REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHESCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MENTOURI
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

MEMOIRE

PRESENTE POUR L'OBTENTION DU DIPLÔME
DE MAGISTER EN GENIE CLIMATIQUE
Option
THERMIQUE DU BATIMENT ET REFRIGERATION

THEME

Etude Du Séchage D'un Milieu Poreux Par Un Modèle De Diffusion Bidimensionnelle

Par :
BOULBRACHENE SONIA

Soutenu le : ……

Devant le Jury :

Président :
A KAABI **Professeur** **Univ.Constantine**

Rapporteur :
A BELHAMRI **Professeur** **Univ. Constantine**

Membres :
Y KHETTIB **M.C** **Univ. Constantine**
MS ROUABAH **M.C** **Univ. Constantine**

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Dédicaces

Je dédie ce travail à :

Mon défunt père, et à ma très chère mère

Mon mari, pour sa compréhension et son soutien

Mes enfants Meriem et Med El Mehdi pour toute la gaîté qu'ils apportent à ma vie

Ma sœur Karima, mes frères Hakim et Mamid et leurs épouses

Mes nièces et neveux

Toute ma famille

Toute ma belle famille, en particulier ma belle mère

Toutes mes amies

REMERCIMENTS

Je voudrais d'abord adresser mes plus vifs remerciements à mon encadreur, le professeur Belhamri qui a été le meilleur des conseillers, le meilleur des guides dans l'accomplissement de mes premiers pas dans la recherche, et cela grâce à son sérieux, ses compétences incontestables, son amour pour la science et son humanisme.

Je remercie également, monsieur Kaâbi professeur et chef de département de génie climatique de m'avoir fait l'honneur de présider le jury qui examinera ce travail.

Je tiens aussi à remercier particulièrement monsieur Khettib, maître de conférence à l'université Mentouri, et monsieur Rouabah, maître de conférence à l'université Mentouri, de l'honneur qu'ils me font de juger ce travail.

Enfin, je remercie vivement toutes les personnes qui ont contribuées de prés ou de loin à la réalisation de ce travail.

SOMMAIRE

page

NOMENCLATURE

INTRODUCTION GENERALE.....1

CHAPITRE I : Notions de base sur les milieux poreux et le séchage …….....3

PARTIEA : I-A Les milieux poreux et leur comportement hydrique…… 3

I-A-1- Définition……3

I-A-2- Classification et caractérisation……...4

I-A-3- Concept du VER……..7

I-A-4- Modes de fixation de l'humidité……..8

a)-Adsorption……8

b)-Capillarité……8

c)-Condensation……9

I-A-5- Les isothermes de sorption……...10

I-A-6- Formes générales des isothermes……..11

I-A-7- La pression capillaire ……12

I-A-8-Obtention de la pression capillaire par porosimétrie au mercure……...14

I-A-9- La loi de Darcy……..15

PARTIE B: I-B-Le séchage……17

I-B-1-Définition……17

I-B-2- Séchage des produits et matériaux poreux …….....17

I-B-3-Mécanismes de séchage des milieux poreux……..18

I-B-3-a-Modèle de Scherwood……18

I-B-3-b-Couplage des transferts……19

1) Théorie de Krisher……19

2)Modèle de Luikov……20

3)Modèle de Philip-De Vries……...….21

CHAPITRE II : Obtention du coefficient de diffusion massique……23

II-1- Introduction……..23

II-2- Définition……..24

II-3- Le coefficient de diffusion massique ……... ……..24

II-4 Méthodes expérimentales ……..….25

1) Mesures en régime permanent……25

2) Mesures en régime transitoire…….……..25

II-4-1 Expérience de Crausse…….….27

II-4-2 Expérience de Ayano ……..30

II -4-3 Coefficient de diffusion De l'argile…….……...31

II-4-4Influence des conditions de séchage sur la diffusion et le coefficient de diffusion massique……..33

II-5- Calcul théorique du coefficient de diffusion à partir des équations fondamentales……35

II-5-1-Introduction……38

II-5-2-Mise en équation…….38

1) Hypothèses…….38

2) Equation de continuité……39

3) Equation de conservation d'énergie……39

4) Equation de Darcy……...39

5) Equation de continuité de la phase liquide……40

6) Equation de diffusion de la phase vapeur dans la phase liquide……40

7) Relations thermodynamiques……....40

II-5-3-Adaptation au modèle et mise en équation……..… …41

CHAPITREIII : Modélisation et résolution des équations de transferts massiques en bidimensionnel dans un milieu poreux :……..47

III-1- Position du problème….……...47
III -2- Description du phénomène….……48
III-3- Les conditions initiale et aux limites……. …49
a-La condition initiale……..49
b- Les conditions aux limites……...49
c- Le flux massique imposé ……....49

III-4- Résolution numérique……51
III-4- 1- Introduction……51
III-4- 2- Principe de la méthode de résolution……52
III-4 - 3- Maillage……57
III-4-4-Conditions de la simulation……...58
III-4- 4-1-Le coefficient de diffusion……58
III-4- 4-2- Les conditions initiale et aux limites……....58
a- La condition initiale……59
b-Les conditions aux limites……..59
III-4-5-Résolution des équations algébriques….……62
III-4-6- L'algorithme TDMA….……..64
III-4-7-Pas d'espace et de temps ……66
III-4-8-Algorithme de calcul…….....68
III-4-9- Organigramme……69

CHAPITRE IV : Résultats et discussions……70

IV-1- Conditions de simulation……71
IV-2- Interprétation et analyse des résultats……..72
IV-2-a-Cas où D est constant……72
IV-2-b-Cas où D est une fonction de la saturation……83

IV-3- Comparaison des résultats en 2D avec ceux obtenus dans le cas monodimensionnel…….85

IV-4- Influence du coefficient de diffusion sur le profil de la saturation……..…91

CONCLUSIONS……98

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES :……100

ANNEXES :

ANNEXE I : Résolution numérique de l'équation de diffusion dans le cas monodimensionnel …….105

ANNEXEII La méthode de résolution de Gauss Seidel ……108

ANNEXE III : Schéma représentatif de la méthode inverse…… ……110

ANNEXE IV : Valeurs des coefficients de diffusion pour le bois ……..111

ANNEXE V : Etablissement de la première et la seconde loi de Fick…….. 112

LISTES DES FIGURES……...115

LISTE DES EQUATIONS……..118

RESUME

NOMENCLATURE

C : Concentration de l'humidité (kg d'eau / m^3 de solide)

d : Diamètre des pores(mm)

D : Coefficient de diffusion massique (m^2 /s)

D_v : Coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air (m^2 /s)

e : Epaisseur (m)

g : Accélération de la pesanteur (m/ s^2)

h_m : Coefficient de transfert de masse (m/s)

M : Masse molaire (kg/mole)

P : Pression (N/ m^2)

q_m : Flux massique (kg/s. m^2)

R : Constante des gaz parfaits (j/kg .mol)

r : Rayon du pore (m)

S : Saturation

T : Température(K)

t : Temps(s)

v : Vitesse d'écoulement (m/s)

w : Teneur en eau massique

Lettres Grecques :

ε **:** Porosité

ϕ : Humidité relative

μ : Viscosité dynamique (kg/m.s)

ν : Viscosité cinématique(m^2 /s)

ρ :Masse volumique (kg/ m^3)

σ : Tension superficielle (N/m)

ψ : Succion (exprimée en hauteur d'eau)

Indices :

l : liquide

v : vapeur

s : solide

vs : vapeur saturante

INTRODUCTION GENERALE

Les milieux poreux occupent une large place et jouent un rôle important dans de nombreux secteurs industriels et phénomènes naturels. En se limitant à quelques exemples typiques, on peut notamment citer : le génie pétrolier, le génie chimique et l'électrochimie, l'hydrologie pour l'estimation des sources en eau, la géothermie, le génie thermique et le 00séchage des matériaux de construction et des matériaux agro-alimentaires, le génie civil pour le calcul de la stabilité des ouvrages en raison des modifications des propriétés physiques des sols avec la teneur en eau, la médecine , la biochimie.[1]

Le séchage par convection naturelle ou forcée des milieux poreux est un processus rencontré dans l'industrie. Les murs des bâtiments et le sol sont dans certaines conditions, le siège d'humidification et de séchage par convection naturelle.

Une meilleure compréhension des transferts dans ces milieux, revêt par conséquent une attention particulière.

Les nombreux travaux de recherches développés, généralement se limitent à l'étude unidirectionnelle de ces transferts. Quoi que ces processus sont fortement dépendants du nombre de dimensions d'espace [2]. Ainsi le passage de une à deux dimensions d'espace, permet une bien meilleure approche de la réalité

L'objet de ce travail est l'analyse du comportement global , bidimensionnel d'un milieu poreux, lors d'un séchage convectif. La présente étude s'est focalisée sur l'effet des paramètres d'entrée du fluide asséchant et des conditions initiales du milieu poreux, sur le processus de séchage, et sur l'évolution spatio-temporelle du champ, de la saturation dans le milieu poreux, à l'interface et à l'intérieur ; ainsi que l'effet de la variation du coefficient de diffusion massique sur cette évolution.

Le développement de cette étude est effectué selon la démarche suivante:

- Le premier chapitre constitue un aperçu sur les notions de base à connaître à propos des milieux poreux et du procédé de séchage. La première partie est consacrée à la définition, et à la caractérisation des milieux poreux ainsi qu'aux modes de fixation de l'eau dans ces matériaux à travers les isothermes de sorption et de désorption. Dans la deuxième partie, le séchage est défini ainsi que la modélisation de ses différents mécanismes y est présentée .

- Le second chapitre se base essentiellement sur la diffusion massique et le coefficient de diffusion , l'exposition de quelques méthodes de calcul, du coefficient de diffusion massique, allant des méthodes expérimentales aux méthodes théoriques , où on y présentera aussi quelques travaux de recherches sur la diffusivité massique en mono et bidimensionnel. De plus, une modélisation des transferts massiques en bidimensionnel dans les milieux poreux est présentée avec une adaptation du modèle, où le phénomène est mis sous forme d'équations.

- La modélisation et la résolution numérique de l'équation des transferts de masse en bidimensionnel dans un milieu poreux, établie par Fick, et dans laquelle est utilisée la méthode des volumes finis , ainsi que la méthode de résolution des équations algébriques, sont les principaux constituants du troisième chapitre.

- Le quatrième et dernier chapitre présente les résultats obtenus en bidimensionnel et leur interprétation en premier lieu, une étude comparative de ces résultats avec le cas monodimensionnel en second lieu, et enfin, des simulations basées sur les variations du paramètre coefficient de diffusion en bidimensionnel afin d'élucider son importance dans les transferts.

CHAPITRE I :

NOTIONS DE BASE SUR LES MILIEUX POREUX ET LE SECHAGE

PARTIE A :

I- LES MILIEUX POREUX ET LEUR COMPORTEMENT HYDRIQUE

I-A-1- DEFINITION : [1,3 , 5 ,6]

Un milieu poreux est un solide de forme compliquée contenant des vides appelés pores qui peuvent communiquer entre eux et contenir une ou plusieurs phases fluides susceptibles de s'écouler et éventuellement d'échanger entre elles et/ou avec le solide de la matière et/ou de l'énergie. On trouve de nombreux matériaux naturels dans cette catégorie : les sols, la plupart des roches, ainsi que certains matériaux vivants. Certains matériaux artificiels requièrent d'être poreux soit dans le processus de fabrication soit dans leur finalité pour jouer un rôle de filtre ou apporter des propriétés macroscopiques particulières (conductivité thermique par exemple).

D'une manière générale, les milieux poreux sont définis par deux critères :

(1) le matériau doit contenir de petits espaces vides, appelés pores, délimités par une matrice solide ;
(2) le matériau doit être perméable à un écoulement de fluide (gaz ou liquide).
Ces deux critères renvoient à deux caractéristiques essentielles d'un milieu poreux : la *porosité* - la fraction de vide - et la *perméabilité* - qui indique l'aptitude d'un milieu poreux à être traversé par un écoulement. Ces deux quantités sont des variables macroscopiques, c'est à dire estimées sur un volume contenant de nombreuses entités microscopiques composant le matériau: les pores.

Un matériau poreux peut comprendre trois phases :

-Une phase solide qui est liée à la structure du matériau

-Une phase liquide, c'est-à-dire l'eau contenue dans le matériau

-Une phase gazeuse qu'est l'air humide

I-A-2- CLASSIFICATION ET CARACTERISATION : [6]

La matrice solide d'un milieu poreux , peut être non consolidée, c'est-à-dire la phase solide est formée de grains ou films solides non soudés entre eux(gravier, sable, billes de verre), ou consolidée, c'est-à-dire la matrice solide ne peut pas se diviser en grains ou films(roches, calcaires, argile, bois,…)

I-A-2-a CARACTERISATION : [5]

fig(I-1) : Exemple d'une coupe d'un milieu poreux(grés) [6]

La porosité , c'est le paramètre principal décrivant le milieu poreux ,elle varie entre 0 (solide plein) et 1 (volume complètement vide), se définit comme le rapport du volume des vides au volume apparent du milieu poreux.

On distingue :

La porosité totale $\varepsilon_t = 1 - \frac{massevolumiqueapparentedel'échatillon}{massevolumiquedumatérieauconstitutif}$

La porosité accessible $\varepsilon = \frac{volumedesporesaccessibles}{volumedel'échatillon}$

La surface spécifique : c'est le rapport de l'aire de la surface totale des interfaces solides, au volume de l'échantillon.

La porosité et l'aire spécifique sont des propriétés macroscopiques pour le matériau poreux. Mais d'autres paramètres peuvent être importants au niveau microscopique, en particulier quand un fluide circule dans l'espace des pores.

On peut citer la *connectivité*, qui caractérise le nombre de voisins pour un pore, présence de bras morts (pores bouchés), ou encore la topologie du volume des pores. Le désordre géométrique est un caractère essentiel des milieux poreux. Cela empêche toute trajectoire en ligne droite incluse dans le volume des pores. On peut alors définir une *tortuosité*, qui représente le caractère non rectiligne des trajectoires.[6]

La tortuosité : définie par la relation $\tau = \left(\frac{L_e}{L} \right)^2$ (L_e longueur moyenne des lignes de courant du fluide traversant l'échantillon, L longueur de celui-ci)

La perméabilité : La perméabilité d'un matériau à la vapeur est analogue à sa conductivité pour la chaleur. Elle correspond à la quantité d'eau en grammes sous forme de vapeur, traversant par heure un mètre d'épaisseur de matériau sur un mètre carré de surface, pour une différence de pression de 1mm de mercure entre les deux ambiances. Elle dépend fortement de l'humidité relative du milieu auquel le matériau est soumis.

On considère aussi :[5]

La saturation S , la fraction du volume des vides occupée par le liquide

- La teneur volumique en liquide θ_l , la fraction du milieu poreux occupée par le liquide(teneur en eau volumique)
- La teneur pondérale en liquide(teneur en eau massique) w_l , la masse de liquide contenue dans l'unité de masse de la matrice solide constituant le milieu poreux.

Ces trois grandeurs sont reliées entre elles :

$$\varepsilon S = \theta_l = \frac{\rho_0}{\rho_l} w_l$$

avec : $\rho_0 = \rho_s (1 - \varepsilon)$

ρ_0 : masse volumique apparente du milieu poreux sec

ρ_l : masse volumique du matériau en masse constituant la matrice poreuse .

I-A-3-CONCEPT DU VOLUME ELEMENTAIRE REPRESENTATIF [5][7]

Comme les milieux poreux se présentent sous forme de matrice solide comportant un réseau de pores pouvant contenir plusieurs phases fluides, les écoulements et les transferts sont d'une approche difficile. En effet la modélisation des transferts à l'échelle du pore est pratiquement irréalisable. La taille des particules étant grande devant celle des pores et faible devant celle du corps poreux.

Le passage à l'échelle macroscopique permet de construire à partir du milieu réel discontinu un milieu continu fictif, dans lequel les équations de la mécanique classique sont applicables.

Les méthodes d'analyse préconisées par Whitaker sont des méthodes de prise de la moyenne. Le changement d'échelle s'effectue en attribuant à chaque point du milieu les valeurs moyennes des grandeurs physiques prises sur un volume élémentaire représentatif. Ce volume, noté VER , est tel que, si d représente l'échelle de grandeur de la microstructure et L l'échelle de longueur du milieu poreux, sa propre échelle r_0 doit satisfaire les contraintes suivantes : $d \langle\langle r_0 \langle\langle L$

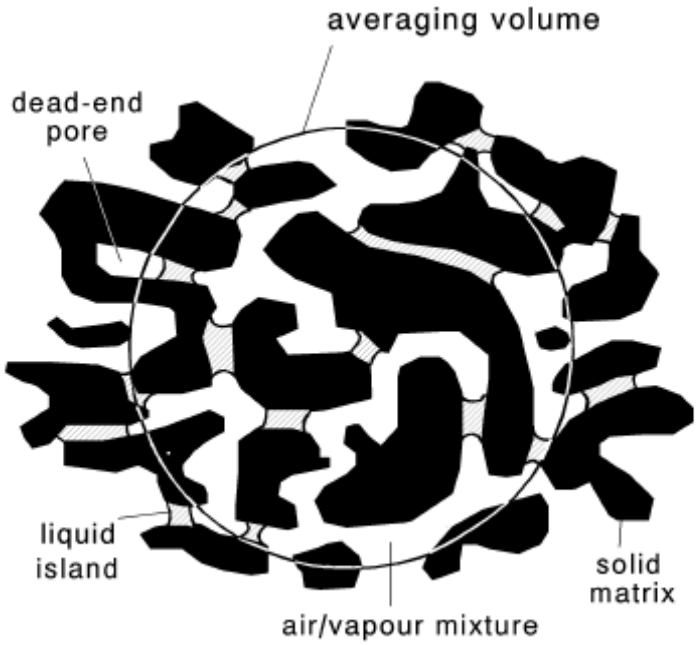


fig (I-2) Volume élémentaire représentatif [17]

Lorsque les propriétés locales, définies sur le VER, sont indépendantes de la position de celui-ci au sein de l'échantillon poreux, le milieu est dit homogène à une échelle qualifiée de macroscopique.

I-A-4- MODES DE FIXATION DE L'HUMIDITE [1]

La plupart des matériaux utilisés dans le bâtiment sont des matériaux poreux dans lesquels la majorité des pores sont interconnectés, ce qui leur donne une aptitude à fixer l'humidité et à modifier les caractéristiques physiques du matériau.

La fixation de l'humidité résulte de trois mécanismes physiques fondamentaux :

a-L'adsorption : C'est la fixation de films moléculaires sur les surfaces internes des pores On parle dans ce cas de :

- Adsorption mono moléculaire : fixation d'une seule couche de molécules
- Adsorption pluri moléculaire :fixation de plusieurs couches de molécules d'eau sur la première couche .
- Condensation capillaire : quand le diamètre des pores est suffisamment petit pour que l'eau soit présente à l'état liquide

b-La capillarité :[3] intervient lorsque la structure poreuse est mise en contact avec la phase liquide , une approche théorique se base sur le fait qu'il existe un écart entre la pression de l'air humide et la pression de l'eau dans les pores permettant de considérer les forces de tension superficielles et la formation d'interfaces courbes entre le fluide mouillant liquide et le fluide non mouillant gazeux, d'où l'existence d'une pression entre les phases, c'est la pression capillaire.

$$P_C = p_g - p_l \rangle 0$$

$$p_c = \frac{2\sigma \cos\theta}{r}$$

p_c : pression capillaire

p_g, p_l : sont respectivement les pressions de la phase gazeuse et la phase liquide.

Lorsque la capillarité est le mécanisme dominant de fixation du fluide dans le matériau, ce dernier est dit capillaro-poreux , (diamètre des pores $d \rangle 10^{-7} m$).

Et lorsque le mécanisme dominant est l'adsorption, le matériau est dit hygroscopique(diamètre des pores $d \leq 10^{-7} m$).

<u>c-La condensation</u> :[8] la présence d'eau en masse sur la structure du bâtiment est due soit à des effets de pluie, diffusée à l'intérieur du milieu par capillarité ou évaporés en surface, soit à des phénomènes de condensation liée au changement de phase de l'eau, passant de l'état vapeur à l'état liquide sous l'influence de variation de température.
Si, dans une paroi de bâtiment, la vapeur d'eau initialement à l'état (p,v, t)est refroidie à une température inférieur à la température de saturation, du fait des variations des conditions atmosphériques, un phénomène de condensation se développe dans le milieu poreux. Cette condensation dans la masse est représentée par un modèle théorique proposé par Glaser et complété par Krischer ultérieurement.

L'importance du rôle de chacun de ces mécanismes dépend :

- Des propriétés structurales du matériau (porosité,…)
- De la nature de la phase aqueuse avec laquelle le matériau est mis en contact.
- Des conditions thermodynamiques (pression, température..).

Le transport d'humidité, dans les milieux poreux saturés, a été décrit la première fois par Darcy en 1858.

Les premiers modèles théoriques d'étude se fondaient uniquement, sur l'apparition des phénomènes de condensation liés au mécanisme de diffusion de la vapeur au sein du matériau , ils ont été modifiés par Krischer qui prend en compte l'influence des effets capillaires sur la phase fluide condensée.

En faisant intervenir les effets de couplage entre transfert de masse et de chaleur, Philipe DeVries et Luikov établissent la forme actuelle de cette modélisation .

Le modèle de DeVries a été justifié par Whitaker en 1977, puis par Bennet récemment.[8]

I-A-5-ISOTHERMES DE SORPTION : [3],[7]

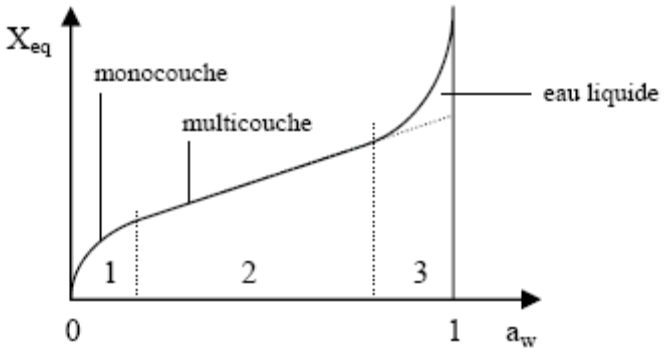
Le transport de la vapeur est un phénomène qui se produit lors de tout procédé de séchage.

Le mouvement de la vapeur se fait soit par diffusion au sein du matériau, soit par échange au niveau de la surface entre le matériau et son environnement. Si un produit peu humide de nature hygroscopique se trouve en contact avec de la vapeur d'eau, il fixe celle-ci jusqu'à atteindre un état d'équilibre ; ce phénomène est connu sous le nom d'adsorption.

Par contre lorsque le même produit est placé dans une atmosphère plus sèche, l'état d'équilibre s'établit par transfert d'humidité du produit vers l'extérieur ; ce phénomène est couramment appelé désorption. Les isothermes de sorption représentent la relation entre la teneur en liquide du produit et celle de la vapeur à la pression d'équilibre, pour des températures données.

I-A-6-FORME GENERALE:[9][7]

Les isothermes d'adsorption /désorption présentent en général trois zones, chacune correspondant à un mode de fixation particulier de l'eau sur le produit :



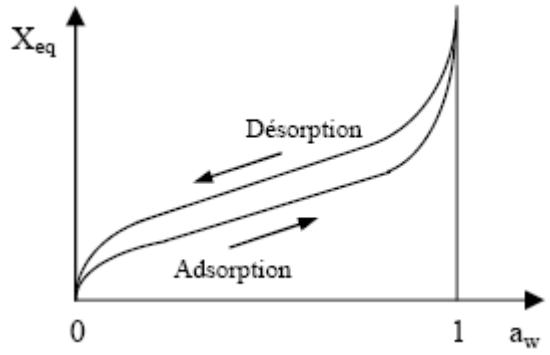
fig(I-3) : Forme générale des isothermes de sorption[9]

Zone1 : Constitution d'une monocouche moléculaire à la surface du produit. Le passage à la zone suivante s'effectue lorsque toute la surface est saturée.

Zone 2 : Adsorption des molécules sur la monocouche initiale. L'isotherme est linéaire dans cette zone et l'eau est dans un état intermédiaire entre solide et liquide.

Zone 3 : L'épaisseur de la pellicule est suffisante pour que l'eau soit présente à l'état liquide dans les pores du matériau. L'eau micro capillaire constitue une phase continue.

Un écart entre l'adsorption et la désorption est observé, comme représenté dans la figure(I-4) . Il est important de signaler que cet écart n'est pas encore expliqué d'une façon définitive. Certains l'attribuent au phénomène d' « hystérésis » dû au changement physique du matériau causé par le départ de l'eau.



fig(I-4) :Courbes de désorption et d'adsorption d'un matériau hygroscopique[9]

I-A-7-LA PRESSION CAPILLAIRE :[3][10]

La pression capillaire macroscopique est une fonction de l'eau liquide contenue.

Elle est déterminée expérimentalement.

Parmi les méthodes expérimentales employées pour calculer cette grandeur physique :

-Méthode par déplacement du mercure

-Méthode par centrifugation

-Méthode par congélation

-Méthode par gravimétrique

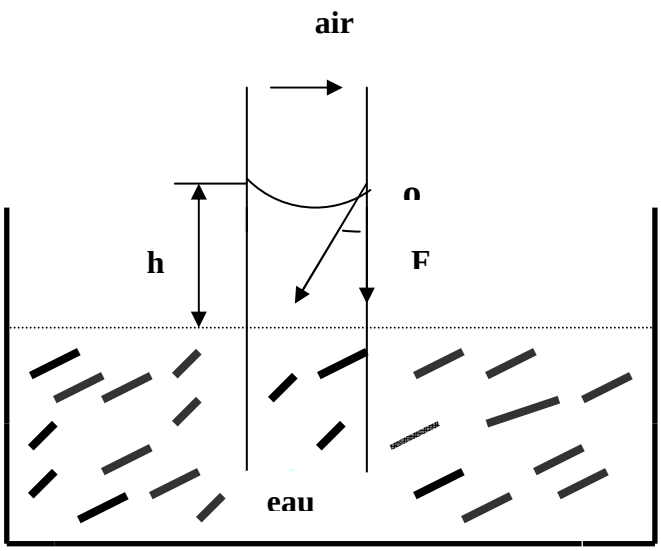
L'expérience du tube capillaire met en évidence les forces de tensions superficielles au contact du liquide avec une surface, elle consiste en la mesure de l'ascension du liquide dans une colonne dont la base est immergée.(figI-5)

L'équation d'équilibre entre la pression hydrostatique et la tension superficielle permet d'écrire :

$$F = \sigma \cos\theta . 2.\pi.r = \pi.r^2.h.\rho.g \qquad \text{(I-1)}$$

La pression capillaire est en équilibre avec la pression hydrostatique, d'où :

$$p_c = \rho.g.h \qquad \text{(I-2)}$$



Fig(I-5) : **Expérience du tube capillaire mettant en évidence les forces de tensions superficielles**

La relation entre pression capillaire et tension superficielle est donnée par l'expression :

$$p_c = -\frac{2.\sigma.\cos\theta}{r} \qquad \text{(I-3)}$$

σ : tension superficielle,N/m

r : rayon de courbure d'un pore,m

θ : angle de mouillage,

Comme il est difficile de trouver les caractéristiques des pores ainsi que les paramètres dont dépend la pression capillaire du milieu poreux plusieurs études associent la variation de la pression capillaire à la variation de la teneur en eau ou, saturation.

La relation entre la pression capillaire macroscopique et la teneur en humidité est appelée, courbe de pression ou courbe de rétention ou, courbe de sorption

I-A-8 OBTENTION DE LA PRESSION CAPILLAIRE PAR POROSIMETRIE AU MERCURE : [10][31]

La porosimètrie par intrusion de mercure est une méthode d'investigation classique pour caractériser la morphologie de solides poreux.

Elle est basée sur les lois capillaires qui gouvernent la pénétration du liquide à l'intérieur des pores minuscules.

Cette loi est exprimée par Washburn pour un fluide non mouillant(le mercure est choisi grâce à ses propriétés non mouillantes à l'égard de nombreux solides):

Le liquide pénètre dans un pore de diamètre d sous l'effet d'une pression p où,

$$d = \tfrac{1}{P}\delta\cos\theta$$

avec : d, diamètre des pores

P, pression appliquée

δ, la tension surfacique du mercure

θ, l'angle de mouillage du liquide avec le matériau

Cette loi assimile tous les pores à des formes cylindriques, même s'ils ne le sont que très rarement dans la réalité . Cependant, elle permet une représentation pratique de la distribution des pores. A chaque incrément de pression, le volume de mercure ayant pénétré dans l'échantillon est attribué au remplissage d'une catégorie de pores.

I-A-9- LA LOI DE DARCY [6]

On considère que le milieu poreux est totalement imbibé, c'est à dire que le volume des pores est entièrement rempli de fluide.

La loi de Darcy s'applique à un milieu poreux supposé homogène et isotrope parcouru par un écoulement à faible vitesse.

Avec ces hypothèses, la vitesse moyenne de l'écoulement est :

$$v_f = -\frac{K}{\mu}\frac{\Delta P}{L} \qquad \text{(I-4)}$$

Avec : μ la viscosité dynamique du fluide

$\Delta P/L$ *:* le gradient de pression appliqué à un échantillon de longueur L

k : la perméabilité du milieu poreux.

Il est important de noter que ce paramètre est indépendant de la nature du fluide. Il ne dépend que de la structure du réseau de pores du matériau.

Il ne faut pas confondre la vitesse de filtre et la vitesse du fluide dans les pores. En effet, la vitesse de filtre est bien une vitesse moyenne de l'écoulement, moyenne effectuée sur un volume comprenant une partie de solide immobile. Par conséquent, la vitesse du fluide dans les pores, appelée *vitesse interstitielle* est :

$$v_i = \frac{v_f}{\varepsilon}$$

Vitesse supérieure à la vitesse de filtre (car ε < 1).

D'une manière générale, on peut écrire la loi de Darcy, sous forme vectorielle en tenant compte de la gravité :

$$\vec{v}_f = -\frac{K}{\mu}\left(\vec{\nabla}P - \rho\vec{g}\right) \qquad \text{(I-5)}$$

PARTIE B :

I-B-LE SECHAGE :[11, 12, 13, 1]

I-B-1-DEFINITION

Le séchage est une opération qui consiste à extraire de l'humidité d'un milieu poreux

Le but de cette opération est, soit de rendre aux corps traités leurs qualités mécaniques ou physico-chimiques à l'état sec, soit de faciliter le transport, la manipulation, le stockage ou la conservation de ces produits.

Pour sécher un matériau, il est nécessaire d'apporter de l'énergie pour évaporer l'eau qu'il contient, et d'évacuer la vapeur qui en résulte. Traditionnellement, l'apport de chaleur se fait par convection forcée à l'aide d'un courant d'air dont le flux et la température sont contrôlés. La vapeur d'eau sortant de ce produit est évacuée par ce même courant d'air, dont le pouvoir évaporatoire est également contrôlé.

I-B-2-SECHAGE DES PRODUITS ET MATERIAUX POREUX :

Le séchage est d'une grande importance dans les procédés de traitement des solides. Il est souvent appliqué à un grand nombre de matériaux solides : minerais, produits pharmaceutiques, boues résiduaires, etc.

Sur le plan scientifique, le séchage est une opération caractérisée par les transferts couplés de chaleur, de masse et de quantité de mouvement.

La modélisation du processus de séchage industriel nécessite essentiellement la connaissance des données de base, en l'occurrence les isothermes de sorption, les courbes de cinétique et l'évolution des dimensions du matériau au cours du séchage(quand il s'agit d'un milieu déformable).

I-B-3-LES MECANISMES DE SECHAGE DES MILIEUX POREUX :

La modélisation dans les milieux poreux, s'inspire des méthodes classiques de la mécanique des milieux continus.

Plusieurs approches ont été utilisées pour décrire les mécanismes de séchage. Ces approches supposent généralement la prédominance d'un ou de plusieurs mécanismes de transfert. Elles sont classées comme suit :

1- Les modèles cinétiques qui supposent que l'étape limitante est le transfert de l'eau liquide du cœur du produit vers la surface sans tenir compte de l'apport énergétique (diffusion liquide isotherme, et migration de l'eau par capillarité)

2- Les modèles cinétiques où interviennent simultanément les transferts de chaleur et de matière. L'humidité est transférée essentiellement par les mécanismes diffusionnels : diffusion limitée à la phase gazeuse, et diffusion simultanée au sein de plusieurs phases.

3- Les modèles prenant en compte les transferts de matière et de chaleur avec incidence réciproque de l'un sur l'autre selon le principe de thermodynamique des processus irréversibles.

I-B-3-a-MODELE DE SHERWOOD :

L'approche faite par Sherwood assimile le mécanisme de transfert interne à une diffusion moléculaire décrite par la loi de Fick .

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D \frac{\partial S}{\partial x} \right) \qquad \text{(I-6)}$$

D : coefficient de diffusion

Et où la concentration en eau est utilisée comme force motrice.

Ce modèle appliqué au séchage du bois et de l'argile donne des résultats plus ou moins satisfaisants. Les différences constatées pour certains matériaux sont attribuées à l'obligation de mener les calculs avec un coefficient de diffusion constant.[7]

I-B-3-b-COUPLAGE DES TRANSFERTS

La mise en place des équations de couplage des différents transferts de chaleur et de masse est essentiellement le fruit du travail de Krisher, Luikov, et Philip et De Vries. Ces théories supposent que le milieu poreux est continu et localement en équilibre thermodynamique.

1)Théorie de Krisher :

Cette théorie est basée sur l'analyse des transferts de chaleur et de masse d'une grande variétés de milieux poreux. Elle suppose que, pendant le séchage, l'humidité peut se déplacer sous forme liquide par capillarité, et sous forme vapeur sous l'action d'un gradient de concentration en vapeur.

Les flux de vapeur et de liquide ont pour expressions :

$$q_l = -D_L \rho_l \, grad\vec{d}(w) \qquad \text{(I-7)}$$

$$q_v = -D_V \rho_V \, grad\vec{d}(P_v) \qquad \text{(I-8)}$$

Avec D_L, D_V respectivement les valeurs des coefficients de diffusion de la vapeur et du liquide.

2)Modèle de Luikov :

Luikov met en évidence le phénomène de thermodiffusion et établit qu'un thermogradient provoque le déplacement de l'humidité à l'intérieur du matériau.

Pour modéliser les transferts de chaleur et de masse dans les corps poreux, il propose la division des flux de liquide et de vapeur en deux parties, l'une induite par

un gradient de concentration, et l'autre par un gradient thermique, ce qui donne le système d'équations suivant :

$$q_l = -D_L \rho_S \, grad\vec{d}(w) - D_{LT} \rho_S \, grad\vec{d}(T) \qquad \text{(I-9)}$$

$$q_v = -D_V \rho_S \, grad\vec{d}(w) - D_{VT} \rho_S \, grad\vec{d}(T) \qquad \text{(I-10)}$$

Ce système d'équations et ensuite associé aux bilans d'énergie et de masse. Pour expliciter le terme de vaporisation- condensation Luikov introduit le taux de changement de phase.

Le terme de la variation temporelle locale de la quantité de vapeur condensée est représenté par :

$\varepsilon' \rho_s \dfrac{\partial w}{\partial t}$ où ε' est le taux de changement de phase, qui est une fonction inconnue.

Le système d'équations suivant peut être formulé :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = div\left[D\left(grad\vec{d}(w) + \delta_s \, grad\vec{d}(T)\right)\right] \qquad \text{(I-11)}$$

$$C_p \rho_s \frac{\partial T}{\partial t} = div\left[D_T\left(grad\vec{d}(w)\right)\right] - L_v \varepsilon' \rho_s \frac{\partial w}{\partial t} \qquad \text{(I-12)}$$

L_V : chaleur latente de vaporisation

$D = D_V + D_L$: coefficient de diffusion total

$\delta_s = \dfrac{D_{VT} + D_{LT}}{D_V + D_L}$: le coefficient de thermodiffusion.

L'indétermination de $\varepsilon^{'}$ rend le calcul du terme de changement de phase, et par voie de conséquence du bilan énergétique tout à fait arbitraire.

3)Modèle de Philip_De Vries :

Ce modèle propose une description des transferts de chaleur et de masse dans les milieux poreux non saturés.

Cette approche est basée sur l'étude des comportements thermiques et hydriques des sols pour lesquels le, mouvement de l'humidité est supposé s'effectuer par capillarité et diffusion ou sous l'action des gradients d'humidité et de température et également de gravité. Les flux de liquide et de vapeur sont calculés individuellement, ce qui permet d'obtenir le taux de changement de phase.

Les flux de liquide et de vapeur en fonction des gradients d'humidité et de température ont pour expressions :

$$q_l = -D_L \, grad\vec{d}(w) - D_{LT} \rho_s \, grad\vec{d}(T) - D_i \qquad \text{(I-13)}$$

$$q_v = -D_V \, grad\vec{d}(w) - D_{VT} \rho_s \, grad\vec{d}(T) \qquad \text{(I-14)}$$

Les coefficients $D_L et D_{LT}$ de migration de la phase liquide sont déterminés à partir de la courbe de succion capillaire.

D_i : flux dû à la gravité

D_{VT} : coefficient de thermomigration de la vapeur

Le système d'équation gouvernant la migration de l'humidité et de la chaleur est tel que :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = div\left[D\left(grad\vec{d}(w) + D_T\, grad\vec{d}(T)\right)\right] \qquad \text{(I-15)}$$

$$C_p \rho_s \frac{\partial T}{\partial t} = div\left[D_T\left(grad\vec{d}(T)\right)\right] + L_V\, div\left[D grad\vec{d}(w)\right] \qquad \text{(I-16)}$$

CHAPITRE II :

OBTENTION DU COEFFICIENT DE DIFFUSION MASSIQUE

II-1-INTRODUCTION :[13]

La prévision des phénomènes des transferts de chaleur et de masse à l'aide des modèles théoriques ne peut s'effectuer que par la connaissance des coefficients phénoménologiques spécifiques aux matériaux étudiés

Il existe des domaines d'application très variés qui nécessitent une bonne connaissance du coefficient de diffusion, cependant ce paramètre physique reste peu connu.

La diffusivité massique est l'une des propriétés physiques qui permet de caractériser les transferts de masse au sein des milieux poreux. La mesure de cette grandeur physique est indispensable lors de la modélisation de nombreux procédés tels que le séchage, l'imprégnation, les transferts hydriques à travers l'enveloppe des bâtiments, etc.

De nombreux auteurs ont déterminé des coefficients de diffusion, en vue soit d'obtenir une meilleure caractérisation physique des milieux, soit d'effectuer des tentatives d'utilisation des modèles théoriques.

Sa valeur peut être prédite et optimisée à partir des données expérimentales de séchage. Les travaux de P.Perré [30][33], Mouchot[28] Zouhoun,[27] Lokington [18]… constituent un ensemble de ressources scientifiques qui montre l'effet de la diffusion massique sur le séchage des matériaux poreux.

II-2-DEFINITION :[14]

La diffusivité massique est la propriété d'un corps, qui permet de caractériser l'aptitude de l'eau d'y migrer sous l'influence d'un gradient de concentration ,de teneur en eau, de pression partielle de vapeur, etc…

II-3-LE COEFFICIENT DE DIFFUSION :

Bien que faisant partie des paramètres physiques auxquels les scientifiques s'intéressent depuis des décennies, le coefficient de diffusion (ou diffusivité) reste défavorisé par des difficultés inhérentes à sa détermination.

Le coefficient de diffusion dépend de la température et de la teneur en eau . Toutefois, il est possible de travailler à température constante et de faire varier l'humidité relative de façon à minimiser l'effet du gradient de teneur en eau. Aussi, lorsque le coefficient de diffusion est calculé à partir d'une solution analytique des lois de Fick comme c'est le cas dans les travaux de Zohoun 1998; Mouchot 2002 , on peut considérer sa valeur constante.

La recherche de techniques fiables et rapides amène les scientifiques à proposer différentes approches tant théoriques qu'expérimentales

La connaissance du coefficient de diffusion massique spécifique au milieu étudié est nécessaire afin de pouvoir simuler numériquement la distribution de l'humidité dans diverses situations physiques subies par le milieu poreux étudié.

Ce coefficient peut être obtenu par **calcul théorique** à l'aide d'expressions théoriques ou par **détermination expérimentale** en utilisant des formules empiriques .

II-4- METHODES EXPERIMENTALES:[13][17]

La diffusivité massique est un paramètre phénoménologique, sa détermination est basée sur deux étapes complémentaires :

-La collecte de données expérimentales.
- L'analyse de ces données.
Dans la collecte des données expérimentales, on distingue :

1) Mesures en régime permanent :

On mesure l'évolution de la masse d'un échantillon jusqu'à l'équilibre, soumis à deux valeurs d'humidité relative d'une part et d'autre.

La technique la plus classique est celle du « vaporimètre » dont le perfectionnement s'est développé à travers des années .

2) Mesures en régime transitoire :

C'est le suivi au cours du temps de la teneur en eau d'un échantillon préalablement en équilibre, et à humidité relative contrôlée, subissant une variation brusque.

Dans ce cas on utilise la technique de la pesée successive, et **la gravimétrie.**

Le principe de la méthode gravimétrique consiste à découper l'échantillon en tranches, déterminer la teneur en eau de chaque tranche, et peser les tranches avant et après le séchage.

Une cellule de diffusion du type Wicke et Kallenbach (utilisée depuis longtemps pour mesurer la diffusivité apparente des réactifs au sein de milieux poreux comme les catalyseurs solides) a été mise au point par Mouchot_et al_(2002) pour mesurer de façon indirecte la diffusivité de la vapeur d'eau dans le bois grâce à la diffusion de gaz inertes à travers le bois

En plus de ces techniques, il existe d'autres moyens de mesure du coefficient de diffusion ; par ultra son (Minamisawa et al 1994), la mesure du flux de vapeur d'eau par Tomographie (1999),la résonance magnétique nucléaire(NMR) L.Pel(1995), les rayonnements micro ondes, mesure de la diffusivité massique à partir de la résistance électrique du matériau(bois),mesure de la teneur en eau du bois à l'aide des rayons X(Rémon)

Deuxième étape **; l'analyse des données**

Bien que l'expérimentation soit une base primordiale du processus, le choix conséquent d'une méthode théorique pour analyser correctement les données expérimentales est aussi indispensable.

Le phénomène de transport de l'humidité dans les milieux poreux est gouverné par une série d'équations aux dérivées partielles non linéaires dont la résolution analytique simple est difficile, voire impossible dans bon nombre de configurations.

Il existe plusieurs méthodes **analytiques ,** (quelques exemples de ces méthodes ont été cités dans [13],[14]) et **numériques** de résolution de ces équations aux dérivées partielles. La différence entre chaque approche dépend des conditions aux limites et initiales fixées par l'expérimentation, ainsi que des simplifications admises.

Etant donné les limites des méthodes analytiques, la simulation numérique est beaucoup plus adaptée à la détermination de la diffusivité massique en régime transitoire. La prise en compte plus ou moins complète des conditions initiales et aux limites est l'un des atouts majeurs de la simulation numérique.

Un modèle numérique de résolution des phénomènes de transferts peut être utilisé de deux façons assez différentes :

Le premier type de simulation permet de prédire le champ spatial des variables d'état (teneur en eau, température, pression) au cours du temps. Dans ce cas, le modèle utilise des valeurs mesurées, calculées ou estimées pour les paramètres physiques.

El-Kouali_et al (1992) ont par exemple mis au point un modèle numérique susceptible de prédire la cinétique d'absorption ou de désorption en «dimension trois » dès lors que le coefficient de diffusion est connu dans ces directions 13]. De même, le code *transpore* (Perré 1992; Perré et Turner 1999) de simulation de transferts couplés de chaleur et de masse en milieu poreux fait partie de la même famille.

Méthode inverse, elle permet d'identifier des paramètres inconnus par comparaison avec des résultats expérimentaux. (Voir annexe IV)

II-4-1-L'EXPERIENCE DE CRAUSSE :[15][16]

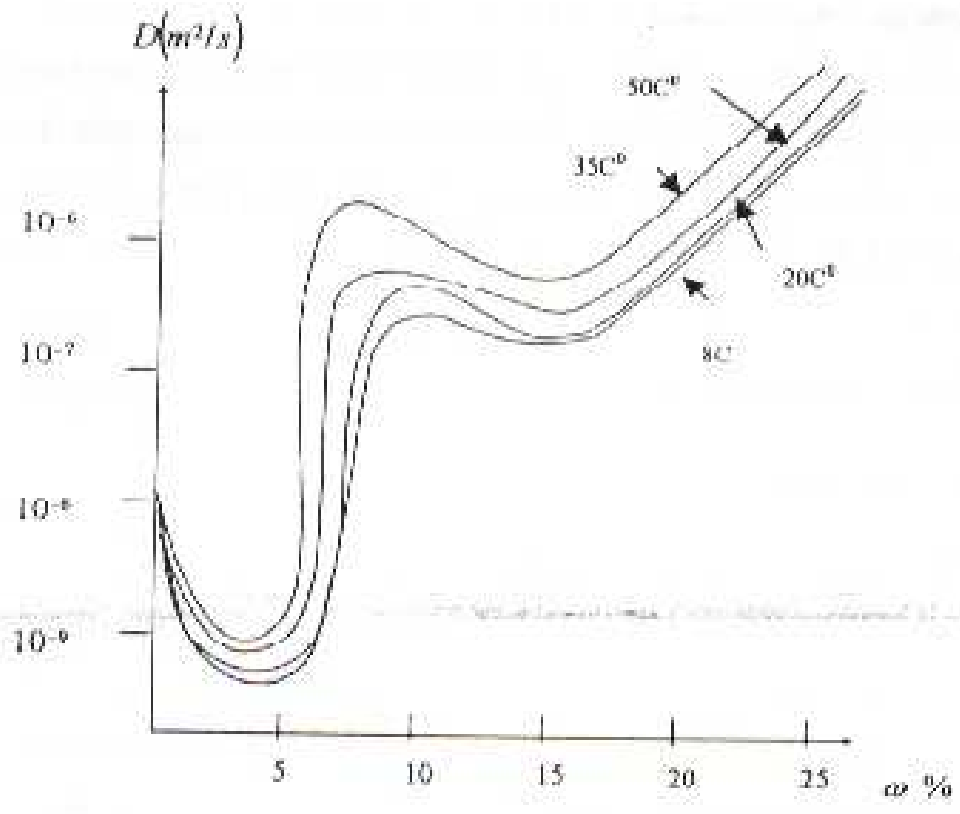
Crausse a effectué des expériences sur du sable quartzeux**,** le dispositif expérimental est composé de cellules métalliques cylindriques, de » section droite circulaire dans lesquelles est mis en place le milieu poreux préalablement humidifié par mouillage. Ces cellules sont ouvertes à l'une des extrémités et imperméables sur les autres surfaces. Une deuxième cellule contenant un produit desséchant, ou un autre matériau poreux en équilibre hygrométrique est montée à l'extrémité ouverte. L'ensemble étanche, constitué de deux cellules montées bout à bout, est placé dans une enceinte à température constante.

Les résultats ont montré un transfert d'humidité dans le dessicatif ou vers l'autre matériau poreux : transfert en phase liquide et vapeur pour le premier cas, et transfert en phase liquide seulement dans le deuxième cas.

Ce qui a permis pour l'expérience du dessicatif , l'accès au coefficient de diffusion global D , et aussi à celui du coefficient de diffusion de la phase liquide grâce à l'expérience avec les deux milieux poreux , et par conséquent le coefficient de diffusion de la phase vapeur est obtenu.

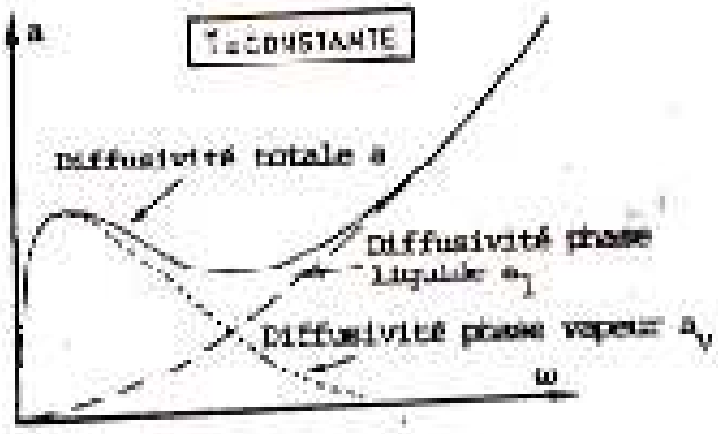
L'allure du coefficient de diffusion est représentée dans la figure ci dessous (à différentes températures)

Fig(**II-3**)

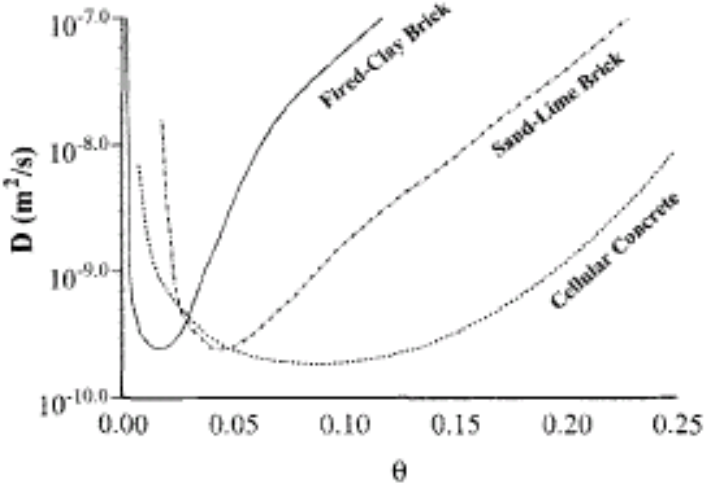


Fig(**II-1**) : Coefficient de diffusion massique global (Crausse)[16]

L'évolution générale de ces coefficients décrite par De Vries(1958) est représentée fig(**II-2**). Tous les chercheurs s'accordent en ce qui concerne la croissance logique du coefficient D_l avec la teneur en eau



fig(**II-2**) : Evolution du coefficient de diffusion capillaire (température constante)[15]



fig(**II-3**) Diffusivité hydaulique [18]

La figure (**II-3**),représente la diffusivité hydraulique de plusieurs matériaux de construction montrant l'influence de la diffusion de vapeur pour de basses teneurs en eau[18] , et où le coefficient de diffusion dépend exponentiellement du contenu hydrique (béton cellulaire,brique d'argile,brique de sable et chaux)

L'échelonnement des ordres de grandeurs des coefficients est justifié, d'après Krischer(1978),selon l'importance des diamètres des pores des milieux considérés.[15]

II-4-2-L'EXPERIENCE D'AYANO :[19]

L'objectif de cette expérience est de développer une nouvelle méthode visant à déterminer le coefficient de diffusion hygrométrique de pellicule et de retrait de matériaux à base de ciment.

Ce coefficient peut être exprimé à la fois comme fonction de la teneur en humidité et comme fonction de l'humidité relative.

Une expérience a été conduite à l'aide d'échantillons en tranches, et chaque échantillon a été préparé en empilant 11 tranches, scellées sur les bords par une feuille d'Aluminium. La distribution en humidité relative a été calculée en mesurant la force de retrait pour chaque tranche. Une contre analyse a ensuite été utilisée pour obtenir le coefficient de diffusion à partir d'une mesure de distribution de l'humidité relative. Une approche numérique fondée sur une méthode de pesée résiduelle et sur la méthode des moindres carrés non linéaire a été proposée sur la base des résultats expérimentaux.

L'expression du coefficient de diffusion en fonction de la teneur en humidité, obtenue est la suivante :

$$D_{tranche} = 6{,}47.e^{-3{,}23(1-w)}$$

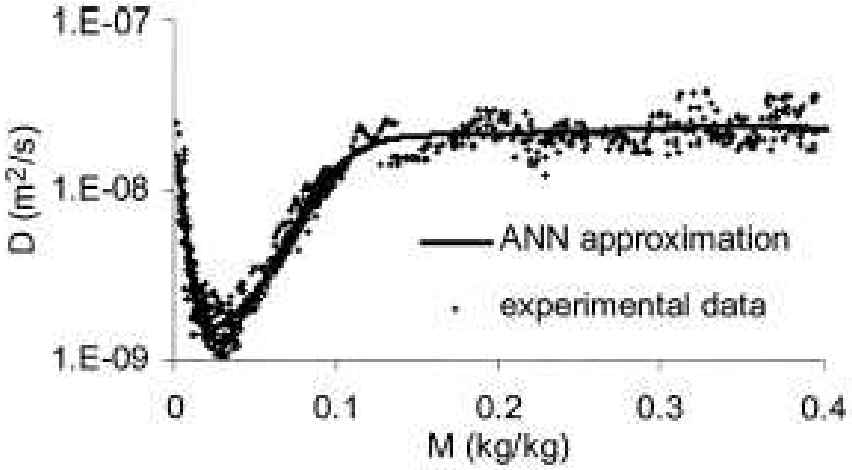
$$D_{solide} = 9{,}15.e^{-3{,}35(1-w)}$$

II-4-3- COEFFICIENT DE DIFFUSION DE L'ARGILE : [20]

Le modèle est appliqué au séchage de l'argile de kaolin , où l'évolution de l'humidité a été mesurée au moyen de formation d'images de (NMR) résonance magnétique nucléaire, pendant le séchage d'un morceau d'argile de kaolin.

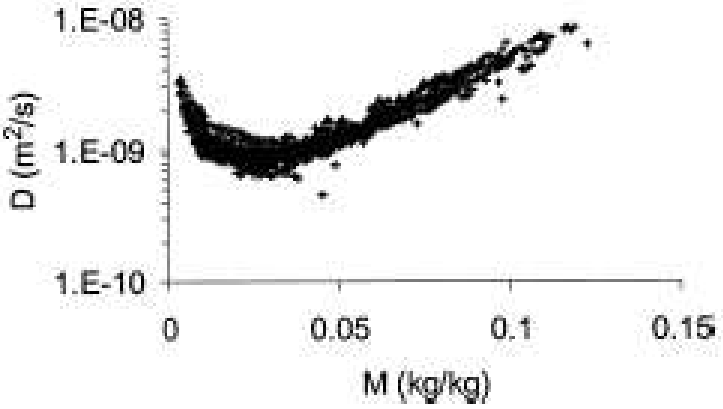
Puis le coefficient de diffusion est évalué à partir des résultats expérimentaux :

D'abord, ce coefficient de diffusion est obtenu à partir des profiles monodimensionnels du réseau de neurones artificiel (ANN) de l'évolution de l'humidité, les résultats obtenus sont représentés dans la figure ci-dessous :



fig(**II-4**) : Coefficient de diffusion obtenu dans le cas monodimensionnel à 25°C[20]

Ensuite le coefficient de diffusion de l'argile de kaolin a été calculé à partir des résultats de l'expérience bidimensionnelle en utilisant une méthode fondée sur l'hypothèse que D dépend seulement du contenu d'humidité. Flux et gradient sont obtenus le long des iso contours de teneur en humidité afin de calculer D. Les résultats obtenus sont représentés dans la figure suivante :

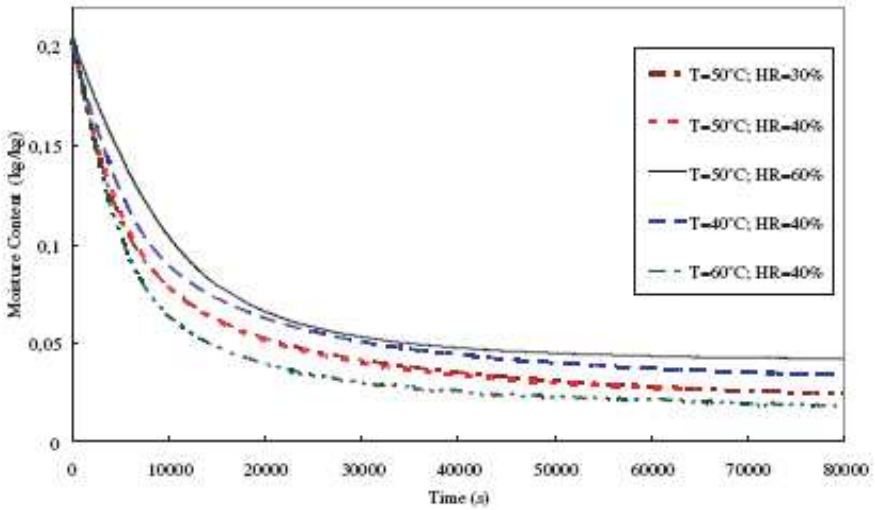


fig(**II-5**) : Coefficient de diffusion à partir de l'évolution du profile de l'humidité en bidimensionnel. [20]

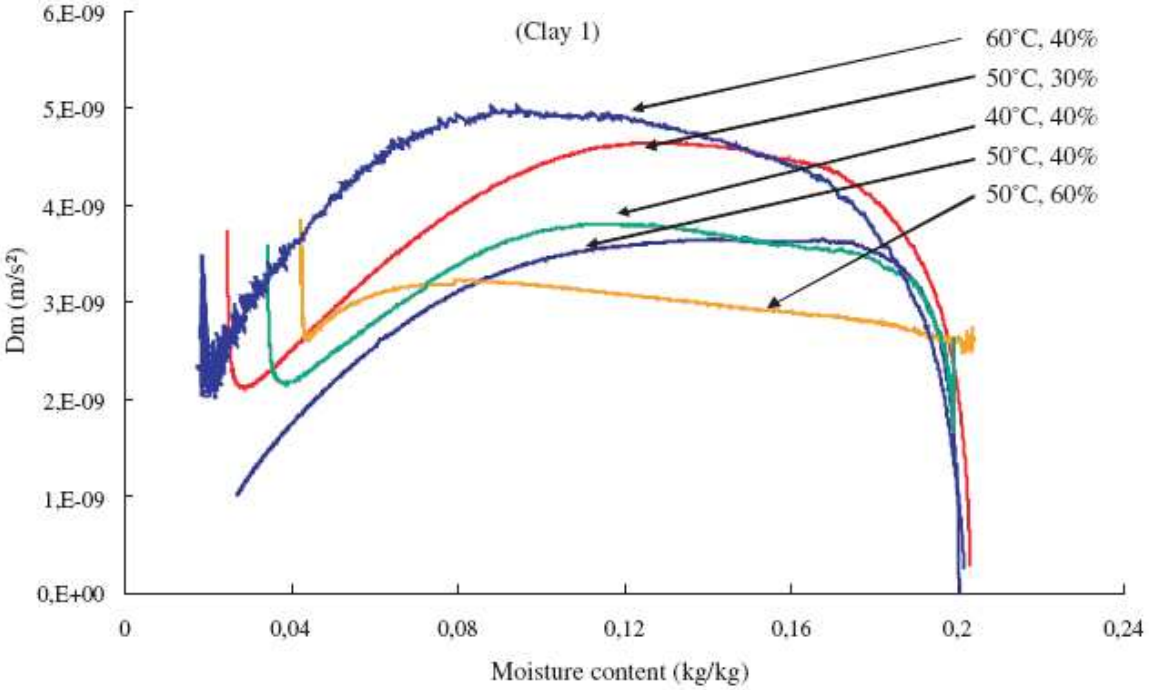
Notons que *D* du séchage bidimensionnel est inférieur, ce qui est expliqué par la différence de la température entre les deux expériences (environ 5 C). En outre, les résultats de l'essai bidimensionnel sont plus précis, parce que la méthode induit moins de moyennes que l'expérience unidimensionnelle, en tenant compte des effets des frontières(ou limites).

II-4-3-INFLUENCE DES CONDITIONS DE SECHAGE SUR LA DIFFUSION ET LE COEFFICIENT DE TRANSFERT MASSIQUE :[21][22]

Les travaux de recherche menés par Sander sur l'argile montrent que la température de l'air de séchage, et la teneur en humidité initiale influent fortement sur les propriétés de séchage et la cinétique de séchage. Ceci est confirmé par les travaux de Chemkhi, en travaillant dans différentes conditions expérimentales, et en changeant température et humidité relative de l'air de séchage de l'argile, et où le coefficient de diffusion a été déterminé expérimentalement, en fonction du contenu en humidité. Une modélisation polynomiale du coefficient de diffusion effectif a été faite pour déduire que, le coefficient de diffusion dépend des conditions expérimentales. Par conséquent, le coefficient de diffusion est fonction de la teneur en eau et des conditions de séchage.



fig(**II-6**) : Cinétique de séchage de l'argile pour différentes conditions expérimentales[21]



fig(**II-7**) : Diffusivité massique de l'argile pour différentes conditions de séchage[21]

II-4-b CALCUL THEORIQUE DU COEFFICIENT DE DIFFUSION :[15][16]

Le coefficient de diffusion massique global isotherme est la somme du coefficient de la phase liquide est de la phase vapeur, dont l'expression est la suivante :

$$D = D_l + D_v \qquad \text{(II-1)}$$

$$D_l = \frac{\rho_l}{\rho_0} k(S,T)\left(\frac{\partial \psi(S,T)}{\partial S}\right)_T \qquad \text{(II-2)}$$

$$D_v = F(S) D_v \frac{M_v^2 P_{vs} P}{\rho_0 R^2 T^2 P - P_V} g\left(\frac{\partial \psi}{\partial S}\right)_T \phi \qquad \text{(II-3)}$$

La détermination de ces coefficients requiert la connaissance de paramètres représentant des propriétés thermo physiques des fluides, accessibles par les tables Toutefois, les grandeurs fondamentales, caractérisant les interactions de la matrice solide sur le comportement dynamique et statique de l'humidité, nécessitent une détermination. Il s'agit respectivement de K conductivité hydraulique, de ψ succion, de F coefficient de pondération du coefficient de diffusion moléculaire de la vapeur et de ϕ humidité relative d'équilibre.

La relation $\psi(S,T)$:

Plusieurs moyens expérimentaux sont mis en oeuvre en vue d'accéder à cette relation, selon le type de matériau étudié, on cite par exemple une méthode utilisant le principe de remontée capillaire de l'humidité dans des échantillons de milieux poreux en contact avec une surface libre d'eau. La distribution d'humidité obtenue en régime permanent permet d'obtenir $\psi(S)$ à une température donnée. Cette procédure est utilisée pour des matériaux à faibles propriétés de rétention capillaire, comme la laine de verre.

On cite aussi l'expérience où les échantillons de milieu poreux, préalablement humidifiés à une teneur en eau faible, sont introduits dans un dessiccateur placé dans une

enceinte thermo statée . La pression de vapeur dans le dessiccateur est contrôlée par une solution aqueuse d'acide sulfurique de concentration donnée. La succion correspondant à l'équilibre thermodynamique, une fois celui-ci atteint est alors calculée par application de la relation de Kelvin :

$$\psi = \frac{RT}{Mg}\log\phi \qquad \text{(II-4)} \qquad \text{avec} \qquad \phi = p_v / p_{vs}$$

La teneur en eau étant déduite de la pesée de l'échantillon.

-Déterminer l'expression de la succion Ψ en fonction de la saturation nécessite le calcul de la pression capillaire à l'aide de la loi de Laplace :

$$P_c = \frac{2\sigma\cos\theta}{r} = -\rho_l g \Psi(S) \qquad \text{(II-5)}$$

$$\Psi(S) = -\frac{2\cos\theta}{r\rho_l g}\sigma \qquad \text{(II-6)}$$

La relation K(S ,T) :

La perméabilité des milieux poreux constitue un facteur de proportionnalité entre la vitesse moyenne de l'écoulement et le gradient de potentiel provoquant cet écoulement. La détermination de ce paramètre par voie expérimentale est nécessaire .

Son expression est donnée par la loi de Darcy :

$$\vec{v} = -K\vec{grad}\phi \qquad \text{(II-7)}$$

avec $\phi = \psi - z$

$\vec{v}$: vitesse de filtration ou densité de flux volumique

ϕ : potentiel à la côte z.

La vitesse de filtration et le gradient de potentiel sont déterminés expérimentalement dans des conditions isothermes.

(Lorsqu'on impose un cycle de drainage à une colonne de milieu poreux, la détermination locale des densités de flux volumiques évacuées entre divers instants, et des gradients deb potentiel correspondants, permet d'évaluer K)

La dépendance de k de la température est liée essentiellement à la connaissance de la viscosité dynamique ν, d'où l'expression suivante :

$$k(S,T) = \frac{k(S)g}{\nu(T)} \qquad \text{(II-8)}$$

Relation de F(S) :

Le paramètre F(S) prend principalement en compte les effets de tortuosité du milieu. Des études récentes(Bories et al, 1980), relatives à l'influence de la température sur la conductivité thermique des milieux poreux non saturés, ont peri d'inclure de manière globale dans le coefficient F(S), non seulement les effets de tortuosité, mais également les effets de distillation de la vapeur pouvant se développer dans le milieu considéré.

II-5-APPLICATION POUR LE CALCUL DU COEFFICIENT DE DIFFUSION A PARTIR DES EQUATIONS FONDAMENTALES :

II-5-1-INTRODUCTION :

Comme il a été cité dans le premier chapitre, les différentes équations des phénomènes de transfert ne peuvent être résolus, généralement à l'échelle microscopique, puisque la géométrie du milieu poreux et la distribution des phases ne sont pas observables, et de ce fait sont difficiles à décrire. Une description du transport de l'humidité à l'échelle macroscopique est nécessaire.

En faisant la moyenne des équations à l'échelle microscopique,sur un volume élémentaire représentatif. Les équations régissant les transferts à l'échelle macroscopique sont obtenus, comme c'est la cas des travaux de Whitaker(1977). Cette démarche a pour principal avantage de montrer clairement le lien entre le milieu poreux réel et le milieu continu fictif.

Ce modèle de diffusion est une description mathématique du transport d'humidité à l'échelle macroscopique, dans lequel tous les mécanismes de transport de masse sont combinés dans une diffusivité simple d'humidité.[17]

II-5-2- MISE EN EQUATION [4, 23, 5, 24]

1) HYPOTHESES :[4][23]

La mise en équation du transfert de masse dans un milieu poreux utilise les hypothèses suivantes :

1- Le milieu poreux , considéré un système tri phasique constitué de la matière solide, d'une phase liquide et d'une phase gazeuse.
2- Il n y'a pas de réactions chimiques des phases fluides avec la matière solide.
3- Les effets radiatifs sont négligeables.
4- Le fluide est continu, incompressible et newtonien.
5- Le milieu homogène et indéformable
6- On néglige les termes d'inertie.

7- On néglige les dissipations visqueuses, les effets de compressibilité, l'énergie cinétique de diffusion.
8- L'équilibre thermique entre les phases est réalisé.
9- Le transfert se fait selon deux directions ox et oy.

2) EQUATION DE CONTINUITE :(pour le cas bidimensionnel)

$$\frac{\partial(\rho_i \varepsilon_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i u_i)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_i v_i)}{\partial y} = m \qquad \text{(II-9)}$$

i : indice indiquant la phase.
m : source de quantité de masse.

3) EQUATION DE CONSERVATION D'ENERGIE :

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \left(\rho_l c_{pl} V_L + \rho_g c_{pg} V_g\right)\nabla T = -\Delta L_v m + \nabla\left(\lambda_{eff} \nabla T\right) \qquad \text{(II-10)}$$

4) EQUATION DE DARCY :

La loi de Darcy généralisée est actuellement l'un des seuls outils capable de décrire l'écoulement multiphasique en milieu poreux

$$V_i = -\frac{(kk_i)}{\mu_i}\left(\nabla p_i - \rho_i g\right) \qquad \text{(II-11)}$$

(on néglige $\rho_g g$ pour la phase gazeuse)

$$p_c = p_g - p_l = -\rho_l g \psi \qquad \text{(II-12)}$$

k : perméabilité intrinsèque.(mesurée en présence d'une seule phase fluide)

k_i : perméabilité relative à la phase.(Ces paramètres sont supposés fonction de la teneur en eau uniquement perré)

5) EQUATION DE CONTINUITE DE LA PHASE LIQUIDE :

$$\frac{\partial \rho_l \varepsilon_l}{\partial t} + \nabla(\rho_l V_l) = -m \qquad \text{(II-13)}$$

V_l : vitesse moyenne de la phase liquide.

6) EQUATION DE DIFFUSION DE LA PHASE VAPEUR DANS LA PHASE LIQUIDE :

(équation de conservation de masse pour la vapeur)

$$\vec{j}_v = -\rho_g D_{eff} \nabla\left(\frac{\rho_v}{\rho_g}\right) \qquad \text{(II-14)}$$

$\vec{j}_v$: densité du flux massique

$$\frac{\partial \varepsilon_g \rho_v}{\partial t} + \nabla(\rho_v V_g) = m + \nabla \vec{j}_v \qquad \text{(II-15)}$$

7) RELATIONS THERMODYNAMIQUES :

Equation d'état (phase gazeuse assimilée à un gaz parfait)

$$p_g = p_a + p_v = \rho_a \frac{R}{M_a} T + \rho_V \frac{R}{M_V} T \qquad \text{(II-16)}$$

$$\rho_g = \rho_a + \rho_v \qquad \text{(II-17)}$$

Equation de l'isotherme de sorption :

$$p_v = p_{vs}(T)\exp\left(-\frac{p_c M_v}{\rho_l TR}\right) \qquad \text{(II-18)}$$

II-5-3-ADAPTATION DU MODELE

ET MISE EN EQUATION :

L'interprétation mathématique du phénomène de séchage, en bidimensionnel se fait comme suit :

La première phase est décrite en employant le modèle de diffusion de la loi de Fick

L'équation de continuité pour la phase liquide:

$$\frac{\partial(\rho_l \varepsilon_l)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_l u_l)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_l v_l)}{\partial y} = 0 \qquad \text{(II-19)}$$

En supposant ρ_l constante, l'équation devient :

$$\frac{\partial(\varepsilon_l)}{\partial t} + \frac{\partial(u_l)}{\partial x} + \frac{\partial(v_l)}{\partial y} = 0 \qquad \text{(II-20)}$$

La loi de Darcy permet le calcul de u_l et v_l ,elle exprime la relation linéaire existant entre la valeur du flux massique macroscopique et la valeur locale du gradient de la charge hydraulique macroscopique :

$$u_l = -\frac{kk_l}{\mu_l}\frac{\partial p}{\partial x} \qquad \text{(II-21)}$$

$$v_l = \frac{-(kk_l)}{\mu_l}\frac{\partial p}{\partial y} \qquad \text{(II-22)}$$

k_l : Perméabilité relative à la phase liquide (supposée fonction seulement de la teneur en liquide).

En remplaçant(II-21) et (II-22) dans(II-20), on aura :

$$\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{kk_l}{\mu_l}\right)\frac{\partial p_l}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\frac{kk_l}{\mu_l}\right)\frac{\partial p_l}{\partial y}\right] \qquad \text{(II-23)}$$

on a $\varepsilon = \varepsilon_l + \varepsilon_g$

et $S = \varepsilon_l / \varepsilon \Rightarrow \varepsilon_l = \varepsilon S$ (a)

ε_g : Porosité de la phase gazeuse

ε : Porosité du corps poreux

D'après la thermodynamique et la théorie capillaire ; au repos deux corps immiscibles dans un milieu poreux ne sont pas à la même pression et cela est dû à la capillarité, (déjà vue dans le chapitre premier)

$$p_l = p_g - p_c \qquad \text{(b)}$$

En remplaçant les expressions de (a) et (b) dans l'équation (II-23) et en négligeant le gradient de pression de la phase gazeuse on aura :

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[-\left(\frac{kk_l}{\mu_l \varepsilon}\right)\frac{\partial p_c}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[-\left(\frac{kk_l}{\mu_l \varepsilon}\right)\frac{\partial p_c}{\partial y}\right] \qquad \text{(II-24)}$$

En sachant que la pression capillaire est une fonction de la saturation (chap 1) l'équation(II-24) s'écrit alors :

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[-\left(\frac{kk_l}{\varepsilon\mu_l}\right)\left(\frac{\partial p_c}{\partial S}\right)\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[-\left(\frac{kk_l}{\varepsilon\mu_l}\right)\left(\frac{\partial p_c}{\partial S}\right)\left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)\right] \qquad \text{(II-25)}$$

En posant :

$$D\ (S) = -\left(\frac{kk_l}{\varepsilon\mu_l}\right)\left(\frac{\partial p_c}{\partial S}\right)$$

D(S) : coefficient de diffusion dépend de la teneur en humidité.

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D(S)\frac{\partial S}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D(S)\frac{\partial S}{\partial y}\right) \qquad \text{(II-26)}$$

L'équation (8), est l'équation générale de diffusion déjà vue dans le chapitre deux.

Dans cette première phase , ont été négligés :

- Le travail de compression et la dissipation visqueuse.
- Le terme de changement de phase dans les équations de continuité.
- L'effet de la pesanteur
- Le transport d'humidité interne sous forme de vapeur

Dans la deuxième phase de séchage , c'est le cas où il y a évaporation du liquide et diffusion de la vapeur dans le corps poreux.

L'équation de continuité sans génération et dont la masse volumique est constante :

$$\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial t} + \frac{\partial u_l}{\partial x} + \frac{\partial v_l}{\partial y} = 0 \qquad \text{(II-27)}$$

L'équation de diffusion de la vapeur dans la phase gazeuse est :

$$\frac{\partial \varepsilon_g \rho_v}{\partial t} + \frac{\partial \rho_v u_v}{\partial x} + \frac{\partial \rho_v v_v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\rho_g D_{eff} \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho_v}{\rho_g}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\rho_g D_{eff} \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho_v}{\rho_g}\right)\right] \qquad \text{(II-28)}$$

En supposant que les fluides sont des gaz parfaits et que la vapeur et l'air forment un mélange homogène :

$$\rho_i = P_i M_i / RT \qquad \text{(II-29)}$$

$$P_g = P_v + P_a \qquad \text{(II-30)}$$

On a aussi :

$$S = \varepsilon_l / \varepsilon_l + \varepsilon_g \qquad \Rightarrow \qquad \varepsilon_l = (\varepsilon_l + \varepsilon_g) S = \varepsilon S \qquad \text{(II-31)}$$

$$\varepsilon_l \rho_l + \varepsilon_g \rho_v = \rho_l \varepsilon S \qquad \text{(II-32)}$$

En combinant les équations (II-27) , (II-28) , (II-31) , (II-32)on aura :

$$\frac{\partial \varepsilon_g \rho_v}{\partial t} + \frac{\partial \rho_v u_v}{\partial x} + \frac{\partial \rho_v v_v}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_l \rho_l}{\partial t} + \frac{\partial \rho_l u_l}{\partial x} + \frac{\partial \rho_l v_l}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\rho_g D_{eff} \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho_v}{\rho_g}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\rho_g D_{eff} \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho_v}{\rho_g}\right)\right]$$

(II-33)

En négligeant le flux convectif devant le flux diffusif de la phase vapeur on écrira alors :

$$\frac{\partial \varepsilon S}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left[u_l - \frac{\rho_g}{\rho_l} D_{eff} \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho_v}{\rho_g}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[v_l - \frac{\rho_g}{\rho_l} D_{eff} \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho_v}{\rho_g}\right)\right] = 0 \qquad \text{(II-34)}$$

En remplaçant les équations (II-21) ,(II-22) et(b) dans l'équation (II-34) , en négligeant la pression du gaz devant la pression capillaire , en considérant aussi que la pression de l'air est la pression atmosphérique et que la masse volumique de la phase gazeuse est constante , et d'après les relations thermodynamiques :

$$\rho_v = P_V M_V / RT$$

Cette équation deviendra :

$$\frac{\partial \varepsilon S}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left[-\left(\frac{kk_l}{\mu_l}\right)\frac{\partial p_c}{\partial x} - D_{eff} \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P_V M_V}{RT}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[-\left(\frac{kk_l}{\mu_l}\right)\frac{\partial p_c}{\partial y} - D_{eff} \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{P_V M_V}{RT}\right)\right] = 0$$

(II-35)

D'après la relation de Kelvin

$$P_v = P_{vs} f(S) \qquad \text{(II-36)}$$

P_{vs} : pression de vapeur saturante

$$f(S) = \exp\left(-\frac{P_c M_v}{\rho_l RT}\right) \qquad \text{(II-37)}$$

Sachant que la pression capillaire est une fonction de la saturation ,et en utilisant les relations (II-36) et (II-37) , on obtiendra la forme suivante de l'équation (II-35) :

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{kk_l}{\mu_l \varepsilon}\left(-\frac{\partial P}{\partial S}\right)\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right) + D_{eff}\frac{M_v}{RT\rho_L \varepsilon} P_{vs}\frac{\partial f}{\partial S}\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)\right] +$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{kk_l}{\mu_l \varepsilon}\left(-\frac{\partial P}{\partial S}\right)\left(\frac{\partial S}{\partial y}\right) + D_{eff}\frac{M_v}{RT\rho_L \varepsilon} P_{vs}\frac{\partial f}{\partial S}\left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)\right] \qquad \text{(II-38)}$$

Cette expression représente l'équation de diffusion classique (équation(II-26)) avec :

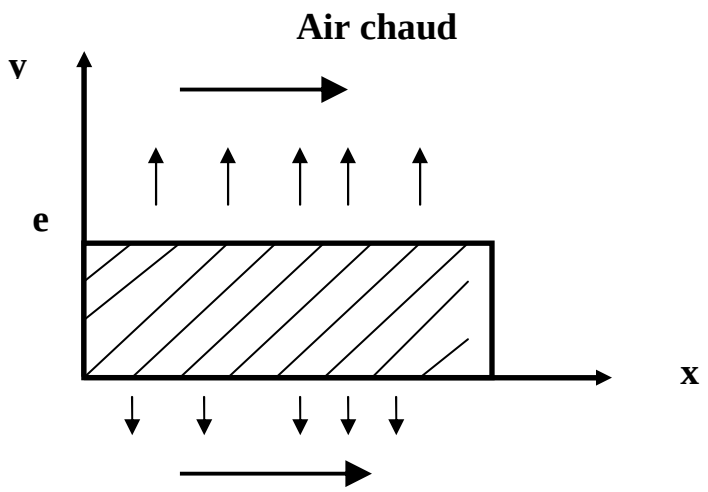
$$D(S) = \left[\frac{kk_l}{\mu_l \varepsilon}\left(-\frac{\partial P}{\partial S}\right) + D_{eff}\frac{M_v}{RT\rho_L \varepsilon} P_{vs}\frac{\partial f}{\partial S}\right] \qquad \text{(II-39)}$$

CHAPITRE III

MODELISATION ET RESOLUTION DES EQUATIONS DE TRANSFERTS MASSIQUES EN BIDIMENSIONNEL DANS UN MILIEU POREUX

III-1-POSITION DU PROBLEME :

Deux échantillons ont été choisis ; le premier en béton , le second est en bois, chacun de ces échantillons considéré initialement humide(saturé) est soumis à une circulation forcée d'air chaud aux deux faces comme dans la fig (III-1)



fig(III-1) : Schéma du modèle

III- 2-DESCRIPTION DU PHENOMENE :

Les transferts massiques sont dus à la migration capillaire et la filtration de la phase liquide, la diffusion-convection de la phase gazeuse et la diffusion de l'eau adsorbée .[2]

Dans un premier temps , le corps est supposé saturé en humidité($S(x,y,t_0)=1$) , le flux d'air imposé provoque une évaporation au niveau de la surface humide puis, dans un deuxième temps ces pores qui se trouvent à l'intérieur de l'échantillon perdent peu à peu leur humidité par évaporation jusqu'à ce que le corps atteigne sa valeur irréductible de la saturation (ce mécanisme est décrit par la loi de fick)

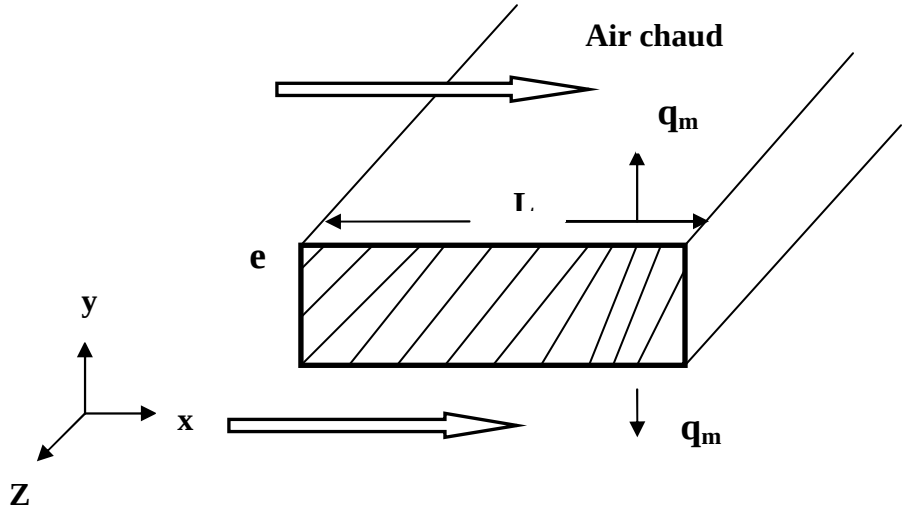


fig (III-2) : Représentation en trois D du schéma du modèle

III-3-LES CONDITIONS INITIALES ET AUX LIMITES :

Puisque l'étude se fait en bidimensionnel, la résolution des équations nécessite, une condition initiale et quatre conditions aux limites.

a- LA CONDITION INITIALE :

On suppose qu'à l'état initial le corps est totalement saturé en humidité où S(x,y, t_0)=1 (saturation imposée ,condition de Dirichlet).

b-LES CONDITIONS AUX LIMITES :

De l'air chaud est soufflé sur les deux faces horizontales du corps d'où l'apparition d'un même flux massique q_m ,sur les deux faces, en fonction de la longueur L (flux massique imposé condition de Newman)

Les côtés verticaux sont supposés isolées (pas d'échanges avec l'extérieur)

c-LE FLUX MASSIQUE IMPOSE A LA SURFACE :[16]

L'expression du flux massique imposé est la suivante :

$$q_m = h_m(\rho_{vaps} - \rho vair) \qquad \text{(III-1)}$$

avec :

ρ_{vaps} : masse volumique de la vapeur à la surface de l'échantillon.

ρ_{vair} : masse volumique de l'air soufflé.

La vapeur d'eau est assimilée à un gaz parfait :

PV= n RT

$$\frac{P}{\rho} = \frac{RT}{M} \Rightarrow \rho = \frac{PM}{RT}$$

Alors ;

$$\rho_{vaps} = \frac{P_{Vsurf} M_v}{RT}$$

$$\rho_{Vair} = \frac{P_{vs} \varphi M_v}{RT}$$

Avec :

$P_{vs} = 9.81 \times 10^4 \times 10^{\left(5.978 - \frac{2225}{T}\right)}$ l'expression de la vapeur saturante est donnée d'après [24]

Et avec aussi h_m **le coefficient de transfert de masse**

Ce coefficient dépend de plusieurs paramètres ,il peut être calculé ou bien donné à partir de tableaux exprimant sa valeur en fonction de la disposition de la paroi et de la direction du flux massique.[10]

L'expression de ce coefficient est donnée comme suit :

$$h_m = \frac{Sh.D_v}{x} \qquad \text{(III-2)}$$

D_v : coefficient de diffusion de vapeur dans l'air

Et pour un écoulement turbulent :

$$Sh = 0{,}0288\,\mathrm{Re}^{4/5}\, Sc^{1/3} \qquad \text{(III-3)}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{vx}{\nu} \qquad \text{(III-4)}$$

$$Sc = \frac{\nu}{D} \qquad \text{(III-5)}$$

Re : nombre de Reynolds

Sh : nombre de Sherwood

Sc : nombre de Schmidt

III-4-RESOLUTION NUMERIQUE

III-4-1-INTRODUCTION :

Etant donné les limites des méthodes analytiques, la simulation numérique est beaucoup plus adaptée à la détermination de la saturation en régime transitoire. Ceci est dû à la quantité et à la complexité des équations à résoudre. Le calcul numérique permet, en effet de résoudre des systèmes d'équations aux dérivées partielles, non linéaires qui caractérisent généralement les phénomènes de transfert. La prise en compte plus ou moins complète des conditions initiales et aux limites est l'un des atouts majeurs de la simulation numérique.

L'équation régissant le transfert de masse , établie précédemment , a la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(D_x \frac{\partial S}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(D_Y \frac{\partial S}{\partial y}\right)=\frac{\partial S}{\partial t} \quad \text{..... (III-6)}$$

C'est une équation différentielle du second degré avec second membre. Et la solution de cette équation consiste à trouver une fonction S(x, y, t).

Une résolution numérique permet de retrouver des valeurs numériques de la variable recherchée (pour ce cas c'est la saturation) en différents points du modèle choisi, appelés points de maillage(nœuds).

Il s'agit donc de retrouver les valeurs de la saturation pendant le séchage d'un matériau (bois, béton) en tout point de ce dernier, en fonction de x et de y et de connaître les variations de cette saturation dans le temps.

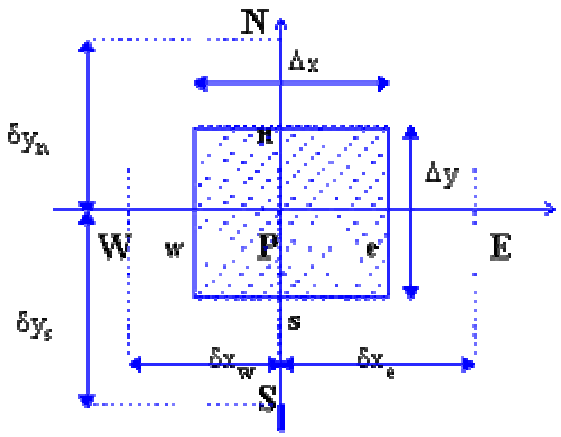
Il existe différentes méthodes de résolution numériques ; la méthode des éléments finis, des différences finies, des volumes finis dont les principes de résolution ont des points en commun.

la méthode des volumes finis explicitée dans (Patankar)[25], est la plus appropriée et la plus utilisée pour ce type d'équation.

III-4-2-PRINCIPE DE LA METHODE :

Le principe de cette méthode est de diviser le domaine de calcul, comme son nom l'indique en volumes finis, tout en évitant leur chevauchement, et chaque volume de contrôle entoure un point (c'est le point de maillage).

Comme représenté dans la figure ci-dessous :



fig(III-3) : Volume de contrôle pour le cas bidimensionnel [26]

L'équation différentielle (III-6) est intégrée sur tout le domaine du volume de contrôle (V), pour le point de maillage p .

Les points E, W (est, ouest), sont les points de maillage voisins dans la direction de l'axe des X. Et les points N, S (nord sud), sont les points de maillage voisins dans la direction de l'axe des Y.

Et les indices e, w, n, s sont respectivement les indices des faces est, ouest, nord et sud du volume de contrôle.

Et par conséquent, l'équation (III-6) est intégrée dans le domaine du volume de contrôle V et l'intervalle de temps de t à t+ Δ t comme suit :

$$\int_t^{t+\Delta t}\int_s^n\int_e^w \frac{\partial}{\partial x}\left(D_X\frac{\partial S}{\partial x}\right)dxdydt+\int_t^{t+\Delta t}\int_w^e\int_s^n \frac{\partial}{\partial y}\left(D_y\frac{\partial S}{\partial y}\right)dydxdt=\int_s^n\int_w^e\int \frac{\partial S}{\partial t}dtdxdy \qquad \text{(III-7)}$$

Le premier terme après intégration aura la forme suivante :

$$\int_t^{t+\Delta t}\left[\left(D_x\frac{dS}{dx}\right)_e-\left(D_X\frac{dS}{dx}\right)_w\right]\Delta y dt$$

Et le deuxième terme :

$$\int_t^{t+\Delta t}\left[\left(D_y\frac{dS}{dy}\right)_n-\left(D_y\frac{dS}{dy}\right)_s\right]\Delta x dt$$

Et le dernier terme :

$$\left(S_p-S_p^0\right)\Delta x\Delta y$$

Avec S_p^0 : la valeur de la saturation au temps précédent.

L' évaluation des dérivées $\frac{dS}{dx}$, $\frac{dS}{dy}$ sur le domaine limité par les points E,W,N,S du point P , amène l'équation b à la forme suivante :

Le premier terme deviendra :

$$\int_{t}^{t+\Delta t}\left[D_e\left(\frac{S_E - S_P}{\delta x_e}\right) - D_w\left(\frac{S_P - S_W}{\delta x_w}\right)\right]\Delta y dt \quad \text{……..terme 1}$$

Les variations de S_P , S_E, S_W par rapport au temps font que l'on introduise un facteur f variant entre 0 et 1 où :

Exemple : $\int_{t}^{t+\Delta t} S_p dt = \left[fS_P + (1-f)S_p^0\right]\Delta t$ (III-8)

Le terme 1 aura donc cette forme :

$$f\left[D_e\left(\frac{S_e - S_P}{\delta x_e}\right) - D_W\left(\frac{S_P - S_w}{\delta x_w}\right)\right]\Delta y\Delta t + (1-f)\left[D_E\left(\frac{S_e^0 - S_w^0}{\delta x_e}\right) - D_w\left(\frac{S_p^0 - S_w^0}{\delta x_w}\right)\right]\Delta y\Delta t$$

Avec $S_e^0, S_w^0, S_n^0, S_s^0$, sont respectivement les valeurs de la saturation au temps précédent au niveau des nœuds E, W, N, S représentés dans la figure

En procédant de la même manière , le deuxième terme aura la forme suivante :

$$f\left[D_n\left(\frac{S_n - S_p}{\delta y_n}\right) - D_s\left(\frac{S_p - S_S}{\delta Y_s}\right)\right]\Delta x\Delta t + (1-f)\left[D_n\left(\frac{S_n^0 - S_p^0}{\delta y_n}\right) - D_s\left(\frac{S_p^0 - S_s^0}{\delta y_s}\right)\right]\Delta x\Delta t$$

L'équation ci-dessous représente l'équation de discrétisation d'une équation différentielle elliptique :

$$f\left[D_e\left(\frac{S_e - S_P}{\delta x_e}\right) - D_W\left(\frac{S_P - S_w}{\delta x_w}\right)\right]\Delta y\Delta t + (1-f)\left[D_E\left(\frac{S_e^0 - S_w^0}{\delta x_e}\right) - D_w\left(\frac{S_p^0 - S_w^0}{\delta x_w}\right)\right]\Delta y\Delta t +$$

$$f\left[D_n\left(\frac{S_n - S_p}{\delta y_n}\right) - D_s\left(\frac{S_p - S_S}{\delta Y_s}\right)\right]\Delta x\Delta t + (1-f)\left[D_n\left(\frac{S_n^0 - S_p^0}{\delta y_n}\right) - D_s\left(\frac{S_p^0 - S_s^0}{\delta y_s}\right)\right]\Delta x\Delta t =$$

$$\left(S_p - S_p^0\right)\Delta x\Delta y \qquad \text{(III-9)}$$

Le facteur f peut prendre les valeurs suivantes :

Pour f=0 , on applique la méthode de résolution explicite .
Pour f=0,5 on applique la méthode de Cranck Nickolson
Pour f=1 on applique la méthode implicite.

La méthode implicite, est appliquée, c'est-à-dire le cas où f=1

D'abord, parce que la méthode explicite présente certains inconvénients, comme le choix de $\Delta x et \Delta y$ très petits ce qui impose un intervalle de temps très petit , de façon à effectuer d'innombrables calculs pour arriver au temps désiré.

De plus la méthode implicite se caractérise par sa stabilité et sa convergence même si le choix de $\Delta x, \Delta y et \Delta t$ est arbitraire.

Quant à la méthode de Cranck Nickolson ,qui elle aussi est considérée implicite, conduit cependant parfois à des résultats loin de la logique.

L'équation de discrétisation aura la forme simplifiée suivante :

$$\left[D_e\left(\frac{S_e - S_P}{\delta x_e}\right) - D_w\left(\frac{S_p - S_w}{\delta x_w}\right)\right]\Delta y \Delta t + \left[D_n\left(\frac{S_n - S_p}{\delta y_n}\right) - D_s\left(\frac{S_p - S_s}{\delta y_s}\right)\right]\Delta x \Delta t = \left(S_p - S_p^0\right)\Delta x \Delta y$$

(III-10)

En posant : $a_e = \dfrac{D_e \Delta y}{\delta x_e}$, $a_w = \dfrac{D_w \Delta y}{\delta x_w}$

$a_n = \dfrac{D_n \Delta x}{\delta y_n}$, $a_s = \dfrac{D_s \Delta x}{\delta y_s}$

$a_0 = \dfrac{\Delta x \Delta y}{\Delta t}$, $b = a_0 S_p^0$

$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s + a_0$$

La forme finale de l'équation de discrétisation est la suivante :

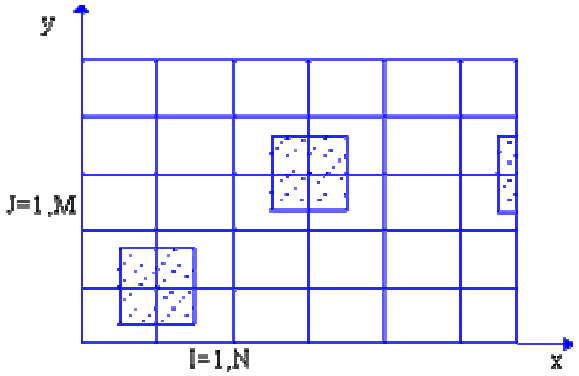
$$a_p S_p = a_e S_e + a_w S_W + a_n S_n + a_s S_s + b \qquad \text{(III-11)}$$

III-4-3-MAILLAGE :

On doit calculer les valeurs de la variable S en un certain nombre de points déterminés(nœuds) du modèle étudié, à des instants successifs. Ce qui suppose l'établissement au préalable du domaine étudié. Celui-ci est découpé en un réseau carré de nœuds représentés par les indices (i, j) définis par les pas d'espace $\Delta x et \Delta y$.

Les distances $(\delta x_e),(\delta x_w),(\delta y_n),(\delta y_s)$ ne sont pas nécessairement égales, mais cela simplifie le travail.

La solution est plus exacte quand le maillage est plus serré, mais lorsque le gradient est faible cela n'est pas nécessaire (les zones de gradient élevé devront prévoir un maillage plus serré).



fig(III-4) : configuration du maillage[26]

L'équation de transfert d'humidité discrétisée, généralisée pour tout point de coordonnées (i,j) du modèle étudié est la suivante :

$$a_{(i,j)}S_{(i,j)} = a_{e(i,j)}S_{(i+1,j)} + a_{w(i,j)}S_{w(i-1,j)} + a_{n(i,j)}S_{n(i,j+1)} + a_{s(i,j)}S_{s(i,j-1)} + a_{0(i,j)}S^{0}_{(i,j)} \quad \text{(III-12)}$$

avec :

$$a_{e(i,j)} = D_{(i+1,j)}\frac{\Delta y}{\delta x_e} \quad , \quad a_{w(i,j)} = D_{(i-1,j)}\frac{\Delta y}{\delta x_w}$$

$$a_{n(i,j)} = D_{(i,j+1)}\frac{\Delta x}{\delta y_n} \quad , \quad a_{s(i,j)} = D_{(i,j-1)}\frac{\Delta x}{\delta y_s}$$

III-4-4-CONDITIONS DE LA SIMULATION :

III-4-4-1-LE COEFFICIENT DE DIFFUSION MASSIQUE :

Dans cette étude les simulations ont été faites pour deux situations , dans la première on a supposé le coefficient de diffusion des matériaux choisis constants en considérant le matériau homogène ce qui pourrait être le cas pour le béton et non pas pour le bois étant donné que le bois se caractérise par son hétérogénéité .

Dans la deuxième situation où la diffusivité varie en fonction de la saturation ou de la teneur en eau , l'expression de Crausse obtenue grâce aux courbes expérimentales citées le chapitre deux, a été utilisée, et dont l'expression empirique est donnée comme suit :

$$\log D = -8{,}14606 - 132{,}068S + 5097{,}55S^2 - 57519{,}6S^3 + 266822S^4 - 439586S^5 + 3944{,}53S^6$$

(III-13)

III-4-4-2-LES CONDITIONS INITIALES ET AUX LIMITES :

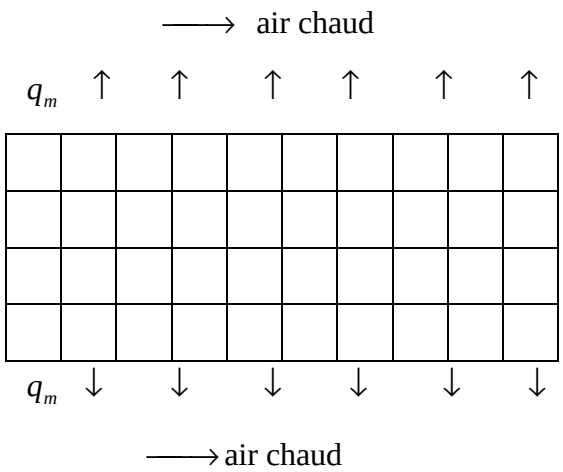
Puisque l'étude se fait en bidimensionnel, la résolution des équations nécessite, une condition initiale et quatre conditions aux limites.

a- LA CONDITION INITIALE :

A l'état initial , comme il a été supposé dans le chapitre précédent, le corps est totalement saturé en humidité où $S^{0}_{(i,j)} = 1$

b-LES CONDITIONS AUX LIMITES :

De l'air chaud est soufflé sur les deux faces horizontales du corps d'où l'apparition d'un même flux massique q_m ,sur les deux faces, en fonction de la longueur L



fig(III-5) : représentation des conditions aux limites

Les côtés verticaux sont supposés adiabatiques.

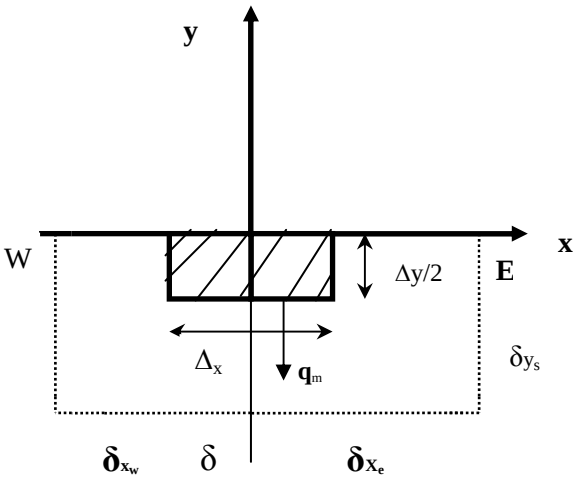
Pour x=0 et y variant de 0à e

Et pour x=L et y variant 0à e

Il n'y a pas d'échanges avec l'extérieur.

Quand on introduit les conditions aux limites, une autre série d'équations s'ajoutera au système d'équations à résoudre :

-<u>Pour le cas où y=0 et x variant de 0 à L</u> : (j=1 et i variant de 1 jusqu'à n) l'équation différentielle est intégrée sur la moitié du volume de contrôle,hachurée dans la fig(III-6), tout en en ajoutant au bilan massique la valeur du flux massique q_m .



fig(III-6) : Moitié d'un volume de contrôle, sur les limites inférieures

L'équation de discrétisation deviendra comme suit :

$$a_{(i,1)}S_{(i,1)} = a_{e(i,1)}S_{(i+1,1)} + a_{w(i,1)}S_{W(i-1,1)} + a_{n(i,1)}S_{n(i,2)} + b_{1(i,1)} \qquad \text{(III-13)}$$

où $a_{e(i,1)} = D_{(i+1,1)}\dfrac{\Delta y/2}{\delta x_e}$, $a_{w(i,1)} = D_{(i-1,j)}\dfrac{\Delta y/2}{\delta x_w}$

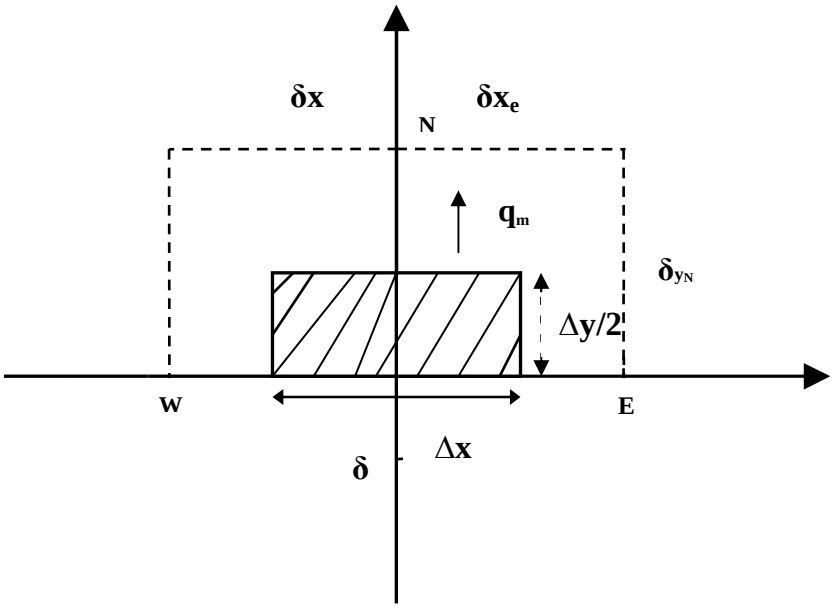
$$a_{n(i,1)} = D_{(i,2)} \frac{\Delta x}{\delta y_n} \qquad , \qquad b_{1(i,1)} = a_0 S^0_{(i,1)} - q_{m(i)}$$

-<u>Pour le cas où y=e et x variant de 0à L</u> : (j=m et i variant de1 à n) fig(III-7) , on procède de la même manière que le cas précédent pour aboutir à une autre série d'équations de la forme suivante :

$$a_{(i,m)} S_{(i,m)} = a_{e(i,m)} S_{(i+1,m)} + a_{w(i,m)} S_{(i-1,m)} + a_{s(i,m)} S_{(i,m-1)} + b_{1(i,m)} \quad \text{(III-14)}$$

avec $a_{e(i,m)} = D_{(i+1,m)} \dfrac{\Delta y / 2}{\delta x_e}$, $a_{w(i,m)} = D_{(i-1,m)} \dfrac{\Delta y / 2}{\delta x_w}$

$$a_{s(i,m)} = D_{(i,m-1)} \frac{\Delta x}{\delta y_s} \qquad , \qquad b_{1(i,m)} = a_0 S^0_{(i,m)} - q_{m(i,m)}$$



fig(III-7) :Moitié d'un volume de contrôle, sur les limites supérieures

III-4-5-RESOLUTION DES EQUATIONS ALGEBRIQUES

Le système d'équations non linéaire obtenu à la fin de la discrétisation,n'a pas été résolu par les méthodes directes. Car cette méthode est trop complexe et demanderait beaucoup de temps, puisqu'il s'agit surtout d'équations algébriques relatives à deux dimensions .

La méthode de résolution la plus adéquate, c'est la résolution par les méthodes itératives.

Elles sont plus rapides en temps de calcul et moins coûteuses en nombre d'opérations et en mémoire machines que les méthodes directes. Elles sont plus sensibles à l'accumulation d'erreurs d'arrondi (dus à l'utilisation d'un ordinateur).

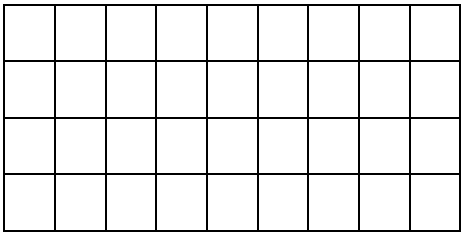
Et comme la matrice est diagonale, fortement dominante la convergence est assurée.

La méthode de **Gauss-Seidel** (point par point) est la méthode itérative la plus simple (cette méthode est explicitée dans l'annexe3).

L'inconvénient majeur de cette méthode, est que sa convergence est trop lente, surtout quand le nombre de nœuds est très grand.

Une autre méthode de calcul (ligne par ligne), proposée par Patankar[25][26], et qui assure une convergence plus rapide , a été utilisée dans ce travail.

Cette méthode est une combinaison entre une méthode directe pour un système monodimensionnel(la méthode TDMA) et la méthode de Gauss Seidel.



Fig(III-8) : représentation de la méthode ligne par ligne[25]

Sur une ligne ou une colonne on se ramène à un système unidimensionnel et on procède à une résolution itérative par balayages successifs.

On peut visualiser ce calcul à l'aide de la fig (III-8)Les équations de discrétisation pour les point de maillage sur une ligne choisie contiendront les valeurs de la saturation au niveau des points voisins(représentés dans la figure sous forme de croix) sur les deux lignes voisines, et si ces valeurs sont substituées de leur valeurs au temps précédent, alors les équations des points de maillage considérées seront réduite à celle pour le cas monodimensionnel.

Donc pour un premier balayage effectué ligne par ligne, on aura :

$$a_p S_P = a_e S_e + a_w S_w + B \qquad \text{(III-15)}$$

avec $B = a_n S_n^0 + a_s S_s^0 + b$

où $S_n^0 et S_s^0$ sont les valeurs de $S_n et S_s$ à l'itération précédente.

Quand le balayage sur toutes les lignes est terminé , on passe si besoin est au balayage colonne par colonne.

Sur chaque colonne l'algorithme TDMA est utilisé pour résoudre le système :

$$a_p S_P = a_n S_n + a_s S_s + C \qquad \text{(III-16)}$$

Avec $$C = a_e S_e^0 + a_w S_w^0 + b$$

Où $S_e^0 et S_w^0$ sont les valeurs de $S_e et S_w$ à l'itération précédente. Ce processus itératif est répété jusqu'à convergence.

Cette technique présente l'avantage d'éviter la construction de systèmes matriciels.

III-4-6- <u>L'algorithme TDMA</u> [25][26]

Les systèmes obtenus sont tri diagonal. Leur résolution se fait donc en utilisant l'algorithme TDMA qui transforme le système tri diagonal en un système triangulaire supérieur dont la résolution est immédiate par remontée.

Soit à résoudre le système tri diagonal suivant:

$$\begin{vmatrix} b1 & c1 & & & & \\ a2 & b2 & c2 & & & \\ & a3 & b3 & c3 & & \\ & & & & & \\ & & & & cj-1 & \\ & & & aj & bj & \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u1 \\ u2 \\ \\ \\ \\ uj \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} v1 \\ v2 \\ \\ \\ \\ vj \end{vmatrix} \quad \text{(I)}$$

L'algorithme consiste à transformer le système (I) en un système triangulaire supérieur de la forme:

$$\begin{vmatrix} 1 & \alpha 1 & & & \\ & 1 & \alpha 2 & & \\ & & 1 & \alpha 3 & \\ & & & & \\ & & & & \alpha j-1 \\ & & & & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u1 \\ u2 \\ \\ \\ \\ uj \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \beta 1 \\ \beta 2 \\ \\ \\ \\ \beta j \end{vmatrix} \quad \text{(II)}$$

Il faut pour celà déterminer les coefficients α_i et β_i.

Le système (II) permet d'écrire:

$$\begin{aligned} & u_j = \beta_j \\ & u_{j-1} = \beta_{j-1} - \alpha_{j-1} u_j \\ & ---------- \\ & u_{k-1} = \beta_{k-1} - \alpha_{k-1} u_k \, (II-3) \\ & u_k = \beta_k - \alpha_k u_{k+1} \, (II-4) \\ & ---------- \\ & u_1 = \beta_1 - \alpha_1 u_2 \end{aligned}$$

Ecrivons la ligne k du système (I) :

$$a_k u_{k-1} + b_k u_k + c_k u_{k+1} = v_k$$

et remplaçons-y u_{k-1} par son expression (II-3):

$$a_k \left(\beta_{k-1} - \alpha_{k-1} u_k \right) + b_k u_k + c_k u_{k+1} = v_k$$

ce qui donne:

$$\left(b_k - \alpha_{k-1} a_k \right) u_k + c_k u_{k+1} = v_k - a_k \beta_{k-1}$$

soit:

$$u_k = \frac{v_k - a_k \beta_{k-1}}{\left(b_k - \alpha_{k-1} a_k \right)} - \frac{c_k}{\left(b_k - \alpha_{k-1} a_k \right)} u_{k+1}$$

Une comparaison avec l'équation (II-4) conduit finalement à:

$$\begin{aligned} \beta_k &= \frac{v_k - a_k \beta_{k-1}}{\left(b_k - \alpha_{k-1} a_k \right)} \\ \alpha_k &= \frac{c_k}{\left(b_k - \alpha_{k-1} a_k \right)} \end{aligned} \quad \text{(III)}$$

Les suites (III) permettent donc de déterminer les coefficients inconnus d'indice k à partir des coefficients d'indice k-1.

Il nous reste à initialiser ces suites et donc à déterminer α1 et β1.

Pour cela, on utilise les deux premières lignes des systèmes (I) et (II):

$$b_1 u_1 + c_1 u_2 = v_1$$
$$u_1 + \alpha_1 u_2 = \beta_1$$

qui conduisent à:

$$\beta_1 = \frac{v_1}{b_1}$$
$$\alpha_1 = \frac{c_1}{b_1}$$

Une fois tous les coefficients déterminés, on peut résoudre le problème par remontée.

L'algorithme TDMA peut être écrit comme suit :

1- Calculer α_1, β_1
2- Utiliser les relations de récurrence dans(III) pour obtenir $\alpha_k et \beta_k$ pour k=2,3,…,j
3- Faire $u_j = \beta_j$
4- Utiliser l'équation (II-4) pour k=j-1,j-2,….1 pour obtenir $u_{j-1}, u_{j-2}, ...u_2, u_1$

III-4-7-PAS D'ESPACE ET DE TEMPS :

Le choix du pas d'espace et de temps doit être judicieux car d'une part, l'utilisation de pas faibles nécessite une capacité de mémoire,qui conduit à des temps de calcul plus larges et à l'accumulation d'erreurs d'arrondis.

Et d'autre part, l'utilisation de pas élevés peut conduire à des résultats imprévus, voir dépourvus de signification physique.

Pour e= 6cm et L= 12cm

On a adopté les valeurs suivantes :

Sur l'axe des x :

Le nombre de nœuds n=61

$\Delta x = \delta x_e = \delta x_w = 0{,}002\text{m}$

Sur l'axe des y :

Le nombre de nœuds m=31

$\Delta y = \delta y_n = \delta y_s = 0{,}002\text{m}$

Le pas de temps Δt = 60 secondes

III-4-8-ALGORITHME DE CALCUL

L'algorithme de résolution consiste à calculer le profil de la saturation en fonction de x et y toutes les 60 secondes, pendant le séchage du matériau qui était supposé totalement humide au temps initial, jusqu'à ce que la saturation atteigne sa valeur critique, en admettant que la température reste constante.

1- Données initiales :

- Le nombre d'itérations sur l'espace horizontal n
- Le nombre d'itérations sur l'espace vertical m
- Le nombre d'itérations sur l'espace temps kl
- Les pas d'espace $\Delta x, \Delta y$
- Le pas temporel
- Le test eps
- La saturation initiale $S^0_{(i,j)}$

2- Initialisation du temps

3-calcul du coefficient de diffusion D(i,j)

4-Calcul des coefficients a_e, a_w, a_n, a_s

5-Calcul du flux massique en fonction de x(la longueur L)

6-Calcul du coefficient b(i,j)

7-Calcul des coefficients $a_p(i, j)$,b1(i,j),c(i,j),d(i,j)

8-Résolution par la méthode TDMA pour chaque colonne (annexe1)

9-Vérification par le test de convergence.

Si oui aller à 10, si non revenir vers 8

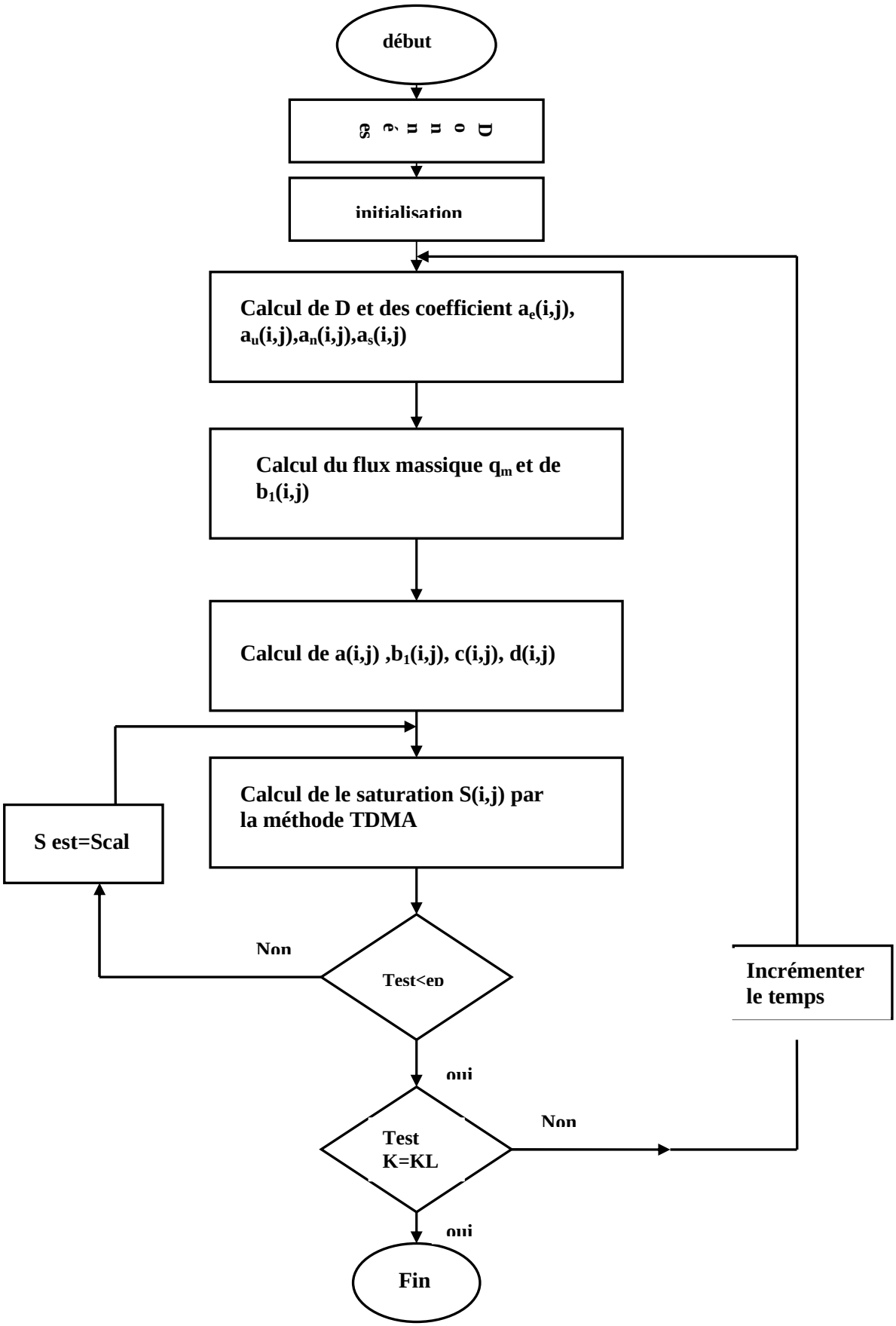
10-Vérification du nombre d'itérations sur l'espace temps.

Si le nombre d'espaces temps a atteint kl, aller vers 12, si non aller vers 11

11-Incrémenter le temps et revenir à 3

12-Fin

III-4-9-ORGANIGRAMME



CHAPITRE IV:

RESULTATS ET DISCUSSIONS

IV-1-LES CONDITIONS DE SIMULATION

La cinétique de séchage passe par plusieurs phases.

L'objet de cette étude c'est la première phase, où l'évolution de la saturation est traduite par l'équation de transfert isotherme

Dans cette phase le matériau reste à température constante puisque la chaleur cédée par l'air soufflé sert uniquement à vaporiser l'eau à la surface du matériau, ce qui entraîne une différence de concentration entre l'air et l'eau alors un flux massique de diffusion de vapeur se dirige vers l'extérieur du matériau.

La vitesse de séchage est considérée comme constante.

Les simulations ont été effectuées sur deux matériaux de construction, le béton cellulaire autoclave, et le bois.

Notons que le bois est de structure complexe, c'est un matériau poreux , hygroscopique, anisotrope avec trois directions matérielles (longitudinale, transversale et tangentielle)

Les premières simulations ont été faites pour les deux matériaux sélectionnés en considérant un coefficient de diffusion constant pour chaque matériau, puis en supposant que la diffusivité massique était une fonction de la saturation, d'après l'expression de Crausse

IV-2- INTERPRETATION ET ANALYSE DES RESULTATS

Pendant le séchage de ces matériaux on voit une décroissance de la saturation en fonction du temps et en tout point du matériau.

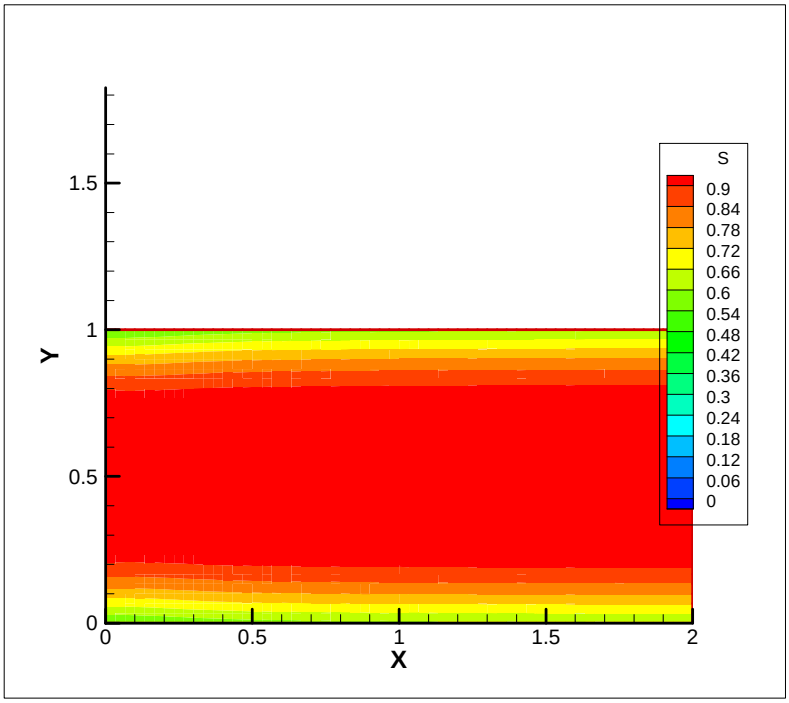
Cependant cette décroissance diffère, d'abord d'un matériau à un autre fig (**IV**-1) et fig(**IV**-3) puisque se sont des matériaux de caractéristiques physiques différentes, c'est à dire de porosité différente et donc de coefficients de diffusion non identiques. Puis d'un point à l'autre de l'échantillon en fonction du temps et de la position de chaque point de maillage p(x,y) .

Il y'a une diminution plus importante de la saturation sur le bord d'attaque de l'échantillon, où la valeur de la saturation critique serait atteinte plus rapidement que dans les autres parties de l'échantillon. Elle est clairement apparente dans le séchage du béton fig(**IV**-3)

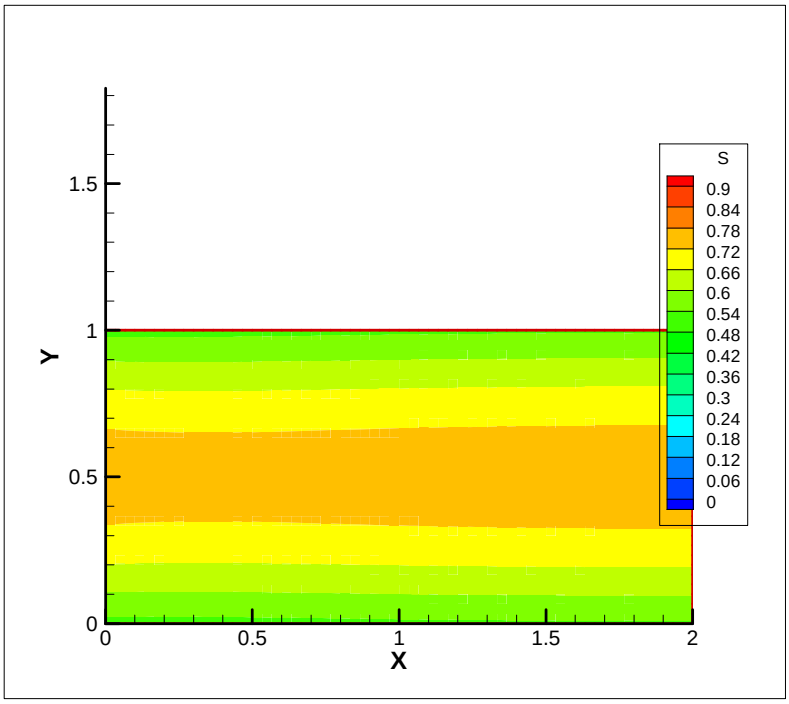
La saturation sur les points situés aux limites est inférieur aux autres parties de l'échantillon, cela est dû aux conditions aux limites et au flux massique imposé et plus les points s'éloignent des limites plus la saturation est plus grande. fig (**IV**-1), fig (**IV**-3)

Toutefois , cette augmentation n'est pas régulière puisqu'elle tient compte de l'influence des flux adjacents au niveau de chaque nœud et du flux massique imposé qui est aussi fonction de la longueur L fig(**IV**-4) fig(**IV**-2)

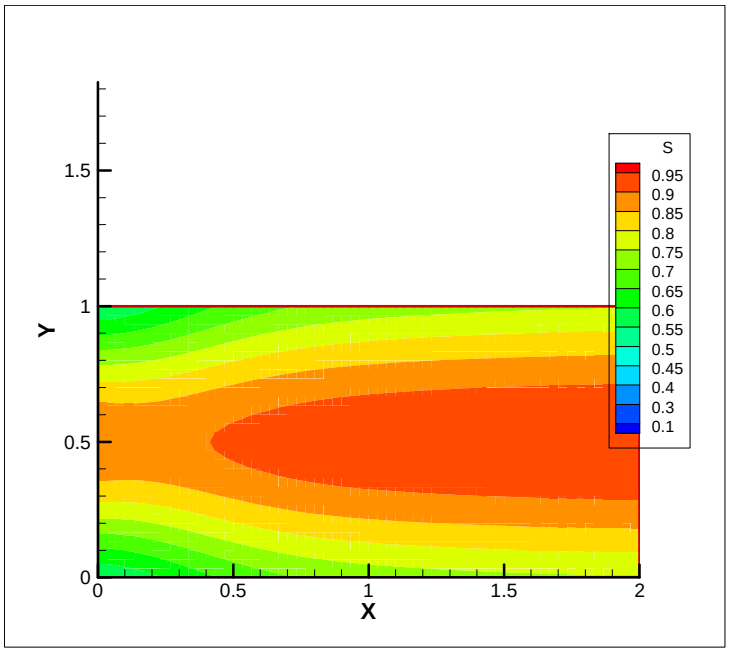
IV-2-a- Cas ou D est constant :



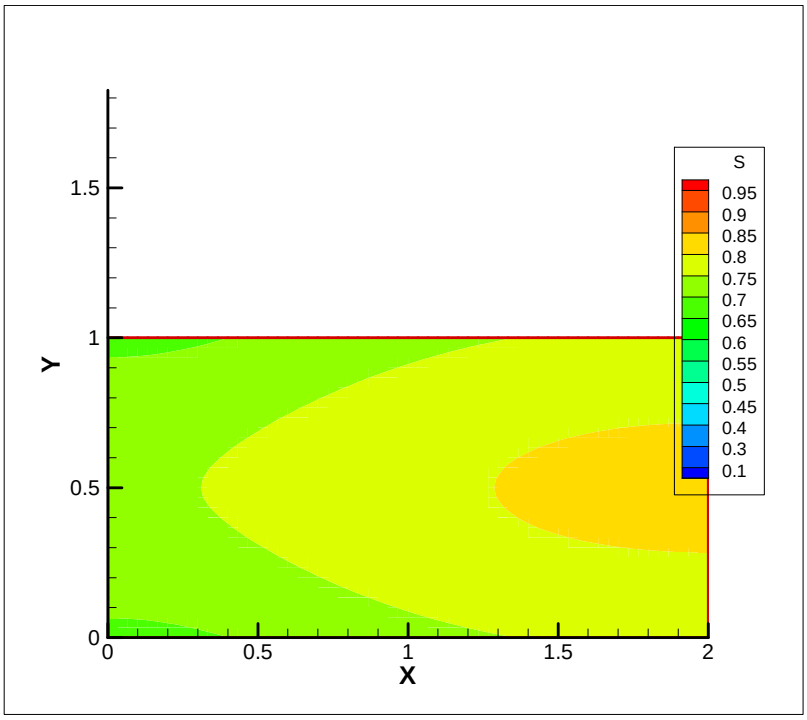
fig(**IV**-1) : valeurs de la saturation s(x,y) au temps t=3H(bois)



fig(**IV**-2)- valeurs de la saturation S(x,y) après huit heures de séchage(bois)

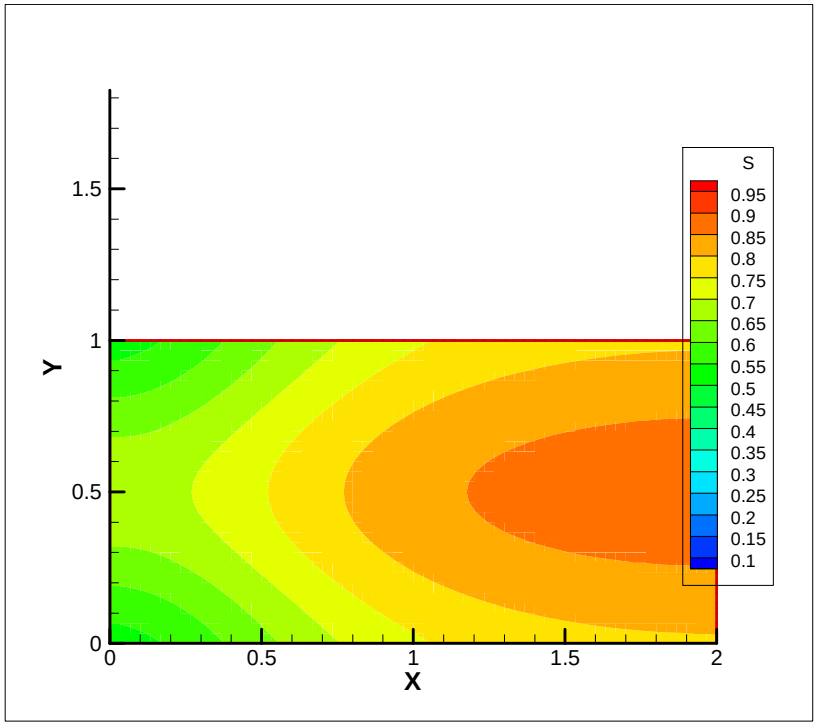


fig(**IV**-3) : valeurs de la saturation S(x,y) à t=2h de séchage(béton)

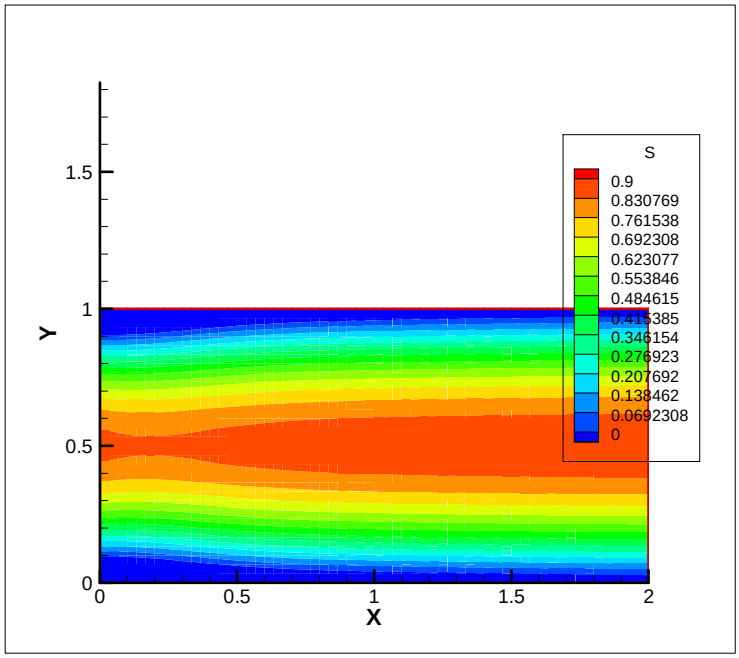


fig(**IV**-4) :valeurs de la saturation S(x,y) à t=4h de séchage (béton)

Quant on augmente le flux massique aux limites et le coefficient de diffusion, le séchage est plus rapide mais il garde la même allure fig (**IV**-5-a), fig (**IV**-5-b)

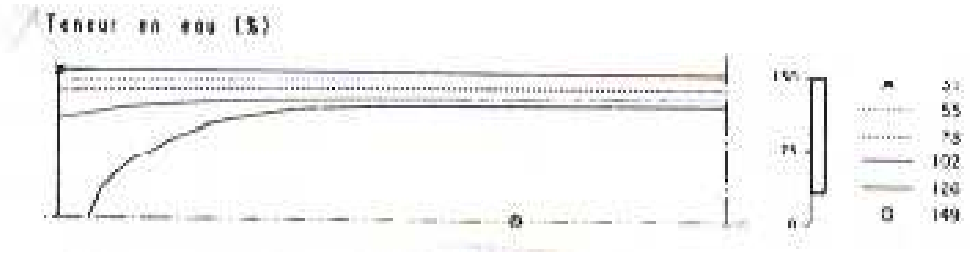


fig(**IV**-5-a) : Variation de la saturation à t=2h avec changement des paramètres coefficient de diffusion et température de l'air de séchage(béton)

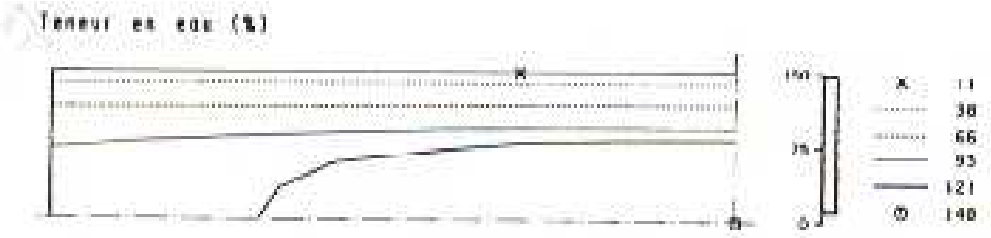


fig(**IV**-5-b) : Variation de la saturation à t=2h avec changement des paramètres coefficient de diffusion et température de l'air de séchage (bois)

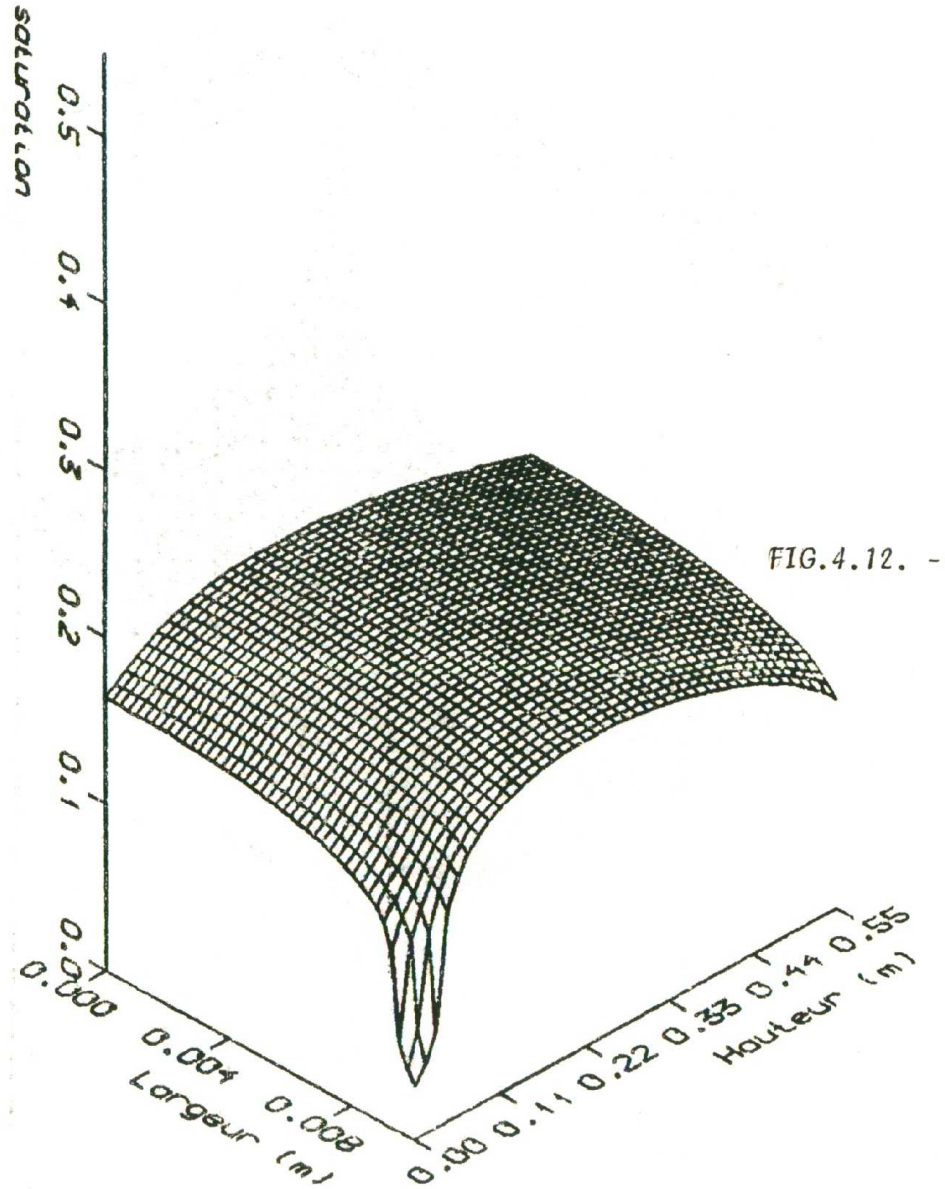
Les profils de la distribution de la saturation en bidimensionnel sont analogues aux profils obtenus par Perré[2] dans les figures (**IV**-7) , (**IV**-6) , et par Ben nasrallah[1] dans la figure (**IV**-8) , ainsi que par Saifi [12] dans les figures (**IV**-10) ,(**IV** -9) :



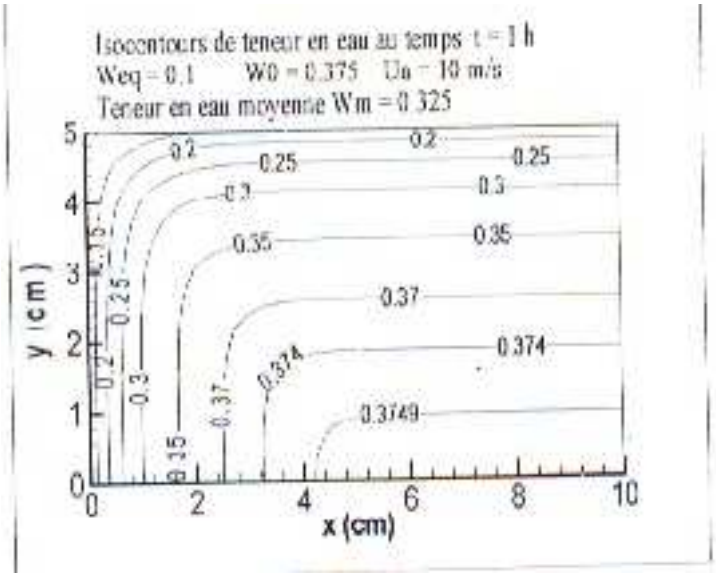
fig(**IV**-6) : séchage à basse température (8hde séchage)[2]



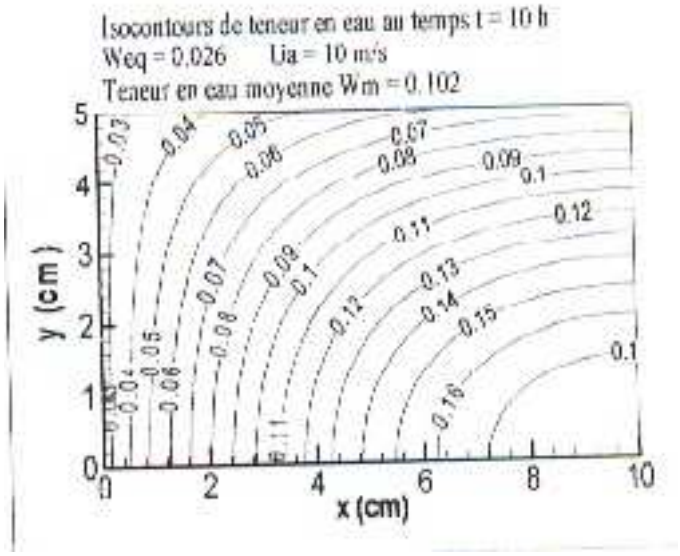
fig(**IV**-7) : séchage à basse température(20h de séchage)[2]



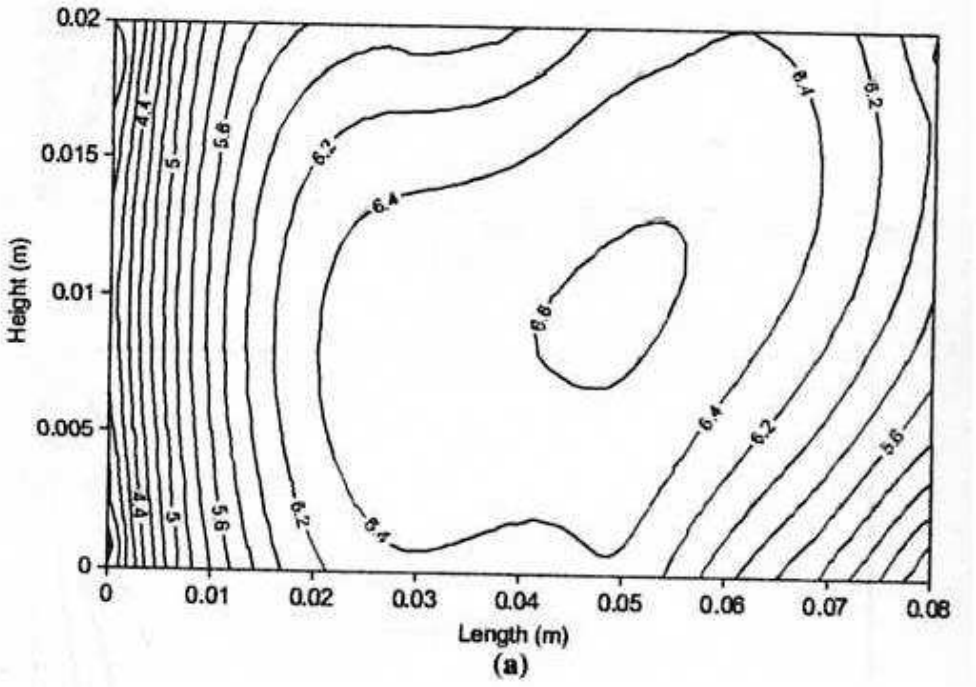
fig(**IV**-8) : profil de la saturation à t = 585mn [1]



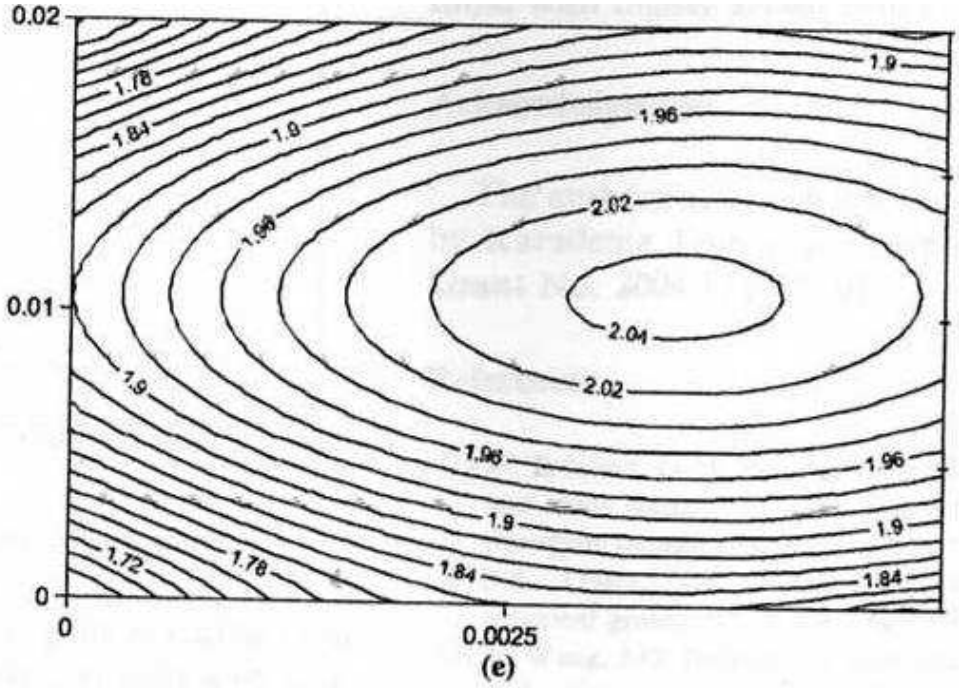
fig(**IV**-9) : profil de la teneur en eau à t=1h [12]



fig(**IV**-10) : profil de la teneur en eau à t= 10h [12]



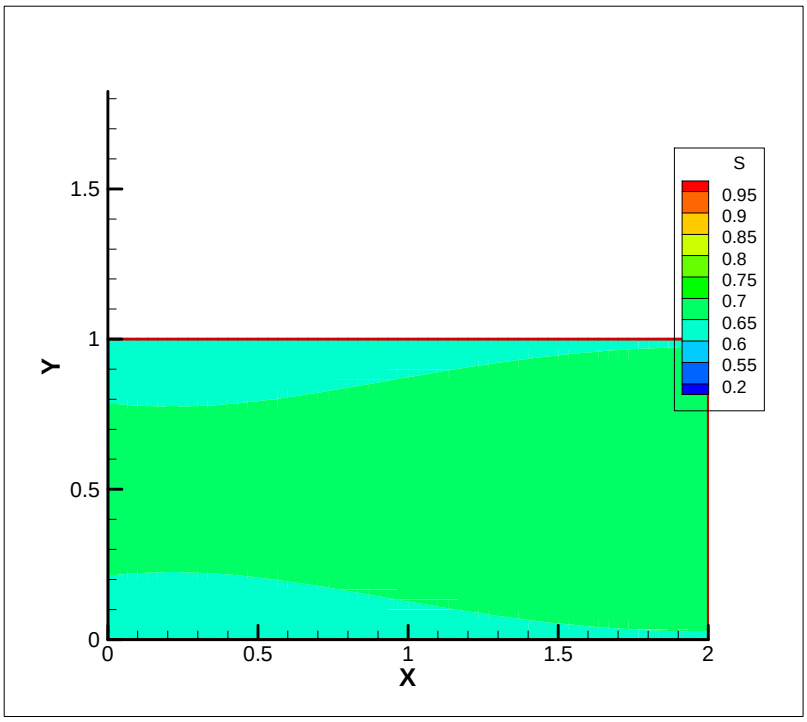
fig(IV-a) distribution de l'humidité à l'intérieur de l'objet à 500s(allongement 4)



fig(IV-b) : distribution de l'humidité à l'intérieur de l'objet à 500s(allongement 1/4)

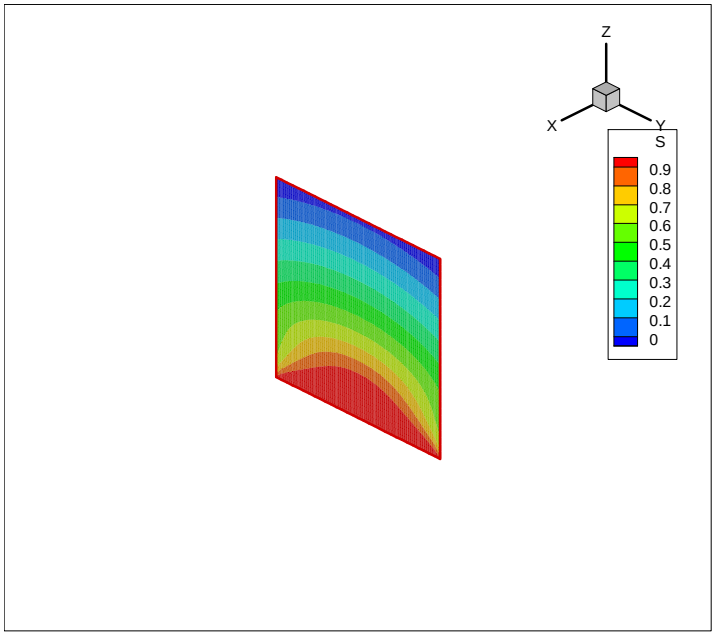
Les figures (IV-a), (IV-b) sont les résultats obtenus dans [34], où on a fait une modélisation numérique du transfert de chaleur et de masse durant le séchage par convection forcée au niveau de toutes les surfaces étudiées de l'objet. La distribution de la teneur en eau dans le temps a donné ces formes selon l'allongement choisi, et ce résultat confirme l'allure de la variation de la saturation retrouvée dans les figures précédentes.

après 10 h de séchage les valeurs de la saturation varient entre 0,6 et 0,5, et on s'approche vers une homogénéisation des valeurs entre les parties externes exposées à l'air chaud et les parties internes de l'échantillon fig(**IV**-11) .

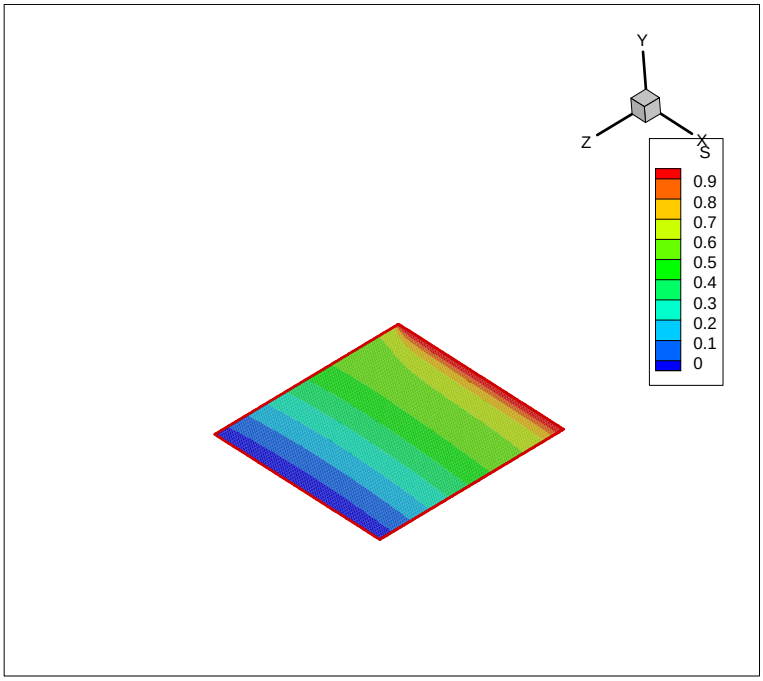


fig(**IV**-11) : valeurs de la saturation S(x,y) à t=10h de séchage (béton)

La variation de la saturation par rapport à l'épaisseur e montre une symétrie totale (due au choix des conditions aux limites) par ailleurs plus on avance dans le temps plus on s'approche d'une homogénéisation des valeurs de la saturation dans tous les points du produit (l'arc devient plus écarté). (fig **IV**-12)

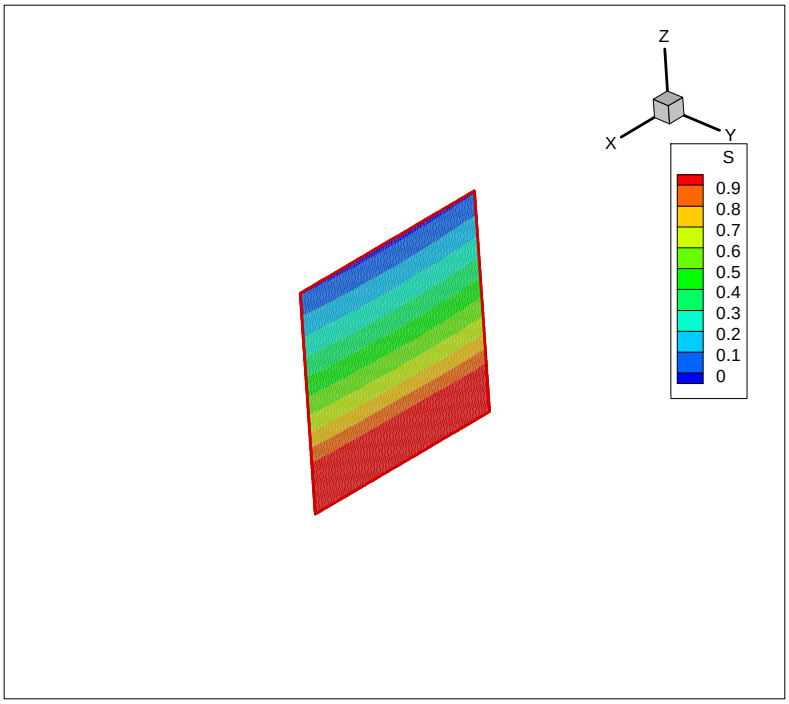


fig(**IV**-12) :Variations de la saturation S(31,y, t)

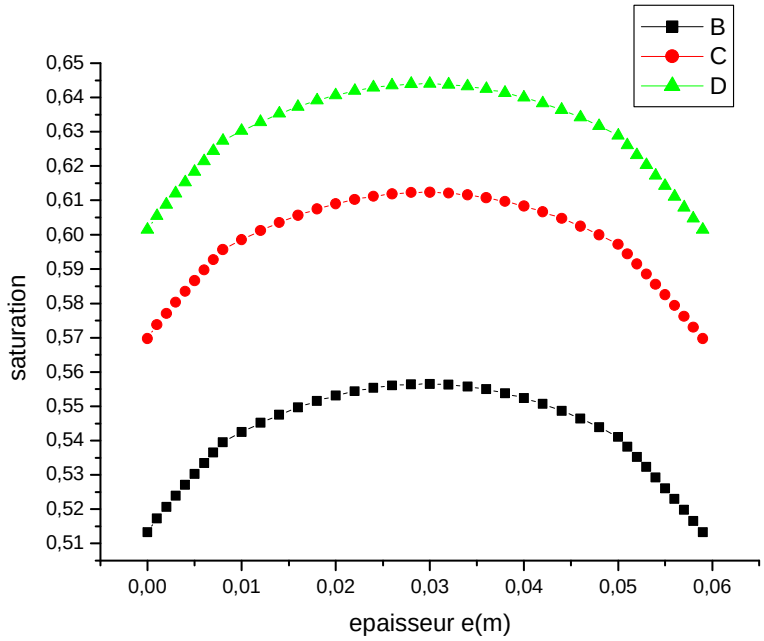


(fig **IV**-13) : Variation de la saturation pour S(x,2,t)

La variation de la saturation par rapport à l'axe des x, et au temps t, diffère d'une position à l'autre selon la valeur fixée de y comme représenté dans les figures fig (**IV**-13) fig (**IV**-14) fig(**IV**-15), plus on s'éloigne du bord d'attaque plus plus les valeurs de la saturation sont grandes



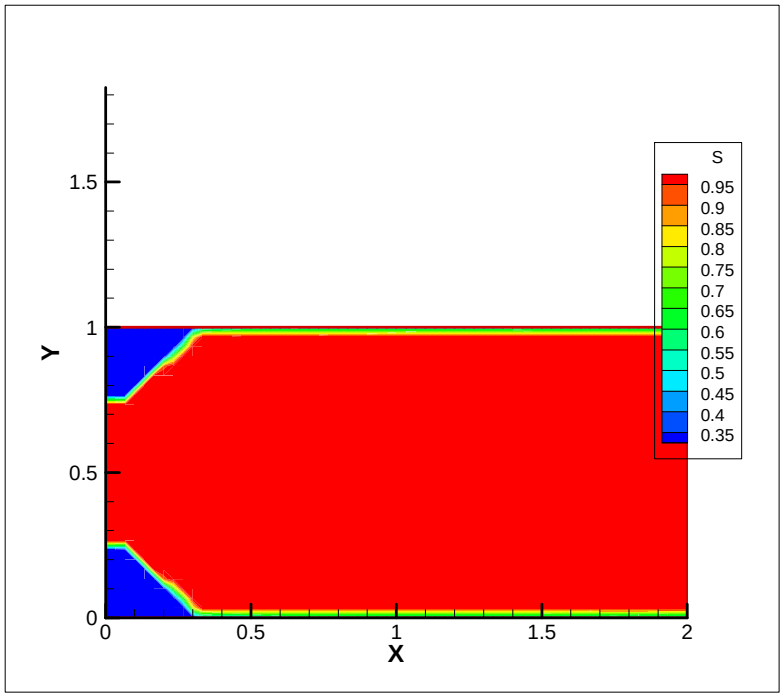
(fig**IV**-14) : variations de la saturation pour S(x,15,t)



fig(**IV**-15) :

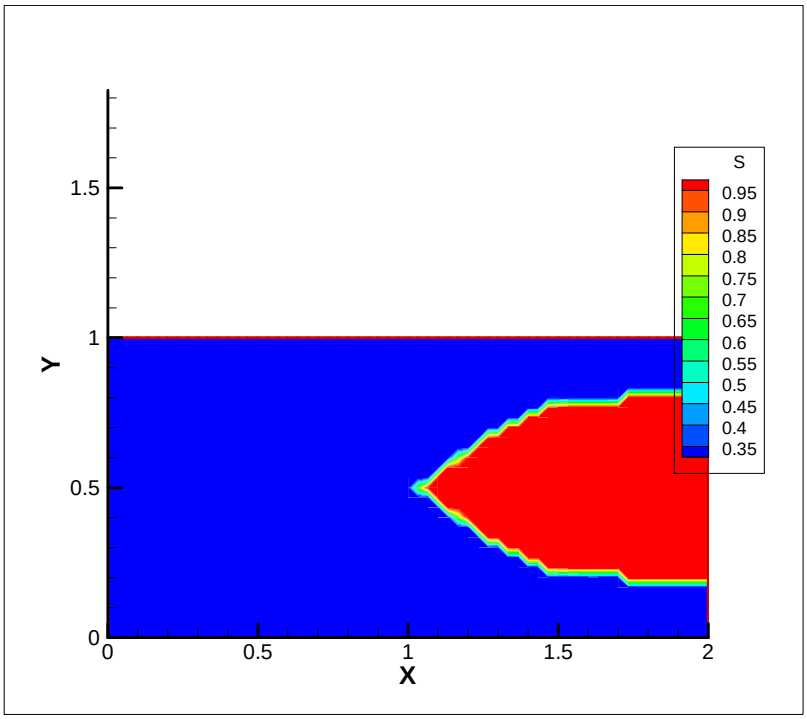
Variation de la saturation pour différentes valeurs de la longueur L après 3h de séchage : S(2,y) courbe (B), S(31,y) courbe (C) et S (59,y) courbe (D) (bois)

IV-2-b- Cas où D est une fonction de la saturation :



fig(**IV**-16) :Variation de la saturation S(x,y) avec D(S) après 2h30
D'après Crausse.

Dans ce cas la décroissance de la saturation suit un parcours différent puisque sur les deux coins gauches la valeur de 0,3 de la saturation est déjà atteinte alors que elle est de l'ordre de 0,9 dans les autres parties de l'échantillon, quand aux points sur les limites, la saturation varie entre 0,3 et0,6 .Plus t augmente plus, plus S diminue, jusqu'à ce qu'elle atteigne des valeurs minimales, et les valeurs maximales forment une tache dans le centre droit du matériaux qui disparaît au fur et à mesure, ce qui est représenté dans les fig(**IV**-16), (**IV**-17)



Fig(**IV**-17) : Variation de la saturation pour D(S) après 10h

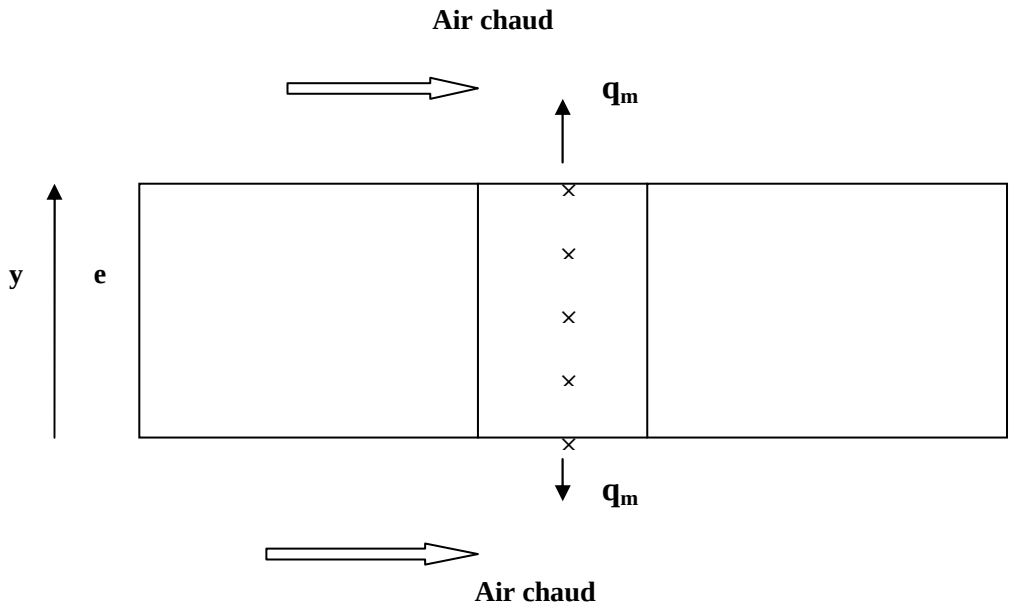
Cela s'expliquerait par la valeur du coefficient D qui dépend essentiellement de la saturation et cette dépendance est représentée par une fonction exponentielle

IV-3-COMPARAISON DES RESULUTATS EN 2D AVEC CEUX OBTENUS EN 1D

Les transferts couplés de chaleur et de masse sont modélisés suivant une ou deux ou trois dimensions spatiales selon le temps de calcul souhaité et les conditions de séchage utilisées.

Pour le bois , la simulation des transferts monodimensionnels suivant l'épaisseur de la planche ou bidimensionnels en ajoutant la largeur de la planche (plumb 1997) permet de modéliser le séchage basse température. Lorsque l'effet de la pression interne devient important sur les transferts (séchage haute température ou sous vide) , il est nécessaire de considérer les transferts bidimensionnels ou tridimensionnels(perré et turner 1999). [11]

Afin d'élucider l'importance des transferts de masse en 2D à travers une épaisseur e , il s'avère important de comparer ces mêmes transferts en monodimensionnel (1D) à travers cette épaisseur e , en choisissant une tranche de l'échantillon étudié et en ne considérant les transferts suivant la direction de l'axe des y, et en fixant x dont la valeur est la moitié de la longueur de l'échantillon, comme représenté dans la figure suivante :



fig(**IV**-18) : Représentation de la tranche de l'échantillon dans laquelle a été établie l'équation de transfert monodimensionnel

L'équation de discrétisation dans le cas monodimensionnel est réalisée à partir de l'équation établissant le transfert de masse suivante :

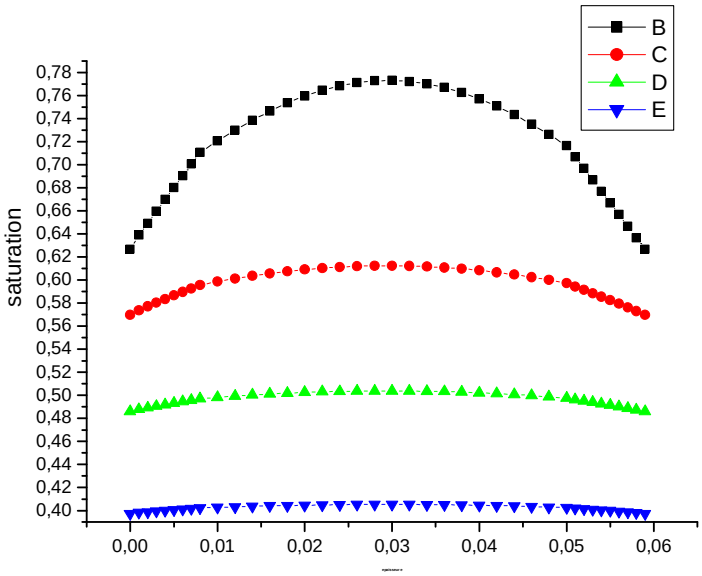
$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y}\left(D \frac{\partial S}{\partial y} \right)$$

La résolution des équations algébriques et discrétisation seront explicités dans l'annexe I

Les résultats obtenus sont représentés dans les figures suivantes :

Béton :

<u>Pour le cas bidimensionnel :</u>



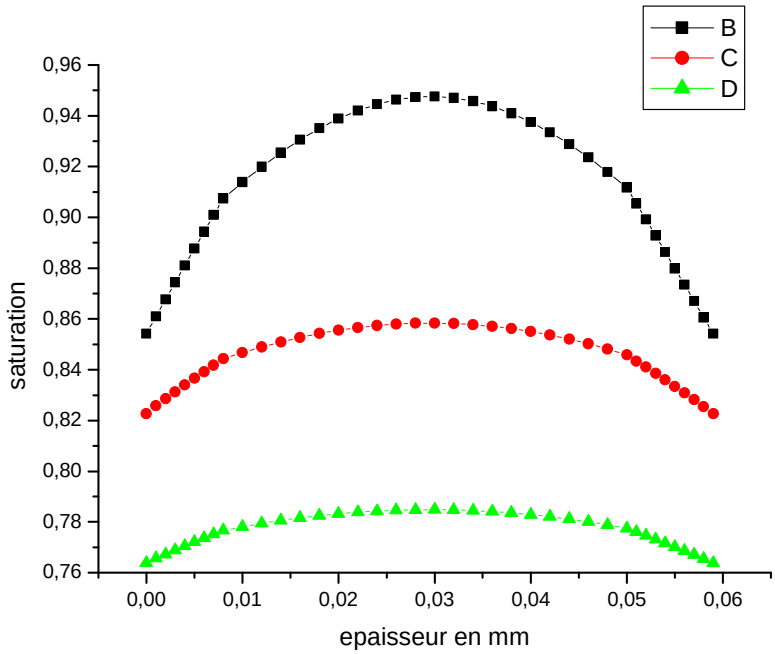
fig(**IV**-19) : variation de la saturation S(31,y), aprés1h(B), après 3h(C), après 7h(D)et après 16h(E) en 2D
(béton)

Pour le cas monodimensionnel :

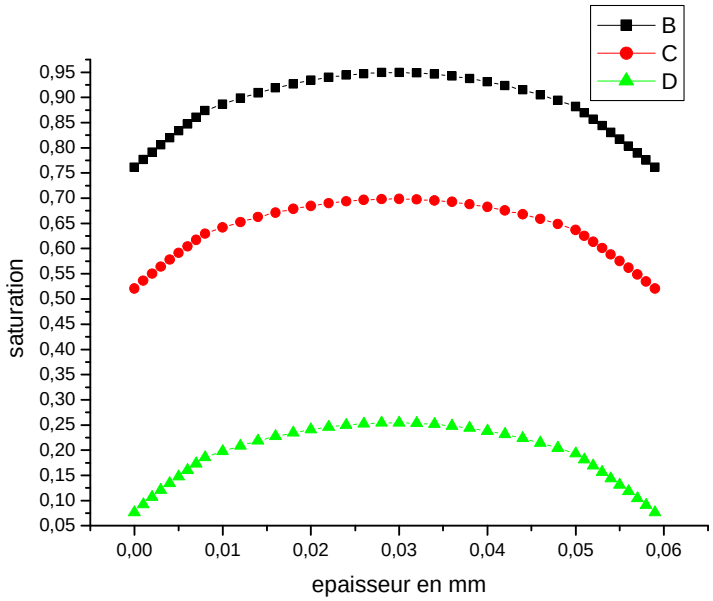
la saturation critique est vite atteinte après 100min, alors on agit sur la valeur du flux imposé en diminuant et la température de séchage et la vitesse de l'air soufflé pour obtenir des résultats se rapprochant du modèle bidimensionnel (l'étude des transferts en monodimensionnel peut se faire dans le cas ou le séchage se fait à très basses températures)

Bois :

En faisant l'étude des transferts massiques suivant un seul axe, comme pour notre cas suivant l'axe y, les flux massiques sur l'axe des x seront négligés , donc pendant le séchage d'un matériau poreux (pour notre cas le bois ou le béton) des valeurs très inférieurs de la saturation sont atteintes pus rapidement, par exemple après 6h de séchage elles varient entre(0.82-0.85) . Ce qui n'est pas le cas pour l'étude en bidimensionnel, puisque après 6h de séchage les valeurs de la saturation au niveau de la même tranche varient entre(0.5-0.55) ; les figures (**IV**-21) et (**IV**-20) montrent nettement ces différences.

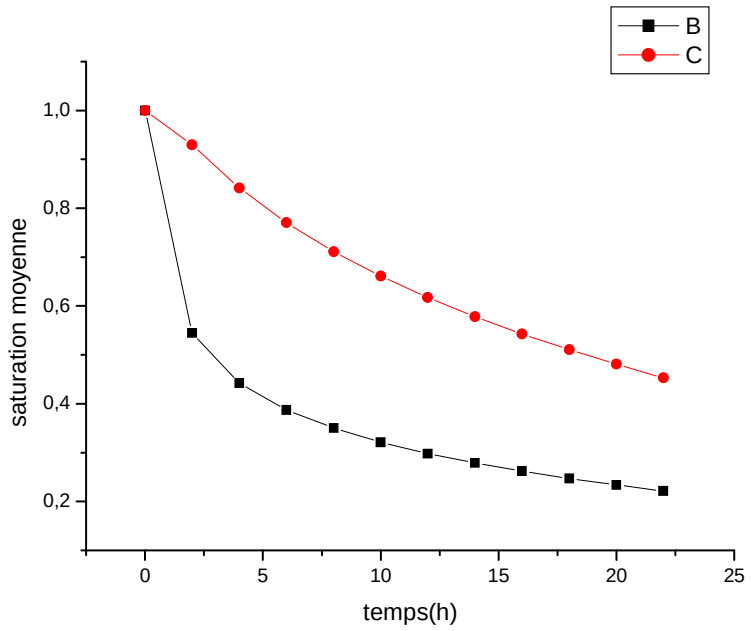


fig(**IV**-20) :Variation de la saturation dans la cas 2D pour S(31,y) après 3h(B),6h(C),10h(D) (bois)

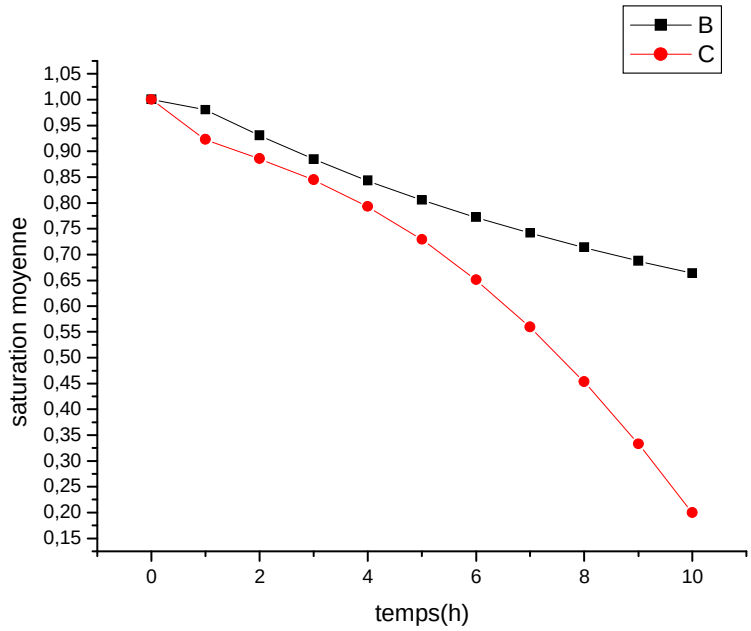


fig(**IV**-21) : Variation de la saturation S(y) dans le cas monodimensionnel après 3h(B),6h(C),10h(D)(bois)

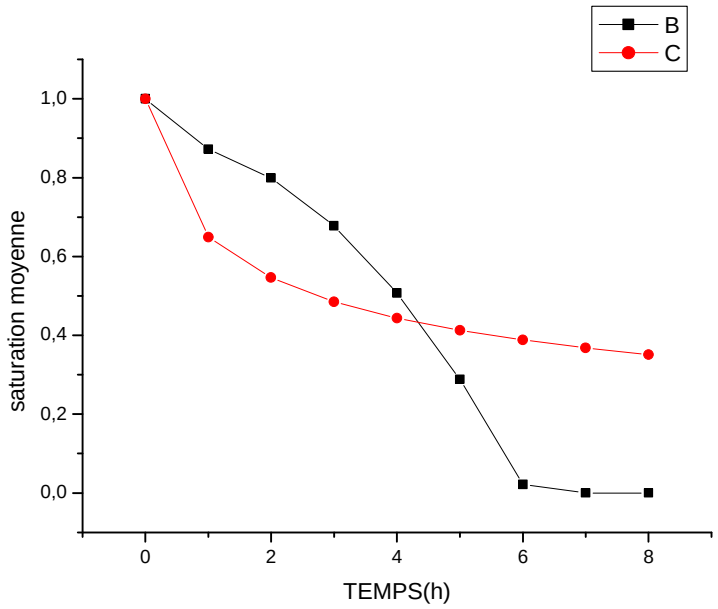
La saturation moyenne, dans les milieux anisotropes (bois), décroît plus rapidement que dans les milieux isotropes (béton), comme représenté dans la fig(**IV**-22)(les deux matériaux sont soumis aux mêmes conditions de séchage)



fig(**IV**-22) : saturation moyenne des deux matériaux B(bois) et C(béton)



fig(**IV**-23) : saturation moyenne pour le cas bidimensionnel(B) et pour le cas monodimensionnel(C) dans le bois



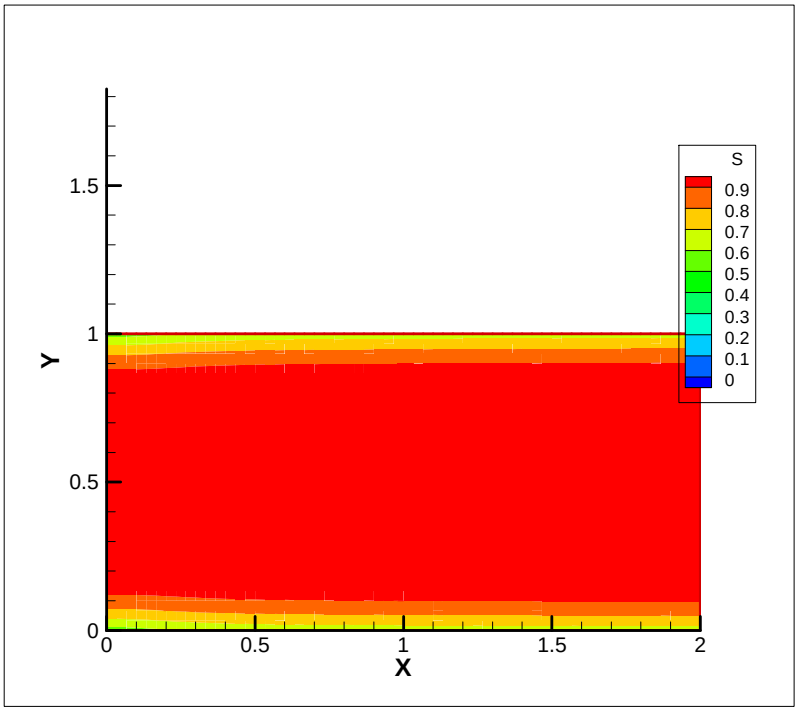
fig(**IV**-24) : saturation moyenne dans le béton pour le cas monodimensionnel (B), et pour le cas bidimensionnel (C)

Lorsqu'on considère les transferts unidirectionnels, pour la même tranche étudiée, on note aussi une décroissance plus rapide de la saturation moyenne, pour le bois ainsi que pour le béton, dans le cas monodimensionnel fig (**IV**-23) et fig (**IV**-24)

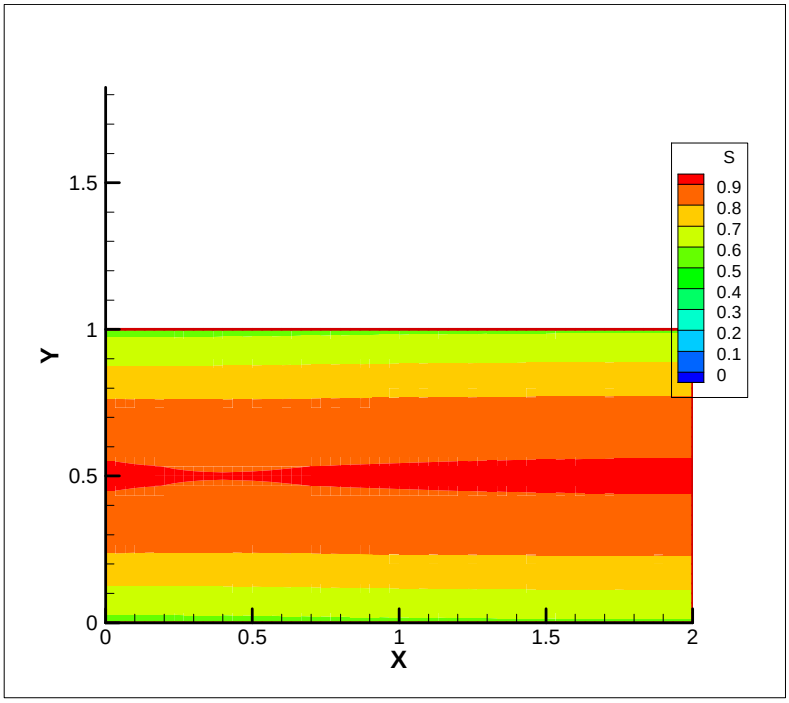
IV-4-INFLUENCE DU COEFFICIENT DE DIFFUSION SUR LE PROFIL DE LA SATURATION:

Comme le coefficient de diffusion est un paramètre qui varie en fonction de la saturation , des hypothèses ont été faites à ce propos ,en considérant que cette variation se fait longitudinalement ou transversalement. Dans un premier temps , on considère que La valeur coefficient de diffusion D , dans la direction de l'axe des x est de 50%, puis de 10% inférieur à celle de D , dans la direction transversale. Les résultats de cette simulation montrent une variation dans la courbure des isocontours . Ces derniers adoptent une forme plus aplatie. Le séchage est plus lent à l'intérieur du matériau, mais sur les limites le séchage est plus rapide dans les figures :fig(**IV**-24) , fig(**IV**-25) , fig(**IV**-26) pour le bois , et pour le béton on voit clairement cette différence surtout au niveau du bord d'attaque dans les figures : ,fig(**IV**-27) , fig(**IV**-28) , et aussi en comparant avec le cas où Dest constant.

Cas où De=Dw=50%D

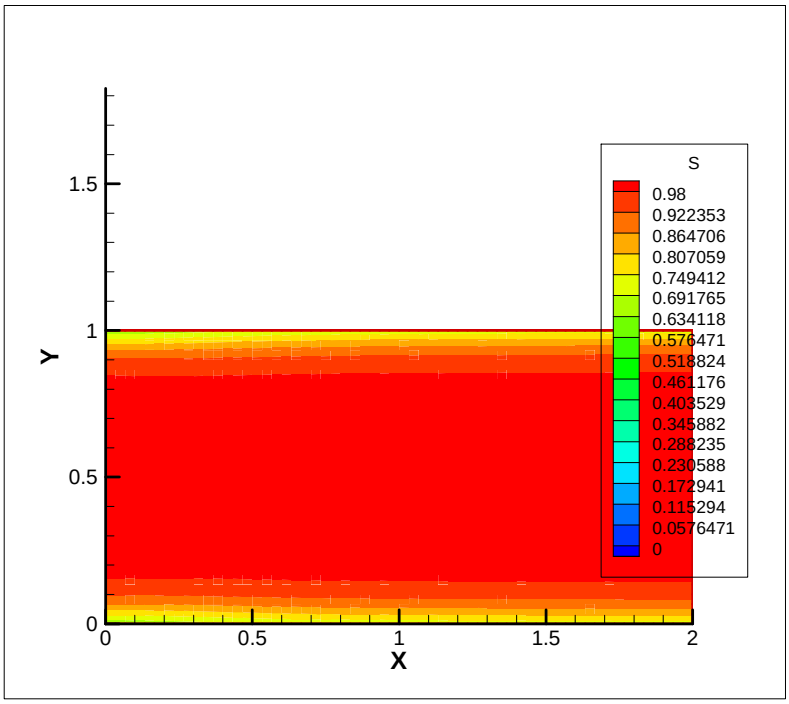


fig**IV**-25) : De=Dw=50%D 2h de séchage, bois

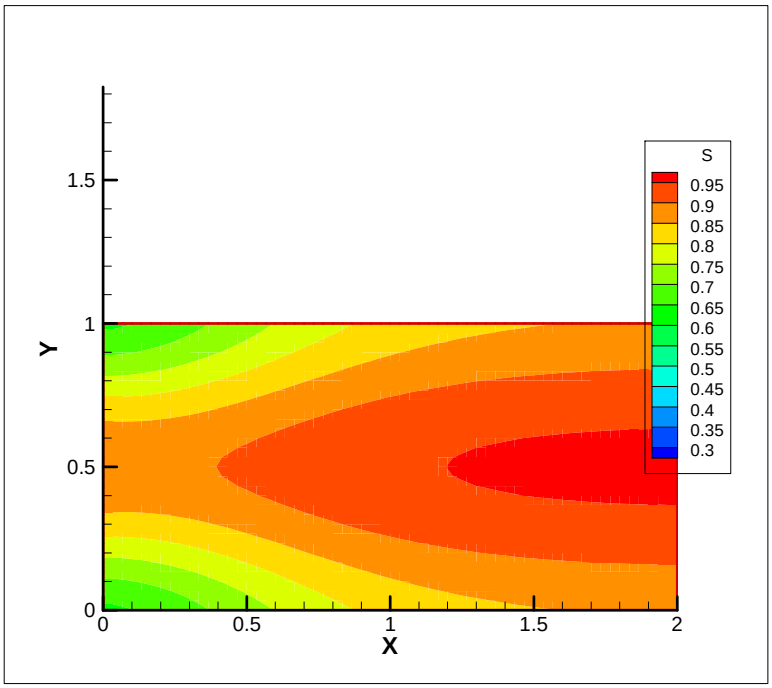


fig(**IV**-26) : De=Dw=50%D 6h bois

Cas où De=Dw=10%D

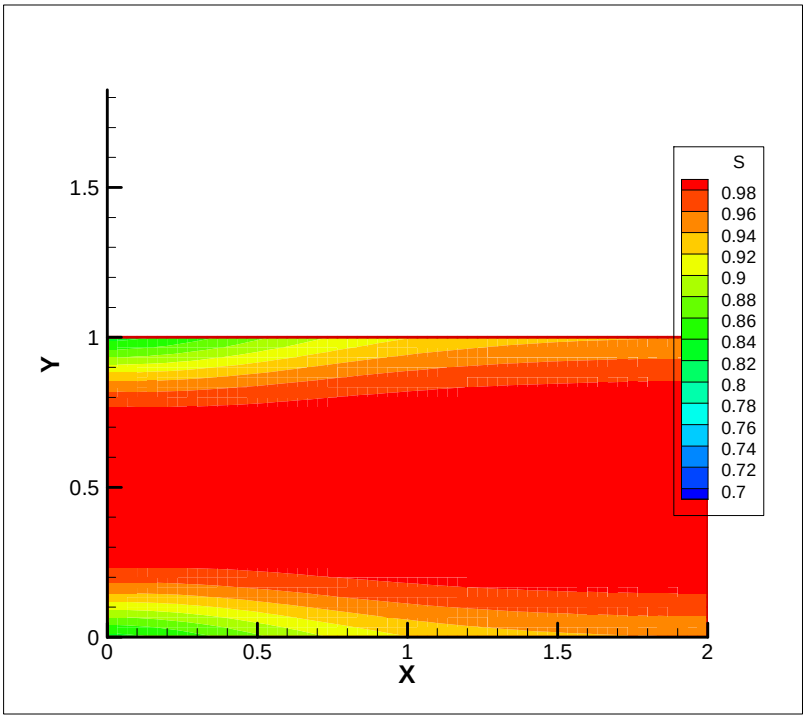


fig(**IV**-27) : De=Dw=10%D bois 2h de séchage bois



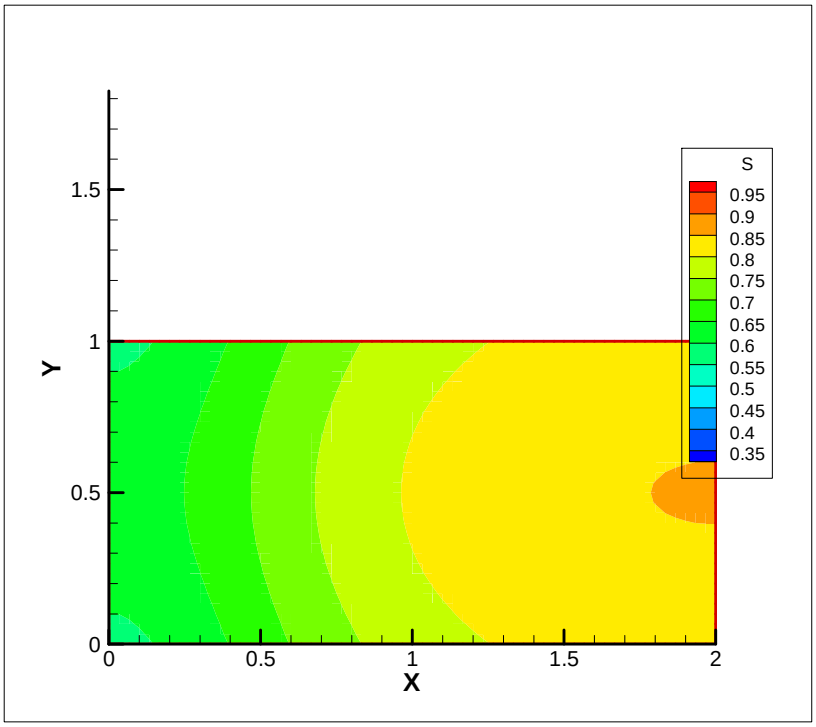
fig(**IV**-28) :béton après 2h De=Dw=50%D béton

Cas où : De=Dw=10%D



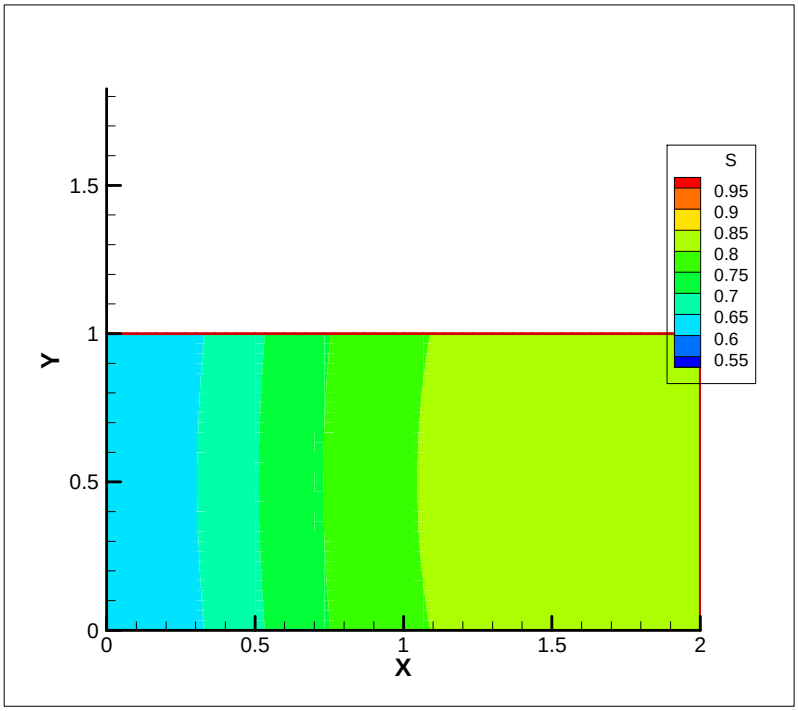
fig(**IV**-29) : De=Dw=10%D après 2h de séchage béton

Cas où Dn=Ds=50%D



fig(**IV**-30) : Dn=Ds=50%D après 2h de séchage, béton

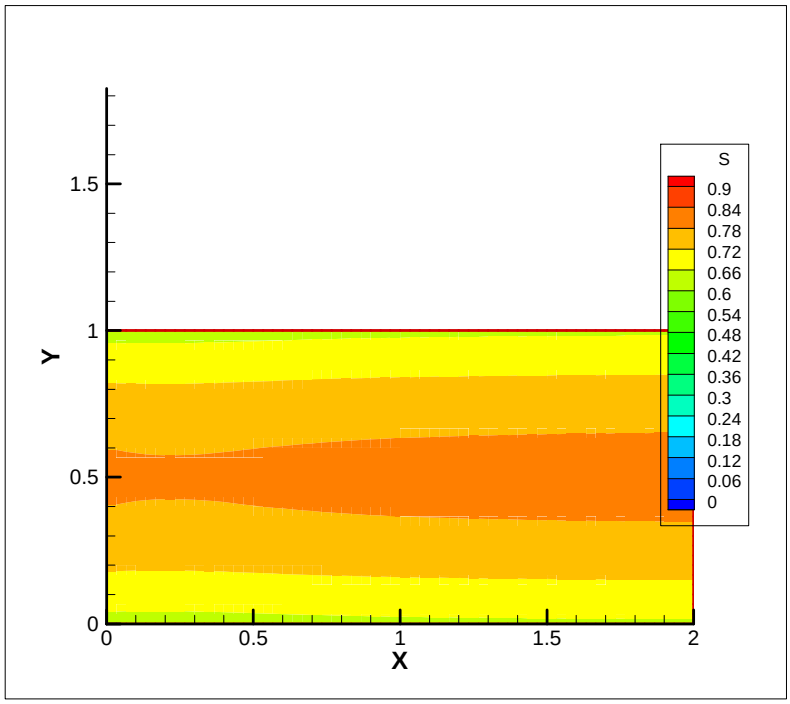
Cas où Dn=Ds=10%D



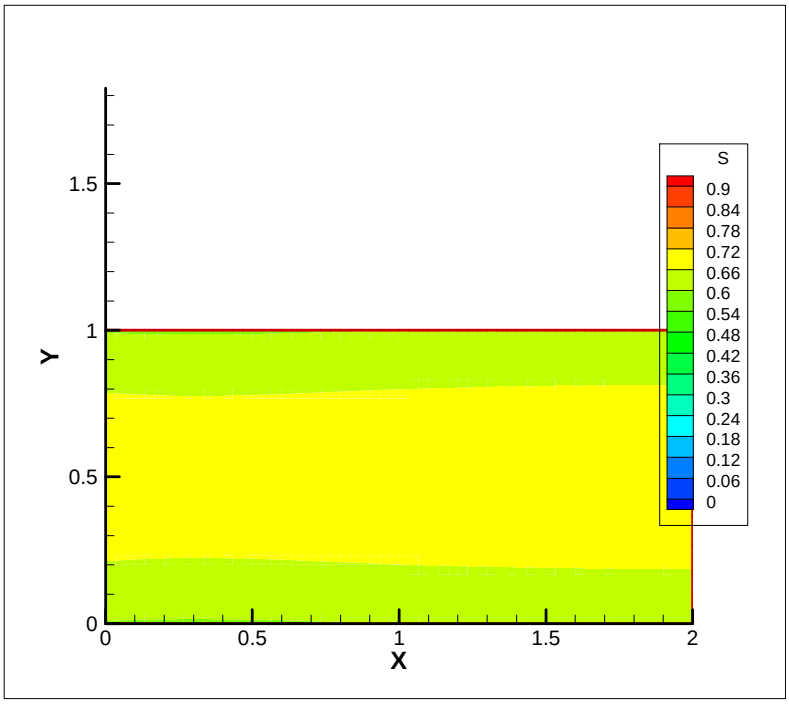
fig(**IV**-31) : Dn=Ds=10%D après 2h de séchage, béton

Dans le cas ou le coefficient de diffusion D a une valeur inférieur de 50%,puis 10% dans les directions de l'axe des y, les formes des isocontours s'incurvent de plus en plus pour le bois fig(**IV**-33) , fig(**IV**-32) ,et les isocontours dans le béton adoptent une courbure avec un rayon plus écarté (dans le sens vertical), comme représenté ans les fig (**IV**-31) et (**IV**-30).
Et le temps de séchage est plus rapide à l'intérieur du matériau (loin des limites) en comparant avec le cas où D est constant fig(**IV**-3)

IV-4-c- Cas où Dn=Ds=50%D



fig(V-32) : Dn=Ds=50%D 6hde séchage bois

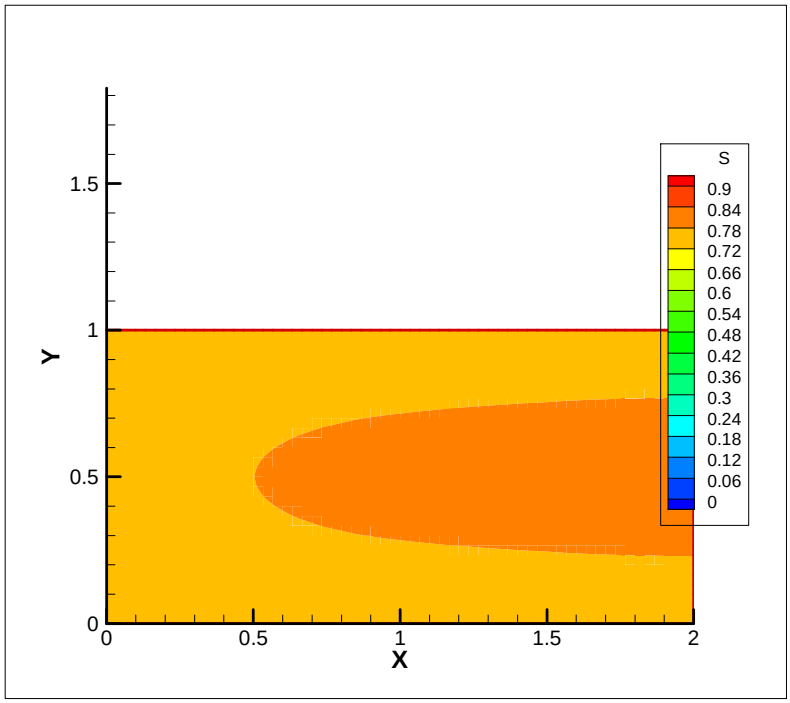


fig(**IV**-33) : Dn=Ds=50%D 8hde séchage bois

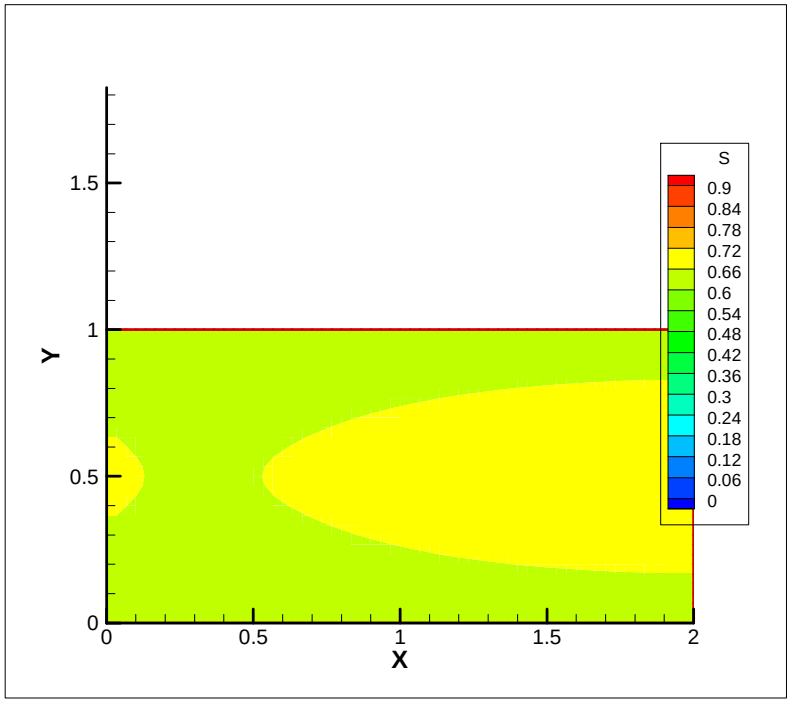
Notons aussi que l'écart entre les valeurs de la saturation sur les limites exposées à l'air chaud, et les parties non exposées, est en fonction du pourcentage de diminution des coéfficients Dn et Ds ; plus ces coefficients diminuent plus , plus l'écart est petit , on le voit plus clairement dans les figures : fig(**IV**-34) , fig(**IV**-35)

Conclusion : Le coefficient de diffusion influe sur les variations de la saturation dans l'espace et dans le temps, c'est-à-dire sur le profil du séchage et sur la vitesse de séchage

Cas où Dn=Ds=10%D



fig(**IV**-34) : Dn=Ds=10%D 5h de séchage bois



fig(**IV**-35) :Dn=Ds=10%D 8h de séchage, bois

CONCLUSIONS

Le présent travail est une contribution à la résolution et à la compréhension des phénomènes de transferts massiques en milieux poreux. Les effets bidimensionnels sur les transferts de masse sont considérés. La résolution de ce modèle a permis de représenter l'évolution spatio-temporelle de la saturation en liquide .

L'intérêt du modèle bidimensionnel par rapport au modèle monodimensionnel, permet une meilleure approche de la géométrie de la pièce et des conditions aux limites .

Le gain d'une dimension d'espace peut être déterminant pour se rapprocher des conditions expérimentales[2] .

De plus, une étude des transferts et en particulier massiques en bidimensionnel, permet de mieux cerner les variations de la saturation, ou teneur en eau, en tout point du matériau poreux. Cela permettrait aussi,de mieux prédire le comportement des matériaux relatifs détériorations et aux déformations , comme c'est le cas des travaux de Perré, Augier ,Rémond….

Par ailleurs, retenons aussi que le coefficient de diffusion massique dans les milieux poreux est un paramètre difficile à déterminer en raison de sa dépendance de la saturation , et en particulier dans les milieux hétérogènes, comme c'est le cas du bois.

L'étude du séchage avec un coefficient de diffusion et un flux massique constants aux surfaces ne pourrait donner une représentation réelle de ce dernier, sauf dans le cas où l'on voudrait réaliser un séchage à très basse température.

L’influence de la valeur du coefficient de diffusion ainsi que du flux massique imposé aux surfaces externes,c'est-à-dire de la température est de l’humidité relative de l’air soufflé, sur les mécanismes de séchage des matériaux, ne peut être négligée.

Les caractéristiques du milieu poreux à sécher doivent être prises en considération dans le choix des conditions de séchage.

Plusieurs perspectives sont en vue afin d’apporter un plus à ce travail ainsi qu’à la recherche dans le domaine des transferts dans les milieux poreux, vu leur complexité, nous pouvons citer :

-Chercher à obtenir toutes les données nécessaires au calcul

-Faire des validations expérimentales des calculs

-Faire le couplage des transferts massiques avec les transferts de chaleur en bidimensionnel.

-Passer a l’étude des transferts couplés de chaleur et de masse en trois dimensions.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] BEN NASRALLAH SASSI : « Contribution à l'étude des transferts couplés de chaleur et de masse. Application aux phénomène d'évaporation par convection naturelle et du séchage convectif de milieux poreux » Thèse de doctorat d'état és en sciences physiques. Université de Poitiers, (1987)

[2] P.PERRE, A.DEGIOVANNI: « Simulation par volumes finis des transferts en milieux poreux anisotropes : Séchage du bois à basse et à haute température » Int.J Heat Mass Transfer, vol 33 N° 11 pp2463-2478.

[3] Yves COUASNET : « Contribution à l'étude du transfert de vapeur d'eau en régime non permanent et non stationnaire dans les matériaux poreux et hygroscopiques ». Cahier du centre scientifique et technique du bâtiment.Septembre1989, cahier 2349.

[4] S.BORIS : « Transfert de chaleur et de masse entre un matériau poreux et l'atmosphère » l'humidité dans le bâtiment, séminaire de l'UNESCO, 23-25 novembre1982,France.

[5] TECHNIQUE DE L'INGENIEUR , traité génie énergétique B8 250

[6] M. NICOLAS : Ecoulements dans les milieux poreux. DEA mécanique énergétique (2003). Ecole doctorale,mécanique physique et modélisation ; université de Provence Marseille.

[7] D. MIHOUBI: « Déshydratation d'argiles par compression et séchage. Aspects de modélisation et de simulation ».Thèse de doctorat (2004).Université de Pau et des pays de l'Adour.

[8] S.BORIS : « Transferts de chaleur et de masse dans les matériaux. Analyse critique des différents modèles mathématiques utilisés ». l'humidité dans le bâtiment, séminaire de l'UNESCO, 23-25 novembre1982,France.

[9] YVES JANNOT: « Isothermes de sorption: Modèles et détermination » Janvier 2003.

[10] JOHN LYNCH : « Analyse physicochimique des catalyseurs industriels » Manuel pratique p19. (2001)

[11] R.REMOND : « Approche déterministe du séchage des avivés de résineux de fortes épaisseurs pour proposer des conduites industrielles adaptées ». Thèse de doctorat(2004). Ecole nationale du génie rural, des eaux et des forêts, centre de Nancy.

[12] N.SAIFI : « Simulation numérique du processus de séchage des matériaux poreux par convection forcée » . Mémoire de fin d'étude Faculté des sciences de l'ingénieur . Université de Ouargla.

[13] A.C.KOUCHADE : « Détermination en routine de la diffusivité massique dans le bois par méthode inverse à partir de la mesure électrique en régime transitoire ». Thèse de doctorat(2004) . Ecole nationale du génie rural, des eaux et des forêts, centre de Nancy.

[14] H. HOFMAN : « Phénomènes de transfert », chap 10(tiré du livre de Jean Phlibert « Diffusion et transfert de masse dans les solides »), transfert de masse diffusion et transport. Ecole polytechnique fédérale de Lauzane, LTP , IMX.

[15] P.CRAUSSE, G.BAGON, C.ZARCONE : « Diffusion de l'humidité dans les matériaux. Détermination des coefficients de diffusion capillaire » l'humidité dans le bâtiment, séminaire de l'UNESCO, 23-25 novembre1982,France.

[16] F.Z . CHAFI : « Contribution à l'étude de l'influence de la diffusion de l'humidité sur le transfert de chaleur à travers les milieux poreux , application aux matériaux de construction ». Thèse de magister. Département de génie climatique, faculté des sciences de l'ingénieur de Constantine.

[17] LEO PEL :" Moisture transport in porous building materials"(phd 1995) . Université de Eindhoven

[18] D.LOCKINGTON,J-Y PARLANGE,P.DUX : « Sorptivity and estimation of water penetration into unsaturated concrete » Materials and structures Vol 32 june1999 pp342-347

[19] T.AYANO, F.H.WITTMAN : « Drying, moisture distribution, and shrinkage of cement based materials » . Faculty of environnement science and technology,Ocayama University,Japan(2001)

[20] F.AUGIER, W.J.COUMANS, A.HUGGET,E.F.KAASSCHIETER : « On the risk of cracking in clay drying".Eindhoven University of Technology,The Netherlands. Chemical Engineering Journal 86(2002) 133-138

[21] S.CHEMKHI , F.ZAGROUBA: « Water diffusion coefficient in clay material from dying data" . Institut national de recherche scientifique et technique. Tunisia. Desalination 185 pp491-498 (2005)

[22] A.SANDER, D.SKANSI, N.BALF : « Heat and mass transfer models in convection drying of clay slabs ». Faculty of chemical engineering and technology. University of Zagreb(2002).

[23] R. L. RAMECHE : « Transfert de chaleur et de masse dans un milieux poreux. Application aux calcul hygrométrique des parois et aux problèmes de séchage » . Thèse de

magister. Département de génie climatique, faculté des sciences de l'ingénieur de Constantine.

[24] A. BELHAMRI : « Characterisation of the first falling rate period during drying of a porous material » . Drying Technology . Vol 21 N° 7 PP1235-1252, 2003

[25] SUHAS V. PATANKAR :" Numerical Heat Transfert and Fluid Flow", Hemisphere publishing corporation,1980.

[26] VOLUMES FINIS Introduction . Campus univ-Poitiers.Fr/enseignement/thermique-mecaflu/modélisation numer.htm/ (internet)

[27] S.ZOUHOUN, P.PERRE : « Détermination de la diffusivité massique dans le domaine hygroscopique du bois : Comparaison des mesures en régime permanent et transitoire ». Institut national polytechnique de Lorraine Vand'œuvre-lés-Nancy France(2006)

[28] N.MOUCHOT,A.WEHRER,N.BUKUR,A.ZOULALIAN : « Détermination indirecte des coefficients de diffusion de la vapeur d'eau dans les directions tangentielles et radiales du bois de hêtre » LERMAB-ENSTIB Mars2000.

[29] R.FOUCONNIER : « Influence de l'humidité sur la consommation énergétique d'un bâtiment en chauffage discontinu »(modélisation et couplage des phénomènes) l'humidité dans le bâtiment, séminaire de l'UNESCO, 23-25 novembre1982,France.

[30] L.MEROUANI: « Phénomènes de sorption et de transfert d'humidité dans les matériaux du bâtiment » Thèse de Doctorat de 3ème cycle ,Institut national polytechnique de Grenoble(1987).

[31] Y. OURAGH: « Aide mémoire de mathématiques pour ingénieurs » 2ème partie .Office des publications universitaires.

[32] P.PERRE ,IAN.W.TURNER : « A 3-D version of Transpore : a comprehensive heat and mass transfert computationnel model for simulating the drying of porous media » Int .J of Heat and Mass Transfer 42 (1999) 4501-4521.

[33] A.KAYA, O.AYDIN, I.DINCER: "Numerical modelling of heat and mass transfer during forced convection dying of rectangular moist objects" Int .J of Heat and Mass Transfer 49(2006) 3094-3103.

ANNEXE 1

RESOLUTION DE NUMERIQUE DE L'EQUATION DE DIFFUSION DANS LE CAS MONODIMENSIONNEL [25][26]

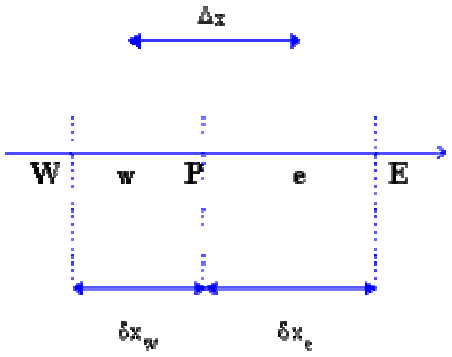
Introduction

La méthode des volumes de contrôle développée par Spalding et Patankar est une méthode de résidus pondérés dans laquelle les fonctions de poids sont égales à l'unité dans des volumes finis donnés et nulles partout ailleurs. Sa grande simplicité de mise en oeuvre a fait qu'elle a connu un essor fulgurant depuis les années 1970-1980. Elle est à l'origine de la majorité des codes de calculs en géométrie cartésienne (Fluent,Phoenics...).

Il s'agit de résoudre numériquement l'équation de diffusion massique unidimensionnel, en régime instationnaire suivante :

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D \frac{\partial S}{\partial x} \right)$$

Le domaine est d'abord discrétisé à l'aide d'une grille unidimensionnelle (uniforme ou non) orientée positivement vers la droite. Pour écrire le schéma de discrétisation en un point P, E et W représentent les noeuds situés immédiatement à sa droite et à sa gauche (figure).Le " volume " de contrôle centré en P a donc ici pour dimension Δx. Enfin les points situés aux limites de ce volume sont désignés par w et e respectivement.



Le principe de la méthode des volumes finis consiste à intégrer l'équation à résoudre sur chacun des volumes de contrôle.

Dans ce cas on intègre en espace et dans le temps

$$\int_t^{t+\Delta t}\int_w^e \frac{\partial S}{\partial t}dxdt = \int_t^{t+\Delta t}\int_w^e \frac{\partial}{\partial x}\left(D\frac{\partial S}{\partial x}\right)dxdt$$

Une fois l'intégration spatiale effectuée, on utilise l'écriture spatiale suivante :

$$\int_t^{t+\Delta t} f(t)dt = [\alpha f(t+\Delta t) + (1-\alpha) f(t)]\Delta t$$

où f(t) est l'une des fonctions à intégrer.

Cette écriture permet de retrouver les trois schémas classiques de la méthode des différences finies suivant les valeurs de α:

α=0: schéma explicite (conditionnellement stable)

α=1: Shéma implicite

α=0.5: schéma semi-implicite de Crank-nicolson

Ainsi par exemple pour α=1 (schéma implicite), on a:

$$\Delta x(S_P - S_P^0) = \left(D_e \frac{S_E - S_P}{\delta x_e} - D_w \frac{S_P - S_W}{\delta x_w} \right) \Delta t$$

Ce qui se met sous la forme :

$$a_p S_P = a_E S_E + a_W S_W + b$$

Avec :

$$a_E = \frac{D_e}{\delta x_e} \; ; \quad a_W = \frac{D_w}{\delta x_w} \; ; \quad a_p = a_E + a_W + \frac{\Delta x}{\Delta t} \; ; \quad b = \frac{\Delta x}{\Delta t} S_p^0$$

S_p^0 : valeur de la saturation au point p, et au temps précédant .

On a donc ici un système tridiagonal à résoudre à chaque pas de temps.

CONDITON INITIALES ET AUX LIMITES :

A l'état initial , le corps est supposé à l'état de saturation totale, c'est-à-dire qu'au temps initial t° , S(y)= 1

Aux limites et pour y(0), et y(e), un flux massique est imposé, comme pour le cas bidimensionnel.

Pour y=0, y=e on a $D \frac{\partial S}{\partial y} = q_m$

ANNEXE II

LA METHODE DE RESOLUTION GAUSS SEIDEL[25][32]

Le principe de cette méthode consiste à choisir une valeur initiale de la saturation $S^0_{(i,j)}$, en tout point du modèle étudié au temps initial (ou précédent pour l'itération suivante).

Chaque nouvelle valeur de la saturation calculée dans l'équation précédente pour un point du maillage, elle est injectée dans l'équation suivante.

L'équation de discrétisation ayant la forme suivante :

$$a_p S_p = \sum a_{nb} S^0_{nb} + b$$

L'indice nb représente les points voisins(nord,sud,est, ouest)

Donc S_p la valeur de la saturation au point de maillage p, sera :

$$S_p = \frac{\sum a_{nb} S^0_{nb} + b}{a_p}$$

Cette valeur de S_P calculée deviendra S^0_{nb} ; une valeur de la saturation d'un point voisin de l'équation du point de maillage suivant, et l'opération continuera ainsi jusqu'à ce que la valeur de la saturation soit calculée au niveau de tous les points du maillage.

Et dans ce cas on vient de terminer une itération.

Le même procédé est répété plusieurs fois jusqu'à convergence.

L'inconvénient de la méthode est le risque de répétition infinie du nombre d'itérations,et donc de divergence de la méthode.

Il existe un critère de convergence de la méthode, c'est une condition nécessaire mais pas suffisante, c'est la critère de Scarborough qui doit vérifier ce qui suit :

$$\frac{\sum |a_{nb}|}{|a_p|} \leq 1 \quad \text{pour toutes les équations.}$$

Remarque importante :

Le choix initial des $S^0_{(i,j)}$ n'a pas d'influence sur la convergence (ou la divergence) de la méthode, mais cette influence est considérable sur la rapidité de la convergence, si convergence il y'a. Ainsi partant de $S^0_{(i,j)}$ on obtient $S_{(i,j)}$, au lieu d'utiliser ces dernières valeurs pour l'itération suivante, il est préférable d'insérer un facteur de relaxation α et dans ce cas :

$$S_P = S^0_p + \alpha\left(\frac{\sum a_{nb} S_{nb} + b}{a_p} - S^0_p\right)$$

Ce facteur est compris entre 0 et2

Quand $1 \leq \alpha \leq 2$, c'est la méthode de sur relaxation, pour accélérer un processus déjà convergent.

Quand $\alpha \leq 1$, la méthode de sous relaxation, convient parfaitement aux problèmes non linéaires et permet de faire converger un processus divergent(on conseille de prendre α compris entre 0,8 et 0,9)

ANNEXE III

Méthode inverse[13]

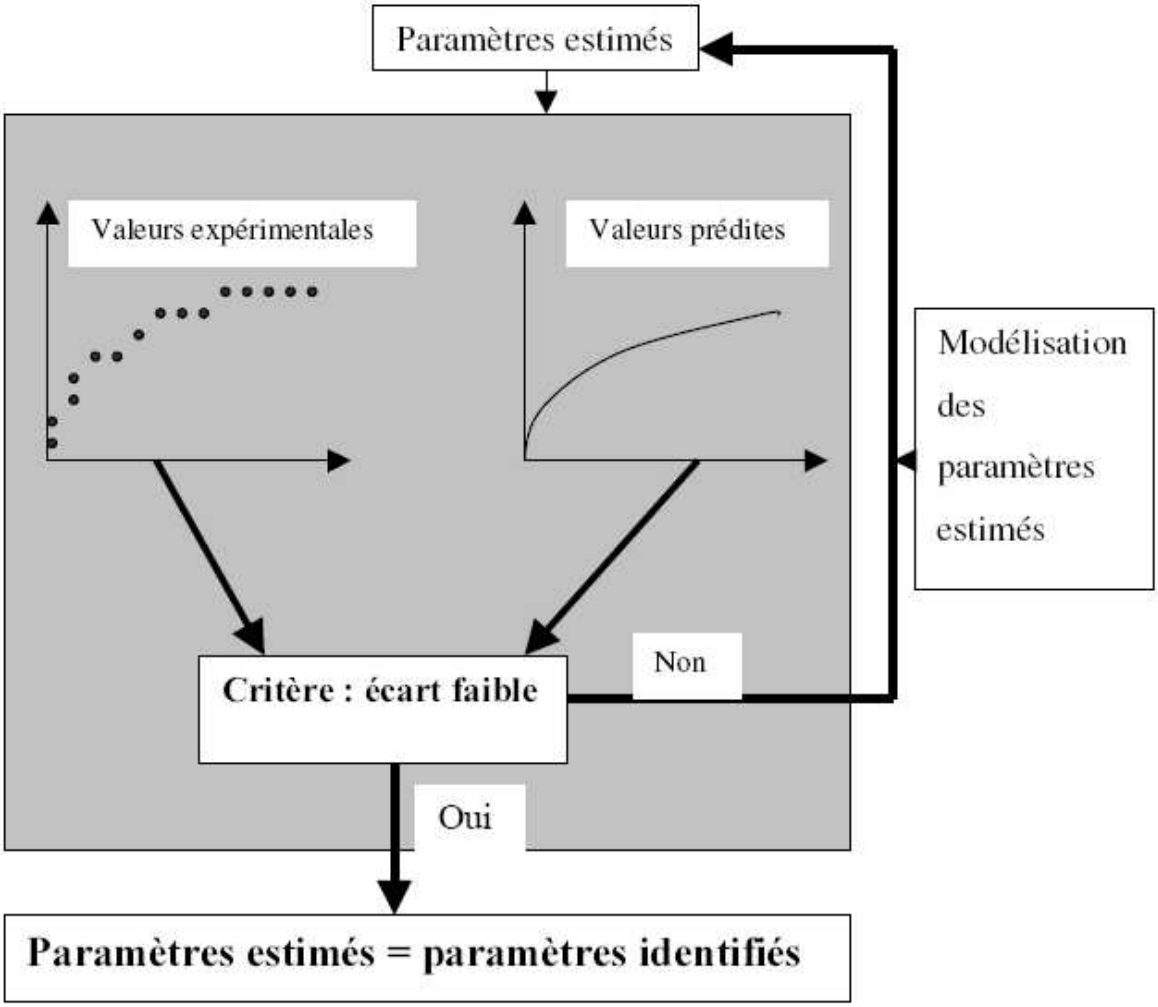


Schéma de synthèse d'un processus d'identification numérique d'un paramètre physique par méthode inverse.

ANNEXE IV :

Valeurs des coefficients de diffusion données par différents auteurs pour différentes essences de bois :[13]

Tableau I. Valeurs des coefficients de diffusion mesurés en régime permanent et transitoire données par différents auteurs pour différentes essences de bois.

ESSENCE	Conditions operatoires T (°C)	M	Hr	Coefficients de diffusion obtenus en régime permanent ($m^2 s^{-1}$)		Coefficients de diffusion obtenus en régime transitoire ($m^2 s^{-1}$)		Direction de mesure
SAPIN	40	15		$3,24 \times 10^{-10}$	Choong [4]			[4] : $\overline{R+T}$
	71–93,3	> 8 %				$2,82 \times 10^{-10}$ (a)	Choong [3]	[3] : a) R
						$3,0 \times 10^{-10}$ (b)		b) L
						$4,97 \times 10^{-10}$	Bramhall [1]	[1] : ?
PIN	25		75	$3,50 \times 10^{-7}$	Perré [8]			[8] : T
				$8,04 \times 10^{-6}$	(duramen)			: L
				$4,88 \times 10^{-7}$				: R
	20	0–7,5				$2,11 \times 10^{-11}$	Siau [10]	[10] : $\overline{R+T}$
PEUPLIER	25		60	$9,22 \times 10^{-9}$	Perng [7]	$2,10 \times 10^{-10}$	Simpson [12]	[7] : L
	43	–	–			$2,60 \times 10^{-10}$	Comstock [5]	[12] : R
	40	6–16						[5] : ?
CHÊNE	25		75	$1,87 \times 10^{-7}$	Perré [8]			[8] : T
				$2,82 \times 10^{-6}$				: L
	43		15	$1,85 \times 10^{-7}$				: R
	–		–			$1,14 \times 10^{-10}$	Simpson [13]	[13] : R
						$5,46 \times 10^{-10}$	Chen [2]	[2] : L

R : direction radiale, T : direction tangentielle, L : direction longitudinale, $\overline{R+T}$: moyenne des directions radiale et tangentielle.

ANNEXE V:

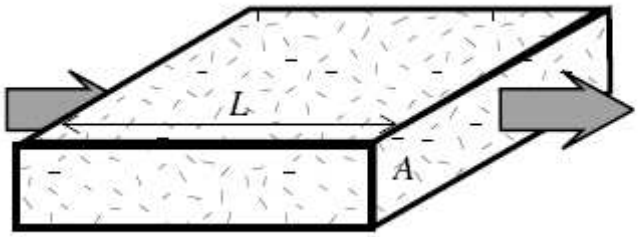
ETABLISSEMENT DE LA PREMIERE ET LA DEUXIEME LOI DE FICK[14][13]

Historiquement, Fick (1855) a été le premier à comprendre clairement le phénomène de diffusion.

Il a étudié la diffusion des ions dans l'eau et a trouvé qu'en présence d'un gradient de concentration, s'établit un flux de particules dans le sens descendant du gradient, et ce flux est proportionnel au gradient correspondant.

Si nous assimilons le phénomène de migration d'humidité dans une paroi poreuse à une diffusion analogue à celle étudiée par Fick , on peut écrire que :

$$q = -D\frac{\partial c}{\partial x}$$



Bloc poreux soumis à un écoulement[6]

D est appelé, coefficient de diffusion ou diffusivité et a pour dimension L^2T^{-1}.

Cette loi de Fick est formellement identique à la loi de Fourier pour l'écoulement de chaleur.

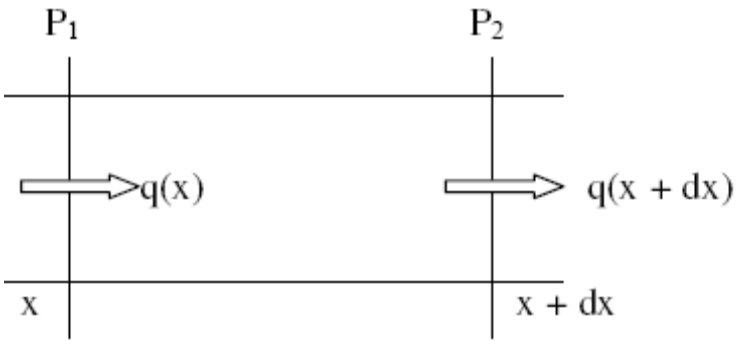
Elle peut être généralisée à trois dimensions

En régime non permanent, c'est-à-dire que le flux en chaque point varie avec le temps, Fick a établit une seconde loi en utilisant la conservation de la masse

L'équation de continuité(pour le cas monodimensionnel) :

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = -\frac{\partial c}{\partial t}$$

Considérons un cylindre parallèle à la direction de diffusion et de section unité, soit un petit volume élémentaire limité par les plans $p_1 et p_2$ d'abscisses respectives x et x+dx. Les valeurs des flux à travers les deux plans sont respectivement q(x) et q(x+dx).



Diffusion unidirectionnelle en régime transitoire[14]

La quantité de matière accumulée dans l'élément de volume limité par les deux plans P_1 et P_2 est donnée par la relation :

$$[q(x) - q(x+dx)]dt = -\frac{\partial q}{\partial x} dxdt$$

Cette quantité de matière peut également s'exprimer en fonction de la variation temporelle de la concentration , dans l'élément de volume de longueur dx, soit :

$$\left[c(t+dt)-c(t)\right]dx = \frac{\partial c}{\partial t}dtdx$$

En égalisant les expressions , on obtient :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial x}$$

En combinant , on obtient :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$$

L'expression est appelée seconde loi de Fick en supposant que la vitesse barycentrique est nulle. Elle permet d'exprimer l'évolution de l'état du système en régime transitoire. Elle est également généralisable en trois dimensions :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = div\left(\overline{\overline{D}}\overrightarrow{grad}c\right)$$

$\overline{\overline{D}}$: tenseur du second ordre.

Notons que différentes forces motrices peuvent être sélectionnées pour exprimer la loi de Fick. Parmi celles-ci, on peut citer : les gradients de concentration d'humidité c(kg/m3), de teneur en eau w(kg d'eau/kg du matériau sec) et de pression partielle de vapeur (Pa)… (Skaar 1988). Cependant, en régime isotherme, il est possible de passer d'une force motrice à une autre tout en changeant l'unité du coefficient de diffusion.

LISTE DES FIGURES

Fig(I-1) : Exemple d'une coupe d'un poreux p(4)

Fig(I-2) : Volume élémentaire représentatif p(7)

Fig(I-3) : Forme générale des isothermes de sorption p(11)

Fig(I-4) : Courbe de sorption et d'adsorption d'un matériau p(12)

Fig(I-5) : Expérience du tube capillaire p(13)

Fig(II-1) : Coefficient de diffusion massique global p(28)

Fig(II-2) : Evolution du coefficient de diffusion capillaire p(29)

Fig(II-3) : Diffusivité hydraulique p(29)

Fig(II-4) : Coefficient de diffusion dans le cas monodimensionnel p(32)

Fig(II-5) : Coefficient de diffusion dans le cas bidimensionnel p(32)

Fig(II-6) : Cinétique de séchage de l'argile pour différentes conditions expérimentales p(33)

Fig(II-7) : diffusion massique pour différentes conditions de séchage p(34)

Fig(III-1) : Schéma du modèle p(47)

Fig(III-2) : Représentation en trois dimensions du modèle p(48)

Fig(III-3) : Volume de contrôle pour le cas bidimensionnel p(52)

Fig(III-4) : Configuration du maillage p(57)

Fig(III-5) : Représentation des conditions aux limites p(59)

Fig(III-6) : Moitié d'un volume de contrôle sur les limites inférieures p(60)

Fig(III-7) : Moitié d'un volume de contrôle sur les limites supérieures p(61)

Fig(III-8) : Représentation de la méthode ligne par ligne p(63)

Fig(IV-1) : Valeurs de la saturation S(x,y) à t=3h,bois p(72)

Fig(IV-2) : Valeurs de la saturation,S(x,y) après 8h de séchage p(72)

Fig(IV-3) : Valeurs de la saturation S(x,y) aprés2h de séchage, béton p(73)

Fig(IV-4) : Valeurs de la saturation S(x,y) aprés4h de séchage, béton p(73)

Fig(IV-5-a) : Variation de S(x,y)(béton) avec changement des paramètres D,t° de séchage p(74)

Fig(IV-5-b) : Variation de S(x,y)(bois) avec changement des paramètres D,t° de séchage p(74)

Fig(IV-6) : séchage à basse température,bois ,8h [2] p(75)

Fig(IV-7) : séchage à basse température,bois ,10h [2] p(75)

Fig(IV-8) : profil de la saturation à t=586mn[1] p (76)

Fig(IV-9) : profil de la saturation à t= 1h [12] p(77)

Fig(IV-10) : profil de la saturation à t=10h [12] p(77)

Fig(IV-a): distribution de l'humidité à l'intérieur de l'objet à 500s(allongement 4) p(78)

Fig(IV-b): distribution de l'humidité à l'intérieur de l'objet à 500s(allongement 1/4)p(78)

Fig(IV-11) : valeurs de la saturation à t=10h , béton p(79)

Fig(IV-12) : variations de S(31,y,t) p(80)

Fig(IV-13) : variations de S(x,2,t) p(81)

Fig(IV-14) : variations deS(x,15,t) p(81)

Fig(IV-15) : variation de S(2,y),S(31,y), S(59,y) à t=3h p(82)

Fig(IV-16) : valeurs de S(x,y) avec D(S) t=2h p(83)

Fig(IV-17) : valeurs de S(x,y) avecD(S) t=10h p(84)

Fig(IV-18) : représentation de la tranche où a été établie l'équation monodim p(85)

Fig(IV-19) : variation de S(31,y) en 2D à t=1h,3h,7h,16h p(86)

Fig(IV-20) : variation de S(31,y) en2D àt=3h,6h,10h p(88)

Fig(IV-21) :variation de S(y) en monodim à t=3h,6h,10h p(88)

Fig(IV-22) : saturation moyenne de deux matériaux bois,béton p(89)

Fig(IV-23) : saturation moy pour 2Det monodim(bois) p(89)

Fig(IV-24) : saturation moy pour 2Det monodim(béton) p(90)

Fig(IV-25) : S(x,y) pour : De=Dw=50%D t=2h,bois p(91)

Fig(IV-26) : : S(x,y) pour : De=Dw=50%D t=6h,bois p(92)

Fig(IV-27) : : S(x,y) pour : De=Dw=10%D t=2h,bois p(92)

Fig(IV-28) : : S(x,y) pour : De=Dw=50%D t=2h,béton p(93)

Fig(IV-29) : S(x,y) pour : De=Dw=10%D t=2h,béton p(93)

Fig(IV-30) : Dn=Ds=50%D après 2h de séchage, béton p(94)

Fig(IV-31) : Dn=Ds=10%D après 2h de séchage, béton p(94)

Fig(IV-32) : Dn=Ds=50%D après 6h de séchage, bois p(95)

Fig(IV-33) : Dn=Ds=50%D après 8h de séchage,bois p(96)

Fig(IV-34) : Dn=Ds=10%D après 5h de séchage, béton p(97)

Fig(IV-35) : Dn=Ds=10%D après 8h de séchage, béton p(97)

LISTE DES EQUATIONS

Page

EQ(I-1) : …….. 13

EQ(I-2) : ……. 13

EQ(I-3) : …… 14

EQ(I-4)……15

EQ(I-5) ……16

EQ(I-6) ……..18

EQ(I-7)…….19

EQ(I-8) …….19

EQ(I-9) …….. 20

EQ(I-10) …… 20

EQ(I-11) …… 20

EQ(I-12)…….. 20

EQ(I-13) ……... 21

EQ(I-14)……. 21

EQ(I-15)……22

EQ(I-16)…….. 22

EQ(II-1): …… 35

EQ(II-2) :……. 35

EQ(II-3) :…… 35

EQ(II-4) :…… 36

EQ(II-5) :…… .36

EQ(II-6) :……36

EQ(II-7) :……36

EQ(II-8) :……37

EQ(II-9) :…….39

EQ(II-10) :…….39

EQ(II-11) :……..39

EQ(II-12) :…… 39

EQ(II-13) :……...40

EQ(II-14) :……..40

EQ(II-15) : …… 40

EQ(II-16) :……. 40

EQ(II-17) : ……. 41

EQ(II-18) : ……. 41

EQ(II-19) :……..41

EQ(II-20) :……..41

EQ(II-21) :……..42

EQ(II-22) :……42

EQ(II-23) :……..42

EQ(II-24) :……...43

EQ(II-25) :……..43

EQ(II-27) :……43

EQ(II-28) :……44

EQ(II-29) :……..44

EQ(II-30) :……..44

EQ(II-31) :……..44

EQ(II-32) :…….44

EQ(II-33) :…….44

EQ(II-34) :…….45

EQ(II-35) :……...45

EQ(II-36) :…….46

EQ(II-37) :…… 46

EQ(II-38) :……. .46

EQ(II-39) :…….. 46

EQ(II-40) :……. 47

EQ(III-1) :……..49

EQ(III-2) :……...50

EQ(III-3) :……50

EQ(III-4) :……..50

EQ(III-5) :……..50

EQ(III-6) :……51

EQ(III-7) :……53

EQ(III-8) :……..54

EQ(III-9) :……55

EQ(III-10) :……56

EQ(III-11) :…….56

EQ(III-12) :……58

EQ(III-13) :……...58

EQ(III-14) : …….59

EQ(III-15) :…… .60

EQ(III-16) :…….. 63

EQ(III-17) :…… .63

RESUME

L'objet de cette étude est la représentation des transferts de masse, dans les milieux poreux, en bidimensionnel au cours du séchage , par convection forcée.

En partant de la première et la deuxième loi de Fick, l'équation décrivant cette diffusion a été établie, puis résolue par la méthode numérique des volumes finis.

Etant donné la structure complexe de ces milieux,deux matériaux sont étudiés le béton et le bois . Le bois est connu pour sa caractéristique anisotropique. L'influence du coefficient de diffusion sur la variation de la saturation et le séchage a été analysée.

On montre l'importance de la représentation bidimensionnelle de la variation de la saturation. L'influence de la variation du coefficient de diffusion sur l'allure et la vitesse de séchage , à travers une série de simulations, a été montrée .

MOTS CLES : saturation, diffusivité, bidimensionnel, séchage, milieux poreux

ABSTRACT

The object of this study is the representation of the mass transfers, in the porous mediums, into two-dimensional during drying, by forced convection.

On the basis of the first and the second law of Fick, the equation describing this diffusion was established, and then solved by the numerical method of finished volumes.

Being given the complex structure of these mediums, two materials are studied the concrete and wood. Wood is known for its anisotropic characteristic. The influence of the coefficient of diffusion on the variation of saturation and drying was analyzed.

One shows the importance of the two-dimensional representation of the variation of saturation. The influence of the variation of the coefficient of diffusion on the pace and the speed of drying, through a series of simulations, were shown.

KEY WORDS: saturation, diffusivity, two-dimensional, drying, porous mediums

ملخص

الهدف من هذه الدراسة هو التمثيل الثنائي الأبعاد للتبادلات الكتلية داخل الأوساط المسامية، أثناء عملية التجفيف .

انطلاقا من القانون الأول و الثاني ل fick تم وضع المعادلة التي تصف هده التبادلات ، ثم حلت هذه المعادلة بطريقة رقمية " طريقة الحجوم المتناهية"

نظرا للتركيبة المعقدة لهذه الأوساط ، تمت دراسة مادتي الخرسانة و الخشب علما بأن الخشب له خاصية الاتجانس . تأثير معامل إنتشار الرطوبة على التشبع و التجفيف تم تحليله. كما تم توضيح:أهمية التمثيل الثنائي الأبعاد على تغيرات نسبة الرطوبة. تأثير تغيرات معامل الإنتشار الكتلي على منحى و سرعة التجفيف بواسطة مجموعة من المماثلات الرقمية تم توضيحها.

الكلمات المفتاح

- إنتشار الرطوبة
- التجفيف
- التشبع
- ثنائي الأبعاد
- الأوساط المسامية
- الإنتشار الكتلي