

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université des frères Mentouri, Constantine 1  
Faculté des Sciences de la Technologie  
Département de Génie Civil



**Thèse**  
**Présentée pour l'Obtention du Diplôme de Doctorat**  
**en Sciences**

Option : Structures

Par  
**BOUKELOUA SMAIL**

**Thème**  
**COMPORTEMENT PLASTIQUE DE STRUCTURES EN**  
**PORTIQUES**

**Directeur de thèse : Pr SAMAI M.L**

**Membres du Jury de Soutenance :**

Président :	H.CHABIL	Professeur	Université des frères Mentouri, Constantine 1
Rapporteur de thèse :	A.TEKKOUK	M.C	Université des frères Mentouri, Constantine 1
Examineur :	H.BOUZERD	Professeur	Université 20 Aout 55, Skikda
Examineur :	M.GUENFOUD	Professeur	Université 8 Mai 45, Guelma
Examineur :	A.BOULFOUL	M.C	Université des frères Mentouri, Constantine 1

MAI-2018

## REMERCIEMENTS

*Je remercie ALLAH le tout puissant qui m'a guidé et qui m'a donné la force et la volonté de réaliser ce travail.*

*Mes plus vifs remerciements s'adressent à Monsieur SAMAI M.L Professeur au département de génie civil de l'université des Frères Mentouri Constantine 1, de m'avoir proposé ce sujet de thèse, pour m'avoir fait partager son expérience, pour les moments de discussion précieuse qu'il m'a réservés et pour son aide permanente sur tous les plans, pendant toute la durée de cette thèse.*

*Je voudrais exprimer toute ma reconnaissance à Monsieur TEKKOUK .A Maître de conférence au département de génie civil de l'université des Frères Mentouri Constantine 1, d'avoir accepté de diriger ce travail. Je le remercie infiniment pour sa confiance, ses précieux conseils et sa disponibilité.*

*Je tiens à remercier l'ensemble des membres du jury d'avoir accepté d'examiner ce travail, et tout particulièrement : Monsieur CHABIL.H Professeur au département de génie civil de l'université des Frères Mentouri Constantine 1, qui m'a fait honneur d'accepter de présider mon jury. Monsieur BOUZERD.H Professeur au département de génie civil de l'université du 20 Aout 55 de Skikda, Monsieur GUENFOUD.M Professeur au département de génie civil de l'université du 8 Mai 45 de Guelema et Monsieur BOULEFOUL.A Maître de conférence au département de génie civil de l'université des Frères Mentouri Constantine 1, qui ont accepté de juger ce travail. Je leur suis très reconnaissant d'y avoir consacré une partie de leur temps si précieux.*

*Toute ma gratitude et ma reconnaissance à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin pour réaliser ce travail.*

*Enfin mes pensées vont vers mes parents, mon épouse, mes enfants, mes frères et sœurs. C'est grâce à leur soutien que j'ai pu réaliser ce travail. Ils savent déjà combien je leur dois.*

# DEDICACE

*Je dédie le présent travail*

*A mes très chers parents*

*A mon épouse bien aimée*

*A mes enfants, Mallouka, Djoumana et  
Moumen*

*A mes sœurs et frères*

*A l'ensemble de ma famille et mes amis*

## RESUME

L'analyse plastique des structures est aisée et directe pour les structures simples, l'étude complète pourrait se faire manuellement. Une fois la structure est à plus d'une travée et d'un niveau, le problème se corse et la détermination des charges de ruine et des mécanismes de ruine devient de plus en plus compliquée et nécessite l'appel à des programmes numériques ou à des logiciels de calcul.

Un programme numérique en Matlab basé sur la méthode des éléments finis a été élaboré en adoptant la théorie des rotules plastiques comme approche et la méthode incrémentale "pas à pas". Ce programme a permis l'analyse non linéaire au premier ordre de structures planes en charpente métallique en flexion simple et avec interaction du moment de flexion et de l'effort normal en utilisant les deux codes Eurocode3 et AISC.

Ce programme, en plus de la détermination des charges de ruine et des mécanismes de ruine a facilité la construction de diagrammes d'interaction reliant les charges concentrées verticales et horizontales représentées par le rapport  $\alpha = V/H$ . Cette construction pourrait être considérée comme l'originalité du présent travail pour des portiques de plus d'un niveau et d'une travée. Les résultats obtenus par ces programmes ont été trouvés très proches avec ceux obtenus par Neal et par Stuart et Moy pour les portiques simples ou par le logiciel de calcul SAP2000 pour des portiques à plus d'un niveau et d'une travée.

**Mots clés :** charge de ruine, mécanisme de ruine, rotule plastique, diagramme d'interaction, analyse non linéaire.

## ABSTRACT

The plastic analysis of structures is easy and straightforward for simple structures, the complete study could be done manually. Once the structure is more than one span and one level, the problem gets worse and the determination the collapse load and the collapse mechanism becomes more complicated and requires the use a digital program or calculation software.

In the present work, a numerical program in Matlab using the finite element method for successive linear analysis has been developed for the load factor calculation by adopting the approach of first-order plastic hinges. The program is based on step by step method and is developed by adopting the theory of plastic hinges as an approach to determine the collapse load and the collapse mechanism of such structures in flexure and considering the interaction of bending moment and axial force. The program has the ability to generate interaction diagrams for frames of more than one level and more than one span. This permits the prediction of the nature failure mechanisms depending on the ratio between concentrated vertical loads,  $V$ , and horizontal loads,  $H$  ( $\alpha=V/H$ ). The approach used in the present work has been found in a good agreement with the limit analysis for the determination of the true failure load factor and the mechanism corresponding. The approach is very similar with the principal of virtual work method for the construction of interaction diagrams, V-H.

**Keywords:** Plastic hinge, Collapse, Mechanism, collapse load, Interaction diagram, limit analysis.

## ملخص

إن التحليل البلاستيكي للبنائيات ذات الهياكل البسيطة سهل و مباشر، ويمكن أن تتم الدراسة الكاملة يدويا . لكن بمجرد أن يكون للهيكل أكثر من طابق و فسحة يزداد التحليل تعقيدا ويصبح تحديد حمولة الانهيار و ميكانيزمات الانهيار أكثر تعقيدا ويتطلب استخدام البرامج الرقمية أو البرمجيات.

تم تطوير برنامج رقمي باستعمال برنامج MATLAB استناداً إلى طريقة العناصر المحددة من خلال اعتماد نظرية مفاصل الكرة البلاستيكية كنهج و كذلك الطريقة التدريجية خطوة بخطوة. إن هذا البرنامج يسمح بالتحليل الغير خطي من الدرجة الأولى للهياكل المعدنية في حالة عزم الانحناء البسيط و كذلك تفاعل عزم الانحناء و القوة المحورية باستخدام النظامين EUROCODE3 و AISC.

يمكن لهذا البرنامج، بالإضافة إلى تحديد حمولة الانهيار و ميكانيزمات الانهيار ، إنشاء مخططات التفاعل التي تربط القوى المركزة الرأسية والأفقية ممثلة بنسبة  $\alpha=V/H$  . يمكن اعتبار إنشاء مثل هذه المخططات التفاعلية للهياكل ذات أكثر من طابق و فسحة أصالة العمل الحالي . إن النتائج المتحصل عليها من قبل هذه البرامج الرقمية قريبة جدا مع تلك التي حصل عليها كل من Neal و Stuart و Moy الخاصة بالهياكل البسيطة و قريبة جدا مع تلك النتائج المتحصل عليها عن طريق استعمال SAP2000 فيما يخص الهياكل ذات أكثر من طابق و فسحة.

**الكلمات المفتاحية :** حمولة الانهيار - ميكانيزم الانهيار - مفصل بلاستيكي - التحليل الغير خطي - مخطط تفاعلي.

## Table des matières

Remerciements .....	i
Dédicace.....	ii
Résumé .....	iii
Abstract .....	iv
ملخص .....	v
Table des matières .....	vi
Liste des notations et abréviations .....	x
Liste des figures .....	xi
Liste des tableaux .....	xiii

## Chapitre 1

### 1-Introduction

1-1 Evolution de l'analyse plastique des structures.....	1
1-2 Problématique.....	2
1-3 Objectifs de la thèse.....	2
1-4 Structuration de la thèse. ....	3

## Chapitre 2

### 2- Bases fondamentales du calcul structurel

2-1 Introduction.....	4
2-2 Etat de la structure .....	4
2-2-1 A l'Etat Limite Ultime.....	4
2-2-2 Au moment de la ruine.....	5
2-3 Comportement non linéaire de structures.....	5
2-3-1 Plastification d'une section transversale.....	5
a- Section en béton armé.....	5
b- Section en acier.....	6
2-3-2 Réponse d'une structure sous chargement croissant.....	7
2-4 Sources de non linéarité.....	8
2-4-1 Introduction.....	8
2-4-2 Non linéarité matérielle.....	8
2-4-3 Non linéarité géométrique.....	9
2-4- Prise en compte des imperfections.....	10

## Chapitre 3

### 3- Analyse plastique de structures

3-1 Introduction.....	11
3-2 Théorèmes fondamentaux de l'analyse plastique de structures.....	11
3-2-1 Introduction.....	11
3-2-2 Théorème de la limite inférieure.....	13
3-2-3 Théorème de la limite supérieure.....	13
3-2-4 Théorème de l'unicité.....	13
3-3 Modélisation des structures en portiques.....	13
3-3-1 Introduction.....	13
3-3-2 Approche de la rotule plastique.....	14
i- Plastification des sections par flexion simple.....	14

ii-Plastification des sections par interaction moment de flexion et effort normal .....	14
3-4 Mécanisme de ruine des structures en portiques.....	15
3-5 Diagramme d'interaction.....	17
3-5-1 Introduction.....	17
3-5-2 Diagramme d'interaction d'un portique simple.....	17

## Chapitre 4

### 4- Méthodes utilisées pour l'analyse plastique de structures en portiques

4-1 Introduction.....	19
4-2 Méthode directe basée sur les travaux virtuels.....	20
4-3 Méthode incrémentale "pas à pas".....	21
4-4 Formulation en éléments finis.....	21
4-4-1 Introduction.....	21
4-4-2 Matrice de rigidité d'un élément en élasto-plastique.....	22
a- Matrice de rigidité d'un élément en élasticité.....	22
b- Matrice de rigidité d'un élément en élasto-plastique par flexion simple.....	23
c- Matrice de rigidité d'un élément en élasto-plastique par interaction M-N.....	25
d- Différents états de plasticité d'un élément poutre.....	27
4-5 Synthèse.....	27

## Chapitre 5

### 5- Approche numérique pour le calcul de la charge de ruine et mécanisme de ruine de structures planes en charpente métallique.

5-1 Introduction.....	29
5-2 Charge de ruine et mécanisme de ruine en flexion simple.....	29
5-2-1 Processus de détermination du facteur de charge de ruine en flexion simple.....	29
a- Matrice de rigidité d'un élément composé d'un nœud rigide et une rotule.....	30
b- Matrice de rigidité d'un élément composé d'une rotule et un nœud rigide.....	30
c- Matrice de rigidité d'un élément composé de deux rotules aux extrémités.....	31
d- Matrice de rigidité de la structure.....	31
5-2-2 Présentation du programme numérique.....	32
5-2 -3 Exemples d'application et discussion des résultats.....	33
a- Cas de portiques simples.....	33
b- Cas de portiques à un niveau et deux travées.....	34
c- Cas de portiques à deux niveaux et trois travées.....	36
d- Cas du portique à six niveaux et deux travées.....	38
5-3 Charge de ruine et mécanisme de ruine avec interaction de M-N.....	40
5-3-1 Introduction.....	40
5-3-2 Processus de détermination du facteur de charge avec interaction de M-N.....	40
a- Matrice de rigidité d'un élément composé d'un nœud rigide et une	41



rotule.....	
b- Matrice de rigidité d'un élément composé d'une rotule et un nœud rigide.....	42
c- Matrice de rigidité d'un élément composé de deux rotules aux extrémités.....	43
d- Matrice de rigidité de la structure .....	43
5-3-3 Programme de détermination du facteur de charge de ruine avec interaction de M-N .....	43
5-3-4 Exemples d'application et discussion des résultats .....	45
a- Cas d'un élément de structure .....	47
b- Cas du portique simple (portique de Vogel).....	48
c- Cas du portique à deux travées et six niveaux.....	51
5-4 Synthèse.....	57

## Chapitre 6

### 6-Prédiction des mécanismes de ruine par la construction de diagrammes d'interaction

6-1 Introduction.....	59
6-2 Diagramme d'interaction pour les portiques simples.....	59
6-2-1 Introduction.....	59
6-2-2 Diagramme d'interaction pour les portiques simples en flexion pure....	60
6-2-2 Diagramme d'interaction pour les portiques simples avec interaction M-N.....	61
6-3 Diagramme d'interaction pour les portiques à deux niveaux et deux travées....	63
6-3-1 Introduction.....	63
6-3-2 Diagramme d'interaction pour les portiques à deux niveaux et deux travées en flexion simple.....	63
6-3-3 Diagramme d'interaction pour les portiques à deux niveaux et deux travées avec interaction de M-N.....	65
6-4 Diagramme d'interaction pour les portiques à six niveaux et deux travées....	70
6-5 Domaines d'application de la présente méthode.....	71

## Chapitre 7

### 7-Conclusions et perspectives

7-1 Conclusions .....	77
7-2 Perspectives .....	78

## Références bibliographiques

### Annexe A

#### A-Comportement d'un portique simple sous l'action de charges concentrées verticales et horizontales croissantes

A-1 Introduction.....	81
A-1 Caractéristiques du portique.....	79
A-3 Traitement du portique.....	79
A-4 Analyse plastique du portique par le présent programme numérique.....	84

## **Annexe B**

### **B-Prise en compte des imperfections selon L'Eurocode3**

B-1 Bases.....	86
B-2 Mode d'application.....	86
B-3 Imperfections globales d'ossature.....	87

## Liste des notations et abréviations

a	Petite portée de la poutre
b	Grande portée de la poutre
d	Hauteur utile de la section transversale
d'	enrobage
h	Hauteur d'étage
H	Charge concentrée horizontale
H <sub>c</sub>	Charge concentrée horizontale de ruine
I	Moment d'inertie de la section.
K	Rigidité
l	Travée de la poutre.
M	Moment fléchissant de la poutre
M <sub>p</sub>	Moment plastique de la section
M <sub>pb</sub>	Moment plastique de la poutre
M <sub>pc</sub>	Moment plastique du poteau
M <sub>u</sub>	Moment ultime d'une section en béton armé
m=M/M <sub>p</sub>	Rapport moment fléchissant sur moment plastique.
n=N/N <sub>p</sub>	Rapport effort normal sur effort normal plastique.
N	Effort normal
N <sub>p</sub>	Effort normal plastique.
P	Charge concentrée
P <sub>c</sub>	Charge concentrée de ruine
r	Degré d'hyperstaticité
T	Effort tranchant
V	Charge concentrée verticale
V <sub>c</sub>	Charge verticale concentrée de ruine
W <sub>ext</sub>	Travail extérieur
W <sub>int</sub>	Travail intérieur
$\alpha=V/H$	Rapport entre la charge concentrée verticale et la charge concentrée horizontale.
$\beta= M_{pc}/M_{pb}$	Rapport entre le moment plastique du poteau et le moment plastique de la poutre
$\delta$	Déplacement vertical
$\varepsilon$	Déformation relative
$\varepsilon_{cc}$	Déformation relative du béton comprimé
$\varepsilon_{cu}$	Déformation relative ultime du béton comprimé

$\varepsilon_{sc}$	Déformation relative de l'acier comprimé
$\varepsilon_{st}$	Déformation relative de l'acier tendu
$\theta$	Rotation plastique
$\lambda$	Facteur de charge
$\lambda_c$	Facteur de charge de ruine
$\lambda_l$	Limite inférieure du facteur de charge
$\lambda_u$	Limite supérieure du facteur de charge
$\sigma$	La contrainte
$\sigma_y$	Limite d'élasticité (contrainte d'écoulement)
$\Delta$	Déplacement vertical
$\Phi$	La fonction d'interaction M-N
B.A	Béton armé
BM	Mécanisme de poutre ( <b>B</b> eam <b>M</b> echanism)
CM	Mécanisme combiné ( <b>C</b> ombined <b>M</b> echanism)
DMF	Diagramme des Moments Fléchissants
DMR	Diagramme des Moments Résultants.
E.L.U	Etat Limite Ultime
E.L.S	Etat Limite de Service
RDC	Rez De Chaussée
SM	Mécanisme de panneau (Sway mechanism)

## Liste des figures

(2.1)	Section en béton armé en flexion simple avec le diagramme de déformation et les bocs de contraintes.....	5
(2.2)	Plastification d'une section d'une poutre en acier soumise à la flexion.....	6
(2.3)	Redistribution plastique des efforts internes .....	7
(2.4)	Lois de comportement idéalisé du matériau acier.....	9
(2.5)	Effet de non linéarité géométrique .....	9
(3.1)	Condition du vrai mécanisme de ruine en fonction de $\lambda$ .....	13
(3.2)	Diagramme d'interaction M-N.....	15
(3.3)	Mécanismes de ruine du portique simple .....	16
(3.4)	Types de mécanismes de ruine suite aux testes expérimentaux .....	16
(3.5)	Diagramme d'interaction d'un portique simple.....	18
(4.1)	Relation idéalisée Moment-rotation .....	19
(4.2)	Courbes facteurs de charge déplacement en fonction des méthodes d'analyse plastique .....	20
(4.3)	Relation facteur de charge déplacement en fonction des deux méthodes d'analyse plastique .....	21
(4.4)	Elément poutre dans le plan avec six degrés de liberté.....	22
(4.5)	Forces nodales et déplacements nodaux de l'élément poutre dans le plan.....	24
(4.6)	Courbe d'interaction $m=M/M_p$ et $n=N/N_p$ d'une section transversale.....	25
(4.7)	Etats de plasticité d'un élément poutre.....	28
(5.1)	Facteur de charge de ruine et mécanisme de ruine d'un portique simple.....	30
(5.2)	Organigramme de détermination du facteur de charge de ruine des structures en portiques en flexion simple...	32
(5.3)	Portique simple analysé par Stuart et Moy.....	34
(5.4)	Courbe facteur de charge en fonction du déplacement horizontal et vertical des nœuds 2 et 3.....	34
(5.5)	Portique à deux travées et un niveau analysé par Stuart et Moy.....	35
(5.6)	Portique à deux travées et un niveau analysé par Neal.....	35
(5.7)	Courbe facteur de charge en fonction du déplacement horizontal des deux portiques analysés par Stuart-Moy et Neal.....	36
(5.8)	Facteur de charge de ruine et mécanisme de ruine du portique à deux niveaux et trois travées en flexion simple.....	37
(5.9)	Courbe facteur de charge en fonction du déplacement horizontal du portique à deux niveaux et trois travées en flexion simple.....	37
(5.10)	Facteur de charge de ruine et mécanisme de ruine du portique à six niveaux et deux travées.....	38
(5.11)	Courbe facteur de charge en fonction du déplacement horizontale du portique à six niveaux et deux travées...	39
(5.12)	Courbe d'interaction simplifiée et idéalisée d'une section transversale en I.....	40
(5.13)	Organigramme du facteur de charge de ruine des portiques plans par interaction de M- N.....	44
(5.14)	Courbe d'interaction pour les sections en I et en H selon l'Eurocode3.....	45
(5.15)	Courbe d'interaction pour des sections en I et en H selon l'AISC.....	46
(5.16)	Elément de structure analysé par Bill Wong.....	47
(5.17)	Relation facteur de charge-déplacement de la structure analysée par Bill Wong.....	48
(5.18)	Portique simple de Vogel.....	49

(5.19)	Facteurs de charge de ruine du portique simple de Vogel et la présente méthode (Eurocode3).....	50
(5.20)	Relation facteur de charge-déplacement du portique simple de Vogel et la présente méthode (Eurocode3)....	50
(5.21)	Facteurs de charge de ruine du portique simple de Vogel et la présente méthode (AISC).....	51
(5.22)	Relation facteur de charge-déplacement du portique simple de Vogel et la présente méthode (AISC).....	51
(5.23)	Facteur de charge de ruine et mécanisme de ruine du portique à deux travées et six niveaux.....	52
(5.24)	Relation facteur de charge déplacement horizontal du nœud N°33 du portique à deux travées et six niveaux...	53
(5.25)	Portique à six niveaux et deux travées (Poteaux en HEB240, poutres en IPE330, charges en kN).....	53
(5.26)	Facteur de charge de ruine et mécanisme de ruine du portique à deux travées et six niveaux.....	54
(5.27)	Relation facteur de charge déplacement horizontal du nœud N°33 du portique à deux travées et six niveaux figures 5-10-a et 5-25.....	55
(5.28)	Facteur de charge de ruine et mécanisme de ruine du portique à deux travées et six niveaux figure 5-25 avec le nouveau chargement vertical.....	55
(5.29)	Relation facteur de charge déplacement horizontal du nœud N°33 du portique à deux travées et six niveaux figure 5-25.....	57
(6.1)	Diagramme d'interaction d'un portique simple en flexion pure .....	60
(6.2)	Portique simple à une travée et un niveau.....	61
(6.3)	Diagramme d'interaction du portique simple avec interaction de M-N.....	62
(6.4)	Diagramme d'interaction du portique simple en flexion et avec interaction de M-N .....	62
(6.5)	Portique à deux travées et deux niveaux.....	63
(6.6)	Diagramme d'interaction du portique à deux travées et deux niveaux en flexion simple	64
(6.7)	Mécanismes de ruine du portique à deux travées et deux niveaux en flexion simple .....	64
(6.8)	Portique à deux travées et deux niveaux.....	65
(6.9)	Diagramme d'interaction du portique à deux travées et deux niveaux avec interaction de M-N.....	66
(6.10)	Diagrammes d'interaction du portique à deux travées et deux niveaux en flexion simple et avec interaction de M-N.....	66
(6.11)	Mécanismes de ruine du portique à deux travées et deux niveaux en flexion simple et avec interaction de M-N pour $\alpha=1$ .....	67
(6.12)	Mécanismes de ruine du portique à deux travées et deux niveaux en flexion simple et avec interaction de M-N pour $\alpha=10$ .....	68
(6.13)	Mécanismes de ruine du portique à deux travées et deux niveaux en flexion simple et avec interaction de M-N pour $\alpha=6$ .....	68
(6.14)	Mécanismes de ruine du portique à deux travées et deux niveaux en flexion simple et avec interaction de M-N pour $\alpha=3$ .....	69
(6.15)	Portique à deux travées et six niveaux.....	70
(6.16)	Diagramme d'interaction du portique à deux travées et six niveaux avec interaction de M-N.....	70
(6.17)	Mécanismes de ruine du portique à deux travées et six niveaux avec interaction de M-N en fonction de $\alpha$ . ...	71
(6.18)	Portique simple .....	71
(6.19)	Portique à deux travées et six niveaux.....	72
(6.20)	Diagramme d'interaction du portique simple en flexion en fonction du rapport $\beta$ .....	73
(6.21)	Diagramme d'interaction du portique à deux travées et six niveaux en flexion en fonction du rapport $\beta$ .....	74
(6.22)	Relation facteur de charge déplacement du portique simple nœud N°2 en flexion simple en fonction du rapport $\beta$ pour $\alpha=1.07$ .....	74
(6.23)	Relation facteur de charge déplacement du portique à deux travées et deux niveaux nœud N°9 en flexion simple en fonction du rapport $\beta$ pour $\alpha=2.15$ .....	75
(A.1)	Portique simple à une travée et un étage.....	79

(A.2)	Détermination du mécanisme de ruine d'un portique simple par la méthode pas à pas.....	80
(B.1)	Forces horizontales équivalentes aux imperfections initiales d'aplomb.....	84
(B.2)	Forces horizontales équivalentes.....	85

## Liste des tableaux

(5.1)	Caractéristiques de la structure analysée par Bill Wong	47
(5-2)	Caractéristiques du portique simple de Vogel	49
(6-1)	Caractéristiques des poteaux et de la poutre du portique simple figure 6-2	61
(6-2)	Valeur du rapport $\beta=M_{pc}/M_{pb}$	72



## Chapitre 1 :

### Introduction

#### 1-1 Evolution de l'analyse plastique des structures

Il est communément admis que la plupart des structures conçues sur la base du principe déterministe (contraintes admissible), ou celui du principe semi-probabiliste (les états limites) possèdent une réserve considérable de résistance au-delà de la limite élastique jusqu'à ce qu'elles atteignent leurs capacités ultimes. Cette marge est due essentiellement à la capacité des éléments structurels à se déformer sans perte majeure de résistance (ductilité). L'inconvénient majeur de l'utilisation d'une méthode élastique pour le calcul de telles structures avec des éléments ductiles est que la réserve de résistance au-delà de la limite élastique (marge de sécurité) n'est ni quantifiée ni utilisée explicitement.

Des tentatives pour exploiter rationnellement et quantifier cette réserve de résistance pour dépasser l'inconvénient de l'analyse élastique classique ont été faites dès 1914 [1]. Des progrès très importants ont été réalisés après les années 1930. Les théorèmes fondamentaux disponibles à la fin des années 1940 et au début des années 1950 [2-4] ont finalement fourni une base de la théorie de la plasticité.

Enfin, l'idée principale de l'analyse plastique, est fondée sur l'hypothèse implicite que la structure analysée est conçue pour des matériaux ductiles [5]. La plupart des matériaux de génie civil possèdent une certaine ductilité, cependant la nature ductile de l'acier fait de ce matériau l'un des plus parfait et idéal pour l'analyse plastique.

A l'orée des années 1950, Horne, M. R. (1950) [1], Greenberg, H. J et Prager, W. (1952) [6] et Neal, B.G (1956) [7] ont participé à l'instauration des méthodes pour l'analyse plastique de structures, ces dernières sont basées principalement sur le principe des travaux virtuels et sont applicables aux éléments de structures ou structures simples. Plus tard Stuart .S et Moy.J (1981) [8] ont utilisé une méthode aisée et plus efficace pour l'analyse plastique de structures en portiques, elle est dite 'pas à pas'. C'est une méthode incrémentale basée sur l'approche des rotules plastiques facilitant la formulation en éléments finis et la réalisation des programmes numériques.

Contrairement aux programmes informatiques et logiciels de calcul élastique linéaire, qui sont disponibles, les programmes informatiques et les logiciels d'analyse plastique sont rares et ne sont pas aussi accessibles. Les premiers programmes datent des années 1970 et concernent les portiques simples tels que ceux développés par Wang (1963) [9], Jennings et Majid (1965)

[10] et Davies (1967) [11] et plus tard par Chen et Sohal (1995) [12] pour les structures en portiques de taille considérable.

## 1-2 Problématique

Au niveau de la littérature existante, l'analyse plastique des éléments de structures ou des structures simples pourrait se faire manuellement et avec exactitude en utilisant les méthodes classiques basées sur le principe des travaux virtuels ou la méthode incrémentale "pas à pas". Pour les structures en portiques multi étagés multi travées l'étude du comportement plastique (détermination de la vraie charge de ruine et du vrai mécanisme de ruine) avec les méthodes classiques devient extrêmement laborieuse. Toutefois l'avènement de l'outil informatique a permis la réalisation de programmes numériques ou des logiciels de calcul basés sur la méthode des éléments finis et la méthode incrémentale " pas à pas ".

## 1-3 Objectifs du présent travail

Les objectifs du présent travail peuvent être énumérés comme suit:

- Approfondissement des connaissances théoriques en analyse plastique de structures en portiques.
- Capitalisation des travaux déjà effectués lors de l'élaboration du mémoire de magister « étude des mécanismes de ruine pour des structures multi-étagées » soutenu au mois de juillet 2008.
- Elaboration d'un programme numérique qui permet le calcul de charges de ruine et de mécanismes de ruine en flexion simple et avec interaction de M-N. Ainsi que la construction de diagrammes d'interaction V-H de structures en portiques en flexion simple et avec interaction de M-N.
- Validation et discussion des résultats obtenus par le présent programme pour plusieurs types de portiques.
- Exploitation des diagrammes d'interaction V-H pour différentes valeurs des moments plastiques des poteaux et des poutres représentées par le rapport  $\beta = M_{pPoteau} / M_{pPoutre}$  et ce pour mettre en évidence les choix structurels possibles afin d'adopter la solution optimale en termes de marge de sécurité et de déformation des structures métalliques en portiques.

## **1-4 Structuration de la thèse**

Le chapitre 1 est réservé à l'introduction générale avec une problématique mettant en exergue l'évolution et l'intérêt de l'analyse plastique des structures.

Le chapitre 2 donne les bases fondamentales du calcul structurel en présentant les différents états et comportements de la structure.

La charge de ruine, le mécanisme de ruine et les diagrammes d'interaction V-H font l'objet du troisième chapitre.

Le chapitre 4, quant à lui, présente les différentes méthodes utilisées pour l'analyse plastique de structures en portiques.

Le chapitre 5 est consacré au calcul de la charge de ruine et mécanisme de ruine des structures planes en charpente métallique par le programme numérique développé et ce en flexion simple et avec interaction de M-N.

Le chapitre 6 présente une méthode innovante de construction des diagrammes d'interaction V-H pour des portiques simples et pour la première fois pour des portiques à plus d'un niveau et une travée, mettant en relief les domaines d'application de la présente méthode.

La conclusion générale et les perspectives sont présentées dans le chapitre 7.

L'annexe A présente les différentes étapes du comportement d'un portique simple sous l'action de charges concentrées verticales et horizontales croissantes.

L'annexe B est consacré à la prise en compte des imperfections selon L'Eurocode 3.

## Chapitre 2 :

# Bases fondamentales du calcul structurel

### 2-1 Introduction

Les structures sont calculées à l'état limite ultime et vérifiées à l'état limite de service. Les charges à l'état limite ultime et à l'état limite de service sont obtenues de manière conventionnelle variant d'un pays à un autre. Elles sont affectées d'un coefficient de pondération qui est fonction de l'état limite considéré, de la nature de la charge ainsi que la combinaison de charges prise dans le calcul.

Ces charges à l'état limite ultime sont différentes des charges de ruine (collapse loads). Ces dernières sont obtenues soit en laboratoire (essai) soit déterminées théoriquement en utilisant les concepts de l'analyse plastique des structures.

### 2-2 Etat de la structure

#### 2-2-1 A l'état limite ultime

Les recherches effectuées dans le domaine de la sécurité des constructions, avec l'introduction du probabilisme d'une part, et les développements de la théorie de la plasticité d'autre part, ont conduit à l'élaboration de la méthode de calcul aux états limites. Une structure ou une partie de structure, atteint un état particulier dit 'état limite', lorsqu'elle cesse de remplir les fonctions, ou ne satisfait plus aux conditions, pour lesquelles elle a été conçue. Les états limites ultimes sont ceux correspondant à la valeur maximale de la capacité portante d'un élément d'une structure ou d'une structure.

La structure demeure dans le domaine élastique même si elle est calculée à l'état limite ultime et ce pour les raisons suivantes :

- Le calcul à l'état limite ultime est basé sur le principe suivant : faire soumettre les structures aux plus grandes charges possibles (charge de calcul pondérée, qui est la charge caractéristique multipliée par un coefficient de pondération supérieur à 1 et est fonction de la nature de la charge et de la combinaison de charges considérée) avec les plus faibles résistances possibles (résistance de calcul caractéristique divisée par un coefficient supérieur à 1 qui est fonction du matériau utilisé ). Ce calcul est de nature semi-probabiliste et est source d'une bonne marge de sécurité.

- Une structure après un séisme reste stable et si elle est en béton armé peut se fissurer. Cependant, les différentes déformations restent tolérables et acceptables.

### 2-2-2 Au moment de la ruine

Ce calcul a pour objectif de déterminer la charge de ruine et le mécanisme de ruine. Ce qui signifie que la structure au moment de la ruine passe d'un état d'une structure stable à celui d'un mécanisme (état instable). Le passage de l'état de structure à celui de mécanisme est obtenu quand la charge appliquée aura atteint la charge de ruine ceci se manifeste par un comportement plastique (rigidité nulle).

Contrairement à l'état limite ultime, les charges de ruine sont obtenues expérimentalement au laboratoire ou par l'application des différentes méthodes théoriques de l'analyse plastique de structures.

## 2-3 Comportement non linéaire de structures

### 2-3-1 Plastification d'une section transversale

#### a-Section en béton armé

Le béton armé est caractérisé par son hétérogénéité, sa faiblesse en traction et au phénomène de fissures, pour cela toutes les contraintes de traction sont portées par les armatures. On suppose également que la section plane d'une pièce demeure plane après déformation [13-15], de sorte qu'à travers la section la distribution des déformations est linéaire.

La figure 2-1 montre une section transversale d'un élément en béton armé soumis à la flexion, le diagramme de déformation résultant, ainsi que les trois différents types de répartition des contraintes [16] :

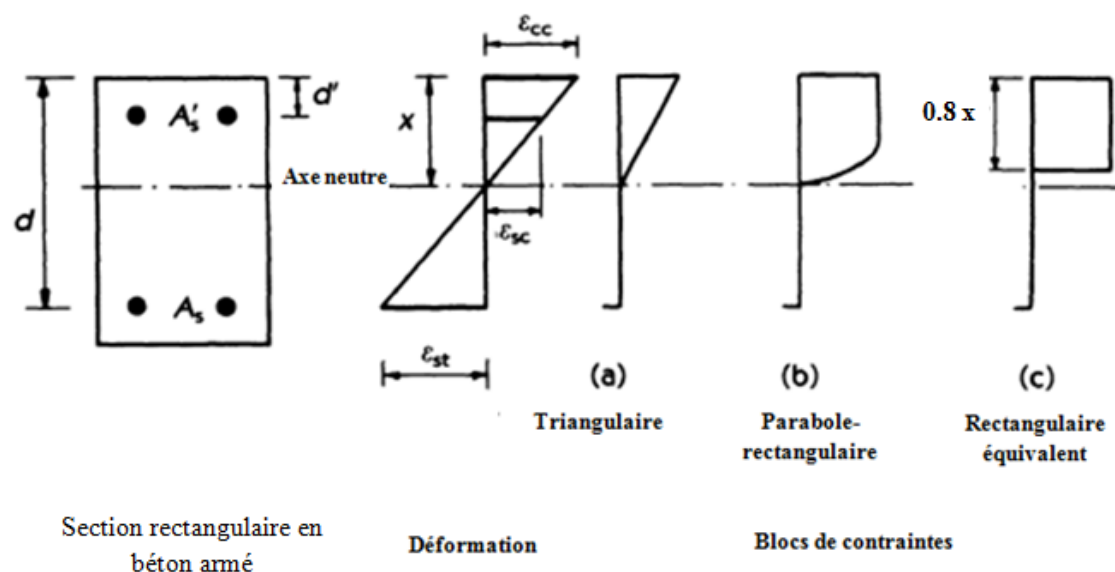


Figure 2-1. Section en béton armé en flexion simple avec le diagramme de déformation et les blocs de contraintes

Figure 2-1-a : C'est la phase élastique, les contraintes sont proportionnel aux déformations.

Figure 2-1-b : A la rupture, la distribution des contraintes de compression dans le béton est définie par un bloc parabole-rectangulaire et la déformation relative de la fibre la plus comprimée  $\epsilon_{cc}$  atteint une valeur limite de déformation  $\epsilon_{cu}$  (3.5‰)

Figure 2-1-c : Le bloc rectangulaire équivalent de contrainte est une alternative simplifiée à la distribution parabole-rectangle.

Au moment de la rupture, et en vu de compatibilité des déformations entre l'armature et le béton, les déformations des armatures tendues,  $\epsilon_{st}$ , et des armatures comprimées,  $\epsilon_{sc}$ , peuvent être déterminé à partir du diagramme de déformations.

### b-Section en acier

Au début du chargement d'une section transversale en acier, son comportement est élastique, et la répartition des contraintes au niveau des sections critiques est linéaire figure 2-2-a (phase élastique  $\sigma \leq \sigma_y$ ).

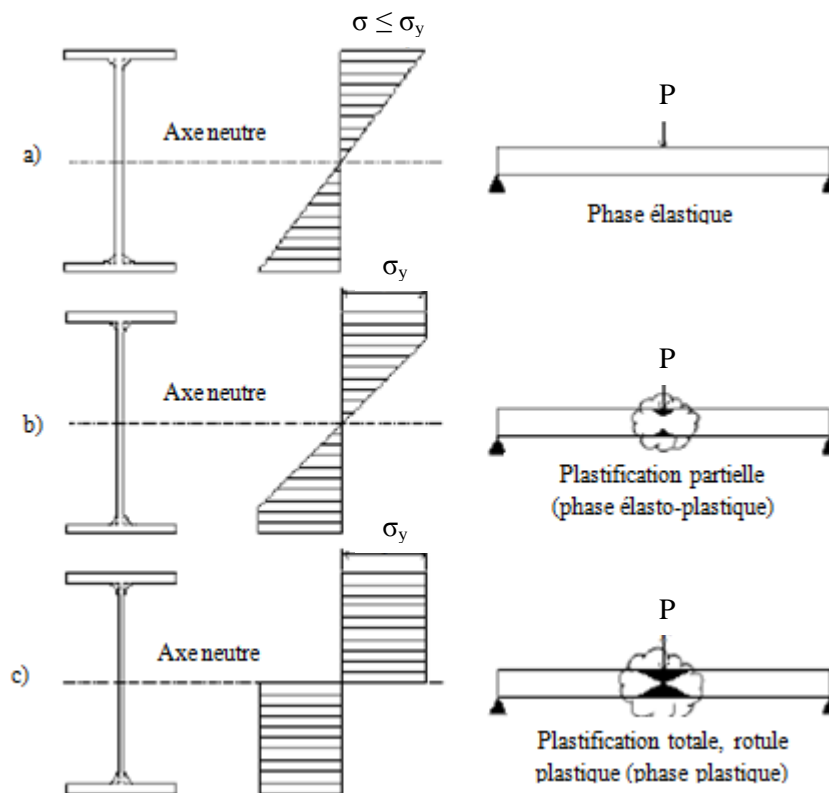


Figure 2-2 Plastification d'une section d'une poutre en acier soumise à la flexion.

Au fur et à mesure que la charge appliquée augmente, les efforts internes, les contraintes et les déformations dans chaque élément deviennent plus importants, les contraintes ne sont plus proportionnelles aux déformations et les fibres extrêmes se plastifient graduellement de bas en haut et de haut en bas, à ce moment il y a plastification partielle de la section transversale avec des déformations élasto-plastiques figure 2-2-b (phase élasto-plastique). Si le chargement continu à croître, il y a plastification complète de la section transversale (plastification de toutes les fibres supérieures et inférieures) avec apparition d'une rotule plastique (phase plastique) figure 2-2-c.

### 2-3-2 Réponse d'une structure sous chargement croissant

Le comportement des structures en portiques reste et demeure en phase élastique en début du chargement et avant l'apparition de la première rotule plastique, quand le chargement augmente, il y a apparition de rotules plastiques aux niveaux des sections critiques présentant une plastification totale, ceci engendre une diminution de la rigidité accompagnée à chaque fois d'une redistribution des efforts internes, jusqu'à ce que la structure devienne hypostatique. La ruine de la structure se produit par la formation d'un nombre suffisant de rotules plastiques aux endroits des sections critiques. A ce stade, le mécanisme de ruine est atteint et la charge devient la charge de ruine. Cette charge est évidemment différente de la charge à l'E.L.U et la différence représente la vraie marge de sécurité pour la structure.

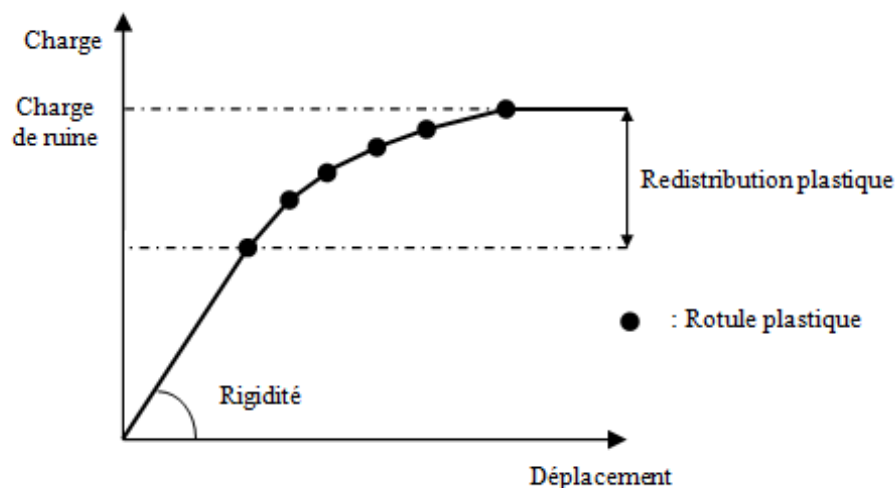


Figure 2-3. Redistribution plastique des efforts internes

La courbe reliant le chargement extérieur croissant et le déplacement horizontal d'une structure figure 2-3 caractérise le comportement global non linéaire de cette dernière. Cette courbe montre la réduction de la rigidité de la structure (la pente de la courbe charge-déplacement figure 2-3) à chaque fois qu'une rotule plastique se forme jusqu'au moment de la ruine totale de la structure où la pente de la courbe devient nulle.

## **2-4 Source de non linéarité**

### **2-4-1 Introduction**

La non linéarité peut être causée par les caractéristiques du matériau utilisé et due exactement à la loi de comportement de ce matériau, par les imperfections géométriques, ou par les déformations enregistrées au niveau des éléments des structures lors de l'application des charges. Ces éléments peuvent être sources de difficultés supplémentaires dans le calcul de structures et leur prise en compte fait rendre le calcul plus laborieux mais plus proche de la réalité.

Dans l'analyse non linéaire de structures, il y a deux causes principales de comportement non-linéaire.

### **2-4-2 Non linéarité matérielle**

Le comportement non linéaire du matériau est un concept important dans l'analyse structurale. Les méthodes d'analyse plastique de structures sont basées sur l'hypothèse implicite que les matériaux utilisés sont ductiles. La plupart des matériaux de génie civil possèdent une certaine ductilité. Contrairement au béton armé, caractérisé par son hétérogénéité, sa faiblesse en traction et au phénomène de fissures, l'acier est parmi les matériaux les plus ductiles, et est idéal et parfait pour l'analyse plastique.

Ce phénomène de non linéarité matérielle correspond au comportement du matériau en fonction de l'état de déformation, il est introduit dans l'analyse plastique de structures via les lois de comportement qui mettent en relation les contraintes et les déformations à travers les caractéristiques du matériau.

Les lois de comportement les plus utilisées dans l'analyse plastique de structures métalliques peuvent être classées comme suit figure 2-4 [5]:

- Comportement plastique rigide figure 2-4-a.
- Comportement élastique parfaitement plastique figure 2-4-b.
- Comportement élasto-plastique avec écrouissage figure 2-4-c.



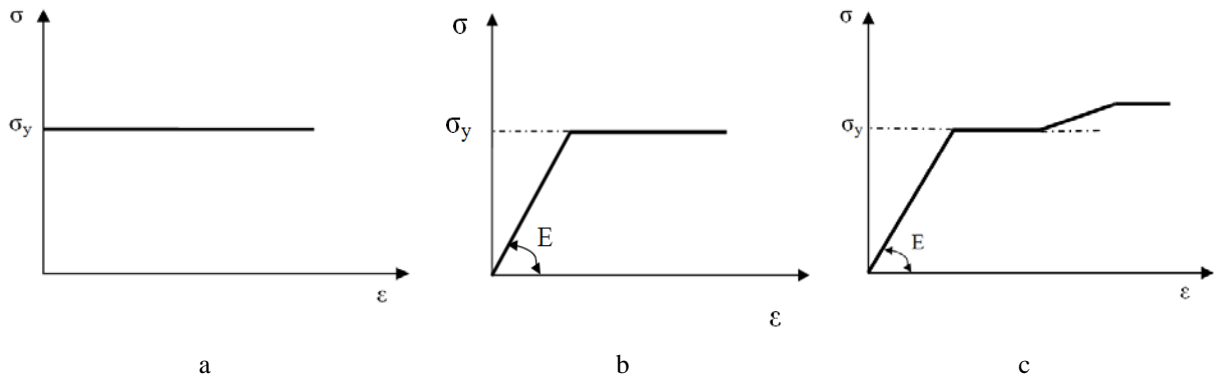


Figure 2-4. Lois de comportement idéalisé du matériau acier

Les principales caractéristiques du matériau acier sont :

$E$  : module de Young

$\sigma_y$  : contrainte d'écoulement

### 2-4-3 Non linéarité géométrique

Le changement de la géométrie au fur et à mesure que la structure se déforme sous l'effet du chargement est la source de cette non linéarité, elle peut être aussi liée aux imperfections géométriques initiales. La non linéarité géométrique est de deux types, excentricité nodale (appelé effet  $P-\Delta$ ) figure 3-5-a et flambement local (appelé effet  $P-\delta$ ) figure 3-5-b, ce qui doit être pris en compte dans la mise en place des équations d'équilibre et les équations contrainte-déplacement [1, 17-23].



Figure 2-5. Effet de non linéarité géométrique

#### **2-4-4 Prise en compte des imperfections**

Les imperfections sont dues aux : défauts de réalisation, les imperfections géométriques telles que défaut de verticalité, le défaut de rectitude ou d'ajustage, les excentricités ainsi que les contraintes résiduelles. Ces imperfections sont prises en compte en portant, dans l'analyse, des rectifications adéquates représentant les imperfections globales de l'ossature.

## Chapitre 3 :

### Analyse plastique de structures

#### 3-1 Introduction

L'objectif primordial de l'analyse plastique de structures est la détermination des vraies charges de ruine et des vrais mécanismes de ruine. Dont la connaissance donne une idée précise sur la vraie marge de sécurité d'un élément de l'ouvrage ou de l'ouvrage lui-même.

L'analyse plastique des structures consiste à considérer qu'au fur et à mesure que la charge augmente, il y a apparition de rotules plastiques à chaque fois que le moment dans une section donnée atteint la valeur du moment plastique [7, 8, 24, 25]. Ce dernier est indépendant du chargement ou de sa nature. Il est une caractéristique de la section elle-même et ne dépend que des caractéristiques géométriques et mécaniques de celle-ci [7, 8, 24, 25].

La détermination des vrais mécanismes de ruine pour des structures simples allant de la poutre simplement appuyée au portique simple à un niveau et une travée en passant par la poutre continue avec la panoplie de conditions d'appuis est aisée et est rapide à obtenir en utilisant les méthodes classiques basées sur le théorème des travaux virtuels. Dès que le nombre de niveaux ou de travées dépasse l'unité, l'analyse plastique de ce type de structure devient extrêmement laborieuse, et peut se faire à l'aide de la méthode incrémentale dite "pas à pas" qui est facile d'utilisation grâce à sa caractéristique fondamentale d'adaptation à l'outil informatique.

#### 3-2 Théorèmes fondamentaux de l'analyse plastique des structures

##### 3-2-1 Introduction

"Si une structure en équilibre statique sous l'effet d'un système de charges extérieures est soumise à une variation virtuelle de déformation compatible avec ses liaisons, le travail des charges extérieures pendant cette variation de déformation est égal au travail des effets internes". Ce théorème est dit théorème des travaux virtuels et reste valable quelque soit le comportement de la structure (élastique, rigide plastique, élastique parfaitement plastique).

Les méthodes de détermination des charges de ruine et des mécanismes de ruine basées sur le théorème des travaux virtuels sont des outils puissants pour les éléments structuraux (les

poutres) et structures simples (les portiques simples), ces méthodes sont basées sur les deux principes suivants:

- Lorsqu'un nombre suffisant de rotules plastiques se produit, la structure s'effondre en se transformant en un mécanisme, les déformations sont des rotations concentrées au niveau des rotules plastiques.
- Le principe des travaux virtuels peut être appliqué à ces déformations.

Si une structure quelconque soumise à une combinaison de charge verticale croissante  $\lambda V$  et horizontale  $\lambda H$  ( $\lambda$  est le multiplicateur de charge), le déplacement horizontal  $\Delta$ , vertical  $\delta$  et la rotation  $\theta$ , induits par ce chargement peuvent être considérés comme des déformations virtuelles, de sorte que :

- Le travail virtuel provoqué par les charges extérieures :

$$W_{\text{ext}} = \lambda H \cdot \Delta + \lambda V \cdot \delta \quad 3-1$$

- Le travail virtuel interne absorbé par la rotation des rotules plastiques :

$$W_{\text{int}} = \Sigma M_p \cdot \theta \quad 3-2$$

Au moment de l'effondrement, le multiplicateur de charge devient le facteur de charge de ruine  $\lambda_c$  et la structure se transforme en mécanisme de ruine, restant en équilibre, et le principe du travail virtuel peut être appliqué :

$$W_{\text{ext}} = W_{\text{int}} \quad 3-3$$

$$\lambda_c \cdot H \cdot \Delta + \lambda_c \cdot V \cdot \delta = \Sigma M_p \cdot \theta \quad 3-4$$

L'équation 3-4 permet la détermination de la charge réelle de ruine, ou facteur de charge de ruine,  $\lambda_c$ , et le mécanisme de ruine correspondant.

L'ensemble des méthodes classiques d'analyse plastique de structures sont basées sur le principe des travaux virtuels (cas de l'analyse limite). Cette méthode donne dans la plupart des cas, un intervalle pour ce facteur de charge compris entre un  $\lambda_l$  ou limite inférieure déterminée en adoptant le théorème de la limite statique et un  $\lambda_u$  ou limite supérieure déterminée en adoptant le théorème de la limite cinématique, sachant que cette analyse plastique dépend essentiellement de la satisfaction des trois conditions du vrai mécanisme de

ruine à savoir la condition d'équilibre, la condition d'écoulement et la condition de mécanisme [8].

### 3-2-2 Théorème de la limite inférieure

Dans le cas d'une structure soumise à un chargement défini par un facteur de charge positif,  $\lambda$ , une distribution des moments fléchissants satisfaisant les conditions d'équilibre et d'écoulement peut être trouvée. Lorsque  $\lambda$  est inférieur ou égal au facteur de charge de ruine  $\lambda_c$ , on peut dire que la valeur de  $\lambda$  est une limite inférieure pour  $\lambda_c$  [8].

### 3-2-3 Théorème de la limite supérieure

Dans ce cas la distribution des moments fléchissants dans les structures ne vérifie que les conditions d'équilibre et de mécanisme, le facteur de charge correspondant  $\lambda$ , est supérieur ou égal au facteur de charge de ruine  $\lambda_c$ , et la valeur de ce facteur est une limite supérieure pour  $\lambda_c$  [8].

### 3-2-4 Théorème de l'unicité

Dans le cas, d'une structure soumise à un chargement défini par un facteur de charge positif  $\lambda$ , une distribution des moments fléchissants satisfaisant les trois conditions peut être trouvée, alors  $\lambda = \lambda_c$ . Il est impossible d'obtenir d'autres distributions des moments fléchissants pour n'importe quelles autres valeurs de  $\lambda$  satisfaisant les trois conditions simultanément.

La figure 3-1 présente les trois conditions à satisfaire en fonction de  $\lambda$  [8].

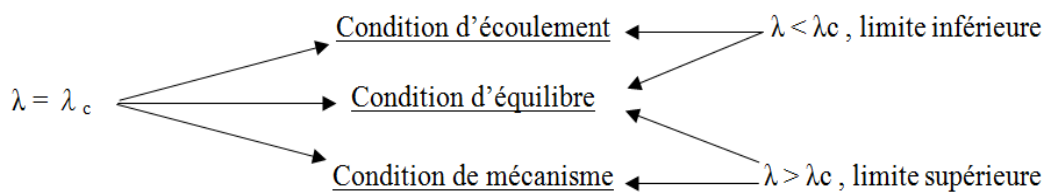


Figure 3-1. Condition du vrai mécanisme de ruine en fonction de  $\lambda$  [8].

## 3-3 Modélisation des structures en portiques

### 3-3-1 Introduction

Les structures en portiques peuvent être modélisées en éléments finis "poutre", entièrement définie à travers les caractéristiques géométriques de sa section courante (aire, inertie), et la géométrie de la fibre moyenne (axe neutre). La section transversale de la poutre reste plane

après déformation (hypothèse de Navier-Bernoulli) [13-15]. Par ces hypothèses, la poutre peut être réduite à une structure unidimensionnelle et les efforts appliqués à la poutre sont schématisés comme charges ponctuelles ou charges réparties le long de la fibre moyenne. Les efforts internes (moment de flexion, moment de torsion, effort tranchant et effort normal) et les déformations (rotations, déflexion, allongement et raccourcissement) sont liés directement aux fibres moyennes de l'élément poutre [13-15].

En analyse plastique, il existe deux types de modélisations des sections plastifiées, la zone plastique ou la plastification est distribuée sur une longueur  $L_P$  de l'élément poutre, et une deuxième adoptée dans le présent travail, c'est l'approche de la rotule plastique ou la plastification est concentrée dans une section transversale de la poutre d'une longueur nulle.

### **3-3-2 Approche de la rotule plastique**

#### **i-Introduction**

C'est une méthode simple et efficace pour représenter l'inélasticité dans les structures en portiques, dans cette approche les déformations plastiques sont supposées concentrées aux deux extrémités de l'élément poutre, ce dernier reste élastique sauf à ses extrémités où les rotules plastiques de longueur nulle se forment [26, 27].

Cette approche est aisée et couramment utilisée en analyse plastique des structures en portiques surtout en 2-D [19, 28, 29].

Les rotules plastiques peuvent être formées par flexion simple à chaque fois que le moment dans une extrémité, atteint la valeur du moment plastique, ou par interaction des trois efforts internes au niveau de cette section transversale, moment de flexion,  $M$ , effort tranchant,  $T$  et effort normal,  $N$ .

#### **ii-Plastification des sections par flexion simple**

Dans ce cas, les effets de l'effort tranchant et l'effort normal sur la plastification des sections sont négligés, la rotule plastique prend naissance quand le moment appliqué à une section de l'élément atteint le moment plastique de cette section.

#### **iii- Plastification des sections par interaction moment de flexion et effort normal**

La présence de forces axiales et de cisaillement dans une section réduit sa capacité de moment plastique. L'effet de la force axiale est plus important sur la plastification des sections que l'effet de la force de cisaillement, et ce dernier est généralement faible et peut être ignoré.

En négligeant l'effet de la force de cisaillement, la plastification totale des sections transversales aura lieu par la combinaison du moment de flexion,  $M$ , et de l'effort normal,  $N$ . Cette interaction peut être représentée graphiquement dans le plan de deux axes  $M$  et  $N$  et appelée aussi surface d'écoulement, car chaque point de cette courbe représente une plastification totale de la section. Enfin, le domaine élastique est délimité par cette courbe et les deux axes  $M$  et  $N$  figure 3-2.

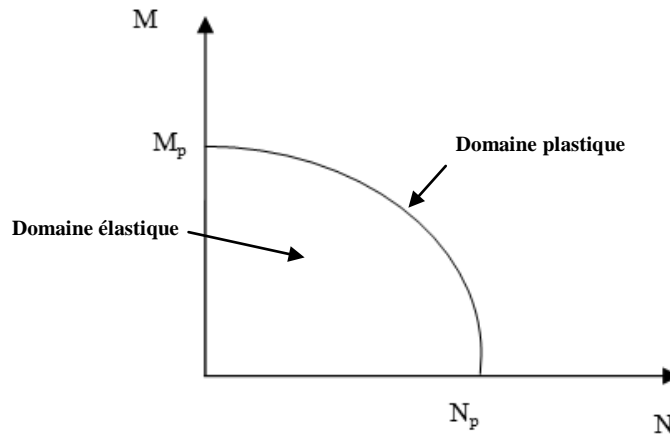


Figure 3-2. Digramme d'interaction M-N

### 3-4 Mécanisme de ruine des structures en portiques

Les structures en portiques sont composées des éléments structuraux poteaux et poutres, le comportement plastique de ces structures dépend du comportement de leurs éléments structuraux, et essentiellement aux comportements des sections critiques de ces derniers. Une structure en portiques devient un mécanisme lors de formation d'un nombre suffisant de rotules plastiques aux niveaux des sections critiques, la formation d'une rotule plastique est accompagnée par une réduction du degré d'hyperstaticité d'une unité et d'une réduction de la rigidité de la structure. Evidemment si ' $r$ ' rotules plastiques se forment au total, cette dernière devient un système isostatique ( $r$  étant le degré d'hyperstaticité) où elle se transforme en un mécanisme immédiatement avec la naissance de la  $(r+1)$  nième rotule plastique.

Supposant un portique simple composé d'un niveau et d'une travée, figure 3-3-a, ce portique est soumis à un chargement concentré vertical  $V$ , et horizontal  $H$ .

Les mécanismes de ruine possibles d'un portique simple figure 3-3-a, sont représentés dans la figure 3-3-b, figure 3-3-c et la figure 3-3-d, ils dépendent essentiellement de la valeur des deux charges verticale et horizontale.

Le portique simple se transforme en un mécanisme de panneau ou « Sway mechanism » si la charge horizontale est prépondérante figure 3-3-b, si la charge verticale est prépondérante, il se transforme en un mécanisme de poutre ou “Beam mechanism”, figure 3-3-b ou un mécanisme combiné “Combined mechanism” avec la participation des deux charges figure 3-3-d.

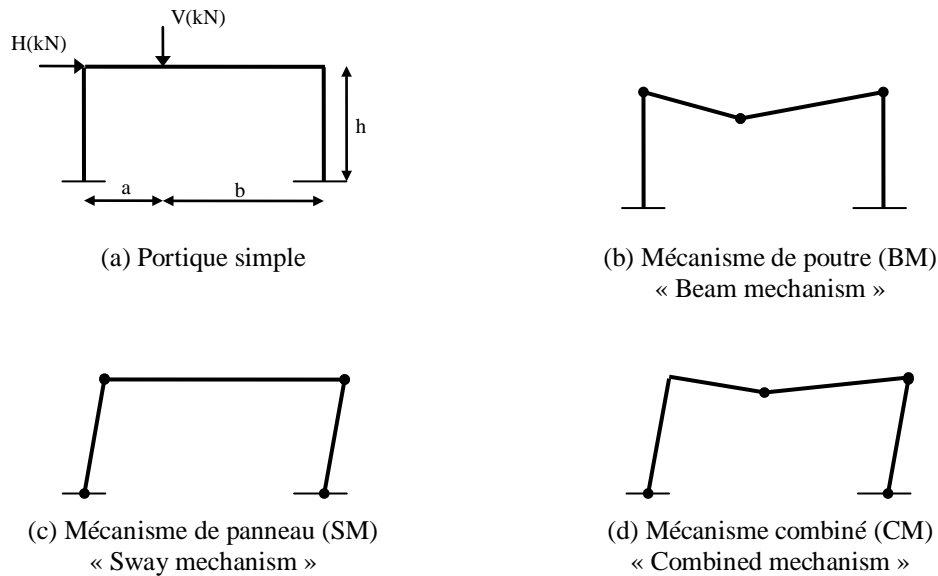


Figure 3-3. Mécanismes de ruine du portique simple

Ce comportement théorique est confirmé par des expériences. La figure 3-4 montre trois portiques qui ont été testés avec diverses combinaisons de charge. Les chargements ont provoqué différents mécanismes de ruine [8].

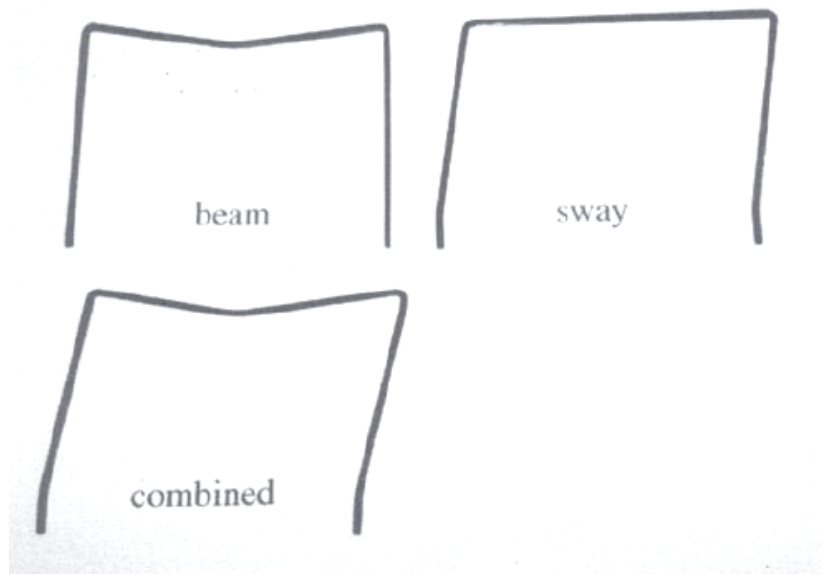


Figure 3-4. Types de mécanismes de ruine suite aux testes expérimentaux [7].



### 3-5 Diagramme d'interaction

#### 3-5-1 Introduction

Dès qu'il y'a plus d'une variable (contrainte, effort, moment ...etc.) qui influent sur le comportement ou la rupture d'un élément de structure ou d'une structure, il y'a nécessité absolue de recourir à une courbe reliant les deux ou trois variables qui interagissent. Ceci étant le cas pour la construction des diagrammes d'interaction en flexion composée reliant les efforts de compression aux moments fléchissants dans un plan donné, les diagrammes d'interaction en flexion déviée reliant les efforts de compression aux deux moments agissant dans deux plans perpendiculaires.

Pour le cas présent, les variables en question sont les charges horizontales et les charges verticales qui ne sont pas complètement indépendantes mais sont prises, pour des soucis de simplicité, comme étant proportionnelles. Leurs interaction et en fonction du rapport  $\alpha$  (rapport entre la charge verticale et la charge horizontale), il agit directement sur la nature des mécanismes de ruine développés, et cette nature peut être mieux explicitée graphiquement.

La construction des diagrammes d'interaction permet la détermination des différents mécanismes possibles en fonction du rapport  $\alpha$ , elle est basée sur le principe des travaux virtuels, pour cela la construction des diagrammes d'interaction pour des structures en portiques de plus d'un niveau et d'une travée est difficile et elle n'est pas prévue dans la littérature.

#### 3-5-2 Diagramme d'interaction d'un portique simple

Les mécanismes de ruine possibles pour un portique simple composé d'un niveau et d'une travée soumis à une charge horizontale concentrée  $\lambda H$ , et une charge verticale concentrée  $\lambda V$ , avec  $\lambda$  est le facteur de charge sont représentés sur la figure 3-3.

Le facteur de charge de ruine  $\lambda_c$  pour chaque mécanisme peut être déterminé à partir du théorème des travaux virtuels :

$$\text{Mécanisme de poutre (BM): } \lambda_c.V = \frac{2(a+b)}{a.b}.M_p \quad 3-5$$

$$\text{Mécanisme de panneau (SM): } \lambda_c.H = \frac{4}{h}.M_p \quad 3-6$$

$$\text{Mécanisme combiné (CM): } \lambda_c.V.a + \lambda_c.H.h = \left(\frac{2(a+b)}{b} + 2\right).M_p \quad 3-7$$

Le diagramme d'interaction du portique simple est obtenu à partir de la représentation graphique des trois équations (3-5)-(3-6) et (3-7) dans le système de coordonnées V-H.

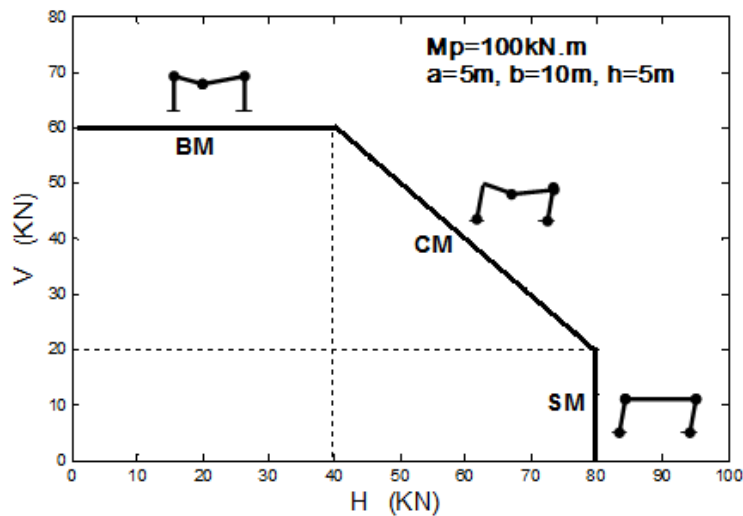


Figure 3-5. Diagramme d'interaction d'un portique simple

La figure 3-5 représente le diagramme d'interaction du portique simple figure 3-3-a avec un moment plastique constant  $M_p=100\text{kN.m}$ ,  $V=H=1\text{kN}$ ,  $a=5\text{m}$ ,  $b=10\text{m}$  et  $h=10\text{m}$ , les types des mécanismes de ruine possibles sont :

- Mécanisme de poutre (BM):  $\lambda_c V=60 \text{ kN}$  et  $\lambda H \in [0, 40]$
- Mécanisme de panneau (SM):  $\lambda_c H=80 \text{ kN}$  et  $\lambda V \in [0, 20]$
- Mécanisme combiné (CM):  $\lambda V + \lambda H = M_p$ , avec  $\lambda H \in ]40, 80[$  avec  $\lambda V \in ]20, 60[$ .

A partir de ce diagramme d'interaction, la détermination de la nature du mécanisme d'effondrement en fonction du rapport entre les deux charges concentrées verticale V, et horizontale H,  $\alpha = V / H$  est facile et rapide figure 3-5.

## Chapitre 4 :

### Méthodes utilisées pour l'analyse plastique de structures en portiques

#### 4-1 Introduction

La charge de ruine ainsi que le mécanisme de ruine peuvent être déterminés par les méthodes classiques basées sur le théorème des travaux virtuels, telle que la méthode de combinaison des mécanismes figure 4-2, avec une relation Moment-rotation, rigide parfaitement plastique figure 4-1-b. Ces méthodes deviennent extrêmement laborieuses, pour des structures dépassant un niveau et une travée.

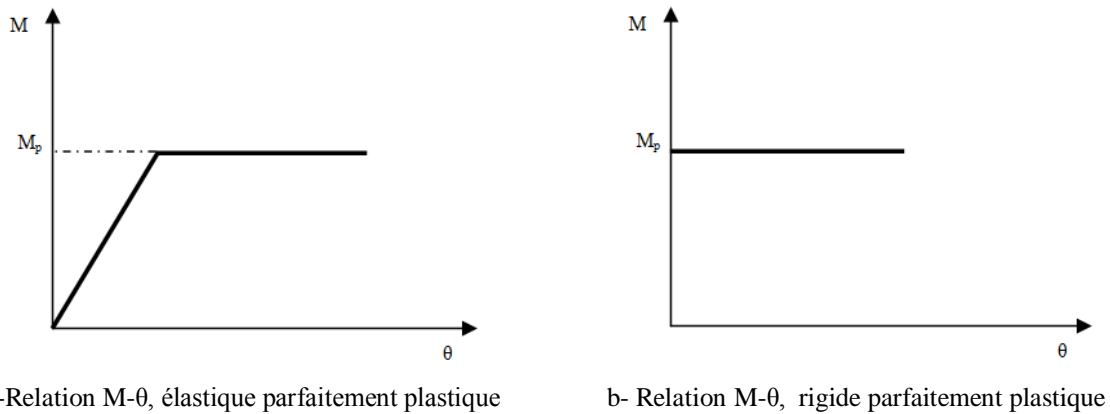


Figure 4-1. Relation idéalisée Moment-rotation

Une deuxième méthode peut être salutaire et peut faire éviter le risque d'erreurs et la lourdeur de la première. Il s'agit d'une méthode incrémentale dite pas à pas avec une relation Moment-rotation élastique parfaitement plastique, figure 4-1-a, elle est facile d'utilisation grâce à la disponibilité de langages de programmation et de logiciels de calculs. Pour cette méthode, le chargement extérieur est divisé en plusieurs incréments et une série d'analyses élastiques linéaires est réalisée à chaque apparition d'une rotule plastique. Ce processus permet le traçage de la courbe facteur de charge-déplacement, elle est composée d'une série de lignes droites reliant les facteurs de charge provoquant la naissance des rotules plastiques et les déplacements horizontaux correspondants de la structure, cette courbe montre la réduction de la rigidité de la structure à chaque fois qu'une rotule plastique se forme jusqu'à la ruine de la structure où la pente de la courbe devient nulle. Ce type d'analyse ne tient compte que de la non linéarité physique ou matérielle, est appelée analyse plastique par l'approche des rotules

plastique au premier ordre [39] figure 4-2. Cependant, l'analyse plastique au second ordre, en plus de la non linéarité matérielle prend en compte la non linéarité géométrique. Elle prend en considération à la fois l'effet de l'excentricité nodale (appelé effet P-Δ) et l'effet du flambement de l'élément structurel (appelé effet P-δ), figure 4-2 [1, 17, 18, 20, 25, 30, 31].

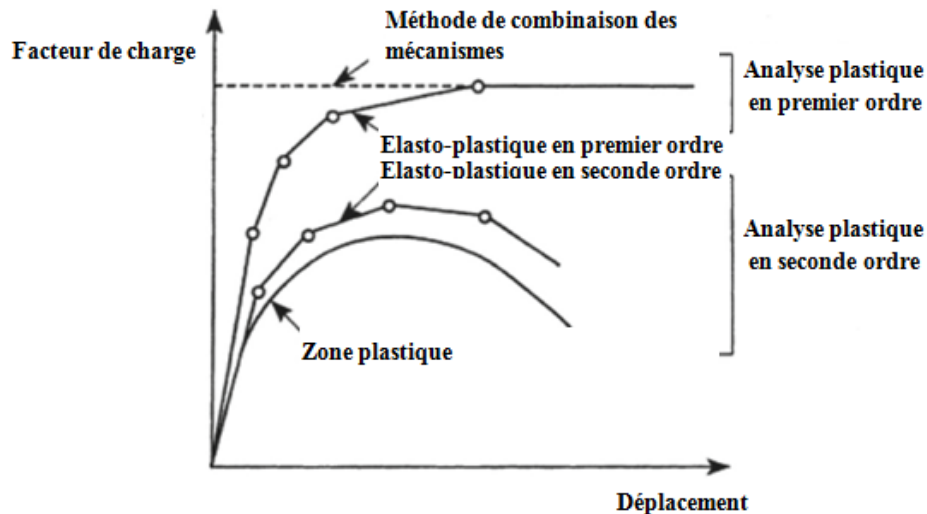


Figure 4-2. Courbes facteurs de charge déplacement en fonction des méthodes d'analyse plastique [32].

#### 4-2 Méthodes directes basées sur les travaux virtuels

Les méthodes directes basées sur les travaux virtuels (méthodes classiques), considèrent que la relation moment-rotation est rigide parfaitement plastique, ces méthodes utilisent le principe des travaux virtuels, stipulent que pour une structure en équilibre à un petit déplacement virtuel, la somme du travail effectué par les forces internes est égale au travail effectué par les forces externes. Les rotations et les déplacements sont considérés comme virtuels, et les travaux virtuels internes et externes sont calculés. Le facteur de charge de ruine pour un mécanisme spécifique est le ratio de ces deux travaux virtuels [1, 33-35].

$$\lambda_c = \frac{\text{travail virtuel interne} = \sum M_{pj} \cdot \theta_j}{\text{travail virtuel externe} = \sum F_i \cdot \delta_i} \quad 4-1$$

$F_i$  est la force externe appliquée au point «i»,  $\delta_i$  est le déplacement correspondant,  $M_{pj}$  est le moment plastique de la section à l'emplacement «j» et  $\theta_j$  la rotation correspondante figure 4-3. L'analyse limite utilise le principe des travaux virtuels, elle est basée sur le principe de combinaisons d'un ensemble de mécanismes élémentaires en commençant par celui qui donne la plus faible valeur du facteur de charge. En définitive, l'analyse limite donne, dans la plupart

des cas, un intervalle pour ce facteur de charge compris entre un  $\lambda_l$  (limite inférieure) et un  $\lambda_u$  (limite supérieure) [8]. Cette détermination devient extrêmement laborieuse, pour des structures plus complexes.

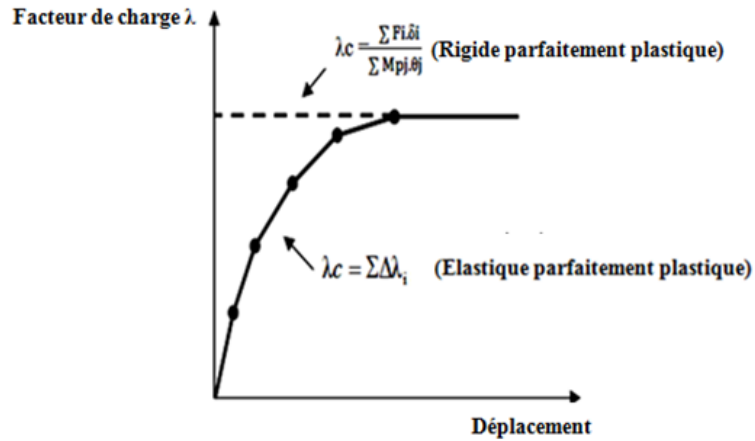


Figure 4-3. Relation facteur de charge déplacement en fonction des deux méthodes d'analyse plastique

### 4-3 Méthode incrémentale ‘pas à pas’

La méthode incrémentale ‘pas à pas’, suppose un comportement élastique parfaitement plastique, le processus consiste à effectuer une série d'analyses linéaires successives avec un chargement divisé en plusieurs étapes figure 4-3 [8]. Après chaque étape de chargement et la formation d'une rotule plastique, la matrice de rigidité de l'élément concerné par la plastification est rectifiée ainsi que la matrice de rigidité de la structure et ce, pour prendre en compte les effets de non linéarité matérielle. Marcal, P et King, I (1967) [35], Yamada, Y et Yoshimura, N (1968) [36], Zienkiewicz, O , Valliappan, S., et King, I (1969) [27] sont les premiers qui ont introduit la formulation de la matrice de rigidité avec ses différents états en élasto-plastique dans la méthode des éléments finis.

L'avènement de l'outil informatique a rendu l'analyse non linéaire en utilisant la méthode des éléments finis facile et efficace. A cet effet, l'analyse plastique des structures peut être effectuée en utilisant des langages de programmations tel que FORTRAN, C, C ++, MATLAB, ou en utilisant des logiciels de calcul tel que SAP2000.

### 4-4 Formulation en éléments finis

#### 4-4-1 Introduction

L'analyse structurelle, quelle que soit linéaire ou non linéaire, est principalement basée sur la méthode des éléments finis en utilisant des formulations matricielles pour gérer l'énorme quantité de données numériques de calculs.

Contrairement au calcul de structures en élasticité, l'analyse complète du comportement d'une structure soumise à un chargement croissant jusqu'à la ruine, passant par un état élastique (structure stable) à un état plastique (mécanisme). Il est basé sur la formulation matricielle en utilisant la méthode des éléments finis pour différents états de plastification des éléments discrétisés de la structure.

Enfin, la méthode des éléments finis est inévitable dans l'analyse plastique de structures en portique, les progrès enregistrés dans ce type d'analyse de structures sont dues essentiellement à l'utilisation de cette méthode.

#### 4-4-2 Matrice de rigidité d'un élément en élasto-plastique.

##### a- Matrice de rigidité d'un élément en élasticité

En phase élastique, la relation entre les forces nodales et les déplacements nodaux est élastique. Les structures en portiques sont obtenues par un assemblage d'éléments de poutres droites. Dans le plan, l'élément poutre a deux nœuds  $i$  et  $j$ , chaque nœud possède trois degrés de liberté deux translations  $\bar{U}_x$  et  $\bar{U}_y$  et une rotation  $\bar{\theta}_z$  autour de l'axe perpendiculaire au plan  $\bar{z}$  figure 4-4.

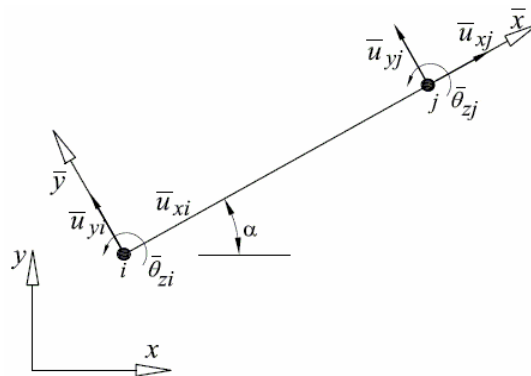


Figure 4-4. Élément poutre dans le plan avec six degrés de liberté

A ces degrés de liberté correspondent respectivement deux forces, une force axiale,  $N$ , et une force de cisaillement,  $T$ , et un moment de flexion,  $M$ , ces déplacements et forces sont exprimés dans le repère local de l'élément  $\bar{x}, \bar{y}$ .

En phase élastique, la matrice de rigidité de l'élément poutre dans le plan relie les déplacements nodaux et les forces nodales selon l'équation d'équilibre suivante:

$$\{\bar{F}\} = [\bar{K}_e]\{\bar{U}\} \quad 4-2$$

Avec :

$\{\bar{F}\}$  : Vecteur des forces nodales

$\{\bar{U}\}$  : Vecteur des déplacements nodaux

$[\bar{K}_e]$  : Matrice de rigidité de l'élément poutre en élasticité

$$[\bar{K}_e] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ij} \\ K_{ji} & K_{jj} \end{bmatrix} \quad 4-3$$

Avec :

E : module d'élasticité longitudinal de l'élément

A : section de l'élément

I : moment d'inertie par rapport à l'axe z.

L : longueur de l'élément.

### b- Matrice de rigidité d'un élément en élasto-plastique par flexion simple

Supposons que l'équilibre d'un élément à trois degrés de libertés par nœud a été obtenu avec les déplacements élémentaires ( $U_{ix}, U_{iy}, \theta_{iz}, U_{jx}, U_{jy}, \theta_{jz}$ ) correspondants aux efforts internes ( $N_i, T_i, M_i, N_j, T_j, M_j$ ). L'augmentation des efforts internes ( $dN_i, dT_i, dM_i, dN_j, dT_j, dM_j$ ) provoquent l'augmentation des déplacements correspondants respectivement ( $dU_{ix}, dU_{iy}, d\theta_{iz}, dU_{jx}, dU_{jy}, d\theta_{jz}$ ) Figure 4-5.

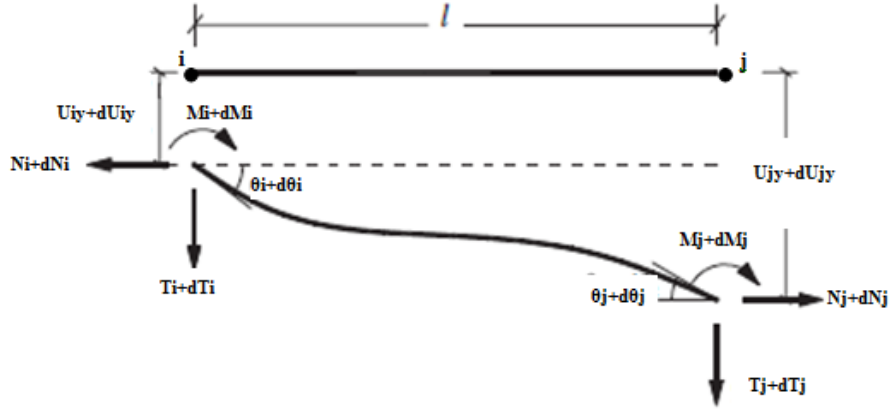


Figure 4-5. Forces nodales et déplacements nodaux de l'élément poutre dans le plan

Cette augmentation de forces peut engendrer des déplacements permanents et peut être exprimée sous forme vectorielle.

$$\{\bar{dF}\} = \{\bar{dNi}, \bar{dT}_i, \bar{dMi}, \bar{dN}_j, \bar{dT}_j, \bar{dM}_j\}^t \quad 4-4$$

$$\{\bar{dU}\} = \{\bar{dU}_{ix}, \bar{dU}_{iy}, \bar{d}\theta_i, \bar{dU}_{jx}, \bar{dU}_{jy}, \bar{d}\theta_j\}^t \quad 4-5$$

Dans ce cas, l'équation d'équilibre reliant les forces appliquées aux déplacements permanentes est de la forme [3, 18]:

$$\{\bar{dF}\} = [\bar{K}_p]\{\bar{dU}\} \quad 4-6$$

Avec :

$\{\bar{dF}\}$  : Vecteur des forces nodales incrémentales

$\{\bar{dU}\}$  : Vecteur des déplacements nodaux incrémentaux

$[\bar{K}_p]$  : Matrice de rigidité de l'élément poutre en phase élasto-plastique

La rotule plastique prend naissance quand le moment appliqué à une section de l'élément atteint le moment plastique de l'élément (plastification totale de la section transversale par flexion simple).



### c- Matrice de rigidité d'un élément en élasto-plastique par interaction M et N

L'interaction du moment de flexion, M, avec la force axiale, N, sur une section transversale peut être tracée dans un plan dont les deux axes sont les rapports adimensionnels  $n=N/N_p$  et  $m=M/M_p$ , la courbe résultante est appelée surface d'écoulement car tout point de cette surface représente un état entièrement plastifié de la section figure 4-6.

La courbe d'interaction peut être représentée à l'aide d'une fonction  $\Phi(M, N)$ , cette dernière est égale à zéro  $\Phi(M, N) = 0$  lorsque la section transversale est entièrement plastifiée [18]. Sachant que chaque point de la courbe d'interaction représente un état de contrainte provoqué par les deux efforts internes, moment de flexion M et l'effort normal N, chaque changement d'état résulte des incréments de  $\Delta M$  et  $\Delta N$  occasionné par une augmentation de charge.

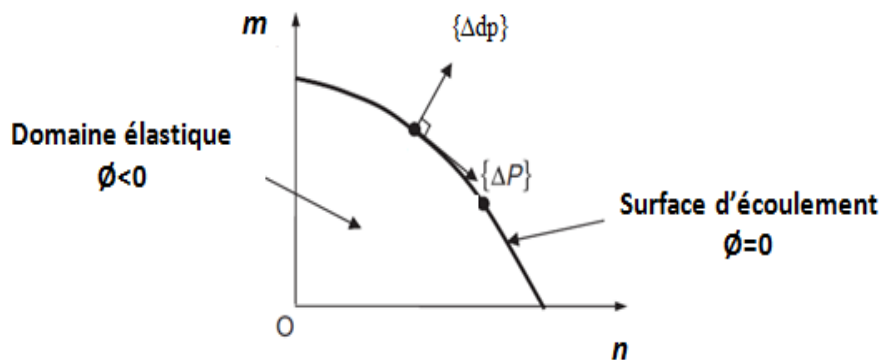


Figure 4-6. Courbe d'interaction  $m=M/M_p$  et  $n=N/N_p$  d'une section transversale.

A cet effet la fonction  $\Phi(M, N)$  devient :

$$\Delta\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial N} \Delta N + \frac{\partial\Phi}{\partial M} \Delta M = 0 \quad 4-7$$

Sous forme vectorielle :

$$\Delta\Phi = \{f\}^t \{\Delta P\} = 0 \quad 4-8$$

Avec :

$$\{f\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial\Phi}{\partial N} \\ \frac{\partial\Phi}{\partial M} \end{Bmatrix} \quad 4-9$$

$$\{\Delta P\} = \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix} \quad 4-10$$

$\{f\}$ : Vecteur gradient au niveau d'un point de la courbe d'interaction

$\{\Delta P\}$ : Vecteur incrément des efforts internes

Lorsque la section transversale est entièrement plastifiée par interaction des deux efforts internes, M, et N, cas d'un point de la courbe d'interaction (surface d'écoulement), les déformations associées sont la rotation plastique  $\Delta\theta_p$  et le déplacement axial plastique  $\Delta U_p$ , à ce moment la méthode de la normalité en plasticité proposée par Von Mises peut être appliquée comme suit:

$$\{\Delta d_p\} = \lambda \{f\} \quad 4-11$$

Avec :

$$\{\Delta d_p\} = \begin{Bmatrix} \Delta U_p \\ \Delta\theta_p \end{Bmatrix} \quad 4-12$$

$\{\Delta d_p\}$ : Variation des déformations plastiques

$\lambda$ : Facteur de charge

La condition d'orthogonalité entre l'incrément des efforts internes et les déformations plastiques peut être appliquée [18] figure 4-6:

$$\{\Delta d_p\}^t \{\Delta P\} = 0 \quad 4-13$$

Les déformations plastiques sont toujours associées à une dissipation d'énergie mécanique,  $\Delta W$  elle est toujours positive et donnée par:

$$\Delta W = \{P\}^t \{\Delta d_p\} = \lambda \{P\}^t \{f\} > 0 \quad 4-14$$

Pour une section transversale d'un élément poutre en état plastique, la déformation totale est la somme des déformations élastiques et plastiques :

$$\{\Delta d\} = \{\Delta de\} + \{\Delta dp\} \quad 4-15$$

Sachant que :

$$\{\Delta P\} = [K_e]\{\Delta de\} = [K_e](\{\Delta d\} - \lambda\{f\}) \quad 4-16$$

$[K_e]$  est la matrice de rigidité de l'élément poutre en état élastique, remplaçant l'équation, 4-16 dans l'équation 4-8, le facteur de charge  $\lambda$  est :

$$\lambda = \frac{\{f\}^t [K_e] \{\Delta d\}}{\{f\}^t [K_e] \{f\}} \quad 4-17$$

On peut déterminer donc la matrice de rigidité en état plastique en remplaçant l'équation 4-17 dans l'équation 4-16, à savoir :

$$\{\Delta P\} = [K_p]\{\Delta d\} \quad 4-18$$

Avec :

$$[K_p] = [K_e] - \frac{[K_e]\{f\}\{f\}^t[K_e]}{\{f\}^t[K_e]\{f\}} \quad 4-19$$

L'équation 4-19 est l'expression générale pour un élément poutre en état plastique.

#### d- Différents états de plasticité d'un élément poutre

Étant donné qu'un élément de poutre peut être soumis à différentes combinaisons d'états plastiques à ses extrémités, la matrice de rigidité élémentaire en état plastique par flexion simple ou par interaction de moment de flexion et d'effort normal varie en fonction de ces combinaisons figure 4-7.

#### 4-5 Synthèse

Comparativement aux méthodes classiques d'analyse plastique, la méthode incrémentale "pas à pas" est très adaptable à la méthode des éléments finis. La formulation en éléments finis de cette méthode permet la prise en compte de l'ensemble des situations de l'état progressif de plastification de la structure jusqu'à la ruine. Elle prend en charge un phénomène très important qui est celui de la redistribution des efforts internes avec la rectification successive des matrices de rigidités en fonction de l'état progressif de plastification.

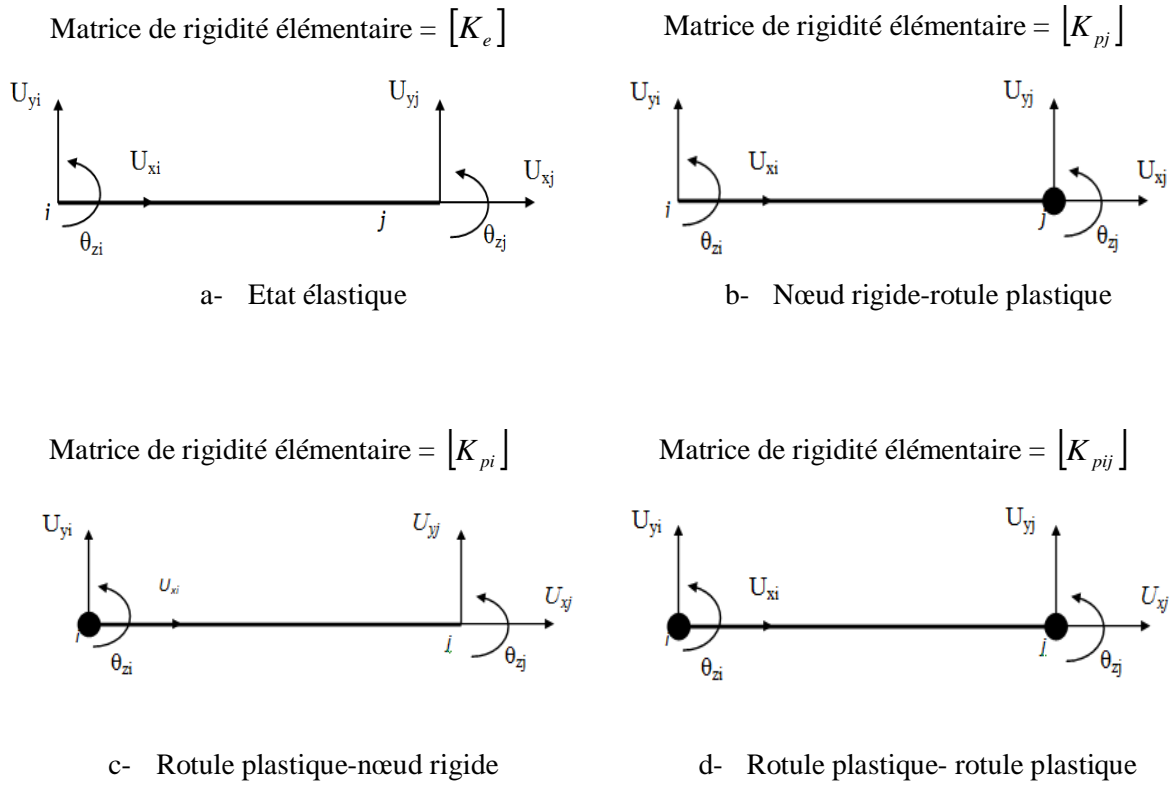


Figure 4-7. Etats de plasticité d'un élément poutre

## Chapitre 5 :

# Approche numérique pour la détermination de la charge et mécanisme de ruine de structures planes en charpente métallique.

### 5-1 Introduction

L'analyse plastique des structures en portiques de plus d'un niveau et une travée en utilisant les méthodes classiques basées sur le principe des travaux virtuels ou la méthode incrémentale "pas à pas" est difficile à réaliser manuellement, l'apport de ces dernières années de l'outil informatique à savoir les langages de programmations ainsi que les logiciels de calcul a facilité grandement l'analyse plastique de ce type de structure surtout en adoptant la méthode incrémentale "pas à pas" basée sur l'approche des rotules plastiques en utilisant la méthode des éléments finis.

Dans le présent travail, des programmes numériques en Matlab ont été élaborés, en utilisant la méthode incrémentale "pas à pas" basée sur l'approche des rotules plastiques et la méthode des éléments finis, et ce pour l'analyse plastique des structures planes en charpente métallique. L'analyse plastique des structures planes en charpente métalliques en adoptant l'approche des rotules plastiques peut être utilisée en premier ordre comme en second ordre [32]. Dans ce qui suit les effets de non linéarité géométrique sont considérés comme négligeables et non inclus dans la formulation des équations d'équilibre.

### 5-2 Charge de ruine et mécanisme de ruine en flexion simple

#### 5-2-1 Processus de détermination du facteur de charge de ruine en flexion simple

Le processus consiste à effectuer des analyses linéaires successives avec un chargement incrémental  $\lambda F$ , en effectuant les corrections adéquates de la matrice de rigidité de l'élément avec rotule(s). Au début, la structure en portique représentée par la figure 5-1-a est analysée sous l'action des charges verticales et horizontales initiales  $V$  et  $H$ . La première rotule plastique se forme au niveau du nœud de l'élément qui aura le plus grand rapport moment fléchissant-moment plastique. Le facteur de charge de cette étape  $\lambda_1 = M_p / M_{max}$ , le portique est ré-analysé sous le même chargement avec la rectification de la matrice de rigidité de cet élément et de la structure, et grâce à la linéarité du comportement entre deux rotules

successives figure 5-1-b, la nouvelle valeur du facteur de charge qui provoque la deuxième rotule  $\lambda_2$  est obtenue par interpolation. Le même processus est réutilisé pour les autres étapes jusqu'à la ruine de la structure. Le facteur de charge pour lequel la structure se transforme en un mécanisme dit facteur de charge de ruine  $\lambda_c$ , est la somme des facteurs de charge de toutes les étapes, et à ce moment la matrice de rigidité de la structure devient singulière.

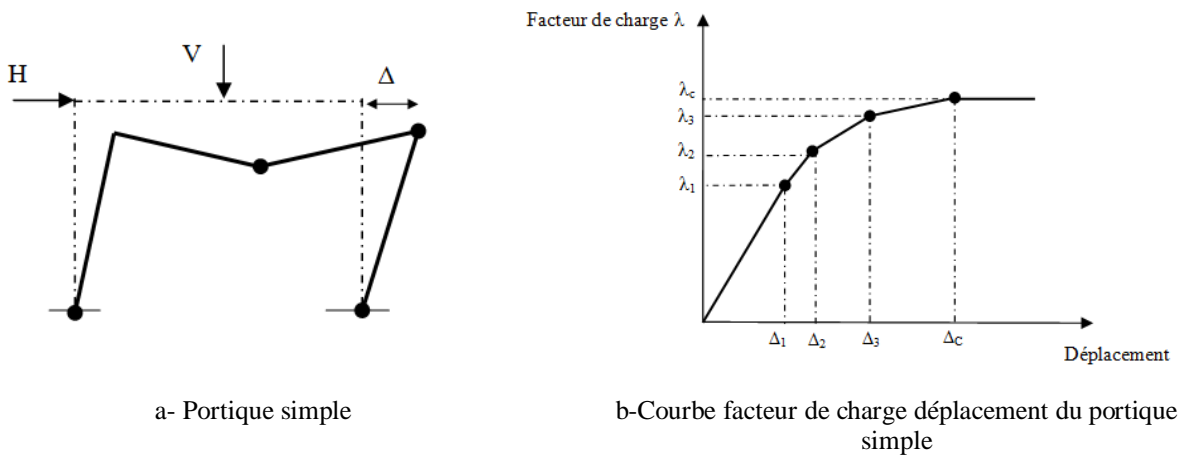


Figure 5-1. Facteur de charge de ruine et mécanisme de ruine d'un portique simple.

### a- Matrice de rigidité d'un élément composé d'un nœud rigide et d'une rotule

La section transversale de l'élément poutre nœud "j" se plastifie complètement si le moment de flexion atteint le moment plastique dans cette section. Dans ce cas la rotule physique est remplacée par une rotule mécanique et la matrice de rigidité élémentaire exprimée dans le repère local de l'élément est de la forme [3, 18]:

$$[\bar{K}_{pj}] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3EI}{L^3} & \frac{3EI}{L^2} & 0 & -\frac{3EI}{L^3} & 0 \\ 0 & \frac{3EI}{L^2} & \frac{3EI}{L} & 0 & -\frac{3EI}{L^2} & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3EI}{L^3} & -\frac{3EI}{L^2} & 0 & \frac{3EI}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 5-1$$

### b-Matrice de rigidité d'un élément composé d'une rotule et un nœud rigide

La section transversale de l'élément poutre nœud "i" se plastifie complètement si le moment de flexion atteint le moment plastique dans cette section. Dans ce cas la rotule physique est remplacée par une rotule mécanique et la matrice de rigidité élémentaire exprimée dans le repère local de l'élément est de la forme [3, 18]:

$$[\bar{K}_{pi}] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3EI}{L^3} & 0 & 0 & -\frac{3EI}{L^3} & \frac{3EI}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3EI}{L^3} & 0 & 0 & \frac{3EI}{L^3} & -\frac{3EI}{L^2} \\ 0 & \frac{3EI}{L^2} & 0 & 0 & -\frac{3EI}{L^2} & \frac{3EI}{L} \end{bmatrix} \quad 5-2$$

### c-Matrice de rigidité d'un élément composé de deux rotules aux extrémités

Les deux sections transversales se plastifient complètement et les rotules physiques sont remplacées par des rotules mécaniques et la matrice de rigidité élémentaire exprimée dans le repère local de l'élément est de la forme [3, 18]:

$$[\bar{K}_{pij}] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 5-3$$

### d-Matrice de rigidité de la structure

La matrice de rigidité de la structure sera obtenue par l'assemblage de toutes les matrices de rigidité élémentaires exprimées dans le repère global en tenant compte des différents cas de plastification des éléments.

$$[K] = \Sigma[\bar{K}] \quad 5-4$$

**[K]**: Matrice de rigidité de la structure en tenant compte des différents cas de plastification des éléments.

$[K]$  : Matrice de rigidité élémentaire exprimée dans le repère global en tenant compte des différents cas de plastification des éléments.

Avec :

$$[K] = [T]^t [K^e] [T] \quad 5-5$$

$[K^e]$  : Matrice de rigidité de l'élément exprimé dans le repère local en tenant compte des différents cas de plastification des éléments.

$[T]$  : La matrice de transformation du repère local au repère global.

### 5-2-2 Présentation du programme numérique

Un programme numérique a été développé en Matlab [37, 38], ce dernier est basé sur la méthode des éléments finis [39], il permet l'analyse plastique des structures planes en charpente métallique en flexion simple au premier ordre en utilisant la méthode incrémentale "pas à pas" et est basée sur l'approche des rotules plastiques.

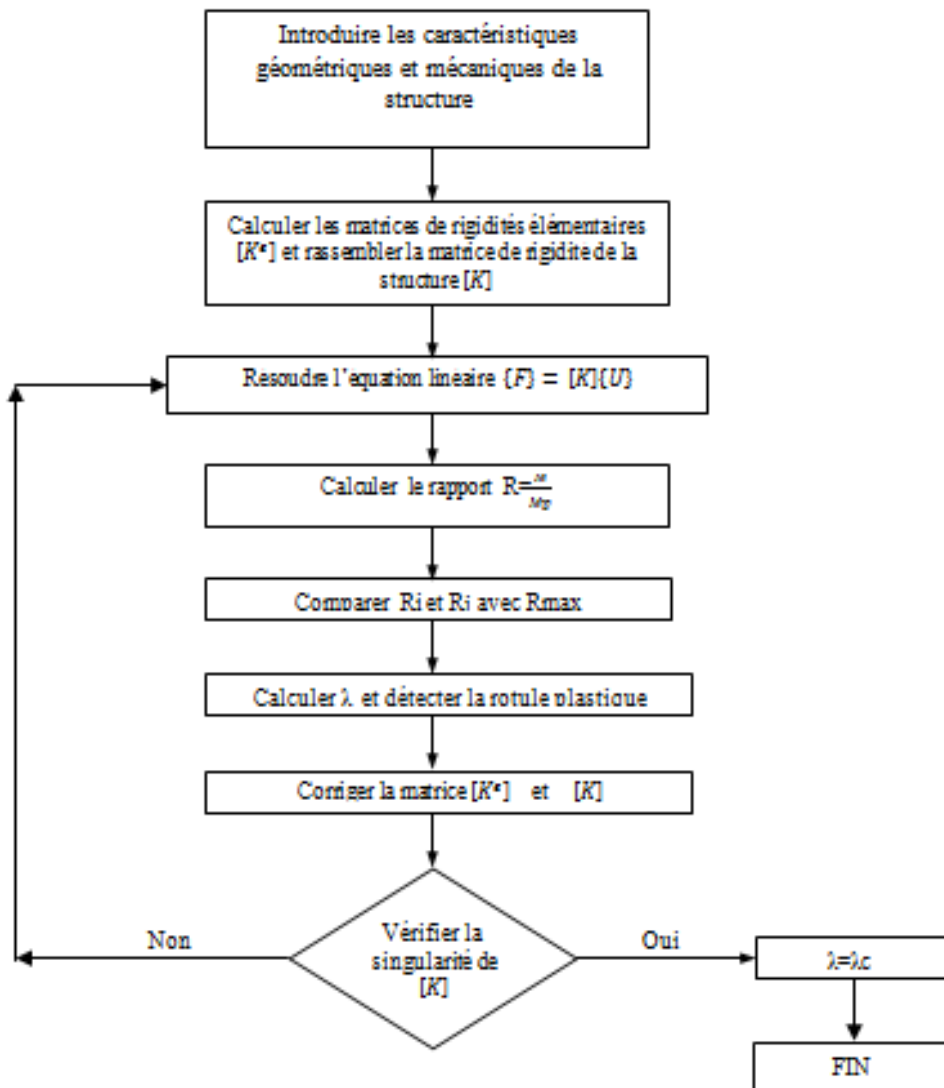


Figure 5-2. Organigramme de détermination du facteur de charge de ruine des structures en portiques en flexion simple



L'organigramme ci-dessus figure 5-2, présente les différentes étapes accomplies par ce programme informatique pour déterminer la charge de ruine et le mécanisme de ruine et déduire la formation successive des rotules plastiques dans les différentes sections critiques de la structure.

La première étape consiste à introduire les caractéristiques géométriques et mécaniques de la structure, et les stockées dans deux tableaux de données, tableau de localisation pour les caractéristiques des nœuds et un tableau de connectivité pour les caractéristiques des éléments.

La deuxième étape permet le calcul des matrices de rigidité élémentaires exprimées dans le repère global et l'assemblage de la matrice globale de la structure.

La troisième étape consiste à résoudre le système d'équation linéaire :

$$\lambda\{F\} = [K]\{U\} \quad 5-6$$

La dernière étape consiste à identifier les rotules plastiques qui coïncident aux rapports max moment fléchissant-moment plastique de chaque nœud, faire les corrections nécessaires de la matrice de rigidité élémentaire des éléments concernés [3, 18, 37-39]. Reprendre ce processus jusqu'à où la matrice de rigidité de la structure devient singulière, la structure devient un mécanisme, et enfin obtenir le facteur de charge de ruine correspondant.

### **5-2 -3 Exemples d'application et discussion des résultats**

#### **a- Cas de portiques simples**

Stuart .S et Moy J (1981) [8] ont appliqué la méthode incrémentale "pas à pas" manuellement pour l'analyse plastique d'un portique simple à un niveau et à une travée dont les caractéristiques géométriques, mécaniques, les points d'application des charges concentrées verticales,  $\lambda V$ , et horizontales,  $\lambda H$  ( $V=H=1\text{kN}$ ), la numérotation des nœuds sont représentés dans la figure 5-3-a. Les résultats obtenus, à savoir le facteur de charge de ruine, le mécanisme de ruine, l'ordre et l'emplacement des rotules plastiques par Stuart S et Moy J et la présente approche sont similaires.

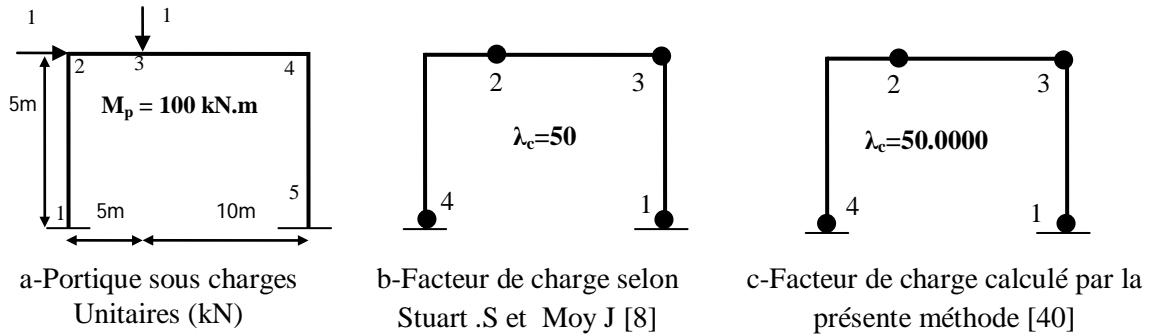


Figure 5-3. Portique simple analysé par Stuart et Moy

Le présent programme permet la représentation graphique de la courbe reliant le facteur de charge et les déplacements du portique en question figure 5-4, cette courbe définit la relation entre le facteur de charge en fonction des déplacements horizontaux et verticaux des nœuds 2 et 3 du portique simple pour chaque étape (chaque formation d'une rotule plastique).

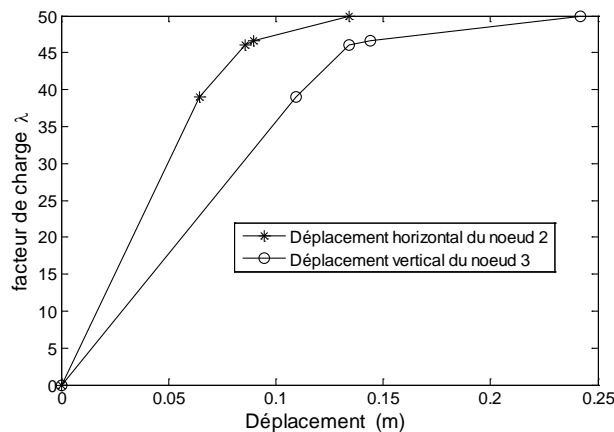


Figure 5-4. Courbe facteur de charge en fonction du déplacement horizontal et vertical des nœuds 2 et 3 en flexion simple.

Cette courbe montre le comportement linéaire entre deux rotules plastiques et met en évidence la réduction de la rigidité de la structure à chaque fois qu'une rotule plastique se forme jusqu'à la ruine où la rigidité de la structure devient nulle (pente nulle).

### b- Cas de portiques à un niveau et deux travées

La méthode de combinaison de mécanismes élémentaires basée sur le principe des travaux virtuels a été appliquée par Stuart [8] et Neal [19] pour déterminer le facteur de charge de ruine et le mécanisme de ruine correspondant.

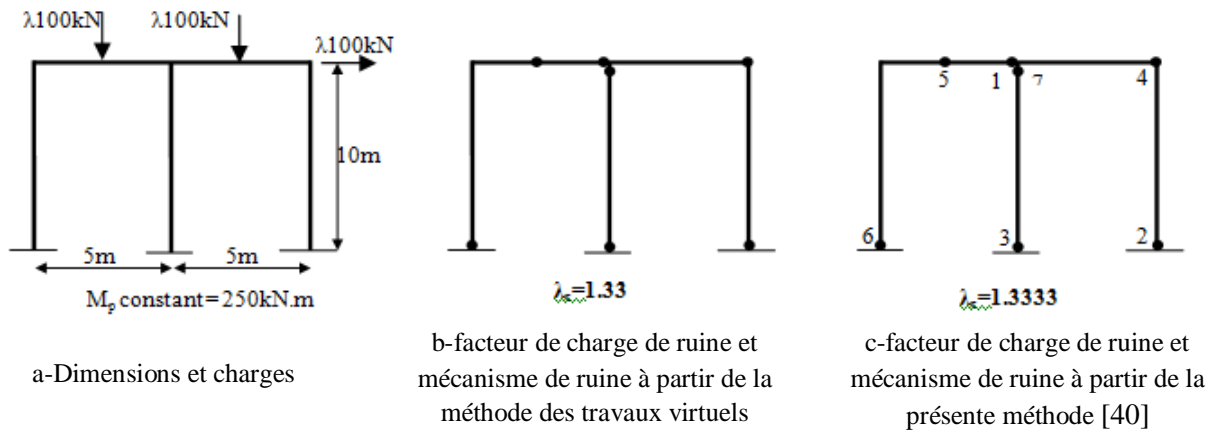


Figure 5-5. Portique à deux travées et un niveau analysé par Stuart et Moy [8]

Ils ont appliqué cette méthode pour deux portiques à deux travées et un niveau, dont leurs caractéristiques sont représentées sur les figures 5-5-a et 5-6-a. Les résultats obtenus par la présente approche et la méthode de combinaison des mécanismes se sont révélés très similaires figure 5-5-b avec figure 5-5-c et figure 5-6-b avec figure 5-6-c.

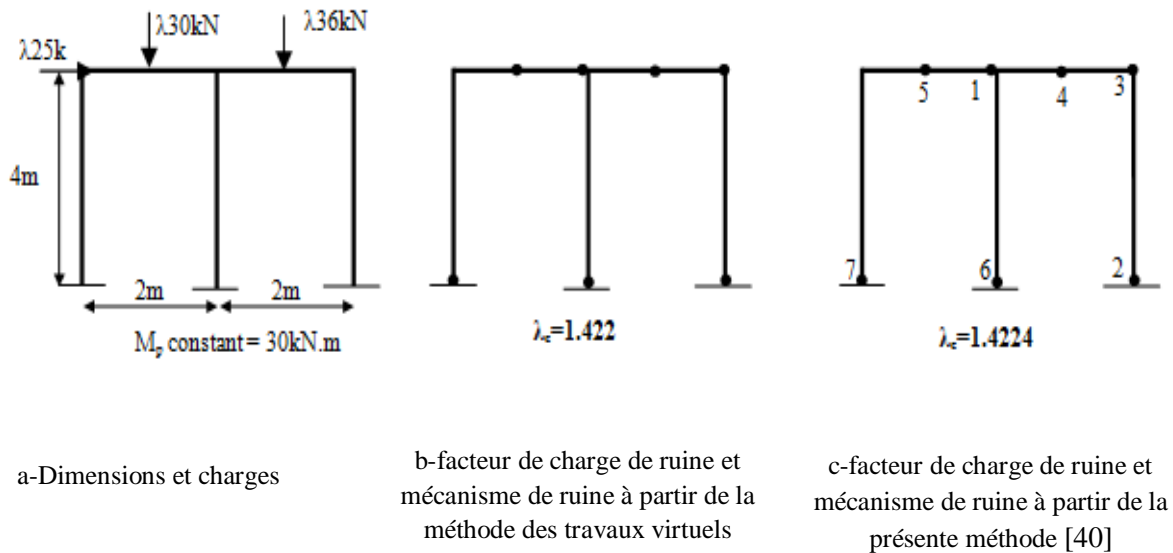


Figure 5-6. Portique à deux travées et un niveau analysé par Neal [19]

La figure 5-7 présente les deux courbes de facteur de charge-déplacement des deux portiques étudiés par Stuart-Moy et Neal.

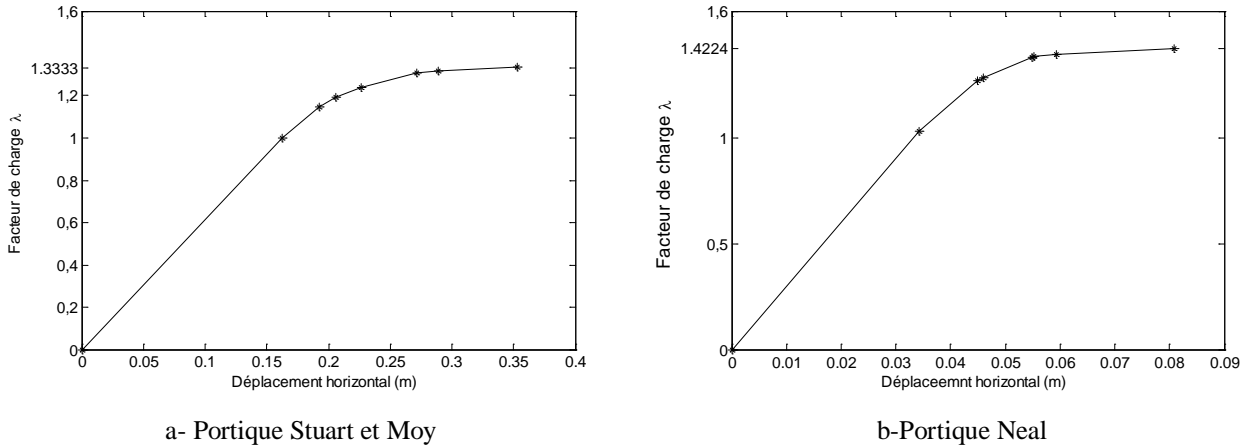


Figure 5-7. Courbe facteur de charge en fonction du déplacement horizontal des deux portiques analysés par Stuart-Moy et Neal.

### c- Cas de portiques à deux niveaux et trois travées

Les caractéristiques géométriques et mécaniques du portique à deux niveaux et trois travées et les points d'application des charges concentrées verticales et horizontales sont représentées sur la figure 5-8-a. Ce portique a été analysé par la présente approche et par le logiciel SAP2000, les résultats obtenus par les deux méthodes sont presque similaires figure 5-8-b et figure 5-8-c.

La ruine du portique est causée par un multiplicateur de charge de ruine  $\lambda_c = 17.2812$  déterminé par le logiciel SAP2000 et  $\lambda_c = 17.2292$  par la présente méthode (différence de 0,06%).

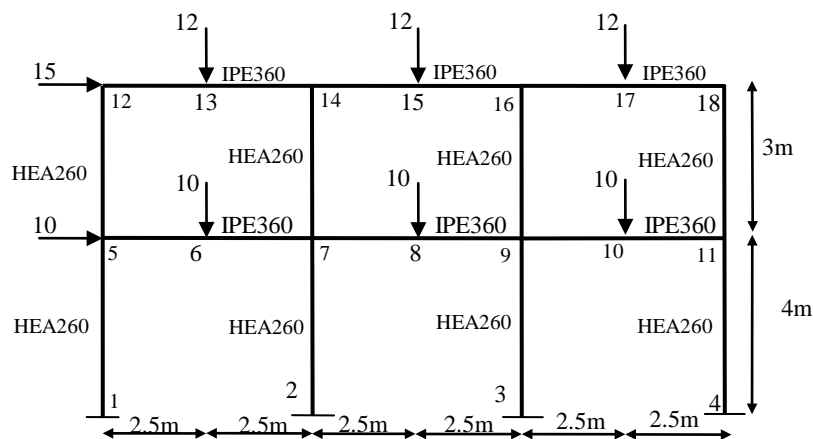


Figure 5-8-a. Portique à deux niveaux et trois travées.

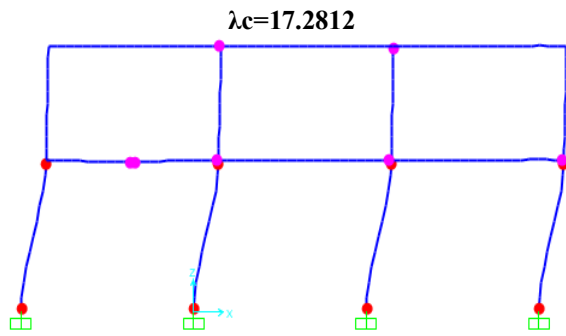


Figure 5-8-b. Facteur de charge de ruine et mécanisme de ruine calculé par SAP2000 du portique à deux niveaux et trois travées en flexion.

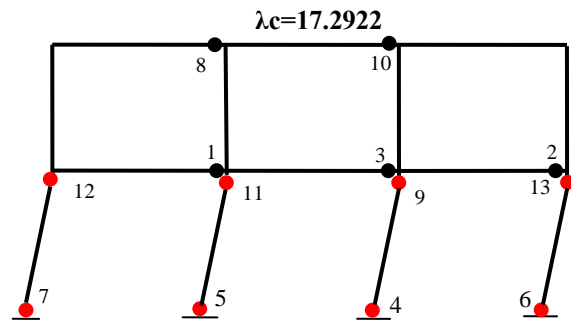


Figure 5-8-c. Facteur de charge de ruine et mécanisme de ruine par la présente méthode du portique à deux niveaux et trois travées en flexion.

Figure 5-8. Facteur de charge de ruine et mécanisme de ruine du portique à deux niveaux et trois travées en flexion simple

Le même mécanisme de ruine a été formé dans les deux cas, mécanisme de panneau (SM) du premier niveau après la naissance de 14 rotules plastiques en utilisant le logiciel de calcul SAP2000 et 13 rotules plastiques en appliquant la présente méthode, huit de ces rotules sont formées au niveau des poteaux et ont participé à la formation de ce mécanisme figure 5-8-b et figure 5-8-c.

La relation facteur de charge-déplacement de ce portique est représentée sur la figure 5-9.

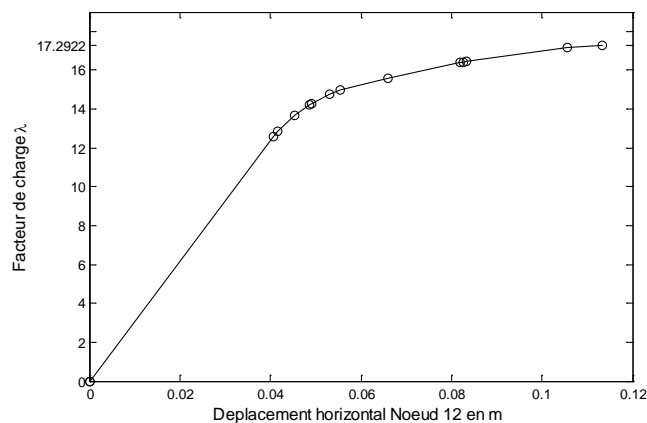
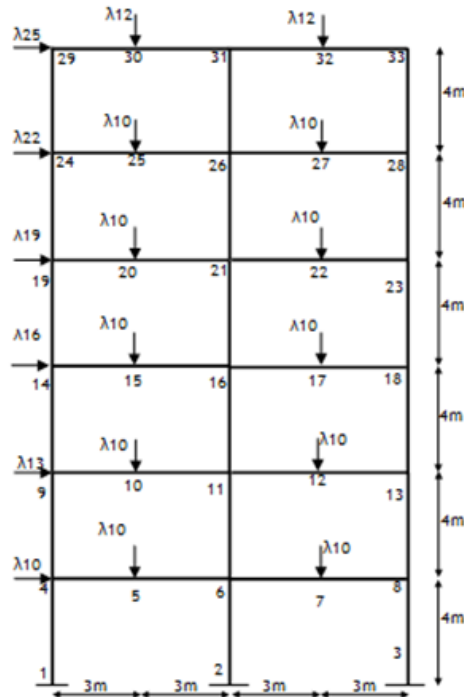


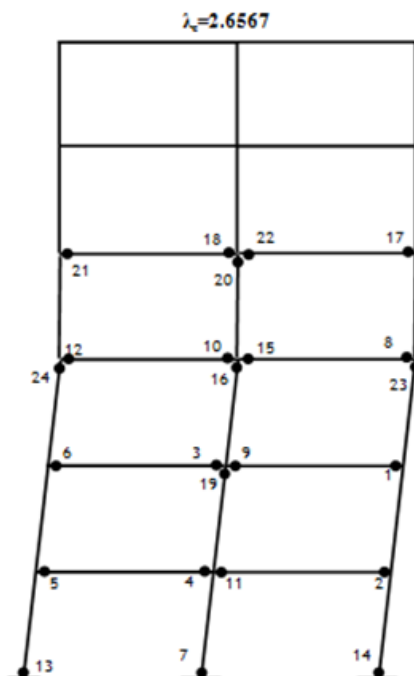
Figure 5-9. Courbe facteur de charge en fonction du déplacement horizontal du portique à deux niveaux et trois travées en flexion simple.

### c- Cas de portiques à six niveaux et deux travées

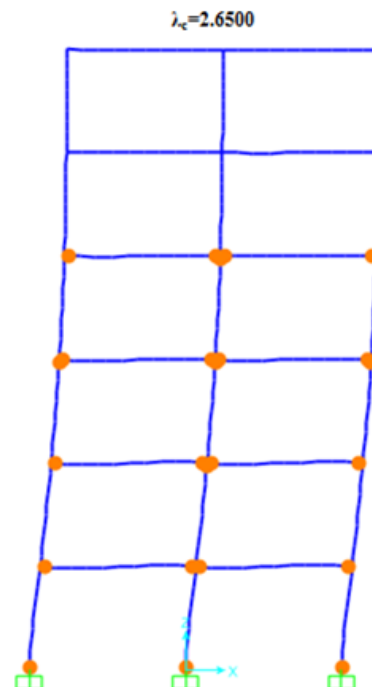
Le facteur de charge de ruine et le mécanisme de ruine ont été déterminés par la présente approche et par le logiciel SAP2000 pour un portique à deux travées et six niveaux.



a-Dimensions et charges  
(Poteaux en HEB240, poutres en IPE330, charges en kN)



b-Facteur de charge de ruine et mécanisme de ruine calculés par la présente méthode [40]



c-Facteur de charge de ruine et mécanisme de ruine calculés par SAP2000

Figure 5-10. Facteur de charge de ruine et mécanisme de ruine du portique à six niveaux et deux travées.

Les dimensions et le chargement sont représentés sur la figure 5-10-a. Les résultats obtenus de l'analyse plastique de ce portique par les deux méthodes sont presque similaires figure 5-10-b, 5-10-c.

Le portique à six niveaux et deux travées se transforme en un mécanisme de panneau (SM) des trois premiers niveaux après la formation de 24 rotules plastiques pour les deux méthodes, six rotules plastiques seulement (nœuds 1, 2, 3, 14, 16, 18) participent dans la formation de ce mécanisme. Le facteur de charge de ruine qui provoque ce mécanisme est  $\lambda_c = 2.6500$  calculé par le logiciel SAP2000 et  $\lambda_c = 2.6567$  déterminé par la présente méthode (différence de 0,25%) figure 5-10-b et figure 5-10-c.

La figure 5-11 présente la courbe reliant les facteurs de charge causant la formation des rotules plastiques et les déplacements horizontaux correspondants au nœud N°33, cette courbe montre la réduction de la rigidité du portique à chaque apparition d'une rotule plastique jusqu'à la transformation de cette structure en un mécanisme de panneau (SM) et le facteur de charge devient un facteur de charge de ruine. La formation de la quinzième rotule plastique figure 5-10-b provoque une chute considérable de rigidité figure 5-11, pour une augmentation seulement de 8.29% du facteur de charge il a été enregistré 71.64% de déplacement (pente presque nulle à partir de la quinzième rotule plastique).

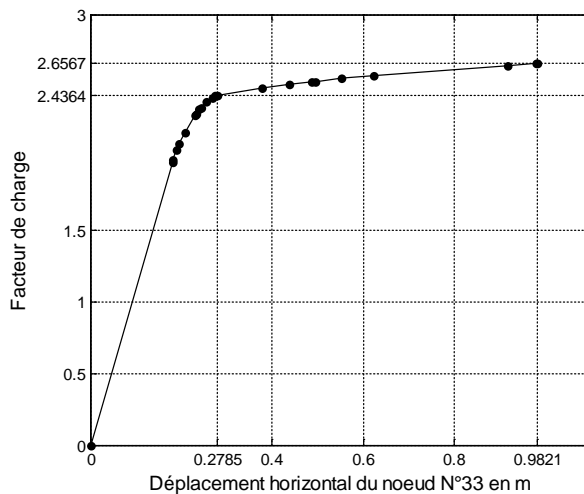


Figure 5-11. Courbe facteur de charge en fonction du déplacement horizontale du portique à six niveaux et deux travées en flexion simple.

### 5-3 Charge de ruine et mécanisme de ruine avec interaction de M-N

#### 5-3-1 Introduction

Les méthodes classiques basées sur les travaux virtuels considèrent que le travail virtuel interne est provoqué par le moment plastique et est absorbé par les rotations des rotules plastiques. Ces méthodes négligent les effets de l'effort normal et de l'effort de cisaillement sur la formation des rotules plastiques. A cet effet la vraie charge de ruine et le vrai mécanisme de ruine des structures en portique en tenant compte de l'interaction du moment de flexion et de l'effort normal sur la plastification des sections transversales seront déterminées par la méthode incrémentale "pas à pas".

L'analyse plastique des structures en charpente métallique en tenant compte de l'interaction M-N utilise la méthode des éléments finis et la méthode incrémentale "pas à pas". Cette analyse prend en compte les différents états de plasticité des deux extrémités de l'élément poutre lors du calcul des matrices de rigidité.

#### 5-3-2 Processus de détermination du facteur de charge de ruine avec interaction M-N

Le facteur de charge de ruine ou la charge de ruine des structures en portiques en tenant compte de l'effet de l'effort normal sur la plastification des sections transversales est le résultat d'un processus de calcul linéaire sous chargement incrémental basé sur l'approche des rotules plastiques au premier ordre en utilisant la méthode des éléments finis.

A chaque étape le facteur de charge est calculé en conséquence, en rectifiant la matrice de rigidité élémentaire de l'élément concerné par la plastification et la matrice de rigidité de la structure.

Au début la structure est analysée sous l'action des charges verticales et horizontales initiales V et H.

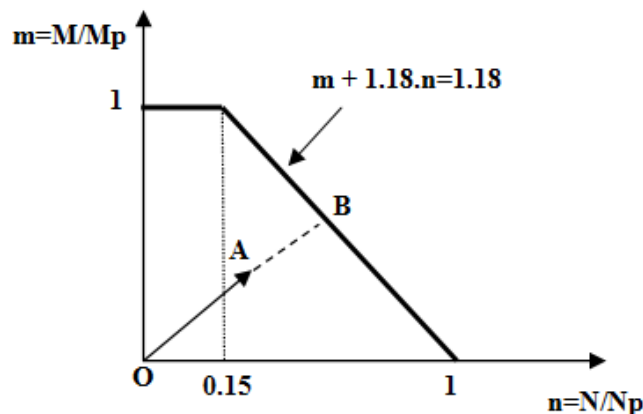


Figure 5-12. Courbe d'interaction simplifiée et idéalisée d'une section transversale en I [18]



La première rotule plastique se forme au niveau de la section transversale qui aura la combinaison adimensionnelle m-n (avec  $m=M/M_p$  et  $n=N/N_p$ ) la plus proche de la fonction représentante de la courbe d'interaction appropriée par exemple figure 5-12.

Supposant une section transversale en I soumise à une combinaison d'effort interne n-m représentée sur la figure 5-12 par le vecteur OA. Elle est en phase élastique, la plastification totale de cette section nécessite une augmentation de charge par un facteur de charge  $\lambda$  de façon que le vecteur OA soit prolongé linéairement jusqu'au point B (AB) situé sur la courbe d'interaction (surface d'écoulement) figure 5-12.

Le facteur de charge de la première étape provoquant la formation de la première rotule  $\lambda_1$  est le plus petit facteur de charge des sections transversales qui vaut  $1.18/(m+1.18.n)$ . De la même manière et grâce à la linéarité du comportement entre deux rotules successives, la nouvelle valeur du facteur de charge qui provoque la deuxième rotule  $\lambda_2$  est obtenue par interpolation. Le même processus est utilisé pour les autres étapes jusqu'à la ruine de la structure. Le facteur de charge pour lequel la structure se transforme en un mécanisme est la somme de tous les facteurs de charge des différentes étapes est appelé facteur de charge de ruine,  $\lambda_c$ , dans ce cas la matrice de rigidité de la structure devient singulière et le processus est arrêté.

#### a- Matrice de rigidité d'un élément composé d'un nœud rigide et une rotule

La plastification totale de la section transversale nœud "j" est atteinte par interaction du moment de flexion et de l'effort normal si la combinaison M-N satisfait la formule représentante de la courbe d'interaction appropriée de cette section transversale. Dans ce cas la matrice de rigidité élémentaire de l'élément concerné est rectifiée selon [18]:

$$[\bar{K}_{pj}] = [K_e] - \frac{\begin{bmatrix} K_{ij} \\ K_{jj} \end{bmatrix} \{f_j\} \{f_j\}^t \begin{bmatrix} K_{ji} & K_{jj} \end{bmatrix}}{\{f_j\}^t [K_{jj}] \{f_j\}} \quad 5-7$$

Avec :

$$\{f_j\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial N_j} \\ \frac{\partial \phi}{\partial V_j} \\ \frac{\partial \phi}{\partial M_j} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial N_j} \\ 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial M_j} \end{Bmatrix} \quad 5-8$$

$\phi (M, N)$  est une fonction qui représente l'interaction M-N est égale à zéro lorsque la section transversale est entièrement plastifiée et n'est fonction que de M et N (on a négligé l'effet de l'effort de cisaillement) et  $\frac{\partial \phi}{\partial V_j} = 0$ .

### b-Matrice de rigidité d'un élément composé d'une rotule et un nœud rigide

La plastification totale de la section transversale nœud "i" est atteinte par interaction du moment de flexion et de l'effort normal si la combinaison M-N satisfait la formule représentante de la courbe d'interaction appropriée de cette section transversale. Dans ce cas la matrice de rigidité élémentaire de l'élément concerné est rectifiée selon [18] :

$$[\bar{K}_{pi}] = [K_e] - \frac{\begin{bmatrix} K_{ii} \\ K_{ji} \end{bmatrix} \{f_i\} \{f_i\}^t \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ij} \end{bmatrix}}{\{f_i\}^t \begin{bmatrix} K_{ii} \end{bmatrix} \{f_i\}} \quad 5-9$$

Avec :

$$\{f_i\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial N_i} \\ \frac{\partial \phi}{\partial V_i} \\ \frac{\partial \phi}{\partial M_i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial N_i} \\ 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial M_i} \end{Bmatrix} \quad 5-10$$

$\phi (M,N)$  est une fonction qui représente l'interaction M-N est égale à zéro lorsque la section transversale est entièrement plastifiée et n'est en fonction que de M et N (on a négligé l'effet de l'effort de cisaillement ) et  $\left\{ \frac{\partial \phi}{\partial V_i} \right\} = 0$ .

### c-Matrice de rigidité d'un élément composé de deux rotules aux extrémités

La plastification totale des deux sections des deux extrémités nœud 'i' et nœud 'j' de l'élément poutre est atteinte par interaction du moment de flexion et de l'effort normal si la combinaison M-N satisfait la formule représentante de la courbe d'interaction appropriée de ces deux sections transversales. Dans ce cas la matrice de rigidité élémentaire de l'élément concerné est rectifiée selon [18]:

$$[\bar{K}_{pij}] = [K_e] - [K_e][G][G^t \quad K_e \quad G]^{-1}[G^t][K_e] \quad 5-11$$

Avec :

$$[G] = \begin{bmatrix} f_i & 0 \\ 0 & f_j \end{bmatrix} \quad 5-12$$

### d-Matrice de rigidité de la structure

La matrice de rigidité de la structure sera obtenue par l'assemblage de toutes les matrices de rigidité élémentaires exprimées dans le repère global en tenant compte des différents cas de plastification des éléments de la même manière que le cas de la flexion simple.

### 5-3-3 Programme de détermination du facteur de charge de ruine avec interaction de M-N

Le programme numérique développé en langage Matlab a pour objet l'analyse plastique des structures planes en charpente métallique en tenant compte de l'effet de l'effort normal sur la plastification des sections transversales. Le programme utilise la méthode des éléments finis pour calculer la vraie charge de ruine et le mécanisme correspondant au premier ordre et ce en adoptant la méthode incrémentale "pas à pas" basée sur l'approche des rotules plastiques. L'organigramme représenté sur la figure 5-13, indique les différentes étapes accomplies par ce programme informatique pour détecter la formation successive des rotules plastiques dans les différentes sections critiques des structures en portiques :

La première étape consiste à introduire les caractéristiques géométriques et mécaniques de la structure et les stockées dans deux tableaux de données, un premier tableau de localisation des caractéristiques des nœuds et un second tableau de connectivité pour les caractéristiques des éléments.

La deuxième étape permet le calcul des matrices de rigidité élémentaires exprimées dans le repère global et l'assemblage de la matrice globale de la structure.

La troisième étape consiste à résoudre le système d'équation linéaire  $\lambda\{F\} = [K]\{U\}$  [39] et à déterminer les moments fléchissants et les efforts normaux de chaque section critique.

Enfin, la dernière étape est consacrée à l'analyse plastique de la structure en portique en utilisant la courbe d'interaction M-N adoptée.

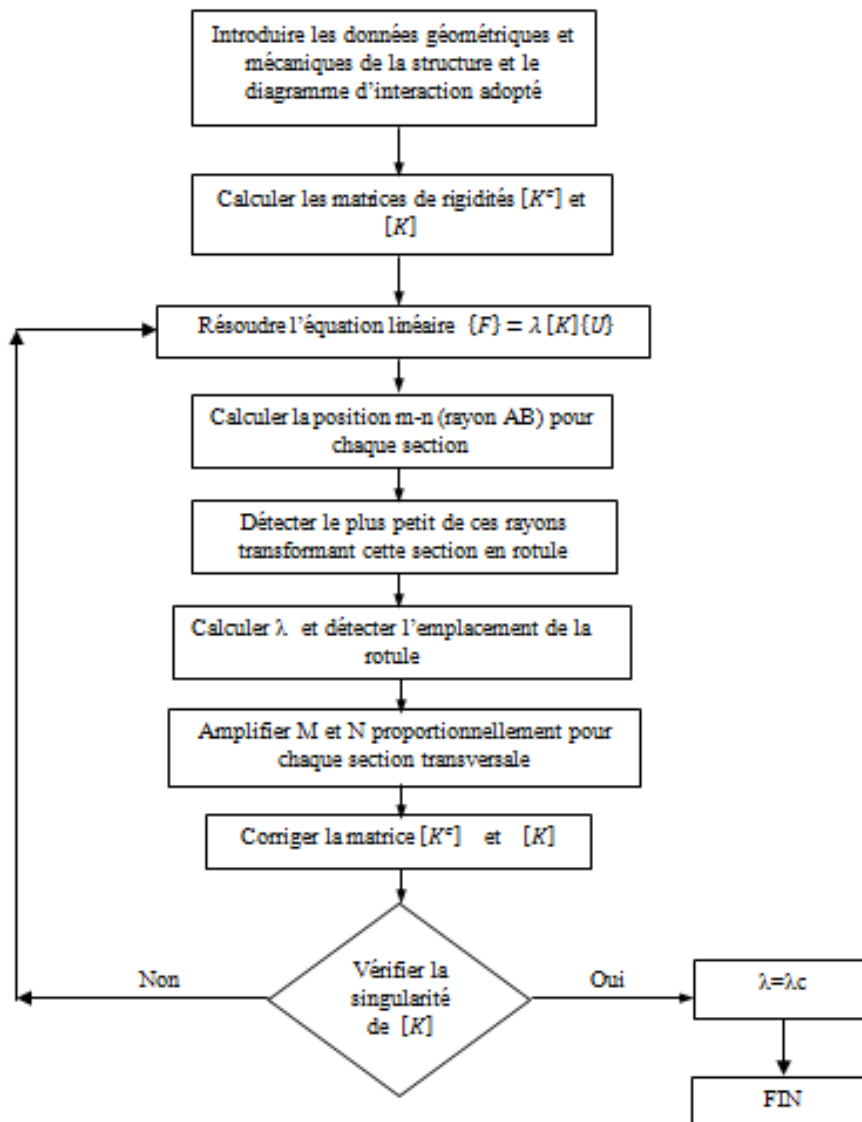


Figure 5-13. Organigramme du facteur de charge de ruine des portiques plans par interaction de M -N

Les rotules plastiques sont identifiées après la détermination de la position du point représentatif de la fonction d'interaction M-N pour chaque section transversale. La première

rotule plastique coïncide au point le plus proche de la courbe d'interaction M-N adoptée. A chaque fois il est nécessaire de procéder aux corrections adéquates de la matrice de rigidité élémentaire de l'élément concerné par la plastification [18, 37-39]. Il faut reprendre ce processus jusqu'à ce que la matrice de rigidité de la structure devienne singulière, puis la structure un mécanisme et finalement obtenir le facteur de charge de ruine correspondant. Le programme numérique utilisé est représenté sous forme d'un organigramme (figure 5-13).

### 5-3-4 Exemples d'application et discussions des résultats

Les diagrammes d'interaction adoptés dans ce qui suit sont deux : l'Eurocode3 [41], le code réglementaire de calcul des structures en acier de l'union européenne et le code américain pour le dimensionnement des ossatures métalliques publié par L'Institut Américain de la Construction Métallique AISC [42].

Pour les sections transversales de classe 1 et 2 des profils laminés et normalisés en I ou en H l'Eurocode3 préconise l'utilisation de la courbe approximative idéalisée d'interaction représentée sur la figure 5-14.

Avec :

$$\frac{M}{M_p} = 1 \quad \text{pour} \quad \frac{N}{N_p} \leq a/2 \quad 5-13$$

$$\frac{M}{M_p} = \frac{1}{1 - 0.5a} \left( 1 - \frac{N}{N_p} \right) \quad \text{pour} \quad \frac{N}{N_p} > a/2 \quad 5-14$$

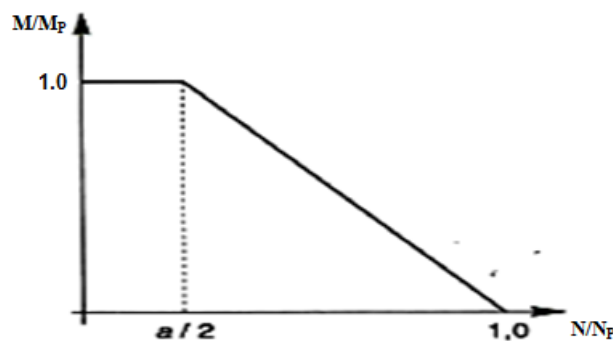


Figure 5-14. Courbe d'interaction pour les sections en I et en H selon l'Eurocode3 [41]

Avec:

$$a = \min [A_w/A, 0.5]$$

A: Aire de la section.

$A_w$ : Aire de l'âme.

L'AISC [42] utilise la courbe idéalisée d'interaction représentée sur la figure 5-15 et ce pour les sections transversales des profils laminés et normalisés en I ou en H.

Avec :

$$\frac{1}{2} \frac{N}{\phi N_p} + \frac{M}{\phi_b M_p} = 1 \quad \text{Pour } \frac{N}{\phi N_p} < 0.2 \quad 5-15$$

$$\frac{N}{\phi N_p} + \frac{8}{9} \frac{M}{\phi_b M_p} = 1 \quad \text{Pour } \frac{N}{\phi N_p} \geq 0.2 \quad 5-16$$

Avec:

$\phi$  : Facteur de résistance de la flexion (0.85)

$\phi_b$  : Facteur de résistance de l'effort normal (0.9)

Ces deux facteurs prennent en charge l'effet des contraintes résiduelles.

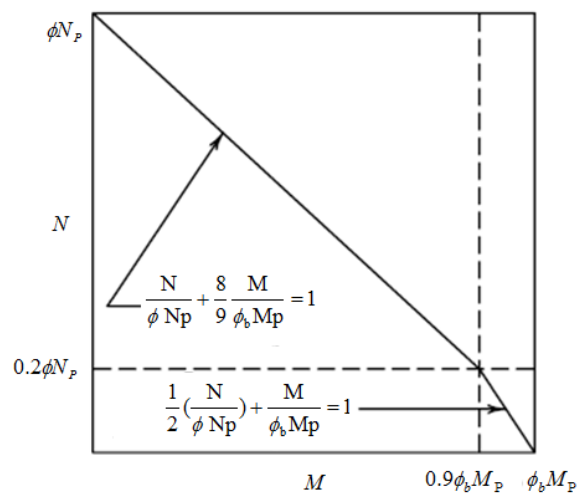


Figure 5-15. Courbe d'interaction pour des sections en I et en H selon l'AISC [42]

**a- Cas d'un élément de structure**

Bill Wong [18] a déterminé la charge de ruine avec interaction du moment de flexion  $M$ , et de l'effort normal  $N$ , de l'élément de structure représenté sur la figure 5-16-a dont les caractéristiques sont représentées dans le tableau 5-1.

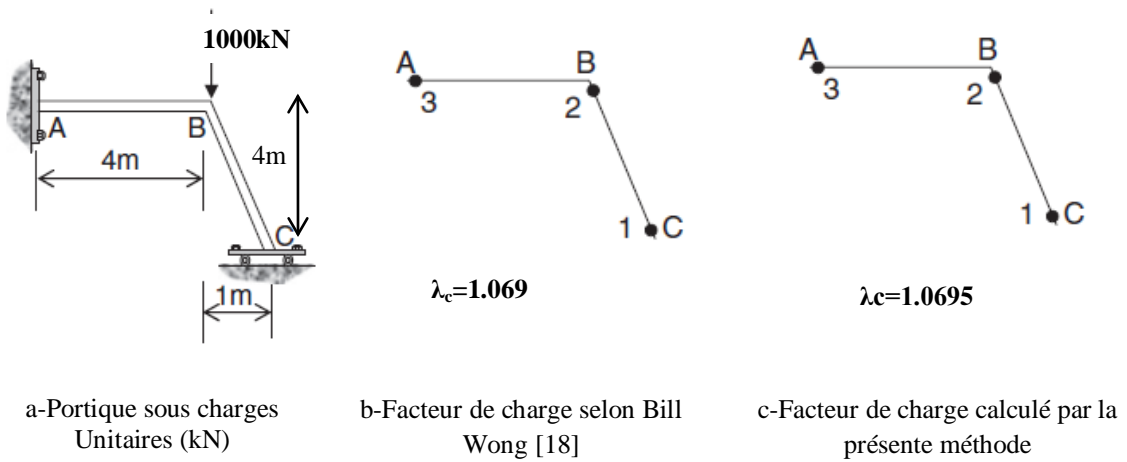


Figure 5-16. Elément de structure analysé par Bill Wong [3]

	A(m <sup>2</sup> )	I(m <sup>4</sup> )	E(kN/m <sup>2</sup> )	Mp(kN.m)	Np(kN.m)
AB	0.0104	0.000475	2.10 <sup>8</sup>	515	2600
BC	0.0104	0.000475	2.10 <sup>8</sup>	515	2600

Tableau 5-1. Caractéristiques de la structure analysée par Bill Wong [18]

La courbe d'interaction adimensionnelle  $m=(M/M_p)$  et  $n=(N/N_p)$  utilisée par Bill Wong [18] est de la forme :

$$m = 1 \quad \text{pour } n \leq 0.15 \quad 5-17$$

$$m = 1.18(1-n) \quad \text{pour } n > 0.15 \quad 5-18$$

Les résultats obtenus par Bill Wong figure 5-16-b et par la présente approche figure 5-16-c sont presque identiques et ce en matière de l'ordre et la position des rotules plastiques (mécanisme de ruine) et de la valeur du facteur de charge de ruine (charge de ruine).

La courbe représentée sur la figure 5-17 montre l'effet de l'effort normal sur la plastification des sections transversales et la charge de ruine. La prise en compte de l'effort normal a réduit la valeur du facteur de charge de ruine  $\lambda_c=1.2875$  (flexion simple) à  $\lambda_c=1.0695$  (interaction M-N) avec un taux de réduction de 17% figure 5-17.

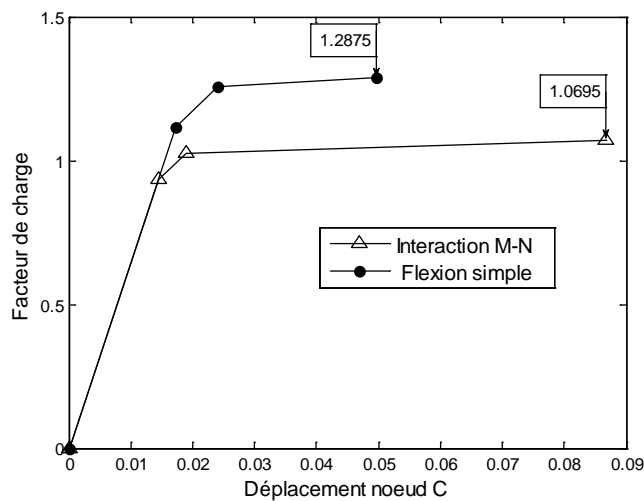


Figure 5-17. Relation facteur de charge-déplacement de la structure analysée par Bill Wong.

### b-Cas du portique simple (Portique de Vogel)

Le portique représenté sur la figure 5-18, dont les caractéristiques sont représentées dans le tableau 5-2 a été analysé numériquement par Vogel en 1985 [43], cette analyse plastique a été utilisée comme une référence par plusieurs chercheurs (Toma et Chen 1992 [44], Chen 1994 [45], Chen et Kim 1997 [46]), et ce pour étudier l'effet de la non linéarité matérielle, les contraintes résiduelles, l'imperfection initiale ainsi que la non linéarité géométrique.

Ce portique a été analysé par la présente méthode en adoptant les deux courbes d'interaction du code de l'union européenne Eurocode3 [41] et du code américain AISC [42].



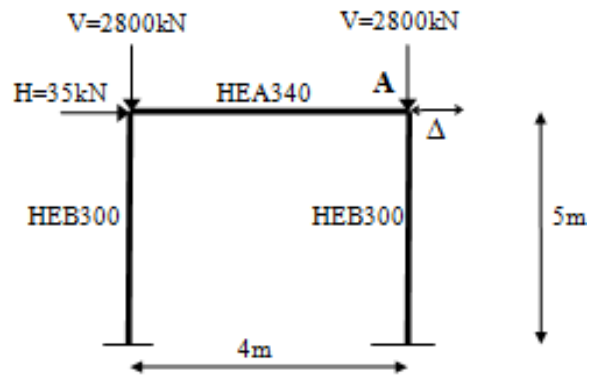


Figure 5-18. Portique simple de Vogel

Profilé	h(mm)	b(mm)	$t_w$	$t_f$	A(mm <sup>2</sup> )	I(x10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> )	W <sub>pl</sub> (x10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> )
HEA340	330	300	9.5	16.5	13300	276.9	1850
HEB300	300	300	11.0	19.0	14900	251.7	1869

Tableau 5-2. Caractéristiques du portique simple de Vogel

Le facteur de charge de ruine obtenu par la méthode proposée en utilisant la courbe d'interaction de l'Eurocode3 est  $\lambda_c=1.4712$  et par l'analyse plastique de Vogel  $\lambda_c = 1.017$  figure 5-19 avec un taux de différence de 44.66%.

En prenant en considération les effets des imperfections initiales (IMP.I) (incluant les imperfections de réalisation, les contraintes résiduelles et les imperfections géométriques) et ce au moyen d'une imperfection géométrique équivalente ayant la forme d'un défaut initial d'aplomb  $\emptyset=1/200$  [41], ce taux se réduit à 37.81% avec un facteur de charge de ruine par la présente méthode (Eurocode3) de  $\lambda_c=1.4016$  et par l'analyse plastique de Vogel de  $\lambda_c = 1.017$  figure 5-20. Cette différence peut être réduite par la prise en compte de la non linéarité géométrique.

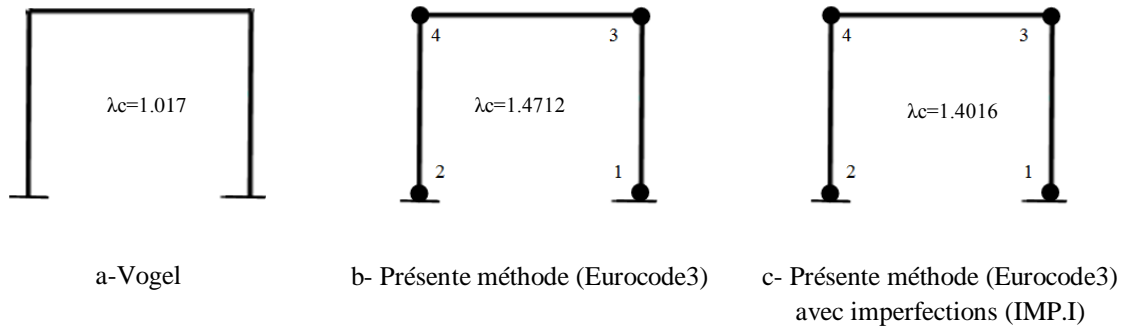


Figure 5-19. Facteurs de charge de ruine du portique simple de Vogel et la présente méthode (Eurocode3)

Le facteur de charge de ruine obtenu par la méthode proposée en utilisant la courbe d'interaction de l'AISC est  $\lambda_c=1.4599$ , et par l'analyse plastique de Vogel  $\lambda_c = 1.017$  figure 5-21 avec un taux de différence de 43.55%.

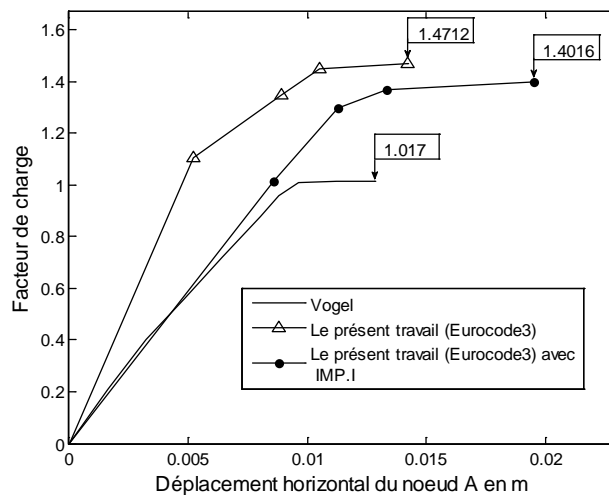


Figure 5-20. Relation facteur de charge-déplacement du portique simple de Vogel et la présente méthode (Eurocode3)

En prenant en considération les effets des imperfections initiales selon le code AISC [42] (coefficient d'imperfection géométrique initiale  $\emptyset=1/400$  et contraintes résiduelles CR), ce taux se réduit à 18.95% avec un facteur de charge de ruine par la présente méthode de  $\lambda_c=1.2098$  et par l'analyse plastique de Vogel de  $\lambda_c = 1.017$  figure 5-22. Cette différence peut être justifiée par la non prise en compte de la non linéarité géométrique dans la présente méthode.

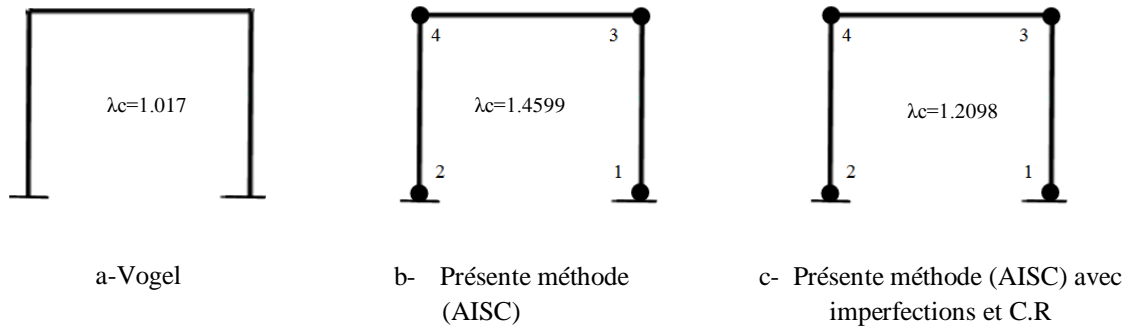


Figure 5-21. Facteurs de charge de ruine du portique simple de Vogel et la présente méthode (AISC)

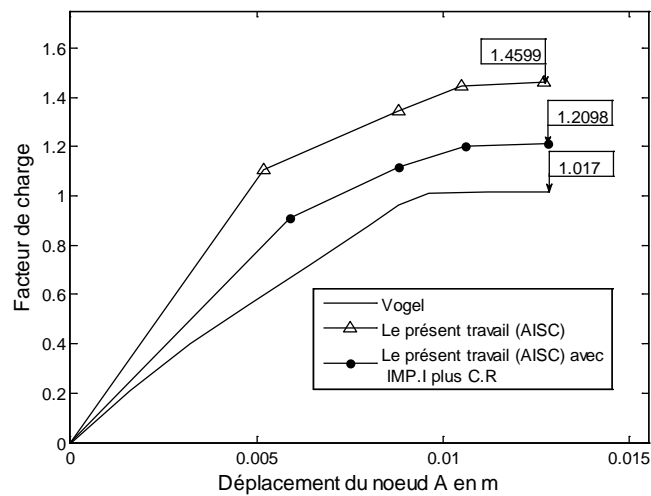


Figure 5-22. Relation facteur de charge-déplacement du portique simple de Vogel et la présente méthode (AISC)

### b-Cas du portique à deux travées et six niveaux

Le portique à deux travées et six niveaux traité précédemment en flexion simple figure 5-10-a a été réanalysé par la présente méthode avec interaction de M-N. Le facteur de charge de ruine et le mécanisme de ruine du portique en question ont été déterminés par le programme numérique avec l'utilisation des deux courbes d'interaction M-N du code AISC [42] et du code de l'union européenne Eurocode3 [41] en tenant compte des imperfections géométriques et les contraintes résiduelles.

#### ❖ Utilisation du code AISC :

La prise en compte de l'effet de l'effort normal sur la plastification des sections transversales a réduit le facteur de charge de ruine d'un taux de 11.21% ; de la valeur  $\lambda_c=2.6567$  en flexion simple à la nouvelle valeur  $\lambda_c=2.3590$  avec interaction M-N (figures 5-23-a et 5-23-b). Le

mécanisme de ruine a été obtenu après la formation de 24 rotules plastiques en flexion simple et de 25 rotules plastiques avec interaction M-N. Six rotules plastiques situées dans les trois premiers niveaux (nœuds 1, 2, 3, 14, 16, 18) ont participé à la transformation de cette structure en mécanisme de panneau (SM).

❖ **Utilisation du l’Eurocode 3 :**

Le facteur de charge de ruine et le mécanisme de ruine du portique en question obtenus en utilisant la courbe d’interaction M-N du code européen Eurocode3 sont présentés sur la figure 5-23-c. On constate une infime différence (0.5%) entre les valeurs des deux facteurs de charge de ruine, en flexion simple et avec interaction M-N (figures 5-23-a et 5-23-c). Un mécanisme de panneau (SM) des trois premiers niveaux a été obtenu sous l’effet seulement de six rotules plastiques sur un total de 25 formées (nœuds 1, 2, 3, 14, 16, 18).

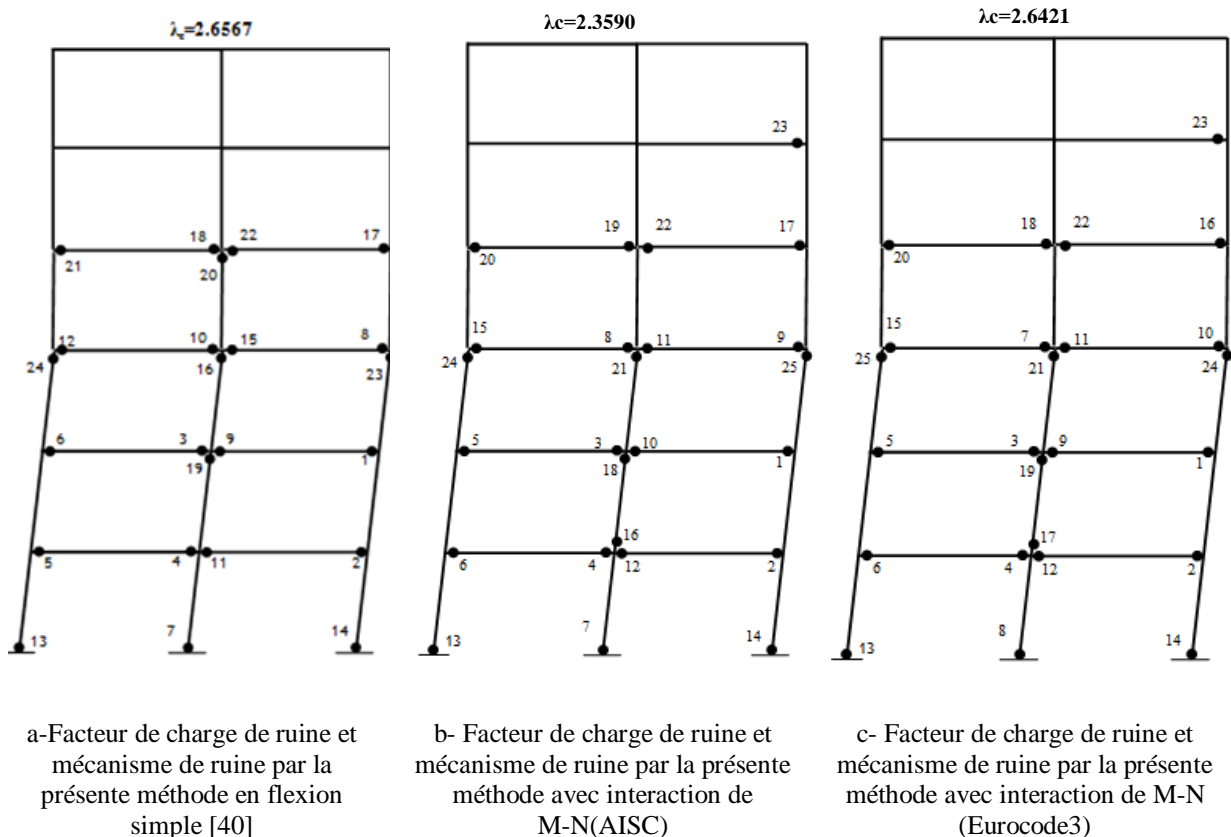


Figure 5-23. Facteur de charge de ruine et mécanisme de ruine du portique à deux travées et six niveaux

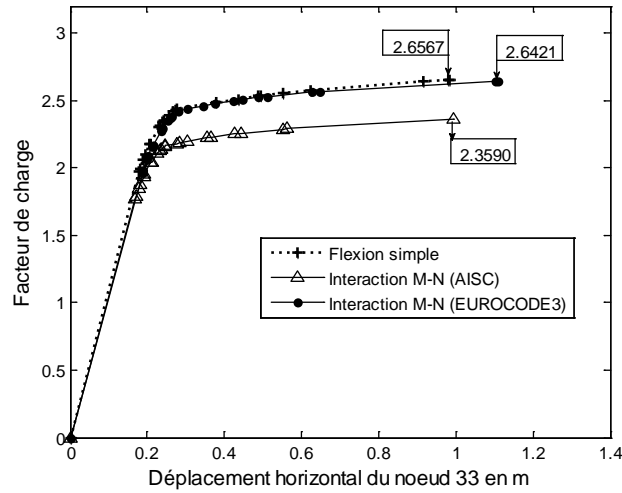


Figure 5-24. Relation facteur de charge déplacement horizontal du nœud N°33 du portique à deux travées et six niveaux

La figure 5-24 présente la relation facteur de charge-déplacement horizontal du nœud N°33 du portique à six niveaux et deux travées. Les trois courbes ont été élaborées par le présent programme numérique et ce en flexion simple et avec interaction M-N en utilisant les deux codes AISC [42] et Eurocode 3 [41].

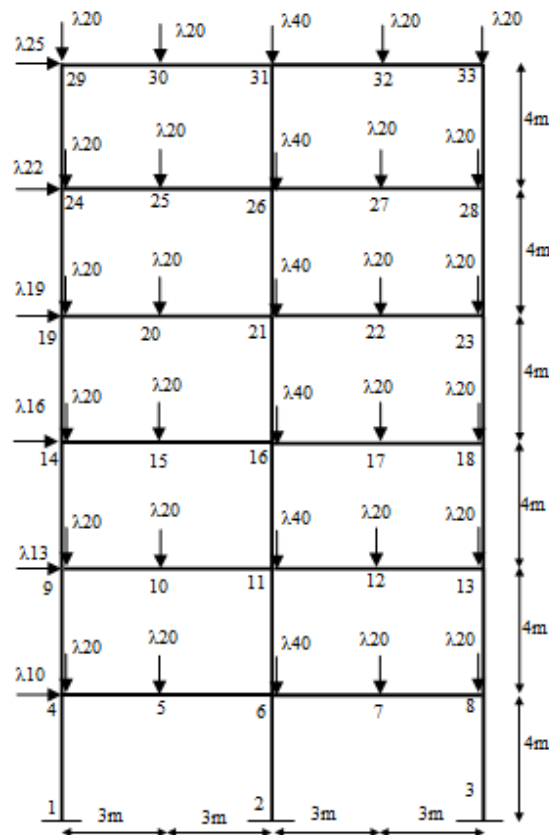


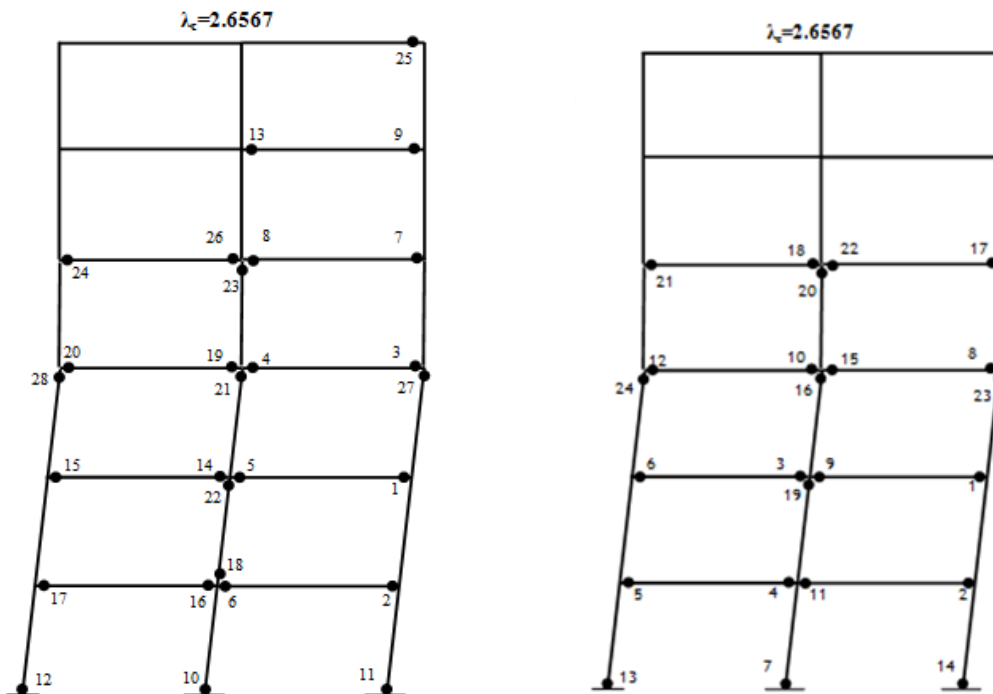
Figure 5-25. Portique à six niveaux et deux travées (Poteaux en HEB240, poutres en IPE330, charges en kN)

Elles montrent la réduction de rigidité à chaque apparition de rotules plastiques et ce jusqu'à la ruine (pente presque nulle) où le facteur de charge devient un facteur de charge de ruine et la structure un mécanisme.

Afin de mettre en évidence l'effet de l'effort normal sur la charge et le mécanisme de ruine, le même portique à deux travées et six étages (figure 5-10-a) a été ré analysé avec un nouveau chargement vertical (figure 5-25).

La figure 5-26 présente l'analyse plastique d'un portique en flexion simple et avec interaction M-N en augmentant la charge verticale (solicitations dans les poteaux).

La même valeur du facteur de charge de ruine  $\lambda_c=2.6567$  transforme le portique à six niveaux et deux travées en un mécanisme de panneau (SM) en flexion simple pour le premier type de chargement et après l'augmentation du chargement vertical. Pour le premier cas (figure 5-10-a) le mécanisme se produit après la formation de 28 rotules plastiques et pour le second cas de chargement après la naissance de 24 rotules plastiques (figure 5-26). Il est à noter aussi que seulement six rotules plastiques (nœuds 1, 2, 3, 14, 16, 18) ont participé à la création de ce mécanisme.



a-Facteur de charge de ruine et mécanisme de ruine du portique à six niveaux figure 5-10-a par la présente méthode en flexion simple

b-Facteur de charge de ruine et mécanisme de ruine du portique à six niveaux figure 5-25 par la présente méthode en flexion simple

Figure 5-26. Facteur de charge de ruine et mécanisme de ruine du portique à deux travées et six niveaux

La figure 5-27 présente les variations du facteur de charge-déplacement horizontal du nœud N°33 en flexion simple du portique représenté sur la figure 5-10-a avec le chargement initial et celles du portique représenté sur la figure 5-25 avec le nouveau chargement vertical. L'augmentation de la charge verticale a diminué le déplacement vertical du portique en question d'un taux de 22% de 1.2693m pour le cas du chargement initial à 0.9893m avec augmentation du chargement vertical.

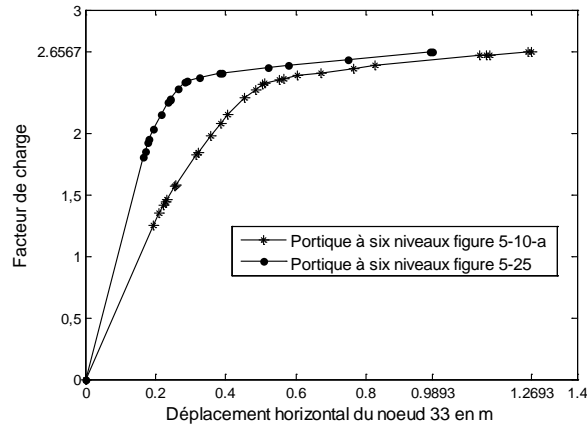


Figure 5-27. Relation facteur de charge déplacement horizontal du nœud N°33 du portique à deux travées et six niveaux figures 5-10-a et 5-25

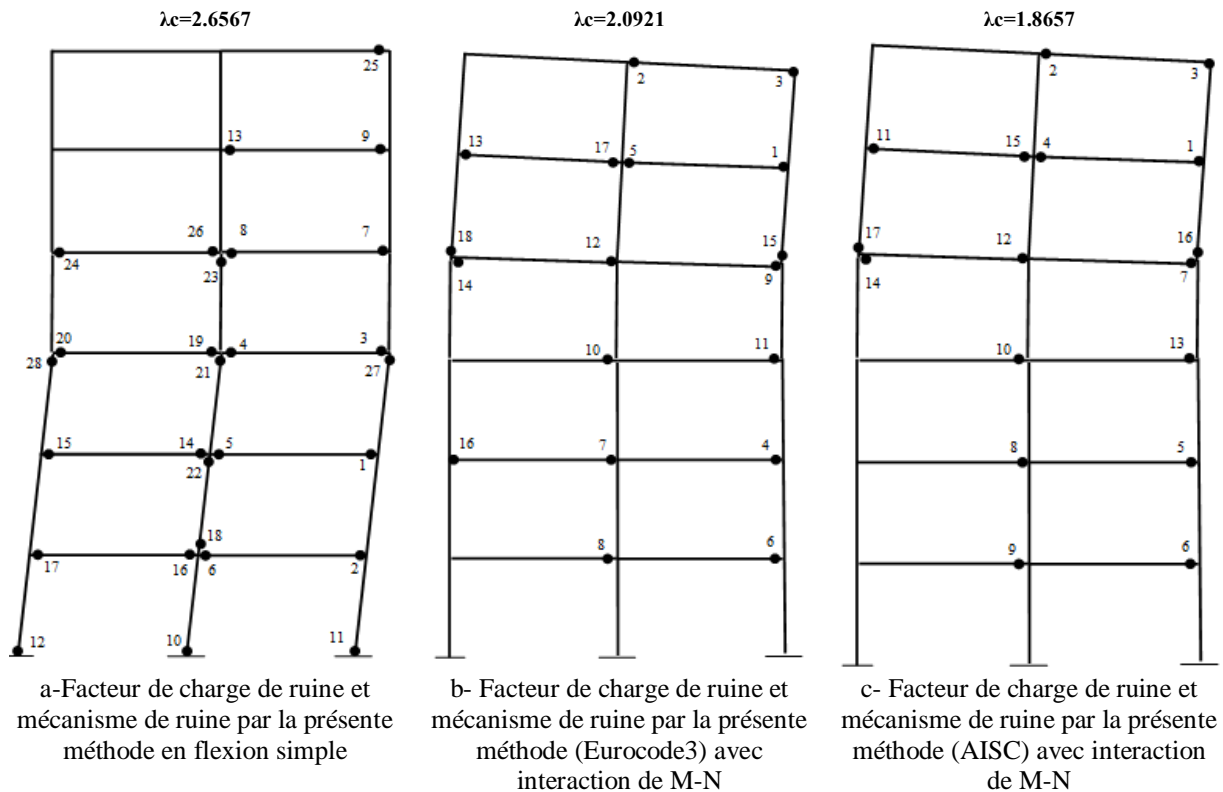


Figure 5-28. Facteur de charge de ruine et mécanisme de ruine du portique à deux travées et six niveaux figure 5-25 avec le nouveau chargement vertical

Le portique à six niveaux et deux travées de la figure 5-25 soumis au nouveau chargement vertical a été analysé par le présent programme numérique avec interaction M-N (figure 5-28).

En utilisant les deux courbes des deux codes AISC et Eurocode 3, l'augmentation du chargement vertical a mis en évidence l'effet de l'effort normal sur l'emplacement et l'ordre d'apparition des rotules plastiques, la charge de ruine et le mécanisme de ruine:

❖ **Utilisation du code AISC :**

Le facteur de charge de ruine du portique en question a diminué d'un taux de 29.77% de  $\lambda_c=2.6567$  en flexion simple à  $\lambda_c=1.8657$  avec interaction M-N (courbe d'interaction du code AISC) figures 5-28-a et 5-28-c. Le mécanisme de ruine a été formé après la naissance de 28 rotules plastiques en flexion simple six rotules plastiques seulement (nœuds 1, 2, 3, 14, 16, 18) ont participé à la transformation de cette structure en mécanisme de panneau (SM) des trois premiers niveaux. Par contre ce portique se transforme en un mécanisme de panneau (SM) des deux derniers niveaux avec interaction M-N après la formation de 17 rotules plastiques en utilisant le code AISC, seulement sept de ces rotules participent dans la formation de ce mécanisme (les deux rotules du nœud 19, les deux rotules du nœud 23, les deux rotules du nœud 26 et la rotule du nœud 33) figure 5-28-c.

❖ **Utilisation du l'Eurocode 3 :**

En utilisant la courbe d'interaction M-N de l'Eurocode 3, il a été constaté la diminution du facteur de charge de ruine d'un taux de 21.25% de  $\lambda_c=2.6567$  en flexion simple à  $\lambda_c=2.0921$  avec interaction M-N (courbe d'interaction de l'Eurocode 3) figures 5-28-a et 5-28-b. Ce portique se transforme en un mécanisme de panneau (SM) des deux derniers niveaux avec interaction M-N après la formation de 18 rotules plastiques en utilisant la courbe d'interaction M-N du l'Eurocode 3, seulement sept de ces rotules participent dans la formation de ce mécanisme (les deux rotules du nœud 19, les deux rotules du nœud 23, les deux rotules du nœud 26 et la rotule du nœud 33) figure 5-28-c.



La relation facteur de charge-déplacement horizontal du nœud N°33 du portique à six niveaux et deux travées avec augmentation du chargement vertical figure 5-25 est représentée sur la figure 5-29.

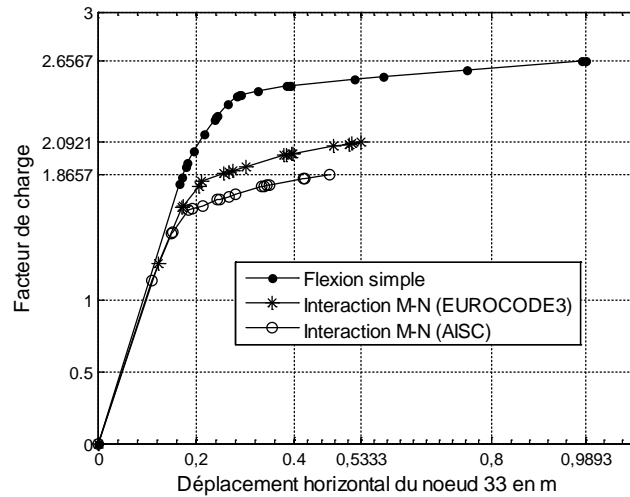


Figure 5-29. Relation facteur de charge déplacement horizontal du nœud N°33 du portique à deux travées et six niveaux figure 5-25

Cette courbe montre la réduction de la rigidité du portique à chaque apparition d'une rotule plastique jusqu'à la transformation de cette structure en un mécanisme de ruine. La prise en compte de l'interaction M-N dans l'analyse plastique en utilisant les deux codes AISC et l'Eurocode 3 a réduit les déplacements horizontaux du portique (figure 5-25) d'un taux de 52.37% pour l'Eurocode 3 et d'un taux de 46.10% pour le code AISC.

#### 5-4 Synthèse

A travers les exemples traités précédemment par la présente méthode en flexion simple et avec interaction moment de flexion-effort normal, il a été constaté ce qui suit :

- Une validation parfaite pour le cas de la flexion pure, et ce pour les portiques simples traités manuellement par les méthodes classiques basées sur le principe des travaux virtuels ou par la méthode incrémentale "pas à pas" basée sur l'approche des rotules plastiques. Ainsi que pour les portiques à plus d'un niveau et d'une travée traités par le logiciel de calcul SAP2000.
- Comparativement aux méthodes classiques, la présente méthode permet la détermination de la vraie charge de ruine et le vrai mécanisme de ruine des structures en charpente métallique en déterminant l'emplacement et l'ordre des rotules plastiques.

- La prise en compte de l'interaction moment de flexion-effort sur la plastification des sections transversales a mis en évidence l'effet de l'effort normal sur la charge de ruine et le mécanisme de ruine des structures en portique. Plus l'effort normal augmente plus la charge de ruine se réduit et plus le déplacement horizontal se raccourcit. L'effort normal est donc inversement proportionnel avec la charge de ruine.
- Pour le cas de l'interaction moment de flexion-effort normal, la validation a été moins nette, et ceci est dû à la non prise en compte de la non linéarité géométrique.

## Chapitre 6 :

# Prédiction des mécanismes de ruine par la construction de diagrammes d'interaction

### 6-1 Introduction

L'intérêt fondamental de la construction des diagrammes d'interaction est la présentation des différents mécanismes de ruine possibles en fonction du rapport entre les charges verticales concentrées et les charges horizontales concentrées.

Pour des portiques simples (un niveau et une travée), le tracé des diagrammes d'interaction est facile et possible en utilisant le principe des travaux virtuels pour déterminer les fonctions reliant les deux charges concentrées pour chaque type de mécanisme de ruine.

Pour des portiques à plus d'un niveau et une travée, la détermination du mécanisme de ruine par les méthodes classiques basées sur le principe des travaux virtuels (combinaisons des mécanismes élémentaires ou l'analyse limite) est difficile et parfois impossible. Pour cette cause, la construction des diagrammes d'interaction de ce type de structure n'est pas prévue dans la littérature.

Dans ce qui suit, la construction des diagrammes d'interaction pour des portiques à plus d'un niveau et une travée est possible en utilisant le programme numérique développé en langage Matlab, ce dernier permet la construction des diagrammes d'interaction des charges concentrées verticales  $V$ , et horizontales  $H$ , en flexion pure et avec interaction de moment de flexion et de l'effort normal, il est basé sur la méthode des éléments finis et utilise la méthode incrémentale "pas à pas" au premier ordre.

### 6-2 Diagramme d'interaction pour les portiques simples

#### 6-2-1 Introduction

Le diagramme d'interaction des portiques simples (un niveau et une travée) peut être construit à partir du présent programme numérique en flexion simple et avec interaction de moment de flexion et de l'effort normal. Il est tracé point par point, chaque point de ce diagramme représente un type de mécanisme de ruine et correspond à un rapport entre les deux charges concentrées verticale  $V$ , et horizontale  $H$ ,  $\alpha = V / H$ .

### 6-2-2 Diagramme d'interaction pour les portiques simples en flexion pure

En utilisant le programme numérique, le diagramme d'interaction V-H du portique traité par Stuart .S et Moy J [8] figure 5-3-a a été tracé point par point avec  $\alpha$  variant de 0 à 15 avec un pas de 0,05. Le résultat obtenu est similaire avec le diagramme d'interaction tracé à partir des travaux virtuels figure 6-1.

La courbe d'interaction V-H du portique simple est représentée graphiquement par la courbe "a.b.c.d" figure 6-1. Toute ligne partante de l'origine représente un rapport de chargement  $\alpha$ , ce rapport représente un type de mécanisme de ruine à chaque fois que ces lignes passent par la courbe d'interaction a.b.c.d. De a à b ( $\alpha < 0.25$ ), la ruine du portique simple est due au mécanisme de panneau (SM), de b à c ( $0.25 < \alpha < 1.5$ ), la ruine du portique simple est due au mécanisme combiné (CM) et de c à d ( $\alpha > 1.5$ ) la ruine du portique simple est due au mécanisme de poutre (BM) figure 6-1.

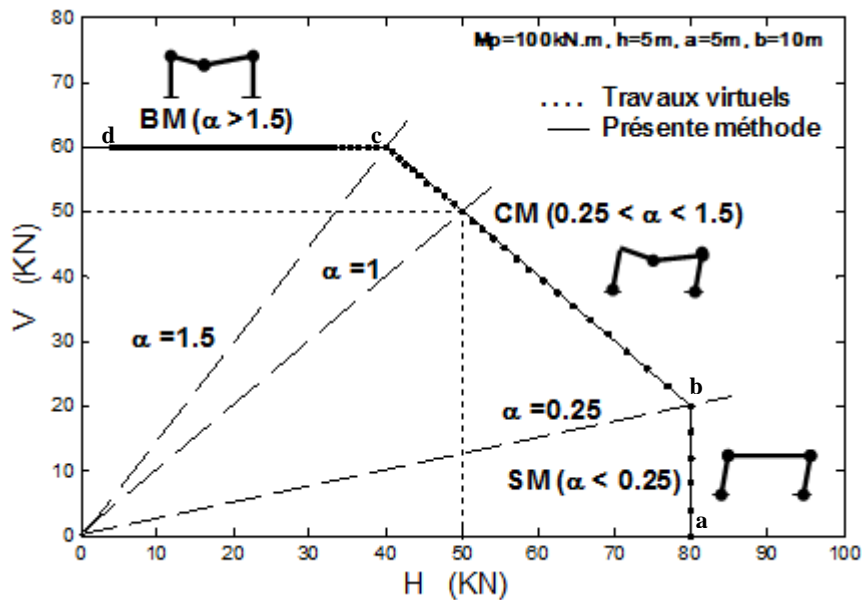


Figure 6-1. Diagramme d'interaction d'un portique simple en flexion pure

La ligne partante de l'origine  $\alpha=1$  coupe la courbe d'interaction du portique simple "a.b.c.d" au point correspond à la combinaison  $V=H=50$  kN avec un mécanisme combiné figure 6-1. Ce point de diagramme a les mêmes résultats obtenus de l'analyse plastique du portique simple figure 5-3-a par Stuart .S et Moy J manuellement à l'aide de la méthode "pas à pas" et la présente approche figure 5-3

### 6-2-3 Diagramme d'interaction pour les portiques simples avec interaction M-N

La figure 6-2 représente un portique simple à un niveau et une travée avec les caractéristiques géométriques et les points d'application des charges verticales et horizontales.

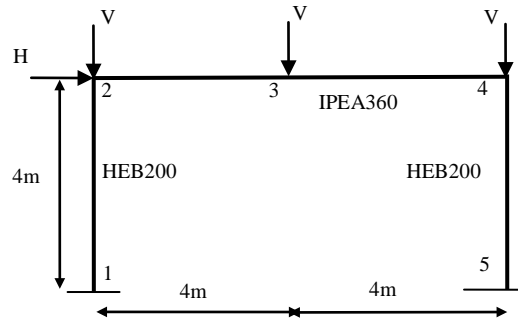


Figure 6-2. Portique simple à une travée et un niveau

Les caractéristiques des poteaux et de la poutre du portique simple sont mentionnées dans le tableau 6-1.

Profilé	Fy [MPa]	EI [kN.m <sup>2</sup> ]	EA [kN]	W <sub>pl</sub> [cm <sup>3</sup> ]	M <sub>p</sub> [kN.m]	N <sub>p</sub> [kN]
HEB200	235	11733.76	1608448	642.5	150.987	1834.88
IPEA360	235	30492	1343160	906.8	213.098	1503.06

Tableau 6-1. Caractéristiques des poteaux et de la poutre du portique simple figure 6-2

Le diagramme d'interaction des charges verticales concentrées et les charges horizontales concentrées de ce portique a été tracé point par point, et ce en flexion simple et avec interaction de M-N en adoptant la courbe d'interaction M-N du code AISC.

La courbe d'interaction V-H de ce portique avec interaction de M-N est représentée graphiquement par la courbe "a.b.c.d" figure 6-3. De a à b ( $\alpha < 0.7$ ), le portique simple se transforme en mécanisme de panneau (SM), de b à c ( $2.4 < \alpha < 0.7$ ), la ruine du portique simple est due au mécanisme combiné (CM), par contre ce dernier se transforme en mécanisme de poutre (BM) de c à d ( $\alpha > 2.4$ ) figure 6-3.

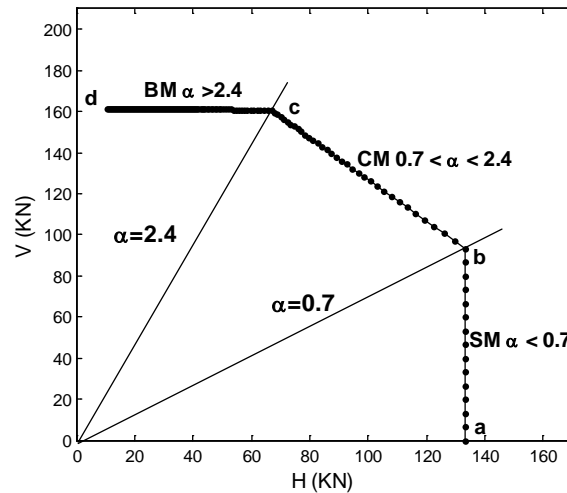


Figure 6-3. Diagramme d'interaction du portique simple avec interaction de M-N

Les deux diagrammes d'interaction du portique simple figure 6-2 en flexion pure et avec interaction de M-N sont représentés dans la figure 6-4. D'après cette figure, avec les mêmes rapports de charges verticales et charges horizontales  $\alpha$  on obtient les mêmes mécanismes de ruine en flexion simple et avec interaction de M-N mais pour des charges de ruine différentes.

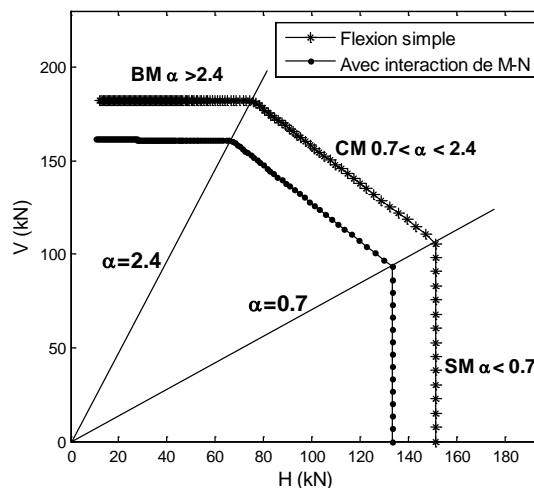


Figure 6-4. Diagramme d'interaction du portique simple en flexion et avec interaction de M-N

Le portique simple figure 6-2 se transforme en un mécanisme de panneau (SM) :

- En flexion simple pour  $H_c=151$  kN et  $V \in [0, 105.7]$
- Avec interaction de M-N pour  $H_c=133.1$  kN et  $V \in [0, 93.23]$

Ce portique se transforme en un mécanisme de poutre (BM) :

- En flexion simple pour  $V_c=182.21$  kN et  $H \in [0, 74.31]$
- Avec interaction de M-N pour  $V_c=161.4$  kN et  $H \in [0, 65.65]$

Le portique se transforme en un mécanisme combiné (CM) :

- En flexion simple pour  $V \in ]105.7, 182.21[$  et  $H \in ]74.31, 151[$
- Avec interaction de M-N pour  $V \in ]93.23, 160.9[$  et  $H \in ]65.65, 133.1[$ .

La prise en compte de l'effort normal à réduit la charge de ruine des différents mécanismes de ruine d'un taux environ 12%.

### 6-3 Diagramme d'interaction pour les portiques à deux niveaux et deux travées

#### 6-3-1 Introduction

Le diagramme d'interaction des portiques à deux niveaux et deux travées a été établi par le présent programme point par le point et ce en flexion simple et avec interaction de moment de flexion et de l'effort normal en adoptant la courbe d'interaction du code AISC. Chaque point de ce diagramme représente un rapport entre les charges verticales concentrées  $V$ , et les charges horizontales  $H$ ,  $\alpha = V / H$ , ce rapport varie de 0 à 20 avec un pas de 0,05.

#### 6-3-2 Diagramme d'interaction du portique à deux niveaux et deux travées en flexion simple

Le diagramme d'interaction V-H du portique à deux niveaux et deux travées en flexion simple dont les caractéristiques et le chargement sont mentionnés sur la figure 6-5 est représenté graphiquement par la courbe "a.b.c.d" figure 6-6.

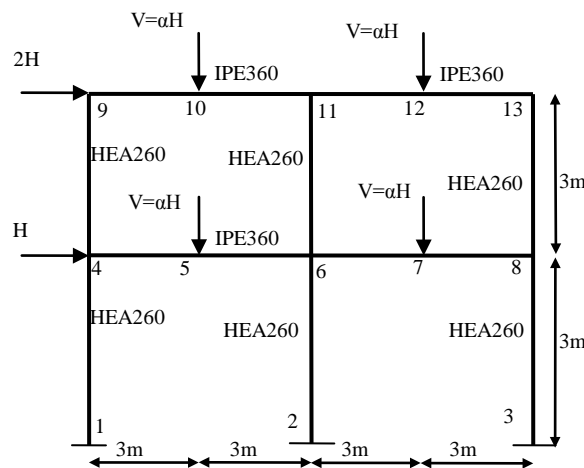


Figure 6-5. Portique à deux travées et deux niveaux

De a à b ( $\alpha < 1.20$ ), la ruine du portique est causée par un mécanisme de panneau (SM) figure 6-6. Par exemple, la structure devient un mécanisme de panneau (SM) pour  $\alpha = 0.6$  et un

facteur de charge de ruine  $\lambda_c=144.1$  suite à la formation de douze rotules plastiques figure 6-7-a, neuf de ces rotules sont formées au niveau des extrémités des poteaux et six de ces rotules participent dans la formation de ce mécanisme (nœuds 1, 2, 3, 4, 6, 8 figure 6-5).

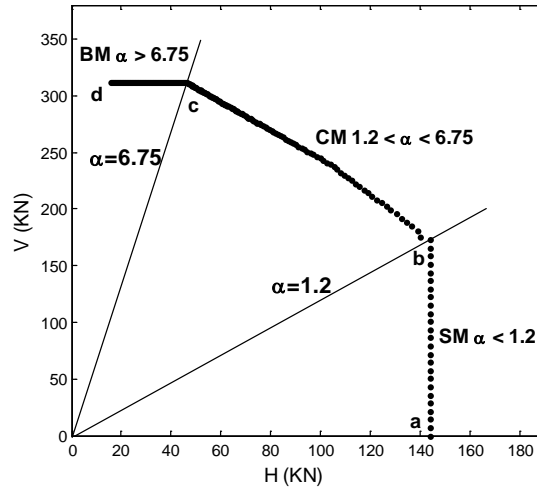


Figure 6-6. Diagramme d'interaction du portique à deux travées et deux niveaux en flexion simple

De b à c ( $1.20 < \alpha < 6.75$ ), la ruine du portique est causée par un mécanisme combiné (CM) figure 6-6, par exemple, la structure devient un mécanisme combiné pour  $\alpha = 3$  avec un facteur de charge de ruine  $\lambda_c = 86.9253$  formant ainsi onze rotules plastiques figure 6-7-b, huit de ces rotules sont formées au niveau des poutres et trois au niveau des poteaux et la totalité de ces rotules plastiques ont participé dans la formation de ce mécanisme.

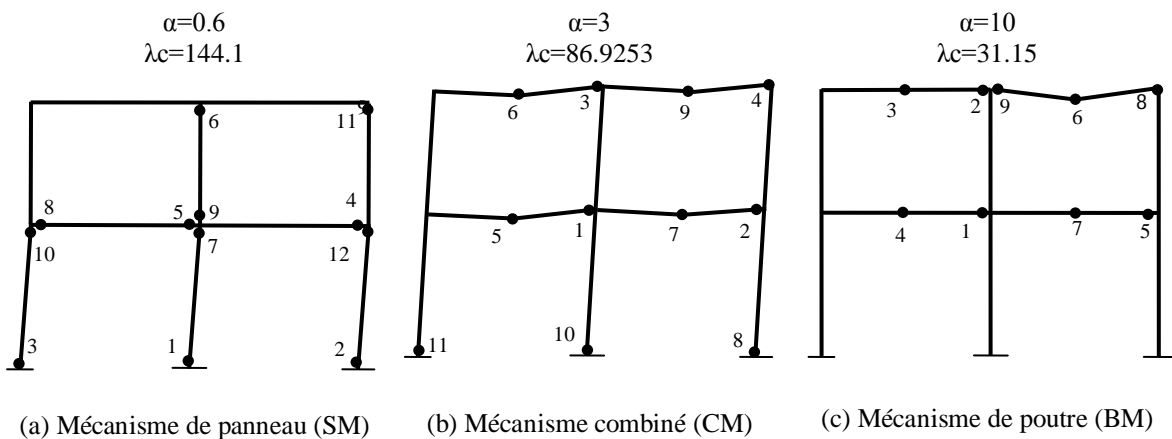


Figure 6-7. Mécanismes de ruine du portique à deux travées et deux niveaux en flexion simple

De c à d ( $\alpha > 6.75$ ), la ruine du portique est causée par un mécanisme de poutre (BM) figure 6-6, par exemple, la structure devient un mécanisme de poutre pour  $\alpha = 10$  avec un facteur de



charge de ruine  $\lambda_c = 31.15$  formant ainsi neuf rotules plastiques, la totalité de ces rotules sont formées au niveau des poutres, trois rotules plastiques participent dans la formation de ce mécanisme (nœuds 11, 12, 13 figure 6-7-c.

### 6-3-3 Diagramme d'interaction du portique à deux niveaux et deux travées avec interaction de M-N

Le diagramme d'interaction V-H du portique à deux niveaux et deux travées avec interaction de M-N (courbe d'interaction du code AISC) dont les caractéristiques et le chargement de ce portique sont mentionnés sur la figure 6-8 est représenté graphiquement par la courbe 'a.b.c.d' figure 6-9.

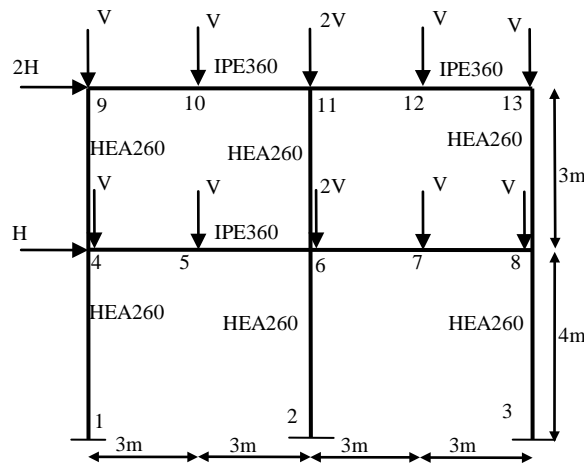


Figure 6-8. Portique à deux travées et deux niveaux

Le portique se transforme en mécanisme de panneau (SM) de a à b ( $\alpha < 1.8$ ) figure 6-9. De b à c ( $1.8 < \alpha < 5.3$ ), la ruine du portique est causée par un mécanisme combiné (CM) figure 6-9 et de c à d ( $\alpha > 5.3$ ), la ruine du portique est causée par un mécanisme de poutre (BM) figure 6-9

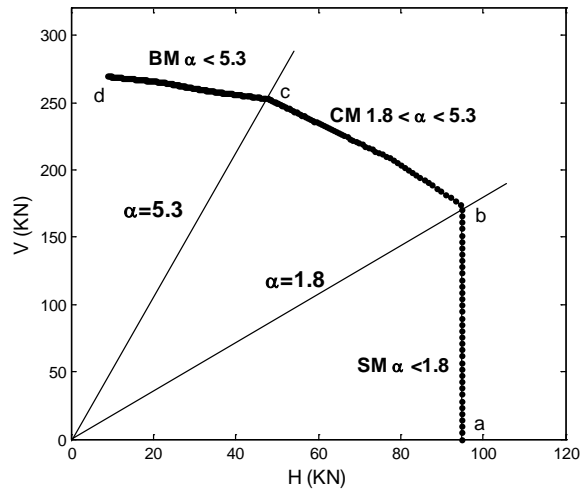


Figure 6-9. Diagramme d'interaction du portique à deux travées et deux niveaux avec interaction de M-N

La figure 6-10 présente les deux diagrammes d'interaction du portique à deux travées et deux niveaux en flexion simple et avec prise en compte de l'interaction M-N (courbe d'interaction du code AISC).

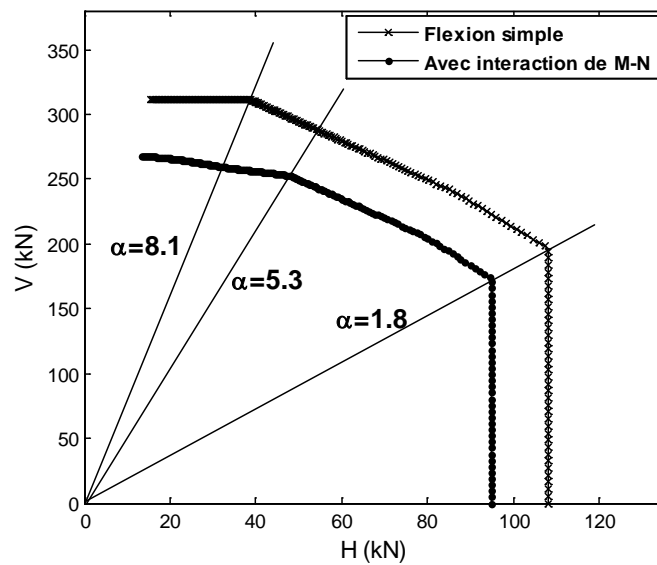


Figure 6-10. Diagrammes d'interaction du portique à deux travées et deux niveaux en flexion simple et avec interaction de M-N

Pour  $\alpha < 1.8$  le portique en question se transforme en mécanisme de panneau (SM) et ce en flexion simple et avec interaction de M-N mais pour des charges de ruine différentes :

- En flexion simple pour  $H_c = 108.1$  kN et  $V \in [0, 194.5]$
- Avec interaction de M-N pour  $H_c = 94.83$  kN et  $V \in [0, 170.7]$

Par exemple, la structure devient un mécanisme de panneau (SM) pour  $\alpha = 1$  et un facteur de charge de ruine  $\lambda_c=108.075$  en flexion simple et  $\lambda_c=94.7923$  avec interaction de M-N (réduction de 12.29%). Et ce suite à la formation de neuf rotules plastiques figure 6-11-a et figure 6-11-b, avec un ordre d'apparition des rotules différent mais dans les mêmes emplacements. Sept de ces rotules sont formées au niveau des extrémités des poteaux et six rotules participent dans la formation de ce mécanisme (nœuds 1, 2, 3, 4, 6, 8) figure 6-11-a et figure 6-11-b.

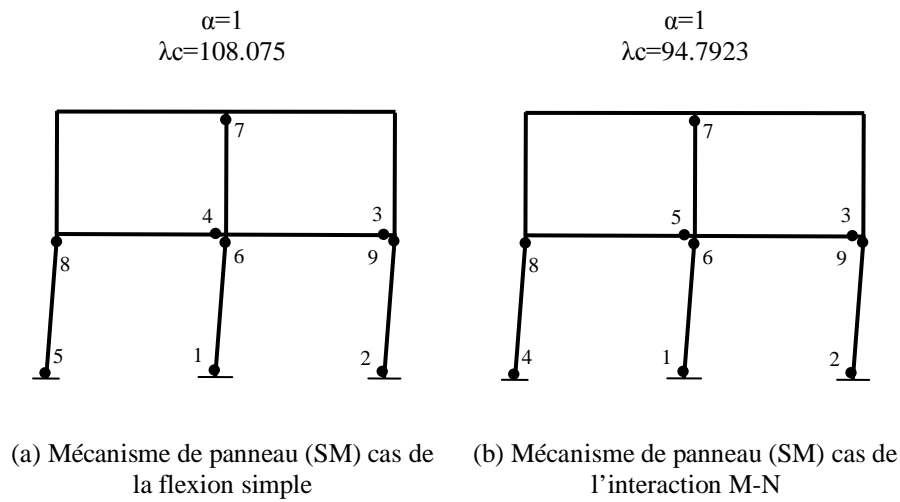


Figure 6-11. Mécanismes de ruine du portique à deux travées et deux niveaux en flexion et avec interaction de M-N pour  $\alpha=1$

Ce portique se transforme en un mécanisme de poutre (BM) :

- En flexion simple pour  $V_c=311.1$  kN et  $H \in [0, 38.89]$
- Avec interaction de M-N pour  $V_c=252.9$  kN et  $H \in [0, 47.72]$

La structure devient un mécanisme de poutre (BM) pour  $\alpha = 10$  avec un facteur de charge de ruine  $\lambda_c = 31.1510$  en flexion simple et  $\lambda_c = 26.2884$  avec interaction de M-N (réduction de 15.61%). Formant ainsi respectivement dix et neuf rotules plastiques, la totalité de ces rotules sont formées au niveau des poutres (à part une seule rotule), seulement trois de ces rotules plastiques participent dans la formation de ce mécanisme (nœuds 11, 12, 13) figure 6-12-a et figure 6-12-b.

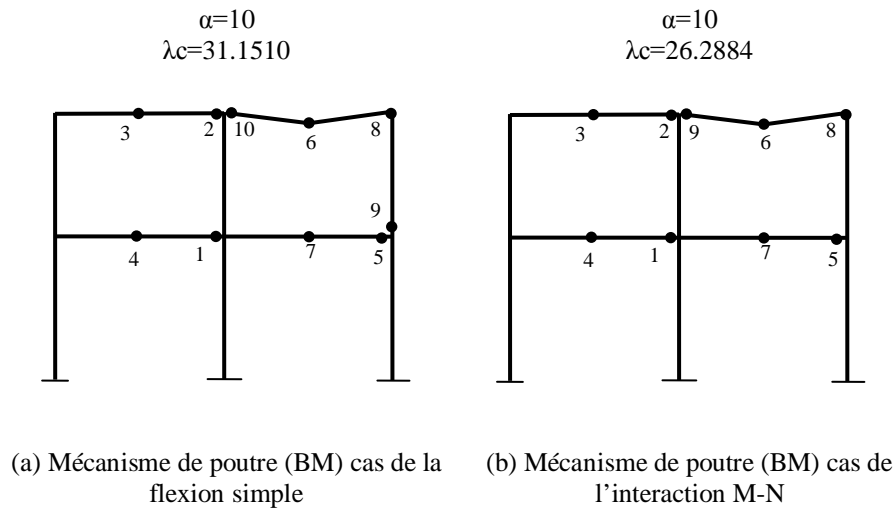


Figure 6-12. Mécanismes de ruine du portique à deux travées et deux niveaux en flexion et avec interaction de M-N pour  $\alpha=10$

Cependant pour un  $\alpha = 6$  ce portique se transforme en mécanisme combiné (CM) avec  $\lambda_c = 49.2577$  en flexion simple après la formation de onze rotules plastique et se transforme en mécanisme de poutre (BM) pour le même rapport  $\alpha = 6$  après la formation de neuf rotules plastiques figure 6-13-a et figure 6-13-b.

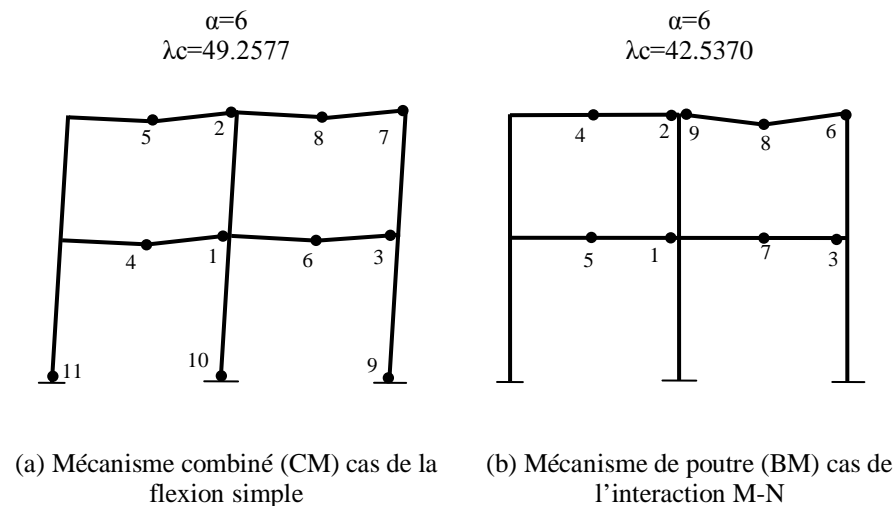


Figure 6-13. Mécanismes de ruine du portique à deux travées et deux niveaux en flexion et avec interaction de M-N pour  $\alpha=6$

Le portique se transforme en un mécanisme combiné (CM) :

- En flexion simple pour  $V \in ]105.7, 182.21[$  et  $H \in ]74.31, 151[$
- Avec interaction de M-N pour  $V \in ]93.23, 160.9[$  et  $H \in ]65.65, 133.1[$ .

Par exemple, la structure devient un mécanisme combiné pour  $\alpha = 3$  avec un facteur de charge de ruine  $\lambda_c = 82.0915$  en flexion simple et  $\lambda_c = 72.1915$  avec interaction de M-N (réduction de 12.06%). Formant ainsi onze rotules plastiques figure 6-14-a et figure 6-14-b, la totalité de ces rotules participent dans la formation de ce mécanisme.

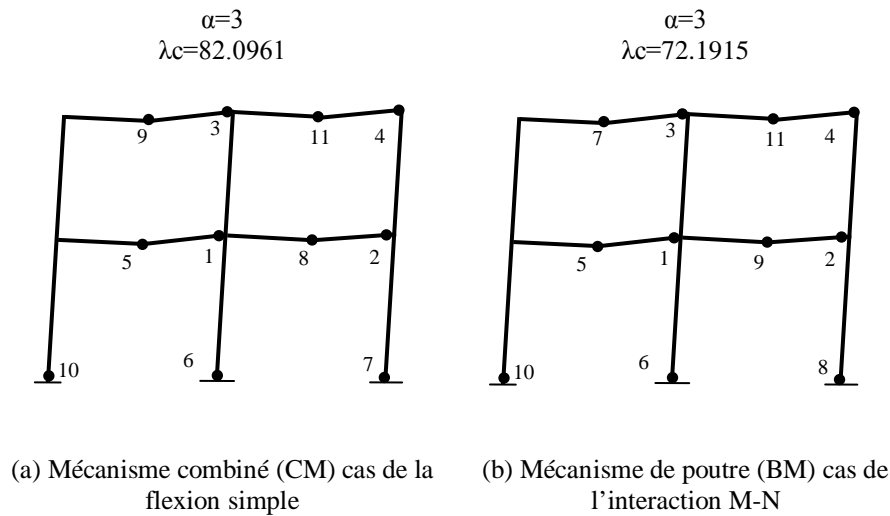


Figure 6-14. Mécanismes de ruine du portique à deux travées et deux niveaux en flexion et avec interaction de M-N pour  $\alpha=3$

#### 6-4 Diagramme d'interaction pour les portiques à six niveaux et deux travées

Le diagramme d'interaction du portique à deux travées et six niveaux figure 6-15 a été tracé par le présent programme numérique en fonction du rapport des charges verticales concentrées et des charges horizontales concentrées  $\alpha$  ( $\alpha$  varie de 0 à 20 avec un pas de 0,05) en adoptant la courbe d'interaction de M-N du code AISC.

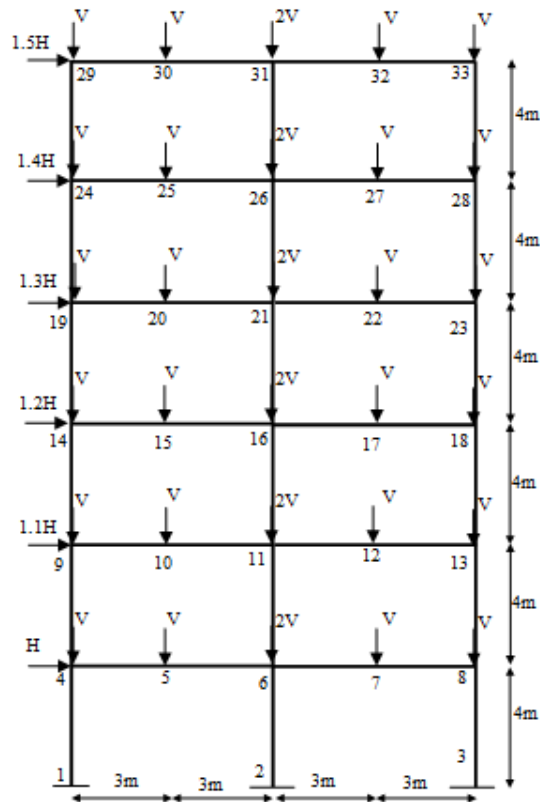


Figure 6-15. Portique à six niveaux et deux travées (Poteaux en HEB240, poutres en IPE330, charges en kN)

Les figures 6-16 et 6-17 représentent les différents types de mécanismes de ruine de ce portique en fonction du rapport  $\alpha$ .

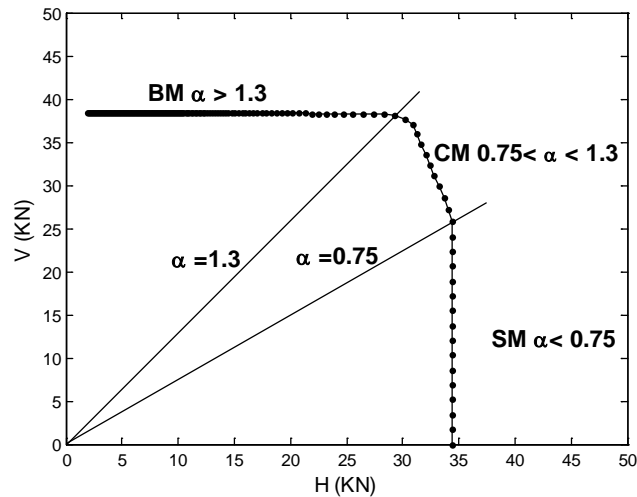


Figure 6-16. Diagramme d'interaction du portique à deux travées et six niveaux avec interaction de M-N

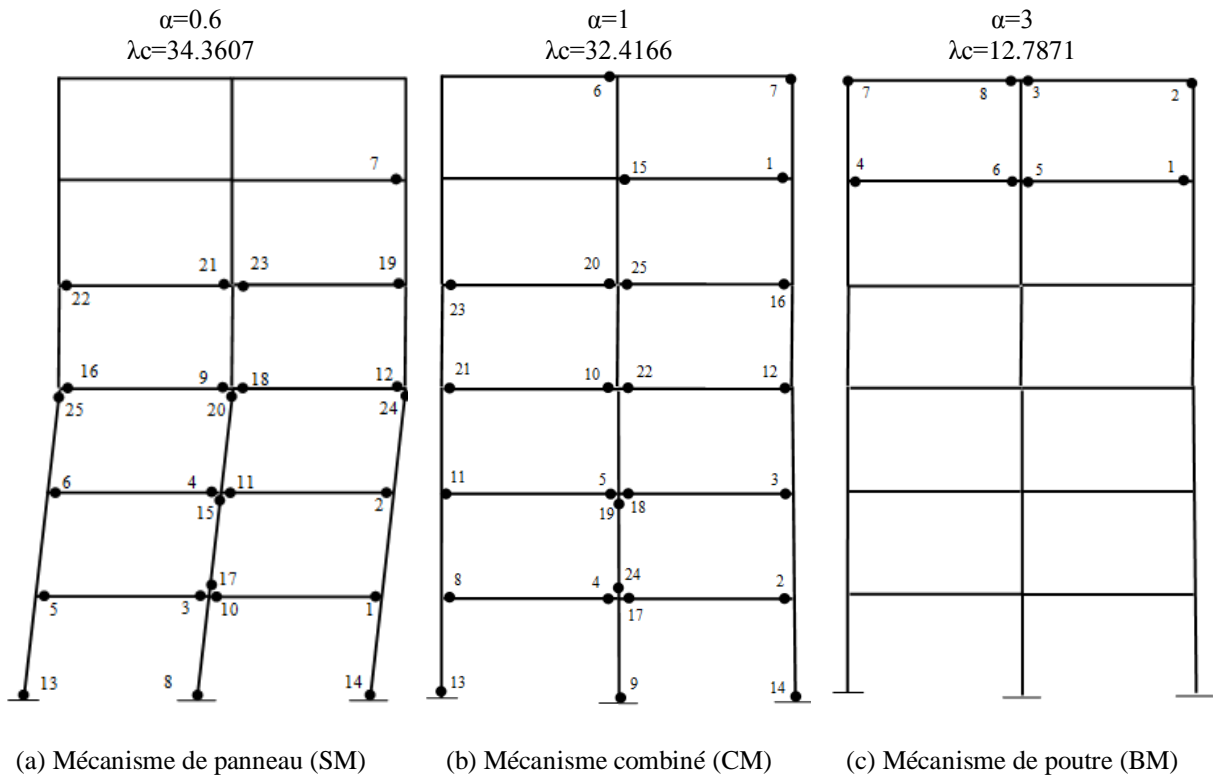


Figure 6-17. Mécanismes de ruine du portique à deux travées et six niveaux avec interaction de M-N en fonction de  $\alpha$ .

### 6-5 Domaines d'applications de la présente méthode

En utilisant l'approche proposée, il est possible et facile d'anticiper tous les mécanismes de ruine possibles et les charges de ruine correspondantes pour des portiques simples (une travée et un niveau) ou pour des portiques ayant plus d'une travée et plus d'un niveau et ce, à partir de la construction de diagrammes d'interaction de ces portiques en modifiant les paramètres les plus influents (caractéristiques géométriques de la structure, propriétés mécaniques des matériaux utilisés, chargement ...).

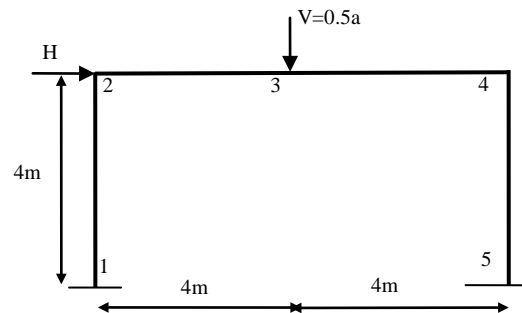


Figure 6-18. Portique simple

Le même processus décrit précédemment a été utilisé pour construire les diagrammes d'interaction en flexion simple pour un portique simple d'un niveau et une travée figure 6-18 et le portique à deux niveaux et deux travées figure 6-19 et ce pour différentes valeurs du rapport  $\beta = M_{pc} / M_{pb}$  (rapport du moment plastique des poteaux sur le moment plastique des poutres) voir tableau 6-2.

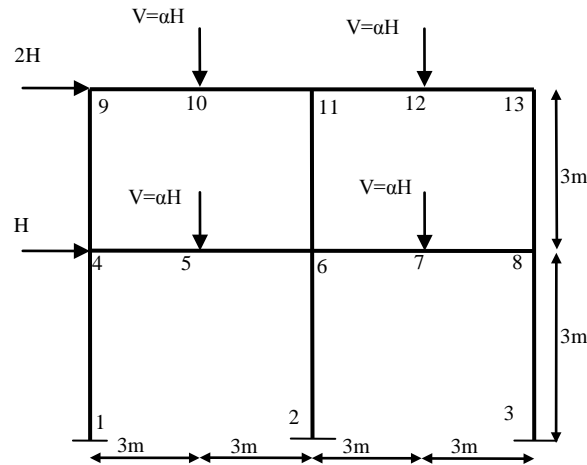


Figure 6-19. Portique à deux travées et deux niveaux

combinaison N°	Section	Module plastique $10^3 \text{ mm}^3$	Moment plastique kN.m	Rapport $\beta = M_{pc} / M_{pb}$
1	Poteau HEA180	324.9	76.53	0.36
	Poutre IPEA360	906.8	213.10	
2	Poteau HEAB200	642.5	150.98	0.71
	Poutre IPEA360	906.8	213.10	
3	Poteau HEA260	919.8	216.15	1.01
	Poutre IPEA360	906.8	213.10	
4	Poteau HEA300	1383	325	1.53
	Poutre IPEA360	906.8	213.10	
5	Poteau HEA340	1850	434.75	2.04
	Poutre IPEA360	906.8	213.10	

Tableau 6-2. Valeur du rapport  $\beta = M_{pc} / M_{pb}$ .

En étudiant l'effet du rapport  $\beta$  sur la nature du mécanisme de ruine provoqué, toute ligne partante de l'origine représente une charge proportionnelle  $\alpha$ . Dans ce cas, la ligne passe par cinq diagrammes d'interaction et la nature du mécanisme de ruine dépend du rapport moment plastique du poteau sur le moment plastique de la poutre,  $\beta = M_{pc} / M_{pb}$  figure 6-20 et figure 6-21.



La figure 6-20 représente cinq diagrammes d'interaction de la charge verticale concentrée  $V$ , et la charge horizontale concentrée  $H$ , du portique simple figure 6-18 en fonction de cinq rapport moment plastique du poteau sur le moment plastique de la poutre,  $\beta = M_{pc} / M_{bp}$ . Le rapport  $\alpha = V/H$  (avec  $\alpha = 0.5a$  et  $a$  un coefficient de variation de 0 à 10 avec un pas de 0.05) représente la ligne partante de l'origine et passant par les cinq courbes d'interaction.

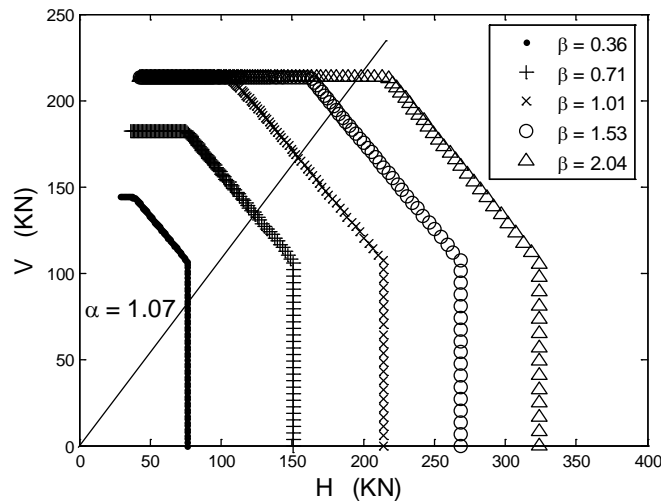


Figure 6-20. Diagrammes d'interactions du portique simple en flexion en fonction du rapport  $\beta$

La ligne  $\alpha = 1.07$  figure 6-20 passe par le premier diagramme d'interaction correspondant à un rapport de moment plastique entre les poteaux et les poutres  $\beta = 0.36$  au point  $V = 82.08$  kN et  $H = 76.35$  kN, cette combinaison  $V-H$  provoque la ruine du portique en question après la formation d'un mécanisme de panneau (SM). Pour la même ligne  $\alpha = 1.07$  le portique se transforme en mécanisme combiné pour les trois courbes d'interaction correspondantes aux  $\beta = 0.71$ ,  $\beta = 1.01$  et  $\beta = 1.53$  respectivement sous le chargement  $V = 133.4$  kN,  $H = 124.1$  kN et  $V = 166.4$  kN,  $H = 154.8$  kN et  $V = 194.6$  kN,  $H = 181$  kN, et le même rapport  $\alpha = 1.07$  transforme le portique en mécanisme de poutre (BM) pour  $\beta = 2.04$  sous la combinaison  $V = 213.1$  kN,  $H = 198.2$  kN.

Les mécanismes de ruine du portique à deux travées et deux niveaux en fonction du rapport  $\beta$  peuvent être déterminés graphiquement à partir de l'exploitation de la figure 6-21. Cette figure représente les cinq diagrammes d'interaction  $V-H$  de ce portique en fonction des cinq rapports  $\beta$ . La ligne correspondante à  $\alpha = 2.15$  coupe les cinq diagrammes d'interaction dans des points représentatifs de types de mécanismes pour différentes charges de ruine. Le

premier point de coupure indique que sous la combinaison  $V=164.2\text{kN}$  et  $H=76.35\text{kN}$  le portique à deux niveaux et deux travées se transforme en mécanisme de panneau (SM).

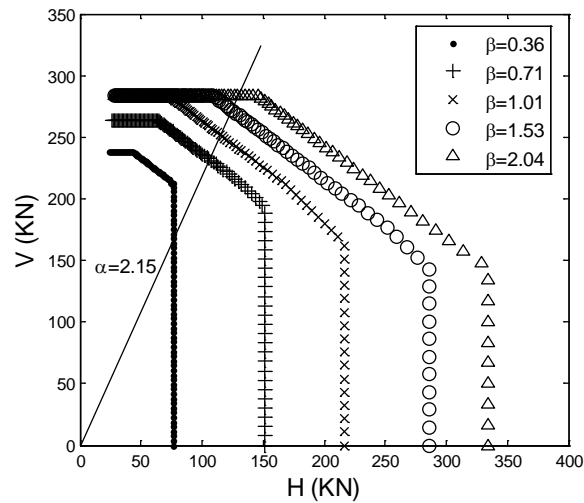


Figure 6-21. Diagrammes d'interactions du portique à deux niveaux et deux travées en flexion en fonction du rapport  $\beta$

Le portique se transforme en mécanisme combiné pour la même ligne  $\alpha=2.15$  qui coupe les trois diagrammes d'interaction correspondant à  $\beta=0.71$ ,  $\beta=1.01$  et  $\beta=1.53$  au niveau de trois points de combinaisons différentes  $V=231\text{ kN}$ ,  $H=107.4\text{ kN}$  et  $V=250.7\text{ kN}$ ,  $H=116.6\text{ kN}$  et  $V=270.9\text{ kN}$ ,  $H=126\text{ kN}$ . Cependant ce portique se transforme en mécanisme de poutre (BM) avec le même rapport  $\alpha=2.15$  pour le diagramme d'interaction correspondant à  $\beta=2.04$  sous la combinaison  $V=284.12\text{ kN}$ ,  $H=132.15\text{ kN}$  figure 6-21.

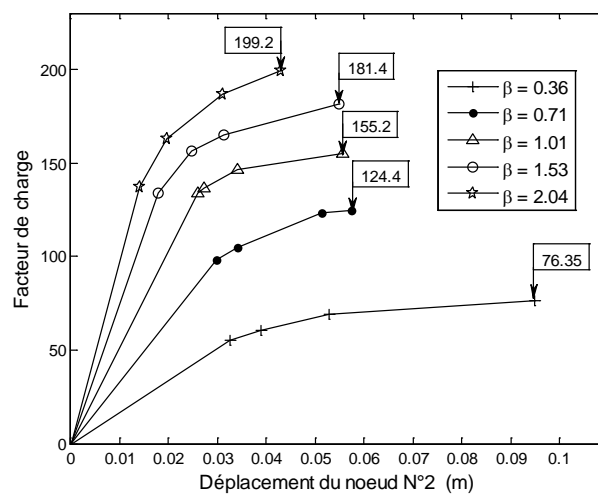


Figure 6-22. Relation facteur de charge déplacement du portique simple nœud N°2 en flexion en fonction du rapport  $\beta$  pour  $\alpha=1.07$

Le contrôle de la déformation et de la ductilité de ces structures pour chaque valeur de  $\alpha$  peut être effectué en utilisant les courbes de facteur de charge-déplacement pour chaque valeur du rapport  $\beta$  figure 6-22 et figure 6-23.

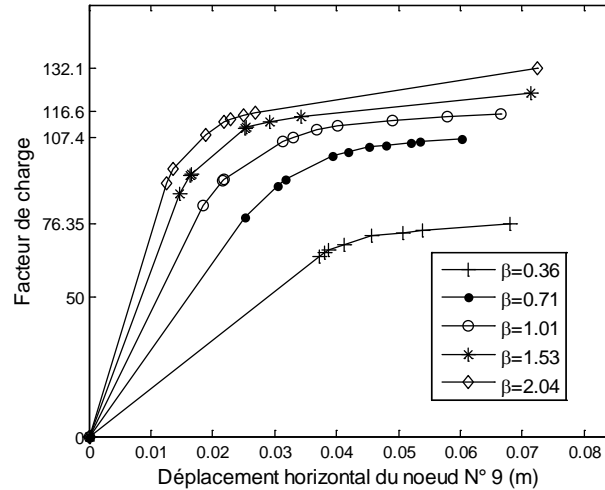


Figure 6-23. Relation facteur de charge déplacement du portique à deux niveaux et deux travées en flexion en fonction du rapport  $\beta$  pour  $\alpha=2.15$

## 6-6 Synthèse

En principe, selon la littérature disponible la construction des diagrammes d'interaction en flexion simple est facile et possible en utilisant les méthodes classiques d'analyse plastique basées sur le principe des travaux virtuels en reliant les fonctions représentantes des deux charges concentrées pour chaque type de mécanisme de ruine. Cette littérature ne préconise pas la construction de ces diagrammes d'interaction pour les structure à plus d'un niveau et une travée ni en flexion simple ni avec interaction de moment de flexion et d'effort normal.

La construction des diagrammes d'interaction pour des portiques à plus d'un niveau et une travée est possible en flexion simple et avec interaction de M-N en utilisant le présent programme numérique développé en langage Matlab.

Ces diagrammes d'interaction présentent une forte similitude avec ceux des portiques simples (un niveau et une travée). A partir de ces derniers, la détermination des mécanismes de ruine est très possible, elle est liée directement à la relation entre les deux charges concentrées verticale et horizontale présentées sur les diagrammes d'interaction en fonction de  $\alpha$ . Ce rapport agit directement sur les charges de ruine et les mécanismes développés.

L'initiative de la construction des diagrammes d'interaction en tenant compte de l'effort normal a mise en exergue l'effet de ce dernier sur la charge de ruine et la nature du mécanisme développé.

Ce qui a été réalisé dans le présent chapitre est encourageant à plus d'un titre, en plus de la prédiction des mécanismes de ruine des structures en charpente métallique, ces diagrammes d'interaction peuvent être exploités dans le dimensionnement des structures en charpente métallique en fonction des paramètres les plus influents tel que le rapport entre les charges verticales et les charges horizontales et le rapport entre le moment plastique des poteaux et des poutres.

## Chapitre 7 :

### Conclusions et perspectives

#### 7-1 Conclusions

L'analyse plastique d'un élément de structure ou d'une structure simple (poutres, portique à un niveau et à une travée) peut se faire manuellement et est simple et rapide et même expéditive en utilisant les méthodes disponibles ("pas à pas" ou même l'analyse limite). Une fois, la structure devient plus complexe (portiques avec plus d'un niveau et d'une travée), le recours à un programme numérique ou à un logiciel d'analyse plastique de structures est incontournable.

Le programme numérique développé en MATLAB basé sur les éléments finis en utilisant l'approche des rotules plastiques et la méthode incrémentale "pas à pas" au premier ordre permet non seulement la détermination du facteur de charge de ruine de structures planes en charpente métallique mais aussi la nature des mécanismes développés. En outre, il fournit des informations très importantes sur le comportement plastique des structures en portiques et des performances et des vulnérabilités des ces dernières en donnant l'ordre de formation de ces rotules plastiques ainsi que leur positionnement séquentiel.

Le programme numérique développé a pris en charge, en plus de la flexion simple, l'effet de l'interaction du moment de flexion et de l'effort normal sur la plastification des sections transversales. Les résultats de l'analyse plastique en flexion simple obtenus par le présent programme ont été validés par des travaux réalisés manuellement par la méthode des travaux virtuels et la méthode incrémentale "pas à pas" pour des portiques simples ainsi que par le logiciel de calcul SAP2000 pour des portiques à plus d'un niveau et plus d'une travée. Les résultats obtenus se sont révélés être très proches. Cependant, la corrélation entre les prédictions et les résultats s'est révélée être moins bonne en tenant compte de l'effet de l'effort normal sur la plastification des sections transversales. La raison pourrait être due à la non prise en considération de la non linéarité géométrique.

L'interaction des charges concentrées verticales et horizontales représentées par le rapport  $\alpha=V/H$  a permis, pour la première fois, la construction de diagrammes d'interaction pour des

portiques métalliques de plus d'un niveau et de plus d'une travée et ce en flexion simple et avec interaction de moment de flexion et effort normal. Ces diagrammes sont réalisés en utilisant le programme développé en MATLAB basé sur l'approche des rotules plastiques et la méthode incrémentale "pas à pas" au premier ordre. Ces diagrammes ont une forte similitude avec ceux réalisés pour des portiques simples à un niveau et une travée développés en utilisant le principe des travaux virtuels. La construction de ces diagrammes d'interaction permet la prédiction des mécanismes de ruine et les charges de ruine correspondantes en fonction du rapport des charges concentrées verticales et horizontales représentées par le rapport  $\alpha=V/H$ .

Parmi les exploitations possibles de ces diagrammes d'interaction V-H, la mise en évidence des choix structurels possibles en fonction des moments plastiques des poteaux et des poutres représentés par le rapport  $\beta = M_{p, \text{ poteau}} / M_{p, \text{ poutre}}$  et ce afin d'adopter la solution optimale en termes de marge de sécurité et de déformation des structures métalliques en portiques.

## **7-2 Perspectives**

Le présent travail peut être développé dans plusieurs directions et à notre sens, il faut affiner et compléter ce qui a été réalisé dans le cadre de l'accomplissement de la présente thèse en :

- Changeant le type du chargement vertical par des charges réparties.
- Incluant l'effet de la non linéarité géométrique.

## Références bibliographiques

- [1] Horne, M. R. (1950). Fundamental Propositions in the Plastic Theory of Structures. *Journal of the Institution of Civil Engineers*, 34, 174.
- [2] Chan, S. L. (2001). Non-linear behavior and design of steel structures. *Journal of Constructional Steel Research*, 57, 1217-1231.
- [3] Guo-Qiang Li., & Jin-Jun, Li. (2007). *Advanced Analysis and Design of Steel Frames*. England: John Wiley., & Sons.
- [4] Grigorian, M. (2013). A practical weight optimization for moment frames under combined loading. *International journal of optimization in civil engineering*, 3(2), 289-312.
- [5] Hoang, V.L. (2008). *Automatic plastic-hinge analysis and design of 3D steel frames (Unpublished doctoral dissertation)*. University of Liege, France.
- [6] Greenberg, H. J., & Prager, W. (1952). On limit Design of Beams and Frames. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 117, 447.
- [7] Neal BG. *The plastic method of structural analysis*. Chapman & Hall, London, 1956
- [8] Stuart, S. and Moy, J. (1996). *Plastic methods for steel and concrete structures*. London: (2nd Edition), Houndmills Macmillan.
- [9] Wang, C. K. (1963). General computer program for limit analysis. *Proceedings ASCE*, 89 (ST6).
- [10] Jennings, A., and Majid, K. (1965). An elastic-plastic analysis by computer for framed structures loaded up to collapse. *The Structural Engineer*, 43 (12).
- [11] Davies, J. M. (1967). Collapse and shakedown loads of plane frames. *Proc. ASCE, J. St. Div., ST3*, pp. 35–50.
- [12] Chen, W. F., and Sohal, I. (1995). *Plastic design and second-order analysis of steel frames*. New York: Springer-Verlag.
- [13] Timoshenko SP, Goodier JM. *Theory of Elasticity*. McGraw-Hill, New York, 1951.
- [14] Timoshenko SP, Young DH. *Element of Strength of Materials*. Van Nostrand, Princeton, New Jersey 1962.
- [15] Massonnet Ch. Faut-il introduire l'hypothèse de Bernoulli en résistance des matériaux? *Bull. Soc. Roy. Des Sci.*, 12, 301, Liège 1947.
- [16] Mosley W.H, Hulse R, and Bungey J.H. *Reinforced concrete design to Eurocode2*. MACMILLAN PRESS LTD Houndmills, Basingstoke, Hampshire RG21 6XS and London, 1996
- [17] Heyman, J. (1998). *Structural Analysis*. Cambridge UK: Cambridge University Press.
- [18] Bill, W. (2009). *Plastic Analysis and Design of Steel Structures*. USA: Butterworth-Heinemann, Burlington.
- [19] Neal, B.G. (1977). *The plastic method of structural analysis*. London, UK: Chapman and Hall.
- [20] Kim, Seung-Eock, Kim, Moon-Kyum and Chen, Wai-Fah. (2000). Improved Refined Plastic Hinge Analysis Accounting for Strain Reversal, *Engineering Structures*, 22, 15-25.
- [21] Tinh, N, Doan, N. and al. (2016). Second-order plastic-hinge analysis of planar steel frames using corotational beam-column element, *Journal of Constructional Steel Research*, 121, 413–426.
- [22] King, W.S. White, D.W. and Chen, W.F. (1992). A Modified Plastic Hinge Method for Second-order Inelastic Analysis of Rigid Frames. *Structural Engineering Review*, 4(1), 31-41.
- [23] Liew, J.Y.R. (1993). Second-order Refined Plastic Hinge Analysis of Frame Design Part 1, *Journal of Structural Engineering*, 119, 3196-3216.
- [24] Horne, M. R. (1979). *Plastic Theory of Structure*. England: (2nd Edition), SI/Metric units university of Manchester.

- [25]René, M., Jean-Pierre, J. (2002). A simple approach for the design of steel and composite sway building frames, *Steel Structures*, 2, 1-11.
- [26]Liew, J.Y.R. (1993). Second-order Refined Plastic Hinge Analysis of Frame Design Part 2, *Journal of Structural Engineering*, 119, 3217-3237.
- [27]Zienkiewicz, O. C., Valliappan, S., and King, I. P. (1969). Elastoplastic solution of engineering problems, 'Initial stress' finite element approach. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 1, pp.75–100.
- [28]Hodge PG. Plastic analysis of structures. McGraw Hill, New York, 1959.
- [29]Massonnet Ch, Save M. Calcul plastique des constructions, Volume 1, Nelissen, Belgique, 1976.
- [30]Tichy, M, Rakosnik, J. Calcul Plastique Des Ossatures En Béton. Edition Eyrolles (1975).
- [31]Mark, G. (2012). Lateral displacements of moment frames at incipient collapse. *Engineering Structures*, 44, 174-185.
- [32]Yu-Shu Liu, Guo-Qiang Li. (2008). A nonlinear analysis method of steel frames using element with internal plastic hinge. *Advanced Steel Construction* 4(4), 341-352.
- [33]Iannone, F., Latour, M., Rizzano, G., Piluso, V. (2011). Experimental analysis of bolted steel beam-to-column connections: Component identification. *J Earthquake Engg*, 15(2), 214–44.
- [34]Kaveh, A. (2008). Plastic analysis of frames using genetic and ant colony algorithms. *Asian Journal Of Civil Engineering (building and housing)*, 9(3), 229-249.
- [35]Marcal, P. V., and King, I. P. (1967). Elastic-plastic analysis of two dimensional stress systems by the finite element method. *Int. J. Mech. Sci.*, 9, pp. 143–155.
- [36]Yamada, Y., and Yoshimura, N. (1968). Plastic stress-strain matrix and its application for the solution of elastic-plastic problems by the finite element method. *Int. J. Mech. Sci.*, 10, pp. 343–354.
- [37]Howard B. Wilson, Louis H. Turcotte, David Halpern. *Advanced Mathematics and Mechanics Applications Using Matlab*. 2003 by Chapman & Hall/CRC.
- [38]Steven T. Karris. (2007), *Numerical Analysis Using MATLAB® and Excel®*. USA: (3rd Edition), Orchard Publications.
- [39]GOURI DHATT , gilbert touzot. Une présentation de la méthode des éléments finis. Deuxième édition.1984 MALOINES S.A.EDITEUR.
- [40]Boukeloua,S. (2018). Prediction of collapse mechanisms by the construction interaction diagrams for plane steel structures. *Arab J Sci Eng*, 43, pp. 1687–1696.
- [41]Eurocode 3 “ Calcul des structures en acier” et Document d’Application Nationale- Partie 1-1: Règle generals et règles pour les batiments. 1997
- [42]AISC, Load and Resistance Factor Design Specification for Steel Buildings. America Institute of Steel Construction, Chicago, 1999.
- [43]Vogel U. Calibrating frames. *Der Stahlbau* 1985; 10: 296-301.
- [44]Toma S, Chen WF. European calibration frames for second-order inelastic analysis. *Engineering Structures* 1992; 14(1): 7-14.
- [45]Chen W.F., (1994). Second-order inelastic analysis for frame design. School of civil engineering Purdue University West Lafayette, IN 47907.
- [46]Chen W. F. and Kim, S.-E. (1997). *LRFD Steel Design Using Advanced Analysis*, CRC Press, Boca Raton, FL. Cheong-Siat-Moy, F. (1999). ‘An improved K-factor formula,’ *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 125(2), 169–74.



## Annexe A :

# Comportement d'un portique simple sous l'action de charges concentrées verticales et horizontales croissantes.

### A-1 Introduction

Pour mieux comprendre le comportement des portiques hyperstatiques soumis à des combinaisons de charge horizontale et verticale croissante jusqu'à la ruine, il a été jugé utile de considérer carrément un exemple d'un portique simple et d'étudier son comportement à savoir la naissance successive des rotules plastiques au niveau des sections critiques, et bien sûr illustrer quelques théorèmes importants et essentiels de l'analyse plastique des structures.

### A-2 Caractéristiques du portique

Les caractéristiques géométriques et mécaniques du portique simple et les points d'application des charges concentrées verticales,  $\lambda V$ , et horizontales,  $\lambda H$ , et les sections critiques de A à E, sont représentés dans la figure.2-5 :

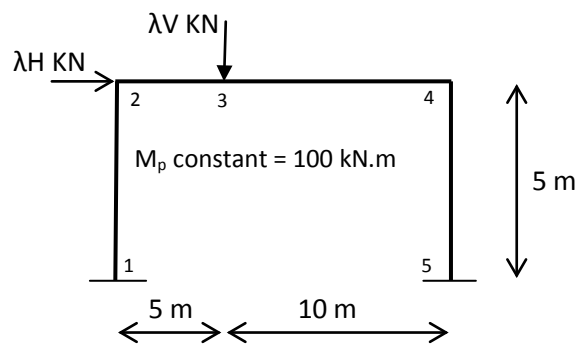


Figure A-1. Portique simple à une travée et un étage

### A-3 Traitement du portique

Le portique représenté dans la figure.2-5 supporte les charges concentrées verticales  $\lambda V$  et horizontales  $\lambda H$ , où  $\lambda$  est le facteur de charge. Il est supposé initialement que  $V=H=1$  KN, le comportement du portique quand  $\lambda$  est augmenté, est résumé dans la figure.2-6. Au début de ce processus, le comportement du portique est élastique (c'est-à-dire le comportement des sections critiques est élastique), et une analyse élastique donne un diagramme des moments fléchissant représenté dans l'étape N°1. Quand  $\lambda=38.91$  le plus grand moment fléchissant se

trouve au niveau de l'encastrement droit (point N°5), ce dernier devient égal au moment plastique et une rotule plastique se forme au niveau de cette section critique.

	Portique sous charges Unitaires (kN)	DMF sous charges Unitaires (kN.m)	DMT (kN.m)
Etape N°1		<p><math>\lambda=38.91</math></p>	<p>● Rotule plastique</p>
Etape N°2	<p>○ : Rotule mécanique</p>	<p><math>\lambda=45.91</math></p>	
Etape N°3		<p><math>\lambda=46.58</math></p>	
Etape N°4		<p><math>\lambda=49.9</math></p>	

Figure A-2. Détermination du mécanisme de ruine d'un portique simple par la méthode pas à pas

Evidemment, la structure entière en dehors de la section, N°5, est encore élastique et le demeure quand la valeur du facteur de charge,  $\lambda$ , est au dessus de 38.91. Et La section, N°5, se comporte comme une rotule plastique, de ce fait peut pivoter librement. Le moment fléchissant au point N°5 doit rester égal au moment plastique.

L'étape N°2 représente la structure effective qui résiste au chargement quand  $\lambda$  est augmenté. C'est simplement le portique originel avec une rotule sans frottement au point N°5 (la rotule physique est remplacée par une rotule mécanique). Cette structure peut être ré-analysée par la même méthode élastique comme à l'étape N°1. Le résultat de l'analyse est le changement en moments fléchissants. Pour obtenir les moments totaux, il est nécessaire d'ajouter le changement (différence) en moments fléchissants aux moments fléchissants quand  $\lambda=38.91$  (N.B : la rotule sans frottement en N°5 assure que le changement en moments fléchissants en N°5 est nul, de telle sorte que le moment reste égal au moment plastique, dans ce cas le moment maximum est sous la charge concentrée verticale au niveau de la section critique point N°3.

$M_3 = 82.7 \text{ KN.m}$  étant le deuxième plus grand moment de l'étape N°2

$M_3 = 82.7 + 2.47\lambda' = M_p = 100 \text{ KN.m}$  d'où  $\lambda' = 7$

D'où la nouvelle valeur de  $\lambda = 38.91 + 7 = 45.91$ .

Comme l'indique l'étape N°3, à partir de ce moment il y'a deux pivots (rotules) dans la structure effective qui peut quand même être analysée élastiquement. Très rapidement, cependant, une rotule se forme en niveau de la section critique (point N°4) quand  $\lambda$  atteint la valeur de 46,58.

$M_4 = 97.3 + 4.04\lambda' = M_p = 100 \text{ KN.m}$  d'ou  $\lambda' = 0.67$

D'où la nouvelle valeur de  $\lambda = 45.91 + 0.67 = 46,58$

Le procédé peut continuer à l'étape 4 avec trois rotules sans frottement jusqu'à ce que la valeur de  $\lambda$  atteigne la valeur de 50, le moment max de l'étape 3 se trouve au niveau de la section critique (point N°1).

D'où  $M_1 = 66.8 + 10\lambda' = M_p = 100 \text{ KN.m}$  d'où  $\lambda' = 3.32$

D'où la nouvelle valeur de  $\lambda = 46,58 + 3.32 = 49.9$ .

A ce moment, une quatrième rotule plastique prend naissance.

Il est intéressant de remarquer deux points au sujet du moment fléchissant total représenté dans la figure.2-6

- La distribution des moments fléchissants est en équilibre avec les charges appliquées, la condition d'équilibre est l'une des conditions fondamentales requise par la méthode pas à pas.

- Les moments fléchissants ne dépassent nulle part, le moment plastique des membres, ceci étant la condition d'écoulement.

Toute tentative de continuer le procédé utilisant une structure effective avec quatre rotules sans frottement est impossible, puisque les équations deviennent singulières et ne peuvent pas être résolues. En fait la structure devient un mécanisme.

La distribution des moments fléchissants a ce point satisfait la condition d'équilibre et la condition d'écoulement et en plus :

- Il ya suffisamment de rotules plastiques ( $n=r+1=3+1=4$ ) pour la structure pour qu'elle devienne un mécanisme, ceci étant la condition de mécanisme [8].

## A-4 Analyse plastique du portique par le présent programme numérique

### A-4-1 Fichier données

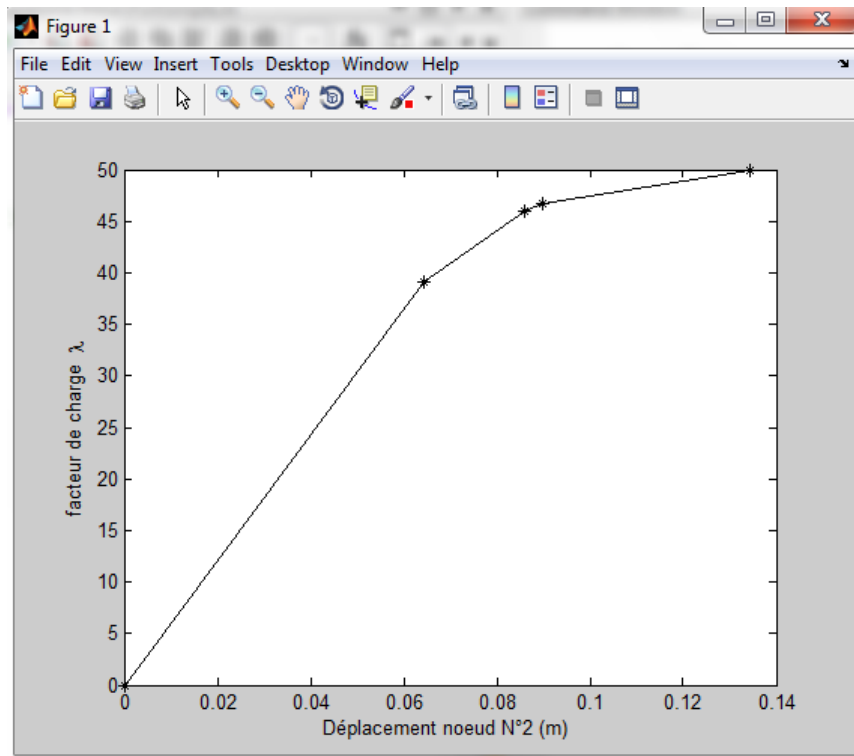
```
%Analyse plastique du portique simple de STIUART
clear all;
clc
% Introduction des caractéristiques géométriques du portique ainsi que le
% chargement
ndata=[0 0 0 0 0 1 1 1 ;%N1 X Y FX FY MZ RX RY RZ
       0 5 1 0 0 0 0 0 ;%N2
       5 5 0 -1 0 0 0 0 ;%N3
       15 5 0 0 0 0 0 0 ;%N4
       15 0 0 0 0 1 1 1];%N5
% Introduction des caractéristiques des éléments
edata=[1 2 7753.2 1130430 100;%Elt1, Ni Nj EA MP
       2 3 7753.2 1130430 100;%Elt2
       3 4 7753.2 1130430 100;%Elt3
       4 5 7753.2 1130430 100;%Elt4
```

### A-4-2 Fichier résultats

```
λ1 =
    39.0694
NR =
     1
ans =
Formation d une rotule plastique au niveau de
Element =
     4     5
Noeudj =
     5
λ2 =
    46.0017
NR =
     2
ans =
Formation d une rotule plastique au niveau de
Element =
     2     3
Noeudj =
     3
```

```
Element =  
    3    4  
Noeudi =  
    3  
 $\lambda_3$  =  
    46.6850  
NR =  
    3  
ans =  
Formation d une rotule plastique au niveau de  
Element =  
    4    5  
Noeudi =  
    4  
 $\lambda_4$  =  
    50.0000  
NR =  
    4  
ans =  
Formation d une rotule plastique au niveau de  
Element =  
    1    2  
Noeudi =  
    1
```

### A-4-3 Courbe facteur de charge-déplacement du point N°2



## **Annexe B :**

### **Prise en compte des imperfections selon L'Eurocode3**

#### **B-1 Bases**

Le calcul doit prendre en compte, par des moyens appropriés, les effets des imperfections de réalisation, incluant les contraintes résiduelles et les imperfections géométriques telles que défaut de verticalité, défaut de rectitude ou d'ajustage, ainsi que les excentricités de moindre importance inévitables dans les assemblages réels.

On peut utiliser des imperfections géométriques équivalentes adéquates, dont les valeurs permettent de simuler les effets possibles de tous les types d'imperfections.

Ces imperfections géométriques ne doivent en aucun cas être considérées comme des tolérances géométriques de fabrication et de montage à part entière. Elles prennent en compte à la fois ces tolérances ainsi que d'autres effets comme ceux des contraintes résiduelles et de l'hétérogénéité du matériau.

Les effets des imperfections doivent être pris en compte dans les cas suivants :

- analyse globale
- analyse des systèmes de contreventement
- Calcul des éléments

#### **B-2 Mode d'application**

Les imperfections doivent être prises en compte en incluant, dans l'analyse, des quantités additionnelles adéquates représentant les imperfections globales de l'ossature, les imperfections des éléments et les imperfections pour l'analyse des systèmes de contreventement.

On entend par quantités additionnelles, soit des imperfections affectant la géométrie initiale de l'ossature, soit des charges simulant des effets équivalents à ces imperfections.

Les effets des imperfections globales de l'ossature doivent être inclus dans l'analyse globale de celle-ci. Les sollicitations résultant alors de l'analyse doivent être utilisées pour le calcul des éléments.

### B-3 Imperfection globale d'ossature

Les effets des imperfections doivent être pris en compte dans l'analyse de l'ossature au moyen d'une imperfection géométrique équivalente ayant la forme d'un défaut initial d'aplomb  $\phi$  déterminé par la formule :

$$\phi = k_c k_s \phi_0 \quad \text{B-1}$$

Avec

$$\phi_0 = 1/200$$

$$k_c = [0.5 + 1/n_c]^{0.5} \quad \text{avec} \quad k_c \leq 1.0$$

$$k_s = [0.2 + 1/n_s]^{0.5} \quad \text{avec} \quad k_s \leq 1.0$$

Où  $n_c$  est le nombre de poteaux par plan

Et  $n_s$  est le nombre d'étages

Le défaut initial d'aplomb peut varier de 1/630 à 1/200. On se place en sécurité en prenant  $\phi_0 = 1/200$ .

Pour la commodité du calcul, l'imperfection initial d'aplomb peut être remplacée par un système équilibré de forces horizontales équivalentes voir figure B-1

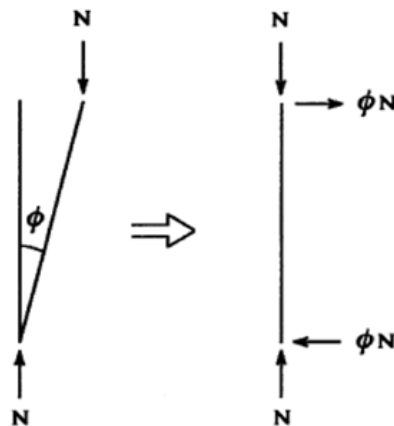


Figure B-1. Forces horizontales équivalentes aux imperfections initiales d'aplomb

Dans les ossatures de bâtiment à plusieurs niveaux, il convient d'appliquer ces forces horizontales équivalentes à chaque niveau de plancher et de toiture, ces forces étant

proportionnelles aux charges verticales appliquées à la structure au niveau considéré, voir figure B-2

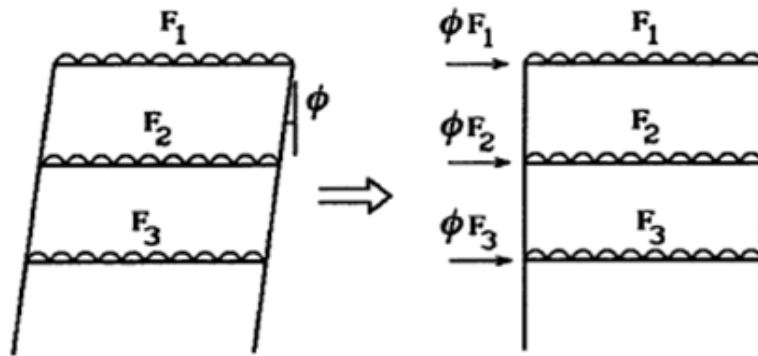


Figure B-2. Forces horizontales équivalentes