



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE FRERES MENTOURI CONSTANTINE 1
FACULTE DES SCIENCES DE LA TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

N° d'ordre : 70/D3C/2024

N° de série : 03/GM/2024

THESE

Présentée pour obtenir le diplôme de

DOCTORAT EN TROISIEME CYCLE LMD

Spécialité : GENIE MECANIQUE

Option : CONSTRUCTION MECANIQUE

Par :

BOUSBIA Leila

THEME

CONTRIBUTION A LA MODELISATION DES ROBOTS FLEXIBLES ACTIONNES PAR CABLES/TENDONS

Soutenue le : 02/12/2024

Devant le Jury :

Président :	Mr. Ali BOUCHOUCHA	Prof.	Université de Constantine 1
Rapporteur :	Mr. Ammar AMOURI	MCA.	Université de Constantine 1
Examineurs :	Mr. Belkacem BARKAT	Prof.	Université de Batna 2
	Mr. Moussa ZAOUI	Prof.	Université de M'sila
	Mr. Noureddine MENASRI	Prof.	Université de M'sila
	Mr. Salim BOUKEBBAB	Prof.	Université de Constantine 1
Invité :	Mr. Abdelhakim CHERFIA	Prof.	Université de Constantine 1

Année Universitaire : 2023/2024

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

قَالُوا سُبْحٰنَكَ لَا عِلْمَ لَنَا اِلَّا مَا عَلَّمْتَنَا اِنَّكَ اَنْتَ الْعَلِیْمُ الْحَكِیْمُ

صَدَقَ اللّٰهُ الْعَظِیْمُ

سورة البقرة , الآية 31

Dédicace

À mon très cher père, **Moussa,**

Tu as toujours été pour moi un exemple de père respectueux et honnête. Grâce à toi, j'ai appris le sens du travail et de la responsabilité. Je voudrais te remercier pour ton amour, ta générosité et ta compréhension. Ton soutien a été une lumière tout au long de mon parcours.

À ma chère mère, **Sief Nora,**

Quoi que je fasse ou dise, je ne saurais te remercier comme il se doit. Ton affection me couvre, et ta présence à mes côtés a toujours été ma source de force pour affronter les différents obstacles. Ce modeste travail est le fruit de tous tes sacrifices.

À ma meilleure sœur, **Nada,**

Qui a toujours été une épaulé sur laquelle j'ai pleuré dans les moments difficiles, qui m'encourage, et que je veux à mes côtés pour chaque victoire et étape importante dans ma vie.

À mon frère, **Hamza,**

Qui était toujours à mes côtés tout au long de mon parcours et était là pour moi à chaque fois que j'avais besoin d'un coup de main.

À mon frère, **Djamel Eddine,** Pour son encouragement et son aide.

À mes neveux, **Iyad** et **Racim.**

À la personne qui, bien qu'elle n'ait pas lu ni pris connaissance du contenu de cette thèse, m'a aimé et soutenu de toutes ses énergies.

Remerciement

*Avant tout, je tiens à exprimer ma gratitude envers **Allah**, le Tout-Puissant et Miséricordieux, qui m'a accordé la force et la patience nécessaires pour mener à bien ce modeste travail jusqu'à ce jour mémorable.*

*Je souhaite exprimer mes sincères remerciements à Monsieur **Ammar Amourí**, Maître de Conférences à l'Université des Frères Mentouri - Constantine 1, qui m'a encadré tout au long de cette thèse. Sa contribution précieuse, ses intuitions brillantes, sa gentillesse, ses conseils et sa disponibilité constante ont été des atouts essentiels. Je le remercie également pour les nombreux encouragements qu'il m'a prodigués.*

*Un grand merci à Monsieur **Abdelhakim Cherfia**, Professeur à l'Université des Frères Mentouri - Constantine 1, pour nos échanges fructueux et ses conseils éclairés, ainsi que pour sa participation en tant que membre du jury.*

*Mes remerciements vont également à Monsieur **Ali Bouchoucha**, Professeur à l'Université des Frères Mentouri - Constantine 1, pour l'honneur qu'il m'a fait en présidant le jury de cette thèse.*

J'exprime ma gratitude envers les membres du jury :

*Monsieur **Barkat Belkacem**, Professeur à l'Université de Batna 2,*

*Monsieur **Moussa Zaoui**, Professeur à l'Université de M'sila,*

*Monsieur **Noureddine Menasri**, Professeur à l'Université de M'sila,*

*Monsieur **Salim Boukebbab**, Professeur à l'Université à l'Université des Frères Mentouri - Constantine 1.*

Leur volonté d'agir en tant qu'examineurs est grandement appréciée.

Enfin, mes remerciements s'adressent à tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à l'élaboration de ce travail.

Résumé

Récemment, la recherche en robotique s'est orientée vers la conception et la modélisation de mécanismes inspirés du monde biologique en raison de leurs avantages par rapport aux structures rigides. Cette thèse se focalise sur la modélisation des robots flexibles continuum, mettant particulièrement l'accent sur ceux actionnés par câbles avec une courbure constante et variable. Initialement, les modèles géométriques directs sont développés. Pour le robot caractérisé par une courbure constante, une méthodologie modulaire analytique est adoptée, tandis que, pour le robot caractérisé par une courbure variable, une solution approximative basée sur la méthode d'optimisation est envisagée, spécialement conçue pour le robot planaire. En raison de la complexité de la résolution de la modélisation inverse, l'utilisation d'un algorithme cinématique inverse en boucle fermée est suggérée pour le robot constitué d'une seule section et caractérisé par une courbure variable. Par la suite, le modèle dynamique d'un robot flexible continuum actionné par câbles à une seule section et caractérisé par une courbure constante est élaboré en utilisant la méthode de Lagrange. Afin de simplifier le modèle et d'éviter les singularités numériques, les expressions de l'énergie cinétique sont approximées par des fonctions polynomiales, et les énergies gravitationnelles sont négligées par rapport à l'énergie potentielle élastique. De plus, le module d'élasticité de la tige flexible gouvernant la déformation du robot est identifié expérimentalement. D'autre part, une analyse numérique approfondie du comportement dynamique non linéaire du robot est réalisée à l'aide du logiciel SolidWorks. Enfin, des exemples de simulation pour les modèles développés, incluant le modèle géométrique direct, inverse, dynamique et statique, sont réalisés afin de vérifier leur efficacité et validité. En outre, une validation expérimentale du modèle statique est présentée.

Mots clés : Robot continuum, robot flexible continuum actionné par câbles, modélisation géométrique, modélisation dynamique, étude de mouvement.

Abstract

Recently, research in robotics has shifted towards the design and modeling of mechanisms inspired by the biological world due to their advantages over rigid structures. This thesis focuses on the modeling of flexible continuum robots, with a particular emphasis on those actuated by cables with constant and variable curvature. Initially, direct geometric models are developed. For the robot characterized by constant curvature, a modular analytical methodology is adopted, while for the robot with variable curvature, an approximate solution based on optimization is considered, specifically designed for the planar robot. Due to the complexity of solving the inverse modeling, the use of a closed-loop inverse kinematics algorithm is suggested for the robot consisting of a single section and characterized by variable curvature. Subsequently, the dynamic model of a cable-driven flexible continuum robot with a single section and characterized by constant curvature is developed using the Lagrange method. To simplify the model and avoid numerical singularities, the expressions of kinetic energy are approximated by polynomial functions, and gravitational energies are neglected compared to elastic potential energy. Additionally, the elasticity module of the flexible rod governing the deformation of the robot is experimentally identified. On the other hand, a thorough numerical analysis of the nonlinear dynamic behavior of the robot is carried out using SolidWorks software. Finally, simulation examples for the developed models, including direct geometric, inverse, dynamic, and static models, are conducted to verify their efficiency and validity. Furthermore, an experimental validation of the static model is presented.

Keywords: Continuum robot, cable-driven continuum robot, geometric modeling, dynamic modeling, motion study.

ملخص

في الآونة الأخيرة، تحولت الأبحاث في مجال الروبوتات نحو تصميم ونمذجة الآليات المستوحاة من العالم البيولوجي بسبب مزاياها على الهياكل الصلبة. تركز هذه الأطروحة على نمذجة الروبوتات المستمرة المرنة، مع التركيز بشكل خاص على تلك التي يتم تشغيلها بواسطة الكابلات ذات الانحناء الثابت/المتغير. في البداية، تم تطوير النماذج الهندسية المباشرة. بالنسبة للروبوت الذي يتميز بانحناء ثابت، تم اعتماد منهجية تحليلية معيارية، بينما بالنسبة للروبوت ذو الانحناء المتغير، تم النظر في حل تقريبي يعتمد على التحسين، مصمم خصيصًا للروبوت المستوي. نظرًا لتعقيد حل النمذجة العكسية، يُقترح استخدام خوارزمية حركية عكسية ذات حلقة مغلقة للروبوت الذي يتكون من قسم واحد ويتميز بانحناء متغير. بعد ذلك، تم تطوير النموذج الديناميكي لروبوت متصل مرن يعمل بالكابل مع قسم واحد ويتميز بانحناء ثابت باستخدام طريقة لاغرانج. لتبسيط النموذج وتجنب التفردات العددية، تم تقريب تعبيرات الطاقة الحركية عن طريق وظائف متعددة الحدود، وتم إهمال طاقات الجاذبية مقارنة بالطاقة المرنة. بالإضافة إلى ذلك، تم تحديد معامل مرونة القضيب المرن الذي يتحكم بنشوء الروبوت بشكل تجريبي. ومن ناحية أخرى، تم إجراء تحليل عددي شامل للسلوك الديناميكي غير الخطي للروبوت باستخدام برنامج SolidWorks. في الأخير، تم إجراء أمثلة محاكاة للنماذج المطورة بما في ذلك النماذج الهندسية المباشرة والمعكوسة والديناميكية والثابتة للتحقق من كفاءتها وصلاحياتها. وعلاوة على ذلك، تم تقديم التحقق التجريبي للنموذج الثابت.

الكلمات المفتاحية: روبوت مستمر، روبوت مستمر بالكوابل، النمذجة الهندسية، النمذجة الديناميكية، دراسة الحركة.

Table des matières

Dédicace	iii
Remerciements	iv
Résumé	v
Table des matières	viii
Nomenclature	xi
Acronymes	xiv
Liste des figures	xv
Liste des tableaux	xxi
Introduction générale	1
I. Motivation	2
II. Objectif de thèse	2
III. Contributions	3
IV. Structure de la thèse	4
V. Liste des publications	5
Chapitre1 : Généralités sur les robots flexibles continuum	6
1.1. Introduction	7
1.2. Les structures flexibles dans le monde naturel	8
1.3. Les robots flexibles continuum	11
1.4. Classification des robots flexibles continuum	17
1.5. Modélisation des robots flexibles continuum	19
1.5.1. Modélisation géométrique directe.....	19
1.5.2. Modélisation géométrique inverse	20
1.5.3. Modélisation dynamique	21
1.5.4. Modélisation statique	23
1.6. Conclusion	24

Chapitre 2 : Modélisation géométrique directe et génération de l'espace de travail	25
2.1. Introduction	26
2.2. Vue d'ensemble de la configuration du robot flexible continuum	26
2.3. Modélisation géométrique directe	29
2.3.1. Hypothèse de courbure constante	29
2.3.2. Modèle géométrique direct d'une unité cylindrique	31
2.3.3. Modèle géométrique direct d'une unité de forme conique	35
2.3.4. Approche proposée	36
2.3.5. Modèle géométrique direct d'une section	37
2.3.6. Modèle géométrique direct d'un robot flexible continuum	38
2.4. Génération de l'espace de travail	38
2.5. Simulations numériques	41
2.5.1. Calcul du MGD pour une section conique d'un robot continuum à câbles : Explication détaillée de la proposition	41
2.5.2. Application 1 : Simulation du MGD d'un robot à deux sections conique	45
2.5.3. Application 2 : simulation du MGD d'un robot à deux sections	46
2.7. Conclusion	47
 Chapitre 3 : Modélisation géométrique inverse et génération de trajectoire	 48
3.1. Introduction	49
3.2. Modélisation géométrique inverse	49
3.2.1. Modèle géométrique inverse d'une unité cylindrique	50
3.2.2. Modèle géométrique inverse d'une unité conique	53
3.2.3. Modèle géométrique inverse d'un robot à une section	53
3.3. Algorithme cinématique en boucle (CLIK)	54
3.4. Simulation numérique	55
3.4.1. Simulation du suivi d'une trajectoire dans le plan	56
3.4.2. Simulation du suivi d'une trajectoire dans l'espace	60
3.5. Conclusion	65
 Chapitre 4 : Conception et étude numérique du mouvement avec la dynamique non linéaire	 66

4.1.	Introduction	67
4.2.	Conception structurelle d'un robot flexible continuum actionné par câbles	67
4.3.	Fabrication d'un prototype de robot flexible continuum actionné par câbles à une section	70
4.4.	Analyse dynamique non linéaire à l'aide de SolidWorks	71
4.4.1.	Analyse dynamique non linéaire d'une unité du robot	71
4.4.2.	Etude dynamique non linéaire d'une section du robot	76
4.5.	Conclusion	83
Chapitre 5 : Modélisation cinématique et dynamique		84
5.1.	Introduction	85
5.2.	Hypothèses de modélisation	85
5.3.	Modélisation cinématique	86
5.4.	Modélisation dynamique	88
5.4.1.	L'énergie cinétique totale	89
5.4.2.	L'énergie potentielle totale	91
5.4.3.	Identification du module d'élasticité	92
5.4.4.	Les forces généralisées	94
5.4.5.	Equations du mouvement	95
5.7.	Résultats de simulation	96
5.7.1.	Simulation du modèle d'équilibre statique	97
5.7.2.	Simulation du modèle dynamique	99
5.7.3.	Validation expérimentale du modèle statique	103
5.9.	Conclusion	104
Conclusion générale		106
Bibliographie		108

Nomenclature

$B_{i,j,k}$	Le point d'attachement de câble i et de disque (j, k)
$B_{i,j-1,k}$	Le point d'attachement de câble i et de disque $(j - 1, k)$
$C_{f_{j-1,k}}$	Le couple de frottement dû au couple appliqué sur l'unité $(j - 1, k)$ en $(N.m)$
$C_{j,k}$	Le couple d'actionnement appliqué sur l'unité (j, k) en $(N.m)$
$C_{j-1,k}$	Le couple d'actionnement appliqué sur l'unité $(j - 1, k)$ en $(N.m)$
d_k^{max}	Diamètre de disque inférieur de la section k en (mm)
d_k^{min}	Diamètre de disque supérieur de la section k en (mm)
$d_{j,k}$	Le rayon de disque (j, k) en (mm)
$d_{j-1,k}$	Le rayon de disque $(j - 1, k)$ en (mm)
E	Module d'élasticité en (N/mm^2)
$F_{i,j-1,k}$	La force d'actionnement de câble i pour l'unité $(j - 1, k)$ en (N)
$f_{i,j-1,k}$	La force de frottement entre le câble i et le disque $(j - 1, k)$ en (N)
$\mathbf{H}_{\mathfrak{R}_{j,k}}^{\mathfrak{R}_{j-1,k}}$	Matrice de transformation indépendante définissant le repère $\mathfrak{R}_{j,k}$ dans $\mathfrak{R}_{j-1,k}$
\mathbf{I}_b	Moment d'inertie de la tige flexible en $(g.mm^2)$
\mathbf{I}_d	Moment d'inertie de des disques en $(g.mm^2)$
i	L'indice des câbles
j	L'indice des unités
$\mathbf{J}(\mathbf{Q})$	Matrice Jacobienne
k	L'indice des sections
$k_{j,k}$	La courbure de l'unité (j, k) en $(1/mm)$
$l_{j,k}$	La longueur de l'axe centrale de l'unité (j, k) en (mm)
$\ell_{i,j,k}$	La longueur de câble i de l'unité cylindrique en (mm)
$\hat{\ell}_{i,j,k}$	La longueur de câble i de l'unité conique en (mm)
m	Nombre des unités
m_b	Masse de la tige flexible en (g)

m_d	Masse des disques en (g)
n	Nombre des sections
Q_j	Les forces généralisées
q_j	Les coordonnées généralisées
$\mathbf{R}_{\mathfrak{R}_{j,k}}^{\mathfrak{R}_{j-1,k}}$	Matrice de rotation de dimension (3×3) définissant le repère $\mathfrak{R}_{j,k}$ dans $\mathfrak{R}_{j-1,k}$
$\mathbf{r}_{\mathfrak{R}_{j,k}}^{\mathfrak{R}_{j-1,k}}$	Vecteur de position définissant le repère $\mathfrak{R}_{j,k}$ dans $\mathfrak{R}_{j-1,k}$
$\mathbf{r}_{k,s}$	Position locale de n'importe quel point situé sur l'axe central du robot caractérisé par le paramètre de courbe s
$r_{j,k}$	Le rayon de courbure de l'unité (j, k) en (g)
s	Le paramètre de courbe
T	L'énergie cinétique totale en (joule)
T_b	L'énergie cinétique des tiges flexibles en (joule)
T_d	L'énergie cinétique des disques en (joule)
U	L'énergie potentielle en (joule)
U_E	L'énergie potentielle élastique en (joule)
U_G	L'énergie potentielle de gravité en (joule)
$\mathbf{v}_{k,s}$	La vitesse linéaire locale de n'importe quel point situé sur l'axe centrale du robot en (mm/s)
\mathbf{X}_d	La trajectoire désirée
\mathbf{X}_g	La trajectoire générée
$x_{j,k}$	Coordonné cartésienne suivant X par rapport au repère $\mathfrak{R}_{j,k}$ en (mm)
$y_{j,k}$	Coordonné cartésienne suivant Y par rapport au repère $\mathfrak{R}_{j,k}$ en (mm)
$z_{j,k}$	Coordonné cartésienne suivant Z par rapport au repère $\mathfrak{R}_{j,k}$ en (mm)
$\boldsymbol{\omega}_{k,s}$	La vitesse angulaire locale de n'importe quel point situé sur l'axe centrale du robot en (rad/s)
\mathfrak{R}_G	Le repère global
$\mathfrak{R}_{j-1,k}$	Le repère local attaché au centre de disque $(j - 1, k)$
$\mathfrak{R}_{j,k}$	Le repère local attaché au centre de disque (j, k)
$\dot{\mathbf{X}}(t)$	Vecteur de vitesse de l'espace opérationnelle
$\dot{\mathbf{Q}}(t)$	Vecteur de vitesse de l'espace de configuration
μ	Le coefficient de frottement

$\theta_{j,k}$	Angle de flexion en (<i>rad</i>) ou ($^{\circ}$)
$\varphi_{j,k}$	Angle d'orientation en (<i>rad</i>) ou ($^{\circ}$)
$\theta(s)$	Angle de flexion au point défini par le paramètre de courbe s

Acronymes

BHA	Bionic Handling Assistant
CBHA	Compact bionic Handling Assistant
CDCR	Cable Driven Continuum Robot
CC	Courbure Constante
CLIK	Closed-Loop Inverse Kinematic
CPF	Cubic Polynomial Fit
CV	Courbure Variable
DDL	Degrés De Liberté
MCD	Modèle Cinématique Direct
MDD	Modèle Dynamique Direct
MGD	Modèle Géométrique Direct
MGI	Modèle Géométrique Inverse
PSO	Practical Swarm Optimization

Liste des figures

1.1	Classification des robots. (a) Robots rigides, (b) Robots serpentins (poly-articulés), et (c) Robots flexibles continuum	7
1.2	Un singe utilise sa queue pour se déplacer	9
1.3	Photographies d'un serpent. (a) Enroulement du serpent, (b) Ondulation latérale du serpent	9
1.4	Photographie d'une ophiure	10
1.5	Le mouvement des bras de la pieuvre	10
1.6	Un éléphant saisit de la nourriture	11
1.7	Le prototype du manipulateur à bras tensoriel (Tensor Arm Manipulator)	12
1.8	Le prototype du robot ElephantTrunk	12
1.9	Le prototype du robot Tentacle Robot	12
1.10	Les robots manipulateurs de type OctArm. (a) OctArm IV, (b) OctArm V et (c) OctArm VI	13
1.11	Le robot Air Octor	14
1.12	Le robot Tendril crée par Johnson Space Center de la NASA	14
1.13	Snake Like robot	14
1.14	Le robot flexible endoscope	15
1.15	Le manipulateur continuum actionnées par tendons et pression	15
1.16	Le prototype du robot flexible continuum actionné par tendons	16
1.17	Le prototype du robot TakoBot 2	16
1.18	Le prototype du robot continuum Extra Slender	19
1.19	Classification des robots manipulateurs en fonction du type d'actionnement	20
2.1	(a) Illustration générale d'un robot continuum avec n sections flexibles, (b) Représentation d'une section k	27
2.2	Illustration générale d'une unité (j, k) avec la nomenclature de ses paramètres et variables. (a) configuration spatiale, (b) configuration planaire	28

2.3	Le passage du repère \mathfrak{R}_G au repère $\mathfrak{R}_{j,k}$	29
2.4	Vue d'ensemble de l'approche basée sur l'hypothèse de courbure constante pour le calcul du MGD	30
2.5	Définition des différents rayons de courbure de l'unité (j, k)	32
2.6	Vue transversale du disque (j, k) présentant la disposition des trois câbles d'actionnement	33
2.7.	Vue de dessus de l'unité (j, k) présentant la disposition des câbles d'actionnement pour l'unité cylindrique et conique, ainsi que les paramètres géométriques	35
2.8	Espace de travail d'une section conique et d'une section cylindrique. (a) Représentation 3D, (b) Représentation 2D	39
2.9	Comparaison de l'espace de travail d'une section conique généré par différentes approches	40
2.10	Déformation de l'axe central de la section du robot générée par différentes approches	40
2.11	Erreurs euclidiennes. (a) Selon l'axe X , (b) selon l'axe Z	41
2.12	Variation des angles de flexion en fonction de la variation de la longueur du premier câble pour chaque section. (a) Première section du robot, (b) deuxième section du robot	42
2.13	Comparaison entre la courbe obtenue par optimisation et celle obtenue par l'ajustement polynomiale, ainsi que l'erreur euclidienne entre elles. (a) Pour la première section du robot, (b) Pour la deuxième section du robot	43
2.14	La variation des angles de flexion $\theta_{j,k}$ en fonction de l'angle estimé $\theta_{1,k}$. (a) Pour la première section du robot, (b) Pour la deuxième section du robot	43
2.15	Une comparaison et une analyse de l'erreur des valeurs exactes et approximées des angles de flexion $\theta_{j,1}$ en fonction du premier angle $\theta_{1,1}$	45
2.16	Quelques configurations du robot à une section conique comparé à celle du robot de section cylindrique. (a) Configuration 3D, (b) Configuration 2D présentant uniquement l'axe central du robot	46
2.17	Variation des longueurs des câbles d'actionnement. (a) pour la première section du robot, (b) pour la deuxième section du robot	46
2.18	Quelques configurations du robot à deux sections	47

3.1	Vue d'ensemble de l'approche basée sur l'hypothèse de courbure constante pour le calcul du MGI	50
3.2	Présentation de l'axe central de l'unité (j, k)	51
3.3	Schéma de l'algorithme cinématique en boucle fermée (CLIK)	55
3.4	La trajectoire désirée en forme d'arc dans l'espace de travail du robot flexible continuum à une section	56
3.5	Une comparaison entre la trajectoire accessible d'après l'algorithme proposé, d'après l'hypothèse CC avec la trajectoire désirée	56
3.6	Erreurs euclidiennes le long des axes X, Y et Z	57
3.7	Angles de flexion et d'orientation générés par CLIK, CC et MGD, avec les erreurs associées entre CLIK, CC et MGD	58
3.8	L'évolution des angles de flexion ainsi que l'angle d'orientation requis pour chaque unité du robot afin de suivre la trajectoire souhaitée	59
3.9	Profil de l'évolution des longueurs de câbles nécessaires pour chaque unité du robot afin de suivre la trajectoire souhaitée	59
3.10	Diverses configurations du robot pendant le suivi de la trajectoire en forme d'arc	60
3.11	La trajectoire circulaire souhaitée dans l'espace de travail du robot. (a) représentation 3D, (b) représentation 2D	60
3.12	Comparaison entre les trajectoires générées par l'algorithme CLIK, l'approche CC et la trajectoire souhaitée	61
3.13	Erreurs euclidiennes le long des axes X, Y et Z entre la trajectoire désirée et celles générées par CLIK et CC	62
3.14	Angles générés par CLIK, CC et MGD, avec les erreurs associées entre CLIK, CC et MGD. (a) Angle de flexion, (b) angle d'orientation	62
3.15	L'évolution des angles de flexion de chaque unité du robot ainsi que l'angle d'orientation nécessaires pour suivre la trajectoire circulaire	63
3.16	Profil des longueurs des câbles de chaque unité correspondante à la trajectoire circulaire. (a) première unité, (b) deuxième unité, (c) troisième unité, (d) quatrième unité, et (e) cinquième unité	64
3.17	Diverses configurations du robot pendant le suivi de la trajectoire circulaire. (a) représentation 3D, (b) représentation 2D	64

4.1	Conception 3D du robot proposé	68
4.2	Le prototype du robot flexible continuum actionné par câbles	70
4.3	Evolution du couple d'actionnement pour une unité	71
4.4	Evolution de la déformation de l'unité dans SolidWorks	72
4.5	Résultats des déplacements issus de la simulation SolidWorks	72
4.6	Résultats des déplacements issus de la simulation SolidWorks pour une unité du robot, montrant (a) les déplacements le long de l'axe X, parallèle à l'axe de rotation, (b) les déplacements le long de l'axe Y, parallèle à l'axe de couple, et (c) les déplacements le long de l'axe Z	73
4.7	Résultats des contraintes issus de la simulation Solidworks	74
4.8	Résultats des contraintes sur la tige flexible issus de la simulation SolidWorks pour une unité du robot, illustrant (a) à l'extrémité inférieure de la tige flexible, (b) à son milieu, et (c) à l'extrémité supérieure	75
4.9	Comparaison entre la trajectoire générée par la simulation SolidWorks et celle obtenue à partir du modèle géométrique direct (MGD) d'une unité de la section du robot	75
4.10	Erreurs euclidiennes entre la trajectoire générée par la simulation SolidWorks et celle obtenue à partir du modèle géométrique direct (MGD) d'une unité de la section du robot, suivant les axes X, Y et Z	76
4.11	(a) Etat initial avant la déformation de la section du robot, (b) Etat final après déformation de la section du robot (sans prise en compte du frottement)	77
4.12	Comparaison de la trajectoire générée par la simulation SolidWorks sans prise en compte du frottement avec celle obtenue à partir du modèle géométrique direct (MGD) d'une section du robot	78
4.13	Erreurs euclidiennes entre la trajectoire générée par la simulation SolidWorks sans prise en compte du frottement et celle obtenue à partir du modèle géométrique direct (MGD) d'une section du robot, suivant les axes X, Y et Z	79
4.14	(a) Variation du coefficient de frottement, (b) Variation du couple d'actionnement	80
4.15	État initial avant la déformation de la section du robot, (b) État final après déformation de la section du robot (sans prise en compte du frottement), et (c) État final après déformation de la section du robot (avec prise en compte du frottement)	81

4.16	Comparaison de la trajectoire générée par la simulation SolidWorks avec prise en compte du frottement avec celle obtenue à partir du modèle géométrique direct (MGD) d'une section du robot	82
4.17	Erreurs euclidiennes entre la trajectoire générée par la simulation SolidWorks avec prise en compte du frottement et celle obtenue à partir du modèle géométrique direct (MGD) d'une section du robot, suivant les axes X, Y et Z	83
5.1	Robot flexible continuum à une seule section modélisé sous forme d'un arc de cercle dans l'espace	86
5.2	Proportion entre les termes de l'énergie cinétique de translation et ceux de l'énergie cinétique de rotation en fonction de l'angle de flexion	89
5.3	Comparaison entre les facteurs exacts et approximatifs, ainsi que les erreurs entre eux	90
5.4	Rapport entre l'énergie potentielle gravitationnelle et l'énergie élastique en fonction de l'angle de flexion	91
5.5	Vue d'ensemble du dispositif de mesure expérimental	92
5.6	Comparaison entre les coordonnées cartésiennes mesurées avec celles obtenues par l'approche de courbure constante	93
5.7	Comparaison du module d'élasticité mesuré et estimé en fonction de l'angle de flexion	94
5.8	Schéma explicatif de la variation des tensions des câbles pour une section flexible en fonction de l'angle d'orientation	95
5.9	Réponses dynamiques pour les trois cas du module d'élasticité étudiés : (a) avec une valeur minimale, (b) avec une valeur maximale, et (c) sous forme d'une fonction non linéaire	98
5.10	Comparaison des réponses pour les trois cas du module d'élasticité étudiés	98
5.11	La trajectoire à suivre, prenant la forme d'un arc, dans l'espace de travail du robot	99
5.12	Evolutions dynamiques relatives à l'angle de flexion et à l'angle d'orientation pour la trajectoire en forme d'arc	99
5.13	Variation des forces d'actionnement requises pour suivre la trajectoire en arc ...	100
5.14	Evolution des longueurs des câbles pendant le suivi de la trajectoire en arc	100
5.15	Diverses configurations du robot lors de sa poursuite de la trajectoire en forme	

d'arc	124
5.16 La trajectoire en forme de spirale est présentée dans l'espace de travail du robot	101
5.17 Evolutions dynamiques relatives à l'angle de flexion et à l'angle d'orientation pour la trajectoire en forme de spirale	101
5.18 Variation des forces d'actionnement requises pour suivre la trajectoire en forme de spirale	102
5.19 Evolution des longueurs des câbles pendant le suivi de la trajectoire en spirale ..	102
5.20 Diverses configurations du robot lors de sa poursuite de la trajectoire en forme de spirale. (a) représentation 3D, (b) représentation 2D dans le plan <i>XZ</i> , et (c) représentation 2D dans le plan <i>XY</i>	103
5.21 Comparaison des coordonnées cartésiennes de l'extrémité du robot mesurées, obtenues en simulant le modèle statique, ainsi que celles obtenues par le modèle géométrique direct développé en utilisant l'approche de courbure constante	103

Liste des tableaux

2.1	Comparaison entre les ajustements polynomiales	37
2.2	Paramètres géométriques du robot étudié	41
2.3	Coefficients des polynomiale d'approximation cubique pour la première section .	44
2.4	Coefficient de l'approximation polynomiale cubique pour la deuxième section ...	44
4.1	Identification des composants du robot	68
4.2	Paramètres géométriques et caractéristiques du robot	69

Introduction générale

Sommaire

I.	Motivation	2
II.	Objectif de la thèse	2
III.	Contributions	3
IV.	Structure de la thèse	4
V.	Résultats obtenus	5

Au cours des années, le développement des systèmes robotiques a été orienté par le désir de simplifier les activités humaines, d'accélérer la production et d'améliorer la précision, mettant ainsi en lumière leur efficacité dans des tâches industrielles qui exigent des éléments tels que la rapidité, la précision et l'efficacité opérationnelle. Les premiers robots, caractérisés initialement par une structure anthropomorphe rigide, ont été suivis par l'émergence des robots rigides à architecture parallèle. Les robots sériels, dotés d'un vaste espace de travail, se sont démarqués en offrant une portée étendue dans les applications industrielles, tandis que les robots à architecture parallèle ont démontré une efficacité remarquable dans le transport de charges lourdes. Une évolution significative a été constatée avec l'avènement des robots hybrides sériel/parallèle, combinant les avantages des deux catégories pour répondre de manière optimale aux divers besoins de l'industrie.

Cependant, malgré ces avancées, certains robots rigides présentent des limitations, telles qu'une interaction potentiellement dangereuse et une difficulté à s'adapter à leur environnement en raison de leur structure rigide et de leur maniabilité limitée. Pour surmonter ces défis, la recherche s'est orientée vers l'inspiration biologique afin de créer des structures robotiques pour pallier les manques existants dans les robots rigides, explorant notamment les serpents, les appendices d'animaux, les trompes d'éléphant, et même certaines plantes. Cette nouvelle catégorie de robots créée, appelée "robots continuum" ou "robots flexibles continuum", se démarque par des caractéristiques remarquables telles qu'une grande dextérité, une flexibilité structurelle et une interaction sécurisée avec l'homme. Ces attributs en font des choix pertinents pour divers domaines tels que la chirurgie et la médecine, ainsi que pour les

missions d'inspection et d'exploration. Au fil des années, divers types d'architectures de robots flexibles continuum ont émergé, parmi lesquels on compte les robots serpentins, les robots souples, et les robots actionnés par câbles/tendons. Cette thèse se concentre particulièrement sur le dernier type de robots flexibles continuum, mettant l'accent sur ceux actionnés par câbles.

Bien que les robots flexibles présentent des caractéristiques supérieures en termes de flexibilité, d'adaptabilité et de polyvalence par rapport à leurs homologues rigides, leur modélisation, qu'elle soit géométrique ou dynamique, demeure complexe et constitue toujours un défi. Ces difficultés découlent principalement de la flexibilité intrinsèque présente dans leur structure, du nombre élevé de degrés de liberté, du type spécifique de leur actionnement, ainsi que du fait que les méthodes classiques utilisées pour la modélisation de leurs homologues rigides sont inappropriées pour ce type de robots flexibles. Face à ces défis de modélisation, les chercheurs ont recours à l'utilisation d'approximations et d'hypothèses afin d'obtenir des modèles mathématiques simplifiés, indispensables pour simuler et prédire avec précision leur comportement.

I. Motivation

Les robots flexibles continuum, propulsés par câbles/tendons, sont des dispositifs mécaniques novateurs exploitant des câbles ou des tendons pour effectuer leurs mouvements. Leur flexibilité, légèreté, redondance et interaction physique sécurisée homme-robot en font la meilleure option pour être déployés dans divers domaines ainsi que dans des environnements complexes et confinés. Cependant, ces avantages fonctionnels engendrent des problèmes de modélisation de plus en plus complexes, nécessitant le développement de nouvelles formulations mathématiques et l'application de techniques simplificatrices pour résoudre leurs modèles mathématiques, notamment les modèles géométriques et dynamiques. Dans ce contexte, l'objectif de cette thèse est de fournir des contributions significatives au développement et à la résolution des problèmes liés à la modélisation géométrique directe et inverse, ainsi qu'à la dynamique des robots flexibles continuum, en mettant particulièrement l'accent sur ceux actionnés par câbles avec une courbure constante et variable, de manière à la fois simplifiée et précise.

II. Objectif de la thèse

Du fait de la complexité intrinsèque tant sur le plan structurel que mathématique associée à la modélisation des robots flexibles continuum, l'objectif principal de cette thèse consiste à

formuler et élaborer des modèles mathématiques aptes à relever les défis inhérents à la modélisation géométrique et dynamique des robots flexibles continuum, en mettant particulièrement l'accent sur ceux qui sont actionnés par câbles. Pour atteindre ces objectifs, le travail dans cette thèse est structuré en deux parties : la première se concentre sur l'étude géométrique et cinématique des robots caractérisés par une courbure constante et variable, c'est-à-dire ayant une structure cylindrique et conique, tandis que la deuxième se focalise sur l'étude du comportement dynamique d'un robot caractérisé par une courbure constante. Dans la première partie, l'objectif est de développer et résoudre des modèles géométriques pour une unité, une section et le robot flexible continuum actionné par câbles, avec une courbure constante et variable. Le dernier cas représente le scénario général pour ce type de robots. Quant à la deuxième partie, en raison de la complexité inhérente de la structure de ce type de robots et de la non-linéarité de leurs modèles géométriques, l'attention se porte exclusivement sur l'élaboration d'un modèle dynamique pour un robot flexible continuum actionné par câbles à une seule section et caractérisé par une courbure constante, en se fondant sur des hypothèses spécifiques et des simplifications. Par ailleurs, une analyse numérique approfondie du mouvement non linéaire du robot est exposée, permettant ainsi la prédiction de son comportement dynamique.

III. Contributions

Les contributions principales de cette thèse peuvent être résumées comme suit :

- Élaboration des modèles géométriques directs pour une unité, une section et un robot flexible continuum actionné par câbles, caractérisés par une courbure constante et variable.
- Résolution du modèle géométrique inverse d'un robot flexible continuum actionné par câbles, à une section caractérisée par une courbure variable.
- Conception et réalisation d'un robot flexible continuum actionné par câbles à une section.
- Analyse numérique du comportement dynamique non linéaire d'une unité et d'un robot flexible continuum actionné par câbles à une section.
- Développement du modèle dynamique d'un robot flexible continuum actionné par câbles à une section et caractérisée par une courbure constante.
- Validation expérimentale du modèle statique d'un robot flexible continuum actionné par câbles à une section caractérisée par une courbure constante.

IV. Structure de la thèse

La répartition de cette thèse se fait en cinq chapitres, organisés comme suit :

- Le premier chapitre explore l'état de l'art des robots flexibles continuum. Dans cette optique, nous avons commencé par présenter les diverses structures flexibles existant dans le monde naturel. Ensuite, nous avons exposé les différents types de robots flexibles continuum dans un ordre chronologique, en discutant les diverses classifications existantes. Enfin, nous avons synthétisé les différentes méthodes et approches utilisées pour la modélisation géométrique directe, inverse, dynamique et statique des robots flexibles continuum.
- Le deuxième chapitre se concentre sur la modélisation géométrique directe des robots flexibles continuum actionnés par câbles, caractérisés par une courbure constante et variable. Pour le robot à courbure constante, une méthodologie modulaire analytique est adoptée pour dériver les modèles géométriques directs, tandis que pour le robot à courbure variable, une solution approximative basée sur l'optimisation est spécifiquement conçue pour le robot planaire. Ce chapitre aborde également la modélisation géométrique directe de chaque unité et section des robots, ainsi que la génération des espaces de travail.
- Le troisième chapitre aborde la modélisation géométrique inverse d'une unité et d'une section des robots flexibles continuum actionnés par câbles, présentant une courbure constante et variable. Les modèles géométriques inverses pour ceux caractérisés par une courbure constante sont calculés de manière analytique. En revanche, pour la section du robot avec une courbure variable, une solution est suggérée à l'aide de l'algorithme cinématique inverse en boucle fermée, également connu sous le nom de Closed-Loop Inverse Kinematics (CLIK) en anglais.
- Le quatrième chapitre est dédié à la proposition de la conception et à la fabrication d'un robot flexible continuum actionné par câbles, composé d'une seule section et caractérisé par une courbure constante. De plus, il intègre une analyse numérique approfondie du comportement dynamique non linéaire du robot à l'aide du logiciel SolidWorks.
- Le cinquième chapitre traite de la modélisation dynamique d'un robot flexible continuum actionné par câbles à une section. Le modèle est élaboré en utilisant l'approche de courbure constante et la méthode de Lagrange. Afin de simplifier le modèle dynamique et d'éviter les singularités numériques lorsque l'angle de flexion est proche de zéro, les expressions de l'énergie cinétique sont approximées par des fonctions polynomiales. D'autre part, les énergies gravitationnelles sont négligées par rapport à l'énergie potentielle élastique. De

plus, étant donné que les propriétés de la tige flexible du robot sont inconnues, le module d'élasticité de la tige est identifié expérimentalement.

A la clôture de chaque chapitre, des exemples de simulation sont présentés pour valider et vérifier les modèles mathématiques élaborés à l'aide du logiciel Matlab. En fin de manuscrit, une conclusion générale synthétise brièvement les résultats obtenus, les orientations possibles pour des recherches, ainsi que les lacunes identifiées dans cette thèse à remédier dans les travaux à venir.

V. Résultats obtenus

▪ Publications internationales

- *Bousbia, L., Amouri, A., and Cherfia, A.:* Dynamics modeling of a 2-DoFs cable-driven continuum robot. *World Journal of Engineering*, Vol. 20 no. 4, pp. 631-640, (2023). <https://doi.org/10.1108/WJE-01-2021-0028>.

▪ Communications internationales

- *Bousbia, L., Amouri, A., Cherfia, A.:* Solving inverse kinematic of a variable curvature continuum robot based on the closed loop inverse kinematic algorithm. *First International Congress on Mechanical Engineering ICME23*, Constantine, Algeria (2023).
- *Bousbia, L., Amouri, A., Cherfia, A.:* Motion analysis of a cylindrical shaped cable-driven continuum robot using the finite element method. In: *The 4th International Conference on Electromechanical Engineering ICEE2022*, Skikda, Algeria, (2022).
- *Amouri, A., Bousbia, L., Merrad, A.:* A Nonlinear predictive control based particle swarm optimization for the trajectory tracking of a cable-driven continuum robot. In: *The 4th International Conference on Electromechanical Engineering ICEE2022*, Skikda, Algeria, (2022).
- *Bousbia, L., Amouri, A., Cherfia, A.:* Inverse kinematics of conical-shaped continuum robot based on the closed-loop algorithm. In: *International Conference on Innovative Materials, Manufacturing and Advanced Technologies IMMAT'2022*, pp. 65, Sousse, Tunisia, (2022).
- *Bousbia, L., Amouri, A., Cherfia, A.:* Forward kinematics and workspace analysis of a single section conical-shaped continuum robot. In: *3rd International Conference on Mechanical Sciences CISM'2021*, pp. 631-640. Oumel Bouaghi, Algeria, (2021).

Généralités sur les robots flexibles continuum

Sommaire

1.1.	Introduction	7
1.2.	Les structures flexibles dans le monde naturel	8
1.3.	Les robots flexibles continuum	11
1.4.	Classification des robots flexibles continuum.....	17
1.5.	Modélisation des robots flexibles continuum.....	19
1.5.1.	Modélisation géométrique directe	19
1.5.2.	Modélisation géométrique inverse	20
1.5.3.	Modélisation dynamique	21
1.5.4.	Modélisation statique	23
1.6.	Conclusion	24

1.1. Introduction

Aujourd'hui, on observe une multitude de conceptions d'architectures mécaniques robotisées. Les robots rigides traditionnels, inspirés d'une structure anthropomorphe avec des liaisons rigides, sont conçus pour des applications générales et conviennent aux tâches industrielles où l'espace de travail est prédéfini. Cependant, la manœuvre de ces robots est limitée dans des environnements confinés et restreints, les empêchant de s'ajuster aux variations de leur environnement. Pour améliorer les performances des systèmes robotiques, la recherche se concentre sur l'étude et le développement d'architectures directement inspirées du monde biologique. Les animaux, capables de s'adapter à leur environnement pour accomplir leurs tâches quotidiennes, servent de modèle à la bio-robotique. Cette discipline vise à appliquer les observations et les enseignements tirés du monde biologique à des fins architecturales, permettant ainsi aux robots d'être adaptés à des environnements complexes et confinés. Ces robots sont communément appelés les robots bio-inspirés ou les robots bioniques.

Robinson et son équipe [1] ont élaboré une classification des systèmes robotiques, distinguant trois catégories, comme représenté sur la Figure 1.1 :

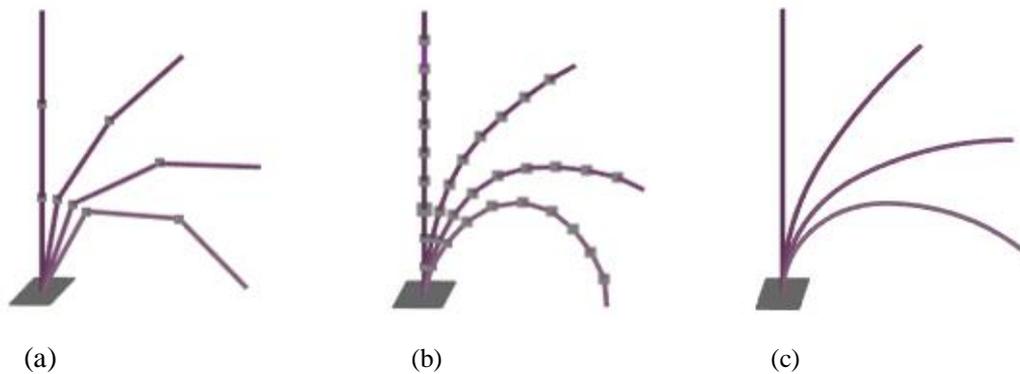


Figure 1.1 : Classification des robots. (a) Robots rigides, (b) Robots serpentins (poly-articulés), et (c) Robots flexibles continuum.

- Robots rigides : Cette catégorie regroupe des robots composés d'une série de corps rigides reliés par des liaisons articulaires discrètes. Le mouvement de ces robots est réalisé en ajustant les variables articulaires.
- Robots serpentins : Les robots de cette catégorie présentent une structure formée par une multitude de liaisons discrètes reliées par des corps rigides courts, créant ainsi un mécanisme hautement redondant semblable à un serpent. Généralement, le mouvement de ces robots est contrôlé par des câbles, des tendons ou des muscles artificiels.

- Robots continuum : Cette troisième catégorie se caractérise par l'absence de corps rigides ou de liaisons discrètes dans leur structure. Ces robots sont définis par une déformation élastique, une souplesse et une hyper-redondance. Leur actionnement peut être assuré par des câbles, des tendons, des muscles artificiels ou des actionneurs pneumatiques.

Dans ce chapitre, plusieurs aspects sont abordés. Tout d'abord, différentes architectures flexibles continuum présentes dans le monde biologique sont représentées pour démontrer le rôle du monde naturel dans la création des robots flexibles continuum. Ensuite, des types spécifiques de robots flexibles continuum sont présentés dans un ordre chronologique. Par ailleurs, les différentes classifications de ce type de robots sont discutées. Pour conclure, les méthodes et les approches de modélisation géométrique directe et inverse, de modélisation dynamique, ainsi que la modélisation statique, telles qu'elles sont proposées dans la littérature, sont synthétisées.

1.2. Les structures flexibles dans le monde naturel

Le monde biologique constitue une riche source d'inspiration en raison de la diversité des architectures flexibles continuum qui y existent. Parmi les catégories de robots bio-inspirés, les micro-robots se distinguent, tirant leur inspiration des insectes qui représentent la majorité des espèces animales. Grâce à leur petite taille, leur rapidité et leur degré de liberté, les insectes offrent des modèles pour la conception de capteurs, d'actionneurs et d'architectures mécaniques. En 2000, P. E. Kladitis [2] a proposé deux conceptions de micro-robots inspirées d'insectes à six pattes, capables de transporter des objets sur leur ventre. Ces robots ont également montré des avancées significatives dans le domaine médical [3-4], bien que le développement de leur précision dans ce domaine reste un défi constant.

Une autre catégorie de robots bio-inspirés, les robots poly-articulés, se caractérise par une forte redondance grâce à leur épine dorsale similaire à celle d'un serpent. Les vertébrés, avec un grand nombre d'articulations, permettent à ces robots de se déplacer efficacement dans des environnements complexes. Des exemples tels que le robot "Snake-Like Robot" présenté dans [5-6] et le robot similaire à une salamandre développé dans [7] illustrent cette approche.

Dans le même domaine de recherche, les organes de certains animaux, tels que la queue du singe, la trompe de l'éléphant et les bras de la pieuvre, servent d'inspiration pour la création de structures flexibles à forme continue, regroupées sous le nom de robots flexibles continuum, comme le robot AirOctor et OctArm présentés dans [8].

La queue du singe, par exemple, est utilisée non seulement pour la stabilisation mais aussi comme moyen de déplacement. Sa souplesse permet au singe de l'utiliser comme point

d'ancrage pour s'enrouler autour d'objets solides, facilitant ainsi ses déplacements entre les branches des arbres, échappant aux prédateurs et saisissant de la nourriture (Figure 1.2).



Figure 1.2 : Un singe utilise sa queue pour se déplacer.

Le corps du serpent, avec ses nombreuses articulations, lui permet de s'enrouler jusqu'à 360° (Figure 1.3(a)) [9]. Grâce à cette souplesse, le serpent adopte plusieurs modes de déplacement, le plus courant étant l'ondulation latérale, où il utilise son corps comme point d'appui sur le sol, soulevant le reste de son corps pour établir un nouveau point de contact et avancer (Figure 1.3(b)).



(a)



(b)

Figure 1.3 : Photographies d'un serpent. (a) Enroulement du serpent, (b) Ondulation latérale du serpent.

Une autre structure d'appendices flexibles continuum est celle de l'ophiure. Les bras de l'ophiure sont initialement utilisés pour la détection de la nourriture, puis s'enroulent autour des aliments pour les amener à sa bouche (Figure 1.4).



Figure 1.4 : Photographie d'une ophiure.

Les bras de la pieuvre se caractérisent par leur grande souplesse et une multitude de degrés de liberté. Capables de se plier, se tourner et s'allonger, ils utilisent leurs ventouses pour détecter et accrocher les proies, puis les manipulent vers leur bouche (Figure 1.5).



Figure 1.5 : Le mouvement des bras de la pieuvre.

La trompe de l'éléphant, composée d'environ deux mille muscles, est une structure extrêmement flexible. L'éléphant l'utilise pour saisir de la nourriture, éliminer les obstacles, menacer et fouetter pendant une attaque. Sa capacité à contrôler et orienter sa trompe avec une grande précision lui permet d'accomplir diverses tâches (Figure 1.6).



Figure 1.6 : Un éléphant saisit de la nourriture.

1.3. Les robots flexibles continuum

Quelques types de robots flexibles continuum sont présentés dans une chronologie illustrant leur évolution au fil du temps, offrant une perspective détaillée sur les avancées technologiques, les innovations et les défis relevés pendant leur développement. De la phase pionnière avec des prototypes tels que le “Tensor Arm Manipulator” d'Anderson et Horn en 1967, jusqu'à l'émergence de conceptions plus avancées et spécialisées, cette chronologie trace l'évolution progressive de ces robots dans divers domaines. L'analyse des réussites et des obstacles révèle les tendances et les orientations de recherche qui ont influencé la trajectoire de cette technologie. En considérant cette évolution globale, il devient possible de mieux comprendre les progrès réalisés et les opportunités d'innovation à venir dans le domaine des robots flexibles continuum.

En 1967, Anderson [10] a introduit le premier prototype du robot continuum, le “Tensor Arm Manipulator”, visible dans la Figure 1.7. Trois ans plus tard, Anderson et Horn ont obtenu le brevet en 1970 [11]. Ce robot était initialement conçu pour des applications sous-marines, avec une épine dorsale composée de 15 plaques reliées par 14 articulations, chacune possédant deux degrés de liberté et actionnée par quatre tendons. Malgré ces avancées, les premiers essais en laboratoire ont révélé des limitations, notamment un espace de travail restreint et des problèmes liés aux anciens environnements informatiques. Les complexités des relations entre les profils souhaités et les paramètres d'entrée ont entraîné l'arrêt des recherches et l'abandon du prototype à l'étape des essais. Au fil des années 1970, Hirose et son équipe ont continué le développement en présentant diverses conceptions, comme détaillé dans leur ouvrage [12].

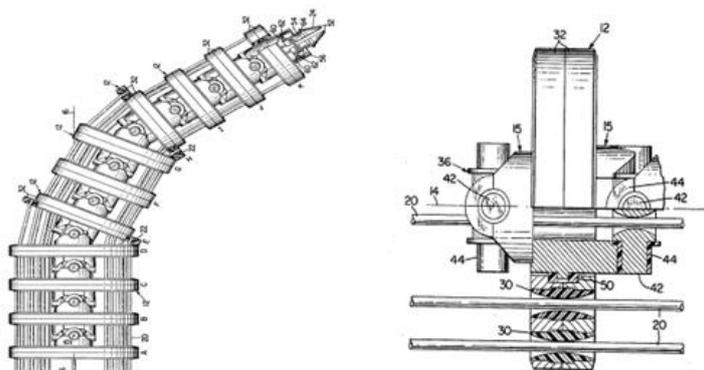


Figure 1.7: Le prototype du manipulateur à bras tensoriel (Tensor Arm Manipulator).

Le besoin croissant de structures hyper-redondantes a relancé la recherche dans ce domaine. En 1991, Chirikjian [13-15] a initié la publication de ses contributions sur

l'application des manipulateurs continuum et le développement du modèle géométrique et dynamique. En 1992, Immega [16] a mis au point le robot “Tentacle-like Manipulators”, obtenant le brevet la même année. Plusieurs travaux ont été réalisés au cours des années 1990, citons notamment ceux présentés dans [17-20].

Au cours des années 2000, le nombre de chercheurs travaillant sur les robots continuum a considérablement augmenté, de même que la quantité de publications sur le sujet. A l'université de Clemson, Hannan et Walker ont créé une variété de robots flexibles, dont le robot nommé “Elephant Trunk Robot” [21], représenté sur la Figure 1.8. Construit autour d'une colonne vertébrale de 16 articulations avec 2 degrés de liberté, ce robot utilise un système de commande par câbles/ressorts pour assurer ses huit degrés de liberté contrôlés par câbles et le reste limité par des ressorts.

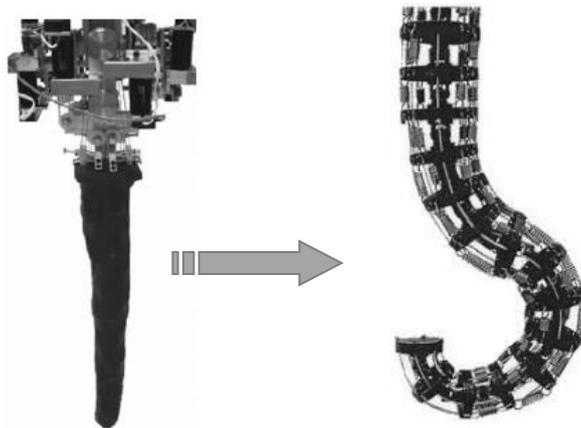


Figure 1.8 : Le prototype du robot ElephantTrunk.

Autres chercheurs de l'université de Clemson ont également développé le robot “Tentacle Robot” [22-24], présenté sur la Figure 1.9. Composé de deux sections flexibles, chaque section dispose de deux degrés de liberté, et son mouvement est réalisé par la variation des longueurs des câbles contrôlés par des moteurs électriques.

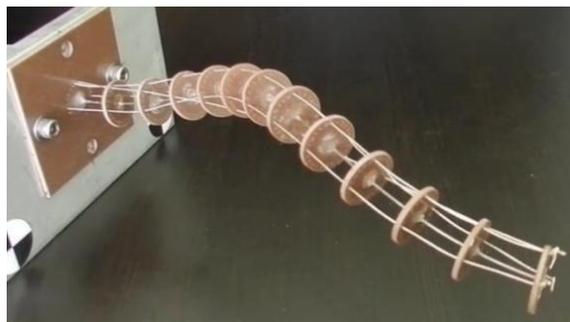
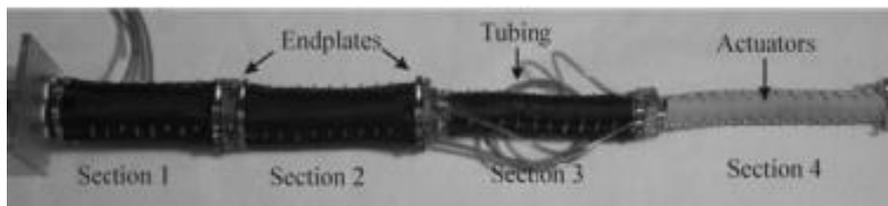


Figure 1.9 : Le prototype du robot Tentacle Robot.

Grissom [25] et McMahan [26] et leurs équipes ont développé les robots manipulateurs appelés “OctArm”. Ces manipulateurs, contrôlés par des muscles pneumatiques, sont capables de supporter de grandes charges. Le robot “OctArm IV”, représenté sur la Figure 1.10(a), est composé de quatre sections à quatre degrés de liberté, tandis que le robot “OctArm V”, représenté sur la Figure 1.10(b), est constitué de quatre sections flexibles à six degrés de liberté. La dernière génération des robots OctArm est le robot “OctArmVI” [27], représenté sur la Figure 1.10(c), composé de trois sections flexibles à six degrés de liberté avec un autre degré de liberté rotatif.



(a)



(b)



(c)

Figure 1.10 : Les robots manipulateurs de type OctArm. (a) OctArm IV, (b) OctArm V et (c) OctArm VI.

Le robot “Air Octor”, représenté sur la Figure 1.11, est développé par McMahan, et al. [28], chercheurs de l'université de Clemson. Caractérisé par une structure souple, l'Air Octor est composé de deux sections flexibles, chacune comportant une chambre pneumatique. Chaque section du robot a trois degrés de liberté, deux pour la flexion contrôlée par des câbles et un pour l'extension contrôlée par la pression dans les chambres pneumatiques.

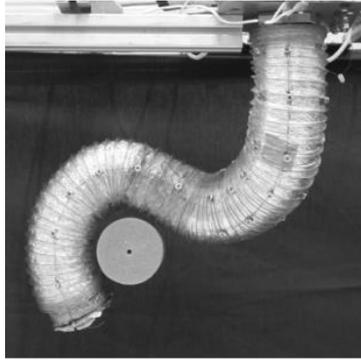


Figure 1.11: Le robot Air Octor.

Le robot “Tendrill”, présenté sur la Figure 1.12, est créé par le “Johnson Space Center” de la NASA [29]. Composé d'une série de ressorts connectés par des liaisons filetées, ce robot est conçu pour l'inspection mini-invasive, remplissant des tâches complémentaires aux robots spatiaux lors des assemblages et montages dans l'espace.



Figure 1.12 : Le robot Tendrill créé par Johnson Space Center de la NASA.

Les chercheurs de l'université de Johns Hopkins [30-32] ont conçu le robot “Snake Like Robot”, représenté sur la Figure 1.13. Composé d'un tube central super élastique appelé la colonne vertébrale primaire, ce robot est destiné à la chirurgie mini-invasive des larynx et des voies respiratoires supérieures.



Figure 1.13 : Snake Like robot.

Entre 2002 et 2014, diverses variantes de robots flexibles à structure continue ont été développées [33-39]. Ces incluent les Snake-Arm Robots [33-34], le Concentric Tube Continuum Robot [35-36], le Bionic Handling Assistant (BHA) [37] et le Compact Bionic Handling Assistant (CBHA) [38], le Wire-Driven Serpentine [39], et d'autres encore. Ces avancées témoignent d'une période dynamique marquée par la diversité des approches dans le domaine des robots flexibles continuum.

En 2015, Kundrat et son équipe [40] ont conçu un robot endoscope flexible dédié à la phono-microchirurgie au laser, illustré dans la Figure 1.14. Ce robot se caractérise par sa structure souple et conforme, ainsi que par une extrémité multifonctionnelle. La même année, Maghooa et ses collaborateurs [41] ont élaboré une nouvelle configuration pour un manipulateur continuum actionné par tendons/pression, comme le montre la Figure 1.15. Cette conception s'inspire non seulement de la structure, mais également des mouvements des bras d'une pieuvre.



Figure 1.14 : Le robot flexible endoscope.



Figure 1.15 : Le manipulateur continuum actionnés par tendons et pression.

En 2018, Yeshmukhametov et al. [42] ont conçu un prototype d'un robot flexible continuum actionné par tendon, représenté sur la Figure 1.16. La caractéristique principale de cette conception est la variation des raideurs des ressorts pour chaque segment, améliorant ainsi la stabilité et la dextérité du robot.

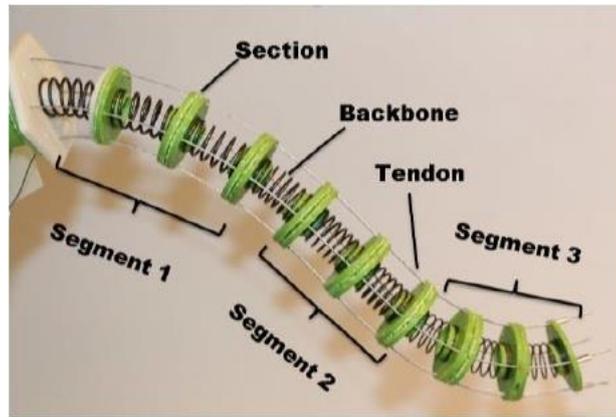


Figure 1.16 : Le prototype du robot flexible continuum actionné par tendons.

En 2019, Yeshmukhametov et son équipe [43] ont conçu le robot “TakoBot 2” spécialement destiné aux applications agricoles telles que la récolte, le désherbage et les inspections. Doté de deux sections, chacune comprenant cinq segments, le robot présente une structure rigide grâce à l'ajout de ressorts de compression le long de ses segments. La conception, inspirée de la diminution de la taille des muscles de la base à l'extrémité, est représentée dans la Figure 1.17. Le mouvement du TakoBot 2 est effectué par des fils d'actionnement, avec chaque paire de fils étant actionnée par un moteur unique pour simplifier la conception du robot.

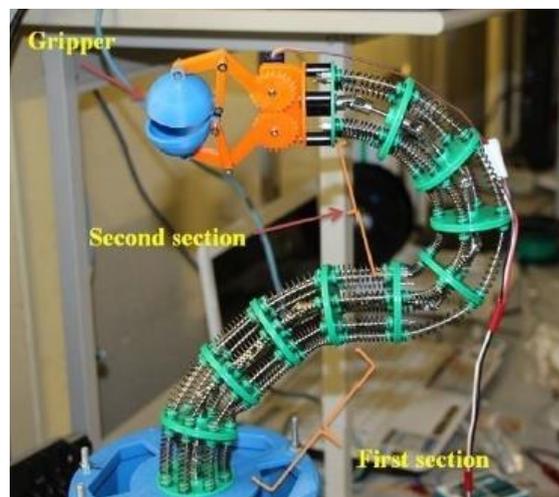


Figure 1.17 : Le prototype du robot TakoBot 2.

En 2021, Wang et son équipe [44] ont conçu le robot continuum “Extra Slender”, destiné à l'inspection et à la réparation des moteurs aéronautiques. Composé de deux étages, ce robot présente une architecture complexe avec un total de 16 degrés de liberté, utilisant des tiges NiTi flexibles considérées comme une colonne vertébrale du robot.

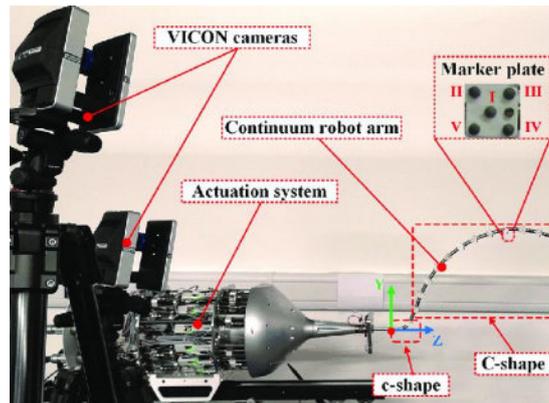


Figure 1.18 : Le prototype du robot continuum Extra Slender.

En 2022-2023, d'autres chercheurs [45-47] ont dirigé leur attention vers la forme des épines dorsales des robots flexibles continuum, privilégiant l'utilisation d'épines dorsales plates au lieu de tiges cylindriques. Cette nouvelle approche de conception présente l'avantage d'améliorer la rigidité et la flexibilité du robot tout en réduisant son poids et les oscillations lors de son mouvement.

1.4. Classification des robots flexibles continuum

La recherche dans le domaine de la robotique a connu un essor significatif et devrait continuer à progresser. Au cours des deux dernières décennies, de nombreux chercheurs se sont investis dans la modélisation et la conception de robots flexibles continuum, proposant diverses architectures. Ces robots peuvent être classés de plusieurs façons, notamment en fonction de leurs structures et du type d'actionnement.

Lors de la classification selon leurs structures, trois catégories distinctes émergent. La première catégorie de robots flexibles continuum se caractérise par une seule colonne vertébrale, pouvant prendre la forme d'une tige flexible, comme le robot "Tentacle Robot" [24], d'un tube pneumatique, tel que le robot "OctArm" [25-27], ou d'un ressort, comme illustré sur la Figure 1.16. Le mouvement de ces robots peut être contrôlé par des câbles, des tendons ou par la variation de pression. La deuxième catégorie présente une structure à plusieurs colonnes vertébrales, avec la déformation de chaque colonne vertébrale généralement indépendante des autres. Enfin, la dernière catégorie se caractérise par une structure tubulaire concentrique, où le robot est composé de tubes pré-courbés reliés entre eux. Le mouvement de ces robots est contrôlé par l'insertion et la rotation des tubes, comme c'est le cas pour le robot "Concentric tube".

Les robots flexibles continuum peuvent également être classés en fonction de leur type d'actionnement en trois catégories, comme le montre la Figure 1.19 : l'actionnement

intrinsèque, l'actionnement extrinsèque et l'actionnement hybride. L'actionnement intrinsèque concerne généralement les robots actionnés par des tubes ou des muscles pneumatiques, où l'actionneur est intégré à l'épine dorsale du robot, permettant le contrôle direct de la déformation par une variation de pression dans le système d'actionnement. Des exemples incluent les robots manipulateurs tels que "OctArm" [25-27], le robot BHA [37] et le robot CBHA [38]. L'actionnement extrinsèque concerne les robots dont le système d'actionnement est à l'extérieur de la colonne vertébrale, permettant la déformation du robot en appliquant une force externe. Le robot "Tentacle Robot" [24] et le robot "TakoBot 2" [43] sont des exemples de robots subissant ce type d'actionnement. Enfin, l'actionnement hybride combine l'actionnement intrinsèque et extrinsèque, où l'extension du robot est contrôlée par l'actionnement intrinsèque et la flexion est contrôlée par l'actionnement extrinsèque. Des exemples de robots utilisant ce type d'actionnement sont "AirOctor" illustré sur la Figure 1.11 et le robot représenté sur la Figure 1.15.

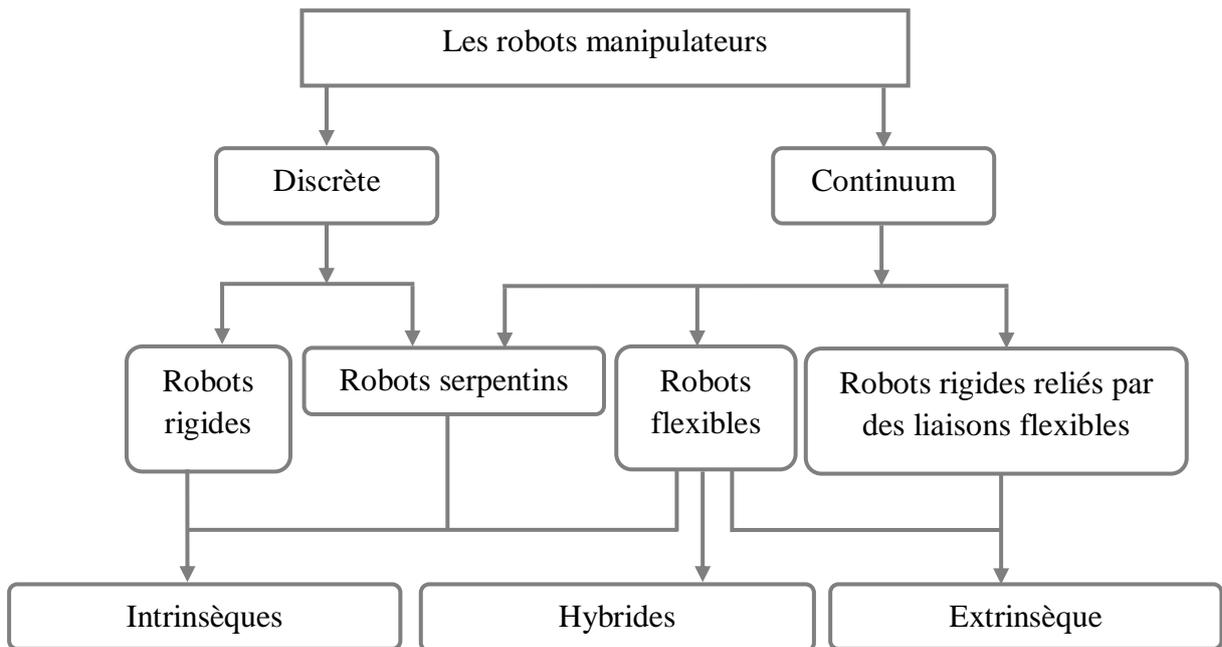


Figure 1.19 : Classification des robots manipulateurs en fonction du type d'actionnement.

Ces classifications fournissent une vue d'ensemble complète des diverses approches adoptées dans le domaine des robots flexibles continuum, ouvrant ainsi la voie à des développements futurs et à de nouvelles avancées technologiques. Notre travail se concentre spécifiquement sur les robots à une ou plusieurs colonnes vertébrales qui ont été soumis à un actionnement extrinsèque, exemplifié par le robot flexible continuum actionné par câbles.

1.5. Modélisation des robots flexibles continuum

Les caractéristiques remarquables des robots flexibles continuum, telles que la flexibilité, la dextérité et la structure continue, les positionnent comme d'excellents candidats pour être adaptés aux environnements complexes et confinés. Toutefois, la non-linéarité et la redondance représentent un défi significatif dans la prédiction du comportement réel de ces types de robots. Comprendre comment ces robots réagissent dans des situations complexes et dynamiques revêt une importance cruciale pour optimiser leur utilisation. Afin de relever ce défi, plusieurs contributions ont été développées pour résoudre les modèles géométriques directs et inverses, ainsi que les modèles dynamiques et statiques des robots flexibles continuum. Ces avancées sont discutées dans les sections suivantes, offrant ainsi un aperçu détaillé des solutions proposées pour aborder les défis spécifiques associés à la flexibilité et à la complexité inhérentes à ces robots.

1.5.1. Modélisation géométrique directe

La modélisation géométrique directe des robots flexibles continus vise à établir l'ensemble des relations mathématiques décrivant la position et l'orientation de l'extrémité du robot en fonction des variables d'actionnement, représentées dans ce cas par la longueur des câbles/tendons ou des pressions des soufflets. La complexité de ce modèle réside dans la flexibilité de la structure du robot, où l'élasticité de l'axe central doit être prise en considération. Pour simplifier cette modélisation, les chercheurs ont recours à des hypothèses et des approximations afin d'obtenir des résultats suffisamment précis. Ces approches ont pour objectif de faciliter la modélisation tout en tenant compte des caractéristiques spécifiques des robots flexibles continus, ouvrant ainsi la voie à une meilleure compréhension de leur comportement géométrique.

À l'origine, certains chercheurs ont choisi d'utiliser la méthode de la courbe d'ajustement pour résoudre le problème géométrique des robots continuum [48-50]. Par exemple, dans [48], les auteurs ont développé une courbe en serpent pour représenter la déformation corporelle d'un robot de type serpent. De manière similaire, dans [49], les courbes Clothoïdes ont été suggérées pour simuler la cinématique de déplacement de robots ressemblant à des serpents. Cependant, ces modèles ne peuvent pas être étendus au cas tridimensionnel. Une autre approche a été formulée dans [50], où les auteurs ont utilisé une courbe spécifique pour modéliser un robot hautement redondant. Toutefois, cette méthode n'est adaptée qu'à un nombre limité de robots continuum, ce qui limite sa généralisation.

Actuellement, l'hypothèse largement adoptée dans la modélisation géométrique des robots flexibles continuum est celle de la courbure constante [51-52]. Cette hypothèse est considérée comme une caractéristique distinctive des robots flexibles continuum et a rencontré un grand succès en simplifiant l'obtention des modèles géométriques direct et inverse pour ce type de robots. En se basant sur cette hypothèse, plusieurs contributions ont été élaborées, en supposant que chaque section/segment/module flexible du robot continuum se déforme comme un arc de cercle parfait. De plus, l'axe central du robot est considéré comme inextensible, et l'effet de la torsion est négligé [24, 38, 42, 45, 51-63]. Dans ces travaux, plusieurs méthodes et approches ont été employées, notamment la méthode de Denavit-Hartenberg, la géométrie de l'arc, les repères Frenet-Serret, et l'équation d'Euler-Bernoulli pour les poutres.

1.5.2. Modélisation géométrique inverse

L'objectif du modèle géométrique inverse est de représenter l'espace des actionneurs du robot en fonction de l'espace opérationnel. La résolution de ce modèle constitue un défi majeur en raison de l'hyper-redondance caractéristique des robots flexibles continuum, générant ainsi une multitude de solutions potentielles. Face à cette complexité, diverses méthodes et approches ont été élaborées dans la littérature, toutes visant à développer un modèle plus précis afin de mieux anticiper le comportement réel du robot.

Initialement, les chercheurs ont abordé le modèle géométrique inverse en utilisant des méthodes analytiques basées sur des équations mathématiques [13-15, 21, 64]. À titre d'exemple, dans [64], une méthode analytique a été proposée pour résoudre le modèle géométrique inverse d'un robot continuum composé de plusieurs sections de type "concentric tube". L'hypothèse formulée était que les points à l'extrémité de chaque section du robot étaient connus, permettant ainsi le calcul du modèle géométrique inverse de chaque section. La validation de ce modèle a été réalisée au moyen d'un logiciel de simulation, incluant une comparaison entre les résultats simulés et les observations réelles.

D'autres chercheurs [65-66] ont utilisé la méthode des pondérations des moindres carrés normalisés pour résoudre le modèle géométrique inverse d'un robot flexible actionné par câbles, et la validation de ce modèle a été effectuée par simulation. Parallèlement, I. Singh et O. Lakhal, accompagnés de leur équipe [67], ont préféré la méthode itérative de Newton-Raphson et la méthode du moindre carré amorti pour résoudre le modèle géométrique inverse du robot "Compact Bionic Handling Assistant" (CBHA). La validation de ce modèle a été réalisée expérimentalement sur le CBHA.

Les méthodes d'optimisation métaheuristique ont également démontré leur efficacité dans la résolution du modèle géométrique inverse [45, 57-58, 60-61, 68-69]. Dans [69] à titre d'exemple, le modèle géométrique inverse du robot CBHA a été développé en utilisant deux méthodes d'optimisation métaheuristique : l'optimisation par essais particuliers et l'algorithme génétique. La validation de ce modèle a été effectuée expérimentalement sur le robot CBHA, mettant en évidence une précision accrue pour le modèle géométrique inverse résolu par l'optimisation par essais particuliers par rapport à l'algorithme génétique. Cependant, il convient de noter que ce modèle était spécifique au robot CBHA. Dans [60], d'autres chercheurs ont développé le modèle géométrique inverse pour un robot continuum à plusieurs sections en utilisant l'optimisation par essais particuliers, avec une validation du modèle réalisée sous le logiciel Matlab. Une approche novatrice proposée dans [70] s'appuie sur le Toolbox robotique de Matlab et la convention de Denavit-Hartenberg pour développer le modèle géométrique inverse d'un robot continuum à une section actionnée par des câbles, avec une validation expérimentale de ce modèle.

Certains chercheurs ont recouru aux méthodes d'apprentissage pour résoudre le modèle géométrique inverse des robots flexibles continuum. Par exemple, dans [72], une approche basée sur les réseaux de neurones a été avancée afin d'apprendre une solution globale spécifique du modèle géométrique inverse pour les robots continuum redondants. La validation de cette approche a été réalisée à travers des simulations au moyen d'un logiciel spécialisé. De manière similaire, [73] a utilisé une méthode d'apprentissage pour le modèle géométrique inverse des manipulateurs continuum mobiles, impliquant une discrétisation de l'espace de configuration pour simplifier la complexité du modèle. La transformation du modèle géométrique inverse d'un robot continuum à plusieurs sections en celui d'un robot à une seule section, paramétré par l'algorithme croissant du gaz-neurone, a été suivie d'une validation effectuée à la fois par simulation sous Matlab et expérimentalement sur un robot continuum mobile nommé Robotino XT [38]. Dans le contexte de cette thèse, le modèle géométrique inverse d'un robot à câbles flexible continuum a été élaboré en appliquant l'algorithme en boucle fermée au niveau de la vitesse. La validation de ce modèle a été réalisée par le biais d'une simulation dans l'environnement Matlab.

1.5.3. Modélisation dynamique

Le modèle dynamique des robots flexibles continuum représente un défi considérable en raison de la nature non linéaire et de la redondance inhérente à ces types de robots. En termes simples, les modèles dynamiques fournissent les équations du mouvement du robot,

établissant ainsi les relations entre les couples ou les forces exercés par les actionneurs et les positions, vitesses et accélérations des variables articulaires. Dans la littérature, de nombreux travaux ont été entrepris dans le but d'obtenir un modèle à la fois simple et précis. Généralement, chaque modèle a été développé pour un robot spécifique, en tenant compte de ses propriétés et caractéristiques particulières, telles que son type d'actionnement, sa forme, ainsi que son aspect souple ou rigide. Ces efforts ont abouti à la création de modèles dédiés à des robots spécifiques, chacun adapté à des propriétés particulières, reflétant la diversité des configurations possibles pour les robots flexibles continuum. Cependant, cette approche fragmentée souligne la nécessité d'une méthodologie plus générale et flexible, capable de modéliser efficacement différents types de robots flexibles continuum tout en garantissant la simplicité et la précision des résultats. Cette quête pour un modèle dynamique plus universel est actuellement au cœur des recherches visant à surmonter les défis posés par la complexité inhérente à ces systèmes robotiques innovants.

Dans ce contexte, différentes méthodes et principes sont suggérés pour le développement des modèles dynamiques, à savoir le formalisme d'Euler-Lagrange, la méthode de Newton-Euler, le principe de Hamilton, le principe de la puissance virtuelle, et la théorie de la tige de Cosserat. A titre d'exemple, le formalisme d'Euler-Lagrange a été utilisé dans les travaux [15,74-83]. Dans [15, 72], le modèle dynamique a été élaboré pour un robot continuum hyper-redondant en utilisant l'hypothèse de la courbure constante et en considérant que les masses sont concentrées. Sous les mêmes hypothèses et simplifications, le modèle dynamique du robot BHA a été développé dans [74-75], de même que pour le travail [76]. Tous ces modèles ont été validés expérimentalement et par simulation. D'autre part, des modèles dynamiques simplifiés, dans lesquels les modèles géométriques directs et les énergies cinétiques sont approximativement représentés par des séries de Taylor ou des fonctions polynomiales, en utilisant le formalisme d'Euler-Lagrange, ont été formulés pour des robots flexibles continuum actionnés par câbles, que ce soit à une section ou à plusieurs sections [77-83]. La validation de ces modèles a été exclusivement réalisée par des simulations numériques. Ces approches simplifiées, tout en utilisant des approximations, permettent une modélisation plus accessible tout en fournissant des résultats satisfaisants pour la simulation virtuelle des comportements dynamiques de ces robots innovants.

La méthode de la puissance virtuelle, ou méthode de Kane, a été utilisée dans [84-87]. Par exemple, dans [84], les chercheurs ont employé cette méthode pour élaborer le modèle dynamique d'un robot continuum actionné par câbles à une section, prenant en compte la déformation variable du robot ainsi que l'effet de frottement entre les câbles d'actionnement et

les disques. De manière similaire, dans [86], les chercheurs ont présenté un nouveau modèle dynamique pour un robot continuum multi-section actionné par câbles, en se basant sur des hypothèses telles que la courbure constante et l'inextensibilité de la colonne vertébrale. Pour évaluer l'influence du frottement sur les câbles d'actionnement, les caractéristiques de transmission du système câble-poulie ont été analysées, et un modèle de frottement a été utilisé pour compenser les pertes de tension des câbles d'actionnement. Les deux modèles ont été validés par une comparaison entre les résultats de simulation, les résultats de l'analyse dynamique par la méthode des éléments finis et les résultats expérimentaux.

Le principe de Hamilton a été employé pour dériver le modèle dynamique d'un robot continuum planaire à une seule section [88]. Ce modèle a été validé à la fois expérimentalement et par simulation à l'aide d'un logiciel approprié.

D'autres chercheurs ont envisagé que la grande déflexion dynamique des robots continuum et l'élasticité non linéaire de leur structure pourraient être résolues grâce aux théorèmes classiques, notamment la théorie de la tige de Cosserat. Dans ce contexte, plusieurs travaux ont été réalisés [89-96]. Par exemple, dans [94], les auteurs ont formulé le modèle dynamique d'un robot continuum à tube concentrique à une seule tige flexible, validé à la fois expérimentalement et par simulation. Le même principe a été appliqué pour développer le modèle dynamique d'un robot continuum à tube concentrique pré-courbé dans [95], ainsi que pour un robot continuum multi-section dans [96], en se basant sur l'hypothèse de courbure constante.

1.5.4. Modélisation statique

L'établissement du modèle statique constitue une étape cruciale dans la détermination de l'état d'équilibre du robot. Cette phase revêt une importance particulière dans la compréhension du comportement du robot lorsqu'il est soumis à des charges ou des contraintes externes. Plusieurs études ont été menées pour développer des modèles statiques visant à décrire de manière précise et fiable la configuration stable du robot dans diverses situations [97-104], exploitant différentes méthodes et techniques pour parvenir à ces modèles. Par exemple, dans [100, 102], le modèle statique pour un robot continuum spatial est développé sur la base de la théorie de la tige Cosserat. De manière similaire, pour un robot continuum planaire [100], pour un robot continuum actionné par tendons [101]. Dans [102], le modèle statique d'un robot continuum a été développé à l'aide des intégrales elliptiques.

D'autres chercheurs ont employé la méthode de la puissance virtuelle pour obtenir le modèle statique d'un robot continuum planaire [103] et d'un robot continuum actionné par

câbles [104]. De plus, des travaux complémentaires sur les modèles statiques et quasi-statiques sont exposés dans [82, 105-109]. Ces recherches contribuent à enrichir notre compréhension des comportements statiques de divers robots flexibles continuum dans des contextes variés.

1.6. Conclusion

Dans ce chapitre, l'état de l'art des robots flexibles continuum est abordé. Les différentes structures flexibles continuum présentes dans le monde naturel sont examinées, mettant en lumière les mérites du règne biologique en tant que source d'inspiration pour la conception de tels robots. Les diverses architectures des robots continuum sont ensuite présentées de manière chronologique, en soulignant leurs domaines d'application respectifs. Les principaux critères de classification des robots flexibles continuum sont également exposés. De plus, les différentes méthodes et théorèmes utilisés dans la littérature pour développer les modèles géométriques direct et inverse, dynamiques, ainsi que statiques des robots flexibles continuum sont synthétisés.

Modélisation géométrique directe et génération de l'espace de travail

Sommaire

2.1.	Introduction	26
2.2.	Vue d'ensemble de la configuration du robot flexible continuum	26
2.3.	Modélisation géométrique directe	29
2.3.1.	Hypothèse de courbure constante	29
2.3.2.	Modèle géométrique direct d'une unité cylindrique	31
2.3.3.	Modèle géométrique direct d'une unité de forme conique	35
2.3.4.	Approche proposée	36
2.3.5.	Modèle géométrique direct d'une section	37
2.3.6.	Modèle géométrique direct d'un robot flexible continuum	38
2.4.	Génération de l'espace de travail	38
2.5.	Simulations numériques	41
2.5.1.	Calcul du MGD pour une section conique d'un robot continuum à câbles : Explication détaillée de la proposition	41
2.5.2.	Application 1 : simulation du MGD d'une section conique	45
2.5.3.	Application 2 : simulation du MGD d'un robot à deux sections	46
2.6.	Conclusion	47

2.1. Introduction

La modélisation géométrique directe représente la première phase indispensable du processus de conception et de contrôle des systèmes robotiques. Alors que le modèle géométrique direct des robots rigides traditionnels décrit la position et l'orientation de leur organe terminal en fonction des variables articulaires des articulations rotoïdes et/ou prismatiques, la modélisation directe des robots flexibles continuum présente des défis en raison de la déformation continue de leur structure et de leur hyper-redondance. Pour ces robots flexibles, déterminer le modèle géométrique direct implique souvent la modélisation de leur axe central, qu'il soit virtuel ou réel. Cependant, en raison des caractéristiques particulières des robots flexibles continuum, les chercheurs ont adapté leur approche en utilisant des hypothèses et des approximations. Parmi celles-ci, on trouve l'hypothèse de courbure constante, la négligence de la torsion, et la réduction du nombre de degrés de liberté de ces robots. Sur la base de ces procédés, dans ce chapitre, nous explorerons plus particulièrement la modélisation des robots flexibles continuum de forme cylindrique et conique, caractérisés par une courbure constante et variable.

Ce chapitre sera traité de la manière suivante : dans un premier temps, une présentation générale de la structure d'un robot flexible continuum a été exposée, suivie de l'élaboration d'une modélisation géométrique directe pour un robot de forme cylindrique et conique. Ensuite, une contribution significative prenant la forme du développement d'une approche pour résoudre le modèle géométrique direct des robots flexibles continuum de forme conique a été proposée. Enfin, une analyse de l'espace de travail du robot a été réalisée en se basant sur diverses méthodes décrites dans la littérature, et des simulations ont été mises en œuvre à l'aide du logiciel Matlab.

2.2. Vue d'ensemble de la configuration du robot flexible continuum

Dans l'ensemble, un robot flexible continuum, dont l'actionnement est assuré par des câbles/tendons, se présente comme une chaîne cinématique ouverte, composée de n sections. Chaque section k , avec $k = 1, \dots, n$, est constituée d'un nombre fini d'unités j , où j varie de 1 à m (Figure 2.1). Chaque unité est structurée autour d'un disque $(j-1, k)$, agissant comme base fixe, et d'un disque (j, k) , considéré comme une plateforme mobile. Ces composants sont reliés par une tige flexible et trois câbles/tendons d'actionnement inextensible. Les rayons des disques sont notés $d_{j-1,k}$ et $d_{j,k}$. En fonction de leurs géométries respectives, le robot adopte une forme cylindrique lorsque les rayons sont égaux, et une forme conique si $d_{j-1,k} > d_{j,k}$.

Les longueurs des câbles associées à l'unité cylindrique sont notées $\ell_{i,j,k}$, tandis que celles pour l'unité conique sont notées $\hat{\ell}_{i,j,k}$. Pour simplifier la modélisation, chaque câble, qu'il soit lié à l'unité cylindrique ou conique, se connecte virtuellement à la base et à la plateforme aux points $B_{i,j-1,k}$ et $B_{i,j,k}$, respectivement. En termes de structure (Figure 2.2), on considère que chaque unité possède deux degrés de liberté : un angle de flexion et un angle d'orientation.

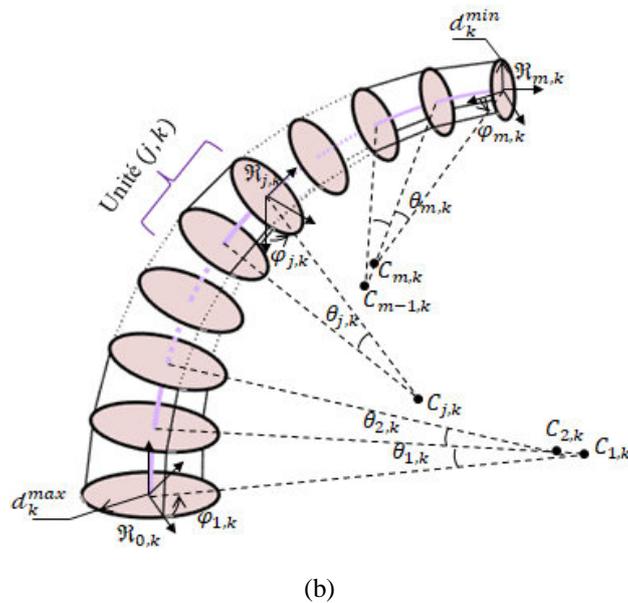
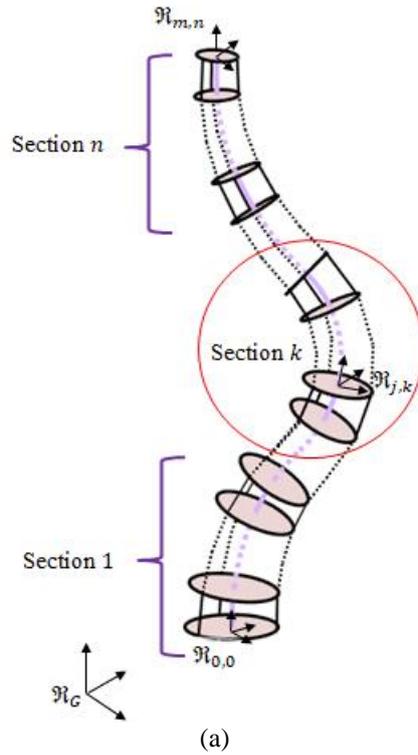


Figure 2.1 : (a) Illustration générale d'un robot continu avec n sections flexibles, (b) Représentation d'une section k .

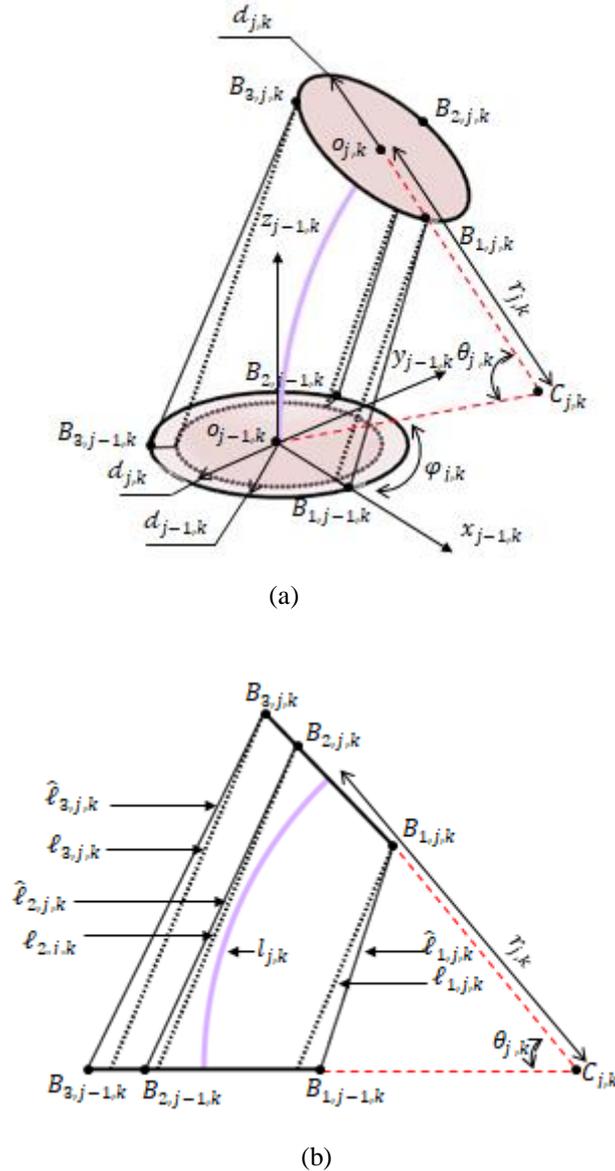


Figure 2.2 : Illustration générale d'une unité (j, k) avec la nomenclature de ses paramètres et variables. (a) configuration spatiale, (b) configuration planaire.

La caractérisation géométrique du robot implique d'établir une relation entre les diverses grandeurs physiques qui décrivent le robot. Pour ce faire, l'axe central du robot flexible, actionné par des câbles/tendons, est modélisé comme un arc de cercle inextensible dans l'espace tridimensionnel (Figure 2.3). À cette fin, deux repères sont définis : un repère $\mathcal{R}_{j,k}$ associé à la plateforme de chaque unité (j, k) et un repère \mathcal{R}_k associé à chaque base de section k , en plus d'un repère global statique noté \mathcal{R}_G . La transition du repère $\mathcal{R}_{j-1,k}$ au repère $\mathcal{R}_{j,k}$ s'effectue par trois rotations successives : une rotation autour de l'axe $z_{j-1,k}$ d'un angle $\varphi_{j,k}$, suivie d'une rotation autour de l'axe $y_{j-1,k}$ par un angle $\theta_{j,k}$, et ensuite une rotation autour de l'axe $z_{j-1,k}$ par un angle $-\varphi_{j,k}$.

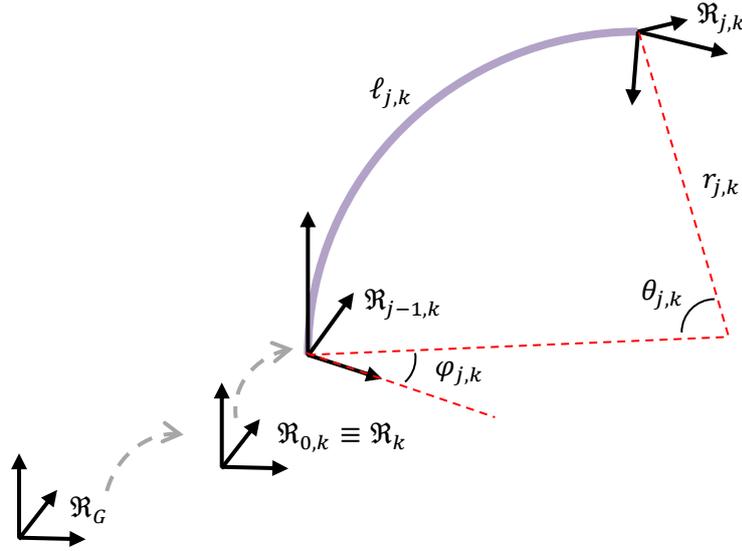


Figure 2.3 : Le passage du repère \mathfrak{R}_G au repère $\mathfrak{R}_{j,k}$.

2.3. Modélisation géométrique directe

La modélisation géométrique directe implique l'élaboration de toutes les relations mathématiques décrivant la position et l'orientation de l'extrémité libre du robot, notées $\mathbf{X} = \{X_n \ Y_n \ Z_n \ \Theta \ \Phi \ \Psi\}$. Ces relations sont définies en fonction des variations des longueurs des câbles ou des tendons (ℓ) par rapport au repère de référence établi à la base du robot. Formellement, ce modèle est représenté par l'équation suivante :

$$\mathbf{X} = f(\ell) \quad (2.1)$$

Pour obtenir le Modèle Géométrique Direct (MGD) d'un robot à plusieurs sections, qu'il soit de forme cylindrique ou conique, une approche de système modulaire a été adoptée. Cette approche consiste d'abord à calculer le MGD d'une unité spécifique (j, k), puis le MGD d'une section k , et enfin le MGD du robot dans son ensemble, en se basant sur les hypothèses mentionnées précédemment. Pour ce faire, nous commençons par présenter l'approche de l'hypothèse de courbure constante. Ensuite, nous détaillons le MGD d'une unité cylindrique, le MGD d'une unité de forme conique, et enfin le MGD du robot à plusieurs sections, qu'il soit de forme cylindrique ou conique.

2.3.1. Hypothèse de courbure constante

En raison de sa simplicité, l'approche basée sur l'hypothèse de courbure constante est une caractéristique essentielle de la modélisation des robots flexibles continuum. Son objectif est de fusionner les fonctions géométriques constitutives afin de synthétiser le modèle

géométrique direct de ces robots. Cette approche se révèle hautement efficace non seulement pour la modélisation des robots à courbure constante, mais également pour les robots flexibles continuum présentant une courbure variable. Comme le montre la Figure 2.4, cette approche résulte de la combinaison d'une transformation indépendante et d'une transformation spécifique.

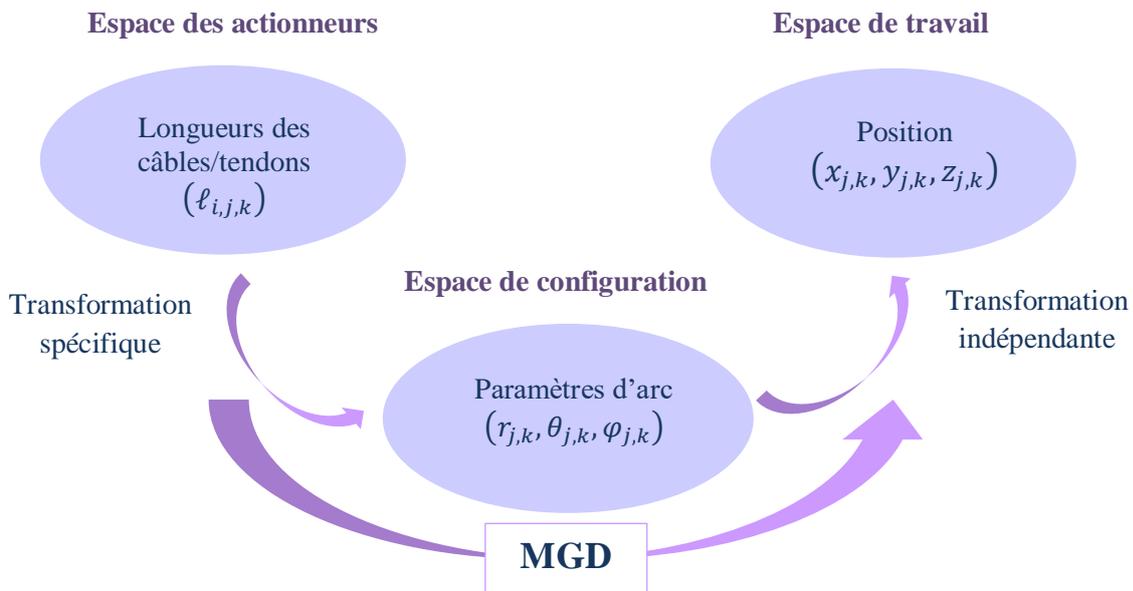


Figure 2.4 : Vue d'ensemble de l'approche basée sur l'hypothèse de courbure constante pour le calcul du MGD.

La transformation indépendante permet d'exprimer de manière efficace l'étendue spatiale dans laquelle le robot peut opérer, définie par les coordonnées $(x_{j,k}, y_{j,k}, z_{j,k})$, en relation avec les paramètres de configuration $(r_{j,k}, \theta_{j,k}, \varphi_k)$. En d'autres termes, elle fournit une représentation de l'espace de travail du robot en fonction de ses paramètres de configuration. D'un autre côté, la transformation spécifique détaille l'espace de configuration $(r_{j,k}, \theta_{j,k}, \varphi_k)$ en fonction de l'espace des actionneurs $(\ell_{i,j,k})$. Cela signifie qu'elle offre une description précise de la position et de l'orientation du robot en fonction des paramètres qui activent ses actionneurs. Ces deux transformations, combinées de manière cohérente, contribuent à la modélisation complète du robot, permettant une représentation exhaustive de ses capacités et de son comportement dans différents contextes opérationnels. Cependant, dans le cas des robots de forme conique, les paramètres d'arc doivent être exprimés en fonction des longueurs des câbles de l'unité conique $(\hat{\ell}_{i,j,k})$. Cette adaptation spécifique prend en compte les particularités géométriques des robots coniques, assurant ainsi une modélisation précise de leur cinématique et de leurs performances.

2.3.2. Modèle géométrique direct d'une unité cylindrique

Le Modèle Géométrique Direct (MGD) d'une unité cylindrique (j, k) vise à décrire la position de l'extrémité de cette unité $(x_{j,k}, y_{j,k}, z_{j,k})$ en fonction des longueurs des actionneurs $(\ell_{i,j,k})$. Pour parvenir à cela, on adopte l'approche de courbure constante. Ce processus débute par le calcul de la transformation indépendante, suivi de la transformation spécifique.

▪ Transformation indépendante

La transformation indépendante décrit la pose du robot $(x_{j,k}, y_{j,k}, z_{j,k})$ en fonction des paramètres d'arc $(r_{j,k}, \theta_{j,k}, \varphi_{j,k})$. Cette transformation est représentée par la matrice de transformation homogène, formulée comme suit :

$$\mathbf{H}_{\mathfrak{R}_{j,k}}^{\mathfrak{R}_{j-1,k}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathfrak{R}_{j,k}}^{\mathfrak{R}_{j-1,k}} & \mathbf{r}_{\mathfrak{R}_{j,k}}^{\mathfrak{R}_{j-1,k}} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

où $\mathbf{R}_{\mathfrak{R}_{j,k}}^{\mathfrak{R}_{j-1,k}}$ et $\mathbf{r}_{\mathfrak{R}_{j,k}}^{\mathfrak{R}_{j-1,k}}$ sont respectivement la matrice d'orientation et le vecteur de position qui définissent le repère $\mathfrak{R}_{j,k}$ par rapport au repère $\mathfrak{R}_{j-1,k}$. Conformément à la Figure 2.3, la matrice de rotation et le vecteur de position peuvent être exprimés comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\mathfrak{R}_{j,k}}^{\mathfrak{R}_{j-1,k}} &= \mathbf{Rot}_{z_{j-1,k}}(\varphi_{j,k}) \cdot \mathbf{Rot}_{y'_{j-1,k}}(\theta_{j,k}) \cdot \mathbf{Rot}_{z'_{j,k}}(-\varphi_{j,k}) \\ &= \begin{bmatrix} c^2\varphi_{j,k}c\theta_{j,k} + s^2\varphi_{j,k} & c\varphi_{j,k}c\theta_{j,k}s\varphi_{j,k} - c\varphi_{j,k}s\varphi_{j,k} & c\varphi_{j,k}s\theta_{j,k} \\ c\varphi_{j,k}c\theta_{j,k}s\varphi_{j,k} - c\varphi_{j,k}s\varphi_{j,k} & s^2\varphi_{j,k}c\theta_{j,k} + c^2\varphi_{j,k} & s\varphi_{j,k}s\theta_{j,k} \\ -c\varphi_{j,k}s\theta_{j,k} & -s\varphi_{j,k}s\theta_{j,k} & c\theta_{j,k} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{r}_{\mathfrak{R}_{j,k}}^{\mathfrak{R}_{j-1,k}} = \begin{cases} r_{j,k}c\varphi_{j,k}(1 - c\theta_{j,k}) \\ r_{j,k}s\varphi_{j,k}(1 - c\theta_{j,k}) \\ r_{j,k}s\theta_{j,k} \end{cases} \quad (2.4)$$

telles que : $c\theta_{j,k} = \cos(\theta_{j,k})$, $s\theta_{j,k} = \sin(\theta_{j,k})$, $c\varphi_{j,k} = \cos(\varphi_{j,k})$, $s\varphi_{j,k} = \sin(\varphi_{j,k})$ et $r_{j,k} = l_{j,k}/\theta_{j,k}$

▪ Transformation spécifique

La transformation spécifique vise à décrire les paramètres d'arc $(r_{j,k}, \theta_{j,k}, \varphi_{j,k})$ en fonction des longueurs des actionneurs de l'unité (j, k) . Cette unité se déforme selon un arc de cercle parfait (voir Figure 2.5) d'une longueur $l_{j,k}$, d'un rayon $r_{j,k}$, et d'un angle $\theta_{j,k}$. On peut en déduire que :

$$r_{j,k} = \frac{l_{j,k}}{\theta_{j,k}} \quad (2.5)$$

avec :

$$r_{j,k} = \frac{1}{k_{j,k}} \quad (2.6)$$

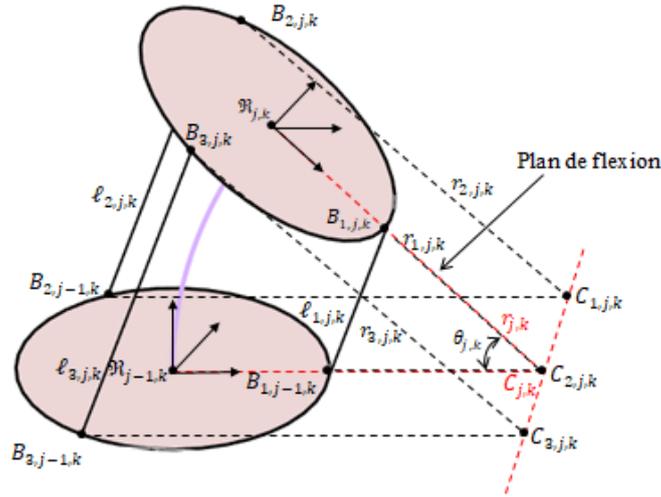


Figure 2.5 : Définition des différents rayons de courbure de l'unité (j, k).

Dans le cas d'un robot flexible continuum actionné par des tendons, ces derniers se déforment selon un arc. Lorsque $\varphi_{j,k} = 0$, la courbe est définie par le centre $C_{j,k}$ de coordonnées $[r_{j,k}, 0, 0]$, et les actionneurs sont situés au centre $C_{i,j,k}$ de coordonnées $[r_{i,j,k}, 0, 0]$, où $r_{j,k}$ et $r_{i,j,k}$ représentent respectivement les rayons de courbure de l'unité (j, k) et des actionneurs (voir Figure 2.5). Ainsi, on peut formuler cela comme suit :

$$r_{i,j,k} = r_{j,k} - d_{j,k} \cos(\gamma_{i,j,k}) \quad (2.7)$$

tel que l'angle $\gamma_{i,j,k}$ représente la disposition angulaire des trois câbles d'actionnement, comme illustré dans la Figure 2.6. Selon cette figure, l'angle $\gamma_{i,j,k}$ pour $i = 1, 2, 3$, peut être formulé en fonction de l'angle d'orientation $\varphi_{j,k}$ de la manière suivante :

$$\gamma_{i,j,k} = \begin{cases} -\varphi_{j,k} & i = 1 \\ \frac{2\pi}{3} - \varphi_{j,k} & i = 2 \\ \frac{4\pi}{3} - \varphi_{j,k} & i = 3 \end{cases} \quad (2.8)$$

En remplaçant l'équation (2.5) dans l'équation (2.7), les longueurs des câbles d'actionnement peuvent être formulées par l'équation suivante :

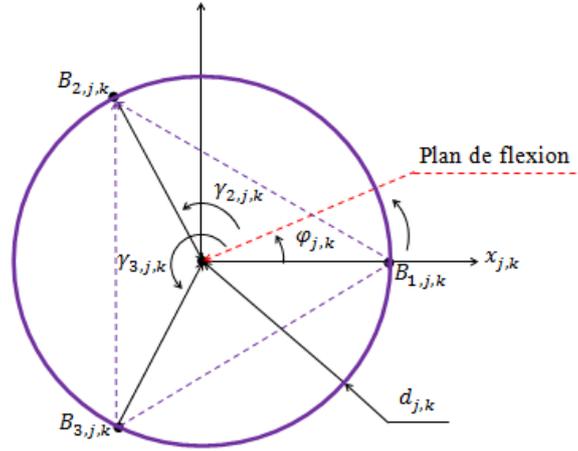


Figure 2.6 : Vue transversale du disque (j, k) présentant la disposition des trois câbles d'actionnement.

$$\ell_{i,j,k} = l_{j,k} - d_{j,k} \theta_{j,k} \cos(\gamma_{i,j,k}) \quad (2.9)$$

En procédant à la sommation des longueurs des trois câbles pour $i = 1, 2, 3$, telles qu'obtenues à partir de l'équation (2.9), et en développant, on obtient :

$$3l_{j,k} = \sum_{i=1}^3 \ell_{i,j,k} - d_{j,k} \theta_{j,k} \sum_{i=1}^3 \cos(\gamma_{i,j,k}) \quad (2.10)$$

tel que :

$$\sum_{i=1}^3 \cos(\gamma_{i,j,k}) = 0 \quad (2.11)$$

et la longueur de l'arc de cercle peut être formulée en fonction des longueurs de câbles comme suit :

$$l_{j,k} = \frac{\ell_{1,j,k} + \ell_{2,j,k} + \ell_{3,j,k}}{3} \quad (2.12)$$

En utilisant l'équation (2.9) pour les câbles d'actionnement 1 et 2, on dérive les équations (2.13) et (2.14). Ensuite, en additionnant ces équations terme à terme et en développant, on aboutit à l'équation (2.15) :

$$l_{j,k} = \ell_{1,j,k} + d_{j,k} \theta_{j,k} \cos(\gamma_{1,j,k}) \quad (2.13)$$

$$l_{j,k} = \ell_{2,j,k} + d_{j,k} \theta_{j,k} \cos(\gamma_{2,j,k}) \quad (2.14)$$

$$\ell_{1,j,k} + d_{j,k} \theta_{j,k} \cos(\gamma_{1,j,k}) = \ell_{2,j,k} + d_{j,k} \theta_{j,k} \cos(\gamma_{2,j,k}) \quad (2.15)$$

En remplaçant l'équation (2.8) dans l'équation (2.15) et en effectuant le développement, on obtient :

$$\ell_{1,j,k} - \ell_{2,j,k} = \frac{1}{2} d_{j,k} \theta_{j,k} (-3 \cos(\varphi_{j,k}) + \sqrt{3} \sin(\varphi_{j,k})) \quad (2.16)$$

En utilisant l'équation (2.9) pour le troisième câble d'actionnement et en substituant l'équation (2.12), on obtient :

$$d_{j,k}\theta_{j,k} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\ell_{1,j,k} + \ell_{2,j,k} - 2\ell_{3,j,k}}{-\cos(\varphi_{j,k}) - \sqrt{3}\sin(\varphi_{j,k})} \quad (2.17)$$

En substituant l'équation (2.17) dans l'équation (2.16), on obtient la formulation suivante :

$$\frac{3(\ell_{1,j,k} - \ell_{2,j,k})}{\ell_{1,j,k} + \ell_{2,j,k} - 2\ell_{3,j,k}} = \frac{-3\cos(\varphi_{j,k}) + \sqrt{3}\sin(\varphi_{j,k})}{-\cos(\varphi_{j,k}) - \sqrt{3}\sin(\varphi_{j,k})} \quad (2.18)$$

Après le développement de l'équation (2.18) et l'utilisation des relations trigonométriques, nous pouvons déduire que l'angle d'orientation $\varphi_{j,k}$ peut être exprimé par la formule suivante :

$$\varphi_{j,k} = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}(\ell_{3,j,k} - \ell_{2,j,k})}{\ell_{2,j,k} + \ell_{3,j,k} - 2\ell_{1,j,k}} \right) \quad (2.19)$$

Cette expression permet de lier l'angle d'orientation $\varphi_{j,k}$ avec les paramètres géométriques et cinématiques du robot flexible continuum, offrant ainsi une représentation mathématique de son orientation en fonction de ses caractéristiques physiques.

Maintenant, en combinant les équations (2.5), (2.6), (2.8) et (2.13), on obtient :

$$k_{j,k} = \frac{l_{j,k} - \ell_{1,j,k}}{d_{j,k}l_{j,k}\cos(\varphi_{j,k})} \quad (2.20)$$

En substituant les équations (2.12) et (2.19) dans l'équation (2.20) et en utilisant la relation trigonométrique $\left(\cos\left(\tan^{-1}\frac{x}{y}\right) = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$, la courbure $k_{j,k}$ peut être exprimée par l'équation suivante :

$$k_{j,k} = \frac{2\ell_{carré}}{d_{j,k}\ell_{tot}} \quad (2.21)$$

telles que :

$$\ell_{carré} = \sqrt{\ell_{1,j,k}^2 + \ell_{2,j,k}^2 + \ell_{3,j,k}^2 - \ell_{1,j,k}\ell_{2,j,k} - \ell_{1,j,k}\ell_{3,j,k} - \ell_{2,j,k}\ell_{3,j,k}} \quad (2.22)$$

$$\ell_{tot} = \ell_{1,j,k} + \ell_{2,j,k} + \ell_{3,j,k} \quad (2.23)$$

L'équation (2.21) fournit une représentation mathématique de la courbure en fonction des paramètres géométriques du robot flexible continuum, intégrant les longueurs des câbles et les rayons de courbure. Elle permet ainsi de quantifier la courbure de l'arc formé par l'unité du robot dans son ensemble.

Finalement, en combinant les équations (2.5), (2.6) et (2.21), on peut déduire que l'angle de flexion peut être exprimé par la formule suivante :

$$\theta_{j,k} = \frac{2\ell_{carré}}{3d_{j,k}} \quad (2.24)$$

2.3.3. Modèle géométrique direct d'une unité de forme conique

Le modèle géométrique direct d'une unité conique peut être élaboré en considérant que l'unité (j, k) se déforme selon un arc de cercle. Cette approche nous permet d'affirmer que chaque section k a la possibilité d'être courbée selon une courbure variable. Afin d'obtenir le modèle géométrique direct d'une unité de forme conique, il est nécessaire d'exprimer les paramètres d'arc $(r_{j,k}, \theta_{j,k}, \varphi_k)$ en fonction des longueurs des câbles $\hat{\ell}_{i,j,k}$. Pour ce faire, il suffit d'établir les relations entre les longueurs $\ell_{i,j,k}$ et les longueurs $\hat{\ell}_{i,j,k}$. Selon la référence [59], ces relations sont données par l'équation suivante (Figure 2.7) :

$$\hat{\ell}_{i,j,k}^2 = \ell_{i,j,k}^2 + (d_{j-1,k} - d_{j,k})^2 - 2\ell_{i,j,k}(d_{j-1,k} - d_{j,k}) \cos(\beta_{i,j,k}) \quad (2.25)$$

Pour une section composée de m unités avec les rayons des disques inférieur et supérieur notés d_k^{max} et d_k^{min} , le rayon d'un tel disque $d_{j,k}$ peut être calculé selon la formule suivante :

$$d_{j,k} = d_k^{max} - \frac{j}{m+1}(d_k^{max} - d_k^{min}) \quad (2.26)$$

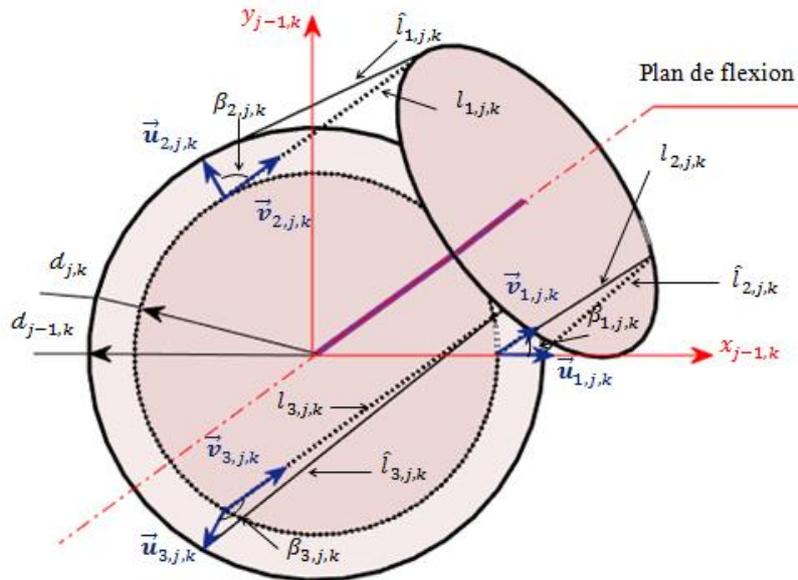


Figure 2.7 : Vue de dessus de l'unité (j, k) présentant la disposition des câbles d'actionnement pour l'unité cylindrique et conique, ainsi que les paramètres géométriques.

Pour exprimer les longueurs $\ell_{i,j,k}$ en fonction de $\hat{\ell}_{i,j,k}$, l'angle $\beta_{i,j,k}$ formé entre les deux vecteurs unitaires $\vec{\mathbf{u}}_{i,j,k}$ et $\vec{\mathbf{v}}_{i,j,k}$ (Figure 2.7) doit être calculé en fonction des paramètres de l'arc de cercle. Etant donné que le vecteur $\vec{\mathbf{u}}_{i,j,k}$ est défini parallèlement au plan $(x_{j-1,k}y_{j-1,k})$, et le vecteur $\vec{\mathbf{v}}_{i,j,k}$ est décrit parallèlement à la longueur de l'unité cylindrique, ces deux vecteurs peuvent être exprimés par les équations suivantes :

$$\vec{\mathbf{u}}_{i,j,k} = \begin{cases} \cos(\gamma_{i,j,k}) \\ \sin(\gamma_{i,j,k}) \\ 0 \end{cases} \quad (2.27)$$

$$\vec{\mathbf{v}}_{i,j,k} = \begin{cases} \sin\left(\frac{\theta_{j,k}}{2}\right) \\ 0 \\ \cos\left(\frac{\theta_{j,k}}{2}\right) \end{cases} \quad (2.28)$$

En effectuant le produit scalaire de ces deux vecteurs et en développant, l'angle $\beta_{i,j,k}$ peut être exprimé par de l'équation (2.30) :

$$\cos(\beta_{i,j,k}) = \frac{\vec{\mathbf{u}}_{i,j,k} \cdot \vec{\mathbf{v}}_{i,j,k}}{\|\vec{\mathbf{u}}_{i,j,k}\| \cdot \|\vec{\mathbf{v}}_{i,j,k}\|} \quad (2.29)$$

$$\beta_{i,j,k} = \cos^{-1}\left(\cos(\gamma_{i,j,k}) \cdot \sin\left(\frac{\theta_{j,k}}{2}\right)\right) \quad (2.30)$$

D'après l'équation (2.25), on peut exprimer $\ell_{i,j,k}$ en fonction de $\hat{\ell}_{i,j,k}$ comme suit :

$$\ell_{i,j,k} = \sqrt{\hat{\ell}_{i,j,k}^2 + (d_{j-1,k} - d_{j,k})^2 \cos^2(\beta_{i,j,k}) + (d_{j-1,k} - d_{j,k})^2} + (d_{j-1,k} - d_{j,k}) \cos(\beta_{i,j,k}) \quad (2.31)$$

Finalement, le Modèle Géométrique Direct (MGD) d'une unité conique peut être dérivé en substituant l'équation (2.31) dans les équations (2.12), (2.19), (2.21) et (2.24). Cependant, cette combinaison ne conduit pas à une solution analytique. Pour résoudre ce problème, la sous-section suivante propose une solution approximative.

2.3.4. Approche proposée

Comme mentionné précédemment, l'intégration de l'équation (2.31) dans les équations fournissant les longueurs des câbles d'actionnement génère des équations dépourvues de solutions analytiques. Afin de remédier à cette situation, une solution approximative basée sur

la méthode d'optimisation est explorée dans la suite de ce chapitre, mais elle est spécifiquement conçue pour le robot planaire [63].

Cette approche repose initialement sur l'optimisation pour déterminer une fonction approximative reliant la variation de la longueur du câble d'actionnement et l'angle de flexion. À cette fin, l'algorithme d'optimisation par essaim de particules, également connu sous le nom de "Particle Swarm Optimization (PSO)" en anglais [68-69, 110], est employé. La fonction de coût à minimiser est définie par l'équation (2.31). Étant donné que chaque robot possède ses propres paramètres géométriques et afin d'éviter la répétition du processus d'optimisation, le résultat de l'optimisation est approximé à l'aide d'une fonction polynomiale.

Cependant, le choix du degré du polynôme dépend de l'erreur générée par l'ajustement sélectionnée et de l'intervalle de l'angle de flexion utilisé. Le Tableau 2.1 compare les ajustements polynomiaux linéaires, quadratiques et cubiques pour la variation de $\theta_{1,1}$ dans l'intervalle $[0, \pi/2]$. Sur la base de ces résultats, l'ajustement polynomiale cubique est retenu pour la suite de ce chapitre. Cette sélection est motivée par son aptitude à mieux capturer la relation complexe entre la variation de la longueur du câble d'actionnement et l'angle de flexion dans la plage spécifiée. Ainsi, cette approche permet d'obtenir une représentation plus précise, ce qui est crucial pour la modélisation dans le contexte du robot continuum planaire considéré.

Tableau 2.1 : Comparaison entre les ajustements polynomiales.

L'erreur de l'ajustement polynomiale			
L'angle de flexion	Linéaire	Quadratique	Cubique
$\theta_{1,1}$	1.46430	0.43667	$2.147 \cdot 10^{-2}$

Étant donné que les câbles d'actionnement sont considérés comme inextensibles d'une part, et que le frottement entre les câbles d'actionnement et les trous de passage dans les disques de guidage (disques intermédiaires pour chaque section du robot) est négligé d'autre part, une relation entre les angles de flexion des sections flexibles peut être établie. Ainsi, cette approche peut être généralisée pour un robot planaire multi-section.

2.3.5. Modèle géométrique direct d'une section

La configuration structurelle d'une section k d'un robot continuum actionné par câbles est conçue comme une chaîne cinématique ouverte constituée de m unités cylindriques/coniques connectées successivement. Ainsi, le modèle géométrique direct de l'unité (j, k) , qu'il soit

cylindrique ou conique et précédemment développé, peut être appliqué pour calculer celui d'une section flexible présentant ces caractéristiques. D'un point de vue mathématique, le Modèle Géométrique Direct (MGD) de la section k , dédié à décrire la position et l'orientation de la plateforme supérieure en fonction des longueurs des câbles d'actionnement, peut être obtenu par la multiplication successive des matrices de transformation propres à chaque unité (j, k) , avec $j = 1, 2, \dots, m$, comme suit :

$$\mathbf{H}_{\mathfrak{R}_k}^{\mathfrak{R}_{k-1}} = \prod_{j=1}^m \mathbf{H}_{\mathfrak{R}_{j,k}}^{\mathfrak{R}_{j-1,k}} \quad (2.32)$$

où la matrice de transformation homogène $\mathbf{H}_{\mathfrak{R}_{j,k}}^{\mathfrak{R}_{j-1,k}}$ est donnée par l'équation (2.2).

2.3.6. Modèle géométrique direct d'un robot flexible continuum

De manière similaire au Modèle Géométrique Direct (MGD) d'une section k , le MGD d'un robot continuum multi-section peut être obtenu par la multiplication successive des matrices de transformation homogène de chaque section k , avec $k = 1, 2, \dots, n$, comme suit :

$$\mathbf{H}_{\mathfrak{R}_n}^{\mathfrak{R}_G} = \mathbf{H}_{\mathfrak{R}_0}^{\mathfrak{R}_G} \prod_{k=1}^n \mathbf{H}_{\mathfrak{R}_k}^{\mathfrak{R}_{k-1}} \quad (2.33)$$

où $\mathbf{H}_{\mathfrak{R}_k}^{\mathfrak{R}_{k-1}}$ est la matrice de transformation homogène de chaque section, déterminée par l'équation (2.32), et $\mathbf{H}_{\mathfrak{R}_0}^{\mathfrak{R}_G}$ représente la matrice de transformation homogène constante qui définit le repère \mathfrak{R}_0 par rapport au repère statique \mathfrak{R}_G .

2.4. Génération de l'espace de travail

L'espace de travail d'un robot est défini comme l'ensemble des positions et orientations accessibles par l'extrémité du robot. Il représente la zone dans laquelle le robot peut effectuer ses mouvements et accomplir ses tâches. L'étude de l'espace de travail est essentielle pour comprendre les capacités opérationnelles du robot et déterminer son utilité dans différents scénarios d'application.

Dans cette section du chapitre, nous nous concentrons spécifiquement sur la détermination de l'espace de travail d'un robot possédant une seule section conique et cylindrique, composé de 5 unités égales, et représenté exclusivement par ses différentes positions. En utilisant les modèles géométriques directs élaborés précédemment, et en tenant compte de la variation de $\theta_{1,1}$ dans l'intervalle $[0, \pi/3]$ et de la variation de φ dans l'intervalle $[0, 2\pi]$, la Figure 2.8 compare l'espace de travail d'un robot continuum actionné par câbles ayant une seule section

conique avec celui ayant une section cylindrique, c'est-à-dire présentant une courbure constante.

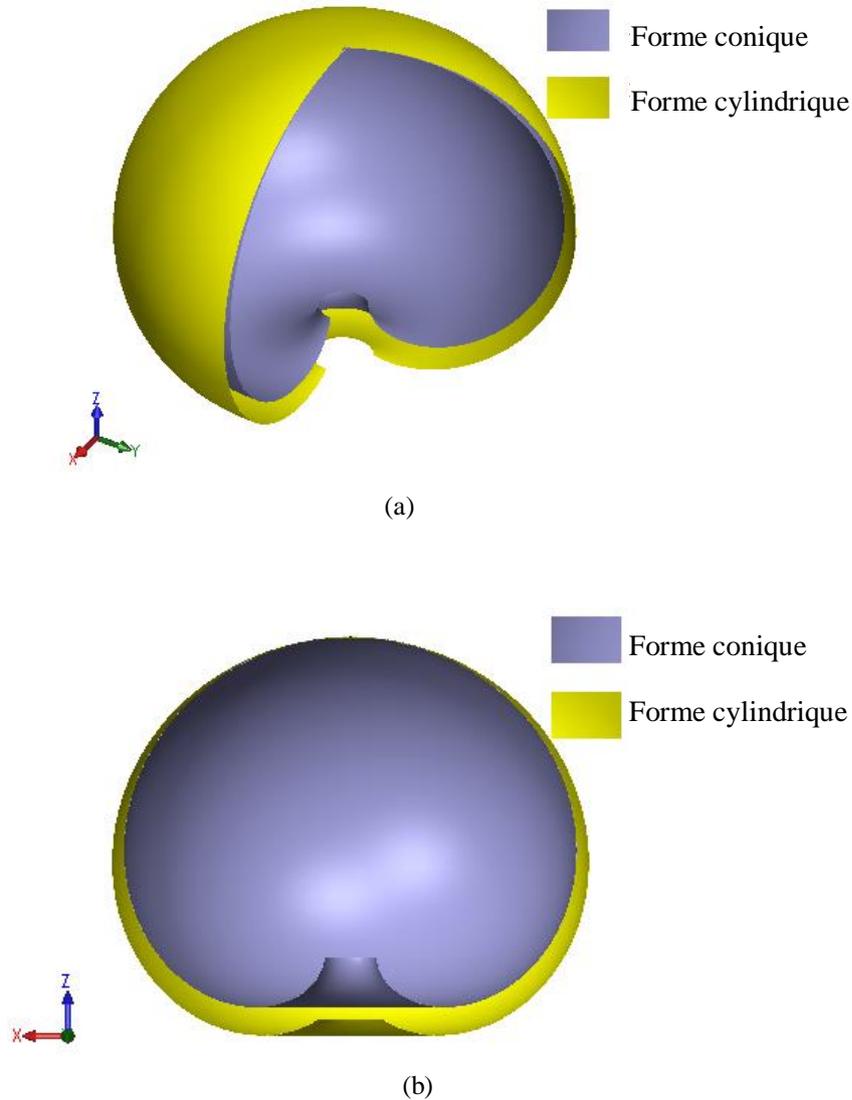


Figure 2.8 : Espace de travail d'une section conique et d'une section cylindrique. (a) Représentation 3D, (b) Représentation 2D.

Parallèlement, la Figure 2.9 offre une comparaison de l'espace de travail, c'est-à-dire la trajectoire générée par l'extrémité libre d'une section conique composée de 5 unités égales, déterminée par l'approche proposée, avec celles générées par les méthodes développées dans les références [59] et [60]. Elle intègre également l'approche de courbure constante (CC), représentant une section de forme cylindrique, ainsi que l'algorithme d'optimisation (PSO), impliquant une approche purement basée sur l'optimisation. Ces éléments enrichissent la compréhension des performances de l'approche proposée en la confrontant à d'autres méthodes et approches existantes. Par ailleurs, pour mettre en évidence les distinctions entre

les méthodes étudiées, la Figure 2.10 expose la déformation de l'axe central de la section du robot examinée. En revanche, étant donné que les résultats obtenus par une approche exclusivement basée sur l'optimisation peuvent se rapprocher davantage de la déformation réelle du robot, la Figure 2.11 illustre les erreurs euclidiennes entre les résultats de cette approche et ceux des autres approches considérées. Selon cette figure, il est évident que l'approche proposée présente un comportement plus fidèle à la réalité du robot, avec des erreurs maximales le long de l'axe X et de l'axe Z inférieures à 1,2 mm et 1,4 mm, respectivement.

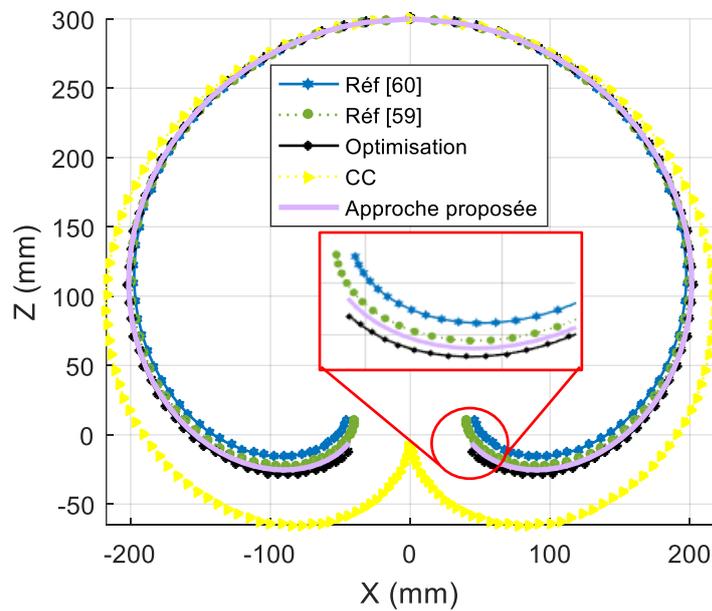


Figure 2.9 : Comparaison de l'espace de travail d'une section conique générée par différentes approches.

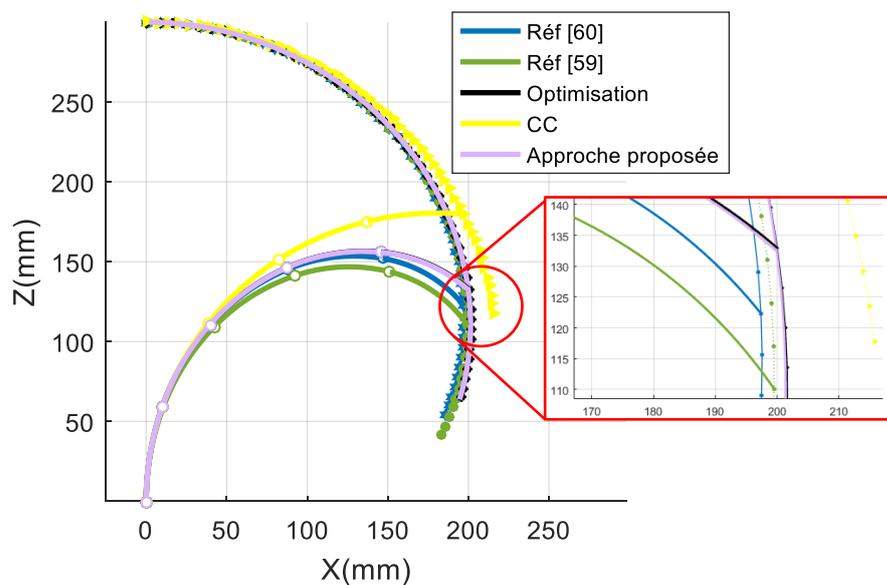


Figure 2.10 : Déformation de l'axe central de la section du robot générée par différentes approches.

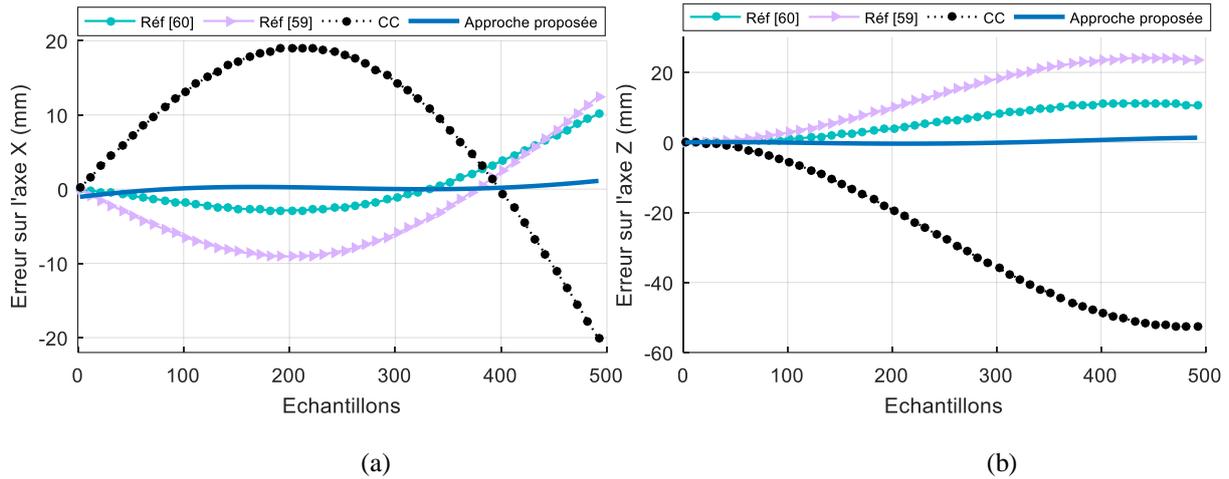


Figure 2.11 : Erreurs euclidiennes. (a) Selon l'axe X, (b) selon l'axe Z.

2.5. Simulations numériques

Dans cette section du chapitre, les modèles géométriques directs élaborés précédemment sont détaillés et simulés dans l'environnement Matlab. Tout d'abord, une explication approfondie de l'approche proposée pour le calcul du MGD est présentée, couvrant à la fois une section conique du robot et un robot multi-sections. Ensuite, ces modèles sont mis en simulation à l'aide du logiciel Matlab. Les paramètres géométriques du robot étudié sont répertoriés dans le Tableau 2.2.

Tableau 2.2: Paramètres géométriques du robot étudié.

Description	Section 1	Section 2
Nombre des unités	5	5
Longueur de la section	300 mm	300 mm
Longueur de l'unité	60 mm	60 mm
Rayon minimale (d_1^{min})	20 mm	10 mm
Rayon maximale (d_1^{max})	30 mm	20 mm

2.5.1. Calcul du MGD pour une section conique d'un robot continuum à câbles :

Explication détaillée de la proposition

L'approche proposée s'articule autour de quatre étapes fondamentales :

Etape 1 : Pour une variation donnée de la longueur d'un des câbles, nous estimons les variations des angles de flexion de chaque unité (j, k), avec $j = 1, \dots, 5$ et $k = 1, 2$, en utilisant la méthode d'optimisation des essaims particulaires (PSO). Ensuite, les

résultats obtenus sont schématiquement représentés à l'aide du logiciel Matlab, comme illustré dans la Figure 2.12.

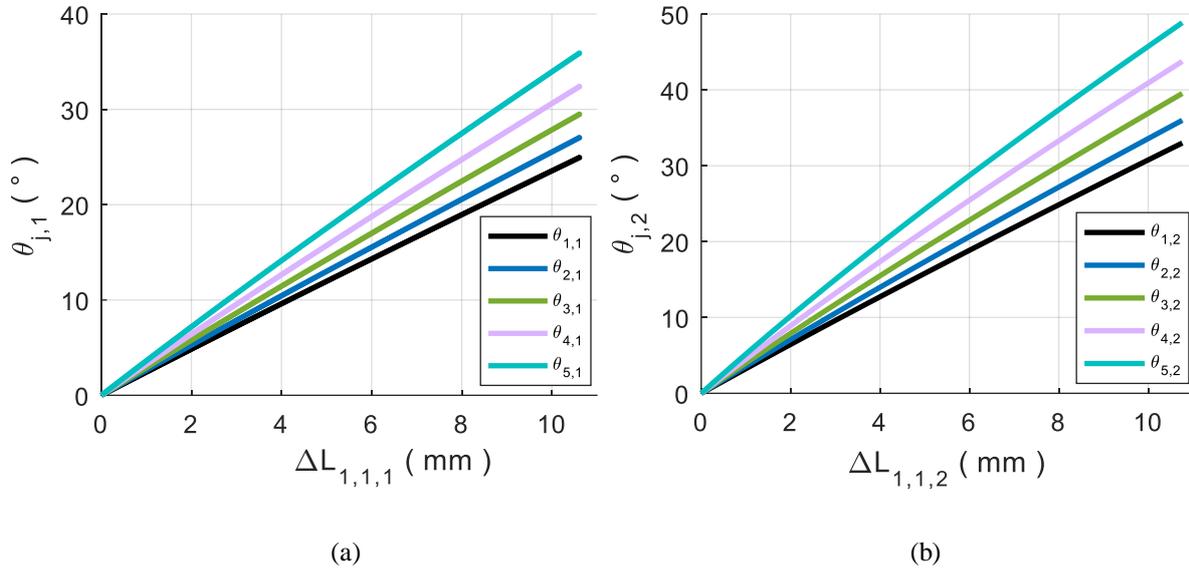


Figure 2.12 : Variation des angles de flexion en fonction de la variation de la longueur du premier câble pour chaque section. (a) Première section du robot, (b) deuxième section du robot.

Etape 2 : La courbe représentant l'évolution de chaque angle estimé en fonction de la variation de la longueur du câble est ajustée par un polynôme cubique à l'aide du logiciel Matlab. La Figure 2.13 offre une comparaison, à titre d'exemple, entre les deux courbes obtenues par l'optimisation et l'approximation par le polynôme cubique pour le premier angle de chaque section du robot. Selon cette figure, les deux courbes sont très proches, avec des erreurs maximales inférieures à 2.10^{-3}° . En choisissant cette approximation, les polynômes d'approximation pour le premier angle de chaque section du robot sont exprimés par les formules suivantes :

$$\theta_{1,1} = 2.0755.10^{-4}\Delta\hat{\ell}_{1,1,1}^3 - 1.0626.10^{-2}\Delta\hat{\ell}_{1,1,1}^2 + 2.4401\Delta\hat{\ell}_{1,1,1} + 5.2612.10^{-4} \quad (2.34)$$

$$\theta_{1,2} = 5.8871.10^{-4}\Delta\hat{\ell}_{1,1,2}^3 - 2.545.10^{-2}\Delta\hat{\ell}_{1,1,2}^2 + 3.2731\Delta\hat{\ell}_{1,1,2} + 8.4017.10^{-4} \quad (2.35)$$

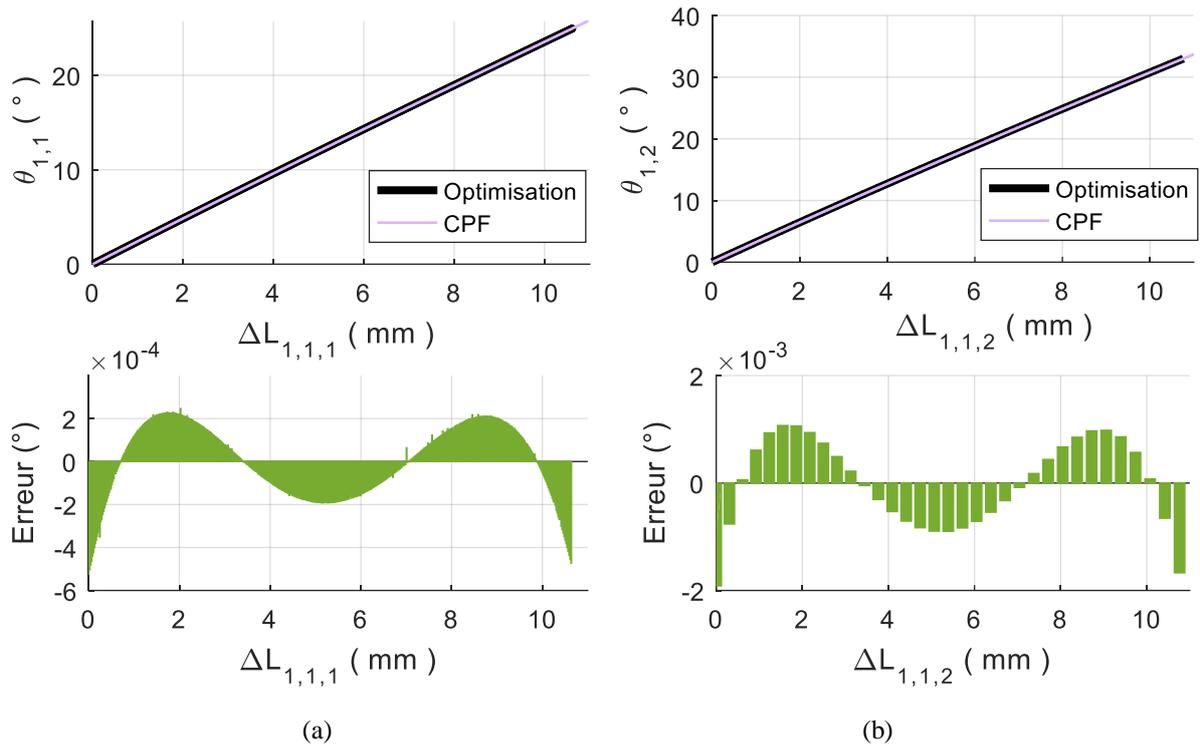


Figure 2.13 : Comparaison entre la courbe obtenue par optimisation et celle obtenue par l'ajustement polynomiale, ainsi que l'erreur euclidienne entre elles. (a) Pour la première section du robot, (b) Pour la deuxième section du robot.

Etape 3 : Pour chaque section du robot, les angles de flexion $\theta_{j,k}$, avec $j=2, \dots, 5$ et $k = 1, 2$, sont exprimés en fonction du premier angle $\theta_{1,k}$. Par la suite, les résultats sont schématiquement représentés, comme illustré dans la Figure 2.14. Il est à noter que la variation de ces angles de flexion dépend fortement de la géométrie du robot.

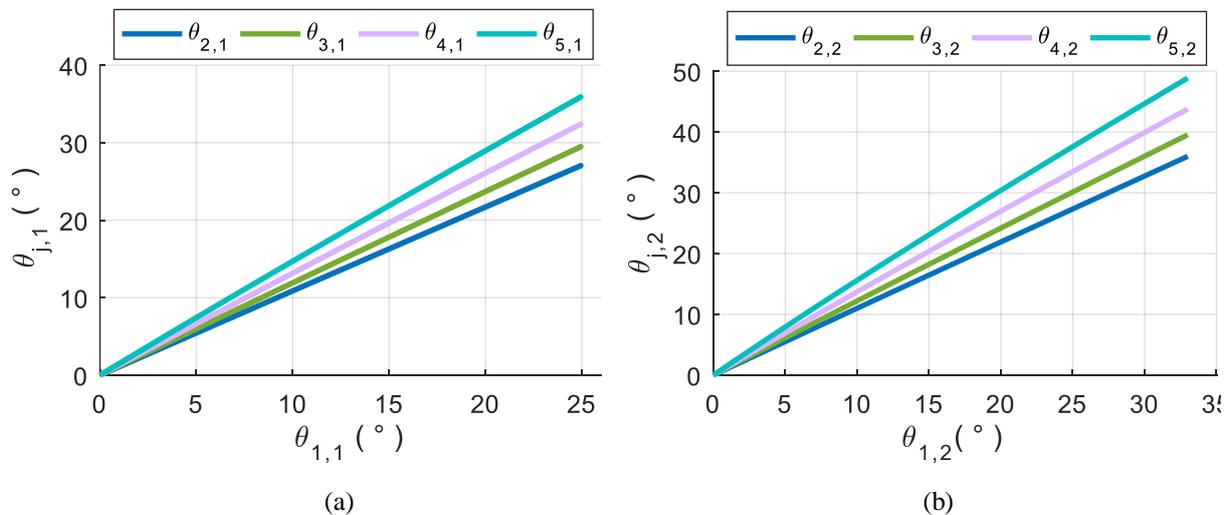


Figure 2.14 : La variation des angles de flexion $\theta_{j,k}$ en fonction de l'angle estimé $\theta_{1,k}$. (a) Pour la première section du robot, (b) Pour la deuxième section du robot.

Etape 4 : Afin de réduire le nombre de variables intervenant dans le MGD, les angles de flexion $\theta_{j,k}$, avec $j = 2, \dots, 5$, pour chaque section du robot ($k = 1, 2$) sont exprimés en fonction de leur premier angle à l'aide d'ajustements polynomiaux cubiques. Les équations (2.36) et (2.37) illustrent cette approximation où les valeurs des coefficients des quatre polynômes $c_{1,j,k}$, $c_{2,j,k}$, $c_{3,j,k}$ et $c_{4,j,k}$ sont données dans les Tableaux 2.3 et 2.4, respectivement. Pour confirmer ces approximations, la Figure 2.14, à titre d'exemple, montre la comparaison entre les courbes obtenues par l'optimisation et l'approximation par le polynôme cubique pour la première section du robot.

$$\theta_{j,1} = c_{1,j,1}\theta_{1,1}^3 + c_{2,j,1}\theta_{1,1}^2 + c_{3,j,1}\theta_{1,1} + c_{4,j,1} \quad (2.36)$$

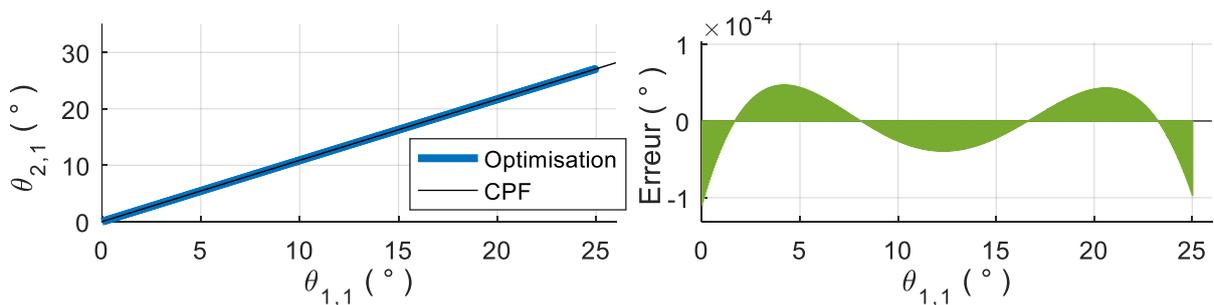
$$\theta_{j,2} = c_{1,j,2}\theta_{1,2}^3 + c_{2,j,2}\theta_{1,2}^2 + c_{3,j,2}\theta_{1,2} + c_{4,j,2} \quad (2.37)$$

Tableaux 2.3: Coefficients des polynômes d'approximation cubique pour la première section.

$\theta_{j,1}$	$c_{1,j,1}$	$c_{2,j,1}$	$c_{3,j,1}$	$c_{4,j,1}$
$\theta_{2,1}$	$3.052 \cdot 10^{-6}$	$-3.608 \cdot 10^{-4}$	1.0908	$1.097 \cdot 10^{-4}$
$\theta_{3,1}$	$7.914 \cdot 10^{-6}$	$-9.088 \cdot 10^{-4}$	1.1997	$3.371 \cdot 10^{-4}$
$\theta_{4,1}$	$1.586 \cdot 10^{-5}$	$-1.759 \cdot 10^{-3}$	1.3326	$8.113 \cdot 10^{-4}$
$\theta_{5,1}$	$2.935 \cdot 10^{-5}$	$-3.115 \cdot 10^{-3}$	1.4984	$1.829 \cdot 10^{-3}$

Tableau 2.4: Coefficient de l'approximation polynomiale cubique pour la deuxième section.

$\theta_{j,2}$	$c_{1,j,2}$	$c_{2,j,2}$	$c_{3,j,2}$	$c_{4,j,2}$
$\theta_{2,2}$	$4.4545 \cdot 10^{-6}$	$-5.7804 \cdot 10^{-4}$	1.1051	$2.1024 \cdot 10^{-4}$
$\theta_{3,2}$	$1.2322 \cdot 10^{-5}$	$-1.508 \cdot 10^{-3}$	1.2347	$7.0108 \cdot 10^{-4}$
$\theta_{4,2}$	$2.6667 \cdot 10^{-5}$	$-3.0443 \cdot 10^{-3}$	1.3984	$1.861 \cdot 10^{-3}$
$\theta_{5,2}$	$5.3983 \cdot 10^{-5}$	$-5.6739 \cdot 10^{-3}$	1.6113	$4.715 \cdot 10^{-3}$



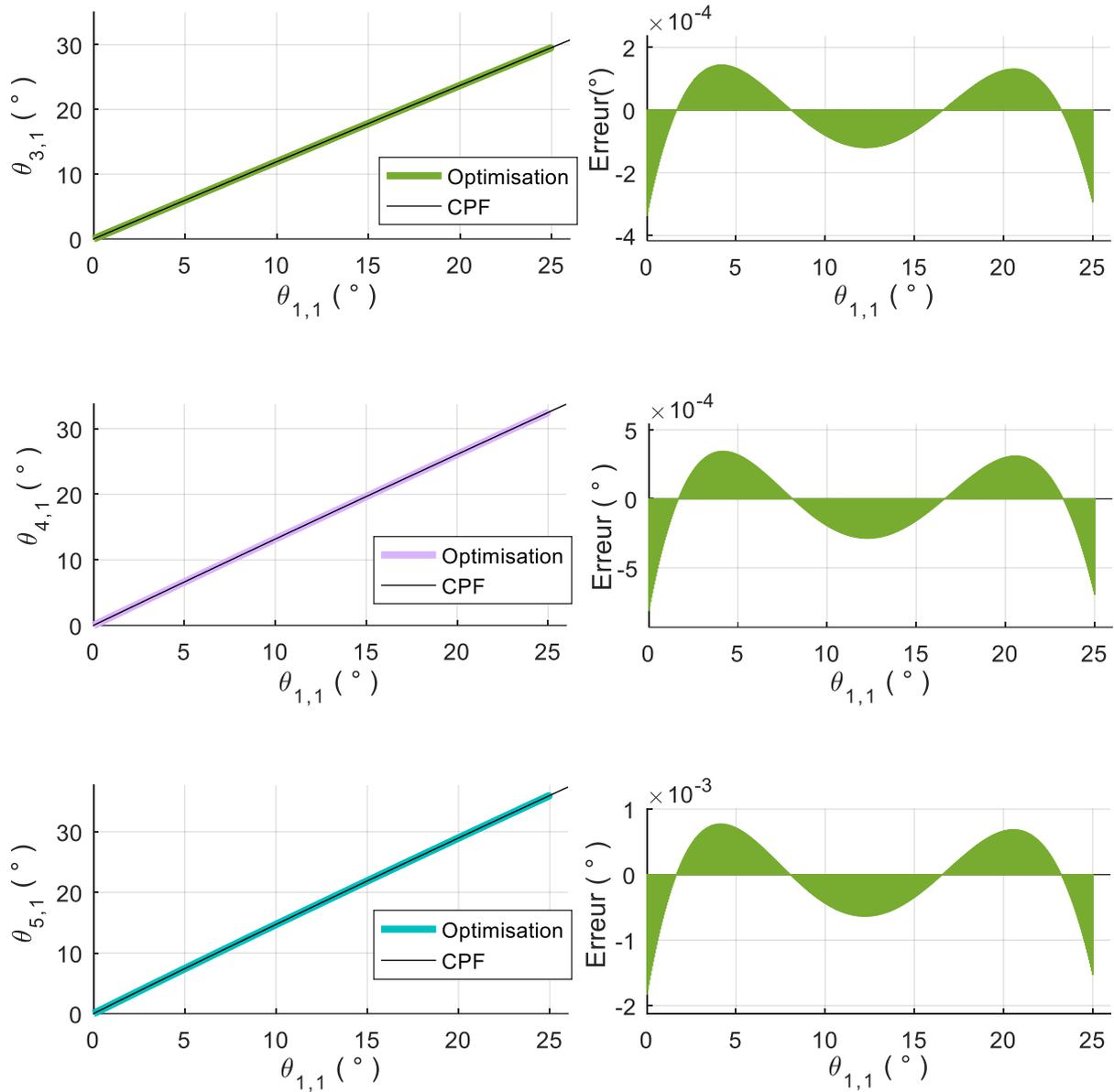


Figure 2.15 : Une comparaison et une analyse de l'erreur des valeurs exactes et approximées des angles de flexion $\theta_{j,1}$ en fonction du premier angle $\theta_{1,1}$.

Pour clarifier davantage l'approche proposée, nous l'appliquons à un robot à une section et à deux sections. Les paramètres géométriques des robots sont précédemment présentés dans le Tableau 2.2.

2.5.2. Application 1 : simulation du MGD d'une section conique

Pour des variations données des longueurs des câbles, la Figure 2.16 présente quelques représentations visuelles comparant la configuration du robot à une section conique avec celle du robot de section cylindrique, c'est-à-dire à courbure constante.

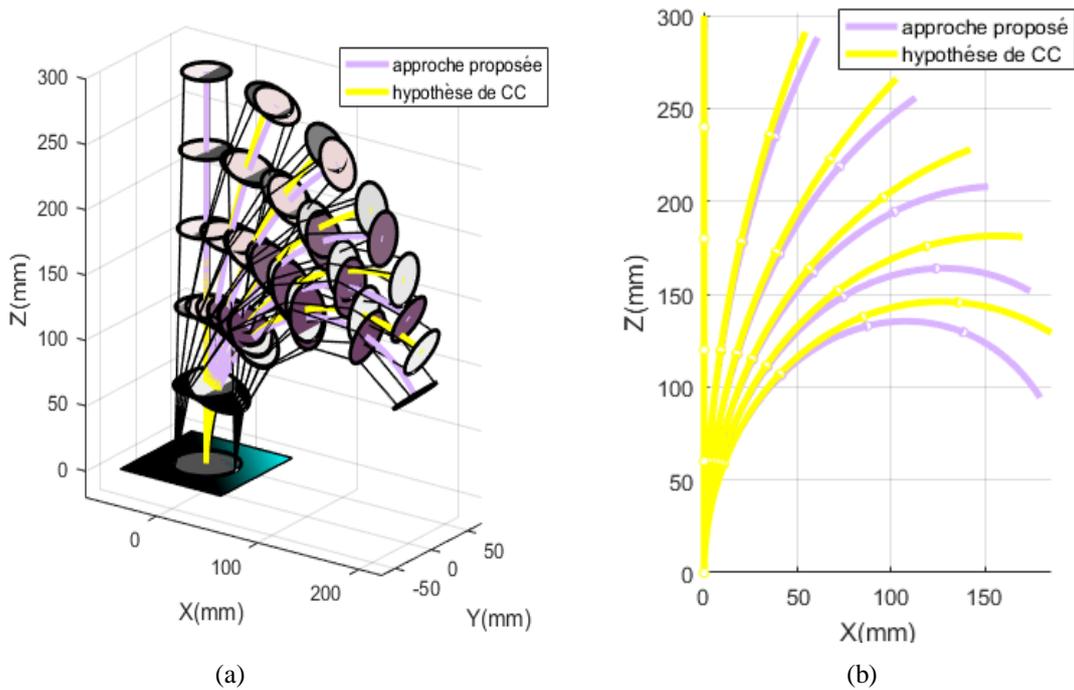


Figure 2.16 : Quelques configurations du robot à une section conique comparé à celle du robot de section cylindrique. (a) Configuration 3D, (b) Configuration 2D présentant uniquement l'axe central du robot.

2.5.3. Application 2 : simulation du MGD d'un robot à deux sections

Pour simuler un robot à deux sections, les variations des longueurs des câbles, telles qu'illustrées dans la Figure 2.17, sont utilisées comme entrée dans le MGD. Les configurations du robot générées en sortie du MGD sont représentées comme le montre la Figure 2.18.

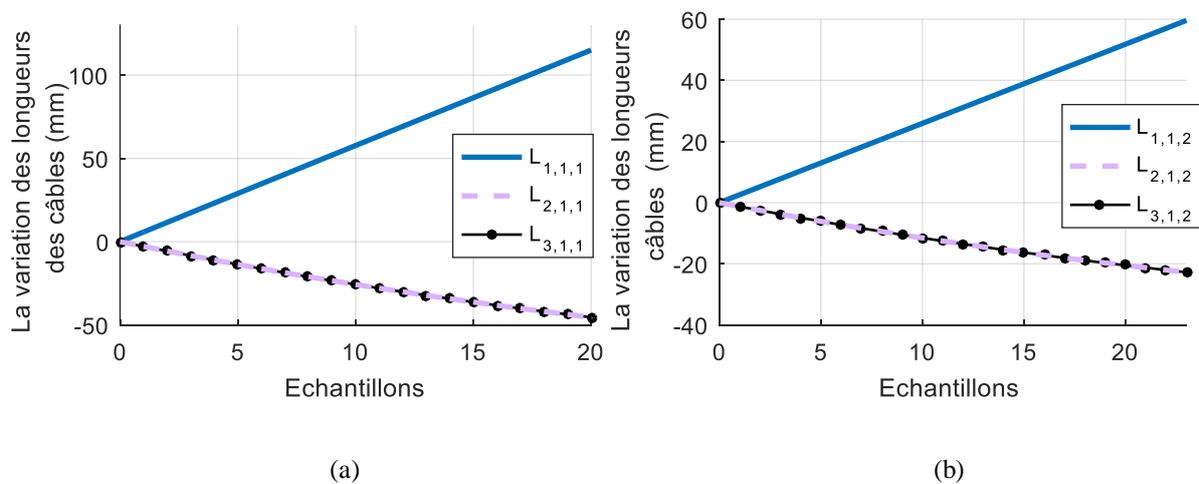


Figure 2.17 : Variation des longueurs des câbles d'actionnement. (a) pour la première section du robot, (b) pour la deuxième section du robot.

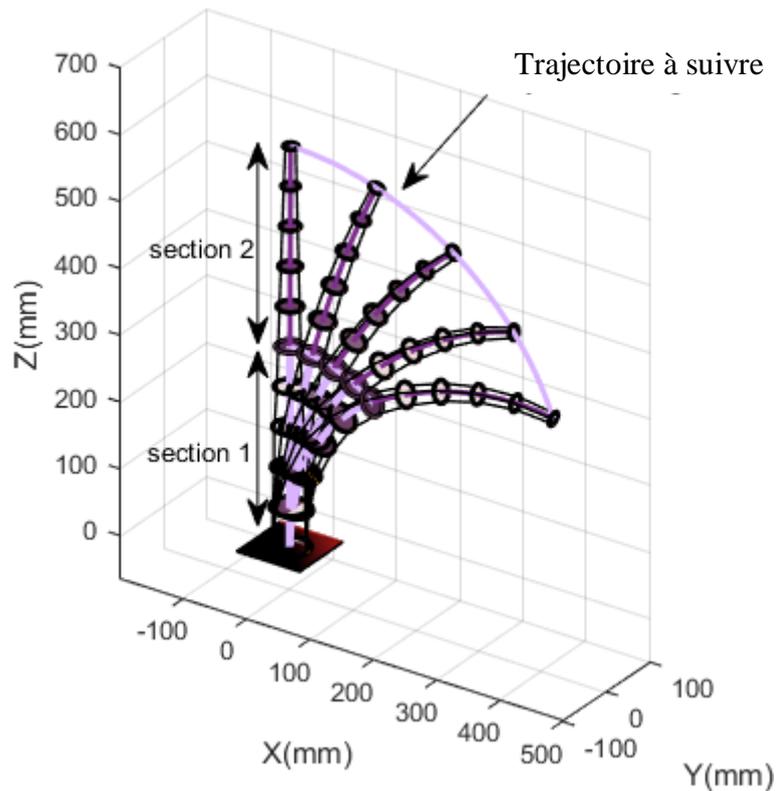


Figure 2.18 : Quelques configurations du robot à deux sections.

2.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une description générale de la structure d'un robot continuum flexible actionné par câbles, caractérisé par une courbure variable, notamment des sections de forme conique. L'objectif initial de cette démarche est de définir les paramètres géométriques intrinsèques nécessaires à l'élaboration des modèles mathématiques. Nous avons ensuite brièvement exposé l'approche à courbure constante. En utilisant un système modulaire et adoptant l'approche à courbure constante, les modèles géométriques directs pour une unité, une section et l'ensemble du robot, tous ayant des formes cylindriques, peuvent être aisément déduits à l'aide de relations mathématiques simples. En revanche, dans le cas conique, l'obtention de ces modèles est plus complexe. Pour remédier à cette situation, nous avons proposé une approche basée sur l'optimisation et l'approximation polynomiale, spécifiquement dédiée au robot planaire. De plus, l'espace de travail d'une section conique a été généré et comparé à d'autres espaces de travail générés par des approches existantes dans la littérature. Enfin, des simulations sous Matlab ont été présentées pour confirmer et valider les modèles discutés.

Modélisation géométrique inverse et génération de trajectoire

Sommaire

3.1.	Introduction	49
3.2.	Modélisation géométrique inverse	49
3.2.1.	Modèle géométrique inverse d'une unité cylindrique	50
3.2.2.	Modèle géométrique inverse d'une unité conique	53
3.2.3.	Modèle géométrique inverse d'un robot à une section	53
3.3.	Algorithme cinématique en boucle (CLIK)	54
3.4.	Simulation numérique	55
3.4.1.	Simulation du suivi d'une trajectoire dans le plan	56
3.4.2.	Simulation du suivi d'une trajectoire dans l'espace	60
3.5.	Conclusion	65

3.1. Introduction

La modélisation géométrique inverse représente une phase cruciale et indispensable du processus de planification de trajectoires et de contrôle des robots. Son objectif principal est de déterminer les angles, positions ou déplacements des actionneurs d'un robot en fonction de la position et de l'orientation souhaitées pour son extrémité ou son outil. En fournissant des outils mathématiques et algorithmiques essentiels, la modélisation géométrique inverse résout efficacement le problème de la cinématique inverse, permettant ainsi une planification précise et un contrôle optimisé des mouvements des robots dans diverses applications. Cependant, la résolution du Modèle Géométrique Inverse (MGI) dépend de plusieurs critères, notamment le nombre de degrés de liberté du robot, la complexité de sa structure cinématique, la possible présence de singularités, ainsi que la nature des contraintes imposées par l'environnement ou la tâche à accomplir. Par exemple, le nombre de degrés de liberté influence directement la dimension de l'espace des solutions, tandis que la complexité de la structure cinématique peut rendre le problème plus ou moins ardu. La prise en compte des singularités est également essentielle pour garantir la stabilité du modèle. Enfin, les contraintes spécifiques de l'environnement ou de la tâche ajoutent une couche de complexité, nécessitant une approche adaptative pour assurer le succès de la résolution du modèle géométrique inverse.

En ce qui concerne les robots flexibles continuum, diverses contributions ont été suggérées dans la littérature, la plupart étant élaborées selon l'approche de courbure constante [51-52]. Dans le cadre de ce chapitre, nous présentons l'algorithme cinématique inverse en boucle fermée, connu sous le nom de Closed-Loop Inverse Kinematic (CLIK) algorithm en anglais, conçu pour résoudre le problème du modèle géométrique inverse (MGI) d'un robot flexible continuum actionné par câbles. La première partie de ce chapitre se concentre sur l'approche de courbure constante, présentant le modèle géométrique inverse d'une unité de forme cylindrique et conique, ainsi que celui d'un robot à une section de forme cylindrique. Ensuite, l'algorithme CLIK est développé et appliqué pour résoudre le MGI d'un robot à une section de forme conique.

3.2. Modélisation géométrique inverse

La modélisation géométrique inverse d'un robot flexible continuum actionné par câbles/tendons consiste à décrire la variation des longueurs des actionneurs de chaque section (ℓ) du robot en fonction de la posture désirée (position et orientation) de son extrémité libre (\mathbf{X}). Formellement, ce modèle est représenté par l'équation suivante :

$$\boldsymbol{\ell} = f^{-1}(\mathbf{X}) \quad (3.1)$$

À présent, nous élaborons le modèle géométrique inverse d'une unité possédant une forme cylindrique et conique, ainsi que celui d'un robot à une section de forme cylindrique. Pour ce faire, nous résumons brièvement l'approche reposant sur l'hypothèse de courbure constante. Comme exposé dans le chapitre 2, cette méthode repose sur deux transformations : la transformation indépendante et la transformation spécifique, comme visualisé dans la Figure 3.1. La transformation spécifique au robot convertit l'espace des actionneurs en espace de configuration, tandis que la transformation indépendante convertit l'espace de configuration en espace de tâches.

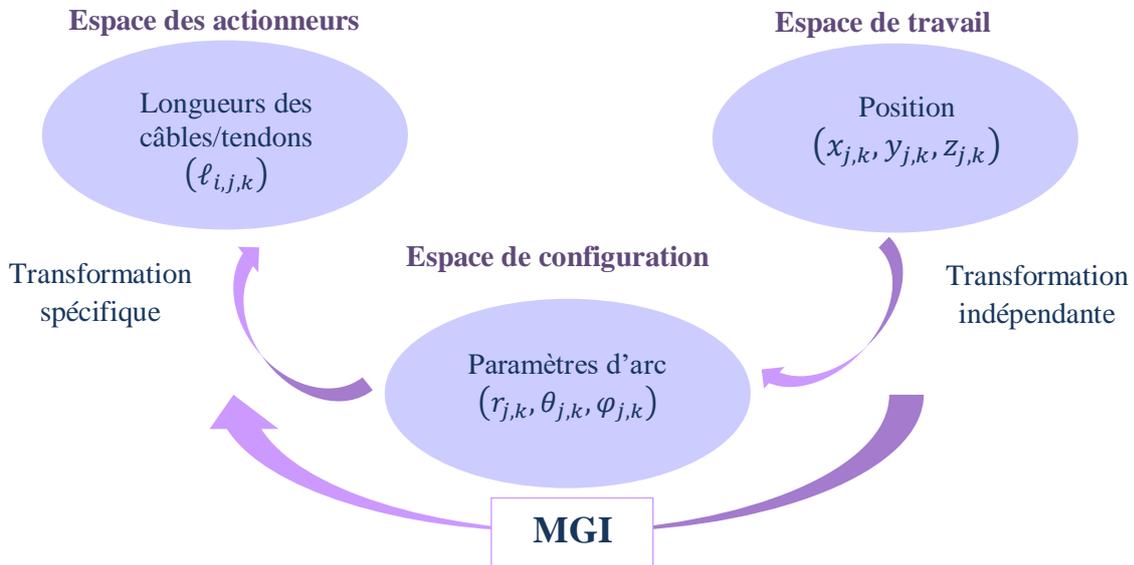
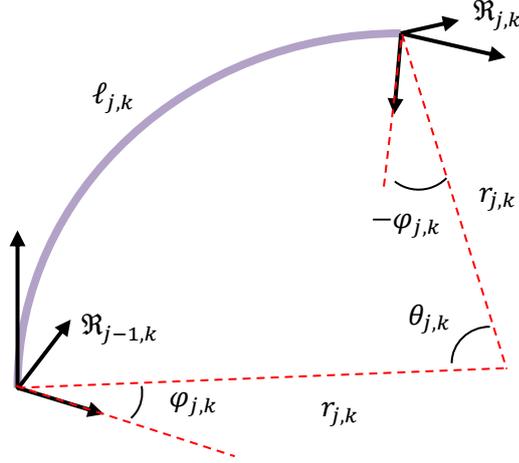


Figure 3.1 : Vue d'ensemble de l'approche basée sur l'hypothèse de courbure constante pour le calcul du MGI.

3.2.1. Modèle géométrique inverse d'une unité cylindrique

En se référant à la Figure 3.1, le modèle géométrique inverse d'une unité de forme cylindrique (j, k) peut être déterminé en deux étapes en utilisant d'abord la transformation indépendante, suivie de la transformation spécifique. Pour la transformation indépendante, on se réfère à la Figure 3.2, qui représente l'axe central de l'unité (j, k) où les paramètres géométriques sont illustrés. Selon cette Figure, l'angle d'orientation $\varphi_{j,k}$ peut être facilement obtenu en utilisant la tangente, comme le démontre la formule suivante :

$$\varphi_{j,k} = \tan^{-1} \left(\frac{y_{j,k}}{x_{j,k}} \right) \quad (3.2)$$


 Figure 3.2 : Présentation de l'axe central de l'unité (j, k) .

De la même manière, sur le plan géométrique, les coordonnées cartésiennes de l'extrémité de l'unité, $\mathfrak{R}_{j,k}$, par rapport à $\mathfrak{R}_{j-1,k}$, peuvent être exprimées en fonction des paramètres géométriques de l'arc, selon l'équation suivante :

$$\begin{cases} x_{j,k} = r_{j,k} c\varphi_{j,k} (1 - c\theta_{j,k}) \\ y_{j,k} = r_{j,k} s\varphi_{j,k} (1 - c\theta_{j,k}) \\ z_{j,k} = r_{j,k} s\theta_{j,k} \end{cases} \quad (3.3)$$

tels que :

$$r_{j,k} = \frac{1}{k_{j,k}} = \frac{\ell_{j,k}}{\theta_{j,k}} \quad (3.4)$$

Pour calculer la courbure $k_{j,k}$, en élevant au carré les termes de l'équation (3.3), on obtient :

$$\begin{cases} x_{j,k}^2 = r_{j,k}^2 c^2\varphi_{j,k} (1 - c\theta_{j,k})^2 \\ y_{j,k}^2 = r_{j,k}^2 s^2\varphi_{j,k} (1 - c\theta_{j,k})^2 \\ z_{j,k}^2 = r_{j,k}^2 s^2\theta_{j,k} \end{cases} \quad (3.5)$$

En procédant à la somme des termes de l'équation (3.5) et en appliquant les relations trigonométriques, celle-ci peut être exprimée de la manière suivante :

$$x_{j,k}^2 + y_{j,k}^2 + z_{j,k}^2 = 4r_{j,k}^2 s^2 \left(\frac{\theta_{j,k}}{2} \right) \quad (3.6)$$

D'autre part, en additionnant les deux premiers termes de l'équation (3.5) et en prenant ensuite la racine carrée, on obtient :

$$\sqrt{x_{j,k}^2 + y_{j,k}^2} = 2r_{j,k} s^2 \left(\frac{\theta_{j,k}}{2} \right) \quad (3.7)$$

Finalement, pour déterminer la courbure, en divisant chaque terme de l'équation (3.6) par celui de l'équation (3.7), on obtient :

$$k_{j,k} = \frac{2\sqrt{x_{j,k}^2 + y_{j,k}^2}}{x_{j,k}^2 + y_{j,k}^2 + z_{j,k}^2} \quad (3.8)$$

Pour déterminer le troisième paramètre géométrique de l'arc, $\theta_{j,k}$, en remplaçant le troisième terme de l'équation (3.3) dans l'équation (3.9), on obtient :

$$\theta_{j,k} = \sin^{-1} \left(\frac{2z_{j,k} \sqrt{x_{j,k}^2 + y_{j,k}^2}}{x_{j,k}^2 + y_{j,k}^2 + z_{j,k}^2} \right) \quad (3.9)$$

Pour la transformation spécifique, on se réfère au deuxième chapitre. Ainsi, la longueur des câbles d'actionnement en fonction des paramètres géométriques de l'arc peut être exprimée par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \ell_{1,j,k} = l_{j,k} - d_{j,k} \theta_{j,k} \cos(\varphi_{j,k}) \\ \ell_{2,j,k} = l_{j,k} - d_{j,k} \theta_{j,k} \left(-\frac{1}{2} \cos(\varphi_{j,k}) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\varphi_{j,k}) \right) \\ \ell_{3,j,k} = l_{j,k} - d_{j,k} \theta_{j,k} \left(-\frac{1}{2} \cos(\varphi_{j,k}) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\varphi_{j,k}) \right) \end{cases} \quad (3.10)$$

Enfin, le MGI de l'unité de forme cylindrique peut être obtenu en substituant les équations (3.2) et (3.9) dans l'équation (3.10). On aura :

$$\begin{cases} \ell_{1,j,k} = l_{j,k} - d_{j,k} \sin^{-1} \left(\frac{2z_{j,k} \sqrt{x_{j,k}^2 + y_{j,k}^2}}{x_{j,k}^2 + y_{j,k}^2 + z_{j,k}^2} \right) \cos \left(\tan^{-1} \left(\frac{y_{j,k}}{x_{j,k}} \right) \right) \\ \ell_{2,j,k} = l_{j,k} - d_{j,k} \sin^{-1} \left(\frac{2z_{j,k} \sqrt{x_{j,k}^2 + y_{j,k}^2}}{x_{j,k}^2 + y_{j,k}^2 + z_{j,k}^2} \right) \left(-\frac{1}{2} \cos \left(\tan^{-1} \left(\frac{y_{j,k}}{x_{j,k}} \right) \right) \right. \\ \quad \left. + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \left(\tan^{-1} \left(\frac{y_{j,k}}{x_{j,k}} \right) \right) \right) \\ \ell_{3,j,k} = l_{j,k} - d_{j,k} \sin^{-1} \left(\frac{2z_{j,k} \sqrt{x_{j,k}^2 + y_{j,k}^2}}{x_{j,k}^2 + y_{j,k}^2 + z_{j,k}^2} \right) \left(-\frac{1}{2} \cos \left(\tan^{-1} \left(\frac{y_{j,k}}{x_{j,k}} \right) \right) \right. \\ \quad \left. - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \left(\tan^{-1} \left(\frac{y_{j,k}}{x_{j,k}} \right) \right) \right) \end{cases} \quad (3.11)$$

3.2.2. Modèle géométrique inverse d'une unité conique

Contrairement au Modèle Géométrique Direct (MGD), le Modèle Géométrique Inverse (MGI) de l'unité de forme conique, sous l'hypothèse de courbure constante, est facile à obtenir à l'aide de quelques relations mathématiques simples. Ainsi, en référence à la Figure 2.7, les longueurs des câbles de l'unité conique peuvent être exprimées en fonction de celles de l'unité cylindrique à l'aide de la formule suivante [59]:

$$\tilde{\ell}_{i,j,k}^2 = \ell_{i,j,k}^2 + (d_{j-1,k} - d_{j,k})^2 - 2\ell_{i,j,k}(d_{j-1,k} - d_{j,k}) \cos(\beta_{i,j,k}) \quad (3.12)$$

De manière similaire, en conformité avec la Figure 2.7, l'angle $\beta_{i,j,k}$ peut être déterminé comme suit :

$$\beta_{i,j,k} = \begin{cases} \cos^{-1} \left(\cos(\varphi_{j,k}) \cdot \sin \left(\frac{\theta_{j,k}}{2} \right) \right) & i = 1 \\ \cos^{-1} \left(\left(-\frac{1}{2} \cos(\varphi_{j,k}) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\varphi_{j,k}) \right) \cdot \sin \left(\frac{\theta_{j,k}}{2} \right) \right) & i = 2 \\ \cos^{-1} \left(\left(-\frac{1}{2} \cos(\varphi_{j,k}) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\varphi_{j,k}) \right) \cdot \sin \left(\frac{\theta_{j,k}}{2} \right) \right) & i = 3 \end{cases} \quad (2.13)$$

En substituant les équations (3.2) et (3.9) dans l'équation (3.14), et en remplaçant ensuite les équations (3.11) et (3.14) dans l'équation (3.12), on obtient le MGI de l'unité conique.

3.2.3. Modèle géométrique inverse d'un robot à une section

Sous l'hypothèse de la courbure constante et en utilisant les conclusions tirées des résultats obtenues dans la sous-section 3.2.1, le MGI d'un robot flexible continuum, constitué de m unités identiques, c'est-à-dire de forme cylindrique, peut être facilement déterminé en utilisant l'équation suivante :

$$\ell_{i,k} = \sum_{j=1}^m \ell_{i,j,k} \quad (2.14)$$

Cependant, la détermination du MGI d'un robot avec une section de forme conique devient complexe et impossible en suivant la démarche précédente, étant donné que chaque unité possède pratiquement ses propres paramètres d'arc. Pour surmonter cette complexité, nous proposons d'utiliser l'algorithme cinématique en boucle fermée (CLIK), dont le développement est exposé ci-dessous.

3.3. Algorithme cinématique en boucle fermée (CLIK)

La principale idée de cet algorithme repose sur le Modèle Cinématique Direct (MCD) du robot, qui, dans ce cas, est représenté par une seule section de forme conique. Notable pour sa transformation indépendante, le MCD exprime la vitesse dans l'espace opérationnel, $\dot{\mathbf{X}}(t)$, en fonction de la vitesse de l'espace de configuration, $\dot{\mathbf{Q}}(t)$. Dans sa forme générale, ce modèle peut être exprimé par la relation suivante :

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{J}(\mathbf{Q})\dot{\mathbf{Q}}(t) \quad (3.15)$$

où $\dot{\mathbf{X}}$ et $\dot{\mathbf{Q}}$ représentent respectivement les vecteurs de vitesse de l'espace opérationnel et de l'espace de configuration. Le vecteur \mathbf{Q} désigne les variables de l'espace de configuration, à savoir l'angle de flexion et l'angle d'orientation de chaque unité constituant le robot, telles que définies par les équations (3.16) et (3.17). $\mathbf{J}(\mathbf{Q})$ représente la matrice Jacobienne de dimension $3 \times (m + 1)$. On peut obtenir cette matrice de manière analytique en effectuant une différenciation directe du modèle géométrique direct par rapport à la variable de l'espace de configuration, c'est-à-dire les paramètres d'arc $\theta_{j,k}$ et φ_k , avec $j = 1, 2, \dots, m$, comme illustré dans l'équation (3.18).

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = [\dot{x}(t) \quad \dot{y}(t) \quad \dot{z}(t)]^T \quad (3.16)$$

$$\dot{\mathbf{Q}}(t) = [\dot{\theta}_{1,k}(t) \quad \dot{\theta}_{2,k}(t) \quad \dots \quad \dot{\theta}_{m,k}(t) \quad \dot{\varphi}_k]^T \quad (3.17)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{Q}) = \frac{\partial [x(t) \quad y(t) \quad z(t)]^T}{\partial (\theta_{1,k}, \theta_{2,k}, \dots, \theta_{m,k}, \varphi_k)} \quad (3.18)$$

Dans le but de simplifier la complexité du calcul du MGI du robot flexible continuum avec une section de forme conique, les simplifications élaborées dans le chapitre précédent sont mises à profit. Ainsi, le nombre de variables se limite à deux, à savoir $\theta_{1,k}(t)$ et $\varphi_k(t)$. Cependant, la matrice jacobienne n'est pas carrée, et pour obtenir le vecteur des vitesses de l'espace de configuration en fonction des vitesses cartésiennes, on fait appel au pseudo-inverse, formulé comme suit :

$$\dot{\mathbf{Q}}(t) = \mathbf{J}^T (\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1} \dot{\mathbf{X}}_d(t) \quad (3.19)$$

Cependant, en réalité, l'équation (3.19) ne représente pas le vecteur des vitesses de l'espace de configuration par rapport à la trajectoire souhaitée. À cette fin, ce vecteur de vitesses est reconstruit en se basant sur la solution des pondérations des moindres carrés normalisés, proposée par Chan et Dubey dans [111]. Cette solution prend en compte l'erreur cartésienne $\Delta \mathbf{X}$ entre la trajectoire souhaitée, \mathbf{X}_d , et la trajectoire générée, \mathbf{X}_g , selon l'équation suivante :

$$\dot{\mathbf{Q}}(t) = \mathbf{W}^{-1} \mathbf{J}^T (\mathbf{J} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{J}^T)^{-1} (\dot{\mathbf{X}}_d(t) + \mathbf{K} \Delta \mathbf{X}) \quad (3.20)$$

telle que \mathbf{W} représente la matrice des pondérations de dimension $((m + 1) \times (m + 1))$, choisie pour éviter la saturation des actionneurs. \mathbf{K} est une matrice positive souvent diagonale de dimension (3×3) , introduite dans le but de minimiser l'erreur entre la trajectoire souhaitée et la trajectoire générée.

Le schéma explicatif de l'algorithme cinématique en boucle fermée (CLIK) est illustré dans la Figure 3.3. Cependant, pour obtenir les variables de l'espace de configuration (c'est-à-dire l'angle de flexion $\theta_{j,k}$ et l'angle d'orientation φ_k) assurant le suivi, nous effectuons une intégration numérique du vecteur des vitesses à chaque instant choisi.

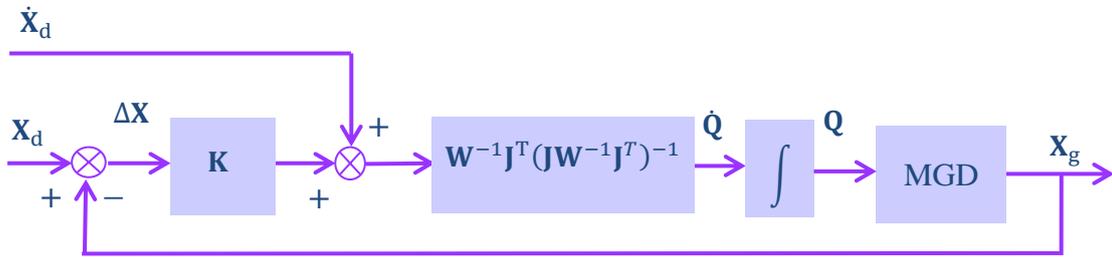


Figure 3.3 : Schéma de l'algorithme cinématique en boucle fermée (CLIK).

3.4. Simulation numérique

Pour évaluer l'efficacité de l'algorithme proposé, deux exemples de simulations sont présentés. Le premier exemple est destiné à suivre une trajectoire planaire, tandis que le deuxième exemple concerne le suivi d'une trajectoire dans l'espace. Les paramètres géométriques du robot sont répertoriés dans le Tableau 2.2. Les simulations sont réalisées à l'aide du logiciel Matlab sur un ordinateur équipé d'un processeur Intel Core i5, 2,60 GHz, 8 Go de RAM, en 64 bits.

3.4.1. Simulation du suivi d'une trajectoire dans le plan

La Figure 3.4 présente la trajectoire souhaitée pour l'extrémité libre du robot, qui sera utilisée comme paramètre d'entrée pour le MGI développé dans la section précédente du chapitre. Afin d'évaluer l'efficacité de l'algorithme proposé dans la résolution du MGI, la trajectoire générée par cette approche est comparée à la trajectoire désirée, ainsi qu'à celle produite par l'approche de courbure constante (CC) (Figure 3.5).

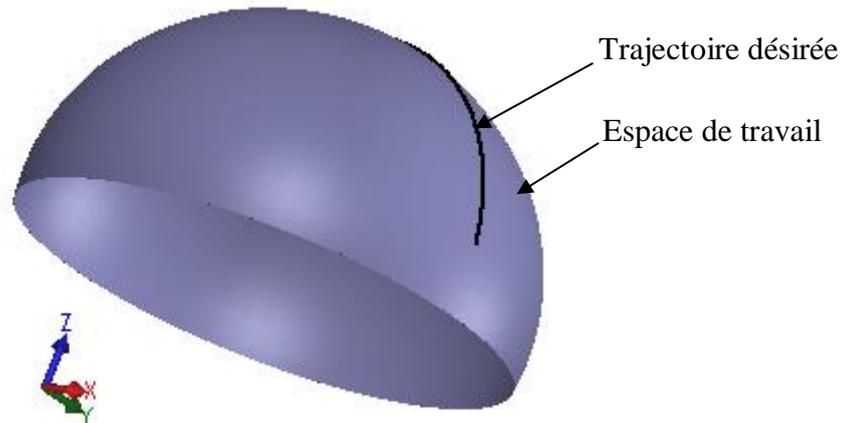


Figure 3.4 : La trajectoire désirée en forme d'arc dans l'espace de travail du robot flexible continu à une section.

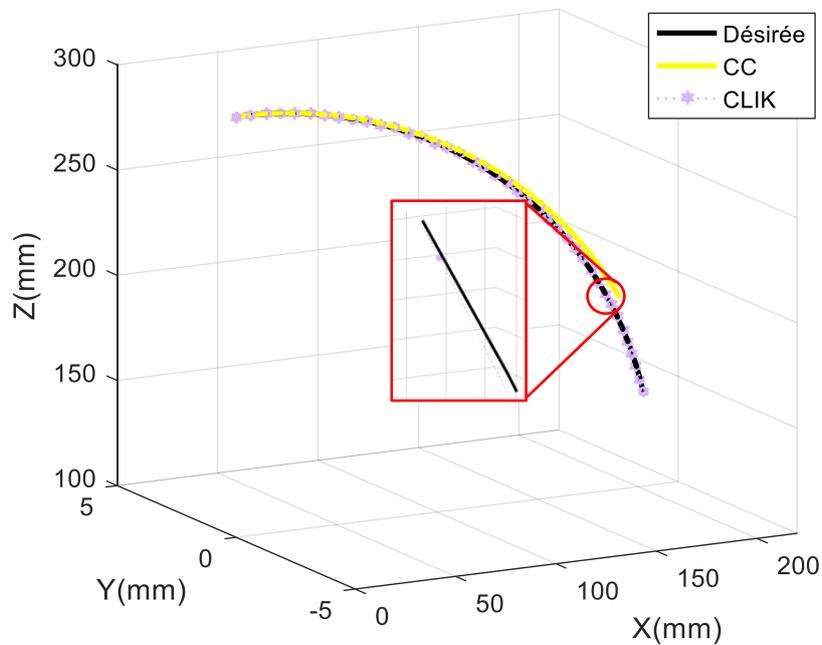


Figure 3.5 : Une comparaison entre la trajectoire accessible d'après l'algorithme proposé, d'après l'hypothèse CC avec la trajectoire désirée.

Les erreurs euclidiennes le long des axes X, Y et Z sont déduites, comme illustré sur la Figure 3.6. L'analyse de ces erreurs révèle, d'après la Figure 3.6, que la trajectoire obtenue avec l'algorithme proposé se rapproche davantage de la trajectoire désirée par rapport à celle obtenue avec l'hypothèse de la courbure constante (CC). Une analyse plus approfondie montre qu'une erreur maximale de moins de 0,01 mm est présente entre la trajectoire désirée et celle générée par l'algorithme proposé. En revanche, l'approche de la courbure constante entraîne des erreurs dépassant 40 mm sur l'axe X , et 80 mm sur l'axe Z , respectivement.

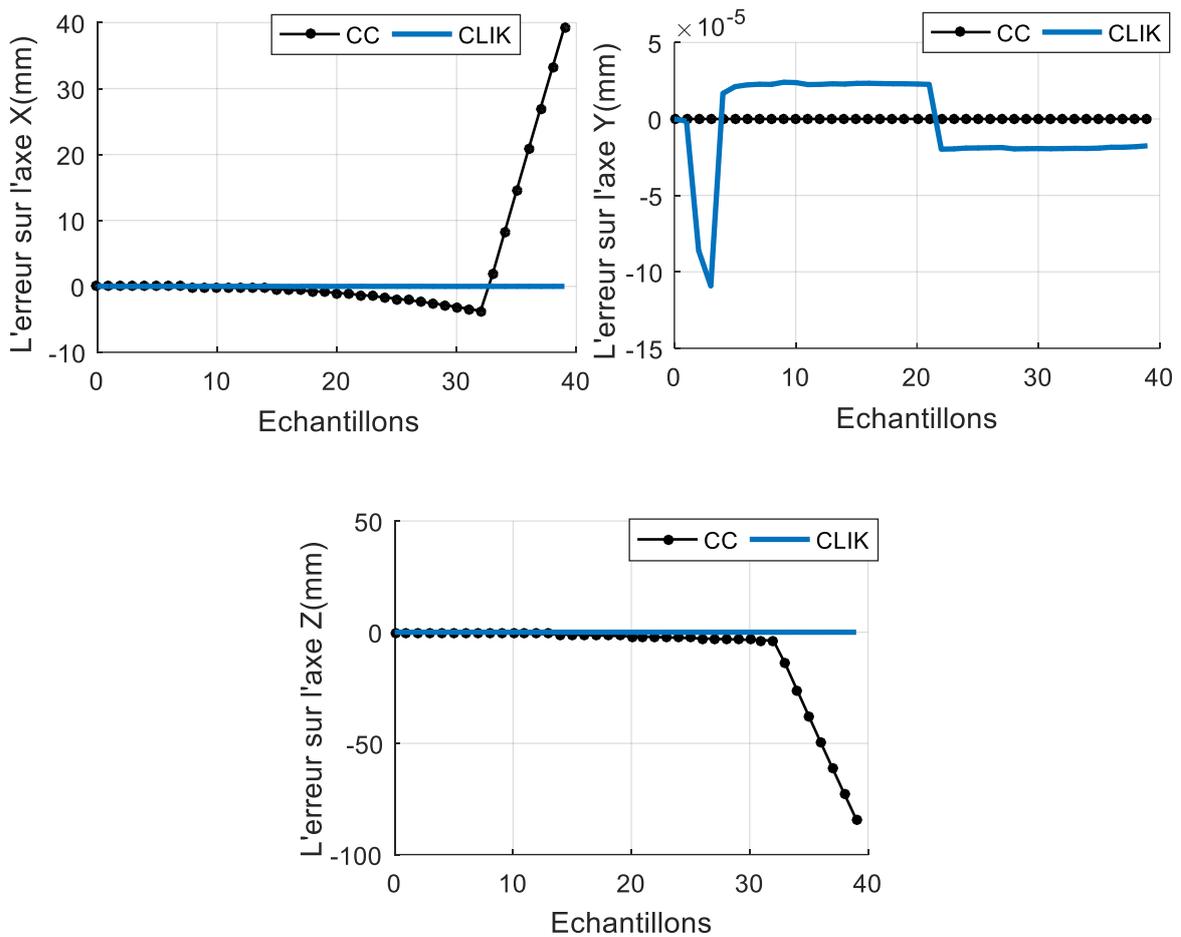


Figure 3.6 : Erreurs euclidiennes le long des axes X, Y et Z .

Pour mettre en lumière l'approche proposée, la Figure 3.7 présente les angles générés par l'algorithme CLIK, à savoir l'angle de flexion θ_1 et l'angle d'orientation φ , ainsi que ceux obtenus par l'approche CC et à partir du MGD. Selon cette figure, il est évident que l'approche CLIK détermine ces angles de manière plus précise que l'approche CC, avec des erreurs par rapport à ceux calculés à l'aide du MGD. L'algorithme CLIK génère une erreur inférieure à

$1.5 \cdot 10^{-5}$ rad, tandis que l'approche CC présente une erreur de 0.09 rad. Cependant, étant donné que la trajectoire désirée est plane, les deux approches CLIK et CC génèrent des angles d'orientation presque identiques à ceux déterminés par le MGD. Plus précisément, on peut noter que l'erreur entre l'algorithme proposé et le MGD est inférieure à $6 \cdot 10^{-3}$ rad. Ces résultats mettent en évidence l'efficacité de l'approche CLIK dans la résolution du MGI pour un robot avec une section de forme conique composé de 5 unités identiques.

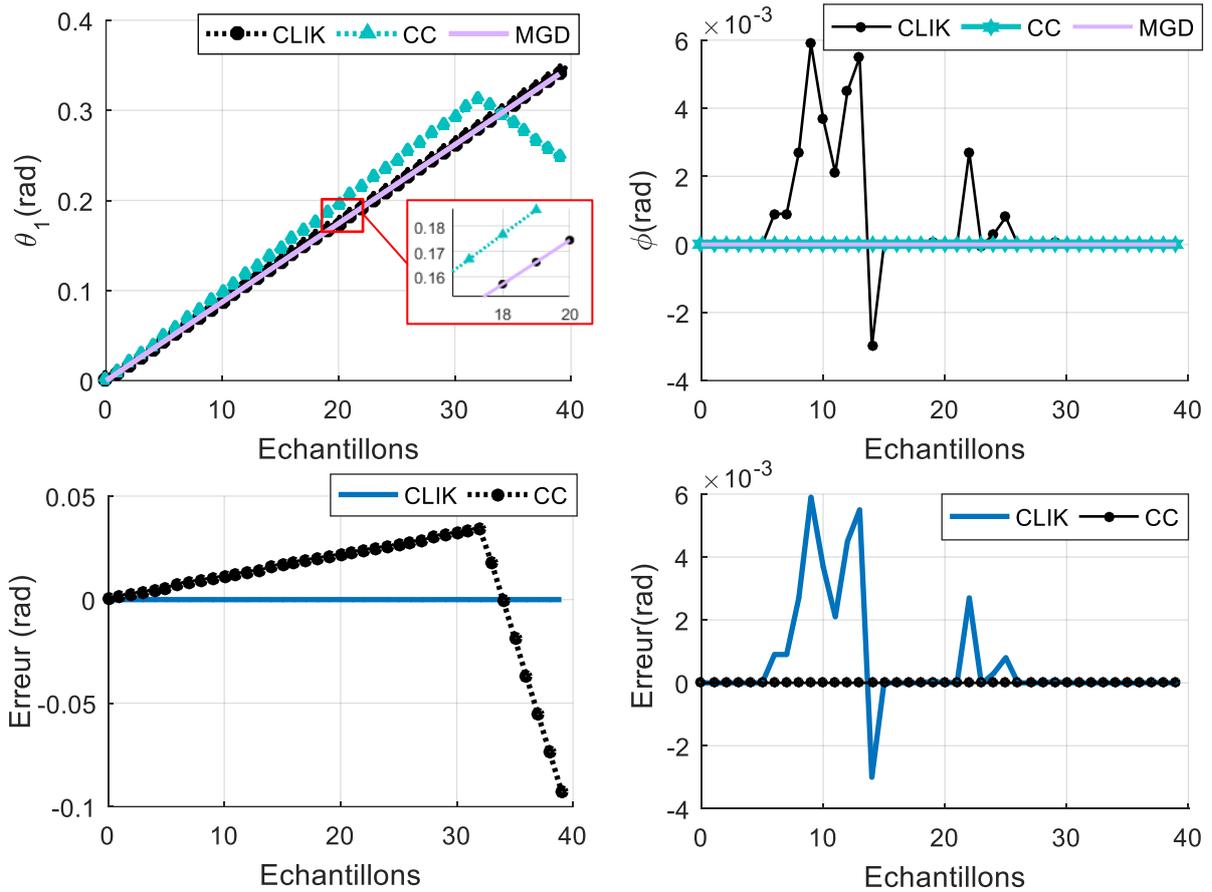


Figure 3.7 : Angles de flexion et d'orientation générés par CLIK, CC et MGD, avec les erreurs associées entre CLIK, CC et MGD.

D'autre part, en exploitant les simplifications utilisées lors du calcul du MGD pour une section de forme conique, comme exposé dans le chapitre précédent, les variations des angles de flexion du robot (θ_j avec $j = 1, 2, \dots, 5$), de l'angle d'orientation, ainsi que des longueurs des câbles pour chaque unité sont illustrées dans les Figures 3.8 et 3.9, respectivement. Pour visualiser le robot pendant le suivi de la trajectoire désirée, en utilisant les résultats obtenus de l'algorithme CLIK, la Figure 3.10 présente certaines configurations du robot lors du suivi de la trajectoire.

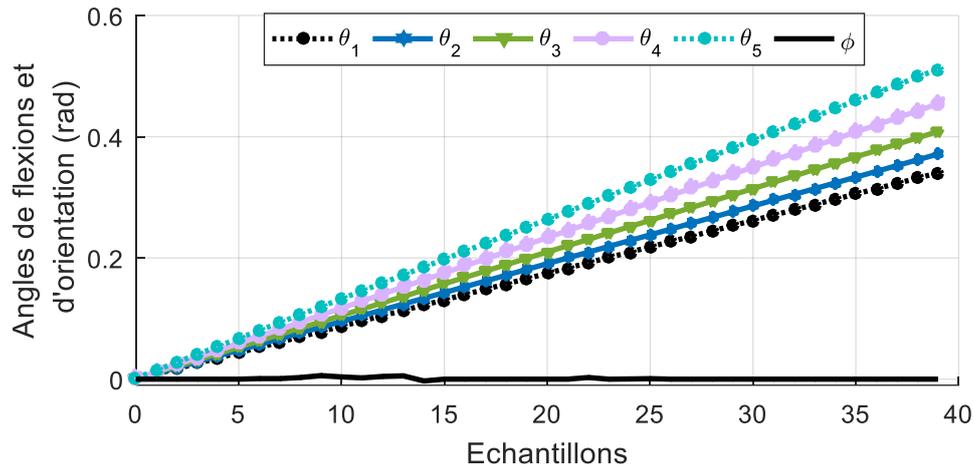


Figure 3.8 : L'évolution des angles de flexion ainsi que l'angle d'orientation requis pour chaque unité du robot afin de suivre la trajectoire souhaitée.

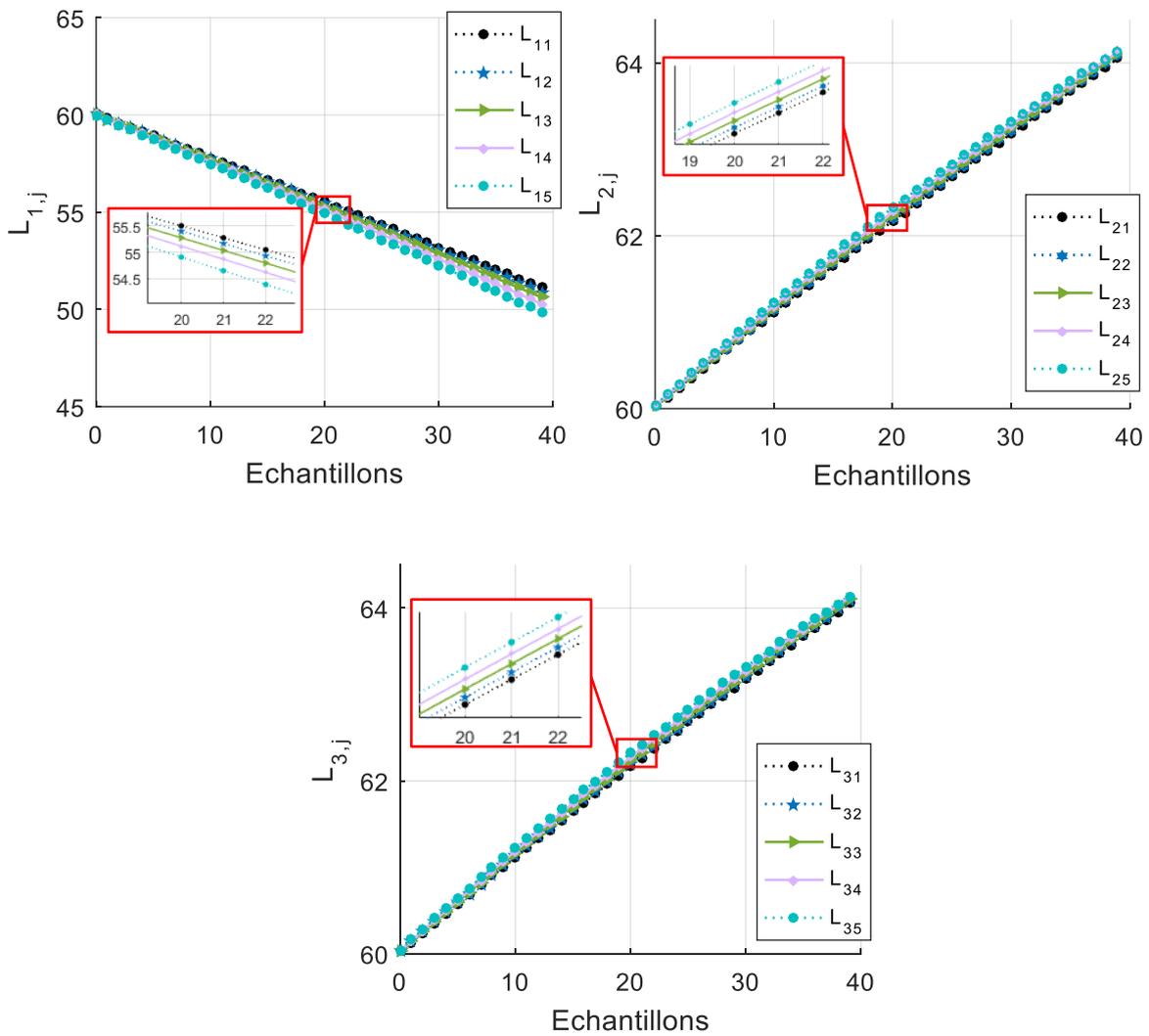


Figure 3.9 : Profil de l'évolution des longueurs de câbles nécessaires pour chaque unité du robot afin de suivre la trajectoire souhaitée.

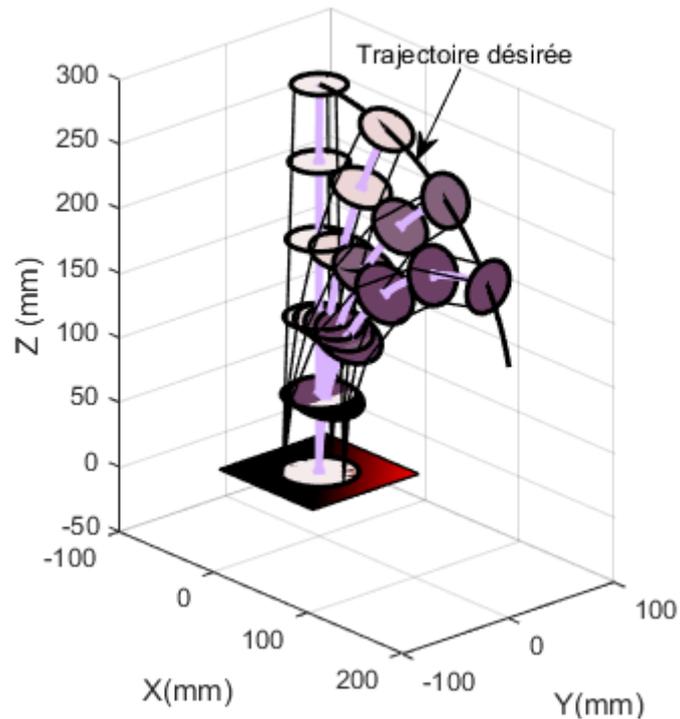


Figure 3.10 : Diverses configurations du robot pendant le suivi de la trajectoire en forme d'arc.

3.4.2. Simulation du suivi d'une trajectoire dans l'espace

Dans cet exemple de simulation, le même robot utilisé dans l'exemple précédent va suivre une trajectoire circulaire dans son espace de travail, comme illustré sur la Figure 3.11.

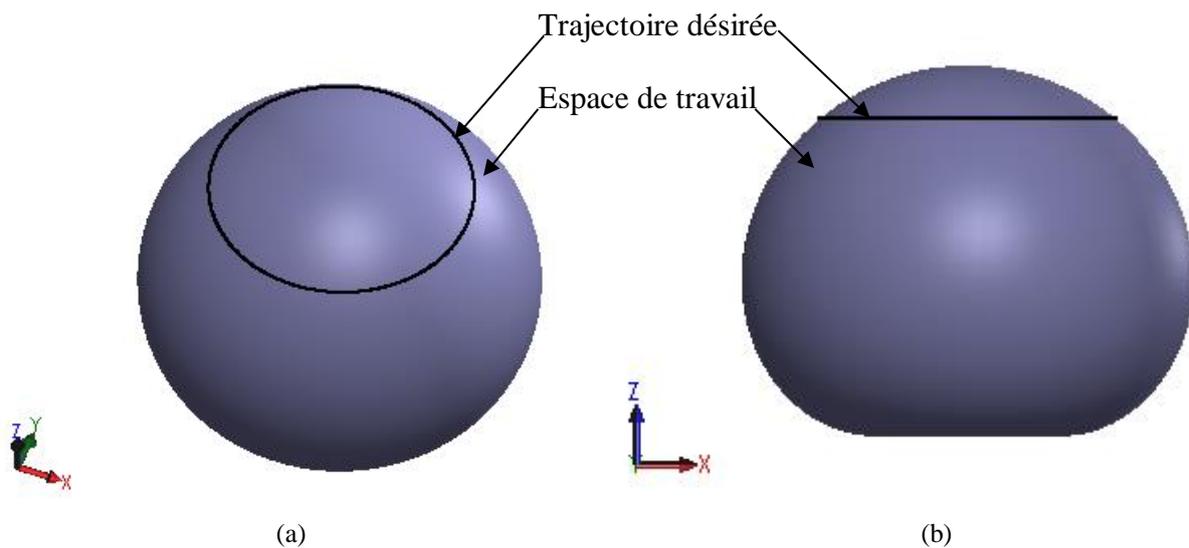


Figure 3.11 : La trajectoire circulaire souhaitée dans l'espace de travail du robot. (a) représentation 3D, (b) représentation 2D.

Dans une démarche similaire à l'exemple précédent et dans le but d'évaluer l'algorithme proposé pour le suivi d'une trajectoire dans l'espace, la Figure 3.12 présente une comparaison entre la trajectoire désirée et celles générées par l'algorithme CLIK et l'approche CC. Les erreurs euclidiennes le long des axes X, Y et Z entre la trajectoire désirée et celles générées par CLIK et l'approche CC sont déterminées, comme illustré sur la Figure 3.13. À partir de ces deux figures, on constate que l'algorithme proposé aboutit à une trajectoire plus proche de celle souhaitée, avec une erreur maximale inférieure à 0.1 mm, tandis que l'approche CC présente une erreur de 1.5 mm.

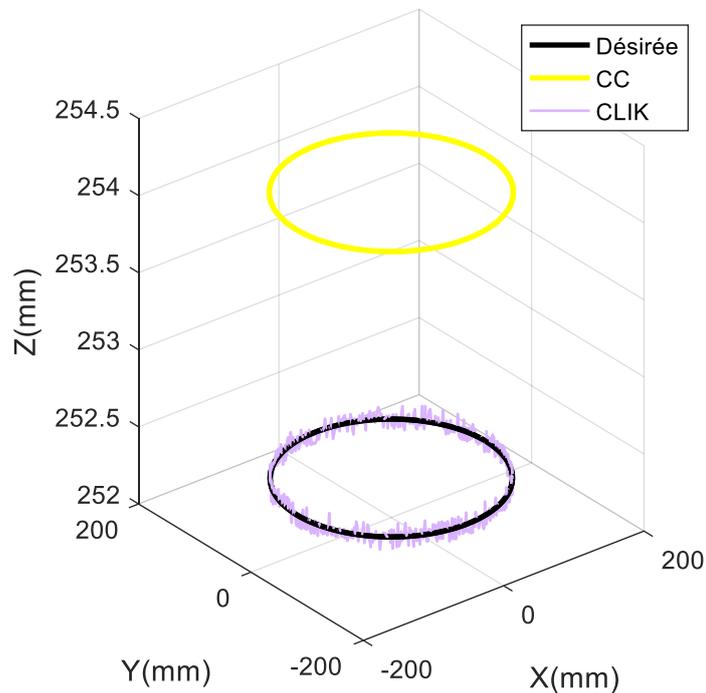
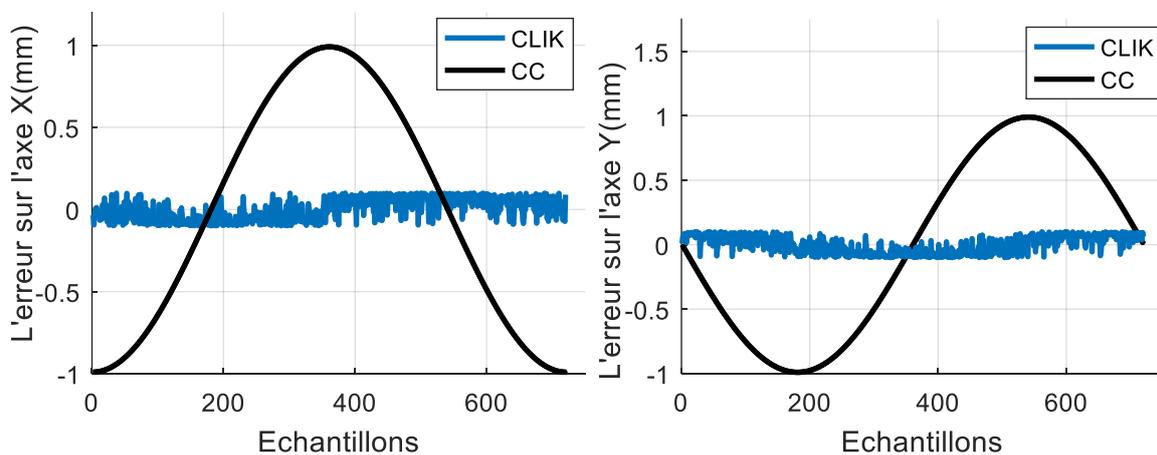


Figure 3.12 : Comparaison entre les trajectoires générées par l'algorithme CLIK, l'approche CC et la trajectoire souhaitée.



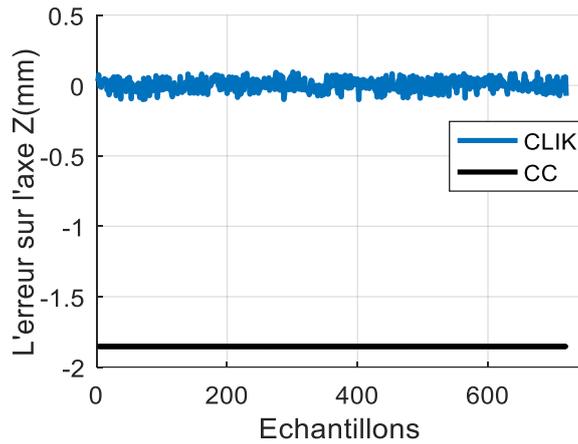


Figure 3.13 : Erreurs euclidiennes le long des axes X, Y et Z entre la trajectoire désirée et celles générées par CLIK et CC.

De même, une comparaison entre le premier angle de flexion θ_1 généré par l'algorithme proposé et ceux obtenus par l'approche CC et le MGD est présentée sur la Figure 3.14(a). On peut clairement remarquer que l'algorithme proposé est le plus performant avec une erreur de moins de $2 \cdot 10^{-4}$ rad, tandis que l'approche CC affiche une erreur de 0.022 rad. En revanche, en ce qui concerne l'angle d'orientation, l'approche CC se montre relativement performante par rapport à l'algorithme CLIK, où ce dernier génère une erreur de moins de 10^{-3} rad, comme illustré dans la Figure 3.14(b).

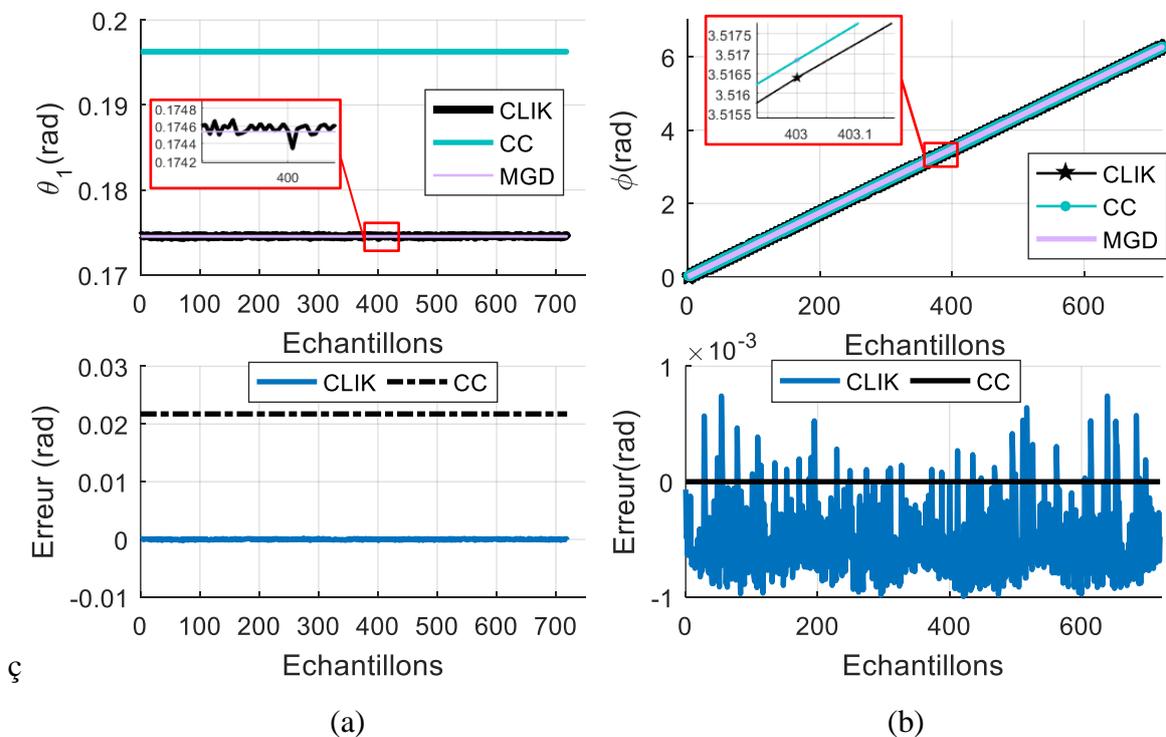


Figure 3.14 : Angles générés par CLIK, CC et MGD, avec les erreurs associées entre CLIK, CC et MGD. (a) Angle de flexion, (b) angle d'orientation.

En appliquant les simplifications du calcul du MGD pour une section conique, les évolutions des angles de flexion du robot (θ_j avec $j = 1, 2, \dots, 5$), de l'angle d'orientation, ainsi que des longueurs de câble pour chaque unité sont exposées dans les Figures 3.15 et 3.16, respectivement. La Figure 3.17 offre une représentation visuelle de diverses configurations du robot pendant le suivi de la trajectoire en 2D et 3D, basée sur les résultats de l'algorithme CLIK.

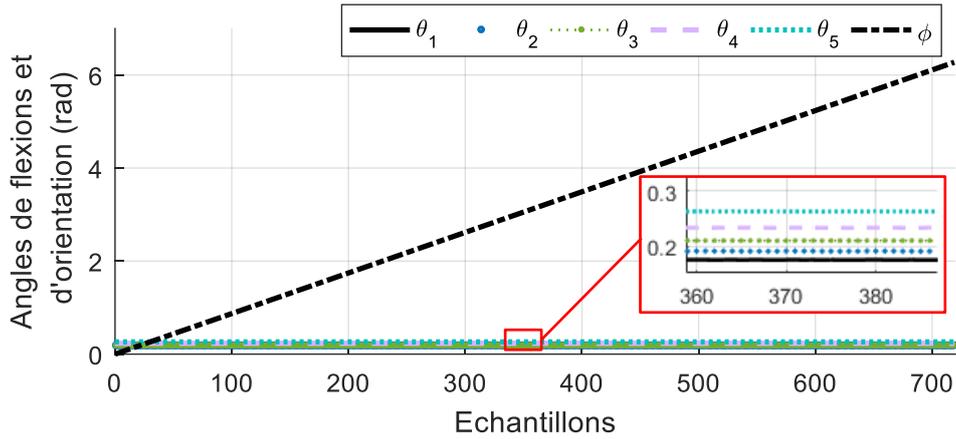
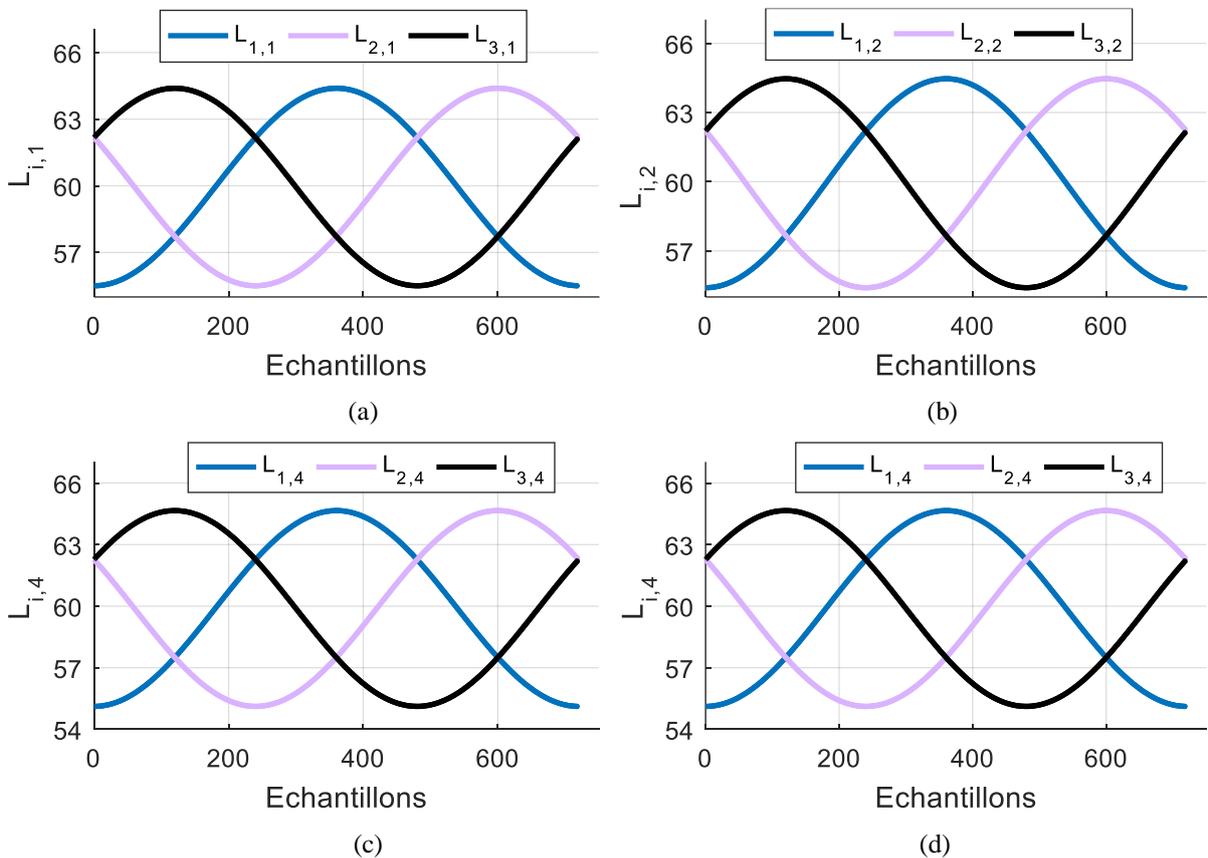


Figure 3.15 : L'évolution des angles de flexion de chaque unité du robot ainsi que l'angle d'orientation nécessaires pour suivre la trajectoire circulaire.



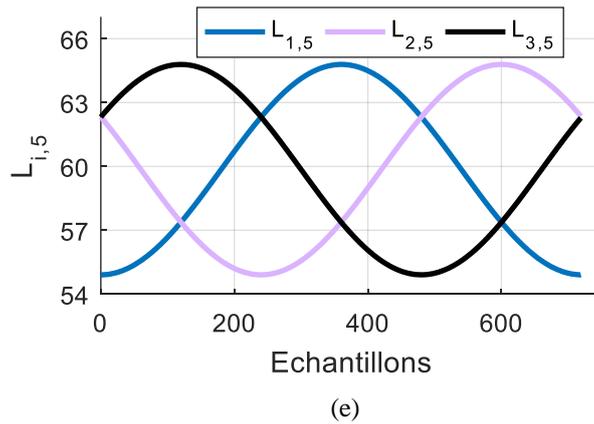


Figure 3.16 : Profil des longueurs des câbles de chaque unité correspondante à la trajectoire circulaire. (a) première unité, (b) deuxième unité, (c) troisième unité, (d) quatrième unité, et (e) cinquième unité.

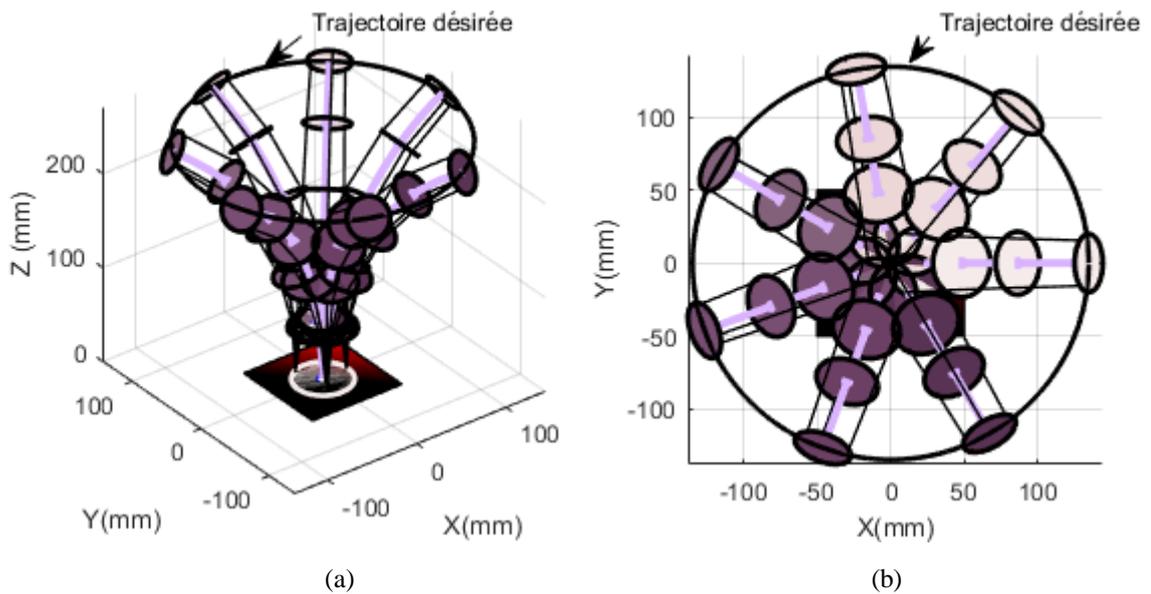


Figure 3.17 : Diverses configurations du robot pendant le suivi de la trajectoire circulaire. (a) représentation 3D, (b) représentation 2D.

Cependant, bien que des résultats prometteurs aient été obtenus pour une section conique d'un robot flexible continuum actionné par câbles, la résolution du MGI pour un robot multi-section demeure un défi pour l'algorithme proposé. Cette problématique représente un domaine ouvert pour de futurs travaux. Afin d'améliorer la performance de l'algorithme, des recherches approfondies pourraient être entreprises pour explorer des techniques avancées de résolution du MGI spécifiquement adaptées aux robots multi-sections. De plus, une analyse approfondie des propriétés géométriques et cinématiques des robots à plusieurs sections pourrait être réalisée pour identifier des stratégies plus efficaces dans la résolution du MGI.

Ces axes de recherche offrent des perspectives importantes pour renforcer la capacité de l'algorithme à traiter des configurations plus complexes et à étendre son applicabilité aux robots à plusieurs sections.

3.5. Conclusion

Ce chapitre a été dédié au développement des modèles géométriques inverses d'un robot flexible continuum actionné par câbles, basé sur l'approche de courbure constante. Nous avons initialement élaboré le modèle géométrique inverse (MGI) pour une unité cylindrique. En nous appuyant sur le MGI d'une unité cylindrique, nous avons résolu analytiquement le MGI d'une unité conique. En considérant que chaque section du robot est constituée de plusieurs unités identiques, le MGI d'une section cylindrique est obtenu par la simple sommation des résultats de chaque unité. Cependant, la résolution du modèle géométrique inverse d'une section conique demeure un défi en suivant les démarches utilisées pour la résolution du MGI d'une section cylindrique. Pour remédier à ce problème, nous avons introduit un algorithme cinématique inverse en boucle fermée, connu sous le nom de Closed-Loop Inverse Kinematic (CLIK) en anglais. Les résultats de simulation dans le plan et l'espace démontrent l'efficacité de l'algorithme pour résoudre le MGI d'une section conique.

Cependant, la résolution du MGI pour un robot multi-section reste un défi pour l'algorithme proposé. Cette problématique représente un domaine ouvert pour d'éventuels travaux futurs.

Conception et étude numérique du mouvement avec la dynamique non linéaire

Sommaire

4.1.	Introduction.....	67
4.2.	Conception structurelle d'un robot flexible continuum actionné par câbles	67
4.3.	Fabrication d'un prototype de robot flexible continuum actionné par câbles à une section	70
4.4.	Analyse dynamique non linéaire à l'aide de SolidWorks	71
4.4.1.	Analyse dynamique non linéaire d'une unité du robot	71
4.4.2.	Etude dynamique non linéaire d'une section du robot	76
4.5	Conclusion	83

4.1. Introduction

Les logiciels de simulation jouent un rôle crucial dans l'analyse et la compréhension des systèmes complexes en facilitant la modélisation et la simulation de leur comportement dynamique. Ces outils fournissent une plateforme virtuelle où les professionnels de l'ingénierie et de la recherche peuvent explorer le mouvement, la réponse, ainsi que les interactions entre les différents composants d'un système, bien avant sa concrétisation physique. Plus particulièrement, SolidWorks, en tant que logiciel de conception assistée par ordinateur (CAO) intégré, se distingue par sa capacité à prendre en compte la dynamique non linéaire, permettant la modélisation de systèmes mécaniques réalistes et complexes. Cette fonctionnalité se révèle essentielle dans la simulation du mouvement de structures flexibles, de robots, de mécanismes, et d'autres systèmes dynamiques, offrant ainsi une vision précise des réponses aux différentes forces, charges et conditions de fonctionnement.

Dans ce chapitre, nous explorerons l'analyse numérique du mouvement d'un robot flexible actionné par des câbles, caractérisé par une section de forme cylindrique composée de plusieurs unités. L'accent sera particulièrement mis sur l'investigation de la dynamique non linéaire à l'aide du logiciel SolidWorks. L'objectif principal de cette étude est d'évaluer la faisabilité de l'approche de courbure constante (CC) adoptée dans cette recherche pour différents scénarios de chargement, tout en approfondissant notre compréhension des comportements complexes du mouvement par l'application de méthodes numériques avancées, ouvrant ainsi des perspectives novatrices dans le domaine de la modélisation dynamique. Afin d'atteindre cet objectif, nous débuterons par exposer la conception d'un robot flexible continuum. En premier lieu, cette conception vise à estimer les paramètres inertiels nécessaires au développement du modèle dynamique, un sujet qui sera abordé dans le chapitre suivant. En second lieu, elle constitue le prototype virtuel utilisé dans cette étude. Par la suite, nous entreprendrons une analyse de la dynamique non linéaire du mouvement de l'unité et du robot dans son ensemble en utilisant le logiciel SolidWorks. Cette analyse sera effectuée à la fois avec et sans l'effet de frottement sur le comportement du robot, contribuant ainsi à une compréhension approfondie des influences dynamiques à prendre en compte.

4.2. Conception structurelle d'un robot flexible continuum actionné par câbles

Jusqu'à présent, de nombreuses conceptions de robots flexibles continuum ont été proposées et concrétisées, dont certaines sont détaillées dans le premier chapitre. En cohérence avec le thème de cette thèse, notre attention se porte sur les robots flexibles continuum actionnés par câbles. Cependant, en raison de la complexité dynamique inhérente à

ces types de robots, notre étude dans ce chapitre et le suivant se limite exclusivement à un robot présentant une seule section flexible. La conception du robot proposé comprend cinq éléments principaux (voir Figure 4.1) : la base rigide contenant le système de contrôle, la tige flexible, les câbles d'actionnement, les disques de guidage, et les moteurs électriques intégrés dans la structure de la base rigide

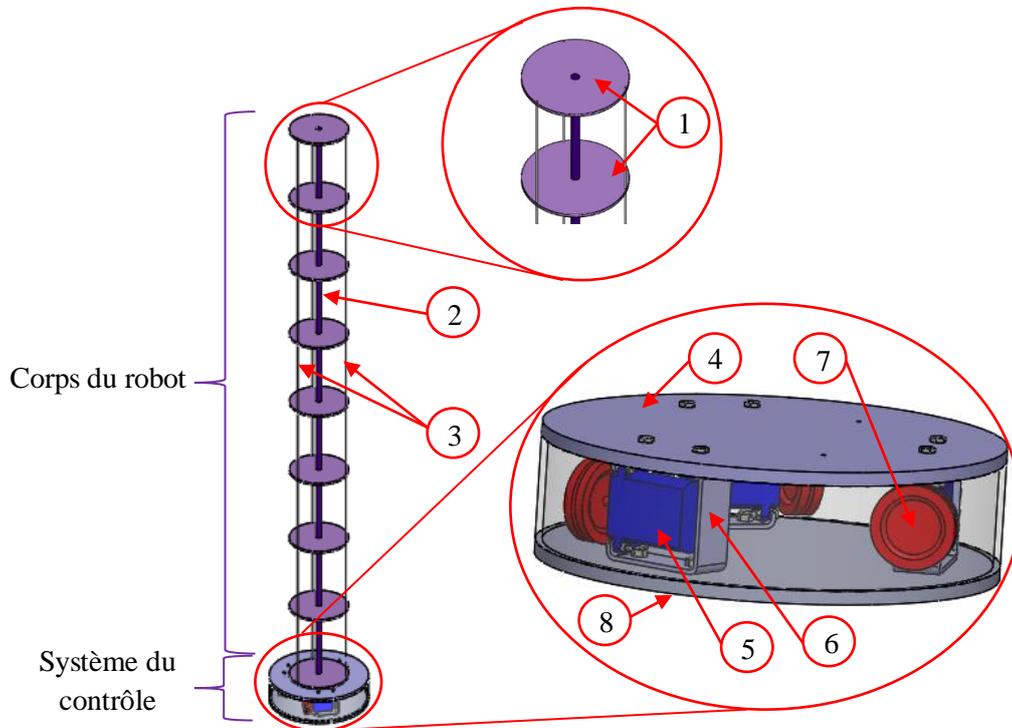


Figure 4.1 : Conception 3D du robot proposé.

Tableau 4.1 : Identification des composants du robot.

N°	Désignations
1	La tige flexible
2	Disque rigide
3	Câbles d'actionnement
4	Base supérieure
5	Moteur DC
6	Support moteur
7	Poulie
8	Base inférieure

- **La tige flexible** : Cette composante est considérée comme l'ossature principale de la structure du robot. Elle joue un rôle essentiel pendant le mouvement du robot, supportant

des charges intérieures et extérieures lors de sa déformation. Dans la littérature, différents matériaux sont employés pour fabriquer la tige flexible, tels que le Kevlar [60], le NiTi [30, 43], les fibres de verre [37], et les matériaux composites [58]. Cette diversité de choix de matériaux souligne l'importance de sélectionner le matériau le plus approprié en fonction des exigences spécifiques du robot et des contraintes auxquelles la tige sera soumise.

- **Les câbles d'actionnement** : Ces câbles sont responsables de la transmission de l'énergie et de la force nécessaires pour déformer la tige flexible. Ils sont un maillon crucial dans le système, assurant la cohérence du mouvement du robot.
- **Les disques de guidage** : Ces disques rigides sont utilisés pour guider les câbles d'actionnement, assurant un mouvement précis et contrôlé. Ils contribuent à la stabilité et à la précision du robot pendant son fonctionnement.
- **Les moteurs électriques** : Ces composants sont situés sur le bâti du robot et fournissent la puissance nécessaire pour actionner les câbles d'actionnement. Ils sont responsables de l'initiation et du contrôle du mouvement du robot.

Le mouvement spatial du robot est assuré par la déviation de l'épine dorsale flexible. Grâce au contrôle indépendant de deux câbles, deux degrés de liberté peuvent être obtenus. Le premier degré de liberté correspond à l'angle de flexion, tandis que le second correspond à l'angle d'orientation. Ainsi, le mouvement spatial, c'est-à-dire la déflexion de l'épine dorsale flexible, est contrôlé en appliquant une tension appropriée à un ou deux câbles, placés à 120° l'un de l'autre (voir Figure 2.6).

Tableau 4.2 : Paramètres géométriques et caractéristiques du robot.

Paramètre	Description	Valeur
m	Nombre d'unités	5
l	La longueur de la tige flexible	641 mm
r_b	Le diamètre de la tige	5 mm
e	L'épaisseur du disque	2 mm
r_d	Le diamètre du disque	60 mm
r	la distance entre le câble et le centre du disque	29 mm
m_b	La masse de la tige flexible	32.8 g
m_d	La masse du disque	8.2 g

Cette configuration permet une manipulation précise et flexible du mouvement du robot dans l'espace. Dans cette étude de chapitre, l'attention est exclusivement portée sur le mouvement plan, où l'angle d'orientation est maintenu à zéro. Les paramètres géométriques ainsi que les caractéristiques du robot sont présentés dans le Tableau 4.2.

4.3. Fabrication d'un prototype de robot flexible continuum actionné par des câbles à une section

En se basant sur la conception du robot flexible continuum actionné par des câbles à une section exposée dans la sous-section précédente, nous avons concrétisé un prototype, comme le montre la Figure 4.2. Les paramètres géométriques et les composants clés de ce prototype sont ensuite brièvement présentés et discutés dans la section précédente. En résumé, le processus de fabrication a débuté par l'impression des pièces conçues, à savoir les disques de guidage, à l'aide d'une imprimante 3D (Zortrax M300 Plus). Ensuite, huit disques (en Polystyrène Z-HIPS) ont été solidement fixés le long de la tige flexible de forme cylindrique (en matériau composite) à l'aide de la colle instantanée Loctite 401tm prism, pour créer le robot flexible continuum à une section. La commande du robot s'effectue à l'aide de fils en fluorocarbone, utilisés dans la pêche, passant à travers des trous répartis à 120 degrés sur chaque disque.

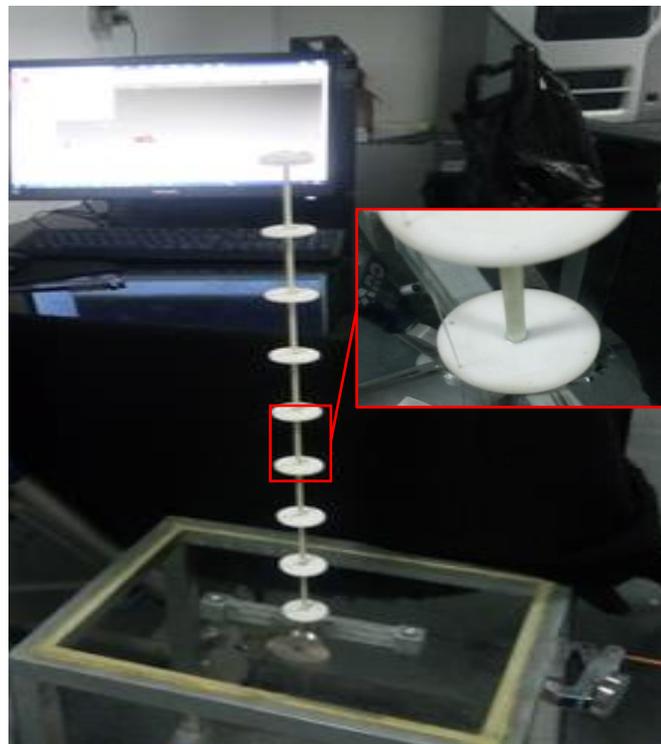


Figure 4.2: Le prototype du robot flexible continuum actionné par câbles [58].

4.4. Analyse dynamique non linéaire à l'aide de SolidWorks

En situation quasi-statique, l'hypothèse linéaire postule que la variation de l'allongement du câble est proportionnelle à la force appliquée [52]. Cela permet la réalisation d'une simulation précise avec SolidWorks, offrant ainsi une approche détaillée pour étudier les comportements du robot. En ce qui concerne l'analyse dynamique, SolidWorks propose deux méthodes : la simulation modale linéaire et la simulation dynamique non linéaire. La seconde méthode permet de calculer différentes grandeurs physiques telles que le champ de déplacement, les contraintes et les déformations, en tenant compte des charges appliquées. Ainsi, elle offre une analyse dynamique réaliste et approfondie en prenant en considération les non-linéarités potentielles du système. Dans cette étude, l'étude dynamique non linéaire a été privilégiée en raison de la non-linéarité de la structure du robot en question. Toutes les simulations ont été réalisées sur un ordinateur équipé d'un processeur Intel Core i5, 2,60 GHz, 8 Go de RAM, en 64 bits.

4.4.1. Analyse dynamique non linéaire d'une unité du robot

Comme évoqué dans les chapitres précédents, chaque unité du robot est modélisée selon l'approche de courbure constante (CC). Pour simuler cette unité dans le logiciel SolidWorks, un couple variant de 0 à 4 N (voir Figure 4.3) est appliqué à l'extrémité supérieure de l'unité, qui correspond à la plateforme mobile dans ce cas, en supposant que sa base est encastree, comme illustré dans la Figure 4.4. Il est essentiel de noter que, dans ce scénario, la déformation de l'unité se produit dans le plan.

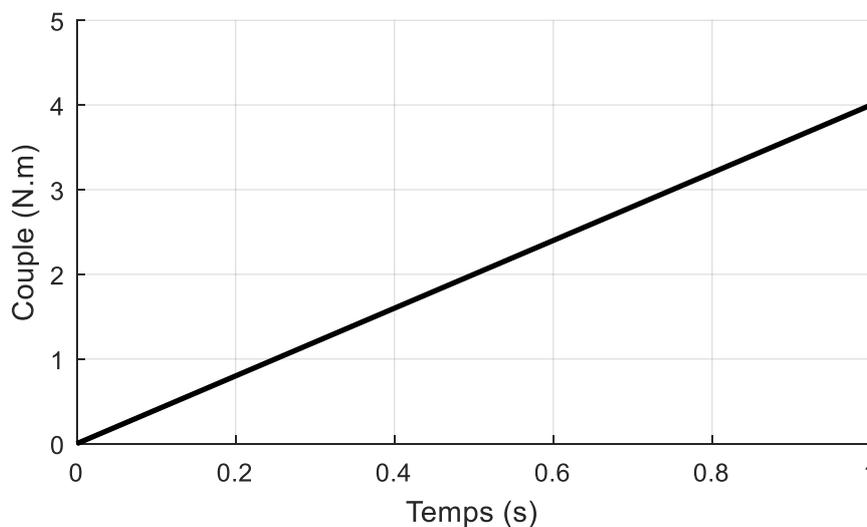


Figure 4.3 : Evolution du couple d'actionnement pour une unité.

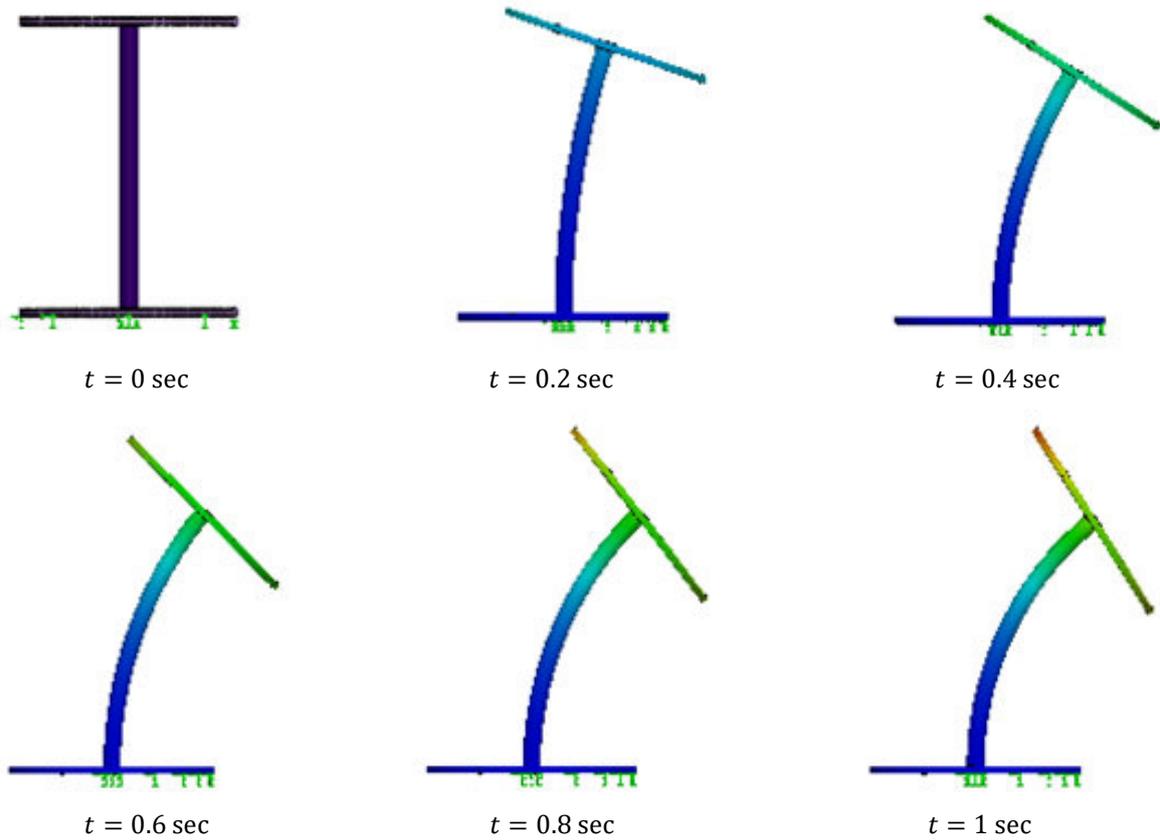


Figure 4.4: Evolution de la déformation de l'unité dans SolidWorks.

Les résultats de la simulation dans SolidWorks (Figure 4.5), c'est-à-dire les coordonnées cartésiennes de l'extrémité libre de l'unité (c'est-à-dire le centre de la surface circulaire externe du disque supérieur), sont présentés sur la Figure 4.6. Il est important de noter que dans cette simulation, l'effet de la gravité de la tige flexible et le disque supérieur (plateforme mobile) ont été négligés.

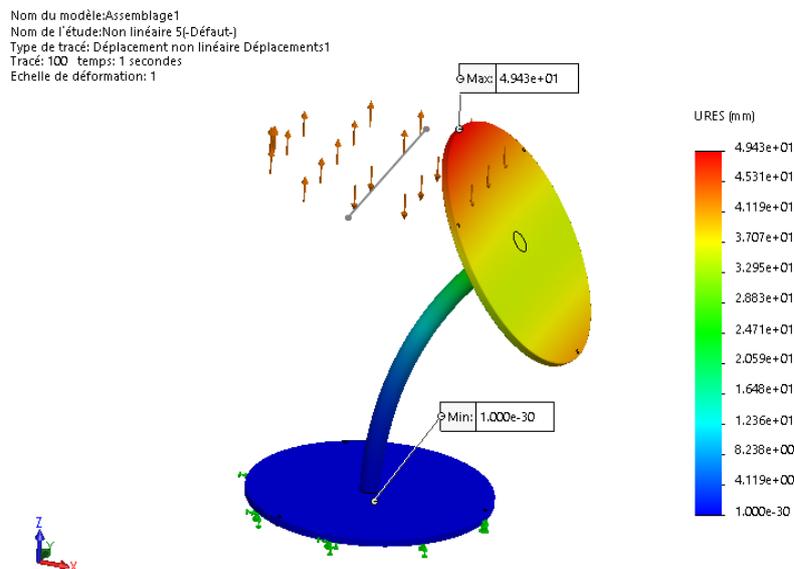


Figure 4.5 : Résultats des déplacements issus de la simulation SolidWorks.

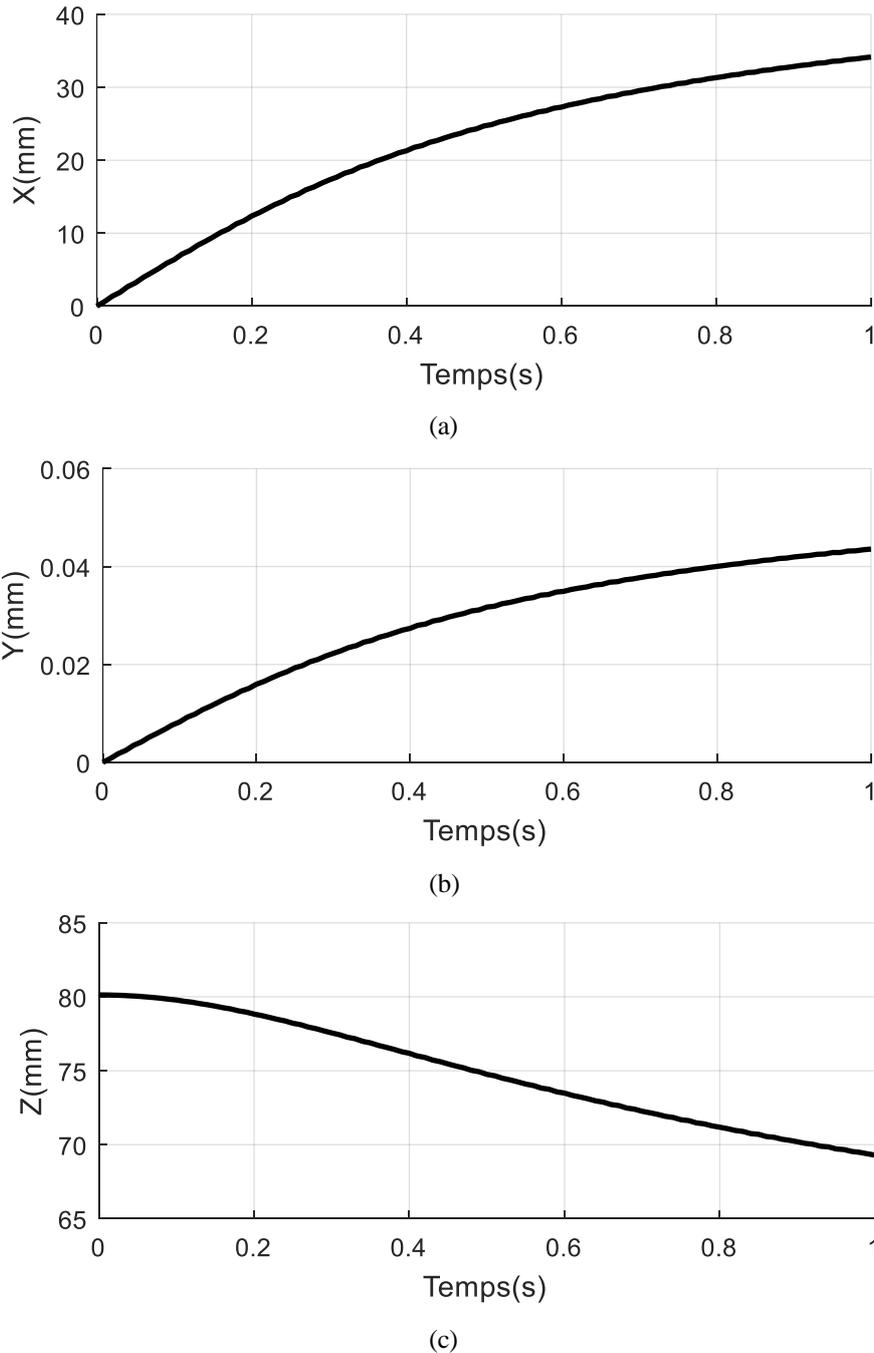


Figure 4.6 : Résultats des déplacements issus de la simulation SolidWorks pour une unité du robot, montrant (a) les déplacements le long de l'axe X , parallèle à l'axe de rotation, (b) les déplacements le long de l'axe Y , parallèle à l'axe de couple, et (c) les déplacements le long de l'axe Z .

D'autre part, les résultats de l'analyse des contraintes sont présentés dans la Figure 4.7. En ce qui concerne les contraintes agissant sur le disque supérieur, on observe une valeur de 1.216 Pa au bord du disque et une valeur de 6738 MPa au centre. Pour ce qui est des contraintes agissant sur la tige flexible, la Figure 4.8 illustre l'évolution des contraintes à trois emplacements, situés à 0, $l/2$ et l de la longueur totale de la tige flexible.

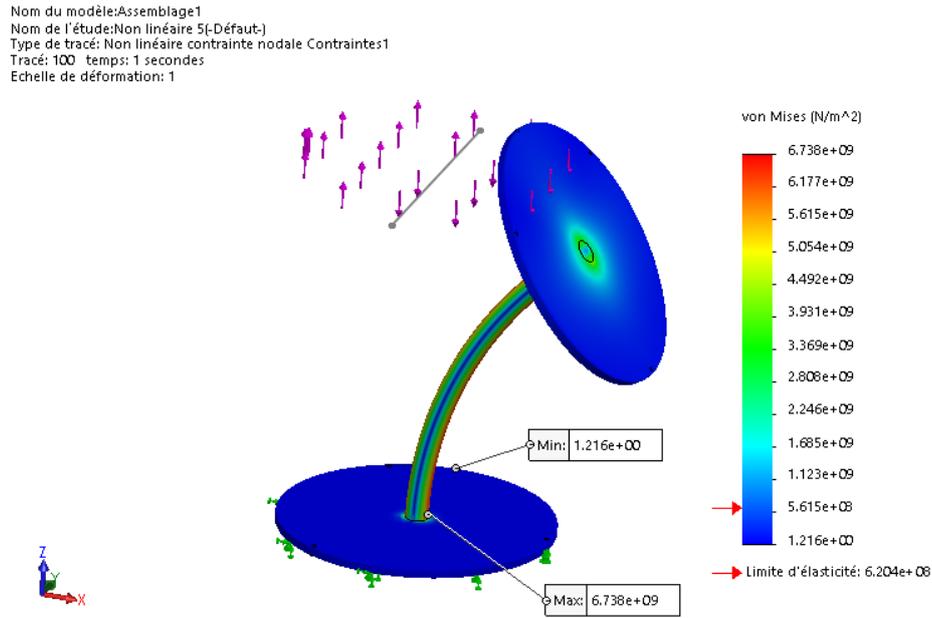
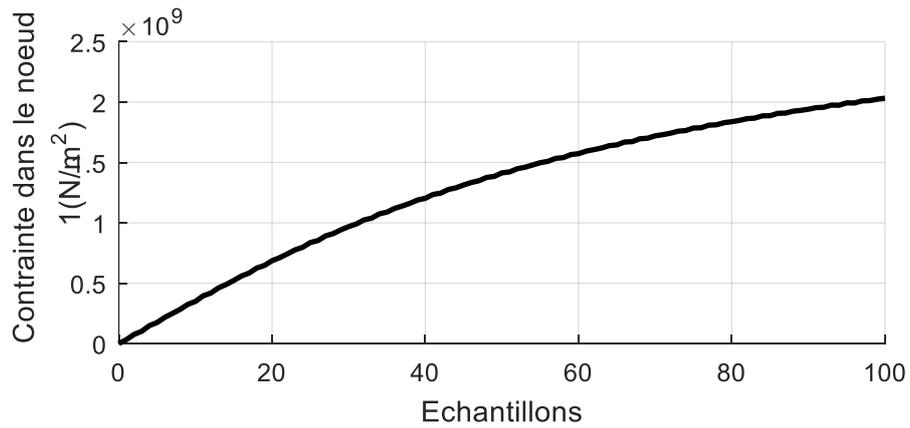
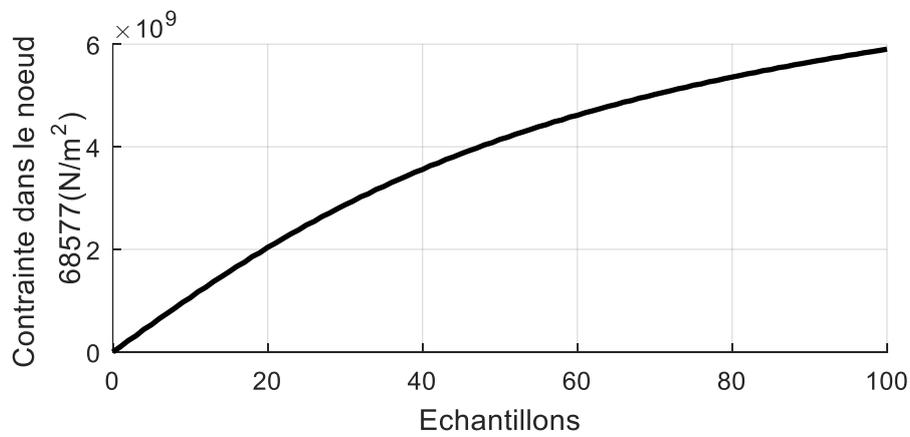


Figure 4.7 : Résultats des contraintes issus de la simulation SolidWorks.



(a)



(b)

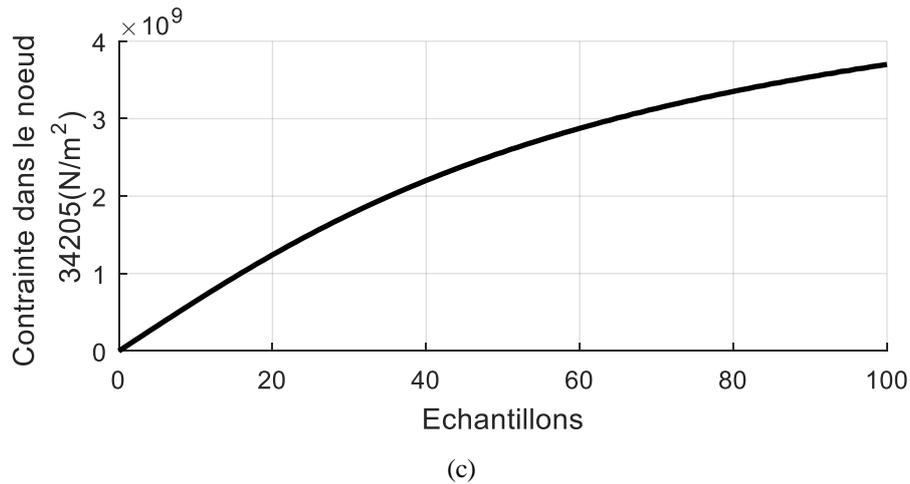


Figure 4.8 : Résultats des contraintes sur la tige flexible issus de la simulation SolidWorks pour une unité du robot, illustrant (a) à l'extrémité inférieure de la tige flexible, (b) à son milieu, et (c) à l'extrémité supérieure.

Pour valider l'approche de courbure constante (CC) utilisée dans cette thèse, une comparaison a été effectuée entre les résultats du modèle géométrique direct (MGD) d'une unité, présentés dans le chapitre 2, et ceux obtenus avec le logiciel SolidWorks. La Figure 4.9 illustre cette analyse, mettant en évidence une quasi-superposition des courbes, avec une erreur maximale inférieure à 0.1 mm, particulièrement remarquable le long de l'axe Z (voir Figure 4.10). Ces résultats confirment la validité de l'approche adoptée dans ce travail. La cohérence entre ces résultats souligne également la fiabilité de l'approche de courbure constante (CC) employée tout au long de la recherche. Ainsi, ces constatations renforcent la validité et la robustesse de la méthodologie appliquée dans cette étude.

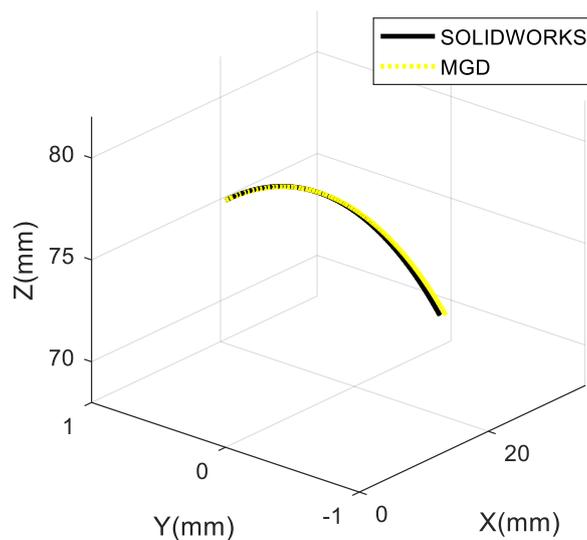


Figure 4.9 : Comparaison entre la trajectoire générée par la simulation SolidWorks et celle obtenue à partir du modèle géométrique direct (MGD) d'une unité de la section du robot.

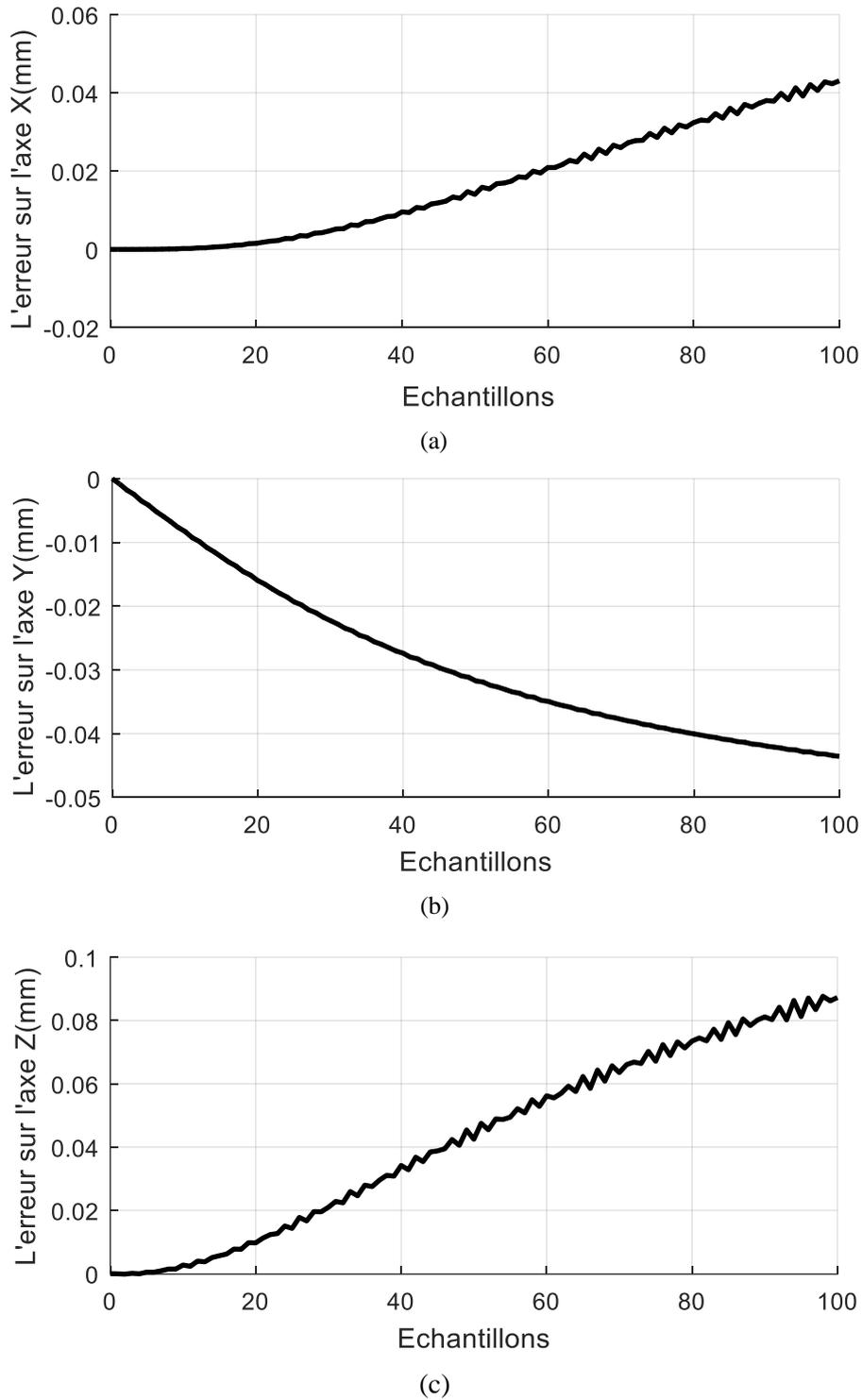


Figure 4.10 : Erreurs euclidiennes entre la trajectoire générée par la simulation SolidWorks et celle obtenue à partir du modèle géométrique direct (MGD) d'une unité de la section du robot, suivant les axes X , Y et Z .

4.4.2. Etude dynamique non linéaire d'une section du robot

Comme évoqué précédemment, la plupart des contributions et des travaux disponibles dans la littérature se fondent sur l'approche de courbure constante (CC). Cette méthode est toutefois applicable uniquement lorsque l'influence de la gravité est négligée et le frottement

est omis, comme en attestent les résultats présentés dans la sous-section précédente. Néanmoins, dans la réalité, il est souvent impossible de négliger ces effets. Dans cette sous-section, l'influence du frottement est intégrée à la simulation dynamique non linéaire réalisée avec SolidWorks. Par ailleurs, en raison du faible poids du robot étudié (voir Tableau 4.2), l'effet de la gravité est négligé au cours de cette analyse. Pour ce faire, deux scénarios sont envisagés dans cette étude : l'un sans frottement et l'autre avec frottement.

▪ Cas 1 : Sans prise en compte du frottement

Dans ce contexte, l'impact du frottement entre les câbles d'actionnement et les disques de guidage est négligé, signifiant que cette étude de cas se concentre sur l'approche de courbure constante. La Figure 4.3 ci-dessus illustre la variation du couple appliqué sur la plateforme de chaque unité de la section du robot flexible continuum sur une période d'une seconde. Les états initial (avant déformation) et post-déformation de la section du robot, issus de la simulation SolidWorks, sont présentés sur la Figure 4.11. Selon cette figure, la distribution des contraintes sur chaque disque varie de 0.1056 Pa au bord du disque jusqu'à 1989 MPa au centre du disque.

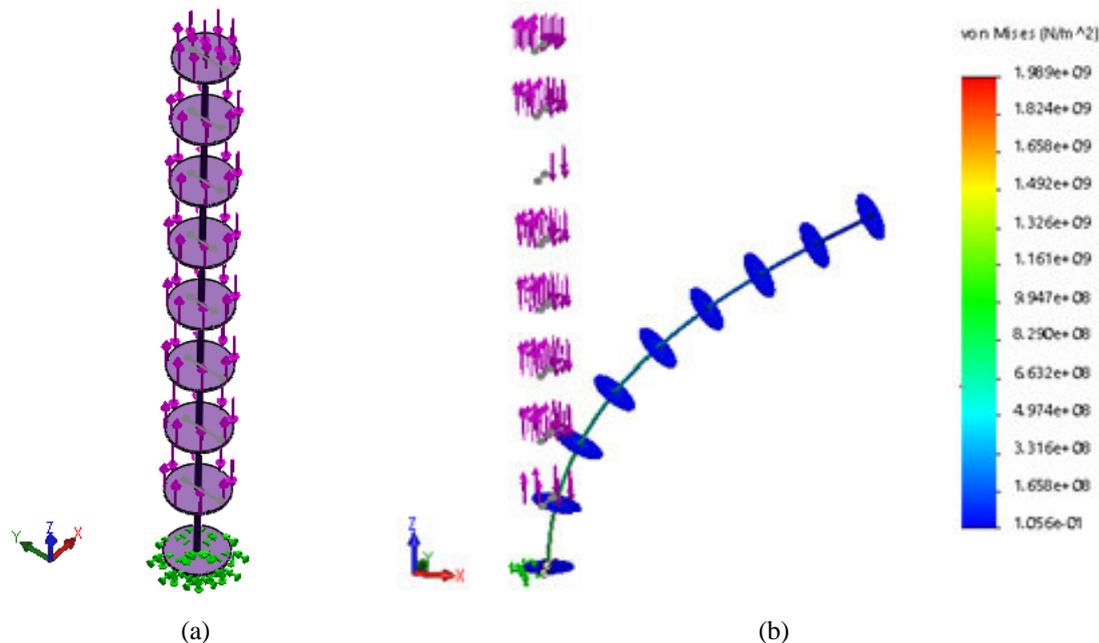


Figure 4. 11 : (a) Etat initial avant la déformation de la section du robot, (b) Etat final après déformation de la section du robot (sans prise en compte du frottement).

Les Figures 4.12 et 4.13 représentent respectivement la comparaison entre la trajectoire générée par la simulation SolidWorks sans prise de compte du frottement avec celle obtenue à

partir du modèle géométrique direct (MGD) d'une section du robot sous l'hypothèse de courbure constante, ainsi que les erreurs euclidiennes suivant les axes X, Y et Z . On observe que les deux courbes présentent un léger écart, avec une erreur maximale dépassant les 15 mm. Ceci suggère que l'approche adoptée dans ce cas, consistant à appliquer un moment d'actionnement sur la plateforme de chaque unité, n'est pas adaptée à notre étude. Par conséquent, pour obtenir des résultats plus conformes à ceux de l'approche de courbure constante, il est nécessaire d'appliquer le moment d'actionnement exclusivement sur la plateforme supérieure de la section du robot, comme décrit pour une unité dans la sous-section précédente.

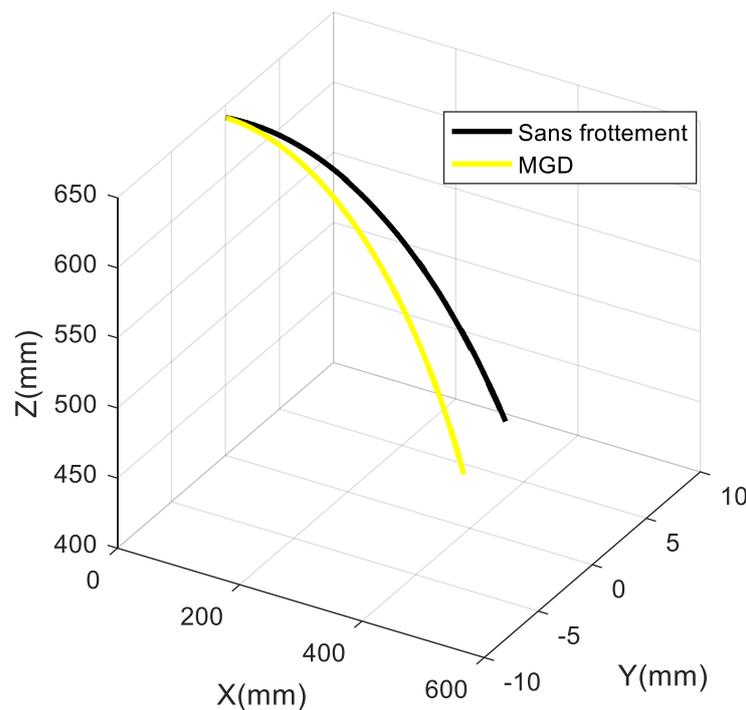
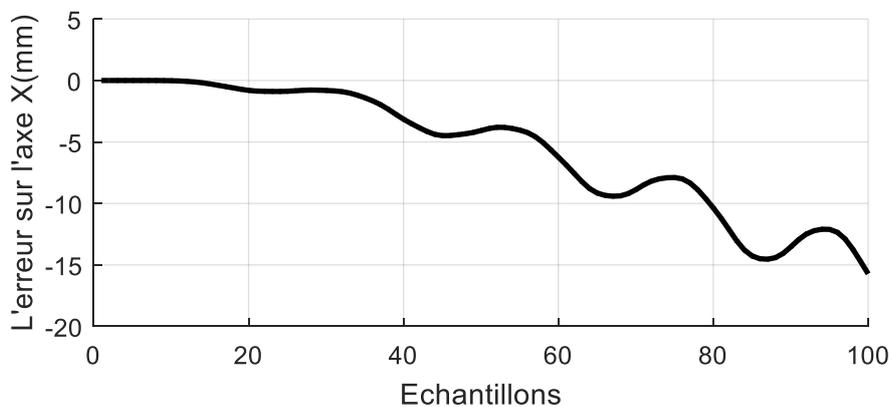
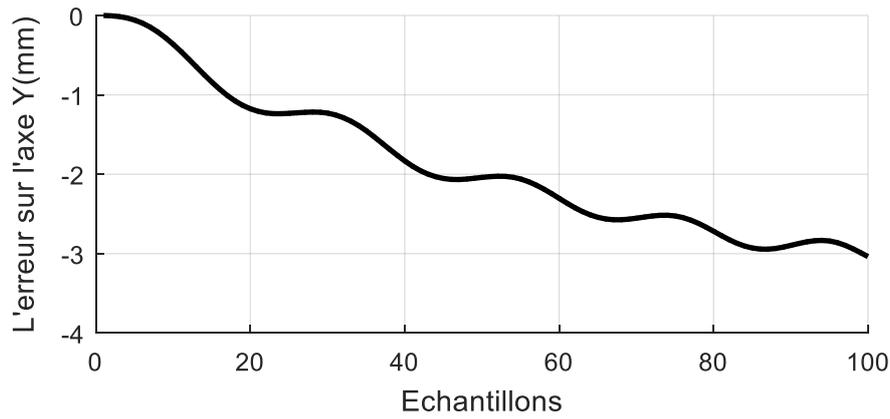


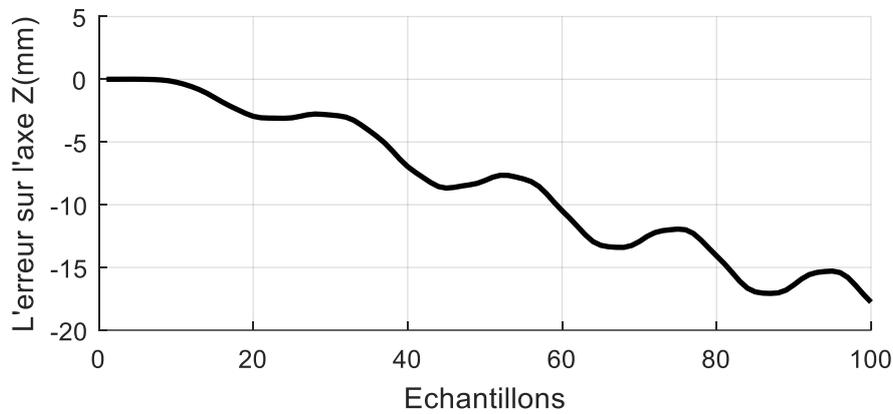
Figure 4.12 : Comparaison de la trajectoire générée par la simulation SolidWorks sans prise en compte du frottement avec celle obtenue à partir du modèle géométrique direct (MGD) d'une section du robot.



(a)



(b)



(c)

Figure 4.13 : Erreurs euclidiennes entre la trajectoire générée par la simulation SolidWorks sans prise en compte du frottement et celle obtenue à partir du modèle géométrique direct (MGD) d'une section du robot, suivant les axes X, Y et Z .

▪ Cas 2 : Prise en compte du frottement

Pratiquement, la force d'actionnement n'est pas uniforme le long des câbles en raison du frottement entre ces derniers et les disques de guidage. Concrètement, cette force diminue du bas vers le haut de la section. Dans ce contexte, plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature pour étudier l'influence de l'effet de frottement sur la déformation des robots flexibles continuum, comme décrit dans les travaux [80-85, 106-108, 113]. Dans cette section du chapitre, le principe de Coulomb [106] a été utilisé. Par conséquent, la force de frottement $f_{i,j-1,k}$ résultant de la force appliquée sur l'unité $(j-1, k)$, pour $j = 2, \dots, m$, peut être calculée à l'aide de la formule suivante [106] :

$$f_{i,j-1,k} = \mu F_{i,j-1,k} \quad (4.1)$$

où $F_{i,0,k}$ représente la force d'actionnement sur le câble, et μ est le coefficient de frottement entre le câble d'actionnement et le trou de passage dans le disque de guidage.

Cependant, pour effectuer une simulation dans SolidWorks, la variation du couple d'actionnement à appliquer sur la plateforme de chaque unité de la section du robot devrait être calculée en fonction de la variation du coefficient de frottement. Ainsi, de manière similaire à la procédure précédente, la variation du couple de frottement ainsi que le couple d'actionnement peuvent être calculés respectivement à l'aide des formules suivantes :

$$C_{f_{i,j-1,k}} = \mu C_{i,j-1,k} \quad (4.2)$$

$$C_{i,j,k} = C_{i,j-1,k} - C_{f_{i,j-1,k}} \quad (4.3)$$

En s'appuyant sur les conclusions du travail [106], la variation du coefficient de frottement ainsi que le couple d'actionnement pour chaque unité, calculé en fonction de la variation du couple illustré sur la Figure 4.3, sont visuellement présentés sur la Figure 4.14.

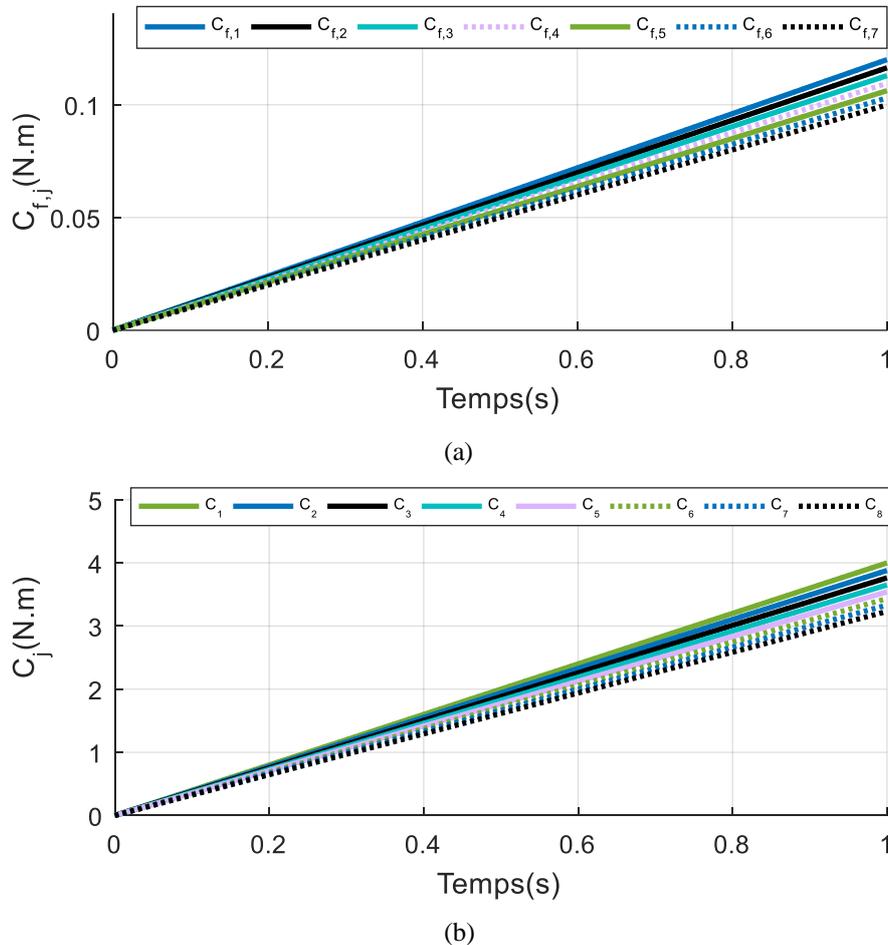


Figure 4.14 : (a) Variation du coefficient de frottement, (b) Variation du couple d'actionnement.

La Figure 4.15 illustre l'état initial et ceux finaux pour les deux cas considérés dans cette étude.

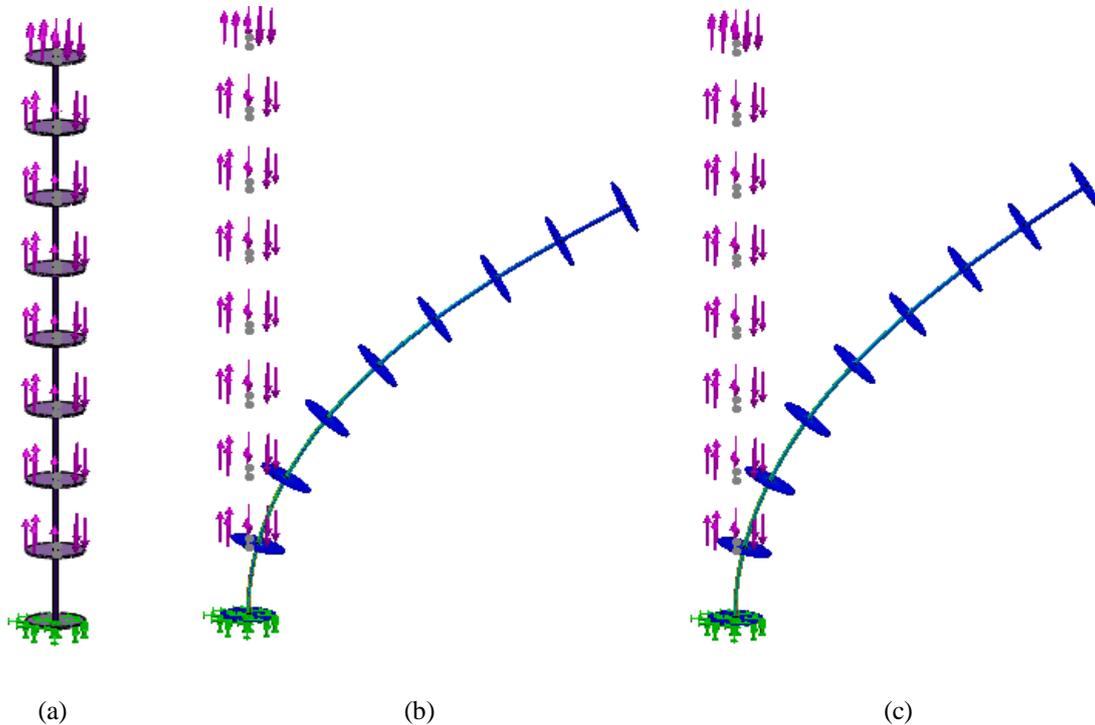


Figure 4.15 : (a) État initial avant la déformation de la section du robot, (b) État final après déformation de la section du robot (sans prise en compte du frottement), et (c) État final après déformation de la section du robot (avec prise en compte du frottement).

Les Figures 4.16 et 4.17 représentent respectivement la comparaison entre la trajectoire générée par la simulation SolidWorks avec prise en compte du frottement avec celle obtenue à partir du modèle géométrique direct (MGD) d'une section du robot sous l'hypothèse de courbure constante, ainsi que les erreurs euclidiennes suivant les axes X, Y et Z . On constate un écart significatif entre les deux courbes, avec une erreur maximale dépassant les 40 mm. Cela suggère que l'approche adoptée dans ce cas, impliquant l'application d'un moment d'actionnement sur la plateforme de chaque unité, n'est pas applicable à notre étude. En conséquence, les conclusions précédemment énoncées demeurent valables, signifiant qu'afin d'obtenir des résultats plus conformes à l'approche de courbure constante, il est impératif d'appliquer le moment d'actionnement exclusivement sur la plateforme supérieure de la section du robot, conformément à la description pour une unité dans la sous-section précédente.

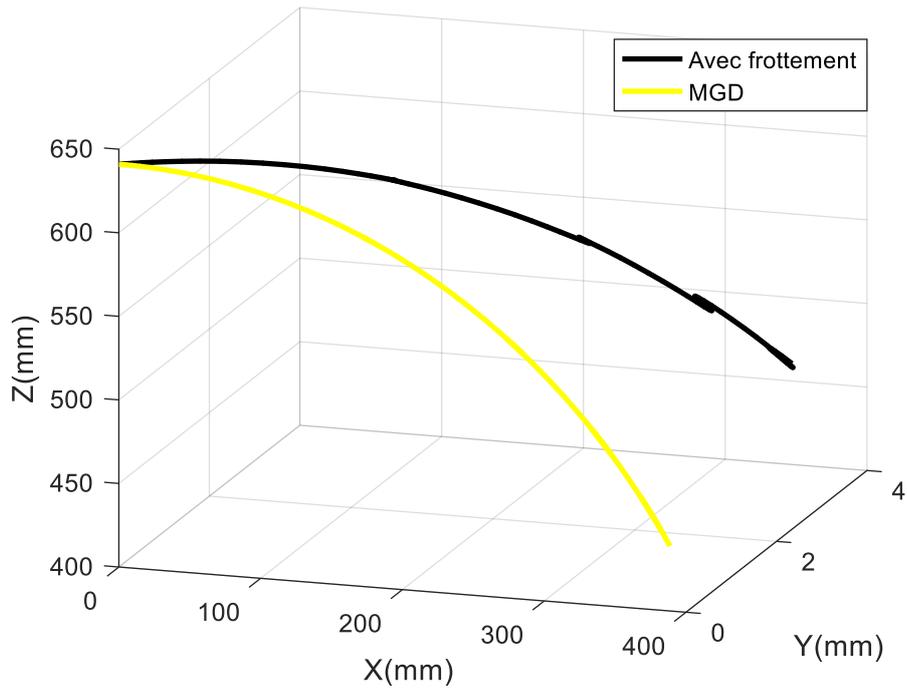
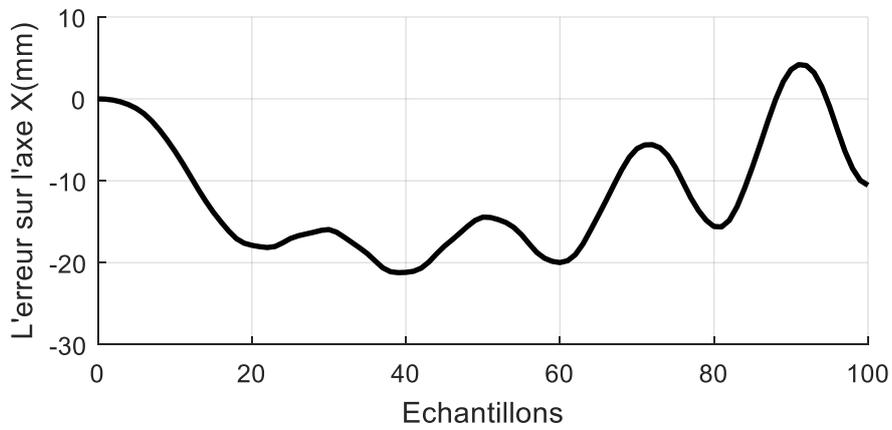
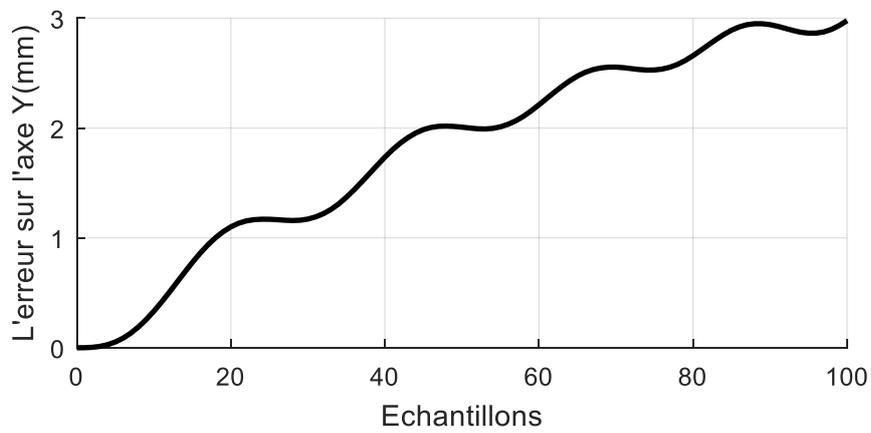


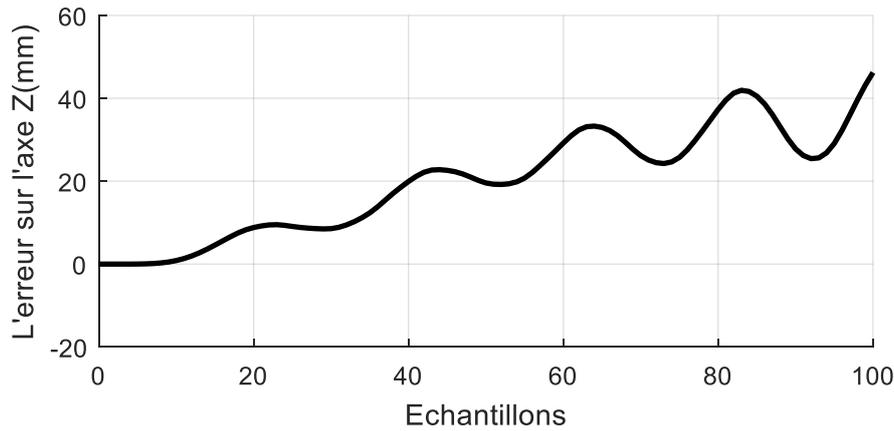
Figure 4.16 : Comparaison de la trajectoire générée par la simulation SolidWorks avec prise en compte du frottement avec celle obtenue à partir du modèle géométrique direct (MGD) d'une section du robot.



(a)



(b)



(c)

Figure 4.17 : Erreurs euclidiennes entre la trajectoire générée par la simulation SolidWorks avec prise en compte du frottement et celle obtenue à partir du modèle géométrique direct (MGD) d'une section du robot, suivant les axes X , Y et Z .

4.5. Conclusion

Dans ce chapitre, une analyse numérique du mouvement, en utilisant la dynamique non linéaire d'une unité et d'une section d'un robot flexible continuum, est réalisée à l'aide du logiciel SolidWorks. L'objectif principal de cette étude est d'évaluer la faisabilité de l'approche de courbure constante (CC) adoptée dans cette recherche pour différents scénarios de chargement. Pour commencer, nous avons présenté une conception simplifiée d'un robot à une seule section, élaborée à l'aide du logiciel SolidWorks. Les composants principaux de cette conception ont été exposés et discutés brièvement. Sur la base de cette conception, nous avons fabriqué un prototype du robot flexible continuum à une section. Ensuite, nous avons réalisé trois cas d'étude sur le mouvement, explorant la dynamique non linéaire. Les deux premiers cas ont été considérés pour une unité et une section du robot flexible continuum sans prendre en compte le frottement, tandis que le dernier cas était dédié à une section du robot, en prenant en compte le frottement. Les résultats de la simulation SolidWorks pour une unité ont démontré la faisabilité de l'approche de courbure constante. Dans ce scénario, le couple d'actionnement est appliqué sur la plateforme mobile de l'unité. En revanche, les résultats obtenus pour les deux autres cas, c'est-à-dire pour une section où les couples d'actionnement sont appliqués sur les plateformes de chaque unité, ont révélé l'infaisabilité de l'approche CC.

Modélisation cinématique et dynamique

Sommaire

5.1.	Introduction	85
5.2.	Hypothèses de modélisation	85
5.3.	Modélisation cinématique	86
5.4.	Modélisation dynamique	88
5.4.1.	L'énergie cinétique totale	89
5.4.2.	L'énergie potentielle totale	91
5.4.3.	Identification du module d'élasticité	92
5.4.4.	Les forces généralisées	94
5.4.5.	Equations du mouvement	95
5.5.	Résultats de simulation	96
5.5.1.	Simulation du modèle d'équilibre statique	97
5.7.2.	Simulation du modèle dynamique	99
5.7.3.	Validation expérimentale du modèle statique	103
5.6.	Conclusion	104

5.1. Introduction

La modélisation dynamique des robots revêt une importance cruciale dans le domaine de la robotique, se donnant pour objectif de décrire de manière à la fois mathématique et physique le comportement en mouvement de ces systèmes mécaniques complexes. Ces modèles permettent de formuler un ensemble d'équations du mouvement détaillées, fournissant ainsi une compréhension approfondie des interactions entre les différents composants du robot et son environnement. Ces modèles dynamiques jouent un rôle décisif dans la simulation, la planification de mouvements précis et l'optimisation des performances des robots dans un large éventail d'applications, allant de la fabrication industrielle à la chirurgie assistée par robot.

Cependant, l'obtention des modèles dynamiques des robots flexibles continuum représente un défi majeur en raison de la complexité de leur structure, de la non-linéarité de leurs modèles géométriques, de leur hyper-redondance en termes de degrés de liberté, ainsi que de leur type d'actionnement. Dans ce contexte, la littérature a exploré diverses méthodes et principes pour dériver ces modèles mathématiques, notamment la méthode de Lagrange [15, 73-81], le principe de la puissance virtuelle [84-87], le principe de Hamilton [88], et la théorie de la tige de Cosserat [89-94].

En raison de la complexité inhérente à la modélisation dynamique des robots flexibles continuum, en particulier ceux actionnés par câbles, ce chapitre se concentre sur le développement du modèle dynamique d'un robot flexible continuum à une seule section. Cette démarche implique l'utilisation de la méthode de Lagrange et l'adoption de l'approche de courbure constante (CC). Pour ce faire, nous commençons par rappeler les hypothèses de modélisation. Ensuite, nous procédons au calcul des modèles géométrique et cinématique, y compris les coordonnées locales et globales ainsi que les vitesses linéaires et angulaires. Enfin, la méthode de Lagrange est employée pour formuler les équations du mouvement, générant ainsi le comportement dynamique du robot en question. Dans cette étude, le module d'élasticité de la tige flexible du robot a été identifié expérimentalement. Des exemples de simulation pour l'équilibre statique et dynamique dans l'environnement Matlab sont fournis pour valider le modèle développé. De plus, le modèle statique est également validé expérimentalement.

5.2. Hypothèses de modélisation

Pour élaborer le modèle dynamique du robot flexible continuum actionné par câbles, nous formulons les hypothèses suivantes :

- La tige flexible du robot est considérée comme inextensible, et sa déformation est modélisée selon l'approche de courbure constante (CC).
- Les forces extérieures appliquées sur le robot sont ignorées, à l'exception des forces d'actionnement par les câbles.
- La force de frottement entre les câbles d'actionnement et les disques de guidage est négligée, et l'effet de torsion est également ignoré.
- La masse de la tige flexible est supposée être distribuée uniformément le long de sa longueur.

5.3. Modélisation cinématique

Littéralement, le modèle cinématique peut être considéré comme un modèle de vitesses. Pour obtenir ce modèle, nous débutons en déterminant le vecteur de position et la matrice d'orientation. En procédant ensuite à la dérivation directe par rapport au temps, nous déterminons les vecteurs correspondants aux vitesses linéaires et angulaires du robot.

Comme illustré dans la Figure 5.1, Le vecteur de position \mathbf{r}_s de chaque point spécifié par le paramètre de courbe s , avec $s \in [0, l]$, peut être écrit comme suit :

$$\mathbf{r}_s = \begin{cases} \frac{s}{\theta(s)} c\varphi(1 - c\theta(s)) \\ \frac{s}{\theta(s)} s\varphi(1 - c\theta(s)) \\ \frac{s}{\theta(s)} s\theta(s) \end{cases} \quad (5.1)$$

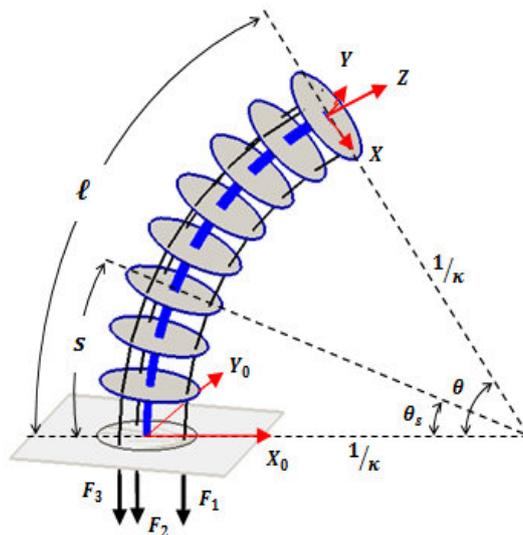


Figure 5.1 : Robot flexible continuum à une seule section modélisé sous forme d'un arc de cercle dans l'espace.

tel que l'angle de flexion au point défini par le paramètre de courbe s peut être calculé à l'aide de la formule suivante :

$$\theta(s) = \frac{s}{l} \theta \quad (5.2)$$

Comme indiqué dans le deuxième chapitre, la matrice d'orientation locale \mathbf{R}_s par rapport au repère de référence peut être déterminée à travers trois rotations successives : une rotation autour de l'axe z_0 d'un angle φ , une rotation autour de l'axe y_0 d'un angle $\theta_s = \frac{s}{l} \theta$, et une rotation autour de l'axe z_0 d'un angle $-\varphi$, comme suit [51] :

$$\mathbf{R}_s = \mathbf{rot}(z_0, \varphi) \mathbf{rot}\left(y_0, \frac{s}{l} \theta\right) \mathbf{rot}(z_0, -\varphi) \quad (5.3)$$

Afin de simplifier les développements mathématiques ultérieurs, l'équation (5.3) est réexprimée en termes des vecteurs unitaires \mathbf{n}_s , \mathbf{b}_s et \mathbf{t}_s . La matrice associée est exprimée de la manière suivante :

$$\mathbf{R}_s = [\mathbf{n}_s \quad \mathbf{b}_s \quad \mathbf{t}_s] \quad (5.4)$$

tels que :

$$\mathbf{n}_s = \begin{cases} c^2 \varphi c \theta(s) + s^2 \varphi \\ c \varphi c \theta(s) s \varphi - c \varphi s \varphi \\ -c \varphi s \theta(s) \end{cases} \quad (5.5)$$

$$\mathbf{b}_s = \begin{cases} c \varphi c \theta(s) s \varphi - c \varphi s \varphi \\ s^2 \varphi c \theta(s) + c^2 \varphi \\ -s \varphi s \theta(s) \end{cases} \quad (5.6)$$

$$\mathbf{t}_s = \begin{cases} c \varphi s \theta(s) \\ s \varphi s \theta(s) \\ c \theta(s) \end{cases} \quad (5.7)$$

En dérivant par rapport au temps l'équation (5.1), la vitesse linéaire locale \mathbf{v}_s peut être exprimée de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{k,s} &= \dot{\mathbf{r}}_{k,s} \\ &= \begin{cases} \dot{\theta} \left[\frac{s}{\theta} s \left(\frac{s}{l} \theta \right) - \frac{l}{\theta^2} \left(1 - c \left(\frac{s}{l} \theta \right) \right) \right] c \varphi - \frac{l}{\theta} \left(1 - c \left(\frac{s}{l} \theta \right) \right) \dot{\varphi} s \varphi \\ \dot{\theta} \left[\frac{s}{\theta} s \left(\frac{s}{l} \theta \right) - \frac{l}{\theta^2} \left(1 - c \left(\frac{s}{l} \theta \right) \right) \right] s \varphi + \frac{l}{\theta} \left(1 - c \left(\frac{s}{l} \theta \right) \right) \dot{\varphi} c \varphi \\ \dot{\theta} \left[\frac{s}{\theta} c \left(\frac{s}{l} \theta \right) - \frac{l}{\theta^2} s \left(\frac{s}{l} \theta \right) \right] \end{cases} \quad (5.8) \end{aligned}$$

De la même manière, la vitesse angulaire locale $\boldsymbol{\omega}_s$ peut être exprimée à l'aide de la formule suivante [87] :

$$\boldsymbol{\omega}_s = \hat{\mathbf{t}}_s \dot{\mathbf{t}}_s \quad (5.9)$$

tel que $\hat{\mathbf{t}}_{k,s}$ est la matrice antisymétrique associée au vecteur unitaire \mathbf{t}_s . Les composantes du vecteur $\dot{\mathbf{t}}_s$ ainsi que de la matrice antisymétrique $\hat{\mathbf{t}}_s$ sont respectivement données comme suit :

$$\dot{\mathbf{t}}_s = \begin{cases} -\dot{\varphi} s \left(\frac{s}{l}\theta\right) s\varphi + \frac{s}{l} \dot{\theta} c \left(\frac{s}{l}\theta\right) c\varphi \\ \dot{\varphi} s \left(\frac{s}{l}\theta\right) c\varphi + \frac{s}{l} \dot{\theta} c \left(\frac{s}{l}\theta\right) s\varphi \\ -\frac{s}{l} \dot{\theta} s \left(\frac{s}{l}\theta\right) \end{cases} \quad (5.10)$$

$$\hat{\mathbf{t}}_s = \begin{bmatrix} 0 & -c \left(\frac{s}{l}\theta\right) & s\varphi s \left(\frac{s}{l}\theta\right) \\ c \left(\frac{s}{l}\theta\right) & 0 & -c\varphi s \left(\frac{s}{l}\theta\right) \\ -s\varphi s \left(\frac{s}{l}\theta\right) & c\varphi s \left(\frac{s}{l}\theta\right) & 0 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

En substituant les équations (5.10) et (5.11) dans l'équation (5.9), la vitesse angulaire locale $\boldsymbol{\omega}_s$ prend la forme suivante :

$$\boldsymbol{\omega}_s = \begin{cases} -\frac{1}{l} \left(\dot{\theta} s s \varphi + l \dot{\varphi} c \left(\frac{s}{l}\theta\right) s \left(\frac{s}{l}\theta\right) c \varphi \right) \\ -\frac{1}{l} \left(\dot{\theta} s c \varphi + l \dot{\varphi} c \left(\frac{s}{l}\theta\right) s \left(\frac{s}{l}\theta\right) s \varphi \right) \\ \dot{\varphi} s^2 \left(\frac{s}{l}\theta\right) \end{cases} \quad (5.12)$$

5.4. Modélisation dynamique

Pour dériver le modèle dynamique du robot flexible continuum en question en utilisant la méthode de Lagrange (Equation (5.13)), les termes tels que l'énergie cinétique totale, l'énergie potentielle totale et les forces généralisées seront d'abord calculés.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial U}{\partial q_j} = Q_i \quad (5.13)$$

telles que :

- T représente l'énergie cinétique totale du robot ;
- U représente l'énergie potentielle totale du robot ;

- q_j représente les coordonnées généralisées représentées, qui sont dans ce cas spécifique l'angle de flexion θ et l'angle d'orientation φ ;
- Q_i représente les forces généralisées appliquées sur les câbles.

5.4.1. Energie cinétique totale

L'énergie cinétique totale T du CDCR en question se compose de deux parties : l'énergie cinétique de translation et de rotation de la tige flexible T_b , ainsi que celle de tous les disques T_d . Cependant, pour les paramètres estimés et les propriétés géométriques mentionnés dans le chapitre 4, les énergies cinétiques de rotation peuvent être négligées par rapport aux énergies de translation. La Figure 5.2 illustre la proportion entre l'énergie cinétique de translation et celle de rotation. D'après cette figure, il est évident de négliger les termes de l'énergie cinétique de rotation devant ceux de l'énergie cinétique de translation. Par conséquent, l'énergie cinétique totale est exprimée comme suit :

$$\begin{aligned}
 T &= T_b + T_d \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^{\ell} \mathbf{v}_s^T m_b \mathbf{v}_s ds + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^8 \mathbf{v}_j^T m_d \mathbf{v}_j
 \end{aligned}
 \tag{5.14}$$

où, pour chaque disque j , la vitesse linéaire \mathbf{v}_j est calculée à $s = jl/8$ avec $j = 1, 2, \dots, 8$.

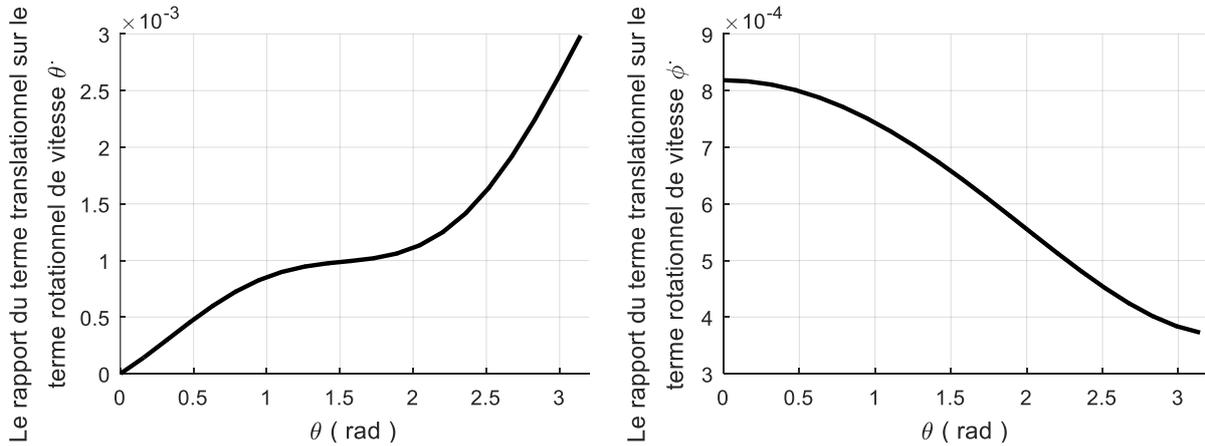


Figure 5.2 : Proportion entre les termes de l'énergie cinétique de translation et ceux de l'énergie cinétique de rotation en fonction de l'angle de flexion.

En développant l'équation (5.14), l'énergie cinétique totale du robot en question devient :

$$T = f_{\varphi} \dot{\varphi}^2 + f_{\theta} \dot{\theta}^2
 \tag{5.15}$$

où les facteurs f_{θ} et f_{φ} sont données comme suit :

$$\begin{aligned}
 f_{\theta}(\theta) = & \frac{1}{32\theta^4} l^2 m_d \left(256 + 51\theta^2 - 32c(\theta) - 32c\left(\frac{\theta}{2}\right) - 32c\left(\frac{\theta}{4}\right) - 32c\left(\frac{\theta}{8}\right) \right. \\
 & - 32c\left(\frac{3\theta}{8}\right) - 32c\left(\frac{5\theta}{8}\right) - 32c\left(\frac{7\theta}{8}\right) - 32\theta s(\theta) - 16\theta s\left(\frac{\theta}{2}\right) - 8\theta s\left(\frac{\theta}{4}\right) \\
 & - 24\theta s\left(\frac{3\theta}{4}\right) - 4\theta s\left(\frac{\theta}{8}\right) - 12\theta s\left(\frac{3\theta}{8}\right) - 20\theta s\left(\frac{5\theta}{8}\right) - 28\theta s\left(\frac{7\theta}{8}\right) \left. \right) \\
 & + \frac{1}{6\theta^5} l^2 m_b (\theta^3 + 6\theta - 12s(\theta) + 6\theta c(\theta))
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

$$\begin{aligned}
 f_{\varphi}(\theta) = & \frac{1}{2\theta^2} l^2 m_d \left(3s^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - s^2(\theta) + 3s^2\left(\frac{\theta}{4}\right) - s^2\left(\frac{3\theta}{4}\right) + 3s^2\left(\frac{\theta}{8}\right) \right. \\
 & + 3s^2\left(\frac{3\theta}{8}\right) - s^2\left(\frac{5\theta}{8}\right) - s^2\left(\frac{7\theta}{8}\right) + 4s^2\left(\frac{\theta}{16}\right) + 4s^2\left(\frac{3\theta}{16}\right) + 4s^2\left(\frac{5\theta}{16}\right) \\
 & \left. + 4s^2\left(\frac{7\theta}{16}\right) \right) + \frac{1}{8\theta^3} l^2 m_b (6\theta - 8s(\theta) + s(2\theta))
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

Afin de simplifier l'expression de l'énergie cinétique et d'éviter la singularité lorsque l'angle de flexion est proche de zéro, les facteurs de l'énergie cinétique f_{φ} et f_{θ} sont approximés par des fonctions polynomiales, plus précisément par un ajustement polynomial cubique (Cubic Polynomial Fit (CPF), en anglais). Par conséquent, en connaissant les paramètres et les propriétés géométriques du robot, les deux termes approximatifs peuvent être donnés en fonction de l'angle de flexion θ par les équations suivantes :

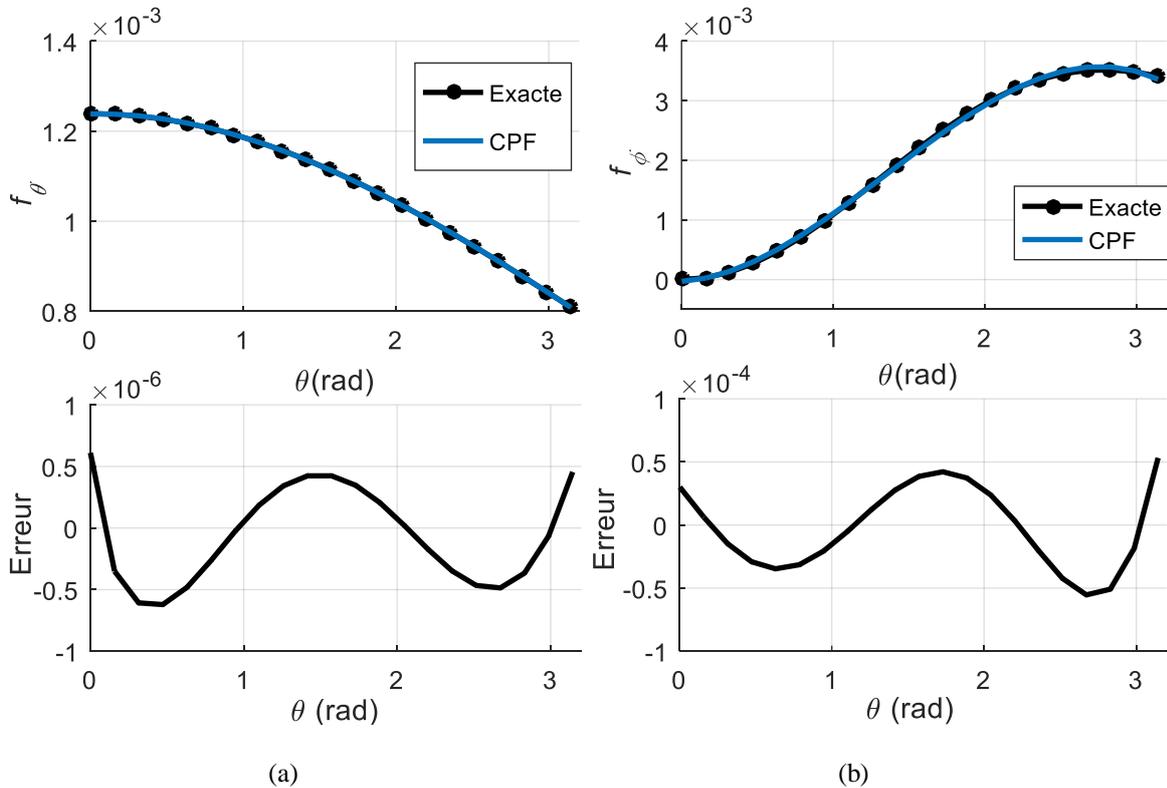


Figure 5.3 : Comparaison entre les facteurs exacts et approximatifs, ainsi que les erreurs entre eux.

$$f_{\theta}(\theta) = (0,562\theta^3 - 6,282\theta^2 + 0,525\theta + 123,86)10^{-5} \quad (5.18)$$

$$f_{\varphi}(\theta) = (-3,223\theta^3 + 13,094\theta^2 + 1,477\theta - 0,303)10^{-4} \quad (5.19)$$

Les facteurs exacts et approximatifs sont représentés sur la Figure 5.3. Selon cette figure, il est évident que les courbes se chevauchent, avec une erreur maximale de moins de $6 \cdot 10^{-5}$, enregistrée spécifiquement pour le facteur f_{φ} .

5.4.2. Energie potentielle totale

L'énergie potentielle du robot en question peut être obtenue en combinant l'énergie gravitationnelle de la tige flexible et des disques avec l'énergie d'élasticité de la tige flexible. Cependant, en raison de la faible masse des disques et de la tige flexible (voir Tableau 4.2), l'énergie potentielle gravitationnelle de la tige flexible et des disques peut être négligée par rapport à l'énergie potentielle élastique. Le rapport entre les énergies gravitationnelles et l'énergie potentielle élastique de la tige est visuellement représenté sur la Figure 5.4. Il est important de noter que l'énergie potentielle élastique a été calculée en fonction du module d'élasticité identifié expérimentalement dans la sous-section suivante. D'après cette figure, on peut clairement observer que le rapport entre ces énergies est très faible (de l'ordre de 1%). Par conséquent, l'énergie potentielle totale du robot s'exprime par la relation suivante [112] :

$$U = \frac{EI_b}{2l} \theta^2 \quad (5.20)$$

où E est le module d'élasticité, et I_b le moment d'inertie de la tige flexible.

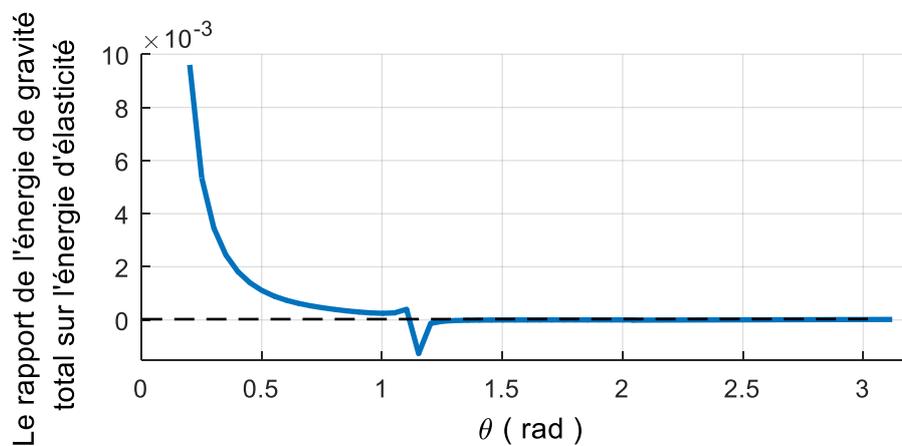


Figure 5.4 : Rapport entre l'énergie potentielle gravitationnelle et l'énergie élastique en fonction de l'angle de flexion.

5.4.3. Identification du module d'élasticité

Comme mentionné dans le chapitre précédent, la tige flexible est fabriquée à partir d'un matériau composite dont les propriétés, y compris le module d'élasticité, restent inconnues. Cependant, pour faire avancer notre développement du modèle dynamique, qui nécessite le calcul de l'énergie potentielle dépendant du module d'élasticité, il est essentiel de le déterminer. En raison des difficultés liées à la détermination du module d'élasticité par des essais classiques tels que l'essai de traction, qui est très complexe, nous avons recours à une identification expérimentale de ce module. A cette fin, nous utilisons l'équation de poutre d'Euler-Bernoulli [76,112] ainsi que des mesures réelles.

Le dispositif de test utilisé dans la procédure des mesures expérimentales est illustré dans la Figure 5.5. Il se compose du prototype physique, avec un bras de mesure portable 3D d'une précision de ± 0.02 mm (FARO Edge/FARO Laser Scan Arm, Modèle 14000), employé en tant que capteur pour mesurer les coordonnées cartésiennes de l'extrémité de la tige flexible du robot. De plus, un ensemble de poids différents, utilisé comme charge, sert à appliquer une force de tension sur le câble.

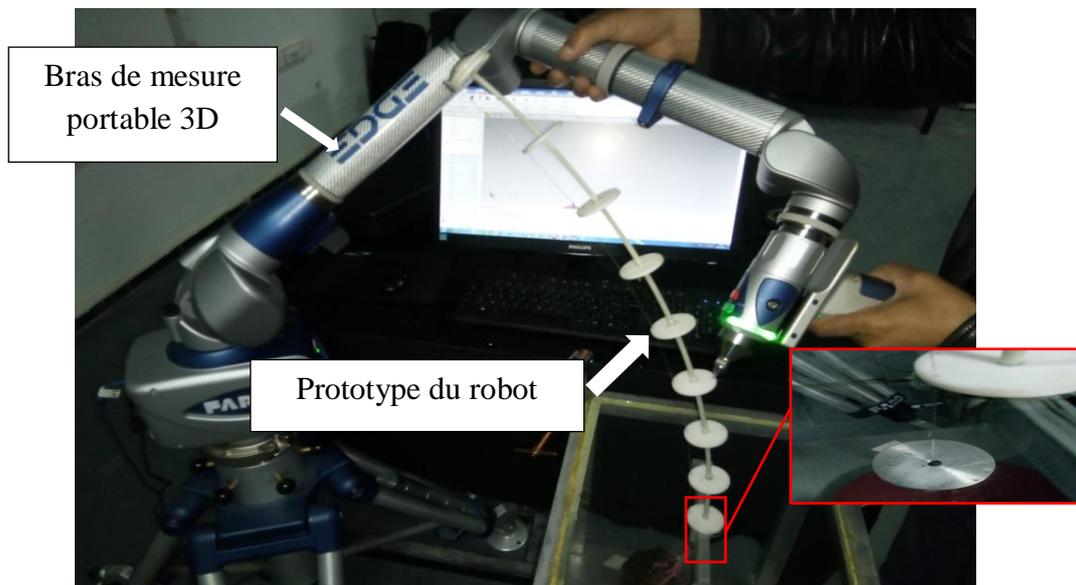


Figure 5.5 : Vue d'ensemble du dispositif de mesure expérimental.

A chaque essai de mesure, une force d'actionnement a été appliquée sur le câble en suspendant un poids connu au premier câble (voir Figure 5.1). Ensuite, pour chaque force appliquée, les coordonnées cartésiennes de l'extrémité de la tige flexible ont été mesurées et enregistrées à l'aide du bras de mesure portable 3D. Cependant, il est important de souligner l'existence de certaines sources d'incertitude dans les mesures, notamment : (i) le

positionnement initial du prototype et du bras de mesure portable 3D, (ii) le placement manuel du pointeur du bras de mesure lors de la prise de mesure, et (iii) l'imprécision de la fabrication du prototype du robot CDCR.

Afin de vérifier la faisabilité de l'application de l'équation de poutre d'Euler-Bernoulli [76, 112], la Figure 5.6 compare les mesures obtenues des coordonnées cartésiennes de l'extrémité de la tige flexible avec celles théoriques obtenues en utilisant l'approche de courbure constante. D'après cette figure, il est évident que les deux courbes sont très proches, ce qui confirme la validité de l'application de l'équation de poutre d'Euler-Bernoulli dans ce cas.

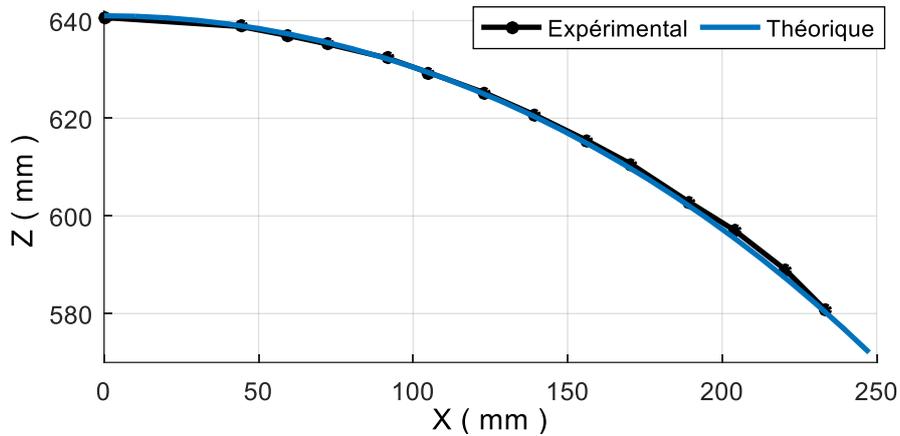


Figure 5.6: Comparaison entre les coordonnées cartésiennes mesurées avec celles obtenues par l'approche de courbure constante.

Afin d'appliquer l'équation des poutres d'Euler-Bernoulli, en considérant que la tige flexible est traitée comme une poutre encastree d'Euler-Bernoulli soumise à un moment de flexion M_{bend} à l'extrémité libre dans le plan de courbure x_0z_0 , les coordonnées cartésiennes de n'importe quel point situé sur l'axe central de la tige flexible peuvent être exprimées comme suit [76] :

$$\begin{cases} x(s) = \frac{EI_b}{M_{bend}} c(\theta(s)) \\ z(s) = \frac{EI_b}{M_{bend}} (1 - c(\theta(s))) \end{cases} \quad (5.21)$$

En se basant sur l'équation (5.21), l'expression du module d'élasticité de la tige flexible peut être formulée de la manière suivante :

$$E = \frac{M_{bend}}{I_b} \sqrt{\frac{x^2 + z^2}{2 - 2c(\theta)}} \quad (5.22)$$

où l'angle de flexion θ est calculé dans ce cas en fonction des mesures réelles des coordonnées cartésiennes x et z , en utilisant l'équation suivante [67] :

$$\theta = 2 \tan^{-1} \left(\frac{x}{z} \right) \quad (5.23)$$

Finalement, le module d'élasticité peut être obtenu approximativement en fonction de l'angle de flexion θ , en utilisant une approximation polynomiale comme illustré dans l'équation suivante (voir Figure 5.7) :

$$E = (-7.3\theta^6 + 23.44\theta^5 - 30.53\theta^4 + 20.7\theta^3 - 7.77\theta^2 + 1.57\theta - 0.091) \cdot 10^9 \quad (5.24)$$

Cependant, il est essentiel de souligner que la non-linéarité du module d'élasticité est causée par divers facteurs, tels que : (i) le comportement du matériau composite à partir duquel la tige est fabriquée, (ii) le frottement entre les câbles d'actionnement et les trous de guidage, (iii) les hypothèses de modélisation, et (iv) les incertitudes mentionnées précédemment.

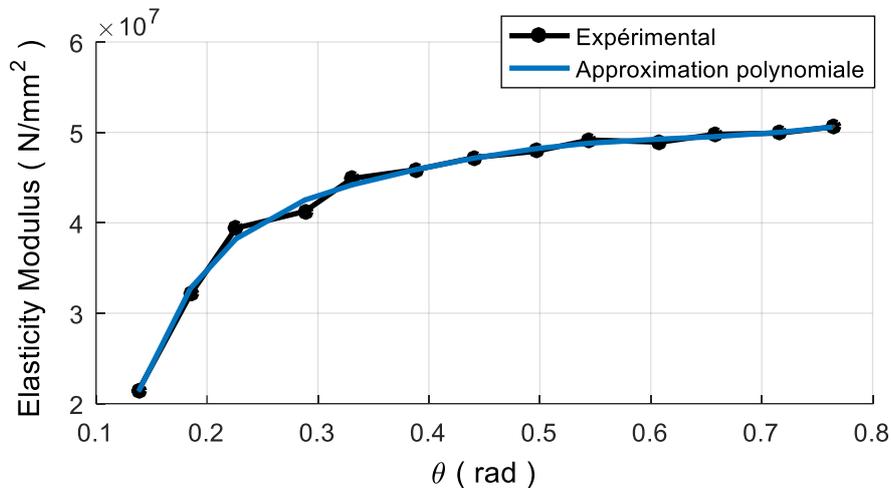


Figure 5.7 : Comparaison du module d'élasticité mesuré et estimé en fonction de l'angle de flexion.

5.4.4. Forces généralisées

Le mouvement spatial du robot flexible continuum actionné par câble peut être effectué en actionnant un ou deux câbles simultanément. En se référant aux sources [58, 79], la variation des tensions des câbles en fonction de la variation de l'angle d'orientation est représentée dans la Figure 5.8. Ainsi, la relation entre les forces généralisées Q_1 et Q_2 lorsque l'angle

d'orientation appartient à l'intervalle $\varphi \in \left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$ peut être exprimée en fonction des tensions des câbles F_1 et F_2 par la relation suivante [79] :

$$\begin{cases} Q_1 = F_1 dc(\gamma_1 - \varphi) + F_2 dc(\gamma_2 - \varphi) \\ Q_2 = F_1 d\theta s(\gamma_1 - \varphi) + F_2 d\theta s(\gamma_2 - \varphi) \end{cases} \quad (5.25)$$

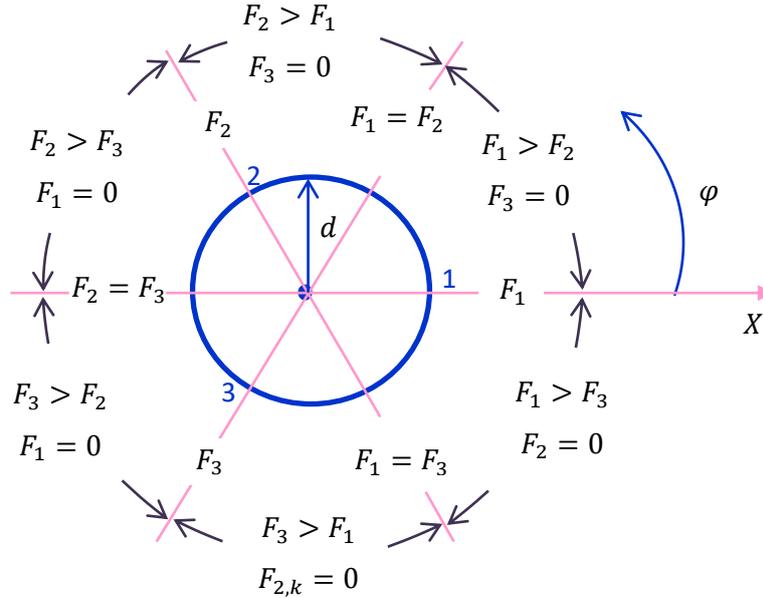


Figure 5.8 : Schéma explicatif de la variation des tensions des câbles pour une section flexible en fonction de l'angle d'orientation.

5.4.5. Equations du mouvement

En appliquant la méthode de Lagrange pour les coordonnées généralisées θ et φ , les équations du mouvement générant le comportement dynamique du robot flexible continuum à deux degrés de liberté peuvent être exprimées sous forme matricielle comme suit :

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}^2 \\ \dot{\theta}\dot{\varphi} \\ \dot{\varphi}^2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta \\ \varphi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (5.26)$$

tels les coefficients présents dans l'équation (5.26) sont définis de la manière suivante :

$$\begin{cases} M_{11} = 2f_\theta \\ M_{12} = M_{21} = 0 \\ M_{22} = 2f_\varphi \end{cases} \quad (5.27)$$

$$\begin{cases} C_{11} = -\frac{\partial f_\theta}{\partial \theta} \\ C_{13} = -\frac{\partial f_\varphi}{\partial \theta} \\ C_{22} = 2\frac{\partial f_\varphi}{\partial \theta} \\ C_{12} = C_{21} = C_{23} = 0 \end{cases} \quad (5.28)$$

$$\begin{cases} K_{11} = \frac{EI_b}{\ell} \\ K_{12} = K_{21} = K_{22} = 0 \end{cases} \quad (5.29)$$

$$\begin{cases} D_{11} = dc(\varphi) \\ D_{12} = dc\left(\frac{2\pi}{3} - \varphi\right) \\ D_{21} = -d\theta s(\varphi) \\ D_{22} = d\theta s\left(\frac{2\pi}{3} - \varphi\right) \end{cases} \quad (5.30)$$

Pour simuler le comportement dynamique du robot, la méthode de Runge-Kutta du 4^e ordre a été employée. En introduisant les variables d'état, telles qu'exprimées dans l'équation (5.31), dans l'équation (5.26) et en effectuant le développement subséquent, les équations du mouvement peuvent être formulées sous la forme décrite dans l'équation (5.32).

$$\begin{cases} u_1(t) = \theta(t) \\ u_2(t) = \dot{\theta}(t) \\ u_3(t) = \varphi(t) \\ u_4(t) = \dot{\varphi}(t) \end{cases} \quad (5.31)$$

$$\begin{cases} \dot{u}_1(t) = u_2(t) \\ \dot{u}_2(t) = \frac{1}{M_{11}M_{22} - M_{21}M_{12}} \left((M_{12}C_{21} - M_{22}C_{11})u_2^2 + (M_{12}C_{23} - M_{22}C_{13}) \right. \\ \quad \left. u_4^2 + (M_{12}K_{22} - M_{22}K_{12})u_3 + (M_{12}K_{21} - M_{22}K_{11})u_1 + (M_{12}C_{22} \right. \\ \quad \left. - M_{22}C_{12})u_2u_4 + (M_{22}D_{11} - M_{12}D_{21})F_1 + (M_{22}D_{12} - M_{12}D_{22})F_2 \right) \\ \dot{u}_3(t) = u_4(t) \\ \dot{u}_4(t) = \frac{1}{M_{12}M_{21} - M_{11}M_{22}} \left((M_{11}C_{21} - M_{21}C_{11})u_2^2 + (M_{11}C_{23} - M_{21}C_{13}) \right. \\ \quad \left. u_4^2 + (M_{11}K_{22} - M_{21}K_{12})u_3 + (M_{11}K_{21} - M_{21}K_{11})u_1 + (M_{11}C_{22} \right. \\ \quad \left. - M_{21}C_{12})u_2u_4 + (M_{21}D_{11} - M_{11}D_{21})F_1 + (M_{21}D_{12} - M_{11}D_{22})F_2 \right) \end{cases} \quad (5.32)$$

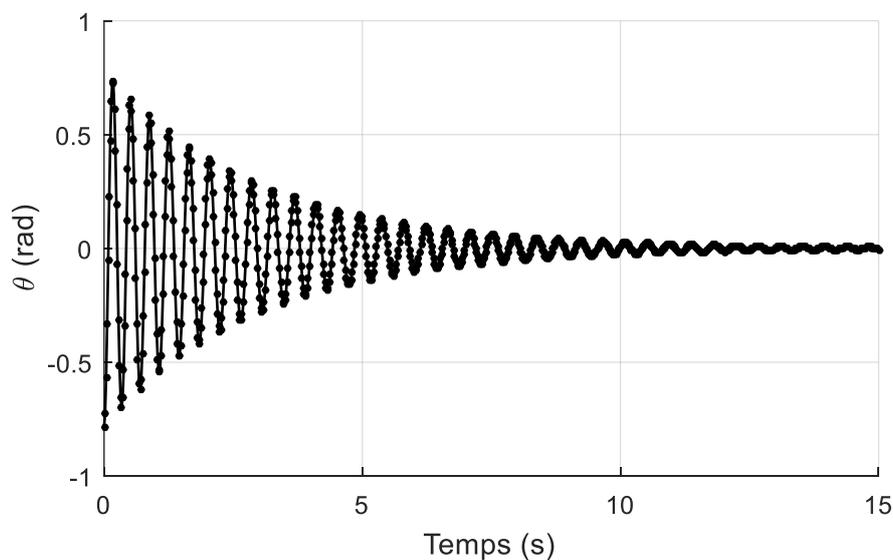
5.5. Résultats de simulation

Afin de confirmer la validité du modèle élaboré, des simulations sont réalisées pour évaluer l'équilibre statique et dynamique. Le modèle est mis en œuvre dans l'environnement

Matlab sur un ordinateur équipé d'un processeur Intel Core i3, 2,10 GHz, 4 Go de RAM, 64 bits. De plus, la validation expérimentale du modèle statique est également effectuée.

5.5.1. Simulation du modèle d'équilibre statique

Cet exemple de simulation est réalisé sans forces de tension dans les trois câbles. Le modèle est initialisé avec une valeur de l'angle de flexion égale à $\theta = \frac{\pi}{4}$ et une valeur nulle de l'angle d'orientation $\varphi = 0$. Trois cas sont pris en compte dans cet exemple. Le premier et le deuxième cas sont étudiés avec une valeur minimale et maximale du module d'élasticité, soit $E = 2.13 \cdot 10^7 \text{ N/mm}^2$ et $E = 5.06 \cdot 10^7 \text{ N/mm}^2$, respectivement. Le dernier cas est dédié au module d'élasticité en tant que fonction non linéaire de l'angle de flexion, comme exprimé dans l'équation (5.24). La réponse dynamique des trois cas est illustrée dans la Figure 5.9. Selon cette Figure, on peut observer que, pour chaque cas étudié, le comportement du robot présente des oscillations autour de la position d'équilibre, mais avec des amplitudes différentes. Afin de mettre en évidence les différences entre les amplitudes des réponses dynamiques enregistrées pour les trois cas étudiés, la Figure 5.10 présente une comparaison entre ces trois réponses. Selon cette figure, on observe que dans le cas du module d'élasticité ayant une valeur maximale, la réponse diminue rapidement, contrairement au cas du module d'élasticité ayant une valeur minimale. Pour le cas où le module d'élasticité est pris comme une fonction non linéaire, des oscillations asymétriques sont observées autour de la position d'équilibre. Ce phénomène peut être justifié par les forces internes créées par la variation du module d'élasticité au cours du temps.



(a)

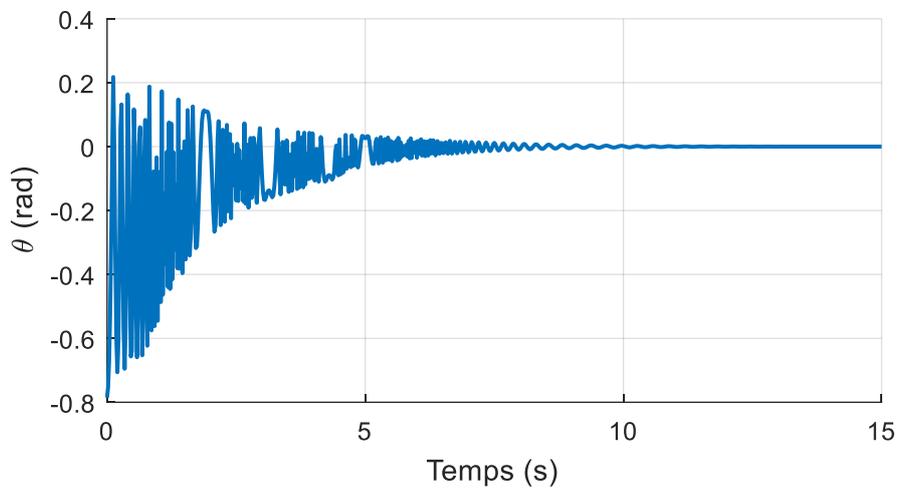
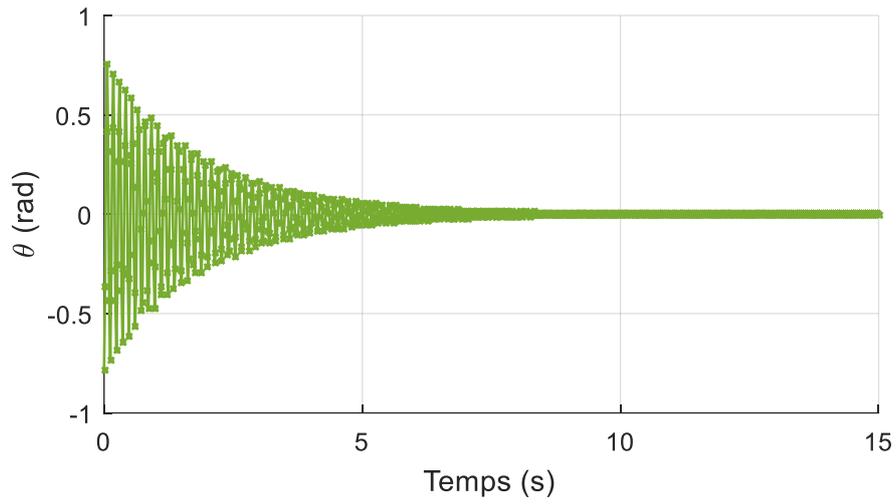
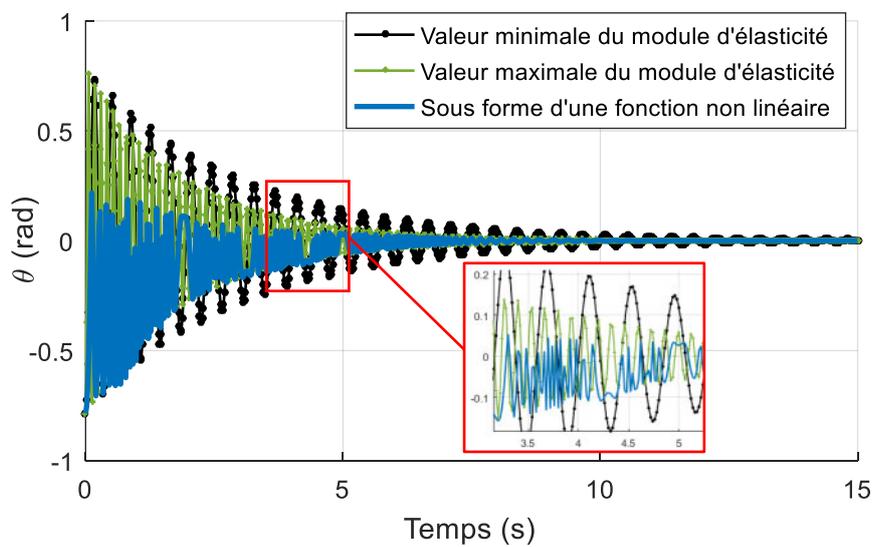


Figure 5.9 : Réponses dynamiques pour les trois cas du module d'élasticité étudiés : (a) avec une valeur minimale, (b) avec une valeur maximale, et (c) sous forme d'une fonction non linéaire.



5.5.2. Simulation du modèle dynamique

Pour la simulation du modèle dynamique, deux exemples sont pris en compte. Le premier exemple de simulation concerne le suivi d'une trajectoire dans le plan, tandis que le deuxième exemple concerne le suivi d'une trajectoire spatiale sous la forme d'une spirale.

■ Simulation en deux dimensions : Suivi d'une trajectoire en forme d'arc

La Figure 5.11 présente la trajectoire sous forme d'arc dans l'espace de travail du robot, utilisée comme entrée pour le modèle dynamique. Les réponses dynamiques, exprimées en termes d'angle de flexion et d'orientation, sont représentées dans la Figure 5.12. De plus, les forces de tension dans les câbles d'actionnement nécessaires pour suivre la trajectoire souhaitée, ainsi que la variation des longueurs des câbles, sont illustrées dans les Figures 5.13 et 5.14, respectivement. Pour visualiser le robot pendant son suivi, la Figure 5.15 présente certaines configurations du robot.

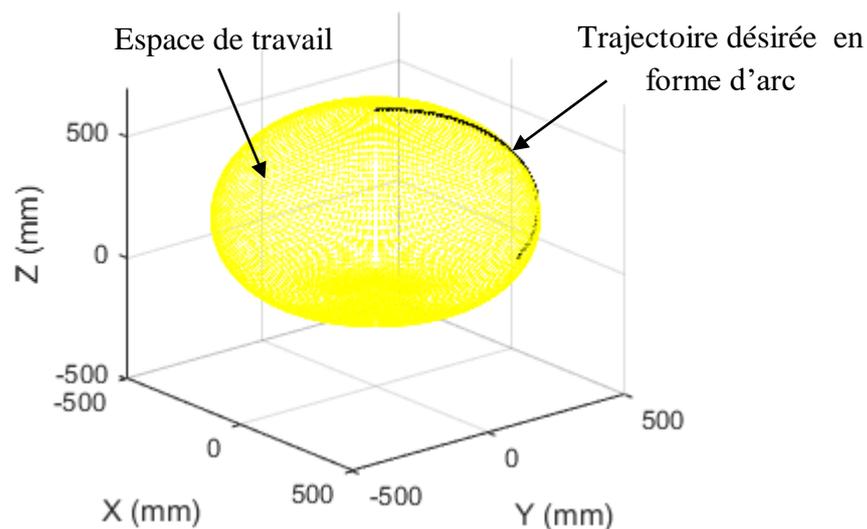


Figure 5.11 : La trajectoire à suivre, prenant la forme d'un arc, dans l'espace de travail du robot.

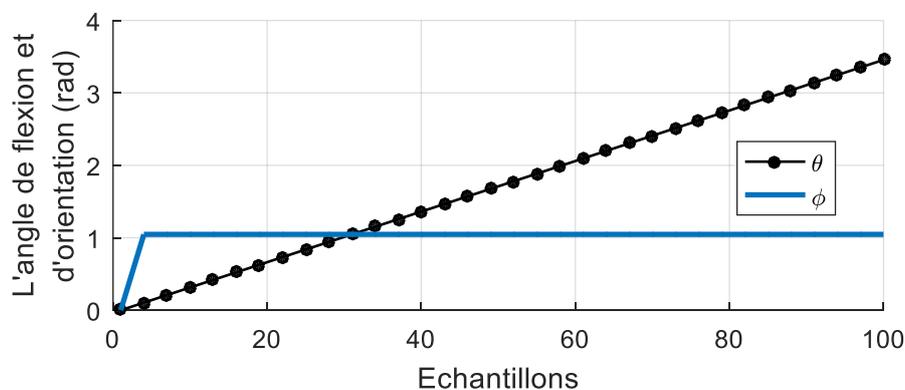


Figure 5.12 : Evolutions dynamiques relatives à l'angle de flexion et à l'angle d'orientation pour la trajectoire en forme d'arc.

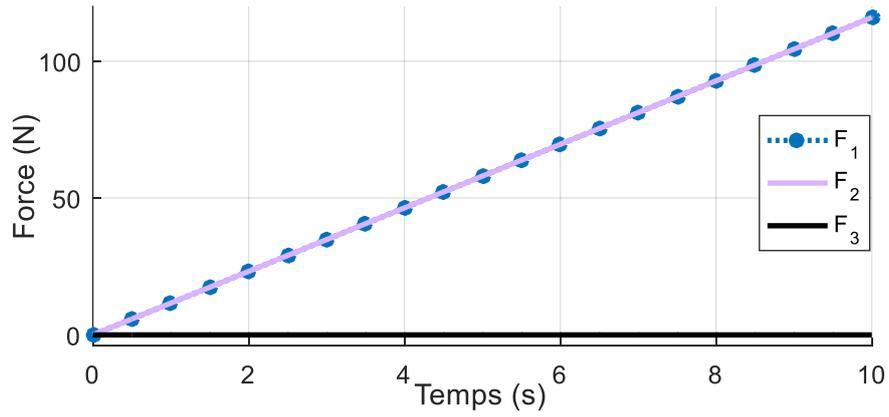


Figure 5.13 : Variation des forces d'actionnement requises pour suivre la trajectoire en arc.

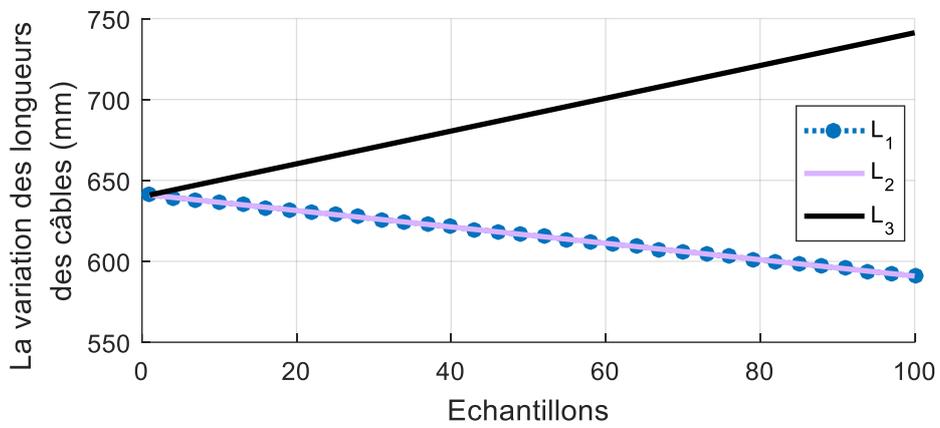


Figure 5.14 : Evolution des longueurs des câbles pendant le suivi de la trajectoire en arc.

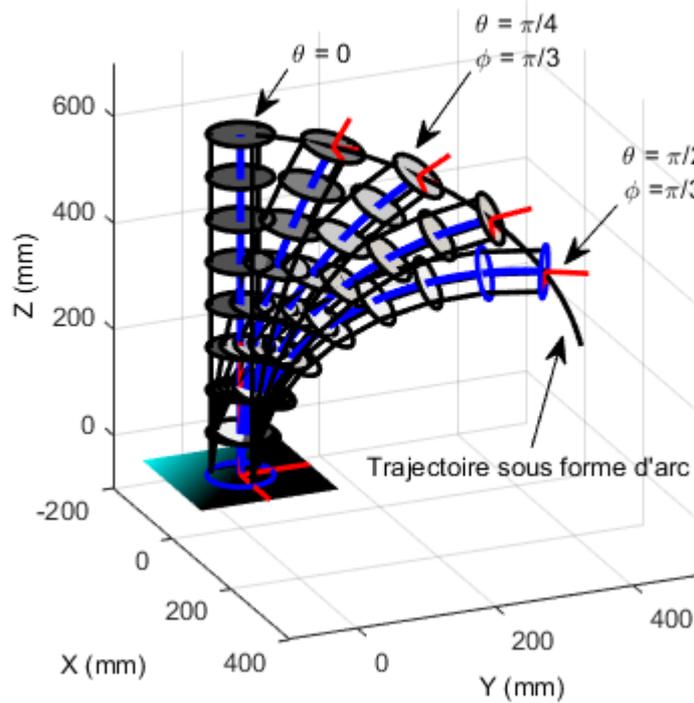


Figure 5.15 : Diverses configurations du robot lors de sa poursuite de la trajectoire en forme d'arc.

▪ Simulation en trois dimensions : Suivi d'une trajectoire en forme de spirale

La trajectoire désirée est exposée dans la Figure 5.16, tandis que les réponses dynamiques requises en termes d'angle de flexion et d'angle d'orientation sont représentées dans la Figure 5.17. À partir de cette figure, on peut déduire que dans certaines positions de la trajectoire souhaitée, une ou deux forces d'actionnement différentes sont simultanément appliquées, la troisième force étant nulle. De plus, les forces de tension dans les câbles d'actionnement nécessaires pour suivre la trajectoire désirée, ainsi que la variation des longueurs des câbles, sont présentées dans les Figures 5.18 et 5.19, respectivement. Pour visualiser le robot pendant son suivi, la Figure 5.15 illustre certaines configurations du robot en 2D et 3D.

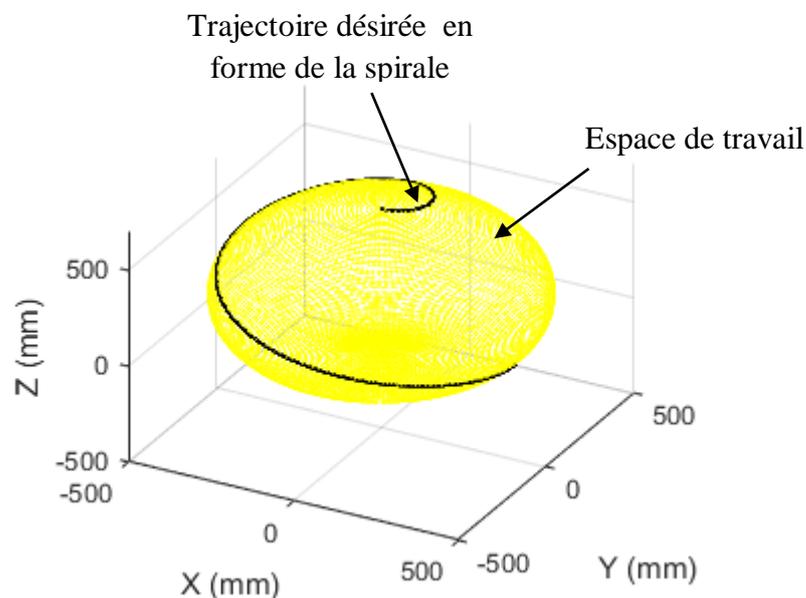


Figure 5.16 : La trajectoire en forme de spirale est présentée dans l'espace de travail du robot.

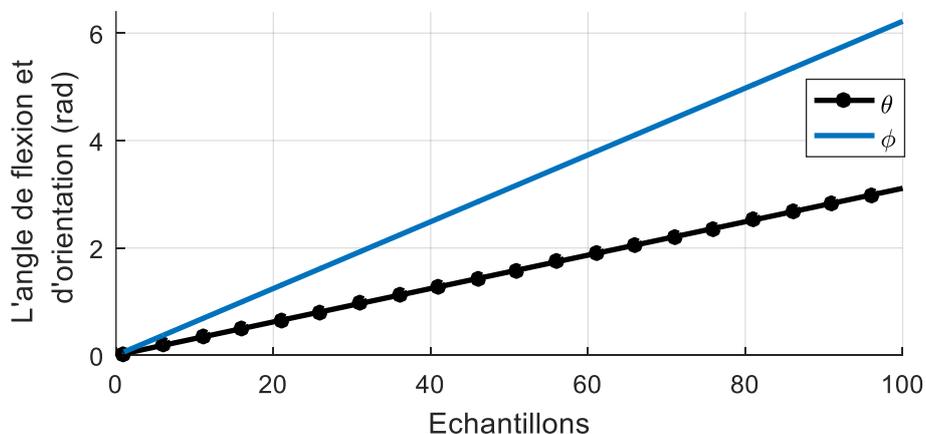


Figure 5.17 : Evolutions dynamiques relatives à l'angle de flexion et à l'angle d'orientation pour la trajectoire en forme de spirale.

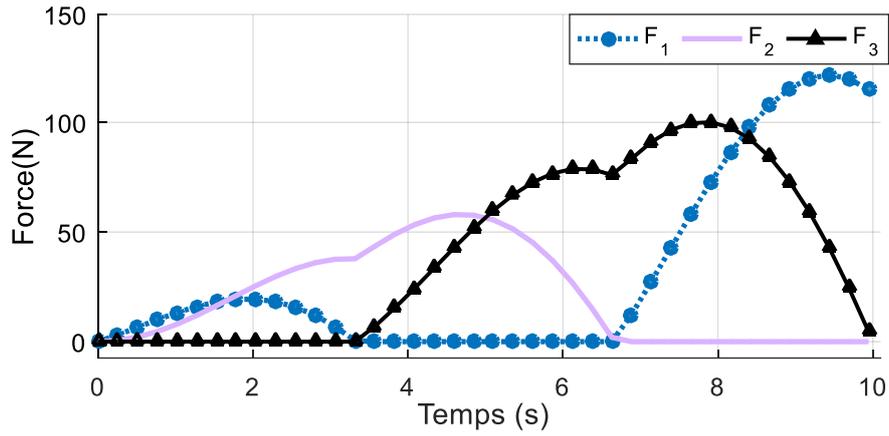


Figure 5.18 : Variation des forces d'actionnement requises pour suivre la trajectoire en forme de spirale.

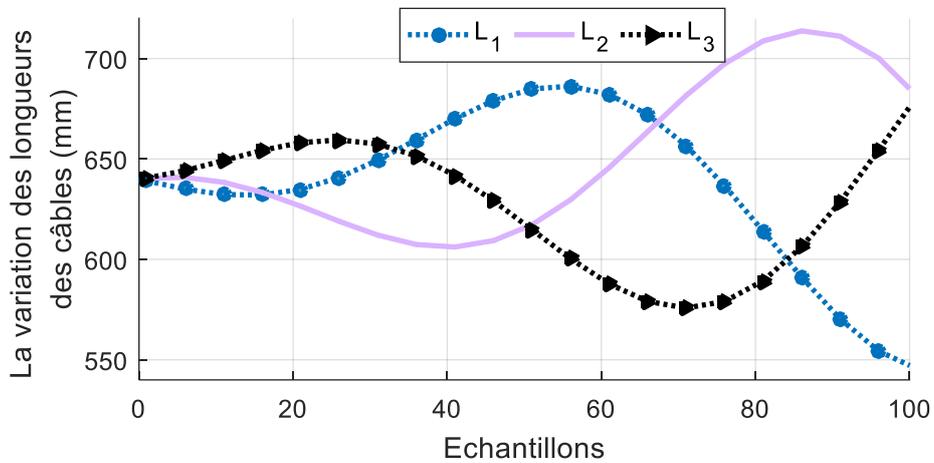
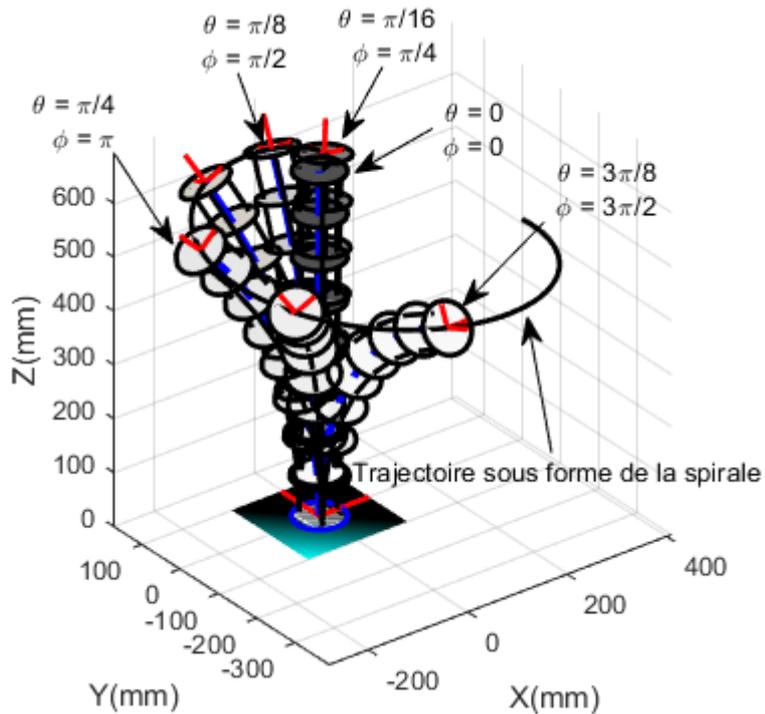


Figure 5.19 : Evolution des longueurs des câbles pendant le suivi de la trajectoire en spirale.



(a)

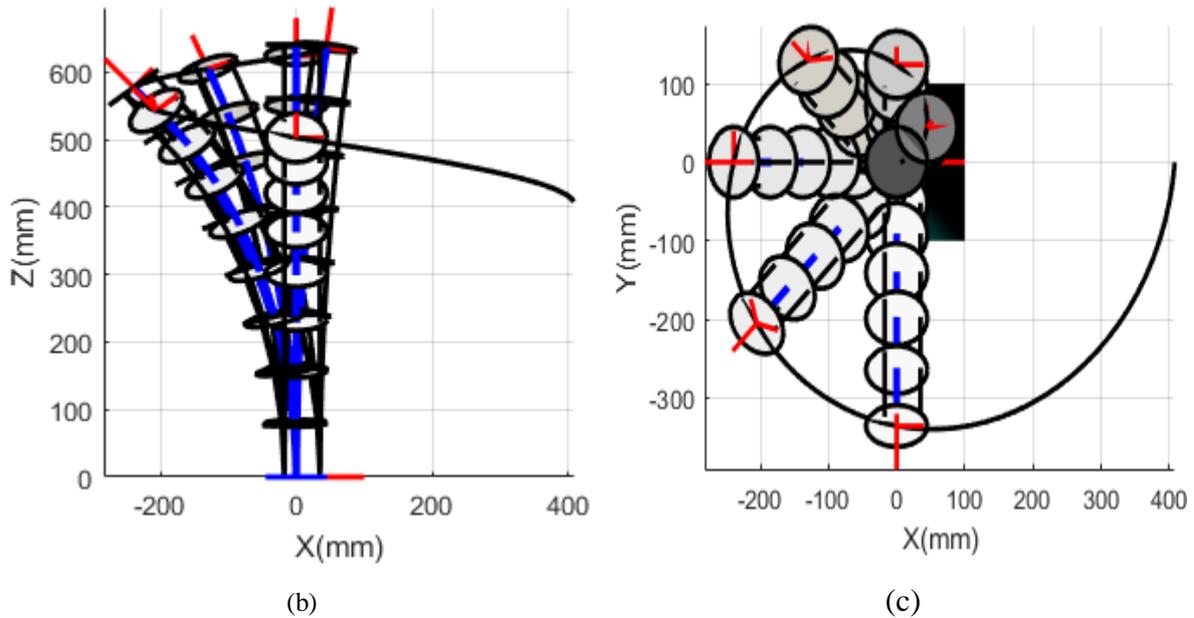


Figure 5.20 : Diverses configurations du robot lors de sa poursuite de la trajectoire en forme de spirale. (a) représentation 3D, (b) représentation 2D dans le plan XZ , et (c) représentation 2D dans le plan XY .

5.5.3. Validation expérimental du modèle statique

Afin de valider l'équilibre statique, les coordonnées cartésiennes de l'extrémité de la tige flexible, mesurées à l'aide du bras de mesure portable 3D, ont été comparées à celles du modèle statique, ainsi qu'à celles obtenues grâce au modèle géométrique direct développé en utilisant l'approche de courbure constante, comme présenté sur la Figure 5.21.

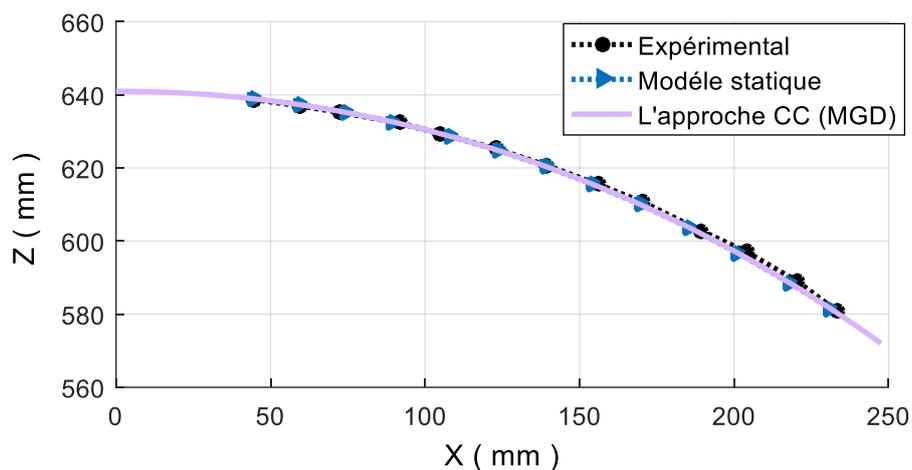


Figure 5.21 : Comparaison des coordonnées cartésiennes de l'extrémité du robot mesurées, obtenues en simulant le modèle statique, ainsi que celles obtenues par le modèle géométrique direct développé en utilisant l'approche de courbure constante.

D'après cette figure, on observe une convergence significative entre la courbe des résultats expérimentaux et de simulation réalisée dans la sous-section précédente, ainsi qu'avec ceux obtenus par le modèle géométrique direct. Cette convergence significative démontre la validité des modèles développés. L'apparition d'erreurs peut être attribuée à de nombreuses sources, notamment les effets de la gravité sur les composants du robot lors des mesures, alors qu'ils étaient ignorés lors de la simulation, le paramètre du module d'élasticité n'étant pas bien identifié, l'inexactitude mentionnée dans les mesures, ainsi que les hypothèses et les approximations de modélisation mentionnées précédemment.

En résumé, malgré les différentes hypothèses et méthodes utilisées, une similitude notable est observée entre les résultats obtenus dans ce chapitre et les travaux antérieurs, tels que [76, 80, 84]. L'analyse des résultats du modèle d'équilibre statique révèle une forte concordance avec ceux des travaux [80, 84]. En ce qui concerne le modèle dynamique, la même trajectoire en forme d'arc utilisée dans [76] a été exploitée pour tester le modèle élaboré dans ce chapitre. Les résultats obtenus pour les deux modèles démontrent une grande similarité entre eux. Enfin, le modèle statique a été validé et comparé aux résultats des mesures et aux prédictions théoriques. D'après l'examen de cette validation, une convergence significative est observée entre les résultats de simulation, les résultats de mesure et ceux obtenus par le modèle géométrique direct développé en utilisant l'approche de courbure constante.

5.6. Conclusion

Dans ce chapitre, le modèle dynamique d'un robot flexible continuum a été développé en utilisant la méthode de Lagrange, avec certaines hypothèses et simplifications. En premier lieu, le calcul du modèle géométrique et cinématique du robot a été réalisé, suivi du calcul des termes intégrés dans le modèle dynamique, notamment l'énergie cinétique et potentielle. Afin de simplifier le modèle, l'expression de l'énergie cinétique a été approximée grâce à l'approximation polynomiale cubique (CPF), tandis que les énergies gravitationnelles ont été négligées par rapport à l'énergie potentielle élastique. Le modèle dynamique ainsi obtenu a été résolu numériquement à l'aide de la méthode de Runge-Kutta. Cependant, étant donné que la tige flexible du robot est constituée d'un matériau composite aux propriétés inconnues, une identification expérimentale du module d'élasticité de la tige flexible a été effectuée. Des simulations ont été effectuées à l'aide du logiciel Matlab pour valider le modèle d'équilibre statique et dynamique dans le plan et l'espace. De plus, le modèle statique a été comparé aux résultats expérimentaux et théoriques du modèle géométrique direct obtenus en utilisant

l'approche de courbure constante. Les résultats obtenus démontrent l'efficacité du modèle dynamique élaboré.

Conclusion générale

Cette thèse aborde un sujet contemporain et passionnant dans le domaine de la construction mécanique, et plus spécifiquement en robotique. Elle se concentre sur la modélisation géométrique et dynamique des robots flexibles continuum actionnés par câbles, caractérisés par une courbure constante et variable. L'objectif principal de cette recherche est de contribuer au développement et à la résolution des problèmes spécifiques de modélisation liés à ces robots innovants. Dans la première partie, deux objectifs sont atteints : l'élaboration de modèles géométriques directs pour les robots flexibles continuum actionnés par câbles, caractérisés par une courbure constante et variable, ainsi que le développement de modèles pour chaque unité et section constituant ces robots. Les modèles géométriques directs pour l'unité, la section et le robot, caractérisés par une courbure constante, c'est-à-dire ayant une forme cylindrique, sont développés analytiquement. En revanche, pour le robot à courbure variable, c'est-à-dire ayant une forme conique, une approche basée sur l'optimisation et l'approximation par des fonctions polynomiales est proposée, mais elle est spécifiquement dédiée au robot planaire. Cependant, le modèle géométrique direct d'un robot spatial à courbure variable demeure un sujet ouvert à la recherche. Le deuxième objectif réalisé se concentre sur la résolution du modèle géométrique inverse d'un robot flexible continuum actionné par câbles, avec une seule section caractérisée par une courbure variable, grâce à un algorithme de cinématique inverse en boucle fermée, également connu sous le nom de Closed-Loop Inverse Kinematic (CLIK) en anglais. Néanmoins, la modélisation géométrique inverse des robots flexibles continuum actionnés par câbles, qu'ils soient caractérisés par une courbure constante ou variable et comportent plusieurs sections, demeure une question de recherche à explorer.

L'objectif initial de la deuxième partie de la thèse consistait à élaborer le modèle dynamique d'un robot flexible continuum actionné par câbles à plusieurs sections. Toutefois, en raison de la complexité structurelle et de la non-linéarité des modèles géométriques et cinématiques régissant ce type de robots, seul le modèle dynamique d'un robot à une seule section caractérisée par une courbure constante a été développé. Cette modélisation a été

réalisée en utilisant l'approche de courbure constante et la méthode de Lagrange. Pour simplifier le modèle dynamique et éviter les singularités numériques lorsque l'angle de flexion est proche de zéro, les expressions de l'énergie cinétique sont approximées par des fonctions polynomiales. En outre, les énergies gravitationnelles sont négligées par rapport à l'énergie potentielle élastique. Étant donné l'inconnu des propriétés de la tige flexible du robot, le module d'élasticité de la tige est identifié expérimentalement.

A la clôture de chaque chapitre où les modèles mathématiques sont développés, des exemples de simulations sous l'environnement Matlab sont présentés afin de valider et vérifier la faisabilité des modèles développés. De plus, un chapitre distinct est consacré à la conception et à la fabrication d'un robot flexible continuum actionné par câbles, composé d'une seule section et caractérisé par une courbure constante. L'objectif initial est l'estimation des paramètres géométriques et inertiels, suivi de la simulation numérique. Ce chapitre inclut également une analyse numérique du comportement dynamique non linéaire du robot à l'aide du logiciel SolidWorks, ainsi qu'une étude comparative avec l'approche de courbure constante proposée dans la littérature.

Le travail restant à accomplir demeure important, ouvrant ainsi de nouvelles perspectives et suggestions. Parmi les orientations possibles, on peut citer :

- L'extension du modèle géométrique direct élaboré pour le robot flexible continuum à plusieurs sections dans le plan, caractérisé par une courbure variable, à l'espace tridimensionnel.
- L'adaptation de l'approche de résolution du modèle géométrique inverse, initialement développée pour un robot à une section caractérisé par une courbure variable, à un contexte où le robot comporte plusieurs sections.
- Résolution du modèle géométrique inverse pour un robot flexible continuum à plusieurs sections, présentant une courbure constante.
- Elaboration du modèle dynamique d'un robot flexible continuum à plusieurs sections, caractérisés par une courbure constante et variable, tout en considérant l'impact de l'effet de frottement entre les câbles d'actionnement et les disques de guidage.
- L'élargissement de l'étude numérique du comportement dynamique non linéaire d'un robot à une section à celui d'un robot à plusieurs sections.

Bibliographies

- [1] Robinson, G., & Davies, J. C. (1999). Continuum robots-a state of the art. Proceedings 1999 IEEE international conference on robotics and automation (Cat. No.99CH36288C), 4, pp. 2849-2854. USA.
- [2] Kladitis, P. E., & Bright, V. M. (2000). Prototype microrobots for micro-positioning and micro-unmanned vehicles. *Sensors and Actuators A: Physical*, 80(2), 132-137.
- [3] Wang, B., Kostarelos, K., Nelson, B. J., & Zhang, L. (2021). Trends in micro-/nanorobotics: materials development, actuation, localization, and system integration for biomedical applications. *Advanced Materials*, 33(4), 2002047.
- [4] Chang, D., Lim, M., Goos, J. A., Qiao, R., et al. (2018). Biologically targeted magnetic hyperthermia: Potential and limitations. *Frontiers in pharmacology*, 9, 831.
- [5] Lipkin, K., Brown, I., Peck, A., Choset, H., et al. (2007). Differentiable and piecewise differentiable gaits for snake robots. 2007 IEEE/RSJ international conference, pp. 1864-1869.
- [6] Wang, K., Ma, Y., SHAN, H., & Ma, S. (2019). A snake-like robot with envelope wheels and obstacle-aided gaits. *Applied Sciences*, 9(18), 3749.
- [7] Crespi, A., & Ijspeert, A. J. (2009). Salamandrarobotica: a biologically inspired amphibious robot that swims and walks. *Artificial life models in hardware*, 35-64.
- [8] Walker, I. D. (2013). Continuous backbone “continuum” robot manipulators. *International Scholarly Research Notices*, 2013.
- [9] LI, Z. (2013). Wire-driven mechanism and highly efficient propulsion in water. The Chinese University of Hong Kong, china: Thèse de Doctorat.
- [10] Anderson, V. V. (1967). Tenser arm manipulator design. *ASME Trans*, 67, 1-12.
- [11] Anderson, V. C., & Horn, R. C. (1970). Tensor arm manipulator. United States Patent Application.
- [12] Hirose, S. (1993). Biologically inspired robots Snake-Like Locomotors and Manipulators.
- [13] Chirikjian, G. S., & Burdick, J. W. (1991). Hyper-redundant robot mechanisms and

- their applications.
- [14] Chirikjian, G. S. (1992). Theory and applications of hyper-redundant robotic mechanisms. California, Applied Mechanics Institute of Technology, USA: Thèse de Doctorat.
 - [15] Chirikjian, G. S. (1993). A continuum approach to hyper-redundant manipulator dynamics. Proceedings of 1993 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'93), pp. 1059-1066.
 - [16] Immega, G. (1994, juin 7). Tentacle-like manipulators with adjustable tension lines. U.S.Patent (5, 317, 952).
 - [17] Wilson, J. F., Li, D., Chen, Z., & George, R. T. (1993). Flexible robot manipulators and grippers: Relatives of elephant trunks and squid tentacles. Robots and Biological Systems: Towards a New Bionics?, 475-494.
 - [18] Immega, G., & Antonelli, K. (1995). The KSI tentaclemanipulator. Proceedings of 1995 IEEE international conference on robotics and automation pp. 3149-3154.
 - [19] Cieślak, R., & Morecki, A. (1999). Elephant trunk type elastic manipulator-a tool for bulk and liquid materials transportation. Robotica, 17(1), 11-16.
 - [20] Lane, D. M., Davies, J. B., Robinson, G., O'Brien, D. J., et al. (1999). The AMADEUS dextrous subsea hand: design, modeling, and sensor processing. IEEE Journal of Oceanic engineering, 24(1), 96-111.
 - [21] Hannan, M. W., & WALKER, I. D. (2000). Analysis and initial experiments for a novel elephant's trunk robot. Proceedings. 2000 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2000) (Cat. No.00CH37113) pp. 330-337.
 - [22] Walker, I. D., Dawson, D. M., Flash, T., Grasso, F. W., et al. (2005). Continuum robot arms inspired by cephalopods. Unmanned Ground Vehicle Technology VII Proceedings of SPIE, 5804, 303-314.
 - [23] Walker, I. D., Carreras, C., McDonnell, R., & Grimes, G. (2006). Extension versus bending for continuum robots. International Journal of Advanced Robotic Systems, 3(2), 26.
 - [24] Boccolato, G., Manta, F., Dumitru, S., & Cojocaru, D. (2010). 3D kinematics of a tentacle robot. International Journal of Systems Applications, Engineering & Development, 4(1), 1-8.
 - [25] Grissom, M. D., Chitrakaran, V., Dienno, D., Csencits, M., et al. (2006). Design and experimental testing of the octarm soft robot manipulator.

- Unmannedsystemstechnology VIII. SPIE, 491-500.
- [26] McMahan, W., Chitrakaran, V., Csencsits, M., Dawson, D., et al. (2006). Field trials and testing of the OctArm continuum manipulator. Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation 2006 ICRA 2006 pp. 2336-2341.
- [27] Braganza, D., DAWSON, D., Walker, I. D., & Nath, N. (2007). A neural network controller for continuum robots. IEEE transactions on robotics, 23(6), 1270-1277.
- [28] McMahan, W., Jones, B. A., & Walker, I. D. (2005). Design and implementation of a multi-section continuum robot: Air-octor. 2005 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems pp. 2578-2585.
- [29] Mehling, J. S., Diftler, M. A., Chu, M., & Valvo, M. (2006). A minimally invasive tendril robot for in-space inspection. The First IEEE/RAS-EMBS International Conference on Biomedical Robotics and BiomechatronicsBioRob 2006 pp. 690-695.
- [30] Kapoor, A., Simaan, N., & Taylor, R. H. (2005). Suturing in confined spaces: constrained motion control of a hybrid 8-DoF robot. Proceedings of the 12th International Conference on Advanced Robotics ICAR'05 pp. 452-459.
- [31] Simaan, N., Taylor, R., & Flint, P. (2004). A dexterous system for laryngeal surgery. Proceedings of International Conference on Robotics and Automation ICRA'04 pp. 351-357.
- [32] Simaan, N., Taylor, R., & Flint, P. (2004). High dexterity snake-like robotic slaves for minimally invasive telesurgery of the upper airway. Proceedings Part II 7 of the 7th International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention MICCAI 2004. Saint-Malo France: Springer Berlin Heidelberg.
- [33] Buckingham, R. (2002). Snake arm robots. Industrial Robot, 29(3), 242-245.
- [34] Yang, J., Jason, P., & Abdel-Malek, K. (2006). A hyper-redundant continuous robot. Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA 2006 pp. 1854-1859.
- [35] Dupont, P. E., Lock, J., Itkowitz, B., & Butler, E. (2009). Design and control of concentric-tube robots. IEEE Transactions on Robotics, 26(2), 209-225.
- [36] Webster, R. J., Romano, J. M., & Cowan, N. J. (2008). Mechanics of precurved-tube continuum robots. IEEE transactions on robotics, 25(1), 67-78.
- [37] Festo, A. G., & Kg, C. (2010). Bionic handling assistant. Info-brochure Festo.

- [38] Escande, C., Chettibi, T., Merzouki, R., Coelen, V., et al. (2014). Kinematic calibration of a multisection bionic manipulator. *IEEE/ASME transactions on mechatronics*, 20(2), 663-674.
- [39] Li, Z., & Du, R. (2013). Design and analysis of a bio-inspired wire-driven multi-section flexible robot. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 10(4), 209.
- [40] Kundrat, D., Schoob, A., Kahrs, L. A., & Ortmaier, T. (2015). Flexible robot for laser phonosurgery. *Soft Robotics: Transferring Theory to Application*, 265-271.
- [41] Maghooa, F., Stilli, A., Noh, Y., Althoefer, K., et al. (2015). Tendon and pressure actuation for a bio-inspired manipulator based on an antagonistic principle. 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA) pp. 2556-2561.
- [42] Yeshmukhametov, A., Buribayev, Z., Amirgaliyev, Y., & Ramakrishnan, R. R. (2018). Modeling and validation of new continuum robot backbone design with variable stiffness inspired from elephant trunk. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 417(1), p. 012010.
- [43] Yeshmukhametov, A., Koganezawa, K., & Yamamoto, Y. (2019). A novel discrete wire-driven continuum robot arm with passive sliding disc: Design, kinematics and passive tension control. *Robotics*, 8(3), 51.
- [44] Wang, M., Dong, X., Ba, W., Mohammad, A., et al. (2021). Design, modelling and validation of a novel extra slender continuum robot for in-situ inspection and repair in aeroengine. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 67, 102054.
- [45] Amouri, A., Cherfia, A., Belkhiri, A., et al. (2023). Bio-inspired a novel dual-cross-module sections cable-driven continuum robot: design, kinematics modeling and workspace analysis. *J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng*, 45, 265.
- [46] Zhou P., Yao J., Zhang S., et al. (2022). A bioinspired fishbone continuum robot with rigid-flexible-soft coupling structure. *Bioinspiration Biomimetics*, 17(6), 066012.
- [47] Shoani, M. T., Ribuan, M. N., & Mohd Faudzi, A. A. (2023). Design and performance of a slender soft continuum manipulator for tall structure inspection. *Industrial Robot: the international journal of robotics research and application*, 50(6), 944 – 958.
- [48] Andersson, S. B. (2008). Discretization of a continuous curve. *IEEE Transactions on*

- Robotics, 24(2), 456-461.
- [49] Hirose, S. (1993). Biologically inspired robots Snake-Like Locomotors and Manipulators.
- [50] Hirose, S., & Yamada, H. (2009). Snake-like robots. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 16(1), 88-98.
- [51] Webster III, R. J., & Jones, B. A. (2010). Design and kinematic modeling of constant curvature continuum robots. *The International Journal of Robotics Research*, 29(13), 1661-1683.
- [52] Amouri, A. (2019). Investigation of the constant curvature kinematic assumption of a 2-Dofs cable-driven continuum robot. *UPB Scientific Bulletin, Series D: Mechanical Engineering*, 81(3), 27-38.
- [53] Hannan, M. W., & Walker, I. D. (2003). Kinematics and the implementation of an elephant's trunk manipulator and other continuum style robots. *Journal of robotic systems*, 20(2), 45-63.
- [54] Neppelli, S., & Jones, B. A. (2007). Design, construction, and analysis of a continuum robot. *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems* pp. 1503-1507.
- [55] Merino, J., Threath, A. L., Walker, I. D., & Green, K. E. (2012). Forward kinematic model for continuum robotic surfaces. *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems* pp. 3453-3460.
- [56] Escande, C. (2013). Towards modeling of a class of bionic manipulator robots. *Université de Lille 1: Thèse de Doctorat*.
- [57] Djeflal, S., Mahfoudi, C., & Amouri, A. (2021). Comparison of three meta-heuristic algorithms for solving inverse kinematics problems of variable curvature continuum robots. In *2021 European conference on mobile robots (ECMR)* pp. 1-6. Germany, Bonn, 31 Août – 3 Septembre.
- [58] Amouri, A., & Zaatri, A. (2017). Contribution à la modélisation dynamique d'un robot flexible bionique. *Université Frères Mentouri Constantine 1: Thèse de Doctorat*.
- [59] Mahl, T., Hildebrandt, A., & Sawodny, O. (2014). A variable curvature continuum kinematics for kinematic control of the bionic handling assistant. *IEEE transactions on robotics*, 30(4), 935-949.
- [60] Djeflal, S., Amouri, A., & Mahfoudi, C. (2021). Kinematics modeling and

- simulation analysis of variable curvature kinematics continuum robots. UPB Scientific Bulletin, Series D: Mechanical Engineering, 83, 28-42.
- [61] Djeflal, S., & Mahfoudi, C. (2021). Contribution à la modélisation géométrique, cinématique et dynamique des robots continuum bioniques. Université Laarbi Ben M'Hidi Oum El Bouaghi: Thèse de Doctorat.
- [62] Jones, B. A., & Walker, I. D. (2006). Kinematics for multisection continuum robots. IEEE Transactions on Robotics, 22(1), 43-55.
- [63] Bousbia, L., Amouri, A., & Cherfia, A. (2021). Forward kinematics and workspace analysis of a single section conical-shaped continuum robot. Proceedings of The third International Conference on Mechanical Sciences (CISM'21) pp. 631-640. Algeria, Oum El Bouaghi, 15-16 November.
- [64] Neppalli, S., Csencsits, M. A., Jones, B. A., & Walker, I. D. (2009). Closed-form inverse kinematics for continuum manipulators. Advanced Robotics, 23(15), 2077-2091.
- [65] Bousbia, L., Amouri, A., & Cherfia, A. (2022). Inverse Kinematics of Conical-Shaped Continuum Robot Based on the Closed-Loop Algorithm. International Conference on Innovative Materials, Manufacturing and Advanced Technologies (IMMAT'2022) pp.65. Tunisia, Sousse, 27-29 October.
- [66] Bousbia, L., Amouri, A., & Cherfia, A. Algeria (2023). Solving inverse kinematic of a variable curvature continuum robot based on the closed loop inverse kinematic algorithm. First International Congress on Mechanical Engineering (ICME23), Algeria, Constantine, 15-16 November.
- [67] Singh, I., Lakhal, O., Amara, Y., Coelen, V., et al. (2017). Performances evaluation of inverse kinematic models of a compact bionic handling assistant. 2017 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO) pp. 264-269.
- [68] Amouri, A., Mahfoudi, C., & Zaatri, A. (2014). Contribution to inverse kinematic modeling of a planar continuum robot using a particle swarm optimization. Conference on Multiphysics Modeling and Simulation for Systems Design pp. 141-150.
- [69] Amouri, A., Mahfoudi, C., Zaatri, A., Lakhal, O., et al. (2017). A metaheuristic approach to solve inverse kinematics of continuum manipulators. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 231(5), 380-394.

- [70] Kim, S., Xu, W., & Ren, H. (2019). Inverse kinematics with a geometrical approximation for multi-segment flexible curvilinear robots. *Robotics*, 8(2), 48.
- [71] Wu, Z., Yang, H., Liu, X., & Xu, K. (2019). Dimension reduced instantaneous inverse kinematics for configuration variable limits of continuum manipulators. 2019 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO) pp. 303-308.
- [72] Thuruthel, T. G., Falotico, E., Cianchetti, M., & Laschi, C. (2016). Learning global inverse kinematics solutions for a continuum robot. ROMANSY 21 - Robot Design, Dynamics and Control: Proceedings of the 21st CISM-IFTOMM Symposium pp. 47-54. Udine, Italy.
- [73] Boutchouang, A. B., Melingui, A., Ahanda, J. J.-B., Lakhel, O., et al. (2022). Learning-based approach to inverse kinematics of wheeled mobile continuum manipulators. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 27(5), 3451-3462.
- [74] Falkenhahn, V., Mahl, T., Hildebrandt, A., Neumann, R., et al. (2014). Dynamic modeling of constant curvature continuum robots using the Euler-Lagrange formalism. 2014 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems pp. 2428-2433.
- [75] Falkenhahn, V., Mahl, T., Hildebrandt, A., Neumann, R., et al. (2015). Dynamic modeling of bellows-actuated continuum robots using the Euler-Lagrange formalism. *IEEE Transactions on Robotics*, 31(6), 1483-1496.
- [76] He, B., Wang, Z., Li, Q., Xie, H., et al. (2013). An analytic method for the kinematics and dynamics of a multiple-backbone continuum robot. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 10(1), 84.
- [77] Moses, M. S., Murphy, R. J., Kutzer, M. D., & Armand, M. (2015). Modeling cable and guide channel interaction in a high-strength cable-driven continuum manipulator. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 20(6), 2876-2889.
- [78] Amouri, A., Mahfoudi, C., & Djeflal, S. (2019). Kinematic and dynamic modeling and simulation analysis of a cable-driven continuum robot. *Computational Methods and Experimental Testing In Mechanical Engineering: Selected Papers from the 6th Algerian Congress on Mechanics CAM 2017*, 27-37.
- [79] Amouri, A., Zaatri, A., & Mahfoudi, C. (2018). Dynamic modeling of a class of continuum manipulators in fixed orientation. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 91(3-4), 413-424.

- [80] Amouri, A., Zaatri, A., & Mahfoudi, C. (2019). Dynamic modeling of a spatial cable-driven continuum robot using euler-lagrange method. *International Journal of Engineering and Technology Innovation*, 10(1), 60.
- [81] Ehsani-Seresht, A., & Hashemi-Pour, S. M. (2020). Dynamic modeling of the cable-driven continuum robots in hybrid position-force actuation mode. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 12(5), 051002.
- [82] Bousbia, L., Amouri, A., & Cherfia, A. (2023). Dynamics modeling of a 2-DoFs cable-driven continuum robot. *World Journal of Engineering*, 20(4), 631-640.
- [83] Amouri, A., Bousbia, L., & Merrad, A. (2022). A Nonlinear Predictive Control Based Particle Swarm Optimization for the Trajectory Tracking of a Cable-Driven Continuum Robot. *The 4th International Conference on Electromechanical Engineering (ICEE2022)*. Algeria, Skikda, 13-14 December.
- [84] Rone, W. S., & Ben-Tzvi, P. (2013). Continuum robot dynamics utilizing the principle of virtual power. *IEEE Transactions on Robotics*, 30(1), 275-287.
- [85] Qi, F., Chen, B., Gao, S., & She, S. (2021). Dynamic model and control for a cable-driven continuum manipulator used for minimally invasive surgery. *The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, 17(3), e2234.
- [86] Rone, W. S., & Ben-Tzvi, P. (2014). Mechanics modeling of multisegment rod-driven continuum robots. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 6(4), 041006.
- [87] Yang, C., Geng, S., Walker, I., Branson, D. T., et al. (2020). Geometric Constraint Based Modeling and Analysis of a Novel Continuum Robot with SMA Initiated Variable Stiffness. *The International Journal of Robotics Research*, 39(14), 1620-1634.
- [88] Gravagne, I. A., Rahn, C. D., & Walker, I. D. (2003). Large deflection dynamics and control for planar continuum robots. *IEEE/ASME transactions on mechatronics*, 8(2), 299-307.
- [89] Spillmann, J., & Teschner, M. (2007). CoRdE: Cosserat rod elements for the dynamic simulation of one-dimensional elastic objects. *Proceedings of the 2007 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation*, pp. 63-72.
- [90] Lang, H., Linn, J., & Arnold, M. (2011). Multi-body dynamics simulation of geometrically exact Cosserat rods. *Multibody System Dynamics*, 25(3), 285-312.
- [91] Rucker, D. C., & Webster III, R. (2011). Statics and dynamics of continuum robots

- with general tendon routing and external loading. *IEEE Transactions on Robotics*, 27(6), 1033-1044.
- [92] Wang, H., Wang, C., Chen, W., Liang, X., et al. (2016). Three-dimensional dynamics for cable-driven soft manipulator. *IEEE/ASME transactions on mechatronics*, 22(1), 18-28.
- [93] Till, J., & Rucker, D. C. (2017). Elastic rod dynamics: Validation of a real-time implicit approach. *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)* pp. 3013-3019.
- [94] Till, J., Aloï, V., & Rucker, C. (2019). Real-time dynamics of soft and continuum robots based on Cosserat rod models. *The International Journal of Robotics Research*, 38(6), 723-746.
- [95] Till, J., Aloï, V., Riojas, K. E., Anderson, P. L., et al. (2020). A dynamic model for concentric tube robots. *IEEE Transactions on Robotics*, 36(6), 1704-1718.
- [96] Renda, F., Boyer, F., Dias, J., & Seneviratne, L. (2018). Discrete cosserat approach for multisection soft manipulator dynamics. *IEEE Transactions on Robotics*, 34(6), 1518-1533.
- [97] Boutchouang, A. B., Melingui, A., Ahanda, J. J.-B., Lakhal, O., et al. (2022). Learning-based approach to inverse kinematics of wheeled mobile continuum manipulators. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 27(5), 3451-3462.
- [98] Roy, R., Wang, L., & Simaan, N. (2016). Modeling and estimation of friction, extension, and coupling effects in multisegment continuum robots. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 22(2), 909-920.
- [99] Jones, B. A., Gray, R. L., & Turlapati, K. (2009.). Three dimensional statics for continuum robotics. *2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems* pp. 2659-2664.
- [100] Dehghani, M., & Moosavian, S. A. (2013). Static modeling of continuum robots by circular elements. *2013 21st Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE)* pp. 1-6.
- [101] Wu, G., & Shi, G. (2019). Experimental statics calibration of a multi-constraint parallel continuum robot. *Mechanism and Machine Theory*, 136, 72-85.
- [102] Xu, K., & Simaan, N. (2010). Analytic formulation for kinematics, statics, and shape restoration of multibackbone continuum robots via elliptic integrals. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2, 011006.

- [103] Dehghani, M., & Moosavian, S. A. (2014). Statics modeling of planar continuum robots using virtual energy method. 2014 Second RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM) pp. 474-479.
- [104] Huang, S., Meng, D., She, Y., Wang, X., et al. (2018). Statics of continuum space manipulators with nonconstant curvature via pseudorigid-body 3R model. *IEEE Access*, 6, 70854-70865.
- [105] Yuan, H., Li, Z., Wang, H., & Song, C. (2016). Static Modeling and Analysis of Continuum Surgical Robots. 2016 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO) pp. 265-270.
- [106] Yuan, H., & Li, Z. (2018). Workspace analysis of cable-driven continuum manipulators based on static model. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 49, 240-252.
- [107] Yuan, H., Zhou, L., & Xu, W. (2019). A comprehensive static model of cable-driven multi-section continuum robots considering friction effect. *Mechanism and Machine Theory*, 135, 130-149.
- [108] Tutcu, C., Baydere, B. A., Talas, S. K., & Samur, E. (2021). Quasi-static modeling of a novel growing soft-continuum robot. *The International Journal of Robotics Research*, 40(1), 86-98.
- [109] Van, L. A., & Wielgosz, C. (2005). Bending and buckling of inflatable beams: some new theoretical results. *Thin-walled structures*, 43(8), 1166-1187.
- 110 Kennedy, J. & Eberhart, R. C. (1995). Particle swarm optimization, in: *Proceedings of IEEE international conference on neural networks IV*, pp. 1942–1948.
- [111] Chan, T. F., & Dubey, R. V. (1995). A weighted least-norm solution based scheme for avoiding joint limits for redundant joint manipulators. *IEEE transactions on Robotics and Automation*, 11(2), 286-292.
- [112] Fertis, D. G. (1996). *Advanced mechanics of structures*. CRC Press.
- [113] Bousbia, L., Amouri, A., & Cherfia, A. (2022). Motion Analysis of a Cylindrical Shaped Cable-Driven Continuum Robot using The Finite Element Method. *The 4th International Conference on Electromechanical Engineering (ICEE2022)*. Algeria, Skikda, 13-14 December.
-
-