | 8.3509 | 8.4891 | 8.6222 |
| 2.8                 | 7.0744 | 7.4193 | 7.7241 | 7.9272 | 8.077  | 8.2222 | 8.3631 | 8.4991 | 8.6306 |
| 2.9                 | 7.1544 | 7.488  | 7.7828 | 7.9446 | 8.0923 | 8.2354 | 8.3742 | 8.5084 | 8.6383 |
| 3                   | 7.2313 | 7.5539 | 7.8115 | 7.9613 | 8.1066 | 8.2479 | 8.3848 | 8.5174 | 8.6456 |
| 3.1                 | 7.3051 | 7.617  | 7.8294 | 7.9771 | 8.1202 | 8.2596 | 8.3949 | 8.5257 | 8.6528 |
| 3.2                 | 7.376  | 7.6774 | 7.8464 | 7.9918 | 8.1333 | 8.2709 | 8.4044 | 8.534  | 8.6592 |
| 3.3                 | 7.4439 | 7.7146 | 7.8623 | 8.0059 | 8.1459 | 8.2816 | 8.4134 | 8.5417 | 8.6657 |
| 3.4                 | 7.5091 | 7.7321 | 7.8775 | 8.0195 | 8.1574 | 8.2916 | 8.4222 | 8.5489 | 8.6716 |
| 3.5                 | 7.5714 | 7.7485 | 7.8921 | 8.0321 | 8.1688 | 8.3013 | 8.4305 | 8.5559 | 8.6774 |
| 3.6                 | 7.6185 | 7.7639 | 7.906  | 8.0446 | 8.1793 | 8.3105 | 8.4383 | 8.5624 | 8.683  |
| 3.7                 | 7.6352 | 7.779  | 7.9194 | 8.0562 | 8.1897 | 8.3193 | 8.4458 | 8.5688 | 8.6883 |
| 3.8                 | 7.6509 | 7.7931 | 7.9318 | 8.0675 | 8.1995 | 8.3279 | 8.453  | 8.575  | 8.6931 |
| 3.9                 | 7.6664 | 7.8068 | 7.9442 | 8.0781 | 8.2086 | 8.3361 | 8.4599 | 8.5808 | 8.6981 |
| 4                   | 7.6807 | 7.8199 | 7.9554 | 8.0882 | 8.2175 | 8.3438 | 8.4666 | 8.5862 | 8.7027 |

**Tableau IV.27 : Résultats théorique de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>27</sub>).**  
(S<sub>27</sub> :  $f_y=410\text{N/mm}^2$ ,  $\rho_s=1\%$ ,  $d'/d=0.1$ ,  $f_{cu}=25\text{N/mm}^2$ )



**Figure IV.37: Surface des résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>27</sub>) renforcée extérieurement par (PM).  
(S<sub>27</sub> : f<sub>y</sub>=410N/mm<sup>2</sup>, ρ<sub>s</sub>'=1%, d'/d=0.1, f<sub>cu</sub>=25N/mm<sup>2</sup>)**

❖ Discussion des résultats

En terme de capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>27</sub>), l'analyse du tableau IV.27 et observation du schéma représentant la surface des résultats obtenus (figure IV.37), on peut noter que :

L'accroissement du taux de renfort interne en acier tendu et/ou le taux de renfort extérieur en plaques métalliques engendre une augmentation de cette capacité flexionnelle. Notons que pour des taux élevés de ces deux paramètres, la valeur de cette résistance flexionnelle est peu augmentée, en comparaison avec celle obtenue pour un taux faible de ces deux paramètres cités ci-dessus. A titre

d'exemple, pour :  $\rho_s = \rho_p = 0.5\%$  la valeur de :  $\frac{M_u}{b.d^2} = 2.6819$  et pour :

$\rho_s = \rho_p = 2\%$  la valeur de :  $\frac{M_u}{b.d^2} = 7.8192$ , ce que signifie que cette capacité flexionnelle a

augmentée de 191.55%. Par contre pour :  $\rho_s = \rho_p = 2.5\%$  la valeur de :  $\frac{M_u}{b.d^2} = 8.1781$  et pour :

$\rho_s = \rho_p = 4\%$  la valeur de :  $\frac{M_u}{b.d^2} = 8.7027$ , ce qui signifie que la capacité flexionnelle a augmenté

seulement de 6.41%.

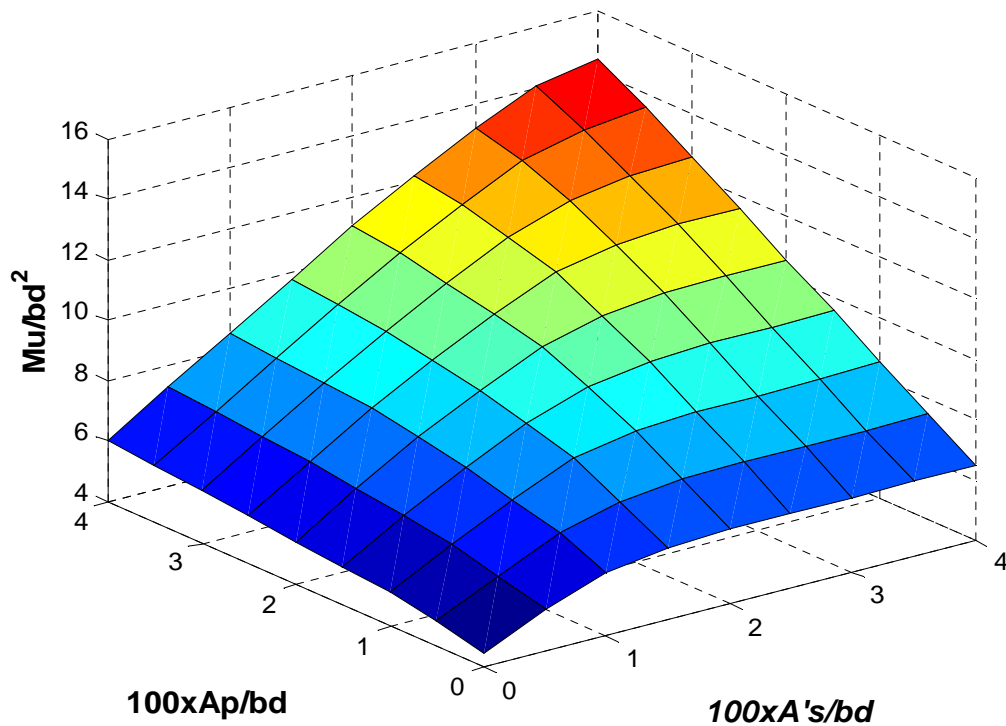
#### IV.6.2 : Variation simultané de $\rho'_s$ et $\rho_p$

Pour le deuxième cas traité dans cette deuxième partie d'étude paramétrique, les deux paramètres variés simultanément sont : le taux de renfort interne en acier comprimé et le taux de renfort externe en plaques métalliques, les autres paramètres sont maintenues constants à savoir  $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$ ,  $f_{yp} = 235 \text{ N/mm}^2$ ,  $f_y = 410 \text{ N/mm}^2$ ,  $\frac{d'}{d} = 0.1$ , le taux de renfort interne en acier tendu est égal à 2%. Les résultats obtenus pour la capacité flexionnelle de cette poutre de série (S<sub>28</sub>) sont inscrits dans le tableau IV.28 et représentés graphiquement dans la figure IV.38

| $\rho_p \backslash \rho'_s$ | 0      | 0.5    | 1      | 1.5    | 2       | 2.5     | 3       | 3.5     | 4       |
|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0                           | 4.4892 | 5.4025 | 6.0772 | 6.3791 | 6.463   | 6.47    | 6.473   | 6.4745  | 6.4753  |
| 0.5                         | 4.8473 | 5.8094 | 6.7191 | 7.2198 | 7.4486  | 7.4864  | 7.4926  | 7.4951  | 7.4965  |
| 1                           | 5.1067 | 6.1703 | 7.1278 | 7.967  | 8.3408  | 8.4949  | 8.4747  | 8.5151  | 8.5173  |
| 1.5                         | 5.2753 | 6.4817 | 7.5082 | 8.4448 | 9.1329  | 9.4404  | 9.5277  | 9.5342  | 9.5375  |
| 2                           | 5.4366 | 6.6778 | 7.8192 | 8.8513 | 9.7613  | 10.2773 | 10.5106 | 10.555  | 10.5571 |
| 2.5                         | 5.5908 | 6.8393 | 8.0833 | 9.1683 | 10.17   | 11.0208 | 11.4002 | 11.5561 | 11.5451 |
| 3                           | 5.7379 | 6.9942 | 8.2447 | 9.4444 | 10.5297 | 11.4869 | 12.1885 | 12.5015 | 12.5921 |
| 3.5                         | 5.8779 | 7.1422 | 8.3998 | 9.653  | 10.8034 | 11.8933 | 12.8034 | 13.3347 | 13.5734 |
| 4                           | 6.0104 | 7.2838 | 8.5488 | 9.8083 | 11.052  | 12.1726 | 13.212  | 14.0744 | 14.4593 |

**Tableau IV.28: Résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>28</sub>) renforcée extérieurement par plaques métalliques**  
(S<sub>28</sub> :  $f_y=410\text{N/mm}^2$ ,  $\rho_s=2\%$ ,  $d'/d=0.1$ ,  $f_{cu}=25\text{N/mm}^2$ )





**Figure IV.38 : Surface des résultats théoriques de la capacité flexionnelle d'une poutre de série (S<sub>28</sub>) renforcée extérieurement par (PM).  
(S<sub>28</sub> : f<sub>y</sub>=410N/mm<sup>2</sup>, ρ<sub>s</sub>=2%, d'/d=0.1, f<sub>cu</sub>=25N/mm<sup>2</sup>)**

❖ Discussion des résultats

Toujours, en terme de capacité flexionnelle, et de la même manière que précédemment, l'analyse des résultats obtenus pour cette poutre de série (S<sub>28</sub>), résultats inscrits dans le tableau(IV.28), et l'observation du schéma représentant la surface de ces résultats,(voir :figure IV.38), mènent aux points suivants :

- Avec un accroissement à taux égaux des deux paramètres ( ρ'<sub>s</sub> , ρ<sub>p</sub>), cette capacité flexionnelle augmente d'une manière croissante. A titre d'exemple, pour :

ρ'<sub>s</sub> = ρ<sub>p</sub> =0%, la valeur de :  $\frac{M_u}{b.d^2} = 4.4892$ , et pour : ρ'<sub>s</sub> = ρ<sub>p</sub> =4%, la valeur de :

$\frac{M_u}{b.d^2} = 14.4593$ , ce qui signifie que le taux d'augmentation de la capacité flexionnelle est estimé à 222.09%.

- Pour des taux différents de ρ'<sub>s</sub> et ρ<sub>p</sub>, la capacité flexionnelle évolue de deux manières différentes, qui sont :

❖ Si l'un des deux paramètres reste constant et l'autre varie dans son domaine d'étude, cette capacité flexionnelle augmente d'une manière croissante. A titre d'exemple pour :  $\rho'_s=3\%$  et  $\rho_p=0\%$ , la valeur de :  $\frac{M_u}{b.d^2}=6.473$

et pour :  $\rho'_s=3\%$  et  $\rho_p=4\%$ , la valeur de :  $\frac{M_u}{b.d^2}=13.212$

ce qui signifie que le taux d'augmentation de la capacité flexionnelle est de l'ordre de 104.1%.

❖ Si les deux paramètres varient (dans leur domaine d'étude), cette capacité flexionnelle évolue soit d'une manière : croissante puis décroissante ou vice versa, selon la variation du taux des deux paramètres. A titre d'exemple

Pour :  $\rho'_s=0\%$  et  $\rho_p=4\%$ , la valeur de :  $\frac{M_u}{b.d^2}=6.0104$ , et pour :  $\rho'_s=1.5\%$  et  $\rho_p=2.5\%$

La valeur de :  $\frac{M_u}{b.d^2}=9.1683$ , ce qui signifie que la capacité flexionnelle a augmenté de 52.54%. Par

contre, pour :  $\rho'_s=2.5\%$  et  $\rho_p=1.5\%$ , la valeur de :  $\frac{M_u}{b.d^2}=9.4404$ , et pour :  $\rho'_s=3.5\%$  et

$\rho_p=0.5\%$ , la valeur de :  $\frac{M_u}{b.d^2}=7.4951$ , ce qui signifie que la capacité flexionnelle a diminué de 20.606% .

# Chapitre V

## PARAMETRES INFLUENTS SUR LA CHARGE DE DECOLLEMENT DE LA PLAQUE METALLIQUE

### V.1 : Analyse des contraintes dans le cas du cisaillement pur

#### V.1.1 : Introduction.

Afin de décrire le comportement de transfert de forces et la distribution des contraintes au niveau des connexions collées, d'abord le cas de cisaillement pur doit être traité. Par conséquent la théorie classique de Volkersen [4], sera employée. Cette théorie fournit une équation différentielle décrivant toutes les contraintes et les déformations le long des connexions collées. A l'origine, la théorie a été basée sur une relation linéaire contrainte-déformation.

#### V.1.2 : Equation différentielle de Volkersen

Beaucoup d'auteurs ont utilisé la théorie classique de Volkersen pour la description des contraintes au niveau des connexions collées soumise au cisaillement [4]. La figure V.1 montre un élément infinitésimal d'une poutre renforcée. Il représente une plaque métallique collée à un substrat du béton. Les équations suivantes sont valables pour toutes connexions collées.

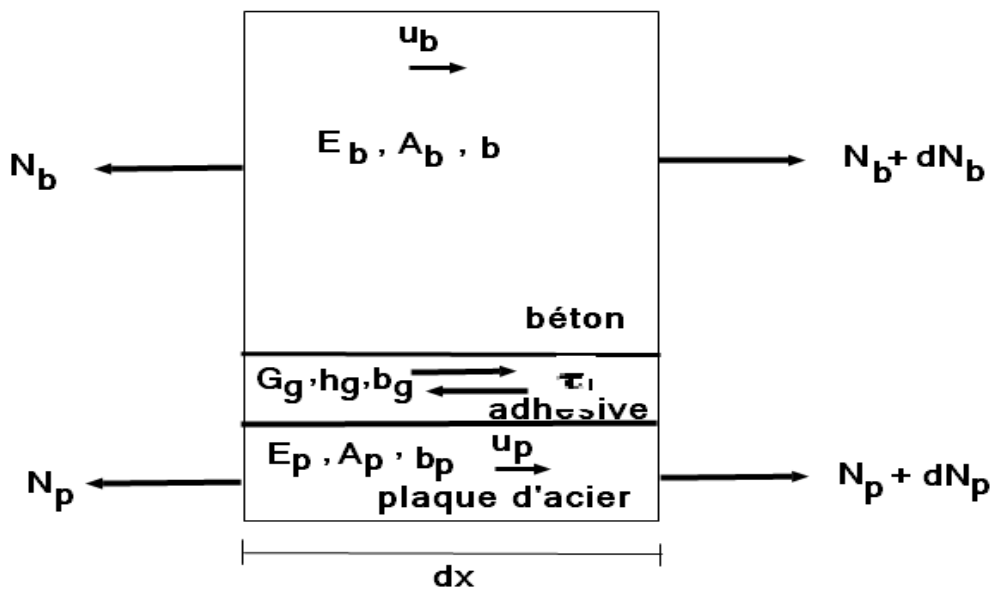


Figure V.1 : Élément infinitésimal d'une poutre renforcée par plaque métallique [4].

Les prétentions suivantes sont à considérer :

- Le béton et la plaque métallique sont des matériaux élastiques linéaires
- Les effets du fléchissement de la poutre sont négligés
- Les contraintes normales entre le béton et la section de la plaque métallique sont uniformément réparties.

Les déformations et contraintes dans les matériaux sont données par :

$$\varepsilon_b = \frac{du_b}{dx} \quad \text{V.1}$$

$$\varepsilon_p = \frac{du_p}{dx} \quad \text{V.2}$$

$$\sigma_b = E_b \cdot \varepsilon_b \quad \text{V.3}$$

$$\sigma_p = E_p \cdot \varepsilon_p \quad \text{V.4}$$

Les efforts normaux agissant sur les sections du béton et de la plaque métallique sont donnés par :

$$N_b = \int \sigma_b \cdot dA_b = \sigma_b \cdot A_b = E_b \cdot A_b \cdot \varepsilon_b \quad \text{V.5}$$

$$N_p = \int \sigma_p \cdot dA_p = \sigma_p \cdot A_p = E_p \cdot \varepsilon_p \cdot A_p \quad \text{V.6}$$

L'équilibre horizontal de la section transversale peut être écrit comme suit :

$$\frac{dN_b}{dx} + \frac{dN_p}{dx} = 0 \quad \text{V.7}$$

$$\tau_l \cdot b_p \cdot dx + dN_b = 0 \quad \text{V.8}$$

La combinaison des deux équations (V.7) et (V.8) donne :

$$\tau_l \cdot b_p = -\frac{dN_b}{dx} = \frac{dN_p}{dx} \quad \text{V.9}$$

Le glissement  $s_l$  est défini comme étant le déplacement relatif entre le béton et la plaque métallique.

$$s_l = u_p - u_b \quad \text{V.10}$$

Prenons la dérivée première et deuxième du glissement ( $s_l$ ).

$$\frac{ds_l}{dx} = \frac{d}{dx}(u_p - u_b) = \varepsilon_p - \varepsilon_b = \frac{N_p}{E_p \cdot A_p} - \frac{N_b}{E_b \cdot A_b} \quad \text{V.11}$$

$$\frac{d^2 s_l}{dx^2} - \frac{d}{dx} \left( \frac{N_p}{E_p \cdot A_p} - \frac{N_b}{E_b \cdot A_b} \right) = \frac{d^2 s_l}{dx^2} - b_p \left( \frac{1}{E_p \cdot A_p} + \frac{1}{E_b \cdot A_b} \right) \tau_l = 0 \quad \text{V.12}$$

Le rapport des modules de young est désigné par :

$$n_p = \frac{E_p}{E_b} \quad \text{V.13}$$

Tandis que le rapport des aires est désigné par :

$$\gamma_p = \frac{A_p}{A_b} \quad \text{V.14}$$

Le produit du  $\gamma_p$  par  $n_p$  représente le rapport des rigidités axiales

$$n_p \cdot \gamma_p = \frac{E_p \cdot A_p}{E_b \cdot A_b} \quad \text{V.15}$$

Comme la section transversale de la plaque métallique est la plupart du temps très petite en comparaison avec celle du béton ( $A_p \ll A_b$ ), on peut prendre  $\gamma_p = 0$ , tandis que la valeur de  $n_p$  varie généralement de 6 à 7. Pour des cas de conception, la valeur de  $n_p$  est généralement prise égale à 15 pour prendre en considération les effets du chargement à long terme, tels que le fluage et le retrait. On suppose une relation entre la contrainte de cisaillement  $\tau_l$  et le glissement  $s_l$  :  $\tau_l = f(s_l)$ .

L'équation différentielle suivante peut finalement être obtenue [4] :

$$\frac{d^2 s_l}{dx^2} - \left( \frac{1 + n_p \cdot \gamma_p}{E_p \cdot e_p} \right) \cdot f(s_l) = 0 \quad \text{V.16}$$

La solution de l'équation (V.16) dépend du choix de la relation entre la contrainte de cisaillement  $\tau_l$  et le glissement  $s_l$ .

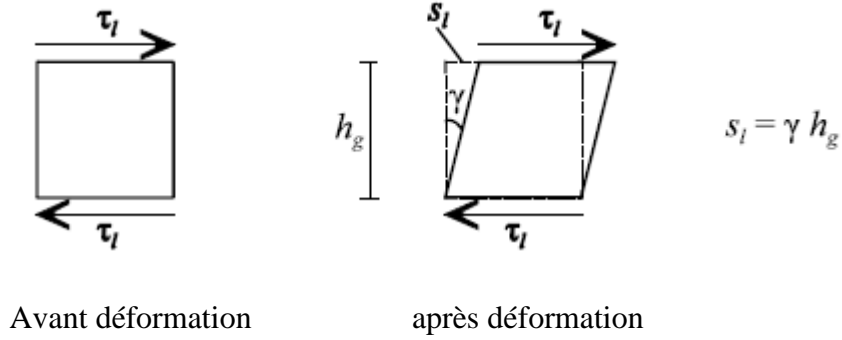


Figure V.2 : partie infinitésimale d'une couche d'adhésif soumise au cisaillement pur [4].

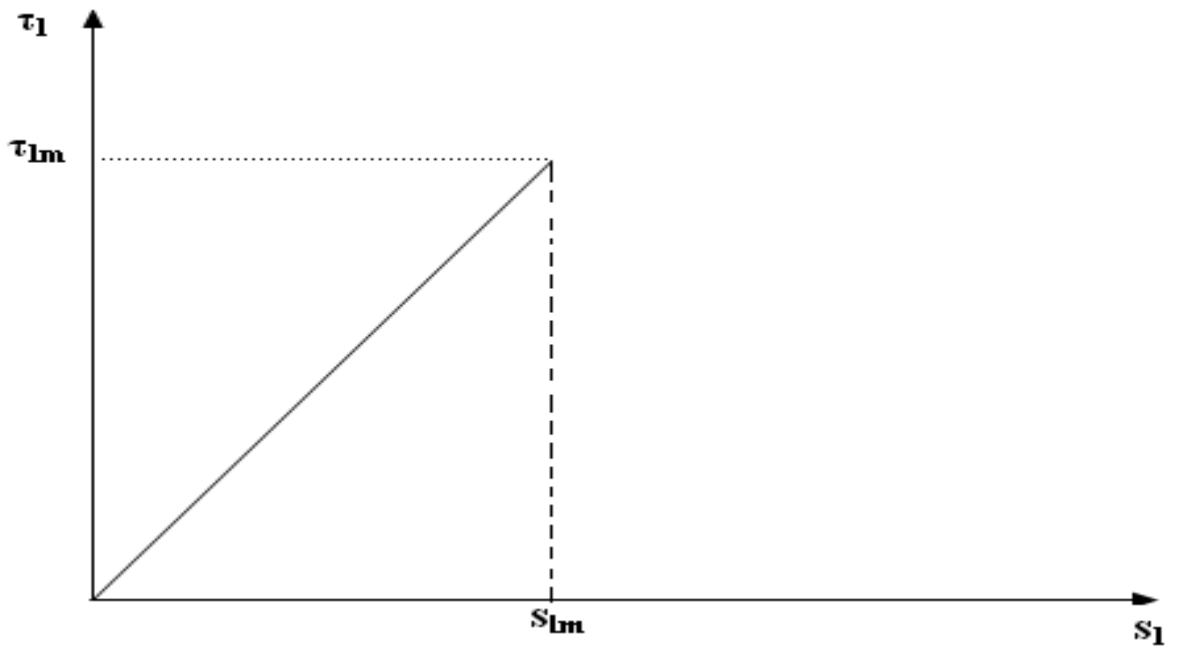


Figure V.3 : Fonction linéaire[4]

Avec la supposition de la linéarité de la relation contrainte de cisaillement - glissement, vu que c'est la plus simple fonction possible pour décrire le rapport entre  $(\tau_l - s_l)$ , l'équation différentielle :

V.16 peut être transformée en :

$$\frac{d^2 s_l(x)}{dx^2} - \left( \frac{1+n_p \cdot \gamma_p}{E_p \cdot e_p} \right) \cdot \frac{\tau_{lm}}{s_{lm}} \cdot s_l(x) = 0 \quad \text{V.17}$$

Posons :  $\omega^2 = \frac{1+n_p \cdot \gamma_p}{E_p \cdot e_p} \cdot \frac{\tau_{lm}}{s_{lm}}$  et  $n_p \cdot \gamma_p = 0$ , l'équation (V.17) peut être écrite comme suite :

$$\frac{d^2 s_l(x)}{dx^2} - \omega^2 \cdot s_l(x) = 0 \quad \text{V.18}$$

La solution de l'équation (V.17) est de la forme :

$$s_l(x) = A.\exp(-\omega x) + B.\exp(\omega x) \quad \text{V.19}$$

Les paramètres A et B peuvent être déterminés en utilisant les conditions aux limites appropriés.

**V.1.3 : Glissement  $s_{lm}$  correspond à la contrainte de cisaillement maximale.**

Le glissement correspondant au cisaillement maximal peut être déterminé en utilisant la théorie de matériaux isotropes élastiques (figure V.4)

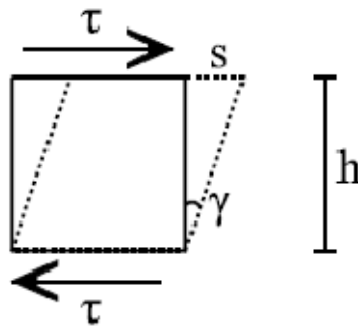


Figure V.4 : Déformation due au cisaillement d'un matériau élastique et isotrope [4].

L'équation suivante peut être appliquée :

$$s = \frac{h}{G}.\tau \quad \text{V.20}$$

Avec :

$s$  : glissement (mm)

$h$ : épaisseur du matériau (mm)

$G$  : module de cisaillement ( $\text{N}/\text{mm}^2$ )

$\tau$  : contrainte de cisaillement ( $\text{N}/\text{mm}^2$ )

L'échantillon étudié en cisaillement se compose de plusieurs couches avec différentes propriétés : béton, n couches de résine époxy et plaque métallique. On peut supposer qu'à l'état élastique le glissement total est la somme des glissements de chaque couche [4].

$$s_{total} = s_{béton} + n \cdot s_{résine\ époxxy} + s_{plaque\ métallique}$$

V.21

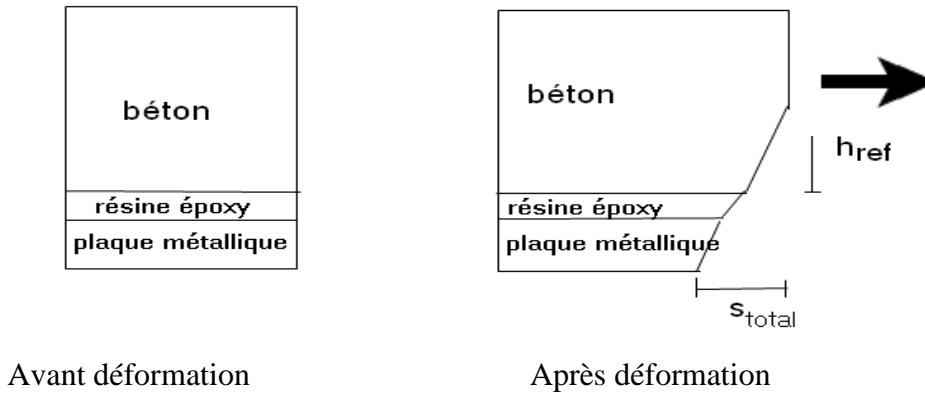


Figure V.5 : Composition de poutre renforcée de calcul [4]

La figure V.5 montre la déformation des différentes couches quand une force de cisaillement est appliquée. Dans la dérivation du modèle mathématique du cisaillement, une prétenion à été faite que les contraintes sont uniformément réparties sur la section transversale. En réalité, la distribution de la contrainte près de la zone de contact entre le béton et la plaque métallique n'est pas uniforme. Au dessus d'une certaine distance dans le béton où les contraintes sont influencées par le renforcement extérieur, un gradient de contrainte se produira. Cette distance est désignée par  $h_{ref}$ , et elle est définie comme « zone d'influence » sa valeur est de 2.5 à 3 fois la dimension maximale des agrégats. Comme la dimension maximale utilisée dans les expériences est de l'ordre de 14 mm, le paramètre  $h_{ref}$  prend une valeur comprise entre 35 mm et 42 mm. Dans l'analyse  $h_{ref}$  est pris égal à 40 mm. Le module de cisaillement du béton et de la plaque métallique peuvent être calculés à partir du module d'élasticité par :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{V.22}$$

Le coefficient de poisson pour le béton  $\nu_b$  est pris égal à 0.2 et pour la plaque métallique à 0.3. Finalement, le glissement  $s_{lm}$  est déterminé quand la contrainte de cisaillement dans les différentes couches est égale à  $\tau_{lm}$ , donc l'équation V.21 est transformée en :

$$s_{lm} = \tau_{lm} \left( 2.4 \frac{h_{ref}}{E_b} + n \frac{h_g}{G_g} + 2.6 \frac{e_p}{E_p} \right) \quad \text{V.23}$$

Avec :

$h_{ref}$  : distance d'influence dans le béton (mm)



$h_g$  : épaisseur de la résine époxy (mm)

$n$  : nombre de couches (-)

$E_b$  : module d'élasticité du béton (N/mm<sup>2</sup>)

$e_p$  : épaisseur de la plaque métallique (mm)

$E_p$  : module d'élasticité de la plaque métallique (N/mm<sup>2</sup>)

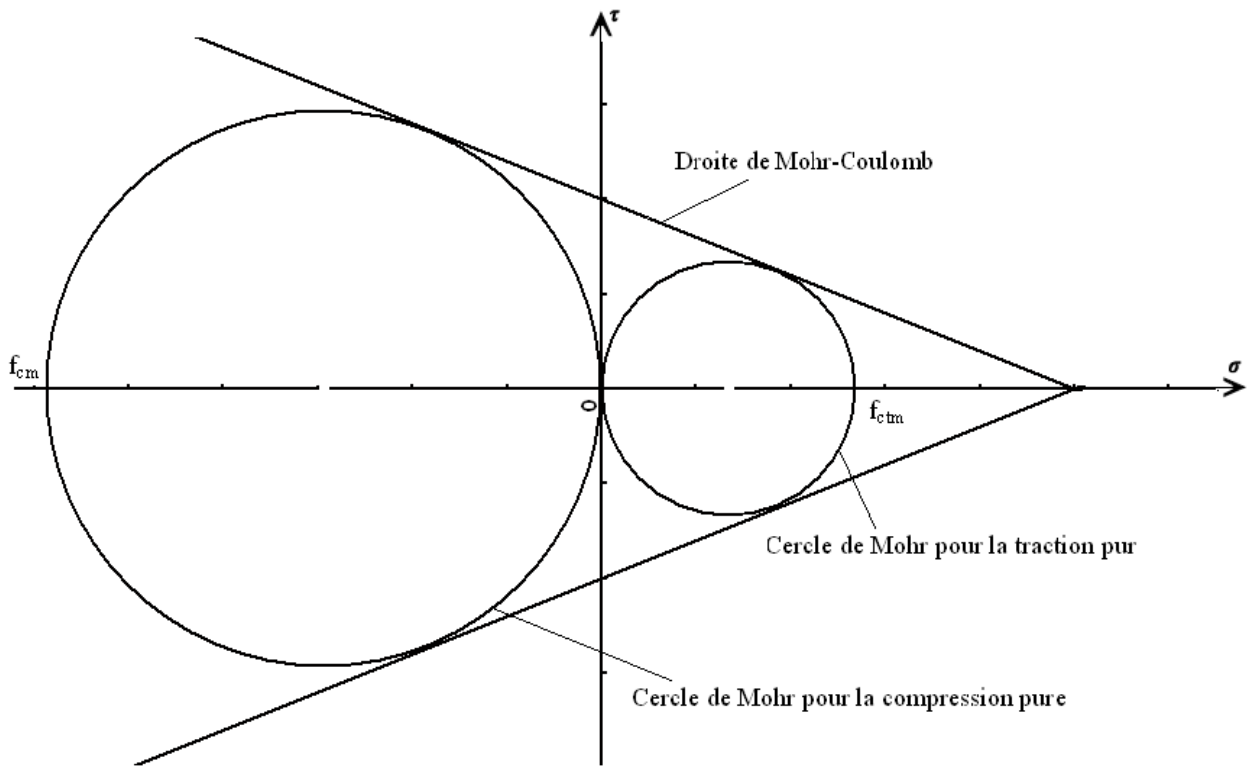
$G_g$  : module de cisaillement de la résine époxy

$\tau_{lm}$  : contrainte maximale de cisaillement (N/mm<sup>2</sup>).

#### V.1.4 : Contrainte maximale de cisaillement.

Pour déterminer la valeur maximale du cisaillement ( $\tau_{lm}$ ), un critère de rupture du béton est nécessaire. Des critères de rupture linéaires aussi bien que non linéaires peuvent être considérés [4]. Dans notre cas de calcul théorique, le critère de rupture linéaire de Mohr-Coulomb est choisi (figure V.6). La courbe intrinsèque de Mohr – Coulomb est la courbe qui est à la fois tangente aux cercles de Mohr pour la traction pure, pour la compression pure et pour le cisaillement pur. La contrainte normale dans la direction longitudinale est représentée par  $\sigma_x$ , tandis que la contrainte normale dans la direction transversale est représentée par  $\sigma_y$ . L'équation de la droite de Mohr- Coulomb peut être écrite en fonction de  $f_{cm}$  et  $f_{ctm}$  comme suit :

$$\tau = \frac{f_{ctm} - f_{cm}}{2\sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm}}} \sigma_y + \frac{1}{2} \sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm}} \quad \text{V.24}$$



**Figure V.6 : Critère de rupture de Mohr-Coulomb**

Pour déterminer la valeur maximale du cisaillement pur ( $\tau_{lm}$ ), le cercle de Mohr pour le cisaillement pur tangent à la droite de Mohr-Coulomb doit être pris en considération (figure V.7). Cette valeur est :

$$\tau_{lm} = \frac{f_{cm} \cdot f_{ctm}}{f_{cm} + f_{ctm}} \quad \text{V.25}$$

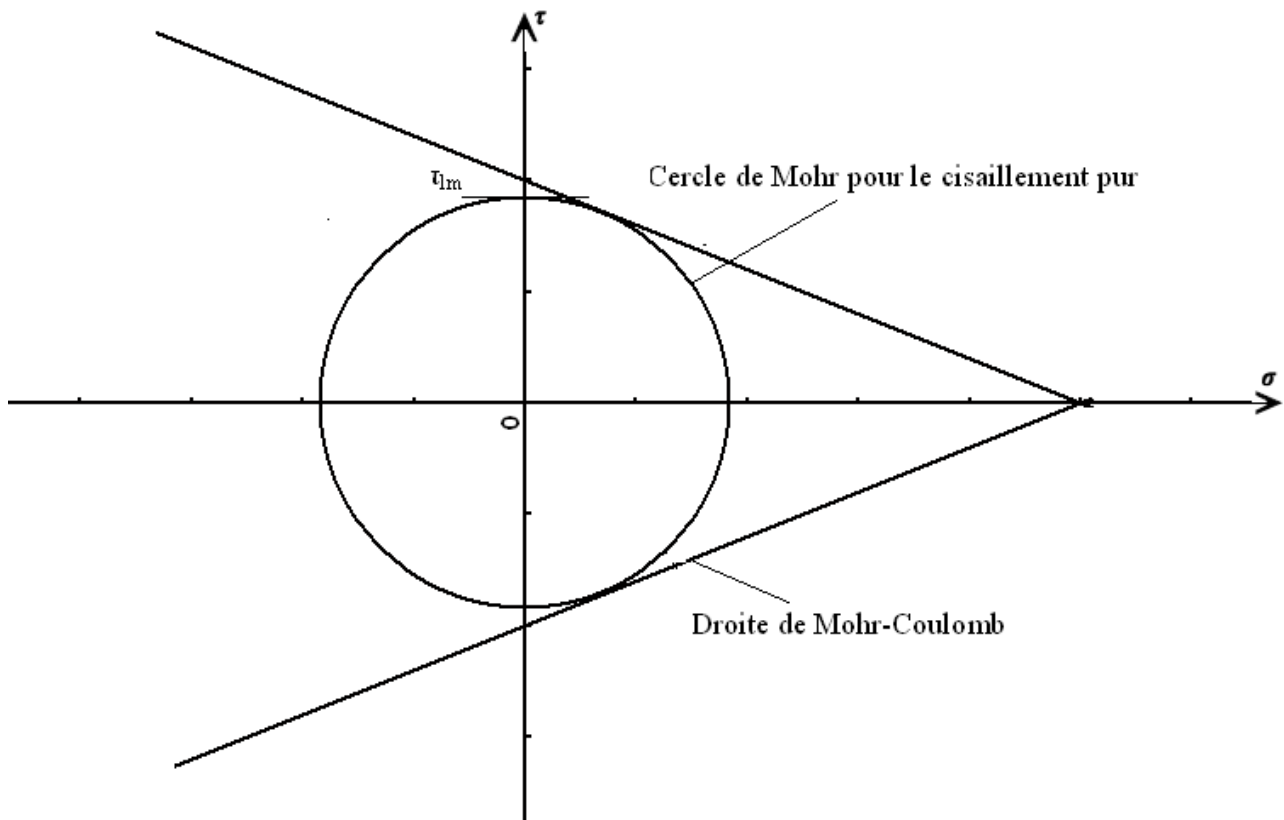


Figure V.7 : Cercle de Mohr pour le cisaillement pur

## V.2 : Rupture par décollement de la plaque métallique

### V.2.1 : Couplage des contraintes normales et du cisaillement.

Pour la dérivation du modèle mathématique concernant la détermination de la rupture par décollement de la plaque métallique, la prétention à été faite que le cisaillement et l'action de la contrainte normale peuvent être étudiés séparément. Ceci signifie qu'aucune interaction significative ne se produira entre les deux actions. Le modèle est basé sur les modèles de couplage : cisaillement-contrainte normale dérivés par [Saadatmanesh & Malek, 1991a, 1991b, 1997b ; Malek et al, 1998, Malek & Saadatmanesh, 1998a, 1998b], par [Robert, 1989] et par [Jones et al. 1998] (d'après [4])

#### V.2.1.1 : Contraintes de cisaillement

En écrivant l'équilibre horizontal d'une partie infinitésimale d'une poutre en béton renforcée extérieurement par plaque métallique (figure V.8), l'équation suivante peut être obtenue.

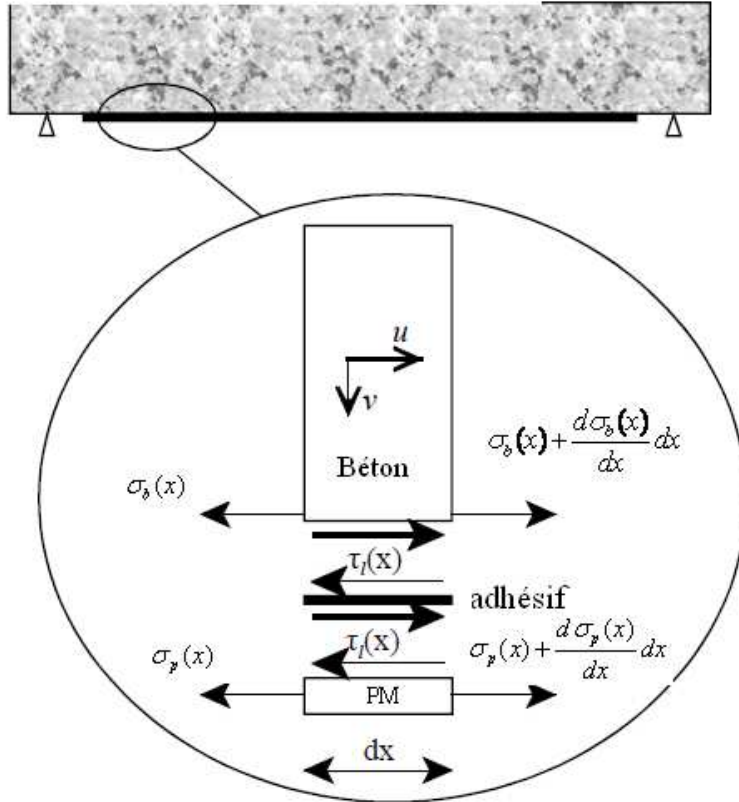


Figure V.8 : Partie infinitésimale d'une poutre renforcée extérieurement par plaque métallique [4]

$$\tau_l(x) = \frac{d\sigma_p(x)}{dx} e_p \quad \text{V.26}$$

Avec :

$\tau_l(x)$  : Contrainte de cisaillement dans l'adhésif (N/mm<sup>2</sup>)

$\sigma_p(x)$  : Contrainte de traction dans la plaque métallique (N/mm<sup>2</sup>)

$e_p$  : épaisseur de la plaque métallique (mm).

Nous avons :

$$\tau_l(x) = G_g \cdot \gamma_g \quad \text{V.27}$$

$$\gamma = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} \quad \text{V.28}$$

Avec :

$G_g$  : Module de cisaillement de l'adhésif (N/mm<sup>2</sup>)

$\gamma_g$  : Angle de glissement de l'adhésif

$u$  : Déplacement horizontal (mm)

$v$  : Déplacement vertical (mm).

De l'équation V.26, on peut déduire les équations suivantes

$$\frac{d\sigma_p(x)}{dx} = \frac{G_g}{e_p} \left( \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} \right) \quad \text{V.29}$$

$$\frac{d^2\sigma_p(x)}{dx^2} = \frac{G_g}{e_p} \left( \frac{d^2u}{dx.dy} + \frac{d^2v}{dx^2} \right) \quad \text{V.30}$$

On a :

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M}{E_b \cdot I_{tr}} \quad \text{V.31}$$

$$\frac{d^2u}{dx.dy} \approx \frac{d}{dy} \left( \frac{du}{dx} \right) \approx \frac{1}{h_g} (\varepsilon_p - \varepsilon_b) \quad \text{V.32}$$

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_p(x)}{E_p} \quad \text{V.33}$$

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b(x)}{E_b} \quad \text{V.34}$$

$$n_p = \frac{E_p}{E_b} \quad \text{V.35}$$

Avec :

$M$  : Moment fléchissant (N.mm)

$E_p$  : Module d'élasticité de la plaque métallique (N/mm<sup>2</sup>)

$E_b$  : Module d'élasticité du béton (N/mm<sup>2</sup>)

$\varepsilon_p$  : Déformation dans la plaque métallique

$\varepsilon_b$  : Déformation dans la fibre inférieure du béton

$\sigma_b(x)$  : Contrainte normale dans la section du béton (N/mm<sup>2</sup>)

$\sigma_p(x)$  : Contrainte normale dans la section de la plaque métallique (N/mm<sup>2</sup>)

$I_{tr}$  : Moment d'inertie de la section transformée (mm<sup>4</sup>)

$h_g$  : épaisseur de la couche d'adhésif (mm)

$$\frac{d^2\sigma_p(x)}{dx^2} = \frac{G_g}{e_p} \left[ \frac{1}{h_g} \left( \frac{\sigma_p(x)}{E_p} - \frac{\sigma_b(x)}{E_b} \right) + \frac{M}{E_b \cdot I_{tr}} \right] \quad \text{V.36}$$

Tant que la courbure d'une poutre fléchie n'influence pas la déformation due au cisaillement le dernier terme dans la partie droite de l'équation V.36 peut être négligé, et l'équation différentielle peut être écrite comme suite :

$$\frac{d^2\sigma_p(x)}{dx^2} - \frac{G_g}{h_g} \cdot \frac{1}{e_p \cdot E_p} \sigma_p(x) = -\frac{G_g}{h_g} \cdot \frac{1}{e_p} \cdot \frac{E_p}{E_b \cdot E_p} \cdot \sigma_b(x) \quad \text{V.37}$$

En employant la relation linéaire entre la contrainte de cisaillement  $\tau_l$  et le glissement  $s_l$  (figure VI.3), on peut écrire :

$$\frac{\tau_{lm}}{s_{lm}} = \frac{G_g}{h_g} \quad \text{V.38}$$

$$\omega^2 = \frac{\tau_{lm}}{s_{lm}} \cdot \frac{1}{E_p \cdot e_p} \quad \text{V.39}$$

Finalement l'équation différentielle V.37 peut être écrite comme suit :

$$\frac{d^2\sigma_p(x)}{dx^2} - \omega^2 \sigma_p(x) = -\omega^2 \cdot n_p \cdot \sigma_b(x) \quad \text{V.40}$$

La solution de l'équation différentielle V.40 est de la forme :

$$\sigma_p(x) = A \exp(-\omega x) + B \exp(\omega x) + b_1 x^2 + b_2 x + b_3 \quad \text{V.41}$$

La contrainte de cisaillement  $\tau_l$  est donnée par :

$$\tau_l(x) = e_p \cdot [-A\omega \exp(-\omega x) + B\omega \exp(\omega x) + 2b_1 x + b_2] \quad \text{V.42}$$

Détermination des constantes,  $b_1$ ,  $b_2$  et  $b_3$

Pour des charges concentrées ou uniformément réparties, le moment fléchissant interne et l'effort tranchant interne peuvent être écrits en fonction de  $x_0$  (figure V.9).



Figure V.9 : Poutre renforcée par plaque métallique

$$M(x_0) = a_1 x_0^2 + a_2 x_0 + a_3 \quad \text{V.43}$$

$$T(x_0) = \frac{dT(x_0)}{dx_0} = 2.a_1 x_0 + a_2 \quad \text{V.44}$$

Les constantes  $a_1$  (N/mm),  $a_2$  (N),  $a_3$  (N.mm), dépendent de la répartition des charges sur la poutre (voir : tableau V.1). L'origine de  $x_0$  est située à l'appui de la poutre. La longueur non renforcée est désignée par  $l_0$ . Puisque on suppose que l'origine de  $x$  est au point d'arrêt de la plaque métallique collée, la relation suivante s'applique :

$$x_0 = x + l_0 \quad \text{V.45}$$

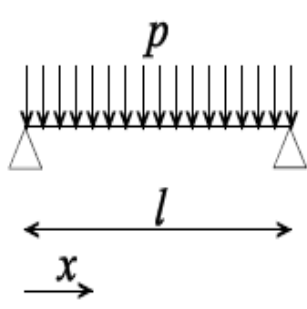
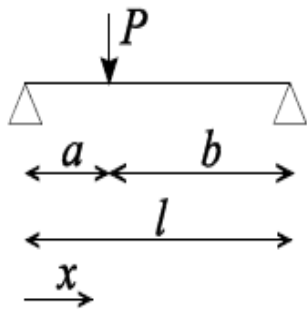
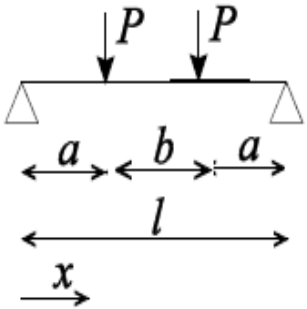
| charge   | $a_1$          | $a_2$   | $a_3$  |
|--|----------------|---|--|
|   | $-\frac{p}{2}$ | $\frac{pl}{2}$  | 0  |
|   | 0              | $0 \leq x \leq a: \frac{Pb}{l}$<br>$a \leq x \leq l: -\frac{Pa}{l}$       | $0 \leq x \leq a: 0$<br>$a \leq x \leq l: Pa$                                    |
|  | 0              | $0 \leq x \leq a: P$<br>$a \leq x \leq a+b: 0$<br>$a+b \leq x \leq l: -P$ | $0 \leq x \leq a: 0$<br>$a \leq x \leq a+b: Pa$<br>$a+b \leq x \leq l: 2Pa + Pb$ |

Tableau V.1 : Les coefficients  $a_1, a_2$ , et  $a_3$  pour différents cas de charges

La distribution de la contrainte normale au dessus du renforcement dans la section du béton est donnée par la loi de Navier :

$$\sigma_b(x_0) = \frac{M(x_0) \cdot \overline{y}_b}{I_{tr}} = \frac{(a_1 x_0^2 + a_2 x_0 + a_3) \cdot \overline{y}_b}{I_{tr}} \quad \text{V.46}$$

Avec :

$\overline{y}_b$  : Distance de la fibre inférieure du béton au centre de la section transformée (mm)

$I_{tr}$  : Moment d'inertie de la section transformée (mm<sup>4</sup>).

De la même façon les contraintes normales dans la plaque métallique et dans l'acier interne peuvent être calculées par les expressions suivantes :



$$\sigma_p(x_0) = \frac{n_p \cdot \overline{M(x_0)} \cdot \overline{y_b}}{I_{tr}} \quad \text{V.47}$$

$$\sigma_s(x_0) = \frac{n_s \cdot \overline{M(x_0)} \cdot (d - y)}{I_{tr}} \quad \text{V.48}$$

Avec :

$y$  : Profondeur de l'axe neutre

$d$  : Hauteur utile de la section du béton

Les constantes  $b_1$ ,  $b_2$ , et  $b_3$ , peuvent être déterminées par différenciation de l'équation V.41 et l'insérer avec l'équation V.46 dans l'équation V.40. Après ces étapes de calcul on obtient :

$$b_1 = \frac{a_1 \cdot n_p \cdot \overline{y_b}}{I_{tr}} \quad \text{V.49}$$

$$b_2 = \frac{n_p \cdot (2 \cdot a_1 \cdot l_0 + a_2) \cdot \overline{y_b}}{I_{tr}} \quad \text{V.50}$$

$$b_3 = \frac{n_p \cdot \overline{y_b}}{I_{tr}} (a_1 \cdot l_0^2 + a_2 \cdot l_0 + a_3) + 2b_1/\omega^2 \quad \text{V.51}$$

Seule pour une charge répartie la valeur de  $a_1$  diffère de zéro (voir : tableau V.1), donc pour des charges concentrées la valeur de  $a_1$  est nulle, et par conséquent on peut facilement prouver que :

$$b_1 x^2 + b_2 x + b_3 = n_p \cdot \frac{\overline{M(x_0)} \cdot \overline{y_b}}{I_{tr}} = \sigma_{navier} \quad \text{V.52}$$

$$(2b_1 x + b_2) \cdot e_p = n_p \cdot \frac{\overline{T(x_0)} \cdot S}{b_p \cdot I_{tr}} = \tau_{jourawski} \quad \text{V.53}$$

Avec :

$S = \overline{y_b} \cdot b_p \cdot e_p$  Moment statique du renforcement extérieur par plaques métalliques ( $\text{mm}^3$ )

$\sigma_{navier}$  : Contrainte normale de Navier dans l'extrémité de la plaque métallique de renforcement.

$\tau_{jourawski}$  : Contrainte de cisaillement entre la plaque métallique et la poutre en béton provoquée par la variation du moment fléchissant.

Détermination de A et B.

En utilisant les conditions aux limites appropriées suivantes, les paramètres A et B peuvent être déterminés.

Pour :  $x=0, \sigma_p(x) = 0$  V.54

Pour :  $x=l_s, \tau_l(x) = 0$  V.55

Avec :

$l_s$  : l'endroit de la plaque métallique où l'effort tranchant est, soit nul ou change de signe. Ce qui signifie que le moment fléchissant atteint un extremum (voir : figure V.10).

$$T(l_s) = \frac{dM(l_s)}{dx} = 0 \quad \text{V.56}$$

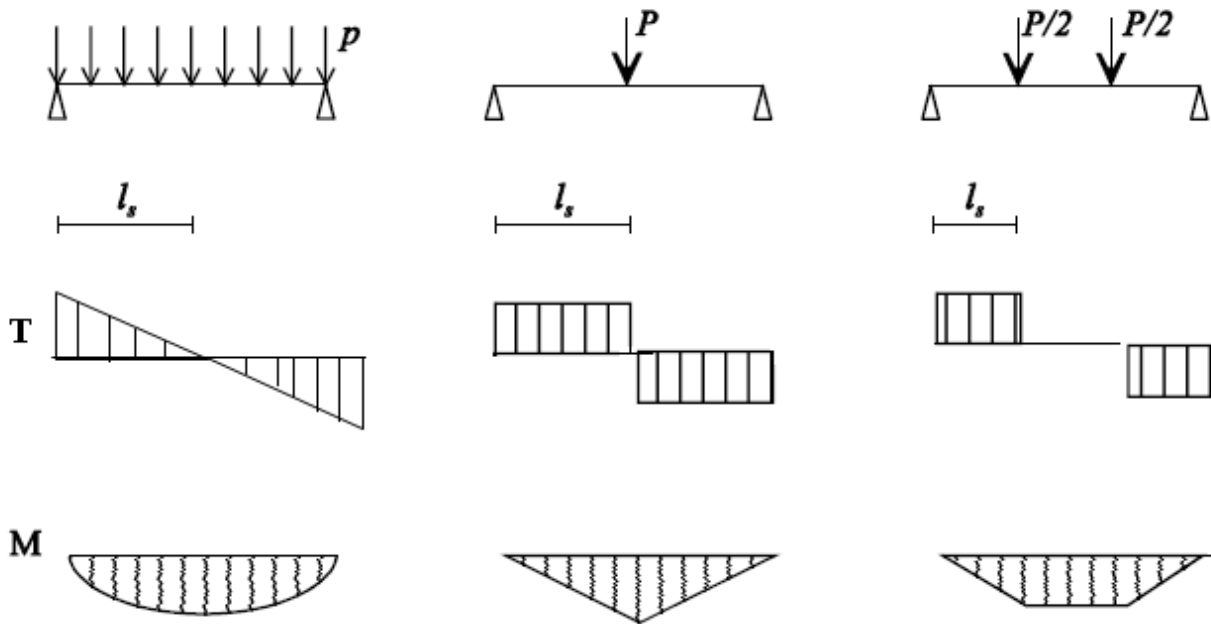


Figure V.10 : Définition de  $l_s$  [4]

En remplaçant dans l'équation V.41,  $x$  par zéro (0) et dans l'équation V.42 par  $l_s$  et on utilise les deux équations V.54 et V.55, on trouve :

$$A + B + b_3 = 0 \quad \text{V.57}$$

$$B = \frac{-b_3 \cdot \omega \exp(-\omega l_s) - 2b_1 \cdot l_s - b_2}{\omega \cdot (\exp(-\omega l_s) + \exp(\omega l_s))} \quad \text{V.58}$$

Généralement l'endroit de  $l_s$  situe près du milieu de la plaque de renforcement, ou au moins pas à l'extrémité de cette plaque tant que le renforcement extérieur s'exécute dans la région du moment fléchissant maximal. Donc le numérateur de la fraction dans l'équation V.58 est négligeable par rapport au dénominateur, ce qui signifie que  $B$  converge vers 0. Finalement les équations V.41 et V.42 peuvent être écrites comme suit :

$$\sigma_p(x) = \underbrace{-b_3 \cdot \exp(-\omega x)}_{\sigma_{\text{ancrage}}} + \underbrace{b_1 x^2 + b_2 x + b_3}_{\sigma_{\text{Navier}}} \quad \text{V.59}$$

$$\tau_l(x) = \underbrace{b_3 \cdot \omega \cdot \exp(-\omega x)}_{\tau_{\text{ancrage}}} e_p + \underbrace{e_p \cdot (2b_1 x + b_2)}_{\tau_{\text{Jourawski}}} \quad \text{V.60}$$

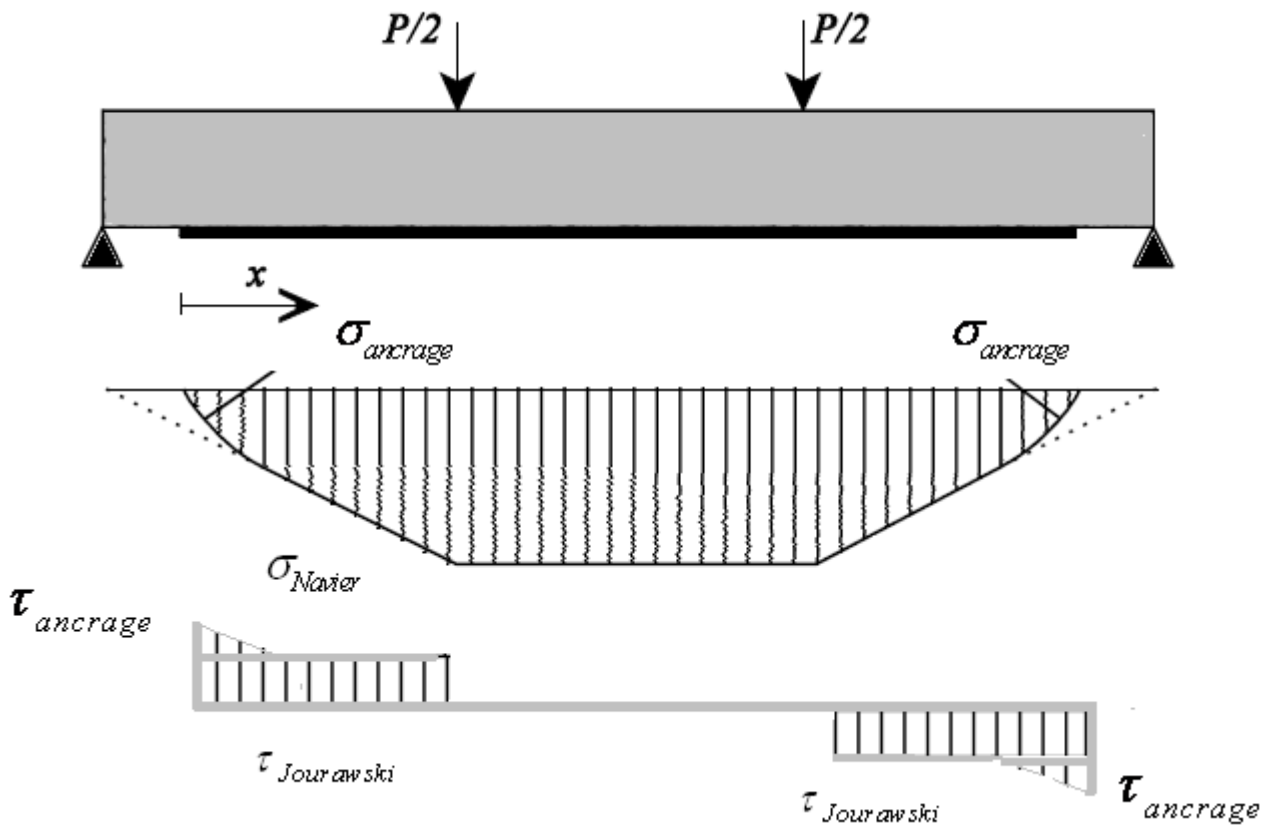


Figure V.11 : Distribution de la contrainte normale et de cisaillement à l'extrémité de la plaque métallique

Les premiers termes dans les équations V.59 et V.60, sont les contraintes d'ancrages. Pour de plus grandes valeurs de  $x$ , ces contraintes d'ancrages convergent vers zéro, ce qui signifie que le phénomène d'ancrage disparaît et seules les contraintes normales de Navier et les contraintes de

cisaillement de Jourawski restent (voir : figure V.11). Les contraintes normales dans la plaque métallique croit de 0 à l'extrémité de la plaque jusqu'à la contrainte donnée par la loi de Navier. La contrainte de cisaillement totale entre le béton et le renfort externe par plaque métallique est donnée par la somme des contraintes d'ancrages et les contraintes de Jourawski provoquées par la variation du moment fléchissant. La contrainte maximale de cisaillement se trouve à l'extrémité de la plaque métallique c'est à dire pour  $x=0$

$$\tau_{l,\max} = (b_3 \cdot \omega + b_2) \cdot e_p \quad \text{V.61}$$

Avec :

$b_2 \cdot e_p$  : Contrainte de cisaillement de jourawski à l'extrémité de la plaque métallique

Plus la longueur  $l_0$  est grande plus la contrainte maximale de cisaillement est élevée, puisque  $b_2$  et  $b_3$  augmentent avec l'augmentation de  $l_0$ .

### V.2.1.2 : Distribution de la contrainte normale

La figure V.12 montre une partie infinitésimale d'une poutre en béton renforcée par plaques métalliques, la contrainte normale  $\sigma_n$  est la contrainte verticale agissant perpendiculairement à la plaque métallique de renforcement. Les relations suivantes pour les poutres soumises à la flexion peuvent être écrites :

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad \text{V.62}$$

$$\frac{d^3v}{dx^3} = \frac{1}{EI} \cdot \frac{dM}{dx} = \frac{T}{EI} \quad \text{V.63}$$

$$\frac{d^4v}{dx^4} = \frac{1}{EI} \cdot \frac{dT}{dx} = -\frac{P}{EI} \quad \text{V.64}$$

Avec :

$v$  : Déplacement vertical (mm)

$T$  : Effort tranchant (mm)

$M$  : Moment fléchissant (N.mm)

$E$  : Module d'élasticité (N/mm<sup>2</sup>)

$P$  : Charge répartie (N/mm)

$I$  : Moment d'inertie (mm<sup>4</sup>)

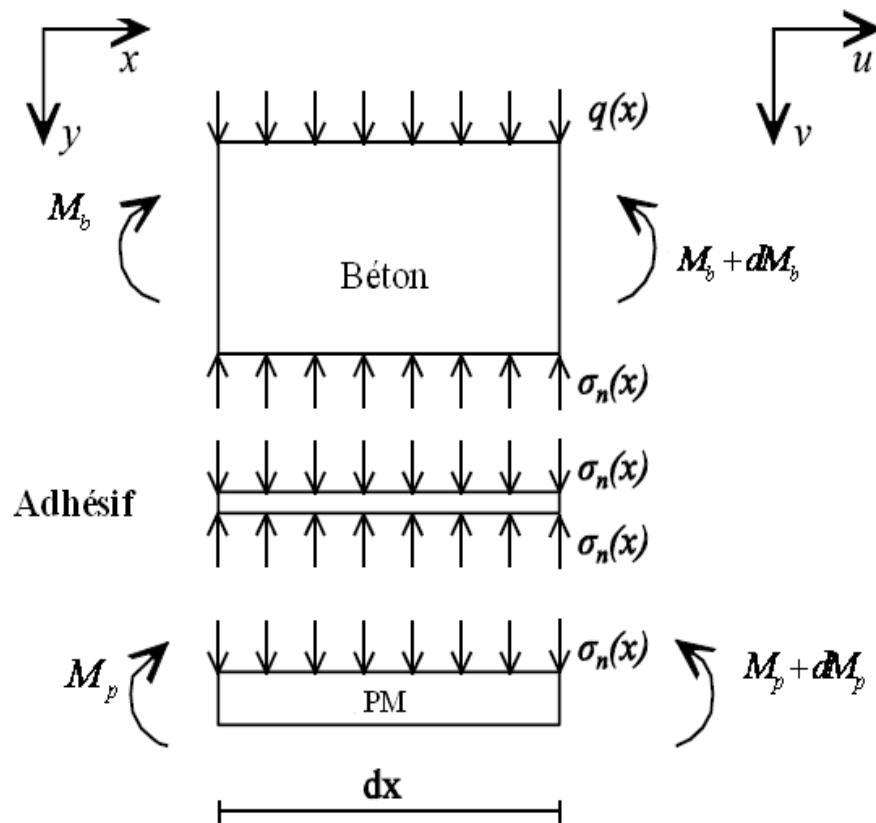


Figure V.12: Distribution de la contrainte normale d'une partie infinitésimale d'une poutre en béton renforcée par plaques métalliques [4].

De l'équation V.64, les expressions suivantes peuvent être déterminées :

$$-E_b \cdot I_b \cdot \frac{d^4 v_b}{dx^4} = q(x) - \sigma_n(x) \cdot b_p \quad \text{V.65}$$

$$-E_p \cdot I_p \cdot \frac{d^4 v_p}{dx^4} = \sigma_n(x) \cdot b_p \quad \text{V.66}$$

Avec :

$b_p$  : Largeur de la plaque métallique (mm).

$v_p$  : Déplacement vertical de la plaque métallique (mm).

$v_b$  : Déplacement vertical du béton (mm).

$I_p$  : Moment d'inertie de la plaque métallique (mm<sup>4</sup>).

$E_p$  : Module d'élasticité de la plaque métallique (N/mm<sup>2</sup>)

$I_b$  : Moment d'inertie de la section du béton (mm<sup>4</sup>)

$E_b$  : Module d'élasticité du béton (N/mm<sup>2</sup>)

$\sigma_n$  : Contrainte normale (N/mm<sup>2</sup>).

Le déplacement total de la couche d'adhésif est donnée par : ( $v_p - v_b$ ) et la déformation correspondante par :

$$\varepsilon_g = \frac{v_p - v_b}{h_g} \quad \text{V.67}$$

Avec :

$h_g$  : L'épaisseur de la couche d'adhésif (mm)

La contrainte normale  $\sigma_n$  est donnée par :

$$\sigma_n(x) = E_g \cdot \varepsilon_g = \frac{E_g}{h_g} (v_p - v_b) = k_n (v_p - v_b) \quad \text{V.68}$$

Avec :

$E_g$  : Module d'élasticité de la couche d'adhésif (mm)

Après différenciation de l'équation V.68 quatre fois et utilisation des deux équations V.65 et V.66 l'équation différentielle du quatrième ordre suivante est obtenue

$$\frac{d^4 \sigma_n(x)}{dx^4} = k_n \left( \frac{-b_p \cdot \sigma_n(x)}{E_p \cdot I_p} + \frac{q(x)}{E_b \cdot I_b} - \frac{b_p \cdot \sigma_n(x)}{E_b \cdot I_b} \right) \quad \text{V.69}$$

Comme  $I_p \ll I_b$ , le terme  $\frac{b_p \cdot \sigma_n(x)}{E_b \cdot I_b}$  est petit devant le terme  $\frac{b_p \cdot \sigma_n(x)}{E_p \cdot I_p}$ , donc le terme  $\frac{b_p \cdot \sigma_n(x)}{E_b \cdot I_b}$  peut être négligé. Finalement l'équation différentielle V.69 peut être écrite comme suit :

$$\frac{d^4 \sigma_n(x)}{dx^4} + k_n \cdot \frac{b_p \cdot \sigma_n(x)}{E_p \cdot I_p} = k_n \cdot \frac{q(x)}{E_b \cdot I_b} \quad \text{V.70}$$

Posons :

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k_n \cdot b_p}{4 \cdot E_p \cdot I_p}} \quad \text{V.71}$$

$$\frac{d^4 \sigma_n(x)}{dx^4} + 4\beta^4 \cdot \sigma_n(x) = k_n \cdot \frac{q(x)}{E_b \cdot I_b} \quad \text{V.72}$$

Dans le cas :  $\frac{d^4 q(x)}{dx^4} = 0$ , la solution de l'équation différentielle V.72 est de la forme :

$$\sigma_n(x) = \exp(-\beta x) [A \cos(\beta x) + B \sin(\beta x)] + \exp(\beta x) [C \cos(\beta x) + D \sin(\beta x)] + \frac{q(x) \cdot E_p \cdot I_p}{b_p \cdot E_b \cdot I_b} \quad \text{V.73}$$

Le dernier terme de cette solution est la plupart du temps très petit ( $I_p \ll I_b$ ), donc il peut être négligé. Les constantes A, B, C, et D peuvent être déterminées en utilisant les conditions aux limites appropriées. Les contraintes normales  $\sigma_n$  sont seulement présentes près de l'extrémité de la plaque métallique. Pour de grandes valeurs de x (c'est à dire loin de l'extrémité de la plaque), la contrainte  $\sigma_n$  converge vers zéro(0), ce qui signifie que :

$$C = D = 0 \quad \text{V.74}$$

Comme il n'y a aucune force agissante perpendiculaire à la plaque métallique, la force résultante à une extrémité de la plaque doit être nulle, c'est à dire :

$$\int_0^{l_e} b_p \cdot \sigma_n(x) dx = 0 \quad \text{V.75}$$

Avec :

$l_e$  : Longueur sur laquelle les contraintes normales  $\sigma_n$  agissent (mm).

On peut facilement montrer que la condition V.75 est remplie quand :

$$A = -B \quad \text{V.76}$$

A partir des deux équations (V.62) et (V.68), on peut écrire :

$$\frac{d^2 \sigma_n(x)}{dx^2} = \frac{k_n \cdot M_p(x)}{E_p \cdot I_p} - \frac{k_n \cdot M_b(x)}{E_b \cdot I_b} \quad \text{V.77}$$

A l'extrémité de la plaque métallique collée, ( $x=0$ ), on a :

$$M_p(x) = 0 \quad \text{V.78}$$

$$M_b(x) = M_0 = a_1.l_0^2 + a_2.l_0 + a_3 \quad \text{V.79}$$

Donc :

$$B = \frac{k_n.M_0}{2.\beta^2.E_b.I_b} \quad \text{V.80}$$

La solution finale de l'équation différentielle (VI.70) est de la forme :

$$\sigma_n(x) = \frac{k_n.M_0}{2.\beta^2.E_b.I_b}.\exp(-\beta x)[\sin(\beta x) - \cos(\beta x)] \quad \text{V.81}$$

La valeur maximale de la contrainte normale  $\sigma_n$  est obtenue pour  $x=0$ , donc :

$$\sigma_{n,\max} = \frac{k_n.M_0}{2.\beta^2.E_b.I_b} \quad \text{V.81}$$

De l'équation (V.81), on peut conclure que plus la rigidité flexionnelle de la poutre en béton est grande, plus la contrainte normale maximale entre la poutre en béton et la plaque métallique est petite. On peut remarquer aussi que plus la moment fléchissant  $M_0$  est élevé, c'est-à-dire, plus la longueur  $l_0$  est grande, plus la contrainte normale correspondante est élevée.

### V.2.2 : Rupture par décollement.

La contrainte maximale de cisaillement ( $\tau_{l,\max}$ ) est donnée par l'équation (V.61) et la contrainte normale maximale ( $\sigma_{n,\max}$ ) par l'équation (V.81). Les deux contraintes maximales se produisent à l'extrémité de la plaque métallique et dépendent de la longueur  $l_0$ . La rupture peut être déterminée soit par la contrainte de cisaillement maximale, soit par la contrainte normale maximale, mais plus réaliste par un critère de rupture combiné, ce qui signifie que la rupture se détermine par une combinaison critique de ces deux contraintes. Un critère possible de rupture est celui de Mohr-Coulomb décrit précédemment (figure V.13)



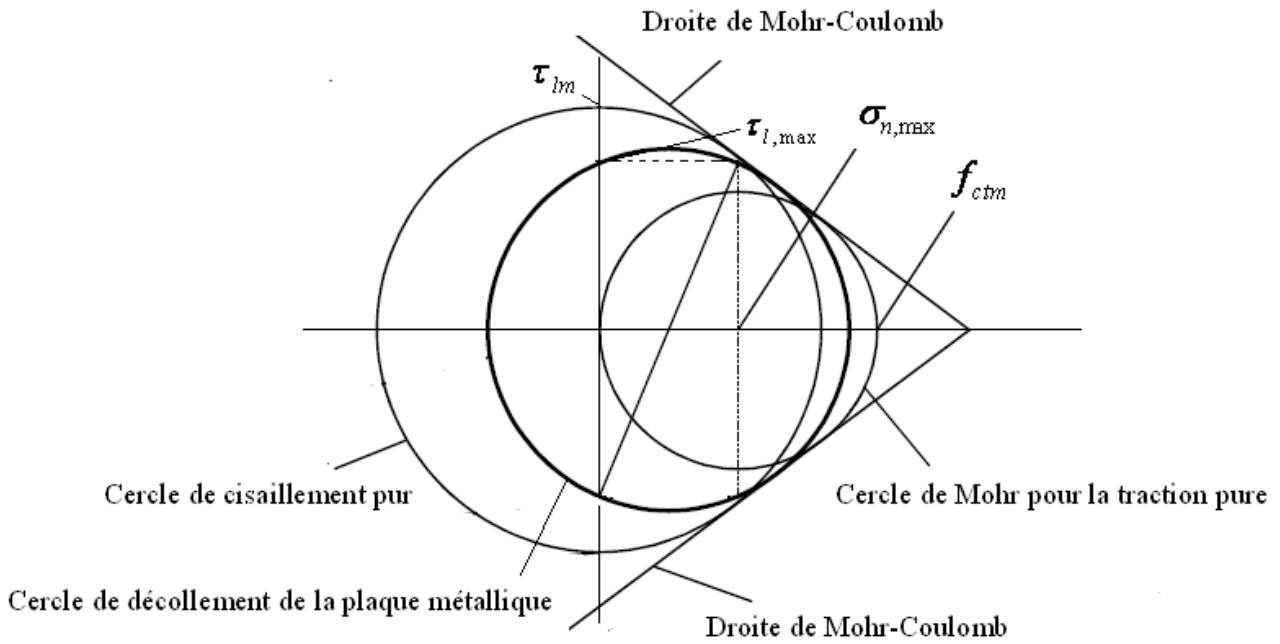


Figure V.13 : Critère de rupture de Mohr-Coulomb [4]

Le cercle de décollement donne une relation entre la contrainte maximale ( $\tau_{l,max}$ ) de cisaillement et la contrainte normale maximale ( $\sigma_{n,max}$ ). Cette relation est écrite en fonction de  $f_{cm}$  et  $f_{ctm}$  comme suit :

$$\tau_{l,max}^2 = \left( \frac{f_{cm} \cdot f_{ctm}}{f_{cm} + f_{ctm}} \right)^2 - \frac{f_{cm} \cdot f_{ctm}}{(f_{cm} + f_{ctm})^2} (f_{cm} - f_{ctm}) \cdot \sigma_{n,max} - \frac{f_{cm} \cdot f_{ctm}}{(f_{cm} + f_{ctm})^2} \cdot \sigma_{n,max}^2 \quad \text{V.82}$$

### V.3 : Charge de décollement

Pour la poutre de la figure V.11, les valeurs de  $a_1, a_2$  et  $a_3$  sont :

$$\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = \frac{p}{2} \\ a_3 = 0 \end{cases} \quad \text{V.83}$$

La combinaison de l'équation (V.83) avec (V.60) et (V.81) se résume dans les expressions des contraintes maximales suivantes :

$$\tau_{l,\max} = e_p \cdot n_p \cdot \frac{\overline{y_b}}{I_{tr}} \cdot (\omega l_0 + 1) \cdot \frac{p}{2} \quad \text{V.84}$$

$$\sigma_{n,\max} = \frac{k_n \cdot I_0}{2 \cdot E_b \cdot I_b \cdot \beta^2} \cdot \frac{p}{2} \quad \text{V.85}$$

La contrainte maximale de cisaillement dans l'équation V.84 est la somme de la contrainte d'ancrage ( $\tau_{anc}$ ) présente à l'extrémité de la plaque métallique et la contrainte de Jourawski ( $\tau_{jour}$ ) causée par la variation du moment fléchissant.

$$\tau_{anc} = \frac{e_p \cdot n_p \cdot \omega l_0 \cdot \overline{y_b}}{I_{tr}} \cdot \frac{p}{2} \quad \text{V.86}$$

$$\tau_{jour} = \frac{e_p \cdot n_p \cdot \overline{y_b}}{I_{tr}} \cdot \frac{p}{2} \quad \text{V.87}$$

La charge de décollement  $P_{del}$  est la charge qui provoque le décollement de la plaque métallique. La rupture d'une poutre en béton renforcée par plaques métalliques se produit soit par flexion ou soit par décollement, ceci dépend de la charge de rupture décisive. Si la charge de rupture par flexion est inférieure à la charge de rupture par décollement, la rupture se produit par flexion sinon elle se produit par décollement.

La charge de décollement de la plaque métallique peut être déterminée en fonction de  $l_0$  et en fonction des propriétés géométriques et mécaniques des matériaux, en insérant les expressions V.84 et V.85 dans V.82

$$p_{del}(l_0) = \frac{-F \cdot (f_{cm} - f_{ctm}) \left( \frac{k_n J_0}{4 \cdot E_b \cdot I_b \cdot \beta^2} \right) + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot \left[ \left( \frac{e_p \cdot n_p \cdot y_b}{2 \cdot I_{tr}} (\omega l_0 + 1) \right)^2 + F \cdot \left( \frac{k_n J_0}{4 \cdot E_b \cdot I_b \cdot \beta^2} \right)^2 \right]}$$

Avec :

$$F = \frac{f_{cm} \cdot f_{ctm}}{(f_{cm} + f_{ctm})^2}$$

$$\text{et } \Delta = \left( F \cdot (f_{cm} - f_{ctm}) \left( \frac{k_n J_0}{4 \cdot E_b \cdot I_b \cdot \beta^2} \right) \right)^2 + 4 \cdot \tau_{lm}^2 \left[ \left( \frac{e_p \cdot n_p \cdot y_b}{2 \cdot I_{tr}} (\omega l_0 + 1) \right)^2 + F \cdot \left( \frac{k_n J_0}{4 \cdot E_b \cdot I_b \cdot \beta^2} \right)^2 \right]$$

## V.4 : Paramètres influents sur la charge de décollement de la plaque métallique

### V.4.1 : Spécimen de calcul théorique

Le spécimen de calcul théorique consiste en l'étude des poutres renforcées extérieurement par plaques métalliques collées (voir figure V.14). Le tableau V.2 et V.3 donnent une vue d'ensemble des propriétés géométriques et mécaniques du spécimen et les propriétés mécaniques de la résine époxyde . La plaque métallique à un module d'élasticité de 200000N/mm<sup>2</sup>.

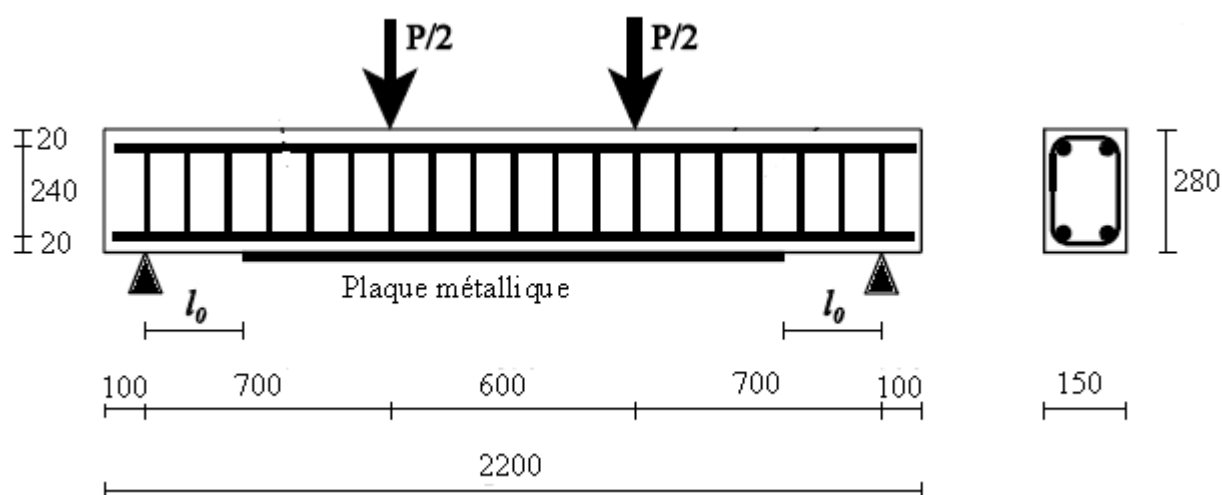


Figure V.14 : Spécimen de calcul théorique

| Spécimen de calcul théorique | $l_0$               | Propriétés du béton           |                               |                                | Renfort interne en acier tendu |                          | Renfort externe par plaques métalliques |            |                          |
|------------------------------|---------------------|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------|---|------------|--------------------------|
|                              |                     | $f_{ck}$ (N/mm <sup>2</sup> ) | $f_{cm}$ (N/mm <sup>2</sup> ) | $f_{ctm}$ (N/mm <sup>2</sup> ) | barres                         | $A_s$ (mm <sup>2</sup> ) | $b_p$ (mm)                              | $e_p$ (mm) | $A_p$ (mm <sup>2</sup> ) |
| (P)                          | $l_0 \in [50, 300]$ | 25                            | 33                            | 2.565                          | 2Ø10                           | 157.08                   | 80                                      | 3          | 240                      |
|                              |                     |                               |                               |                                |                                |                          |   | 6          | 480                      |
|                              |                     |                               |                               |                                |                                |                          |   | 8          | 640                      |

**Tableau V.2 : Propriétés géométriques et mécaniques des poutres renforcées par plaques métalliques**

| Propriété  | Valeur |
|--|--------|
| • Résistance de compression $f_{gm}$ (N/mm <sup>2</sup> )                            | 71.8   |
| • Résistance à la traction $f_{gtm}$ (N/mm <sup>2</sup> )                            | 51.6   |
| • Module d'élasticité à la traction $E_g$ (N/mm <sup>2</sup> )                       | 3160   |
| • Module d'élasticité à la compression $E_{gt}$ (N/mm)                               | 3592   |
| • Coefficient de Poisson   | 0.4    |
| • Module de cisaillement $G_g$ (N/mm <sup>2</sup> )                                  | 929    |
| • Densité $\rho_g$ (Kg/m <sup>3</sup> )  | 1189   |
| • Coefficient de dilatation thermique $\alpha_g$ (10 <sup>-6</sup> /C <sup>0</sup> ) | 60.9   |

**Tableau V.3 : Propriétés mécaniques de la résine époxyde utilisée dans le calcul théorique [4]**

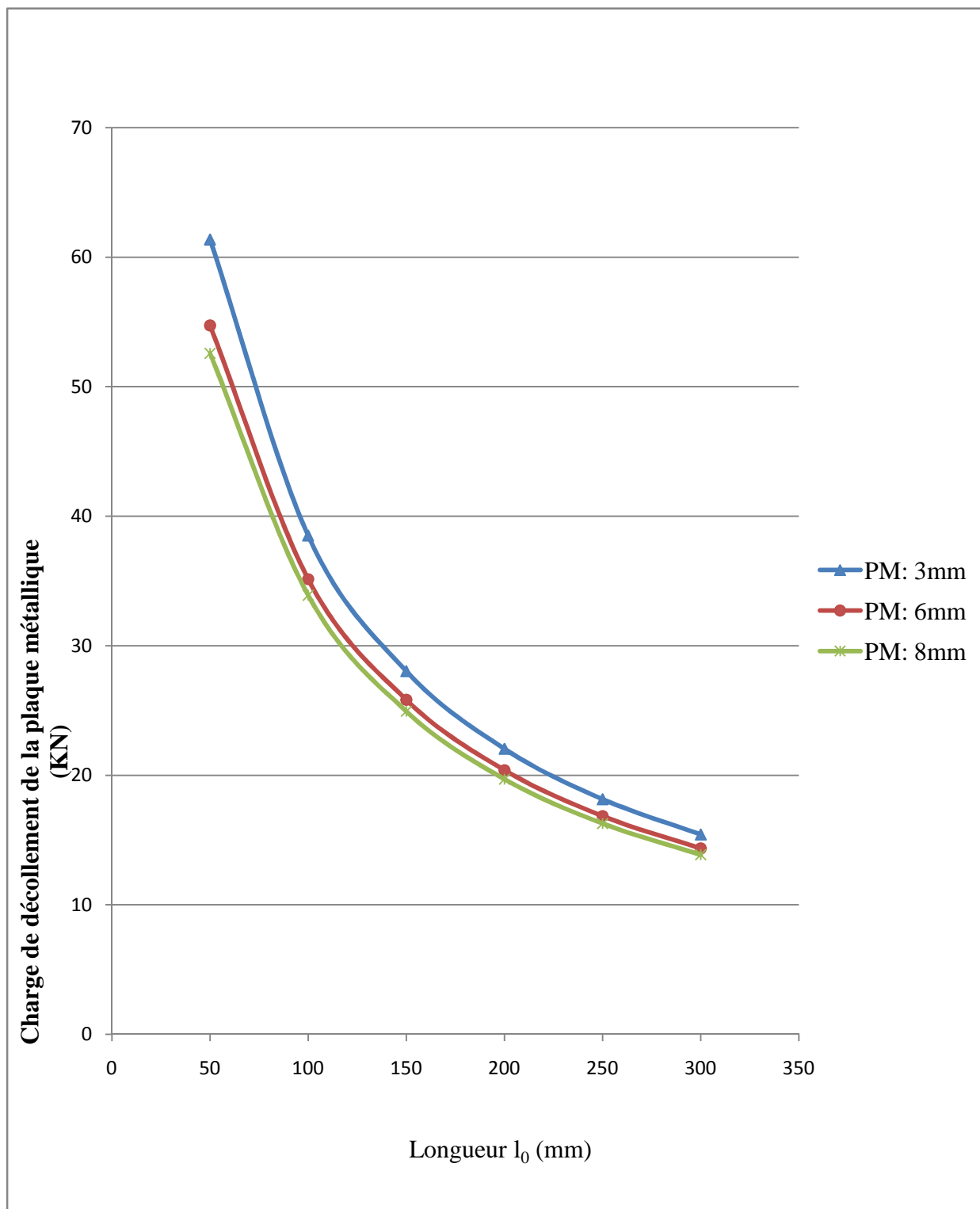
#### V.4.2 : Influence de la longueur $l_0$

##### ❖ Discussion des résultats

La figure V.15 montre l'influence de la longueur  $l_0$  sur la charge de décollement de la plaque métallique. En général, on peut affirmer que plus en augmentant la longueur  $l_0$ , plus la charge de décollement diminue. Notons que la contrainte de cisaillement de Jourawski, augmente avec l'augmentation de l'épaisseur de la plaque métallique. Donc une plaque d'acier épaisse engendre une contrainte de Jourawski élevée, ce qui donne une faible charge de décollement. Une autre raison pour la faible charge de décollement pour les plaques épaisses, c'est la présence aux extrémités de la plaque métallique des contraintes normales verticales élevées (voir figure V.16)

| Epaisseur de la plaque dans le spécimen de calcul théorique | $l_0$ (mm) | $\tau_{lm}$ (V.25) (N/mm <sup>2</sup> ) | $s_{lm}$ (V.23) (mm) | $P_{del}$ (V.88) (KN) | Contraintes à l'extrémité de la (PM) (N/mm <sup>2</sup> ) |                     |                        |                   |       |
|---|------------|---|----------------------|-----------------------|---|---------------------|------------------------|-------------------|-------|
|   |            |   |                      |                       | $\tau_{jour}$ (V.87)                                      | $\tau_{anc}$ (V.86) | $\tau_{totale}$ (V.84) | $\sigma_n$ (V.85) |       |
| $e_p=3mm$   | 50         | 2.38                                    | 0.00786              | 61.362                | 0.982   | 1.10                | 2.08                   | 0.634             |       |
|   | 100        |   |                      | 38.506                | 0.616   | 1.384               | 2.00                   | 0.796             |       |
|   | 150        |   |                      | 28.039                | 0.448   | 1.5115              | 1.96                   | 0.8697            |       |
|   | 200        |   |                      | 22.042                | 0.352   | 1.5843              | 1.937                  | 0.9116            |       |
|   | 250        |   |                      | 18.157                | 0.29  | 1.63                | 1.92                   | 0.9387            |       |
|   | 300        |   |                      | 15.436                | 0.247   | 1.66                | 1.91                   | 0.9576            |       |
| $e_p=6mm$   | 50         |   | 0.007957             | 0.007957              | 54.72   | 1.09                | 0.86                   | 1.99              | 0.886 |
|   | 100        |   |                      |                       | 35.135  | 0.7                 | 1.10                   | 1.80              | 1.138 |
|   | 150        |   |                      |                       | 25.823  | 0.51                | 1.218                  | 1.73              | 1.254 |
|   | 200        |   |                      |                       | 20.399  | 0.406               | 1.28                   | 1.69              | 1.32  |
|   | 250        |   |                      |                       | 16.854  | 0.335               | 1.325                  | 1.66              | 1.364 |
|   | 300        |   |                      |                       | 14.356  | 0.286               | 1.35                   | 1.64              | 1.395 |
| $e_p=8mm$   | 50         | 0.00802                                 | 0.00802              | 52.568                | 1.12  | 0.76                | 1.884                  | 1.00              |       |
|   | 100        |   |                      | 33.891                | 0.72  | 0.98                | 1.707                  | 1.295             |       |
|   | 150        |   |                      | 24.93                 | 0.531   | 1.086               | 1.617                  | 1.429             |       |
|   | 200        |   |                      | 19.696                | 0.42  | 1.144               | 1.564                  | 1.505             |       |
|   | 250        |   |                      | 16.272                | 0.347   | 1.18                | 1.528                  | 1.554             |       |
|   | 300        |   |                      | 13.859                | 0.295   | 1.207               | 1.503                  | 1.589             |       |

**Tableau V.4 : Résultats théoriques : influence de la longueur  $l_0$  sur la charge de décollement de la plaque métallique**



**Figure V.15: Influence de la longueur  $l_0$  sur la charge de décollement de la plaque métallique**  
**(  $b_p = 80$  mm )**

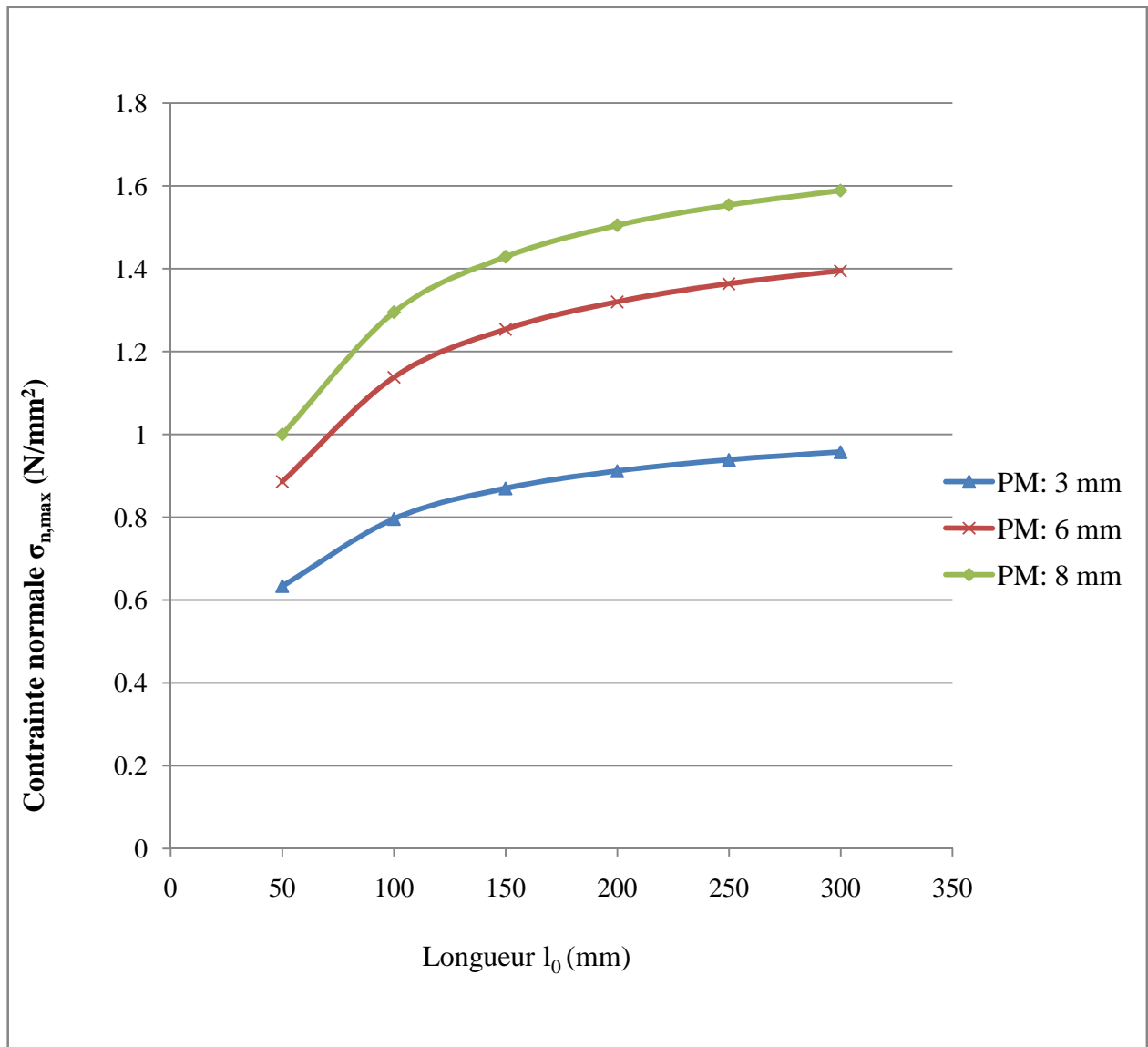


Figure V.16 : Influence de la longueur  $l_0$  sur la contrainte normale maximale

(  $b_p = 80$  mm)

### V.4.3 : Influence de l'épaisseur de la plaque métallique

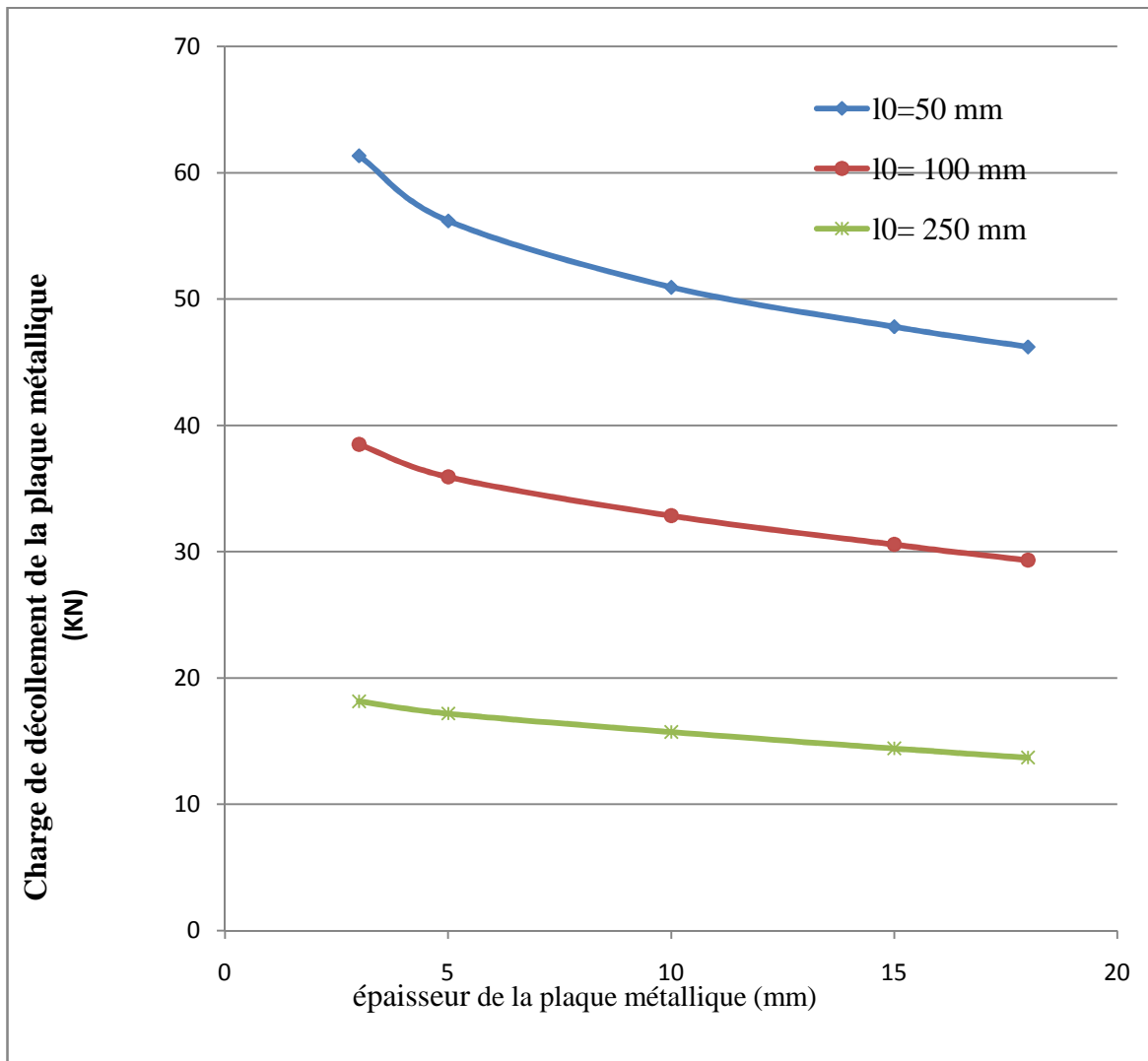
#### ❖ Discussion des résultats

Le schéma V.17 donne l'influence de l'épaisseur de la plaque métallique sur la charge de décollement. Dans tous les cas étudiés, la largeur du renfort externe est constante ( $b_p = 80\text{mm}$ ). Comme il a été expliqué précédemment, on peut noter que plus la longueur  $l_0$  est grande plus la charge de décollement de la plaque est faible. Ici encore pour ces plats en acier, on peut observer une diminution de la charge de décollement avec l'augmentation de l'épaisseur de la plaque métallique. Ceci est peut être expliqué par le fait que les contraintes de cisaillement de Jourawski augmentent avec l'augmentation de l'épaisseur de la plaque métallique, (voir tableau V.5 et figure V.17).

| La longueur $l_0$ dans le spécimen de calcul théorique | $e_p$ (mm) | $\tau_{lm}$ (V.25) (N/mm <sup>2</sup> ) | $s_{lm}$ (V.23) (mm) | $P_{del}$ (V.88) (KN) | Contraintes à l'extrémité de la (PM) (N/mm <sup>2</sup> ) |                     |                        |                   |
|--|------------|---|----------------------|-----------------------|---|---------------------|------------------------|-------------------|
|  |            |   |                      |                       | $\tau_{jour}$ (V.87)                                      | $\tau_{anc}$ (V.86) | $\tau_{totale}$ (V.84) | $\sigma_n$ (V.85) |
| $l_0=50\text{mm}$                                      | 3          | 2.38                                    | 0.00786              | 61.362                | 0.9819  | 1.102               | 2.08                   | 0.634             |
|  | 5          |   | 0.007926             | 56.201                | 1.066   | 0.923               | 1.989                  | 0.815             |
|  | 10         |   | 0.00808              | 50.948                | 1.1369  | 0.6898              | 1.826                  | 1.102             |
|  | 15         |   | 0.00823              | 47.813                | 1.144   | 0.561               | 1.705                  | 1.297             |
|  | 18         |   | 0.008328             | 46.220                | 1.136   | 0.506               | 1.643                  | 1.392             |
| $l_0=100\text{mm}$                                     | 3          | 0.00786                                 | 38.506               | 0.616                 | 1.384   | 2.00                | 0.796                  |                   |
|  | 5          | 0.007926                                | 35.925               | 0.681                 | 1.18  | 1.862               | 1.04                   |                   |
|  | 10         | 0.00808                                 | 32.849               | 0.733                 | 0.89  | 1.623               | 1.422                  |                   |
|  | 15         | 0.00823                                 | 30.571               | 0.731                 | 0.718   | 1.449               | 1.6589                 |                   |
|  | 18         | 0.008328                                | 29.319               | 0.721                 | 0.642   | 1.363               | 1.766                  |                   |
| $l_0=250\text{mm}$                                     | 3          | 0.00786                                 | 18.157               | 0.29                  | 1.63  | 1.922               | 0.9387                 |                   |
|  | 5          | 0.007926                                | 17.185               | 0.326                 | 1.412   | 1.738               | 1.2468                 |                   |
|  | 10         | 0.00808                                 | 15.727               | 0.35                  | 1.064   | 1.415               | 1.702                  |                   |
|  | 15         | 0.00823                                 | 14.427               | 0.345                 | 0.847   | 1.192               | 1.957                  |                   |
|  | 18         | 0.008328                                | 13.692               | 0.336                 | 0.75  | 1.0866              | 2.0616                 |                   |

**Tableau V.5 : Résultats théoriques : influence de l'épaisseur  $e_p$  sur la charge de décollement de la plaque métallique**





**Figure V.17 : Influence de l'épaisseur de la plaque métallique sur la charge de décollement de la plaque métallique ( $b_p = 80$  mm)**

#### V.4.4 : Influence de la quantité de l'acier interne tendu

##### ❖ Discussion des résultats

La figure V.18 montre l'influence de la quantité du renfort en acier tendu sur la charge de décollement de la plaque métallique. Ce renfort interne se compose de deux barres. La largeur de la plaque métallique est de 80 mm et la longueur  $l_0$  est de 100 mm. D'après la figure V.18 on peut noter que la charge de décollement de la plaque métallique augmente avec l'augmentation de la quantité de renfort interne en acier tendu, cette augmentation de la charge de décollement est presque linéaire. Les explications suivantes peuvent être données :

Premièrement : la position de l'axe neutre décalera en bas avec l'augmentation de la quantité de l'acier tendu, ceci à comme conséquence un moment statique faible de la plaque métallique par rapport à l'axe neutre, causant de faibles contraintes de cisaillement de Jourawski, ayant pour résultats une charge élevée de décollement

Deuxièmement : avec l'augmentation de la quantité du renfort interne en acier tendu, les valeurs  $I_b$  et  $I_{rr} / \bar{y}_b$  augmenteront, causant des valeurs faibles pour le cisaillement maximal et la contrainte normale verticale à l'extrémité de la plaque métallique, qui à comme conséquence une charge élevée de décollement (voir tableau VI.6 et figure VI.18)

| Epaisseur de la plaque dans le spécimen de calcul théorique | $A_s$ (mm <sup>2</sup> ) | $\tau_{lm}$ (V.25) (N/mm <sup>2</sup> ) | $S_{lm}$ (V.23) (mm) | $P_{del}$ (V.88) (KN) | Contraintes à l'extrémité de la (PM) (N/mm <sup>2</sup> ) |                     |                        |                   |
|---|--------------------------|---|----------------------|-----------------------|---|---------------------|------------------------|-------------------|
|   |                          |   |                      |                       | $\tau_{jour}$ (V.87)                                      | $\tau_{anc}$ (V.86) | $\tau_{totale}$ (V.84) | $\sigma_n$ (V.85) |
| $e_p=3mm$   | 56.55                    | 2.38                                    | 0.00786              | 29.661                | 0.605   | 1.359               | 1.964                  | 0.863             |
|   | 100.53                   |   |                      |                       | 0.610   | 1.37                | 1.98                   | 0.83              |
|   | 226.19                   |   |                      |                       | 0.62  | 1.396               | 2.017                  | 0.764             |
|   | 402.12                   |   |                      |                       | 0.63  | 1.416               | 2.046                  | 0.708             |
|   | 628.32                   |   |                      |                       | 0.637   | 1.431               | 2.068                  | 0.666             |
| $e_p=6mm$   | 56.55                    | 0.00796                                 | 0.00796              | 30.218                | 0.69  | 1.09                | 1.78                   | 1.178             |
|   | 100.53                   |   |                      |                       | 0.695   | 1.097               | 1.792                  | 1.159             |
|   | 226.19                   |   |                      |                       | 0.705   | 1.11                | 1.819                  | 1.115             |
|   | 402.12                   |   |                      |                       | 0.715   | 1.129               | 1.844                  | 1.07              |
|   | 628.32                   |   |                      |                       | 0.723   | 1.14                | 1.866                  | 1.0357            |
| $e_p=8mm$   | 56.55                    | 0.00802                                 | 0.00802              | 30.149                | 0.714   | 0.973               | 1.687                  | 1.325             |
|   | 100.53                   |   |                      |                       | 0.718   | 0.978               | 1.696                  | 1.31              |
|   | 226.19                   |   |                      |                       | 0.727   | 0.99                | 1.718                  | 1.278             |
|   | 402.12                   |   |                      |                       | 0.736   | 1.00                | 1.74                   | 1.243             |
|   | 628.32                   |   |                      |                       | 0.745   | 1.01                | 1.759                  | 1.213             |

**Tableau V.6 : Résultats théoriques : influence de la quantité de l'acier interne tendu sur la charge de décollement de la plaque métallique.**

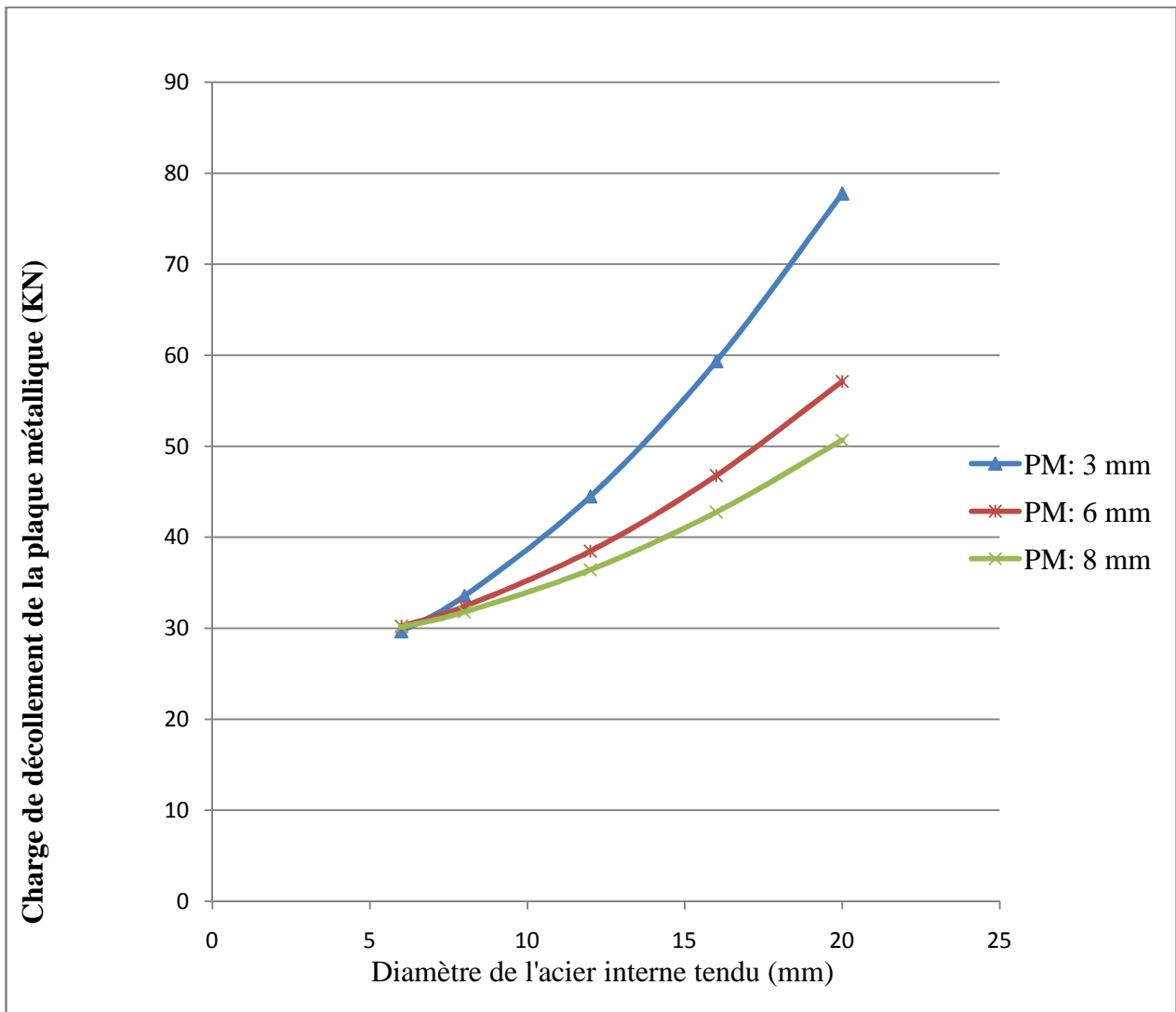


Figure V.18 : Influence du diamètre de l'acier interne tendu sur la charge de décollement de la plaque métallique (2 barres,  $b_p=80$  mm,  $l_0=100$  mm)

#### V.4.5 : Influence de la largeur de la plaque métallique

##### ❖ Discussion des résultats

Dans ce paragraphe, l'influence de la largeur du renfort externe en plaques métalliques est étudiée. Par conséquent la section du renfort externe est maintenue constante, ceci signifie qu'avec l'augmentation de la largeur de la plaque métallique, l'épaisseur diminue. Pour ces plats en acier, le risque de décollement diminue avec l'augmentation de la largeur de la plaque métallique. L'augmentation de la charge de décollement est causée par la diminution de la contrainte de cisaillement de Jourawski à cause de faibles épaisseurs de plats en acier, (voir tableau V.7 et figure V.19)

| Epaisseur de la plaque dans le spécimen de calcul théorique | b <sub>p</sub> (mm) | τ <sub>lm</sub> (V.25) (N/mm <sup>2</sup> ) | s <sub>lm</sub> (V.23) (mm) | P <sub>del</sub> (V.88) (KN) | Contraintes à l'extrémité de la (PM) (N/mm <sup>2</sup> ) |                         |                            |                       |
|---|---------------------|---|-----------------------------|------------------------------|---|-------------------------|----------------------------|-----------------------|
|   |                     |   |                             |                              | τ <sub>jour</sub> (V.87)                                  | τ <sub>anc</sub> (V.86) | τ <sub>totale</sub> (V.84) | σ <sub>n</sub> (V.85) |
| e <sub>p</sub> = 3mm  | 40                  | 2.38  | 0.00786                     | 26.028                       | 0.604   | 1.357                   | 1.962                      | 0.866                 |
|   | 60                  |   |                             | 32.282                       | 0.611   | 1.372                   | 1.983                      | 0.8267                |
|   | 80                  |   |                             | 38.506                       | 0.616   | 1.383                   | 2                          | 0.796                 |
|   | 100                 |   |                             | 44.697                       | 0.62  | 1.393                   | 2.013                      | 0.772                 |
|   | 120                 |   |                             | 50.852                       | 0.623   | 1.40                    | 2.02                       | 0.752                 |
|   | 140                 |   |                             | 56.972                       | 0.626   | 1.406                   | 2.032                      | 0.736                 |
| e <sub>p</sub> =6mm   | 40                  | 0.00796                                     | 0.00796                     | 21.139                       | 0.676   | 1.068                   | 1.744                      | 1.236                 |
|   | 60                  |   |                             | 28.165                       | 0.69  | 1.09                    | 1.78                       | 1.178                 |
|   | 80                  |   |                             | 35.135                       | 0.70  | 1.10                    | 1.805                      | 1.138                 |
|   | 100                 |   |                             | 42.04                        | 0.707   | 1.116                   | 1.823                      | 1.108                 |
|   | 120                 |   |                             | 48.876                       | 0.712   | 1.124                   | 1.836                      | 1.086                 |
|   | 140                 |   |                             | 55.645                       | 0.716   | 1.13                    | 1.846                      | 1.069                 |
| e <sub>p</sub> =8mm   | 40                  | 0.00802                                     | 0.00802                     | 19.595                       | 0.69  | 0.945                   | 1.64                       | 1.396                 |
|   | 60                  |   |                             | 26.782                       | 0.711   | 0.969                   | 1.69                       | 1.335                 |
|   | 80                  |   |                             | 33.891                       | 0.722   | 0.984                   | 1.707                      | 1.295                 |
|   | 100                 |   |                             | 40.911                       | 0.73  | 0.994                   | 1.725                      | 1.267                 |
|   | 120                 |   |                             | 47.839                       | 0.735   | 1.00                    | 1.737                      | 1.247                 |
|   | 140                 |   |                             | 54.678                       | 0.739   | 1.007                   | 1.747                      | 1.232                 |

**Tableau V.7 : Résultats théoriques : influence de la largeur du renfort externe sur la charge de décollement de la plaque métallique.**

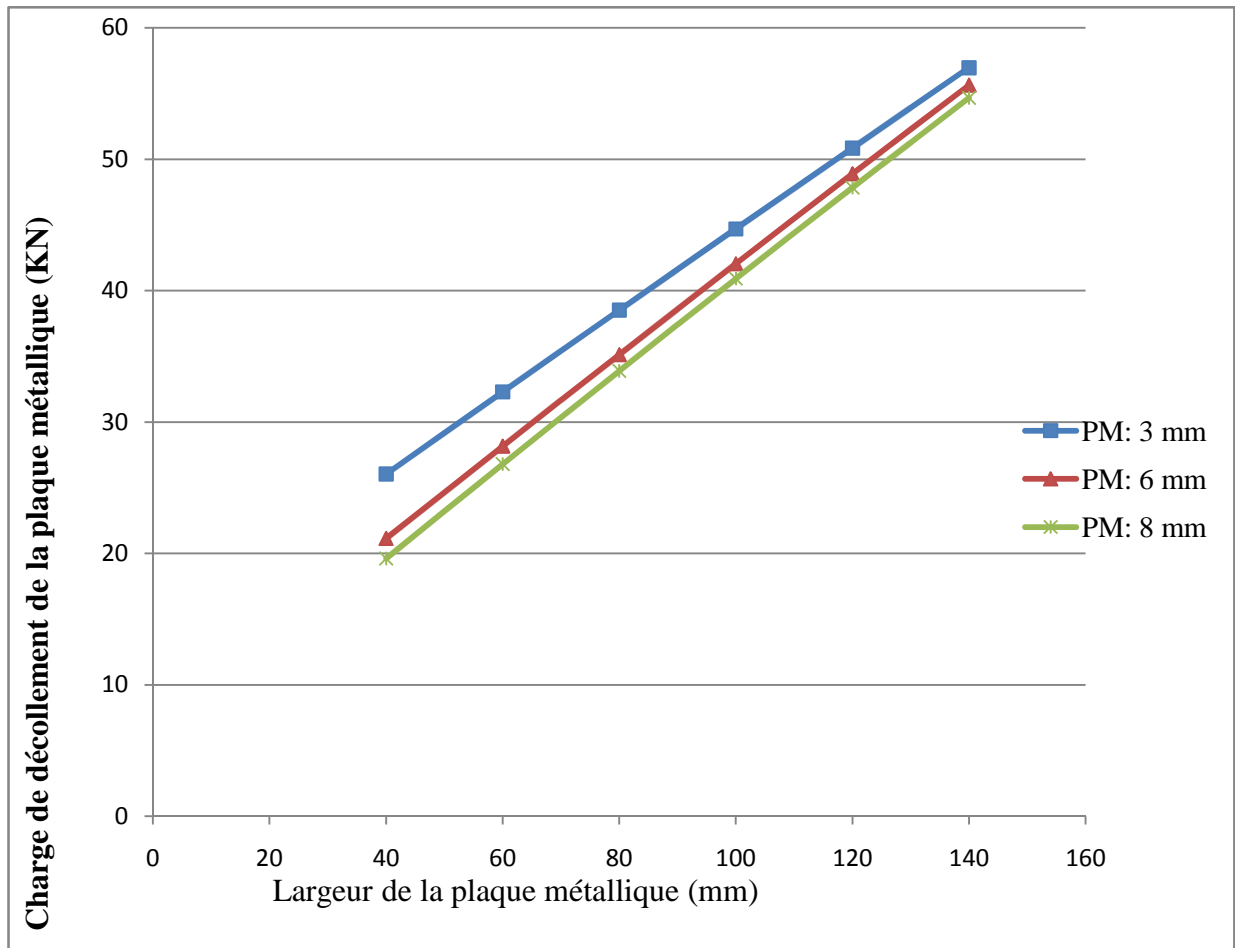


Figure V.19 : Influence de la largeur de la plaque métallique sur la charge de décollement de la plaque métallique ( $l_0 = 100$  mm, section constante de la plaque métallique)

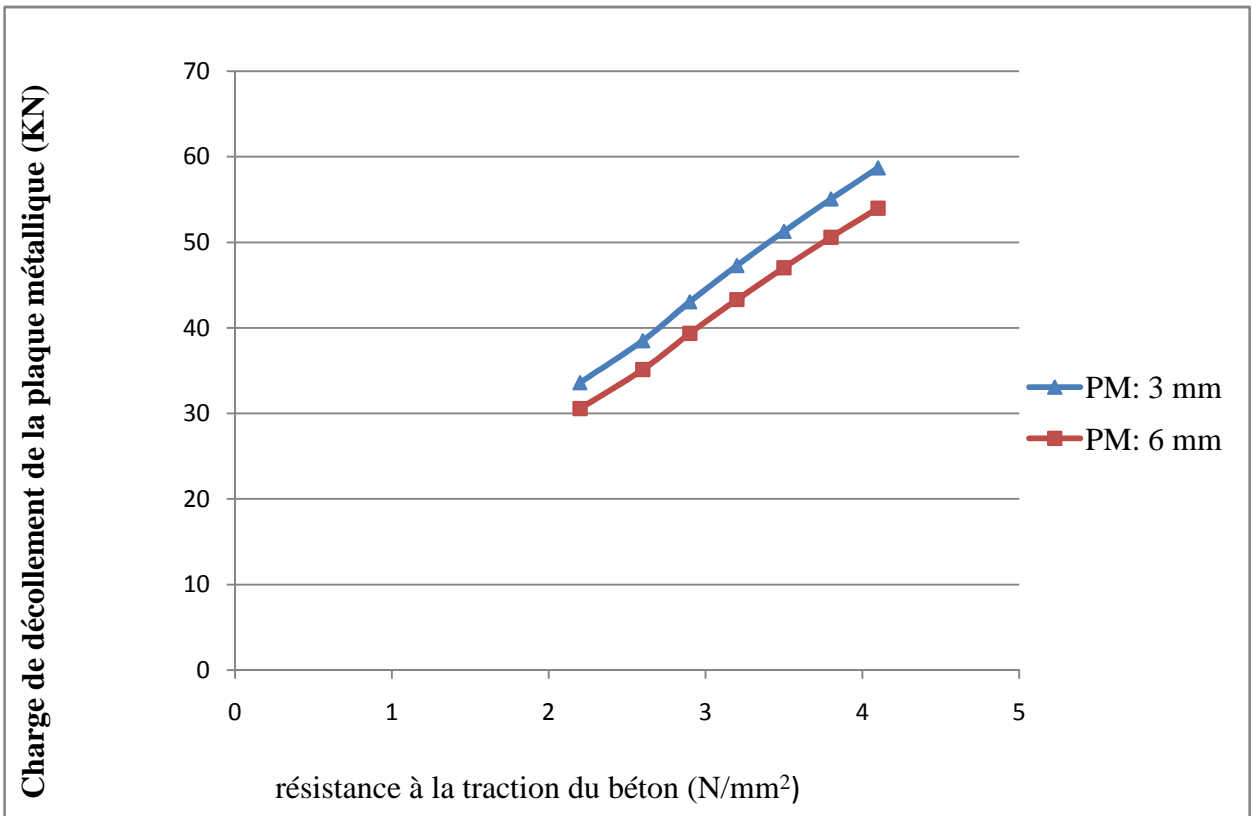
#### V.4.6 : Influence de la résistance à la traction du béton

##### ❖ Discussion des résultats

La figure V.20 donne l'influence de la résistance de traction du béton sur la charge de décollement de la plaque métallique. Il est clair que plus en améliorant la qualité du béton (résistance à la traction du béton élevée), plus la charge de décollement augmente. Une forte résistance à la traction du béton produira des valeurs élevées pour la contrainte de cisaillement  $\tau_{lm}$  et pour le glissement  $s_{lm}$ , et par conséquent une augmentation de la charge de décollement, cette augmentation est presque linéaire, (voir tableau V.8 et figure V.20).

| Epaisseur de la plaque dans le spécimen de calcul théorique | $f_{ctm}$<br>(N/mm <sup>2</sup> ) | $\tau_{lm}$<br>(V.25)<br>(N/mm <sup>2</sup> ) | $s_{lm}$<br>(V.23)<br>(mm) | $P_{del}$<br>(V.88)<br>(KN) | Contraintes à l'extrémité de la (PM)<br>(N/mm <sup>2</sup> ) |                        |                           |                      |
|---|-----------------------------------|---|----------------------------|-----------------------------|--|------------------------|---------------------------|----------------------|
|   |                                   |   |                            |                             | $\tau_{jour}$<br>(V.87)                                      | $\tau_{anc}$<br>(V.86) | $\tau_{totale}$<br>(V.84) | $\sigma_n$<br>(V.85) |
| $e_p=3mm$   | 2.2                               | 2.04  | 0.00708                    | 33.588                      | 0.539  | 1.183                  | 1.721                     | 0.686                |
|   | 2.6                               | 2.38  | 0.00786                    | 38.506                      | 0.616  | 1.384                  | 2                         | 0.796                |
|   | 2.9                               | 2.691   | 0.00855                    | 43.041                      | 0.687  | 1.574                  | 2.26                      | 0.899                |
|   | 3.2                               | 2.987   | 0.00917                    | 47.279                      | 0.753  | 1.755                  | 2.508                     | 0.997                |
|   | 3.5                               | 3.27  | 0.009744                   | 51.276                      | 0.815  | 1.929                  | 2.745                     | 1.09                 |
|   | 3.8                               | 3.542   | 0.01027                    | 55.075                      | 0.875  | 2.097                  | 2.972                     | 1.18                 |
|   | 4.1                               | 3.804   | 0.0107                     | 58.704                      | 0.931  | 2.26                   | 3.192                     | 0.0107               |
| $e_p=6mm$   | 2.2                               | 2.04  | 0.00716                    | 30.57                       | 0.610  | 0.943                  | 1.554                     | 0.981                |
|   | 2.6                               | 2.38  | 0.00795                    | 35.135                      | 0.7  | 1.105                  | 1.805                     | 1.138                |
|   | 2.9                               | 2.691   | 0.008657                   | 39.356                      | 0.782  | 1.259                  | 2.041                     | 1.284                |
|   | 3.2                               | 2.987   | 0.00929                    | 43.307                      | 0.859  | 1.406                  | 2.265                     | 1.42                 |
|   | 3.5                               | 3.27  | 0.00987                    | 47.041                      | 0.931  | 1.547                  | 2.479                     | 1.555                |
|   | 3.8                               | 3.542   | 0.0104                     | 50.595                      | 1  | 1.684                  | 2.684                     | 1.682                |
|   | 4.1                               | 3.804   | 0.0109                     | 53.994                      | 1.066  | 1.816                  | 2.882                     | 1.805                |

**Tableau V.8 : Résultats théoriques : influence de la résistance à la traction du béton sur la charge de décollement de la plaque métallique**



**Figure V.20: Influence de la résistance à la traction du béton sur la charge de décollement de la plaque métallique ( $l_0= 100$  mm,  $b_p= 80$  mm)**

# Chapitre VI

---

## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

### VI.1 : Conclusions

Le renforcement extérieur collé des structures en béton est une technique très puissante et efficace pour reconstituer ou augmenter la capacité portante de la structure. L'idée fondamentale de la technique est très simple. Le renforcement additionnel, dans la plupart du temps dans la face tendue est ajouté à la structure pour augmenter ou reconstituer la capacité portante. Cependant, une conception et une application fiables de cette technique est possible seulement lorsque le mécanisme du transfert des forces et le mécanisme de rupture du système renforcé est connu.

Aujourd'hui, plusieurs matériaux peuvent être employés en tant que renforcement extérieur, mais les deux matériaux les plus utilisés sont généralement, les plats en acier et les matériaux composites. Le bon choix du matériau de renforcement extérieur est très important. On doit se rendre compte des propriétés spécifiques et des limitations des matériaux utilisés et le champ d'application de chaque matériau. Les plats en acier ont une résistance à la traction très élevée, et peuvent donc augmenter de manière significative la rigidité flexionnelle de la pièce. Pour le dimensionnement ou la conception de la section transversale de la plaque métallique vis-à-vis de la flexion ou vis-à-vis de l'effort tranchant, les deux états limites, ultime et de service doivent être vérifiés. Par conséquent les méthodes de conception classiques peuvent être appliquées.

Le principal objectif du présent travail était de faire une étude théorique sur le renforcement extérieur de poutres en béton armé à l'aide de plaques métalliques afin d'examiner leur capacité flexionnelle et estimer la charge provoquant le décollement de ces plats en acier. La méthode de renforcement proposée consistait à placer des plaques d'acier sur les faces tendues des poutres. Pour cette étude, nous avons supposé que la méthode de fixation des plaques d'acier de renfort permettait le développement de la pleine capacité en traction du renfort.

Ce calcul théorique du renforcement extérieur par plaques métalliques se divisait en deux parties principales. D'abord, il fallait évaluer la résistance flexionnelle de la poutre renforcée. Ce calcul a été fait par le principe de calcul à partir de l'équilibre des contraintes dans une section à l'état limite ultime. La deuxième partie consistait à calculer la charge de décollement de la plaque métallique de renforcement. Pour ce faire la théorie classique de Volkersen [Volkersen,1938] a été employée.



## ❖ Résultats importants

Les résultats théoriques obtenus ont montré que la méthode de renforcement suggérée était efficace en terme de résistance flexionnelle.

En faisant l'étude paramétrique concernant la capacité flexionnelle des sections de poutres renforcées extérieurement par plaques métalliques, quelques conclusions importantes sont ressorties à propos :

- du taux de renfort en acier tendu
  
- du taux de renfort en acier comprimé
- du rapport  $d'/d$
- de la nuance de l'acier de renfort interne
- de la résistance caractéristique du béton en compression

D'abord le premier paramètre est celui du taux de renfort en acier tendu. Pour les poutres simplement armées, les résultats obtenus ont montré qu'avec une augmentation du taux de renfort en acier interne tendu, la résistance flexionnelle de la section renforcée par plaque métallique augmente suivant une courbe ascendante, qui se termine par une branche presque parallèle à l'axe des "taux de renfort en acier tendu", ce qui signifie que pour des taux élevés du renfort interne en armatures tendues, cette résistance flexionnelle a peu augmenté. En augmentant le taux de renfort externe par plaques métalliques, la résistance flexionnelle augmente mais, moins importante pour un taux élevé en acier tendu, donc en terme de capacité flexionnelle le renforcement extérieur par plaques métalliques des poutres simplement armées est plus bénéfique que, pour les poutres sous armées. Pour les poutres sur armées, d'une part le gain en résistance flexionnelle est minime, et d'autre part l'augmentation du contenu en plaques métalliques volumétriques, réduit la ductilité [18].

De la même manière, les résultats indiquent que plus en augmentant le taux de renfort en acier comprimé, plus la résistance flexionnelle des sections des poutres renforcées par plaques métalliques augmente. Ce gain en capacité flexionnelle est peu considérable pour des taux faibles en acier interne tendu.

Une autre piste de travail, consiste à chercher l'effet du rapport  $d'/d$  sur la résistance flexionnelle des sections des poutres en béton armé renforcées par plaques métalliques. Un rapport qui devrait être aussi petit que possible afin d'augmenter cette résistance flexionnelle.

Dans l'étude de l'influence de la limite d'élasticité de l'acier de renfort interne sur la résistance flexionnelle des sections des poutres renforcées extérieurement par plaques métalliques, trois nuances

d'acier sont prises dans ce calcul théorique ( des aciers de limites élastiques :  $f_y = 250 \text{ N/mm}^2$ ,  $f_y = 410 \text{ N/mm}^2$  et  $f_y = 425 \text{ N/mm}^2$ ). La comparaison de divers résultats obtenus montrent clairement que plus en augmentant la limite élastique de l'acier utilisé dans le renfort interne, plus la résistance flexionnelle des sections des poutres renforcées par plaques métallique augmente, le gain en capacité flexionnelle cette fois-ci suit une allure presque parabolique convexe, donc ce gain passe par un seuil optimal. A titre d'exemple, le gain en capacité flexionnelle d'une poutre renforcée extérieurement par plaques métalliques dont la limite élastique de l'acier de renfort interne est  $250 \text{ N/mm}^2$  par rapport à une autre poutre renforcée aussi par plaques métalliques dont la limite élastique de l'acier de renfort interne est de  $425 \text{ N/mm}^2$  passe de 0% (pour :  $\rho_s = 0\%$ ) à 29% (pour :  $\rho_s = 1.3\%$ ) puis descend à 14.72% (pour :  $\rho_s = 4\%$ ).

En ce qui concerne l'effet de la résistance caractéristique du béton en compression sur la résistance flexionnelle des sections des poutres renforcées extérieurement par plaques métalliques. Les résultats obtenus dans ce sens ont montré qu'avec augmentation de la résistance caractéristique du béton en compression (amélioration de la qualité du béton), la résistance flexionnelle augmente. Notons ici, que le gain en capacité flexionnelle est moins important sous un taux faible en acier de renfort interne tendu. On peut augmenter la capacité flexionnelle de telles sections avec amélioration de la qualité du béton, ( soit d'imbiber le béton détérioré avec de la résine ou de coulis de consolidation, ou, si le béton est gravement endommagé, le béton faible pourrait être enlevé et remplacé par un mortier (époxyde ) de réparation).

Pour ce qui est l'évaluation de la charge de décollement de la plaque métallique de renforcement et afin de minimiser le risque de rupture par décollement de la plaque métallique, un paramètre très important est celui de la longueur  $l_0$  ( distance entre l'appui de la poutre et le point extrême de la plaque métallique), longueur qui doit être aussi petite que possible, puisque les résultats théoriques obtenus révèlent que plus cette longueur est courte, plus la charge de décollement est élevée. En ce qui concerne l'épaisseur de la plaque métallique, cette dernière devrait être aussi mince que possible dont l'objectif est toujours de minimiser le risque de décollement de la plaque. Enfin on peut aussi recommander que, pour une section constante de la plaque métallique, une plaque métallique large et mince est plus souhaitable dans le renforcement extérieur des poutres en béton armé qu'avec une plaque étroite et épaisse et ceci afin de réduire le risque de décollement de cette plaque en acier. Au besoin, des dispositifs mécaniques additionnels d'ancrages doivent être appliqués pour arrêter certaines fissures lancées afin d'éviter l'arrachement du béton et le décollement de la plaque métallique. Cet ancrage mécanique peut être réalisé avec des boulons en acier à l'extrémité de la plaque métallique, ou en appliquant des cornières d'acier profilées en « L ». Cette dernière méthode est une solution efficace .

### **VI.3 : Perspectives**

Lorsque les recommandations énumérées ci-dessus sont appliquées, la méthode de renforcement proposée permet d'accroître la résistance flexionnelle d'une poutre en béton armé de façon efficace et minimiser le risque de décollement de la plaque métallique. Cette méthode permet de renforcer seulement les zones où cela est nécessaire. Très souvent, il n'est possible de renforcer qu'une partie des éléments porteurs pour des raisons pratiques, des différences de rigidité entre éléments renforcés et non renforcés peuvent alors conduire à des sollicitations différentes et à un déplacement du centre de rigidité et peut changer la distribution des masses dans un bâtiment (par exemple) et par conséquent provoquer une variation de la fréquence propre et un déplacement du centre de masse. Les déplacements possibles des centres de masses et de rigidité conduisent à des sollicitations de torsion dont il faut absolument tenir compte.

Il y'a donc lieu de continuer et de favoriser les recherches dans cette voie.

Il serait aussi intéressant de réaliser des calculs de renforcement lorsque les poutres sont soumises à des charges cycliques puisque cette situation présente la réalité dans le cas des poutres de pont.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Thiery chicoine, Analyse et conception d'ancrage sur les poutres renforcées en flexion à l'aide de matériaux composites, Mémoire de maîtrise es sciences appliquées, Faculté des sciences appliquées de Sherbrooke (Canada). Sherbrooke, 2007,114p.
- [2] M.Abdessemed, S.Kenai, A.Bali, A.Kibboua, B.Guillier, J.L.Chatelain, Suivi et comportement des poutres de ponts en béton renforcées par Composites collés, 17<sup>ème</sup> Colloque National AFPS 2007- Ecole Centrale de Paris.
- [3] J.Miranda Vizuete, Techniques et systèmes de renforts des structures en béton, site internet : [http://st-div.web.cern.ch/st-div/work\\_shops/ST2000WS/...jm.pdf](http://st-div.web.cern.ch/st-div/work_shops/ST2000WS/...jm.pdf), visité le 17 janvier 2008.
- [4] Kris Brosens, Anchorage of externally bonded steel plates and CFRP laminates for The Strengthening of concrete elements, Thèse de doctorat en génie civil, Faculté des sciences appliqués de l'Université Catholique de Leuven (Belgique).Mai 2007, 275p.
- [5] Christophe carde, Pathologie : La corrosion des armatures, laboratoire de la matière site internet : [http://www.lerm.fr/lerm/recherche\\_dvpt/publication/corrosion\\_armatures.pdf](http://www.lerm.fr/lerm/recherche_dvpt/publication/corrosion_armatures.pdf), visité le 25 Avril 2008.
- [6] Centre français de l'anticorrosion : Réhabilitation du béton armé dégradé par corrosion, Décembre 2003, site internet : <http://www.concretecorrosion.net/docs/Réhabilitation-du-béton-armé.pdf>, visité le 30 Mai 2008.
- [7] Utilisation du béton projeté et du treillis soudé pour la réalisation, le renforcement ou La réparation des structures, site internet :[http://www.adets.documentations/pdf\\_2005\\_2/07\\_04\\_béton\\_treillis.Pdf](http://www.adets.documentations/pdf_2005_2/07_04_béton_treillis.Pdf), visité le 02 Aout 2008.
- [8] Louis Berreur, Bertrand de Maillard, Staniseas, L'industrie française des matériaux composites, décembre 2001, 129p.
- [9] David Benouaich, Olivier Burdet, précontrainte extérieur des ponts, Recherche en matière de ponts, Ecole polytechnique Fédérale de Lausanne, Institut de statistique et structure-béton armé et précontraint, Juin 2000,91p.
- [10] André plumier, Pathologie et réparations structurelles des constructions, réparation ou renforcement par précontrainte additionnelle-dispositions constructives, édition 2006, pp.239-246.
- [11] Kris Brosens, Omar Ahmed, Dionys Van Gemert, strengthening of concrete structures with externally bonded reinforcement – design philosophy and pratical application, Article,15p
- [12] Marie- Anne Bruneaux, Durabilité des assemblages collés, thèse de Doctorat, Ecole nationale des ponts et chaussées. Paris, 2004,252p.

- [13] Stéphane Avril, **Application des méthodes de mesure de champ en béton à la caractérisation mécanique des poutres en béton armé réparées par matériaux composites**, Thèse de doctorat, Ecole nationale des mines de Saint-Etienne (France). Saint-Etienne, 2002  
229p
- [14] Hivin Gérard, **cours béton armé, année 2004/2005**, site internet : [http://www.iutenligne.net/.../Hivin/béton-armé/.../cours\\_BA\\_ST2](http://www.iutenligne.net/.../Hivin/béton-armé/.../cours_BA_ST2), visité le 10 Janvier 2008.
- [15] **Eléments de structure en béton armé, renforcés par un procédé de collage de fibres de carbone**, site Internet : <http://www.tdb.fr/fichiers/pdf/GS03-D/AD060492.PDF>, visité le 13 mars 2008.
- [16] « CP110 : Part 2 : 1972 »
- [17] Saadatmanesh, Ehsani, **RC Beams strengthened with GFRP plates-I: Experimental study**, vol.117, No.11, Novembre, 1991.
- [18] **Future Sustainable Skycities and Towers in the Present Millennium**, The 7<sup>th</sup> international conference on Multi-Purpose High Rise Towers and Tall Building. Dec 10-11,2005, Dubai, UAE.

## **Annexe A: Programme de calcul de la capacité flexionnelle des poutres en béton armé renforcées extérieurement par plaques métalliques.**

```
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);

var

Fy , Fyp , Fcu , Eps0 , K1 , K2 , K , Epscu : extended ;

Rs , Rp , Rs_ , Es , Ep , D_divD : extended ;

Eps_ , Eps , Epsp , Fs_ , Fs , Fp : extended ;

j , l , Mu , X , minl , minx , divis : extended ;

i , a1 , a2 , a3 : integer ;

begin

edit5.Text := " ;

edit11.Text := " ;

edit12.Text := " ;

edit13.Text := " ;

edit1.Text := " ;

edit14.Text := " ;

edit20.Text := " ;

edit21.Text := " ;

Fy := strtocurr(edit17.Text) ;

Fyp := strtocurr(edit16.Text) ;

Fcu := strtocurr(edit18.Text) ;

Eps0 := Sqrt(Fcu) / 5000 ;

edit6.Text := currtostr(Eps0) ;

K1 := 0.45/0.0035 * (0.0035-Eps0/3) ;

edit7.Text := currtostr(K1) ;

K2 := (((2-Eps0/0.0035)*(2-Eps0/0.0035))+2)/(4*(3-Eps0/0.0035)) ;

edit8.Text := currtostr(K2) ;

Epscu := 0.0035 ;
```

```

K := 2000 ;

Rs := strtocurr(edit3.Text)/100 ;

Rp := strtocurr(edit2.Text)/100 ;

Rs_ := strtocurr(edit15.Text)/100 ;

D_DivD := strtocurr(edit4.Text) ;

Es := 200000 ;

Ep := 200000 ;

minl := 10 ;

if edit19.Text = " then

begin

for i := 1 to 110000 do

begin

x := i / 100000 ;

Epss_ := ((X-D_divD)/X)*Epscu ;

Epss := ((1-X)/X)*Epscu ;

Epsp := ((1.1-X)/X)*Epscu ;

j := 0.7 * (Fy / Es) ;

if (abs(Epss_) >= 0) and (Epss_ <= j) then      Fs_ := Es * Epss_ ;

if (abs(Epss) >= 0) and (Epss <= j) then      Fs := Es * Epss ;

if (abs(Epsp) >= 0) and (Epsp <= 0.7*Fyp/Ep) then      Fp := Ep * Epsp ;

if (abs(Epss_) >= j) and (Epss_ <= 0.002) then      Fs_ := (Es*Fy*(0.7*Fy-
0.195*K)/((1.15*K+Fy)* (0.7*Fy-0.002*Es)))*Epss_ + (0.7*Fy*(K*Fy-
Es*(0.002*Fy+0.0023*K)))/((1.15*K+Fy)*(0.7*Fy-0.002*Es)) ;

if (abs(Epss) >= j) and (Epss <= (0.002 + (0.87*Fy/Es))) then

      Fs := ((0.17*Es*Fy)/(0.17*Fy+0.002*Es))
*Epss+((0.0014*Es*Fy)/(0.17*Fy+0.002*Es)) ;

if (abs(Epsp) > 0.7*Fyp/Ep) and (Epsp < 0.002+0.87*Fyp/Ep) then

      Fp := ((0.17*Ep*Fyp)/(0.17*Fyp+0.002*Ep))*Epsp
+((0.0014*Ep*Fyp)/(0.17*Fyp+0.002*Ep)) ;

if abs(Epss_) >= 0.002 then      Fs_ := Fy/(1.15+Fy/K) ;

```

```

if abs(Epss) >= (0.002 +(0.87*Fy/Es)) then      Fs := 0.87 * Fy ;
if abs(Epsp) >= 0.002+0.87*Fyp/Ep then        Fp := 0.87 * Fyp ;
l := abs(Rs_*Fs_+K1*Fcu*X-Rs*Fs-Rp*Fp) ;
if minl > 1 then
begin
edit13.Text := currtostr(l) ;
Mu := Rs_ * Fs_ * (K2*X-D_DivD)+Rs*Fs*(1-K2*X)+Rp*Fp*(1.1-K2*X) ;
edit14.Text := currtostr(Mu) ;
edit5.Text := currtostr(Fs_) ;
edit11.Text := currtostr(Fs) ;
edit12.Text := currtostr(Fp) ;
edit1.Text := currtostr(X) ;
minl := 1 ;
minx := x ;
edit20.Text := currtostr(minl) ;
edit21.Text := currtostr(minx) ;
end
end ;
end
else
begin
x := strtocurr(edit19.Text) ;
Epss_ := ((X-D_divD)/X)*Epscu ;
Epss := ((1-X)/X)*Epscu ;
Epsp := ((1.1-X)/X)*Epscu ;
j := 0.7 * (Fy / Es) ;
if (abs(Epss_) >= 0) and (Epss_ <= j ) then      Fs_ := Es * Epss_ ;
if (abs(Epss) >= 0) and (Epss <= j ) then        Fs := Es * Epss ;
if (abs(Epsp) >= 0) and (Epsp <= 0.7*Fyp/Ep ) then      Fp := Ep * Epsp ;

```



```

if (abs(Epss_) >= j ) and (Epss_ <= 0.002 ) then
begin
    Fs_ := (Es*Fy*(0.7*Fy-0.195*K)/((1.15*K+Fy)*(0.7*Fy-0.002*Es)))*Epss_
+ (0.7*Fy*(K*Fy-Es*(0.002*Fy+0.0023*K))/((1.15*K+Fy)*(0.7*Fy-0.002*Es)) ) ;
end ;
if (abs(Epss) >= j ) and (Epss <= (0.002 + (0.87*Fy/Es))) then
begin
    Fs := ((0.17*Es*Fy)/(0.17*Fy+0.002*Es))*Epss+((0.0014*Es*Fy)/(0.17*Fy+0.002*Es)) ;
end ;
if (abs(Epsp) > 0.7*Fyp/Ep ) and (Epsp < 0.002+0.87*Fyp/Ep ) then
begin
    Fp := ((0.17*Ep*Fyp)/(0.17*Fyp+0.002*Ep))*Epsp +((0.0014*Ep*Fyp)/(0.17*Fyp+0.002*Ep)) ;
end ;
if abs(Epss_) >= 0.002 then          Fs_ := Fy/(1.15+Fy/K) ;
if abs(Epss) >= (0.002 +(0.87*Fy/Es)) then          Fs := 0.87 * Fy ;
if abs(Epsp) >= 0.002+0.87*Fyp/Ep then          Fp := 0.87 * Fyp ;
l := abs(Rs_*Fs_+K1*Fcu*X-Rs*Fs-Rp*Fp) ;
edit13.Text := currtostr(l) ;
Mu := Rs_ * Fs_ * (K2*X-D_DivD)+Rs*Fs*(1-K2*X)+Rp*Fp*(1.1-K2*X) ;
edit14.Text := currtostr(Mu) ;
    edit5.Text := currtostr(Fs_) ;
    edit11.Text := currtostr(Fs) ;
edit12.Text := currtostr(Fp) ;
    edit1.Text := currtostr(X) ;
    minl := l ;
    minx := x ;
    edit20.Text := currtostr(minl) ;
    edit21.Text := currtostr(minx) ;
end ;

```

end ;

## **Sous Logiciel : Delphi 6**