

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ DE MENTOURI CONSTANTINE
FACULTÉ DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

N° d'ordre : / ... / 2009

Série : / GM / 2009

Mémoire

Présenté pour obtenir le diplôme de magister en

Génie mécanique

Option : thermo fluides

*Convection naturelle bidiffusive dans une enceinte
rectangulaire remplie d'une matière poreuse*

Présenté par :

DJEBLI Ahmed

Soutenu le : 05 / 05 / 2009

Devant le jury composé de :

Président :	M. BESSAIH Rachid	Prof.	Université Mentouri Constantine
Rapporteur :	M. BENISSAAD Smail	M.C.	Université Mentouri Constantine
Examineurs :	M. BELLAOUAR Ahmed	Prof.	Université Mentouri Constantine
	M. TALBI Kamel	M.C.	Université Mentouri Constantine

A mes Parents.

Pour leur dévouement, leurs sacrifices, leurs endurance et leurs souffrances pour moi.

A mes frères et à ma sœur.

En leur souhaitant beaucoup de bonheur.

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier toutes les personnes qui, par leur participation et leur encouragement, m'ont permis de mener à bonne fin mon travail de mémoire.

Plus particulièrement, je remercie mon encadreur Monsieur BENISSAAD Smail pour m'avoir suivi avec patience et intérêt et pour la confiance qu'il a placée en moi tout au long de ce travail. Ses conseils précieux et ses encouragements m'ont été d'une aide très précieuse dans la réalisation de ce projet.

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à Monsieur le professeur BESSAÏH Rachid pour avoir accepté de présider le jury d'examen de ce mémoire. Je remercie également Monsieur le professeur BELLAOUAR Ahmed et Monsieur TALBI Kamel pour l'honneur qui m'ont fait d'avoir accepté de faire partie du jury et d'avoir consacré de leur temps à la lecture de ce mémoire.

Je tiens aussi à remercier mes amis Fatouh, Bachir et Mehdi pour leur aide

RÉSUMÉ

Cette étude concerne la simulation numérique de la convection naturelle bidiffusive, coopérante et opposante, dans une enceinte rectangulaire bidimensionnelle ayant un rapport d'aspect (longueur/ hauteur) égal à 4. L'enceinte est remplie d'une matière poreuse homogène et isotrope. Les parois horizontales de l'enceinte sont adiabatiques imperméables. Les parois verticales sont maintenues à des températures et des concentrations constantes et différentes. Le fluide est l'air et la substance diffusée dans l'air de l'enceinte est la vapeur d'eau. Les conditions aux limites de températures et de concentrations entraînent la convection naturelle bi-diffusive. L'écoulement dans le milieu poreux de l'enceinte est modélisé par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. La méthode numérique des volumes finis est utilisée pour la résolution des équations de continuité, de quantité de mouvement, de l'énergie et de la masse. Un cas de la convection naturelle bidiffusive dans un milieu fluide a été étudié et considéré comme référence. Les résultats obtenus ont permis l'étude de l'influence de certains paramètres sur l'écoulement et sur les transferts de chaleur et de masse, dans les deux cas coopérants et opposants, du système étudié. Une comparaison entre le modèle de Darcy et le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer est réalisée pour déterminer les effets des termes de Brinkman et Forchheimer.

Mots clés : Milieu poreux, Transfert de chaleur et de masse, Modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer, Convection naturelle, Volume finis.

ABSTRACT

This study concerns a numerical simulation of a cooperating and opposing bi-diffusive natural convection in a two-dimensional square enclosure having an aspect ratio (length / height) equal to 4. The enclosure is filled with a homogeneous and isotropic porous media. The horizontal walls of the enclosure are adiabatic and impermeable. The vertical walls are maintained in different temperatures and concentrations constant. Fluid is air and the substance diffused in the air of the enclosure is the vapor. Boundary Conditions of temperatures and concentrations involve the natural convection bi-diffusive. The flow in the porous media in the enclosure is modeled by Darcy-Brinkman-Forchheimer's model. The numerical method of finite volumes is used for the resolution of the equations of continuity, momentums, energy and mass. A case of bi-diffusive natural convection in a fluid medium was study and considered as a reference. Results obtained allow the study of the influence of certain parameter in the flow and the heat and mass transfer, in cooperating and opposing cases, in the studied system. A comparison between Darcy model and Darcy-Brinkman-Forchheimer model is realized to study the Forchheimer-Brinkman terms effects.

Key words: Porous medium, Heat and mass transfer, model of Darcy-Brinkman-Forchheimer, Natural convection, finite volumes.

تلخيص

هذه الدراسة تتعلق بتصوير حسابي للحمل الطبيعي ثنائي الانتشار المتعاون و المتضاد في نطاق مربع بحيث يكون الطول على الارتفاع يساوي 4. النطاق مملوء بمادة نافذة متجانسة. الجدران الأفقيان للنطاق كاطمان وغير نافذ. الجدران العموديان موضوعيان في درجات حرارة و تركيز مختلفة ثابتة. المائع هو الماء و المادة المنتشرة في الماء داخل النطاق هي بخار الماء. الشروط عند الحدود لدرجات الحرارة و التركيز تسير الحمل الطبيعي ثنائي الانتشار. الجريان في المادة النافذة في النطاق أخذ بنموذج دارسي-برنكمان-فورشيمر. الطريقة الرقمية للحجوم المنتهية استعملت لحل معادلات الاستمرارية، كمية الحركة، الطاقة و المادة. الحمل الطبيعي ثنائي الانتشار في نطاق مائع تمت دراسته وأخذ كمرجع. النتائج المحصلة عليها تسمح بدراسة تأثير عدة عوامل على الجريان و انتشار الحرارة و المادة في الحالتين المتضادة و المتعاونة في النظام المعرف. مقارنة بين نموذج دارسي و نموذج دارسي-برنكمان-فورشيمر نفذت من اجل دراسة تأثير العنصرين برنكمان و فورشيمر.

كلمات الدالة : وسط نافذ، الانتقال الحراري و المادي، نموذج دارسي- برنكمان- فورشيمر، الحمل الطبيعي، الحجوم المنتهية.

TABLE DES MATIERES

DÉDICACE.....	i
REMERCIEMENTS.....	ii
RÉSUMÉS.....	iii
TABLES DE MATIERES.....	vi
NOMENCLATURE.....	ix
1. INTRODUCTION.....	1
1.1 GÉNÉRALITÉS.....	1
1.2 CONTENU DU MÉMOIRE.....	2
1.3 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.....	3
2. MODÉLISATION PHYSIQUE.....	18
2.1 DESCRIPTION DU PROBLÈME.....	18
2.2 HYPOTHÈSES SIMPLIFICATRICES.....	19
2.3 MODÉLISATION MATHÉMATIQUE.....	19
2.3.1 Equation de continuité.....	20
2.3.2 Equations de quantité de mouvement dans les milieux poreux.....	20
2.3.2.1 L'équation de la quantité de mouvement suivant x.....	20
2.3.2.2 L'équation de quantité de mouvement suivant y.....	20
2.3.3 Equation de l'énergie.....	20
2.3.4 Equation de transfert de matière.....	21
2.4 MISE EN FORME ADIMENSIONNELLE DES ÉQUATIONS.....	21
2.4.1 Variables adimensionnelles.....	21
2.4.2 Equations adimensionnelles.....	22
2.4.2.1 Equation de continuité.....	22
2.4.2.2 Equation de la quantité de mouvement suivant x.....	22
2.4.2.3 Equation de quantité de mouvement suivant y.....	22
2.4.2.4 Equation de l'énergie.....	22
2.4.2.5 Equation de transfert de matière.....	22
2.5 CONDITIONS INITIALES ET AUX LIMITES.....	23
2.5.1 Conditions initiales.....	23
2.5.2 Conditions aux limites.....	23
2.5.2.1 Cas coopérant.....	23

2.5.2.2 Cas opposant.....	23
2.6 TRANSFERTS THERMIQUE ET MASSIQUE.....	24
3. RÉOLUTION NUMÉRIQUE.....	25
3.1 INTRODUCTION.....	25
3.2 PRÉSENTATION GÉNÉRALE.....	25
3.2.1 Différences finies.....	25
3.2.2 Eléments finis.....	26
3.2.3 Volumes finis.....	26
3.3 MÉTHODE DES VOLUMES FINIS.....	27
3.3.1 Introduction.....	27
3.3.2 Présentation générale de la méthode.....	27
3.4 FORME GÉNÉRALE DE L'ÉQUATION DE TRANSPORT.....	30
3.5 DISCRÉTISATION.....	30
3.5.1 Intégration l'équation générale de transport.....	30
3.5.2 Différentes schémas de discrétisation.....	32
3.5.3 Équation de continuité.....	34
3.5.4 Équations de quantité de mouvement.....	34
3.5.5 Équation de l'énergie.....	36
3.5.6 Équation de transfert de matière.....	37
3.5.7 Résolution des systèmes d'équations de discrétisation U_{Pu} et V_{Pv}	37
3.6 MÉTHODE DE RÉOLUTION.....	40
3.7 SOLUTION DES SYSTÈMES D'ÉQUATIONS DISCRÉTISÉES.....	42
3.8 CRITÈRE DE CONVERGENCE.....	42
3.9 DÉTAILS NUMÉRIQUES.....	43
4. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS.....	44
4.1 EFFET DE MAILLAGE.....	44
4.2 VALIDATION DU CODE DE CALCUL.....	46
4.3 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS.....	49
4.3.1 Cas coopérant : milieu fluide avec $Gr_c=10^5$	49
4.3.2 Modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer.....	59
4.3.2.1 Première partie : cas coopérant.....	59
4.3.2.1.1 Cas de $Gr_c=10^5$	59
4.3.2.1.1.1 Structure d'écoulement et distributions de la pression, de la température et de la concentration.....	59

4.3.2.1.1.2	Variation temporelle des nombres de Nusselt et de Sherwood	68
4.3.2.1.2	Cas de $Gr_c=5.10^5$	70
4.3.2.1.2.1	Structure d'écoulement et distributions de la pression, de la température et de la concentration	70
4.3.2.1.2.2	La variation temporelle des nombres de Nusselt et de Sherwood	79
4.3.2.1.3	Cas de $Gr_c=10^6$	81
4.3.2.1.3.1	Structure d'écoulement et distributions de la pression, de la température et de la concentration	81
4.3.2.1.3.2	La variation temporelle des nombres de Nusselt et de Sherwood	90
4.3.2.1.4	Cas de $Da=5.10^{-7}$ et $Gr_c=10^5$	92
4.3.2.1.4.1	Structure d'écoulement et distributions de la pression, de la température et de la concentration	92
4.3.2.1.4.2	La variation temporelle des nombres de Nusselt et de Sherwood	100
4.3.2.2	Deuxième partie : cas opposant, $Da=10^{-2}$	102
4.3.2.2.1	Cas de $Gr_c=10^5$	102
4.3.2.2.2	Cas de $Gr_c=5.10^5$	107
4.3.3	Modèle de Darcy, cas coopérant	113
4.3.3.1	Cas de $Da=10^{-2}$	113
4.3.3.1.1	Cas de $Gr_c =10^5$	113
4.3.3.1.2	Cas de $Gr_c=5.10^5$	122
4.3.3.2	Cas de $Da=5.10^{-7}$ et $Gr_c=10^5$	129
4.3.4	Comparaisons des deux modèles Darcy-Brinkman-Forchheimer et Darcy.....	137
	CONCLUSION GÉNÉRALE	142
	RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	144

NOMENCLATURE

A	rapport d'aspect géométrique = L/H Coefficient dans l'équation de discrétisation
$A P $	fonction du schéma numérique en fonction du nombre de Peclet
C	concentration adimensionnelle.
C_f	coefficient du terme de Forchheimer ($C_f = 0.55$)
D	coefficient de diffusion [$m^2 \cdot s^{-1}$]
dX	distance adimensionnelle entre deux centres de volume consécutifs dans la direction X
dY	distance adimensionnelle entre deux centres de volume consécutifs dans la direction Y
g	accélération de pesanteur [$m \cdot s^{-2}$]
H	hauteur de l'enceinte [m]
K	perméabilité du milieu poreux [m/s]
k	conductivité thermique [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
L	longueur de l'enceinte [m]
P	pression adimensionnelle
S	terme source
t	temps adimensionnel
T	température adimensionnelle
u	vitesse horizontale [m/s]
U	vitesse horizontale adimensionnelle
v	vitesse verticale [m/s]
V	vitesse verticale adimensionnelle
x	coordonnée horizontale dimensionnelle [m]
X	coordonnée horizontale adimensionnelle
y	coordonnée verticale dimensionnelle [m]
Y	coordonnée verticale adimensionnelle

Symboles Grecs

ϕ	Porosité du milieu poreux
α	Coefficient de diffusion thermique [$m^2 \cdot s^{-1}$]
λ	rapport des conductivités thermiques

β_c	coefficient d'expansion solutal [g.mol.l ⁻¹]
β_t	coefficient d'expansion thermique [K ⁻¹]
μ	viscosité dynamique [kg.m ⁻¹ .s ⁻¹]
ν	viscosité cinématiques [m ² .s ⁻¹]
ρ	masse volumique [kg.m ⁻³]
Φ	variable générale dépendante du temps
Γ	coefficient de diffusion
ΔC	écart de la concentration = $C_{max} - C_{min}$ [g.mol.l ⁻¹]
ΔT	écart de la temperature = $T_{max} - T_{min}$ [K]
Δt	incrément de temps adimensionnel
ΔX	longueur adimensionnelle d'un volume de contrôle dans la direction X
ΔY	longueur adimensionnelle d'un volume de contrôle dans la direction Y

Nombres adimensionnels

Da	nombre de Darcy = $\frac{K}{H^2}$
Gr _c	nombre de Graschof solutal = $\frac{g\beta_c\Delta CH^3}{\nu^2}$
Gr _t	nombre de Graschof thermique = $\frac{g\beta_T\Delta TH^3}{\nu^2}$
Sh	nombre de Sherwood
\overline{Sh}	nombre de Sherwood moyen
Le	nombre de Lewis = $\frac{\alpha}{D}$
N	rapport des forces de volume solutale et thermique = $\frac{\beta_c\Delta C}{\beta_T\Delta T}$
Nu	nombre de Nusselt
\overline{Nu}	nombre de Nusselt moyen
Pr	nombre de Prandtl = $\frac{\nu}{\alpha}$
Ra _t	nombre de Rayleigh thermique = $\frac{g\beta_T\Delta TH^3}{\alpha\nu^2}$
Sc	nombre de Schmidt = $\frac{\nu}{D}$

Exposant

- n relatif au temps t
- $n+1$ relatif au temps $t + \Delta t$

Indices

- P point au centre du volume fini
- E point à l'est du point P
- W point à l'ouest du point P
- N point au nord du point P
- S point au sud du point P
- référence au terme source S
- f référence au fluide.
- m référence au mélange.
- s référence au solide.
- max minimum des valeurs à $X=0$ et $X=4$
- min maximum des valeurs à $X=0$ et $X=4$
- 0 état de référence
- i indice d'un point du maillage suivant x
- j indice d'un point du maillage suivant y
- Φ référence à la variable générale dépendante Φ

1. INTRODUCTION

1.1 GÉNÉRALITÉS

La présence de gradients de température et de concentration dans un milieu poreux saturé entraîne l'apparition d'un écoulement de convection naturelle avec transport de chaleur et de masse. En effet, les différences de température et de concentration provoquent une distribution non uniforme de la densité du milieu, ce qui donne naissance au mouvement du fluide sous l'effet de la gravité. Ce phénomène est appelé convection thermosolutale.

Le choix de ce thème est justifié par l'importance fondamentale que représentent les interactions des phénomènes de transfert de chaleur et de masse couplés, et par l'importance pratique de ses applications. On peut citer comme exemple le transport de polluants dans les sols, le stockage des déchets radioactifs, la migration de l'humidité dans des fibres isolantes, la métallurgie, l'environnement, etc. Dans la plupart de ces applications, les fluides impliqués sont non newtoniens. En effet, ce sont des fluides à structure moléculaire complexe, qui n'obéissent pas à la loi classique de Newton. Des exemples de tels fluides sont les solutions de polymères, les huiles, les pâtes à papier et les détergents liquides (Mamou 1998).

Ce thème ayant fait l'objet, dans le passé, de nombreuses recherches à cause des applications potentielles possibles tant dans la nature que dans l'industrie. Une revue exhaustive des publications disponibles sur ce sujet a été faite par Nield et Bejan (2006) pour les milieux poreux.

L'étude de ce mode de convection en milieu poreux s'est particulièrement développée ces dernières années vu son intérêt pour la résolution de certains problèmes technologiques importants tel que le changement de phase où la zone diphasique, dite zone pâteuse, est représentée par un milieu poreux saturé par un fluide binaire. Il est donc pertinent, pour définir la distribution des transferts dans de tel système, de caractériser les écoulements de convection thermosolutale dans le milieu poreux (Danquigny 2003).

Le travail présenté dans ce mémoire a pour but l'étude des mouvements de convection naturelle à double diffusive se développant dans une cavité horizontale, remplie par un milieu poreux saturé par un fluide. Les gradients de température et de concentration sont engendrés par des conditions limites thermique et solutale, imposées sur les parois

actives du système. Bien entendu, la configuration géométrique de l'enceinte et les conditions limites imposées à ses frontières ont une influence majeure sur la structure de l'écoulement et sur les taux de transfert de chaleur et de matière résultants.

L'investigation porte essentiellement sur les effets de la variation des paramètres de contrôle du problème sur la structure de l'écoulement et sur les transferts de chaleur et de matière au sien du système.

1.2 CONTENU DU MÉMOIRE

Le premier chapitre a été consacré à la présentation du sujet et à une recherche bibliographique des divers travaux réalisés sur la convection bidiffusive dans les milieux poreux en général. Les différentes études théoriques, numériques et expérimentales qui ont été passées en revue, nous ont permis d'assimiler les concepts fondamentaux du problème étudié.

La définition de la géométrie du problème étudié, sa modélisation mathématique, basée sur le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer, la mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernantes et des conditions aux limites et la mise en évidence des grandeurs caractéristiques qui servent de paramètres de contrôle du problème sont abordés dans le deuxième chapitre.

Le troisième chapitre est consacré à l'exposition de la méthode des volumes finis utilisée pour la discrétisation des équations gouvernantes et l'algorithme SIMPLER employé pour la résolution du système d'équations résultant de cette discrétisation.

Dans le quatrième chapitre, une validation du code de calcul a été effectuée par une comparaison avec les études disponibles dans la littérature. Les résultats obtenus concernent en premier le cas d'un milieu fluide et ensuite celui d'un milieu poreux saturé d'un fluide binaire. Pour ce dernier, les résultats sont divisés en trois parties. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer été employé dans la première partie où les forces de volumes sont coopérantes et la deuxième partie où elles sont opposantes. La troisième a été destinée à l'étude du modèle de Darcy pour déterminer l'effet des termes de Brinkman et Forchheimer. Une comparaison des résultats obtenus dans ces trois cas sera faite à la fin de ce chapitre.

Le mémoire est terminé par une conclusion générale sur les résultats obtenus et quelques recommandations pour les études futures.

1.3 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Une revue de littérature montre qu'il existe un grand nombre de travaux numériques ou théoriques consacrés à l'étude de la convection naturelle à double diffusive dans une cavité poreuse rectangulaire. De nombreuses références proposent des revues très documentées (Nield et Bejan 2006) et nous nous limiterons à présenter les grandes catégories d'investigations qui concernent ce sujet très vaste.

Un code précis en différences finies a été réalisé par Mota et Saadjan (1997) et employé pour résoudre les équations bidimensionnelles du modèle Darcy-Boussinesq pour un annulaire excentrique, horizontal et rempli d'un milieu poreux saturé. Les surfaces des cylindres sont imperméables et maintenues à des températures constantes uniformes. Des solutions stationnaires ont été obtenues par la méthode ADI (alternating direction implicit method). Une maille contenant approximativement 15103 points de maillage a été employée pour capturer les cellules de contra-rotation secondaires dans le sommet de la couche poreuse. Les résultats obtenus pour diverses valeurs de l'excentricité ε (distance entre les centre de cylindre/rayon extérieur - rayon intérieur), variant de 0.01 à 0.9, montrent que la réduction du rapport de rayon ou l'augmentation de l'excentricité a le même impact de géométrie dans la partie supérieure de la couche où les effets convectifs sont plus prononcés. Pour $\varepsilon < 0.5$, les deux modèles d'écoulements bicellulaire et quadri-cellulaire restent stables pour la gamme du nombre de Rayleigh étudiée. Pour $\varepsilon \geq 0.5$. La transition d'un régime d'écoulement à un autre se produit par une bifurcation parfaite, c'est-à-dire le changement d'écoulement arrive avec une des branches de solution qui perd de stabilité. Les auteurs suggèrent que dans une situation réelle, l'isolation soit plus efficace si ε est mise à la valeur maximale, pour laquelle le régime de flux à quatre cellules est physiquement réalisable, plutôt qu'à la valeur qui réduit au minimum le transfert de chaleur quand le modèle de flux est bicellulaire.

Beji *et al.* (1999) ont réalisé une étude numérique sur le phénomène de la convection thermosolutale dans un annulaire concentrique verticale remplie d'une matière poreuse. Les gradients de la température et de la concentration qui influent dans la dynamique du fluide sont imposés horizontalement et les deux effets de buoyancy peuvent l'augmenter ou le diminuer. La méthode des différences finis a été utilisée pour la discrétisation. Les résultats obtenus donnent l'influence du nombre de Rayleigh thermique Ra_t , le rapport de buoyancy N , le nombre de Lewis Le et le rapport des diamètres κ (diamètre extérieur/diamètre intérieur) sur les nombres de Nusselt et de Sherwood.

Une étude numérique détaillée de la convection forcée laminaire, dans une conduite carrée tridimensionnelle rempli d'un milieu granulaire isotropique et saturé avec un liquide newtonien, a été réalisée par Chen et Hadim (1999). Les résultats hydrodynamiques et ceux du transfert de chaleur sont obtenus pour trois conditions thermiques aux limites différentes. L'écoulement dans le milieu poreux a été modélisé employant le modèle Darcy-Brinkman-Forchheimer. Des modèles empiriques pour la porosité variable et la dispersion thermique ont été déterminés basés sur des mesures expérimentales tridimensionnelles existantes. Des études paramétriques ont été alors conduites pour examiner les effets de diamètre de particule, le nombre de Reynolds, le nombre de Prandtl et le rapport de conductivité thermique. Il a été trouvé que le nombre Reynolds et le diamètre des particules affectent principalement le gradient des vitesses. L'augmentation du nombre de Reynolds ou la diminution du diamètre des particules (c'est-à-dire, quand l'inertie et les effets de dispersion thermiques sont augmentés), augmente le nombre de Nusselt. Les effets de la variation du rapport d'aspect de la conduite, sur le facteur de friction, peuvent être négligés pour les petits diamètres de la particule ($D_p \leq 0.01$), ou pour les nombres de Reynolds élevés ($Re \geq 1000$).

Mharzi *et al.* (1999) ont étudié la convection naturelle thermosolutale dans une cavité allongée suivant l'axe horizontal, divisée par une couche verticale poreuse. Ils ont employé l'approximation de Boussinesq, la fonction de courant, la vorticity et la formulation Darcy-Brinkman pour décrire le transfert dans la couche poreuse. Les paramètres dimensionnels choisis permettent d'obtenir des équations de conservation, valables dans les deux compartiments de fluide et dans la couche poreuse. Ils ont résolu numériquement les équations couplées avec l'approche des volumes de contrôle. Après le recouvrement de quelques résultats de littérature, ils étudient, dans une cavité de section carrée qui est divisée par une couche poreuse en deux compartiments égaux remplies de fluide. Les résultats montrent que le transfert de chaleur est sous l'influence du rapport de conductivité thermique R_k , tandis que le transport solutal est essentiellement sensible au rapport de la diffusivité solutale R_d . L'augmentation de R_k (diminution de R_d) augmente l'échange thermique par conduction dans la couche poreuse (l'échange diffusif solutal). En outre, leurs effets globaux sur la convection thermosolutale sont inférieurs à ceux de Ra et Da . L'augmentation du nombre de Lewis, qui caractérise le rapport de la diffusion thermique et la diffusivité moléculaire, augmente successivement l'échange solutal moyen (Sh_{moy}), tandis que le nombre de Nusselt est exposé à une petite diminution. Cependant, quand les forces de buoyancy thermiques et solutale se sont opposées ($N < 0$), l'augmentation de Le produit une

réduction importante de l'échange de chaleur moyen (Nu_{moy}). Le rapport des forces de buoyancy N , est le principal paramètre dirigeant de la convection thermosolutale par son ampleur et son signe. En particulier, quand $N = -1$ et $Le = Rk = Rd = 1$, l'écoulement convective dans la cavité est complètement réprimée. Par conséquent, dans ce cas particulier, la moyenne du nombre de Nusselt (ou de Sherwood) en fonction N est une courbe en forme de V symétrique par rapport à la valeur $N = -1$ ($Nu_{moy}(|N|) = Nu_{moy}(-|N|) = Sh_{moy}(|N|) = Sh_{moy}(-|N|)$). De plus, pour $Ra=10^4$, quand $-3 \leq N \leq -0.5$ et si au moins un des trois paramètres, R_k , R_d et Le diffère de l'unité, un écoulement multicellulaire peut être observé dans la cavité. En outre, la structure et l'intensité de ce fluide de convection multicellulaire dépendent des valeurs d'autres paramètres gouvernants.

Akrouf *et al.* (2000) ont étudié numériquement la convection à double diffusion dans une enceinte horizontale. La cavité soumise à un gradient de concentration verticale est chauffée différentiellement au niveau de ses parois horizontales ou verticales. Les équations couplées modélisantes sont discrétisées numériquement par la méthode des volumes finis. La résolution a ensuite été effectuée par la procédure de double balayage (ADI) et le couplage pression-vitesse par l'algorithme SIMPLER. Ils ont considéré l'effet, sur les transferts, du nombre N qui caractérise le rapport des forces de volume d'origine thermique et solutale pour $Pr=7$, $Le=100$ et $A=2$. Leurs résultats montrent que pour les faibles valeurs de N , des cellules convectives dues aux forces thermiques se mettent en place et le transfert devient indépendant de N . Pour des valeurs de N plus élevées, le transfert est diffusif et la stratification stable en concentration supprime l'écoulement. Pour des valeurs intermédiaires de N , le transfert diminue avec l'accroissement de N . Dans la zone de transition, la solution numérique dépend de la condition initiale.

Une étude numérique a été effectuée sur la convection naturelle à double diffusive dans un annulaire vertical circulaire poreux par Bennacer *et al.* (2000). Des mouvements conduits par la constante de température extérieurement appliquée et des différences de concentration imposées à travers les murs verticaux de la clôture. La formulation de Darcy-Brinkman était utilisée. Le flux est supposé être laminaire et bidimensionnel. La variation de la densité est traitée selon l'approximation de Boussinesq. L'approche des volumes de contrôle est employée pour résoudre les équations gouvernantes. Pour accélérer la convergence l'algorithme SIMPLER, à l'origine développé par Patankar, est couplé avec l'algorithme SIMPLEC de Van Doormaal et Raithby. Des solutions pour les champs de flux, les distributions de la concentration et des nombres de Nusselt et de Sherwood, sont obtenues

dans les termes des paramètres gouvernants du problème. L'effet du nombre de Darcy Da et la proportion de rayon κ sur Nu_i et Sh_i sont significatifs. Les résultats indiquent clairement que pour l'écoulement coopérant ($N > 0$) Sh augmente significativement avec le rapport de buoyancy N . D'autre part, pour un écoulement opposé ($N < 0$), les résultats sont beaucoup plus complexes. Ainsi, les auteurs ont observé d'abord que Sh diminue avec N , et passe par une valeur Sh_{\min} à une valeur donnée N_{\min} . Ensuite, Sh augmente avec N . On voit que N_{\min} , dépend fortement du nombre de Darcy. Les résultats obtenus pour $Da = 10^2$ pour $\kappa = 2$ et $N = 20$, correspondent à un cas d'un liquide pur visqueux ($Da \rightarrow \infty$) qui a été examiné. Ce rapport de buoyancy ($N = 20$) donne une structure d'écoulement multicellulaire.

Le modèle Darcy avec l'approximation Boussinesq a été employé pour étudier la convection naturelle à double diffusive dans une cavité peu profonde poreuse par Kalla *et al.* (2000). Les parois horizontales sont soumises à des flux uniformes de chaleur et de masse, tandis que les parois verticales sont exposées à un flux de chaleur. La méthode de différence finie a été employée pour obtenir la solution numérique des équations gouvernantes. Les équations de l'énergie et de concentration sont résolues avec la méthode ADI. Le champ de la fonction de courant est obtenu avec la méthode SOR (over relaxation method). Un bon accord est observé entre une solution approximative analytique et les simulations numériques. Les résultats analytiques indiquent que pour la convection supercritique ou les deux contributions solutale et thermique se déstabilisent, il y a trois solutions différentes. Une de ces solutions est instable pour une gamme de données des paramètres gouvernants, à condition que Ra_t soit plus grand que la valeur critique qui dépend de Ra_s et Le . D'autre part, pour la convection souscritique, qui se produit quand les deux forces de buoyancy sont opposées, il y a cinq solutions différentes sont possibles (dont deux sont instables). L'existence des solutions multiples quand $Ra_t = 0$ a aussi été démontrée.

Le début de convection double diffusive dans une cavité horizontale poreuse a été étudié numériquement employant l'analyse de la stabilité linéaire par Mahidjiba *et al.* (2000). Dans la formulation du problème, l'étude est faite selon le modèle Darcy avec l'approximation de Boussinesq. Les conditions aux limites pour la température et la concentration sont spécifiées sur les parois horizontales de la cavité tandis que les deux parois verticales sont imperméables et adiabatique. Les méthodes de Galerkin et des éléments finis sont employées pour résoudre les équations de perturbation. Le début de convection a été trouvé dépendant du rapport d'aspect de la cavité A , la porosité ϕ , le nombre de Lewis Le , rapport des forces de buoyancy thermique et solutale N et les conditions aux limites thermique et solutale. Pour une

cavité limitée. Les auteurs ont montré l'existence d'un nombre de Rayleigh supercritique. Pour le début, la convection supercritique est au dessus de la valeur critique de nombre de Rayleigh pour que l'écoulement soit stable. En outre, les auteurs ont montré que le régime d'écoulement stable est atteint lorsqu'on trouve un nombre de Rayleigh critique correspondant à la transition du mode oscillatoire au mode de convection directe. Cependant, pour une couche infinie les résultats indiquent l'absence d'un régime d'écoulement stable.

Khanafer et Vafai (2002) ont présenté une étude numérique de la convection mixte et du transport de masse dans une enceinte rectangulaire avec couvert mouvant remplie d'une matière poreuse saturée. Les deux parois horizontales sont constantes mais avec des températures et des concentrations différentes. Par contre les deux parois verticales ont un mouvement et la surface se déplace à une vitesse constante. L'équation de transport est traitée avec la méthode des volumes finis avec l'ADI comme procédure de résolution. Les résultats indiquent que le rapport de buoyancy, le nombre de Darcy, le nombre de Lewis et le nombre de Richardson ont un grand effet sur le phénomène de double diffusion.

Bennacer *et al.* (2002) ont présenté une étude numérique et analytique concernant le transfert combiné de chaleur et de masse dans un milieu poreux. Ce milieu est globalement homogène et présente une anisotropie thermique. L'équation qui gouverne l'écoulement est celle de Darcy-Brinkman. Le système des équations couplées est résolu par la méthode classique des volumes finis. Le schéma hybride est utilisé pour la discrétisation spatiale des équations. Le système des équations linéarisées est résolu par un double balayage (TDMA). Le couplage pression-vitesse est assuré par une procédure itérative par l'accouplement de deux algorithmes, SIMPLER et SIMPLEC. Dans le cas d'écoulements d'origine thermique, l'analyse d'échelle est appliquée pour prédire analytiquement l'évolution du transfert de chaleur et de masse en fonction de l'anisotropie thermique. Les simulations numériques sont présentées pour une cavité carrée en faisant varier une large gamme de paramètres. L'influence des différents paramètres caractérisant ce genre de problème a été explorée numériquement en faisant varier le taux d'anisotropie thermique, le nombre de Darcy, le nombre de Lewis, le rapport des forces de volume, le nombre de Rayleigh thermique et le rapport des conductivités. Ces résultats numériques sont analysés en termes de transfert moyen de chaleur et de masse sur les parois verticales de la cavité et montrent l'existence d'un maximum de transfert de masse pour un rapport d'anisotropie critique. Cette situation critique dépend de plusieurs paramètres dont le nombre de Lewis du fluide saturant. Une corrélation globale a été établie permettant de prédire le transfert de masse pour les milieux

thermiquement anisotropes en régime de Darcy. Par ailleurs les auteurs ont découplé dans cette étude les effets de l'anisotropie thermique et hydraulique afin de pouvoir analyser plus précisément l'influence de chaque anisotropie.

La convection naturelle avec le transfert de chaleur et de masse et avec des gradients de chaleur et de concentration horizontaux et opposé a été examinée par Bera et Khalili (2002) dans une cavité anisotrope poreuse utilisant le modèle Darcy. Le milieu poreux est supposé être hydrodynamiquement et thermiquement anisotrope. Les directions principales du tenseur de perméabilité sont prises obliques au vecteur de gravité, tandis que ceux des diffusivités thermique et solutale coïncident avec les axes de coordonnées horizontaux et verticaux. Les auteurs ont donné une grande attention pour comprendre l'effet de paramètres anisotropes sur l'existence d'oscillations instables permanentes et des solutions multiples stationnaires. De l'étude de solutions analytiques, qui peuvent être considérées comme une vérification des résultats numériques, simultanément, ils ont trouvé qu'il existe un intervalle de rapport de buoyancy I_{NM} , selon les valeurs paramétriques, dans lesquelles des solutions multiples existent. Pour le cas instable un intervalle semblable, I_{NO} , pour le rapport de buoyancy a été observé numériquement, dans lequel des oscillations permanentes existent. La périodicité de l'oscillation change brutalement en changeant la perméabilité du milieu. Les résultats indiquent que le maximum I_{NM} et I_{NO} des intervalles est atteint à un angle d'orientation de $\theta=45^\circ$. La direction locale d'écoulement change à cause de la variation des couches thermique et de concentration et des paramètres anisotropes. Il a été observé qu'une petite rotation du tenseur de perméabilité fait un changement significatif de la force d'écoulement aussi bien que les profils de la température et de la concentration. En général, la chaleur et la masse suivent le modèle complexe selon l'interaction entre les coefficients de diffusion et le rapport de buoyancy.

Younsi *et al.* (2002) ont étudié numériquement l'écoulement bidiffusif opposé dans une cavité poreuse. Les gradients de température et de concentration sont imposés horizontalement, et les deux effets de buoyancy peuvent augmenter la dynamique du fluide. L'équation de Darcy avec les termes de Brinkman-Forchheimer, qui prend en considération les effets d'inertie et les effets visqueux, a été utilisée pour déduire l'équation de mouvement. L'algorithme SIMPLER est utilisé en se basant sur la méthode des volumes finis pour la résolution du couplage de vitesse-pression. Les résultats montrent que le rôle du milieu poreux est de diminuer la vitesse verticale dans la couche limite. Le transfert de chaleur et de masse et le champ d'écoulement sont affectés profondément par les forces de buoyancy

thermique et solutale. Le transfert de chaleur et de masse diminue avec la diminution de la perméabilité.

Bennacer *et al.* (2003) ont fait une analyse numérique sur la convection naturelle thermosolutale dans une cavité remplie de liquide où est insérées dedans des couches isotropiques ou anisotropiques poreuses. Des couches identiques poreuses sont attachées aux parois verticales, lesquelles sont tenues à des températures et des concentrations constantes. Les parois horizontales de la cavité sont adiabatiques et imperméables. Une approche des volumes de contrôle finis est utilisée dans ce travail. L'algorithme SIMPLEC est employé pour le couplage de vitesse-pression dans l'équation de mouvement. Le rapport d'aspect de la cavité est égale à deux et le liquide de saturation est l'air ($Pr = 0.71$). L'analyse est exécutée pour des nombres de Grashof thermique de 10^6 et 10^7 et de Schmidt de 7.1 pour différents nombres de Darcy, d'épaisseur de couche poreuse et du rapport de perméabilité. Les résultats sont présentés pour un flux thermique dominant, $N = 0$ et pour un flux solutale dominant, $N = 10$. L'effet d'anisotropie hydraulique sur le taux de chaleur et le transfert de masse est discuté. Il a été montré que le taux des transferts de chaleur et de masse a une faible dépendance du nombre de Darcy pour les régimes de perméabilité hauts et bas. Pour une certaine gamme de paramètres, le taux de chaleur transféré diminue quand le flux pénètre dans la couche poreuse. De là, il y a une valeur optimum (minimum) du nombre de Nusselt, qui est fonction du paramètre anisotropie. Une corrélation pour la les transferts de chaleur et de masse a été présentée.

Bahloul *et al.* (2004) ont effectué une étude analytique et numérique de la séparation des composants d'un mélange binaire dans un milieu annulaire circulaire vertical poreux. Les flux uniformes de chaleur sont appliqués sur les parois verticales de l'enceinte. La formulation du problème est faite avec le modèle de Darcy. L'approximation Boussinesq est appliquée à la variation de densité. Le problème est résolu analytiquement sur la base de l'écoulement parallèle, valable dans la limite d'une cavité mince. La solution du champ d'écoulement et de la distribution de la concentration dans l'enceinte a été trouvée employant l'approche des volumes de contrôle. Les équations d'énergie et de concentration sont résolues par la méthode implicite aux directions alternées (ADI). Le champ de fonction de courant est obtenu par la méthode de surrelaxation (SOR). Les résultats illustrent clairement le fait que pour une grande cavité allongée ($A \gg 1$), le flux dans la région fondamentale de l'enceinte est essentiellement unicellulaire et parallèle tandis que la température et la concentration dans

le cœur sont linéairement stratifiées dans la direction verticale. La solution analytique développée confirme ces observations.

L'étude de Bourich *et al.* (2004a) présente une analyse d'échelle de la convection naturelle à double diffusive bidimensionnelle dans une cavité carrée poreuse chauffée plus tard. La surface supérieure est froide par contre les limites verticales sont soumises à un gradient solutal horizontale. Dans la formulation du problème, le modèle de Darcy est considéré avec l'approximation de Boussinesq. L'analyse est établie en se basant sur l'approche nommée « scaling law » pour prédire l'ordre de l'importance des caractéristiques des transferts de masse et de chaleur dans des cas limites qui correspondent aux écoulements dirigés par les forces thermique ou solutale. Les équations de conservation sont résolues numériquement avec la méthode des différences finies. La procédure itérative utilisée est l'ADI et les valeurs de la fonction de courant sont calculées par la méthode SOR. Les résultats de l'analyse d'échelle ont été validés numériquement et les auteurs ont proposé les corrélations utiles de Nu et Sh dans ces cas limites.

Bourich, *et al.* (2004b) ont étudié la convection naturelle bidimensionnelle bidiffusive dans une cavité carrée poreuse, partiellement chauffée dont la surface supérieure est refroidie à une température constante. Les parois verticales de la matrice poreuse sont soumises à un gradient de concentration horizontal. Les équations gouvernantes sont discrétisées selon le schéma des différences centrales finies. La procédure itérative est exécutée employant la méthode ADI. Le champ de la fonction de courant est calculé avec une la méthode SOR. Les paramètres gouvernants le problème sont le nombre de Rayleigh thermique ($Ra = 100$ et 200), le nombre de Lewis ($Le = 0.1 ; 1$ et 10), le rapport de buoyancy ($-10 \leq N \leq 10$) et la position relative de l'élément chauffant avec la ligne médiane verticale de la cavité ($\delta = 0$ et 0.5). L'effet des paramètres gouvernants sur les caractéristiques liquides a été analysé. Les résultats indiquent que l'effet de N sur le comportement dynamique du fluide et les transferts de chaleur et de masse a été trouvé dépendant du type de solution, des nombres de Lewis et de Rayleigh et de la position de la source de chauffage isotherme. L'existence d'écoulement bicellulaire asymétrique est prouvée dans le cas de $\delta = 0.5$. Les transferts de chaleur et de masse dans la cavité poreuse dépendent de la solution considérée, quand des états multiples stables sont possibles. Les solutions bicellulaires réduisent considérablement le transfert de chaleur comparé à aux solutions monocellulaires. La multiplicité des solutions disparaît en présence de gradient solutal horizontal quand des conditions critiques sont atteintes.

Barletta et Lazzari (2005) ont étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité verticale carrée remplie d'un liquide saturé comme un milieu poreux au moyen du logiciel *Femlab3.1i*. La cavité possède des parois isothermes et elle est chauffée par une limite interne concentrique circulaire soumise à un flux de chaleur uniforme. Le flux est supposé être bidimensionnel, stable et laminaire. L'effet de dissipation visqueuse est négligé et aucune génération de source interne n'est considérée. Le milieu poreux satisfait la loi Darcy et la validité de l'approximation Boussinesq est utilisée. Le champ de vitesse et le champ de température dépendent du nombre de Rayleigh modifié \overline{Ra} qui est le produit du nombre de Rayleigh Ra et du nombre de Darcy Da . La moyenne du nombre de Nusselt et la moyenne de l'énergie cinétique E_{kin} ont été évaluées. Les résultats obtenus montrent que pour les valeurs données du rapport d'aspect A et l'angle d'inclinaison de cavité α , Nu et E_{kin} augmentent avec Ra . De plus, pour des valeurs données de A et de Ra , Nu et E_{kin} augmentent aussi avec α . D'autre part, pour les valeurs données de α et de Ra , Nu diminue avec la diminution de A tandis que E_{kin} augmente.

Gobin *et al.* (2005a) ont étudié la convection bidiffusive dans un fluide binaire. La géométrie utilisée dans ce travail est une cavité fermée rempli partiellement avec une couche verticale poreuse. La description mathématique du problème est basée sur la formulation des équations de conservations dans un seul domaine. Les résultats numériques montrent l'influence de la couche poreuse sur la structure d'écoulement et le transfert dans la cavité. Cette étude avait pour but l'analyse de l'influence des paramètres gouvernants qui caractérisent la convection à double diffusion. Les transferts de masse et de chaleur sont analysés en fonction de la perméabilité de la couche poreuse avec les forces de buoyancy, qui donnent une amélioration spécifique de la structure d'écoulement et du transfert de chaleur dans la cavité.

Gobin *et al.* (2005b) ont étudié la convection naturelle dans un milieu partiellement poreux. Premièrement, ils ont traité les problèmes de modélisation d'écoulement des fluides et de transfert de chaleur et de masse dans différents domaines, et dans divers modèles alternatifs proposés dans la littérature. Ainsi, les auteurs ont discuté l'étude de l'écoulement de fluide et des transferts de chaleur et de masse dus à la double diffusion dans une enceinte verticale. L'influence de la couche poreuse et le problème de la stabilité linéaire de la convection naturelle thermique dans la couche horizontale ont été analysés. Les résultats montrent que la diminution du nombre de Darcy fait diminuer la perméabilité et l'écoulement devient très difficile.

Une étude numérique bidimensionnelle de la convection naturelle dans une cavité carrée avec un milieu poreux et avec une paroi chauffée a été présentée par Nawaf (2005). Le modèle de Darcy est utilisé et le fluide est supposé un standard Boussinesq. La température de la paroi chauffée est oscillante avec le temps et avec une valeur constante. Par contre, la paroi froide est mise à une température constante. Les parois horizontales sont adiabatiques. Les résultats montrent la variation temporelle des lignes de flux, les isothermes et le nombre de Nusselt. Quand la température de la paroi chauffée oscille avec des grandes amplitudes et fréquences, le nombre de Nusselt devient négative et ceci est due à l'insuffisance du temps donnée pour le transfert de paroi chauffée jusqu'à la paroi froide.

Le problème de combinaison de la convection libre et forcée et du transfert de masse dans une plaque verticale poreuse semi infinie, en présence de génération de chaleur et de diffusion thermique, a été étudié numériquement par Alam *et al.* (2006). Les équations différentielles non linéaires et leurs conditions aux limites, qui caractérisent le problème, sont transformées à un système d'équations différentielles ordinaires. Ce système est résolu numériquement par l'utilisation de la technique d'itération de Nachtsheim-Swigert avec le schéma d'intégration Runge-Kutta d'ordre six. Les résultats indiquent que les profils de la vitesse et de la température augmentent et le profile de la concentration diminue avec l'augmentation du paramètre de génération de chaleur. Aussi, les profils de la vitesse et de la concentration augmentent avec l'augmentation du nombre de Soret. Dans le régime de convection mixte le nombre de Sherwood augmente. Par contre le nombre de Nusselt diminue avec la croissance du paramètre de génération de chaleur et du nombre de Soret.

Bahloul *et al.* (2006) ont étudié analytiquement et numériquement le comportement d'un mélange binaire saturant un milieu poreux dans un annulaire vertical. Des flux de chaleur uniformes ont été appliqués aux parois verticales, tandis que les parois horizontales sont imperméables et adiabatiques. Des gradients solutaux constants ont été appliqués sur les parois verticales pour obtenir la convection à double diffusion avec ou sans l'effet de Soret. Les paramètres gouvernants sont le nombre de Rayleigh thermique Ra_t , le rapport de buoyancy N , le nombre de Lewis Le , le rapport d'aspect A et la constante a . Dans la gamme des paramètres gouvernants considérés dans cette étude, un bon accord a été trouvé entre les prédictions analytiques et les résultats numériques obtenus. Dans les conditions aux limites thermique et solutale imposées aux parois verticales de l'enceinte, il a été démontré numériquement que l'écoulement dans la cavité est presque parallèle à condition que le rapport d'aspect A soit assez grande. Le modèle d'écoulement parallèle proposé dans cette

étude a été obtenue telle que la prévision de la structure d'écoulement et des transferts de chaleur et de masse pour un grand choix des paramètres gouvernants soit précise. Des expressions utiles approximatives ont été tirées pour décrire le régime des couches limites. Des équations simplifiées pour Nu et Sh ont été obtenues pour les divers régimes d'écoulement (chaleur dominant ou concentration dominante). Pour le cas de l'écoulement opposé, l'existence des solutions multiples, pour des valeurs données des paramètres gouvernants, a été démontrée analytiquement et numériquement.

Mahidjiba *et al.* (2006) ont étudié numériquement et analytiquement le début de la convection dans une couche horizontale bidimensionnelle poreuse saturée avec de l'eau froide. La méthode des éléments finis est employée pour résoudre les équations linéaires de perturbation. Le début de convection est dépendant du rapport d'aspect de la cavité A et du paramètre d'inversion γ (défini par $2(T_{\max}-T)/\Delta T$). L'effet de ces paramètres de contrôle est étudié pour des cas de couches infinies et finies. L'effet des diverses conditions aux limites thermiques imposées à la couche horizontale a aussi été examiné dans cette étude. Des nombres de Rayleigh critiques définissant le seuil de convection ont été établis en fonction de γ dans le cas de la couche infinie. Ces résultats indiquent aussi qu'une situation asymptotique est atteinte quand $\gamma \leq 1$. Il a aussi été trouvé, que pour $\gamma > 2$, les solutions atteignent asymptotiquement le cas classique d'un liquide avec une relation linéaire entre la température et la densité.

L'étude numérique de la convection transitoire mixte dans une couche bidimensionnelle horizontale poreuse chauffée par une source de flux de chaleur constante a été effectuée par Nawaf et Pop (2006). Les équations soumises aux conditions aux limites initiales sont intégrées numériquement en utilisant la méthode des volumes finis. Le champ thermique transitoire, le champ d'écoulement et la moyenne du nombre de Nusselt sont présentés en fonction du nombre de Péclet Pe . Pour le cas particulier de nombre de Rayleigh $Ra = 10^2$ et le rapport de longueur d'appareil de chauffage à l'épaisseur de la couche poreuse A , il a été trouvé que pour $A = 3$ et $A = 5$ avec des petites valeurs du nombre de Péclet, le mode de convection naturelle domine, tandis que pour de grandes valeurs du nombre de Péclet, le mode de convection forcée domine. Cependant, pour des valeurs modérées la convection oscillante mixte est observée et une variation périodique de la moyenne du nombre de Nusselt est obtenue. Quand la longueur d'appareil de chauffage est égale à l'épaisseur de couche poreuse ($A=1$) des résultats stationnaires sont obtenus pour la gamme de $Pe = 0.1 - 10$.

Pakdee et Rattanadecho (2006) ont étudié numériquement l'écoulement convectif naturel transitoire dans un milieu poreux saturé avec un liquide dans une cavité rectangulaire. La cavité est isolée sauf la paroi supérieure qui est partiellement exposée à un extérieur ambiant. La surface exposée permet le transport convectif par le milieu poreux, produisant une stratification thermique et des circulations de flux. Le système d'équations différentielles est résolu avec des conditions aux limites et initiales appropriées employant la méthode des différences finies. Les résultats obtenus montrent qu'un gradient latéral de température près de la paroi supérieure pousse la force de buoyancy dans une condition instable. L'écoulement bidimensionnel est caractérisé principalement par deux tourbillons symétriques qui sont produits par l'effet de buoyancy. Les directions de rotation des tourbillons produits dans deux conditions différentes sont opposées. Il a été trouvé aussi que, le coefficient de transfert de chaleur, le nombre de Rayleigh et le nombre de Darcy influencent considérablement sur les caractéristiques des mécanismes de transfert de chaleur et d'écoulement. Les grandes valeurs du nombre de Rayleigh augmentent les intensités des lignes de courants, augmentant ainsi la pénétration d'écoulement en bas. Les petites valeurs du nombre de Darcy gênent les circulations d'écoulement, donc le transfert de chaleur par convection est considérablement réduit.

Bahloul *et al.* (2007) ont étudié analytiquement et numériquement la convection naturelle dans un mélange binaire chauffé différentiellement. Le fluide est contenu dans une cavité peu profonde rectangulaire poreuse et soumise à l'effet de Soret. Toutes les quatre faces sont exposées à des flux de chaleur uniformes, les faces opposées étant chauffées et froides, respectivement. Des solutions analytiques pour les champs de fonction de courant, de température et de concentration sont obtenues employant une supposition d'écoulement parallèle dans la région principale de la cavité et une forme intégrale de l'énergie et des équations constitutives. La confirmation numérique des prédictions analytiques est aussi obtenue. L'approche de volume de contrôle est utilisée pour la discrétisation des équations gouvernantes. L'équation de la fonction de courant a été résolue par la méthode ADI et les équations de température et de concentration ont été résolues par la méthode. Les résultats sont présentés d'abord en présence d'un gradient vertical de température. Le cas spécial où les forces de buoyancy sont opposées et d'intensité égale ($N = -1$) a été aussi discuté. Pour cette situation particulière, le nombre de Rayleigh supercritique pour le début de convection a été prévu sur la base d'une analyse de stabilité linéaire. Des états multiples stables près du seuil de convection ont été trouvés.

Une étude numérique du transfert de chaleur et de masse dans un cylindre rempli d'un milieu poreux réactif a été réalisée par Bousri et Bouhadef (2007). Leur analyse était basée sur le modèle de Darcy-Brinkman et les équations de conservations, qui décrivent l'évolution spatiale et temporelle des phénomènes couplés des réactions chimiques de diffusion et de transfert thermique. L'approche est faite à partir d'un modèle 2D. Le système des équations gouvernantes obtenu est discrétisé et traité par la méthode des volumes finis. Les résultats obtenus indiquent que la réduction de perméabilité accentue la filtration. L'augmentation du nombre de Reynolds accroît l'inertie du fluide et réduit le temps de transition. L'augmentation du terme source lié à la réaction chimique augmente la température et diminue la concentration à la sortie.

La convection forcée entièrement développée à l'intérieur d'un tube circulaire rempli d'un milieu poreux saturé soumis à un flux de chaleur uniforme sur la paroi, a été examinée sur la base du modèle Brinkman-Forchheimer par Hooman et Gurgenci (2007). Pour les grands et petits nombres de Darcy, la solution pour l'équation de mouvement Brinkman-Forchheimer a été trouvée en termes d'une méthode asymptotique. Une fois que la distribution de vitesse est déterminée, l'équation d'énergie est résolue employant la même technique asymptotique. Les résultats obtenus montrent que le profil de vitesse dépend fortement du paramètre s ($s = [M.Da]^{-1/2}$). Avec l'augmentation de ce paramètre, la région centrale contenant une distribution relativement uniforme de la vitesse s'étend plus loin vers la paroi. Pour les grandes valeurs de s , le profil de vitesse est limité à une couche très mince adjacente à la paroi. Pour les grandes valeurs de s , l'influence du coefficient de Forchheimer C_f et du coefficient M ($M = \mu_{\text{eff}}/\mu$) sur les résultats est négligeable. Cependant, pour les petites valeurs de s , le nombre de Nusselt croît avec l'augmentation de C_f et diminue avec l'augmentation de M .

Marcelo *et al.* (2007) ont étudié analytiquement les équations macroscopiques de transport de chaleur et de masse pour l'écoulement turbulent dans des structures perméables. Le mécanisme de la convection naturelle à double diffusif est examiné pour la phase liquide dans le régime turbulent. Les équations sont basées sur le concept de double décomposition, qui considère, les fluctuations de temps et les déviations spatiales des valeurs moyennes. Ce travail avait l'intention de démontrer que des mécanismes complémentaires de transport sont mathématiquement tirés si la température, la concentration et la vitesse présentent simultanément des fluctuations de temps et des déviations spatiales dans le domaine d'analyse. L'analyse de stabilité des mélanges, pour des composants plus lourds sous les

gradients de la température et de la concentration, a été discutée. Les résultats montrent que des écoulements hydrodynamiquement stables sont obtenus sous certaines distributions de température et de concentration qui refroidissent la turbulence et mènent finalement à un processus de relaminarisation. Des situations inconditionnellement instables ont été aussi étudiées.

La température dépendant de l'effet de la variation de la viscosité dans la convection Bénard, d'un gaz ou un liquide dans une enceinte remplie d'un milieu poreux, a été étudiée numériquement par Hooman et Gurgenci (2008). Cette étude est basée sur le modèle général de transfert de mouvement dans un milieu poreux. Des solutions numériques des équations gouvernantes sont obtenues par la méthode de différences finies, employant la technique de Gauss-Seidel avec la méthode SOR. Le modèle Arrhenius qu'est appliqué, propose une forme exponentielle de la relation entre la température et la viscosité : constant ($\mu=\mu_C$), diminuant (jusqu'à $0.13\mu_C$) et augmentant (jusqu'à $7.39\mu_C$). Les effets de la variation de viscosité du liquide sur les isothermes, les lignes de courant et le nombre de Nusselt ont été étudiés. La définition d'une température de référence, qui ne change pas avec le nombre de Rayleigh, mais augmente avec le nombre de Darcy, a été trouvée comme une variable pour représenter la dépendance de la variation de la viscosité en fonction de la température. Il a été trouvé aussi que la température de référence, à laquelle les propriétés des liquides doivent être évaluées, est approximativement indépendante des autres paramètres considérés.

Les effets d'hétérogénéité hydrodynamique horizontale et verticale, thermique et solutal, sur le début de convection dans une couche horizontale d'un milieu poreux saturé uniformément chauffé par le bas, ont été étudiés analytiquement par Kuznestsov et Nield (2008) employant la théorie de la stabilité linéaire, pour le cas d'hétérogénéité faible. Une température et un flux de concentration uniformes sont imposés aux parois supérieure et inférieure. Les parois latérales verticales sont supposées isolées et imperméables. Le modèle Brinkman est employé. Il a été trouvé que l'effet d'une telle hétérogénéité sur la valeur critique du Nombre de Rayleigh Ra basé sur des propriétés moyennes est du deuxième ordre si les propriétés varient d'une manière linéaire. Les effets d'hétérogénéité horizontale et verticale sont alors comparables, une fois que le rapport d'aspect est pris en compte et à une première approximation, sont indépendant.

Récemment, Ouazaa (2008) a étudié le cas d'une cavité allongée soumise à des flux uniformes de chaleur et de masse, il a utilisé l'hypothèse d'un écoulement parallèle pour obtenir une solution analytique décrivant les champs de fonction de courant et de température

dans la région centrale de la cavité. Il a démontré ainsi que des solutions multiples sont possibles, certaines d'entre elles étant instables. La méthode des volumes finis a été employée pour obtenir des solutions numériques à partir des équations gouvernantes complètes. Les résultats obtenus ont montré un excellent accord entre la solution analytique et la simulation numérique. Dans cette étude l'effet des paramètres de contrôle sur l'écoulement et sur les transferts de chaleur et de masse dans le système a été déterminé.

Aussi, une autre étude numérique a été réalisée par Sivasankaran *et al.* (2008) pour analyser l'effet combiné des gradients de température et de concentration sur l'écoulement de la convection naturelle de l'eau froid près de sa densité extrême contenu dans une cavité poreuse. Les équations gouvernantes sont discrétisées avec la méthode des volumes finis. Les résultats sont discutés pour différentes valeurs de la porosité, du nombre de Darcy et du nombre de Grashof. Les taux des transferts de chaleur et de masse calculés ne sont pas linéaires avec la température de la paroi chaude. Ce comportement non linéaire des taux de transfert de chaleur et de masse est dû à l'effet de la densité maximale. Le transfert de chaleur et de masse augmente avec l'accroissement du nombre de Darcy et la porosité. Il a été observé que la température à la densité maximale a des effets importants sur le transfert de chaleur et de masse, dus à la formation d'une structure bicellulaire. Les résultats montrent aussi que les plus hauts taux de transfert de chaleur et de masse peuvent être obtenus dans un milieu poreux saturé avec l'eau en présence de porosité élevée.

2. MODÉLISATION PHYSIQUE ET MATHÉMATIQUE

2.1 DESCRIPTION DU PROBLÈME

Nous allons considérer la simulation numérique de la convection naturelle à double diffusion dans milieu poreux contenu dans une enceinte rectangulaire bidimensionnelle. La géométrie du problème considéré est illustrée sur la figure 2.1. Il s'agit d'une enceinte rectangulaire de longueur L et de hauteur H , ayant un rapport d'aspect égal à 4. L'enceinte est remplie d'une matière poreuse homogène et isotrope. Les parois verticales de l'enceinte sont supposées soumises à des températures et concentrations constantes mais différentes, tandis que les parois horizontales sont considérées comme adiabatiques et imperméables. Le fluide est l'air et la substance diffusée dans l'air de l'enceinte est le vapeur d'eau. Les gradients de température et de concentration résultants des conditions aux limites produisent la convection naturelle à double diffusion.

Les forces de buoyancy, thermique et solutale, sont considérées soient coopérantes ou opposées en fonctions des conditions aux limites imposées à l'enceinte étudiée.

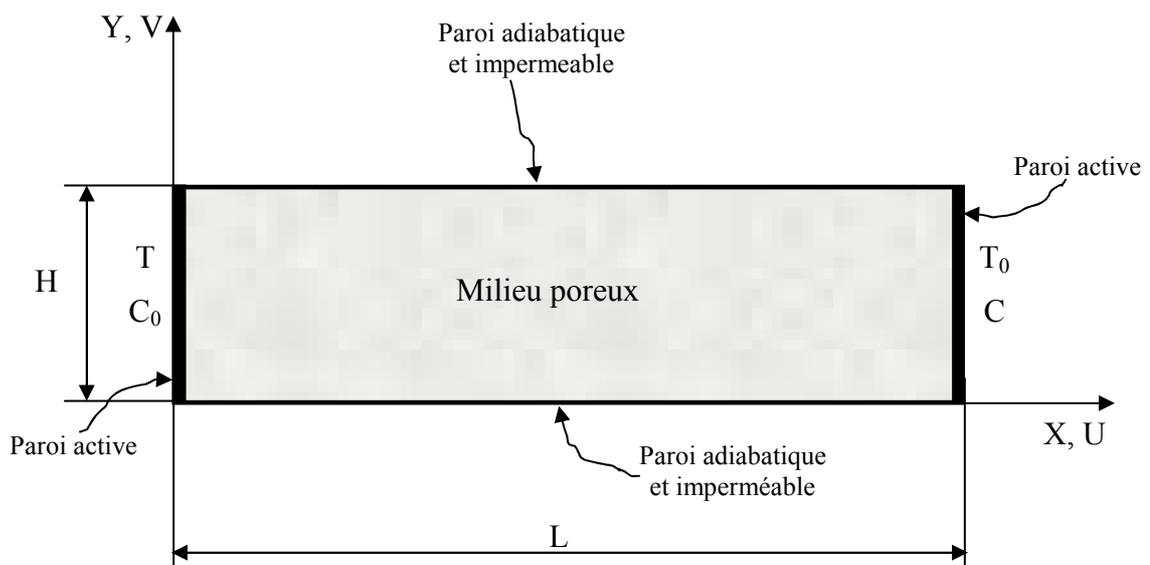


Figure 2.1 : Description de la géométrie du problème.

2.2 HYPOTHÈSES SIMPLIFICATRICES

Pour une formulation simple du modèle mathématique, nous considérons les approximations, les plus couramment employées dans ce type de problème, entre autres les approximations de Boussinesq. Nous supposons alors que :

1. Le milieu poreux est considéré homogène, isotrope et ne subit pas de variation spatiale de la porosité dans l'enceinte.
2. Le fluide qui s'écoule est incompressible.
3. Le problème est bidimensionnel.
4. L'écoulement engendré est laminaire et transitoire.
5. Il n'y a ni réaction chimique ni source de chaleur ou de masse.
6. Les interactions entre les transferts de chaleur et de masse, connues sous le nom d'effets Soret et Dufour respectivement, sont négligeables.
7. Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
8. Dans la convection naturelle bidiffusive, le couplage de transfert de chaleur et de matière est nécessaire, parce que la densité de mélange du fluide, dépend de la température et de la concentration. Les propriétés thermo-physiques du fluide sont constantes et sont évaluées à la température et à la concentration de référence. On considère approximativement que $\rho = \rho_0$ est constante dans tous les termes, sauf celui qui contient l'accélération de la pesanteur g ($F_y = -\rho_f g$) où $\rho = f(T, C)$, (ρ est fonction de la température et de la concentration).

$$\text{On a alors : } \rho = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0) - \beta_c (C - C_0)]$$

$$\text{Dans notre cas : } \rho_f (T, C) = \rho_f (T_0, C_0) [1 - \beta_T (T - T_0) - \beta_c (C - C_0)].$$

2.3 MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

En tenant compte de toutes les hypothèses considérées, le système d'équations différentielles aux dérivées partielles décrivant ce problème est composé de l'équation de continuité, les équations de quantité de mouvement et les équations du transfert de chaleur et de matière dans un milieu poreux. Pour tenir compte de tous les effets, on associe à l'équation de Darcy, les termes de Brinkman et de Forchheimer. Le modèle ainsi formé est connu sous le nom du modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer ou loi de Darcy étendue. Les équations modélisantes à travers un milieu poreux s'écrivent alors sous les formes suivantes (Bejan et Nield 2006).

2.3.1 Equation de continuité

$$\varphi \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_f \vec{V}) = 0 \quad (2.1)$$

Fluide incompressible :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.2)$$

2.3.2 Equations de quantité de mouvement dans les milieux poreux

$$\rho_f \left[\underbrace{\frac{1}{\varphi} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{1}{\varphi} \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{V}\vec{V}}{\varphi} \right)}_{(1)} \right] = - \underbrace{\frac{1}{\varphi} \vec{\nabla}(\varphi p)}_{(2)} + \underbrace{\frac{\mu}{\rho_f \varphi} \nabla^2 \vec{V}}_{(3)} - \underbrace{\frac{\mu \vec{V}}{K}}_{(4)} - \underbrace{\frac{C_f \rho_f}{K^{1/2}} |\vec{V}| \vec{V}}_{(5)} + \underbrace{\rho_f \vec{g}}_{(6)} \quad (2.3)$$

a.(1) $\rho_f \left[\frac{1}{\varphi} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{1}{\varphi} \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{V}\vec{V}}{\varphi} \right) \right]$: Forces inertielles macroscopiques.

b.(2) $\frac{1}{\varphi} \vec{\nabla}(\varphi p)$: Gradient de pression.

c.(3) $\frac{\mu}{\rho_f \varphi} \nabla^2 \vec{V}$: Terme visqueux de Brinkman.

d.(4) $\frac{\mu}{K} \vec{V}$: Terme de Darcy.

e.(5) $\frac{C_f \rho_f}{K^{1/2}} |\vec{V}| \vec{V}$: Terme Forchheimer (forces inertielles microscopiques).

f.(6) $\rho_f \vec{g}$: Forces de volume.

2.3.2.1 L'équation de la quantité de mouvement suivant x

$$\frac{1}{\varphi} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial (uu)}{\partial x} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial (vu)}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\mu}{K} u - C_f \frac{\sqrt{u^2+v^2}}{\sqrt{K}} u + \frac{\mu}{\varphi} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \quad (2.4)$$

2.3.2.2 L'équation de quantité de mouvement suivant y

$$\frac{1}{\varphi} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial (uv)}{\partial x} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial (vv)}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\mu}{K} v - C_f \frac{\sqrt{u^2+v^2}}{\sqrt{K}} v + \frac{\mu}{\varphi} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \rho_f g [\beta_T (T - T_0) + \beta_C (C - C_0)] \quad (2.5)$$

2.3.3 Equation de l'énergie

$$(\rho c)_m \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c)_f \vec{V} \cdot \vec{\nabla} T = \vec{\nabla} \cdot (k_m \vec{\nabla} T) + q_m''' \quad (2.6)$$

Où : $(\rho c)_m = (1 - \varphi)(\rho c)_s + \varphi(\rho c)_f$

$$k_m = (1 - \varphi)k_s + \varphi k_f$$

$$q_m''' = (1 - \varphi)q_s''' + \varphi q_f'''$$

Dans notre cas il n'y a pas de génération de chaleur donc : $q_m''' = 0$.

On divise l'équation par $(\rho c_p)_f$ et on considère que : $\frac{(\rho c_p)_m}{(\rho c_p)_f} \approx 1$.

Avec :

- i. $(\rho c)_m$: capacité calorifique du mélange.
- ii. $(\rho c)_s$: capacité calorifique de la matrice solide.
- iii. $(\rho c)_f$: capacité calorifique du fluide.
- iv. q_m''' : source d'énergie.
- v. (ρc_p) : capacité calorifique à pression constante.
- vi. $\frac{k_f}{(\rho c_p)_f} = \alpha$: coefficient de diffusion thermique.
- vii. $\frac{k_m}{k_f} = \lambda$: rapport des conductivités thermiques.

$$\text{Donc on obtient : } \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \vec{\nabla} T = \vec{\nabla} (\lambda \alpha \vec{\nabla} T) \quad (2.7)$$

$$\text{Ou : } \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (2.8)$$

2.3.4 Equation de transfert de matière

$$\varphi \frac{\partial c}{\partial t} + \vec{V} \vec{\nabla} C = \nabla^2 (D_m C) \quad (2.9)$$

Dans notre cas on peut écrire :

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{\varphi} \frac{\partial(uc)}{\partial x} + \frac{1}{\varphi} \frac{\partial(vc)}{\partial y} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial c}{\partial y} \right) \right] \quad (2.10)$$

(Avec $D_m = \varphi D$: diffusivité massique du milieu poreux)

2.4 MISE EN FORME ADIMENSIONNELLE DES ÉQUATIONS

2.4.1 Variables adimensionnelles

Pour mettre le système d'équations précédent sous une forme adimensionnelle, nous avons choisi comme longueur de référence la hauteur H de l'enceinte, car c'est sur la hauteur qu'agissent les forces motrices donnant naissance à l'écoulement convectif. Ainsi, nous avons introduit les variables adimensionnelles suivantes :

- a. $X = x / H$
- b. $Y = y / H$
- c. $t' = t / (H^2/\nu)$; pour la simplicité on prend $t' \equiv t$.
- d. $U = u / (\nu/H)$
- e. $V = v / (\nu/H)$
- f. $P = (p - p_0) / [\rho_f / (\nu/H)]$
- g. $\Theta = (T - T_0)/\Delta T$; ($\Delta T = T_{max} - T_{min}$) ; pour la simplicité on prend $\Theta \equiv T$.
- h. $\Phi = (C - C_0)/\Delta C$; ($\Delta C = C_{max} - C_{min}$) ; pour la simplicité on prend $\Phi \equiv C$

2.4.2 Equations adimensionnelles

2.4.2.1 Equation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2.11)$$

2.4.2.2 Equation de la quantité de mouvement suivant x

$$\frac{1}{\varphi} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial(VU)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{U}{D_a} - \frac{C_f}{D_a} \sqrt{U^2 + V^2} \cdot U + \frac{1}{\varphi} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right] \quad (2.12)$$

2.4.2.3 Equation de quantité de mouvement suivant y

$$\frac{1}{\varphi} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial(VU)}{\partial X} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial(VV)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} - \frac{V}{D_a} - \frac{C_f}{D_a} \sqrt{U^2 + V^2} \cdot V + \frac{1}{\varphi} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] + G_{rt}T + G_{rc}C \quad (2.13)$$

2.4.2.4 Equation de l'énergie

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(UT)}{\partial X} + \frac{\partial(VT)}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial Y} \right) \right] \quad (2.14)$$

2.4.2.5 Equation de transfert de matière

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{\varphi} \frac{\partial(UC)}{\partial X} + \frac{1}{\varphi} \frac{\partial(VC)}{\partial Y} = \frac{1}{Sc} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(D \frac{\partial C}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(D \frac{\partial C}{\partial Y} \right) \right] \quad (2.15)$$

Cette adimensionalisation nous a permis la mise en évidence de sept paramètres de contrôle qui caractérise le problème étudié à savoir, respectivement, les nombres de Grashof thermique G_{rt} et solutal G_{rc} , le nombre de Prandtl Pr , le nombre de Schmidt Sc , le nombre de Darcy Da , le rapport d'aspect A et la porosité φ .

- $G_{rt} = \frac{g\beta_T\Delta TH^3}{\nu^2}$
- $G_{rc} = \frac{g\beta_C\Delta CH^3}{\nu^2}$
- $P_r = \frac{\nu}{\alpha}$
- $S_c = \frac{\nu}{D}$
- $D_a = \frac{K}{H^2}$
- $A = L/H$
- $\phi = \frac{\text{volume des pores du milieu poreux}}{\text{volume totale du milieu poreux}}$

2.5 CONDITIONS INITIALES ET AUX LIMITES

La solution du problème non dimensionnel dépend des valeurs des paramètres de contrôle et des conditions initiales et aux limites adimensionnelles nécessaires pour la résolution des équations de ce système. Ces conditions sont les suivantes.

2.5.1 Conditions initiales

- à $t = 0$; $u = v = 0$ et $T = C = 0$

2.5.2 Conditions aux limites

- $Y = 0, \forall X : \frac{\partial T}{\partial x} = 0 ; \frac{\partial C}{\partial x} = 0 ; U = V = 0$
- $Y = 1, \forall X : \frac{\partial T}{\partial x} = 0 ; \frac{\partial C}{\partial x} = 0, U = V = 0$

2.5.2.1 Cas coopérant

- $X = 0, \forall Y : T = 1 ; C = 0 ; U = V = 0.$
- $X = 4, \forall Y : T = 0 ; C = 1 ; U = V = 0.$

2.5.2.2 Cas opposant

- $X = 0, \forall Y : T = 1 ; C = 1 ; U = V = 0.$
- $X = 4, \forall Y : T = 0 ; C = 0 ; U = V = 0.$

2.6 TRANSFERTS THERMIQUE ET MASSIQUE

Les flux moyens de transfert de chaleur et de matière sont exprimés en termes adimensionnels par les nombres moyens de Nusselt \overline{Nu} et de Sherwood \overline{Sh} définis respectivement par :

$$\overline{Nu}|_{x=Cte} = \int_0^1 \left(PrUT - \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=Cte} dY \quad (2.16)$$

$$\overline{Sh}|_{x=Cte} = \int_0^1 \left(ScUC - \frac{\partial c}{\partial x} \right)_{x=Cte} dY \quad (2.17)$$

3. RÉOLUTION NUMÉRIQUE

3.1 INTRODUCTION

Au cours de ces dernières années, nous assistons à une augmentation fulgurante de la performance des ordinateurs, qui a permis l'utilisation de méthodes numériques de plus en plus performantes et efficaces pour la résolution de systèmes d'équations différentielles non linéaires.

Depuis les 20 dernières années, nous vivons aussi une révolution qui a bouleversé notre vie de tous les jours. Bien entendu, il s'agit d'une révolution informatique. Les ordinateurs ont envahi les bureaux des chercheurs et aussi les foyers. Les ordinateurs sont, chaque jour, de plus en plus rapides et, aujourd'hui, à la veille du troisième millénaire, nous commençons à pouvoir résoudre des problèmes de transfert et de transport en 2-D et 3-D.

Ainsi, des codes commerciaux ont fait leur apparition sur le marché et ils sont actuellement employés par les grands groupes industriels pour simuler le comportement réel de leurs installations industrielles.

3.2 PRÉSENTATION GÉNÉRALE

En vue du passage d'un problème exact (continu) au problème approché (discret), on dispose de plusieurs techniques concurrentes et complémentaires : les différences finies, les éléments finis et les volumes finis. Chacune de ces trois méthodes correspond à une formulation différente des équations de la physique :

- équilibre des forces en chaque point pour les différences finies,
- minimisation de l'énergie ou principe des travaux virtuels pour les éléments finis,
- loi de conservation et calcul des flux pour la méthode des volumes finis.

3.2.1 Différences finies

La méthode des différences finies consiste à remplacer les dérivées apparaissant dans le problème continu par des différences divisées ou combinaisons de valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage.

- Avantages : grande simplicité d'écriture et faible coût de calcul.
- Inconvénients : limitation de la géométrie des domaines de calcul, difficultés de prise en compte des conditions aux limites portant sur les dérivées ou les gradients de l'inconnue et en général absence de résultats de majoration d'erreurs.

3.2.2 Eléments finis

La méthode des éléments finis consiste à approcher, dans un sous-espace de dimension finie, un problème écrit sous forme variationnelle (comme minimisation de l'énergie, en général) dans un espace de dimension infinie. La solution approchée est dans ce cas une fonction déterminée par un nombre fini de paramètres comme, par exemple, ses valeurs en certains points (les nœuds du maillage).

- Avantages : traitement possible de géométries complexes, détermination plus naturelle des conditions aux limites, possibilité de démonstrations mathématiques de convergence et de majoration d'erreurs.
- Inconvénients : complexité de mise en œuvre et coût en temps de calcul.

3.2.3 Volumes finis

La méthode des volumes finis intègre, sur des volumes élémentaires de forme simple, les équations écrites sous forme de loi de conservation. Elle fournit ainsi de manière naturelle des approximations discrètes conservatives et elle est donc particulièrement bien adaptée aux équations de la mécanique des fluides : équation de conservation de la masse, équation de conservation de la quantité de mouvement et équation de conservation de l'énergie. Sa mise en œuvre est simple si les volumes élémentaires sont des rectangles (ou des parallélépipèdes rectangles en trois dimensions). Cependant, la méthode des volumes finis permet d'utiliser des volumes élémentaires de forme quelconque, donc de traiter des géométries complexes, ce qui est un avantage sur les différences finies.

Il existe une grande variété de méthodes selon le choix de la géométrie des volumes élémentaires et des formules de calcul des flux. Par contre, on dispose de peu de résultats théoriques de convergence.

Dans ce travail, nous avons choisi, d'employer la méthode des volumes finis intègre pour ses avantages.

3.3 MÉTHODE DES VOLUMES FINIS

3.3.1 Introduction

Une grande majorité des codes commerciaux, actuellement disponible, résolvent les équations de conservation en variable primitives en emploient la méthode des volumes finis. Dans cette méthode, le domaine considéré est divisé en volumes finis, un seul volume entoure un nœud du maillage. Les équations de conservation sont intégrées sur chaque volume fini. La variation d'une grandeur ϕ entre le centre de deux volumes finis adjacents peut être linéaire, quadratique, ou constante dans chaque volume fini. Cette méthode a quelques points de similitude avec la méthode des différences finies. Tels que, les discrétisations, les méthodes de résolution des systèmes linéaires tridiagonaux, les notions de stabilité et de consistance ainsi que le traitement particulier des conditions aux limites

La méthode de volumes finis, les algorithmes de résolution des équations de transport en variables primitives, le schéma upwind pour la discrétisation des termes d'advection sont quelques idées qui ont été popularisées par Patankar (1980), qui est une référence incontournable dans ce domaine. Dans ce chapitre, la méthode des volumes finis et son utilisation pour résoudre des problèmes de transport est expliquée ainsi que l'algorithme SIMPLER utilisé pour résoudre les équations en variables primitives.

3.3.2 Présentation générale de la méthode

La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations de conservation des différentes grandeurs physiques ayant la forme générale :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \text{div}(\rho\vec{U}) = \text{div}(\Gamma_{\Phi}\overline{\text{grad}\Phi}) + S_{\Phi}$$

à l'intérieur de petits éléments de volumes, en veillant à ce que le flux d'une grandeur à travers un élément de surface soit le même pour les deux volumes adjacents. Les équations sont mises sous forme linéaire de façon à être résolues par une méthode matricielle.

Si on appelle P le point considéré, les points adjacents sont les points est E , ouest W , sud S et nord N . Les faces du volume sont dénommées de la même façon e , w , s et n (fig. 3.1).

Une des particularités de cette méthode est d'utiliser des maillages décalés (*staggered grid*) suivant les grandeurs considérées (fig. 3.2).

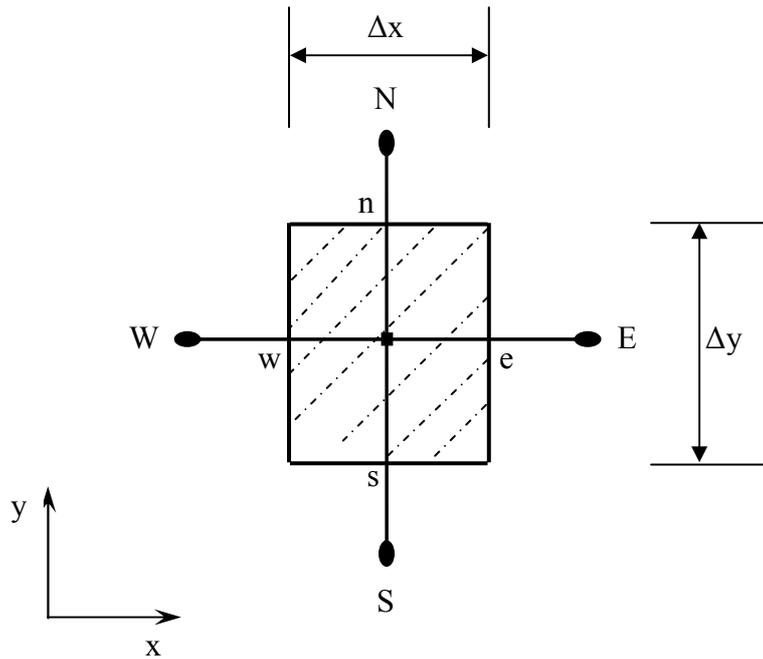


Figure 3.1 : Volume fini typique

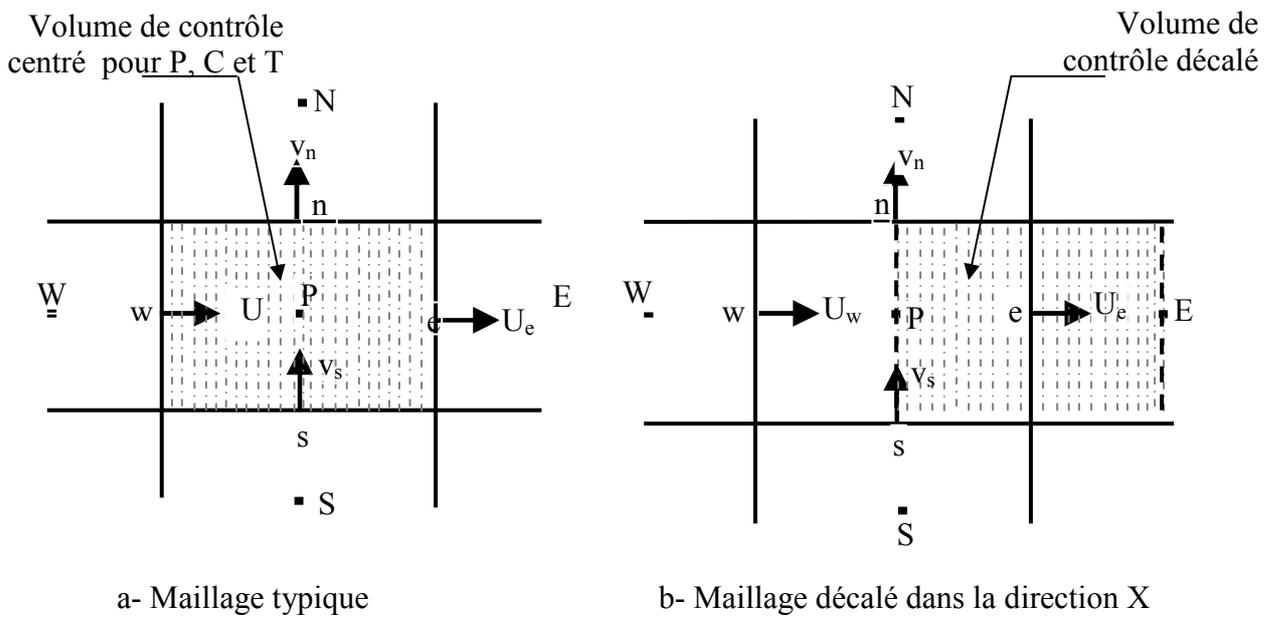


Figure 3.2 : Volumes de contrôle typique et décalé.

La pression et la température sont calculées en considérant un volume de contrôle centré autour du point P , donc entre les faces e , w , s et n en bidimensionnel (fig. 3.3). Les vitesses sont évaluées dans un volume centré sur une face du volume précédent, par exemple pour la vitesse horizontale U sur la face est entre deux faces passant par les points P et E et entre les faces sud et nord.

Physiquement, la température et la pression sont des grandeurs scalaires plus facilement calculables en un point (supposé représentatif du volume), tandis que la vitesse est plutôt liée à un flux (que l'on considérera constant) à travers une surface. Vu les hypothèses effectuées (grandeurs et flux constants), il conviendra de prendre des maillages suffisamment petits de façon à ce que les moyennes effectuées soient représentatives.

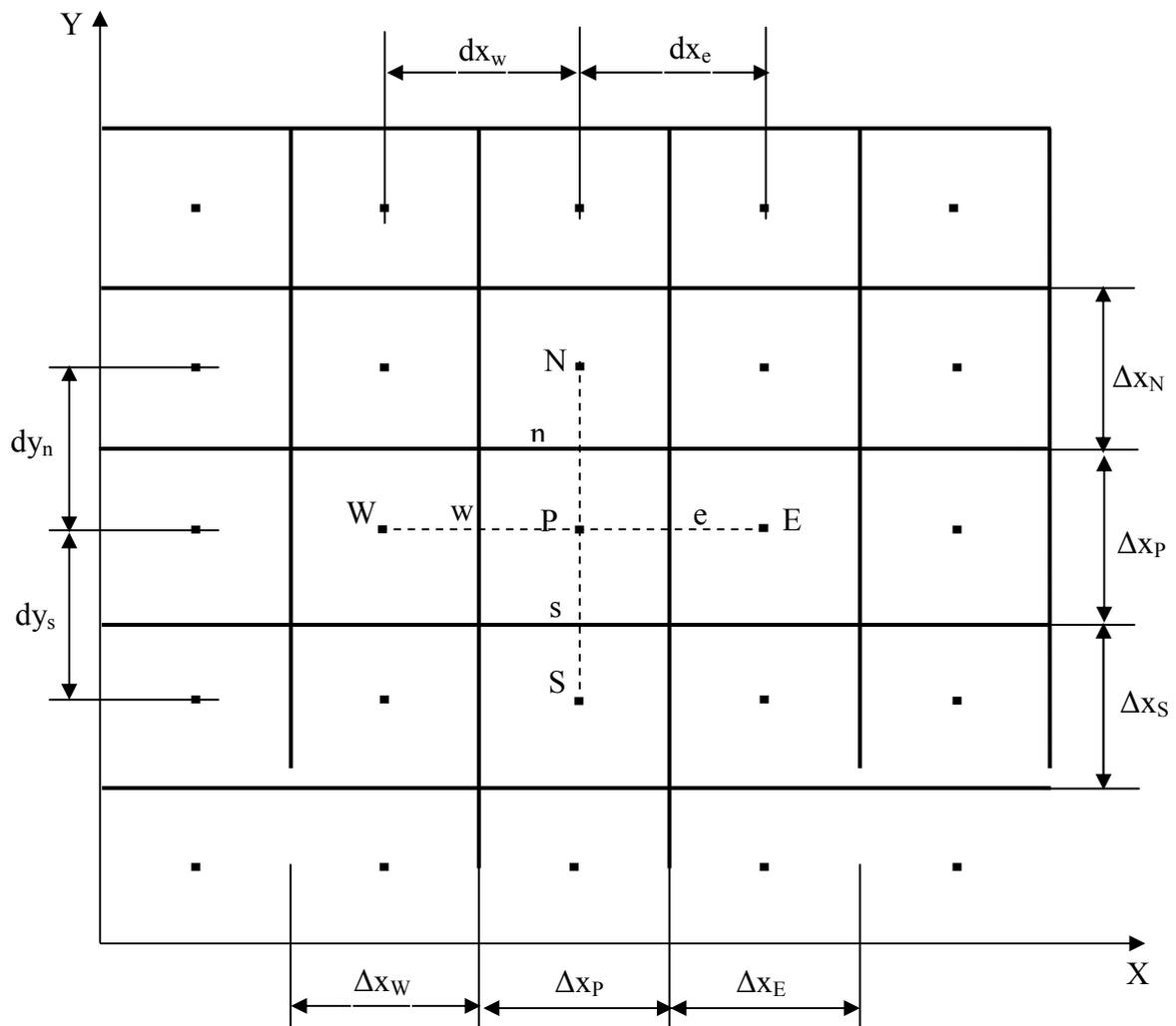


Figure 3.3 : Maillage typique uniforme suivant X et suivant Y.

3.4 FORME GÉNÉRALE DE L'ÉQUATION DE TRANSPORT

Les équations différentielles aux dérivées partielles adimensionnelles (2.11 à 2.15) présentées dans le chapitre 2, peuvent se mettre sous la forme générale d'une équation de transport (3.1) dont les expressions des grandeurs physiques, correspondant à chacune des équations (2.11 à 2.15), sont données dans le tableau 3.1.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial(U\Phi)}{\partial X} + \frac{\partial(V\Phi)}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right) + S_{\Phi} \quad (3.1)$$

Tableau 3.1 : Variable Φ , coefficient de diffusion Γ et terme source S_{Φ} pour les équations de notre problème.

Equation	Φ	Γ	S_{Φ}
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement suivant X	U	$\frac{1}{\varphi}$	$-\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{U}{D_a} - \frac{C_f}{D_a} \sqrt{U^2 + V^2} \cdot U$
Quantité de mouvement suivant Y	V	$\frac{1}{\varphi}$	$-\frac{\partial P}{\partial Y} - \frac{V}{D_a} - \frac{C_f}{D_a} \sqrt{U^2 + V^2} \cdot V$ $+ G_{rt}T + G_{rc}C$
Energie	T	$\frac{1}{Pr}$	0
Concentration	C	$\frac{1}{Sc}$	0

3.5 DISCRÉTISATION

3.5.1 Intégration l'équation générale de transport

On intègre l'équation générale de transport sur un volume de contrôle et en fonction du le temps, on trouve alors :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial \phi}{\partial t} dXdYdt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial U\phi}{\partial X} dXdYdt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial V\phi}{\partial Y} dXdYdt = \quad (3.2)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) dXdYdt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) dXdYdt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S_\phi dXdYdt$$

L'intégration des différents termes s'effectue comme suit :

- Terme de la variation temporelle :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial \phi}{\partial t} dXdYdt = (\phi_P^1 - \phi_P^0) \Delta X \Delta Y \quad (3.2.1)$$

où ϕ_P^0 et ϕ_P^1 représentent les valeurs de la variable ϕ au point P aux temps t et $t + \Delta t$, respectivement.

- Termes de transport convectif :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial U\phi}{\partial X} dXdYdt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial V\phi}{\partial Y} dXdYdt = [(U\phi)_e - (U\phi)_w] \Delta Y \Delta t + \quad (3.2.2)$$

$$[(V\phi)_n - (V\phi)_s] \Delta X \Delta t$$

- Termes de transport diffusif :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) dXdYdt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) dXdYdt = \quad (3.2.3)$$

$$\left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_w \right] \Delta Y \Delta t + \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_s \right] \Delta X \Delta t$$

- Terme source :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S_\phi dXdYdt = \overline{S_\phi} \Delta X \Delta Y \Delta t \quad (3.2.4)$$

Après l'intégration et la division par Δt l'équation générale de transport devient :

$$\frac{(\phi_P^1 - \phi_P^0)}{\Delta t} \Delta X \Delta Y + [(U\phi)_e - (U\phi)_w] \Delta Y + [(V\phi)_n - (V\phi)_s] \Delta X = \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_w \right] \Delta Y + \quad (3.3)$$

$$\left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_s \right] \Delta X + \overline{S_\phi} \Delta X \Delta Y$$

$$\begin{cases} \Phi_e = \frac{\Phi_E + \Phi_P}{2}, & \Phi_w = \frac{\Phi_P + \Phi_W}{2} \\ \Phi_n = \frac{\Phi_N + \Phi_P}{2}, & \Phi_s = \frac{\Phi_P + \Phi_S}{2} \end{cases} \quad (3.3.1)$$

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right|_e = \frac{\Phi_E - \Phi_P}{(dX)_e}, & \left. \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right|_w = \frac{\Phi_P - \Phi_W}{(dX)_w} \\ \left. \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right|_n = \frac{\Phi_N - \Phi_P}{(dY)_n}, & \left. \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right|_s = \frac{\Phi_P - \Phi_S}{(dY)_s} \end{cases} \quad (3.3.2)$$

En remplaçant les termes de l'équation (3.3) par leurs expressions (3.3.1) et (3.3.1) et après réarrangement on obtient l'équation algébrique suivante :

$$A_P \Phi_P = A_E \Phi_E + A_W \Phi_W + A_N \Phi_N + A_S \Phi_S + b \quad (3.4)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + A_P^0 \quad (3.4.1)$$

$$A_P^0 = \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta t} \quad (3.4.2)$$

- Le terme source est :

$$b = \bar{S}_P \Delta X \Delta Y + A_P^0 \phi_P^0 \quad (3.4.3)$$

Où : A_P^0 est le coefficient de la variable ϕ au temps t .

ϕ_P^0 est la valeur de la variable ϕ calculé au temps t et \bar{S}_P est le terme source.

- Les flux convectifs sont :

$$\begin{cases} F_e = U_e \Delta Y, & F_w = U_w \Delta Y \\ F_n = U_n \Delta X, & F_s = U_s \Delta X \end{cases} \quad (3.4.4)$$

- Les flux diffusifs sont :

$$\begin{cases} D_e = \frac{\Gamma_e \Delta Y}{(\delta X)_e}, & D_w = \frac{\Gamma_w \Delta Y}{(\delta X)_w} \\ D_n = \frac{\Gamma_n \Delta Y}{(\delta X)_n}, & D_s = \frac{\Gamma_s \Delta Y}{(\delta X)_s} \end{cases} \quad (3.4.5)$$

- Les nombres de Peclet sont :

$$\begin{cases} P_e = \frac{F_e}{D_e}, & P_w = \frac{F_w}{D_w} \\ P_n = \frac{F_n}{D_n}, & P_s = \frac{F_s}{D_s} \end{cases} \quad (3.4.6)$$

$$\begin{cases} A_E = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W = D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \end{cases} \quad (3.4.7)$$

3.5.2 Différentes schémas de discrétisation

Tous les coefficients de l'équation algébrique (3.4) doivent avoir le même signe (positif par convenance). Selon le schéma de discrétisation choisi, la fonction $A(|P|)$ peut prendre différentes expressions. Cinq schémas sont été cités par Patankar (1980) et sont résumés dans le tableau 3.2.

Dans notre étude, pour discrétiser les équations différentielles adimensionnelles, nous avons utilisé le schéma hybride et une discrétisation temporelle d'ordre un.

Tableau 3.2 : Les différents schémas de discrétisation (Patankar 1980).

Schéma	Formule de $A(P)$	Expressions des différents coefficients
Différences centrées	$A(P) = 1 - 0.5 P $	$A_E = D_e(1 - 0.5 P_e) + \max(-F_e, 0)$ $A_W = D_w(1 - 0.5 P_w) + \max(F_w, 0)$ $A_N = D_n(1 - 0.5 P_n) + \max(-F_n, 0)$ $A_S = D_s(1 - 0.5 P_s) + \max(F_s, 0)$
Upwind	$A(P) = 1$	$A_E = D_e + \max(-F_e, 0)$ $A_W = D_w + \max(F_w, 0)$ $A_N = D_n + \max(-F_n, 0)$ $A_S = D_s + \max(F_s, 0)$
Hybride	Schéma couplé de deux schémas des différences centrées et upwind <ul style="list-style-type: none"> • $P < -2$ et $P > 2$: upwind • $-2 < P < +2$: différences centrées $A(P) = \max(0.0, 1.0 - 0.5 P)$	$A_E = \max(0, 1 - 0.5 P_e).D_e + \max(-F_e, 0)$ $A_W = \max(0, 1 - 0.5 P_w).D_w + \max(F_w, 0)$ $A_N = \max(0, 1 - 0.5 P_n).D_n + \max(-F_n, 0)$ $A_S = \max(0, 1 - 0.5 P_s).D_s + \max(F_s, 0)$
Exponentiel	$A(P) = \frac{ P }{\exp^{ P } - 1}$	$A_E = \frac{ F_e }{\exp^{ P_e } - 1} + \max(-F_e, 0)$ $A_W = \frac{ F_w }{\exp^{ P_w } - 1} + \max(F_w, 0)$ $A_N = \frac{ F_n }{\exp^{ P_n } - 1} + \max(-F_n, 0)$ $A_S = \frac{ F_s }{\exp^{ P_s } - 1} + \max(F_s, 0)$
Loi de puissance	$A(P) = \max(0.0, 1.0 - 0.5 P ^5)$	$A_E = \max[0, (1 - 0.5 P_e)^5].D_e + \max(-F_e, 0)$ $A_W = \max[0, (1 - 0.5 P_w)^5].D_w + \max(F_w, 0)$ $A_N = \max[0, (1 - 0.5 P_n)^5].D_n + \max(-F_n, 0)$ $A_S = \max[0, (1 - 0.5 P_s)^5].D_s + \max(F_s, 0)$

3.5.3 Équation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{3.5}$$

L'intégration de l'équation de continuité sur un volume de contrôle décalé (fig. 3.4 et 3.4) donne :

$$\begin{aligned} \int_{w_u}^{e_u} \int_{s_u}^{n_u} \left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) dXdY &= U_{Pu}^0 \Big|_{w_u}^{e_u} \Delta Y_P + V_{Pu}^0 \Big|_{s_u}^{n_u} \Delta X_e = (U_{eu}^0 - U_{wu}^0) \Delta Y_P + (V_{nu}^0 - V_{su}^0) \Delta X_e \\ &= \left(\frac{U_{Eu}^0 + U_{Pu}^0}{2} \right) \Delta Y_P - \left(\frac{U_{Pu}^0 + U_{Wu}^0}{2} \right) \Delta Y_P + \left(\frac{V_{E}^0 + V_{P}^0}{2} \right) \Delta X_e - \left(\frac{V_{ES}^0 + V_{S}^0}{2} \right) \Delta X_e = 0 \end{aligned} \tag{3.6}$$

3.5.4 Équations de quantité de mouvement

a) Suivant X :

$$\frac{1}{\varphi} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial(VU)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{U}{D_a} - \frac{C_f}{D_a} \sqrt{U^2 + V^2} \cdot U + \frac{1}{\varphi} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right] \tag{3.7}$$

Après le remplacement des termes avec leurs valeurs d'intégrales dans l'équation différentielle, on obtient une équation algébrique de la forme :

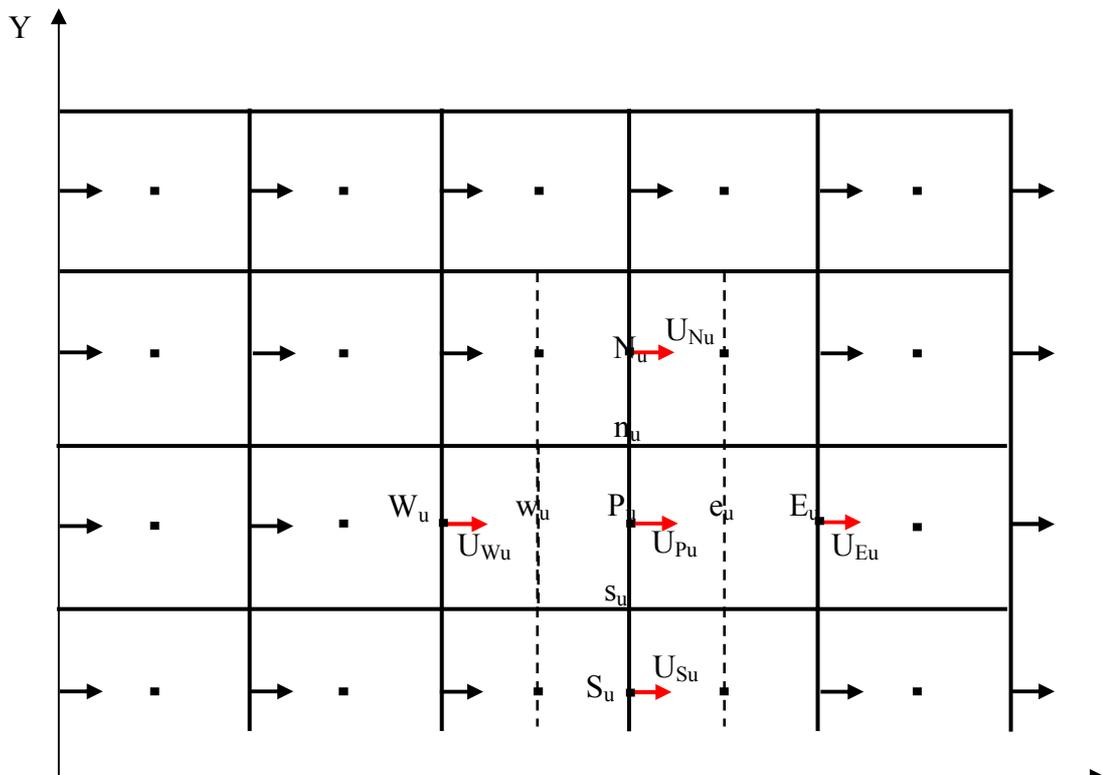


Figure 3.4 : Maillage décalé suivant X : le volume fini est décalé vers la droite du volume fini typique.

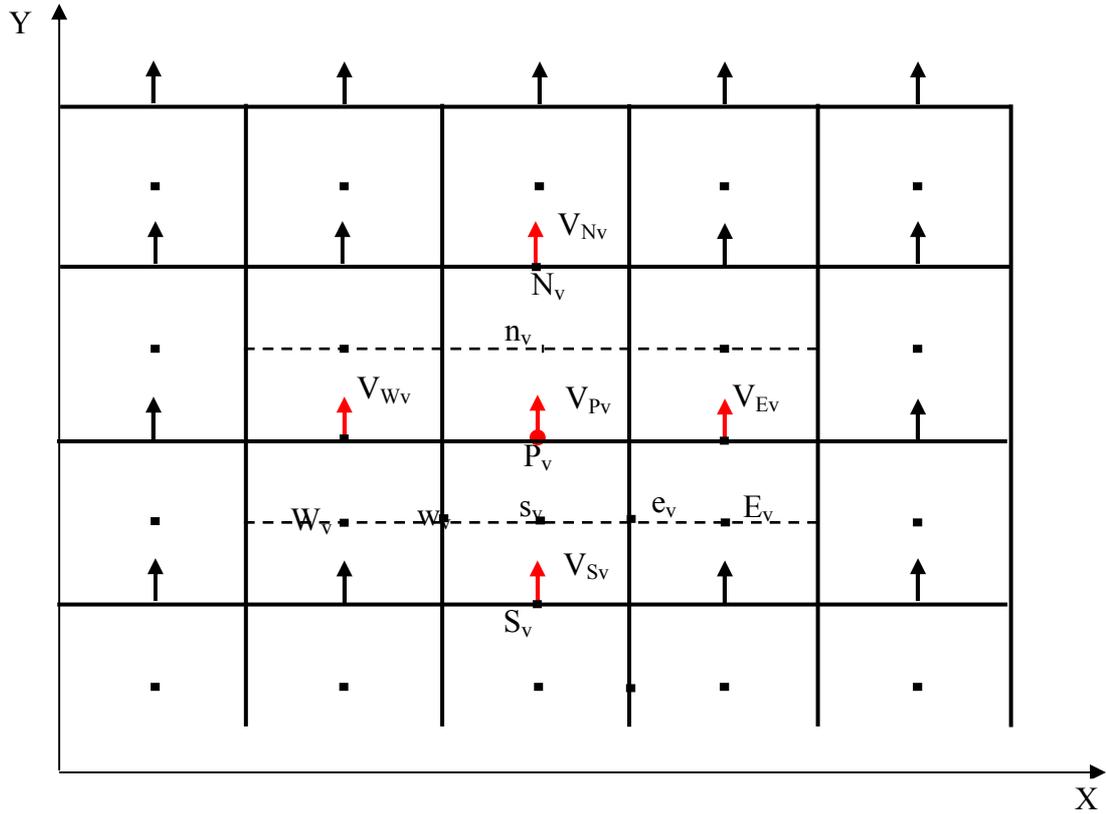


Figure 3.5 : Maillage décalé suivant y : le volume fini est décalé vers le haut du volume fini typique.

Après le remplacement des termes avec leurs valeurs d'intégrales dans l'équation différentielle, on obtient une équation algébrique de la forme :

$$A_P U_{Pu} = A_E U_{Eu} + A_W U_{Wu} + A_N U_{Nu} + A_S U_{Su} + S_u \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} A_P U_{Pu} = & U_{Eu} \left[-\frac{1}{\varphi^2} \frac{1}{2} \left(\frac{U_{Eu}^0 + U_P^0}{2} \right) \Delta Y_P \Delta t + \frac{1}{\varphi} \frac{\Delta Y_P \Delta t}{\Delta X_E} \right] + U_{Wu} \left[\frac{1}{\varphi^2} \frac{1}{2} \left(\frac{U_{Pu}^0 + U_{Wu}^0}{2} \right) \Delta Y_P \Delta t + \frac{1}{\varphi} \frac{\Delta Y_P \Delta t}{\Delta X_P} \right] + \\ & U_{Nu} \left[-\frac{1}{\varphi^2} \frac{1}{2} \left(\frac{V_E^0 + V_P^0}{2} \right) dX_e \Delta t + \frac{1}{\varphi} \frac{dX_e \Delta t}{dY_n} \right] + U_{Su} \left[\frac{1}{\varphi^2} \frac{1}{2} \left(\frac{V_{Es}^0 + V_S^0}{2} \right) dX_e \Delta t + \frac{1}{\varphi} \frac{dX_e \Delta t}{dY_s} \right] + \\ & \frac{1}{\varphi} U_{Pu}^0 dX_e \Delta Y_P \Delta t + (P_P - P_E) \Delta Y_P \Delta t - \frac{C_f}{\sqrt{Da}} \sqrt{U_{Pu}^0{}^2 + V_{Pu}^0{}^2} \cdot U_{Pu}^0 dX_e \Delta Y_P \Delta t \end{aligned} \quad (3.8.1)$$

On obtient les coefficients suivants :

$$A_E = -\frac{1}{\varphi^2} \frac{1}{2} \left(\frac{U_{Eu}^0 + U_{Pu}^0}{2} \right) \Delta Y_P + \frac{1}{\varphi} \frac{\Delta Y_P}{\Delta X_E} = -\frac{F_e}{2} + D_e ; \quad F_e = \frac{1}{\varphi^2} \left(\frac{U_{Eu}^0 + U_{Pu}^0}{2} \right) \Delta Y_P ; \quad D_e = \frac{1}{\varphi} \frac{\Delta Y_P}{\Delta X_E} \quad (3.8.2)$$

$$A_W = \frac{1}{\varphi^2} \frac{1}{2} \left(\frac{U_{Pu}^0 + U_{Wu}^0}{2} \right) \Delta Y_P + \frac{1}{\varphi} \frac{\Delta Y_P}{\Delta X_P} = \frac{F_w}{2} + D_w ; \quad F_w = \frac{1}{\varphi^2} \left(\frac{U_{Pu}^0 + U_{Wu}^0}{2} \right) \Delta Y_P ; \quad D_w = \frac{1}{\varphi} \frac{\Delta Y_P}{\Delta X_P} \quad (3.8.3)$$

$$A_N = -\frac{1}{\varphi^2} \frac{1}{2} \left(\frac{V_E^0 + V_P^0}{2} \right) dX_e + \frac{1}{\varphi} \frac{dX_e}{dY_n} = -\frac{F_n}{2} + D_n ; \quad F_n = \frac{1}{\varphi^2} \left(\frac{V_E^0 + V_P^0}{2} \right) dX_e ; \quad D_n = \frac{1}{\varphi} \frac{dX_e}{dY_n} \quad (3.8.4)$$

$$A_S = \frac{1}{\varphi^2} \frac{1}{2} (V_{ES}^0 + V_S^0) dX_e + \frac{1}{\varphi} \frac{dX_e}{dY_S} = -\frac{F_S}{2} + D_S; \quad F_S = \frac{1}{\varphi^2} (V_{ES}^0 + V_S^0) dX_e; \quad D_S = \frac{1}{\varphi} \frac{dX_e}{dY_S} \quad (3.8.5)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + \frac{1}{\varphi} \frac{dX_e \Delta Y_P}{\Delta t} + \frac{1}{Da} dX_e \Delta Y_P \quad (3.8.6)$$

$$S_u = \frac{1}{\varphi} U_{Pu}^0 \frac{dX_e \Delta Y_P}{\Delta t} + (P_P - P_E) \Delta Y_P - \frac{C_f}{\sqrt{Da}} \sqrt{U_{pu}^0{}^2 + V_{Pu}^0{}^2} \cdot U_{Pu}^0 dX_e \Delta Y_P \quad (3.8.7)$$

b) Suivant Y :

$$\frac{1}{\varphi} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial(VV)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} - \frac{V}{Da} - C_f \frac{\sqrt{U^2 + V^2}}{\sqrt{K}} V + \frac{\mu}{\varphi} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] + g[\beta_T(T - T_1) + \beta_C(C - C_0)] \quad (3.9)$$

De la même manière que pour U on obtient l'équation algébrique suivante :

$$A_P V_{Pv} = A_E V_{Ev} + A_W V_{Wv} + A_N V_{Nv} + A_S V_{Sv} + S_v \quad (3.10)$$

Avec :

$$A_E = -\frac{F_e}{2} + D_e; \quad F_e = \frac{1}{\varphi^2} (U_N^0 + U_P^0) dY_n; \quad D_e = \frac{1}{\varphi} \frac{dY_n}{dX_n} \quad (3.10.1)$$

$$A_W = \frac{F_w}{2} + D_w; \quad F_w = \frac{1}{\varphi^2} (U_{WN}^0 + U_W^0) dY_n; \quad D_w = \frac{1}{\varphi} \frac{dY_n}{dX_w} \quad (3.10.2)$$

$$A_N = -\frac{F_n}{2} + D_n; \quad F_n = \frac{1}{\varphi^2} (V_{Nv}^0 + V_{Pv}^0) \Delta X_P; \quad D_n = \frac{1}{\varphi} \frac{\Delta X_P}{\Delta Y_N} \quad (3.10.3)$$

$$A_S = \frac{F_s}{2} + D_s; \quad F_s = \frac{1}{\varphi^2} (V_{Pv}^0 + V_{Sv}^0) \Delta X_P; \quad D_s = \frac{1}{\varphi} \frac{\Delta X_P}{\Delta Y_P} \quad (3.10.4)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + \frac{1}{\varphi} \frac{\Delta X_P dY_n}{\Delta t} + \frac{1}{Da} \Delta X_P dY_n \quad (3.10.5)$$

$$S_v = \frac{1}{\varphi} V_{Pv}^0 \frac{\Delta X_P dY_n}{\Delta t} + (P_P - P_N) \Delta X_P - \frac{C_f}{\sqrt{Da}} \sqrt{U_{Pv}^0{}^2 + V_{Pv}^0{}^2} \cdot V_{Pv}^0 \Delta X_P dY_n + G_{rt} \left(\frac{T_N + T_P}{2} \right) \Delta X_P dY_n + G_{rc} \left(\frac{C_N + C_P}{2} \right) \Delta X_P dY_n \quad (3.10.6)$$

3.5.5 Équation de l'énergie

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(UT)}{\partial X} + \frac{\partial(VT)}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial Y} \right) \right] \quad (3.11)$$

Après l'intégration des différents termes sur un volume de contrôle typique, on obtient une équation algébrique de la forme :

$$A_P T_P = A_E T_E + A_W T_W + A_N T_N + A_S T_S + S_T \quad (3.12)$$

$$A_E = -\frac{F_e}{2} + D_e; \quad F_e = U_e \Delta Y_P; \quad D_e = \frac{\lambda}{Pr} \frac{\Delta Y_P}{dX_e} \quad (3.12.1)$$

$$A_W = \frac{F_w}{2} + D_w; \quad F_w = U_w \Delta Y_P; \quad D_w = \frac{\lambda}{Pr} \frac{\Delta Y_P}{dX_w} \quad (3.12.2)$$

$$A_N = -\frac{F_n}{2} + D_n; \quad F_n = V_n \Delta X_P; \quad D_n = \frac{\lambda}{Pr} \frac{\Delta X_P}{dY_n} \quad (3.12.3)$$

$$A_S = \frac{F_s}{2} + D_s; \quad F_s = V_s \Delta X_P; \quad D_s = \frac{\lambda}{Pr} \frac{\Delta X_P}{dY_s} \quad (3.12.4)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + \frac{\Delta X_P \Delta Y_P}{\Delta t} \quad (3.12.5)$$

$$S_T = \frac{\Delta X_P \Delta Y_P}{\Delta t} T_P^0 \quad (3.12.6)$$

3.5.6 Équation de transfert de matière

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{\varphi} \frac{\partial(UC)}{\partial X} + \frac{1}{\varphi} \frac{\partial(VC)}{\partial Y} = \frac{1}{S_c} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right) \right] \quad (3.13)$$

Similairement à l'équation de transfert de l'énergie, on a une équation de la forme :

$$A_P C_P = A_E C_E + A_W C_W + A_N C_N + A_S C_S + S_C \quad (3.14)$$

$$A_E = -\frac{F_e}{2} + D_e; \quad F_e = \frac{1}{\varphi} U_e^0 \Delta Y_P; \quad D_e = \frac{1}{Sc} \frac{\Delta Y_P}{dX_e} \quad (3.14.1)$$

$$A_W = \frac{F_w}{2} + D_w; \quad F_w = \frac{1}{\varphi} U_w^0 \Delta Y_P; \quad D_w = \frac{1}{Sc} \frac{\Delta Y_P}{dX_w} \quad (3.14.2)$$

$$A_N = -\frac{F_n}{2} + D_n; \quad F_n = \frac{1}{\varphi} V_n^0 \Delta X_P; \quad D_n = \frac{1}{Sc} \frac{\Delta X_P}{dY_n} \quad (3.14.3)$$

$$A_S = \frac{F_s}{2} + D_s; \quad F_s = \frac{1}{\varphi} V_s^0 \Delta X_P; \quad D_s = \frac{1}{Sc} \frac{\Delta X_P}{dY_s} \quad (3.14.4)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + \frac{\Delta X_P \Delta Y_P}{\Delta t} \quad (3.14.5)$$

$$S_C = \frac{\Delta X_P \Delta Y_P}{\Delta t} C_P^0 \quad (3.14.6)$$

3.5.7 Résolution des systèmes d'équations de discrétisation U_{Pu} et V_{Pv}

Il est nécessaire de connaître les valeurs de la pression aux points du maillage typique. Donc, il nous faut une équation de discrétisation de la pression à chaque point intérieur du maillage typique. Pour cela, on utilise l'équation de continuité discrétisée aux nœuds du maillage typique.

$$\int \int \left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Y} \right) dx dy = 0 \quad (3.15)$$

$$(U_e - U_w) \Delta Y_P + (V_n - V_s) \Delta X_P = 0 \quad (3.16)$$

Or, on sait déjà que suivant la direction X (équation 3.8) :

$$A_P U_{Pu} = A_E U_{Eu} + A_W U_{Wu} + A_N U_{Nu} + A_S U_{Su} + S_u$$

Qu'on peut mettre sous la forme suivante :

$$A_P U_{Pu} = A_E U_{Eu} + A_W U_{Wu} + A_N U_{Nu} + A_S U_{Su} + B_u + (P_P - P_E) \Delta Y_p \quad (3.17)$$

Avec

$$S_u = B_u + (P_P - P_E) \Delta Y_p \quad (3.17.1)$$

$$B_u = \frac{1}{\varphi} U_{Pu}^0 \frac{dX_e \Delta Y_P}{\Delta t} - \frac{C_f}{\sqrt{Da}} \sqrt{U_{Pu}^0{}^2 + V_{Pu}^0{}^2} \cdot U_{Pu}^0 dX_e \Delta Y_P \quad (3.17.2)$$

On remarque que la position P_u du maillage décalé est confondue avec la position e du maillage typique donc : $U_{Pu} = U_e$.

$$A_P U_e = A_E U_{Eu} + A_W U_{Wu} + A_N U_{Nu} + A_S U_{Su} + B_u + (P_P - P_E) \Delta Y_p \quad (3.18)$$

$$U_e = \hat{U}_e + d_e (P_P - P_E); \quad d_e = \frac{\Delta Y_P}{A_P}$$

$$U_w = \hat{U}_w + d_w (P_W - P_P); \quad d_w = \frac{\Delta Y_P}{A_P} \quad (3.19)$$

$$V_n = \hat{V}_n + d_n (P_P - P_N); \quad d_n = \frac{\Delta X_P}{A_P}$$

$$V_s = \hat{V}_s + d_s (P_S - P_P); \quad d_s = \frac{\Delta X_P}{A_P}$$

$$\hat{U}_e = \frac{A_E U_{Eu} + A_W U_{Wu} + A_N U_{Nu} + A_S U_{Su} + B_u}{A_P} \quad (3.20.1)$$

D'une manière similaire on peut obtenir :

$$\hat{V}_n = \frac{A_E V_{Ev} + A_W V_{Wv} + A_N V_{Nv} + A_S V_{Sv} + B_v}{A_P} \quad (3.20.2)$$

\hat{U}_e et \hat{V}_n sont appelés les pseudo-vitesses suivant X et Y, respectivement.

On remplace les vitesses par leur expression on obtient la forme algébrique suivante :

$$A_P P_P = A_E P_E + A_W P_W + A_N P_N + A_S P_S + S_P \quad (3.21)$$

Avec :

$$A_E = d_e \Delta Y_P; \quad A_W = d_w \Delta Y_P; \quad A_N = d_n \Delta X_P; \quad A_S = d_s \Delta X_P \quad (3.21.1)$$

$$A_P = A_E + A + A_N + A_S \quad (3.21.2)$$

$$S_P = (\hat{U}_e - \hat{U}_w) \Delta Y_P + (\hat{V}_n - \hat{V}_s) \Delta X_P = 0 \quad (3.21.3)$$

Pour résoudre les équations des vitesses, il nous faut la pression (inconnue) et pour résoudre l'équation de la pression nous avons besoin des vitesses (inconnues).

Ce couplage des équations des vitesses et de la pression nécessite une solution simultanée et itérative. La solution commence par des estimations qui doivent être corrigées.

On définit :

$$U = U^* + U' ; \quad V = V^* + V' ; \quad P = P^* + P' \quad (3.22)$$

- U, V et P sont les valeurs exactes.
- U^* , V^* et P^* sont les valeurs estimées.
- U' , V' et P' sont les valeurs des corrections.

D'où on peut écrire :

$$A_P U_{Pu}^* = A_E U_{Eu}^* + A_W U_{Wu}^* + A_N U_{Nu}^* + A_S U_{Su}^* + B_u + (P_P^* - P_E^*) \Delta Y_P \quad (3.23.1)$$

$$A_P V_{Pv}^* = A_E V_{Ev}^* + A_W V_{Wv}^* + A_N V_{Nv}^* + A_S V_{Sv}^* + B_v + (P_P^* - P_N^*) \Delta X_P \quad (3.23.2)$$

Ces équations montrent qu'avec une estimation de la pression, on peut obtenir une estimation des vitesses.

D'autre part, on peut aussi écrire :

$$A_P U_{Pu}' = A_E U_{Eu}' + A_W U_{Wu}' + A_N U_{Nu}' + A_S U_{Su}' + B_u + (P_P' - P_E') \Delta Y_P \quad (3.24.1)$$

$$A_P V_{Pv}' = A_E V_{Ev}' + A_W V_{Wv}' + A_N V_{Nv}' + A_S V_{Sv}' + B_v + (P_P' - P_N') \Delta X_P \quad (3.24.2)$$

On constate que les corrections des vitesses à un point sont fonctions des corrections de la pression et des vitesses aux points voisins. Donc si on a la correction de la pression, on peut résoudre les systèmes d'équations des corrections des vitesses pour obtenir ces dernières. On peut donc redéfinir les corrections des vitesses seulement en fonction de la correction de la pression comme suit.

$$A_P U_{Pu}' = (P_P' - P_E') \Delta Y_P \quad (3.25.1)$$

$$A_P V_{Pv}' = (P_P' - P_N') \Delta X_P \quad (3.25.2)$$

Donc, avec ces définitions si on a la correction de la pression, on calcule directement les corrections des vitesses.

Alors on peut écrire :

$$U_e = U_e^* + U_e' = U_e^* + d_e(P_P' - P_E') \quad (3.26.1)$$

$$U_w = U_w^* + U_w' = U_w^* + d_w(P_W' - P_P') \quad (3.26.2)$$

$$V_n = V_n^* + V_n' = V_n^* + d_n(P_P' - P_N') \quad (3.26.3)$$

$$V_s = V_s^* + V_s' = V_s^* + d_s(P_S' - P_P') \quad (3.26.4)$$

On utilise ensuite ces expressions de U_e , U_w , V_n et V_s dans l'équation de continuité discrétisé, on obtient alors :

$$\begin{aligned} & [U_e^* + d_e(P_P' - P_E')] \Delta Y_P - [U_w^* + d_w(P_W' - P_P')] \Delta Y_P + [V_n^* + d_n(P_P' - P_N')] \Delta X_P - \\ & [V_s^* + d_s(P_S' - P_P')] \Delta X_P = 0 \end{aligned} \quad (3.27)$$

Qui est de la forme :

$$A_P P_P' = A_E P_E' + A_W P_W' + A_N P_N' + A_S P_S' + S_P' \quad (3.28)$$

Avec :

$$A_E = d_e \Delta Y_P; \quad A_W = d_w \Delta Y_P; \quad A_N = d_n \Delta X_P; \quad A_S = d_s \Delta X_P \quad (3.28.1)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S \quad (3.28.2)$$

$$S_P' = (U_e^* - U_w^*) \Delta Y_P + (V_n^* - V_s^*) \Delta X_P = 0 \quad (3.28.3)$$

Donc l'équation de discrétisation de la correction de la pression est similaire à celle de l'équation de la pression, la différence est que la source S_P' contient les estimations des vitesses alors que la source S_P , contient les pseudo-vitesses.

3.6 MÉTHODE DE RÉOLUTION

Après la discrétisation de l'équation de transport avec la méthode des volumes finis, nous obtenons un système d'équation algébrique non linéaire. Pour résoudre ce système d'équation, on les considère sous une forme matricielle.

$$[A][\Phi] = [S]$$

Où :

$[A]$ est une matrice de $(i1-2 \times j1-2)$ éléments.

$[\Phi]$ Vecteurs des inconnues.

3.7 SOLUTION DES SYSTÈMES D'ÉQUATIONS DISCRÉTISÉES

On suit l'algorithme SIMPLER (Semi-Implicit-Pressure-Linked-Equation-Revised).

1. On commence par une initialisation du champ des vitesses (Estimer un champ de vitesses).
2. Avec ce champ des vitesses initiales, on calcule les pseudo-vitesses \hat{U} et \hat{V} .
3. Avec les pseudo-vitesses, on peut résoudre (par la méthode itérative de balayage) le système d'équations de discrétisation de la pression et obtenir une estimation de cette dernière P^* .
4. L'estimation de la pression est utilisée dans les équations de discrétisation des vitesses. Alors les systèmes d'équations de discrétisation des vitesses sont résolus (par la méthode itérative de balayage) et on obtient une estimation des vitesses U^* et V^* .
5. Avec les estimations des vitesses, on peut résoudre (par la méthode itérative de balayage) le système d'équations de discrétisation de la correction de la pression et obtenir une estimation de cette dernière P' .
6. Avec la correction de la pression, on calcule les corrections des vitesses et on corrige le champ de vitesse.
7. On résout le système d'équations de discrétisation de la température (par la méthode itérative de balayage) et on obtient le champ de température.
8. On résout le système d'équations de discrétisation de la concentration (par la méthode itérative de balayage) et on obtient le champ de concentration.
9. On vérifie l'atteinte du régime permanent (stationnaire), s'il est atteint, on arrête le calcul, sinon on augmente le temps d'un pas et avec le champ des vitesses corrigées comme une nouvelle initialisation, on retourne à l'étape (2).

3.8 CRITÈRE DE CONVERGENCE

Dans le cas où le régime est permanent la convergence est vérifiée après chaque itération. La différence entre deux valeurs successive entre deux itérations consécutives aux temps t et $t+\Delta t$, des variables T , C , U et V , doit être négligeable telle que :

$$\left(\left| \frac{\Phi_{i,j}^{t+\Delta t} - \Phi_{i,j}^t}{\Phi_{i,j}^{t+\Delta t}} \right| \right) \leq 10^{-4} \quad (3.29)$$

En plus, les bilans thermique et massique doivent être satisfaits en comparant les nombres moyens de Nusselt et de Sherwood près des parois verticales entre deux incréments consécutives de temps de telle sorte qu'il y a conservation de chaleur et de masse :

$$\begin{aligned} |\overline{Nu}_{X=1} - \overline{Nu}_{X=4}| &\leq 10^{-3} \\ |\overline{Sh}_{X=1} - \overline{Sh}_{X=4}| &\leq 10^{-3} \end{aligned} \tag{3.30}$$

3.9 DÉTAILS NUMÉRIQUES

Un code de calcul basé sur l'algorithme précédent en langage Fortran a été réalisé et exécuté sur un micro-ordinateur personnel Pentium 4 de 3.4 GHz et 1.256 Go de RAM. Les calculs numériques ont été effectués pour un maillage de 164×88 avec un pas de temps 10^{-4} .

4. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

4.1 EFFET DE MAILLAGE

Afin d'illustrer l'influence du maillage, sur l'écoulement et le transfert de chaleur et de masse, représentés respectivement par les nombres moyens de Nusselt et de Sherwood aux parois actives, nous avons exécuté le code pour différents maillages uniformes, dans le cas coopérant, avec : $A=4$, $Pr=0.71$, $Sc=0.65$, $Gr_t=10^5$, $Gr_c=10^5$, $C_f=0.55$, $Da=10^{-2}$, $\phi=0.7$.

Tableau 4.1: Effet du maillage sur les caractéristiques de l'écoulement.

N	Maillage	\overline{Nu}	\overline{Sh}	$ U_{max} $	$ V_{max} $
1	42x22	0.3892608	2.735322	32.655810	44.032120
2	82x44	0.3834970	2.604439	32.434700	43.058940
3	100x50	0.3825613	2.573911	32.367570	43.740600
4	122x66	0.3816253	2.547732	32.289580	42.996600
5	132x82	0.3354265	1.731527	28.961690	20.737450
6	164x88	0.3349295	1.721992	28.882630	20.972090
7	192x92	0.3348125	1.716262	28.809710	21.011330
8	262x122	0.3339869	1.704769	28.643840	21.162850

Le tableau 4.1 montre la sensibilité des résultats numériques aux maillages. Nous constatons que les maillages 1 jusqu'à 4 donnent des résultats ayant des écarts relativement important par rapport aux maillages 5, 6, 7 et 8. Par conséquent, ils ne sont pas pris en considération. Nous remarquons que les différences relatives des résultats obtenus avec le maillage 6, par rapport au maillage 7, sont : 0.03%, 0.33%, 0.25% et 0.18% respectivement pour \overline{Nu} , \overline{Sh} , $|U_{max}|$ et $|V_{max}|$ sont largement admissibles. On remarque aussi d'après le tableau 4.1 que le transfert de masse est plus sensible au maillage que le transfert de chaleur.

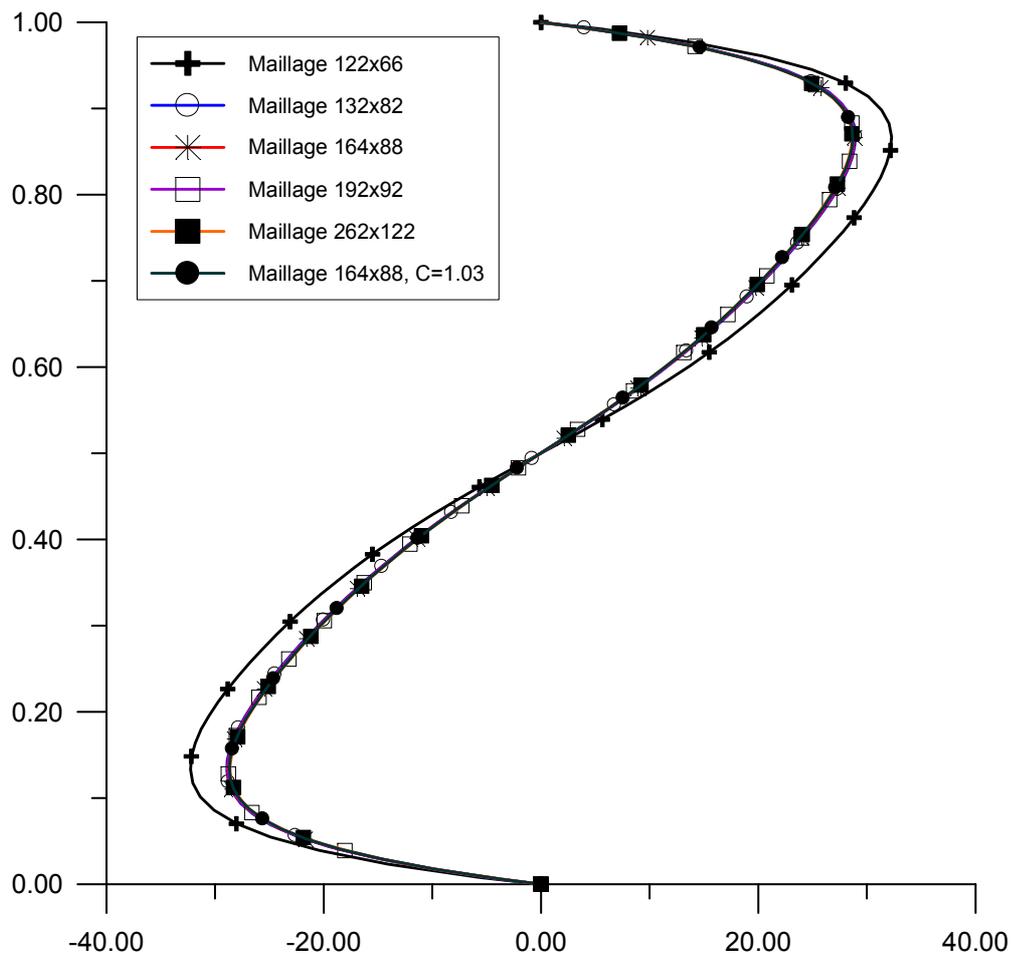
Pour étudier effet de l'espacement de maillage, le maillage 164x88 a été raffiné près des parois verticales avec une progression géométrique de valeur C. Les résultats obtenus sont avec les mêmes paramètres sont illustrés sur le tableau 4.2.

Tableau 4.2 : Effet de l'espacement sur les caractéristiques de l'écoulement.

N	Espacement	\overline{Nu}	\overline{Sh}	$ U_{max} $	$ V_{max} $
1	uniforme	0.3349295	1.721992	28.882630	20.972090
2	C=1.01	0.344696	1.709807	28.824840	21.073890
3	C=1.03	0.337537	1.693545	28.737910	21.180290

Nous remarquons que les différences relatives des résultats obtenus avec C=1.03 par rapport à C=1.01, sont : 0.2%, 0.95%, 0.3% et 0.5% respectivement pour \overline{Nu} , \overline{Sh} , $|U_{max}|$ et $|V_{max}|$ sont largement admissibles.

La figure 4.1 représente les différents profils de la vitesse horizontale au milieu de l'enceinte (X=2) pour différents maillages. On remarque qu'à l'exception du premier maillage de 122×66, tous les autres maillages ont des profils de vitesse identiques.

**Figure 4.1 :** Profils de la vitesse horizontale U à X=2 pour différents maillages.

Ces résultats montrent que le maillage 164x88 est suffisant pour assurer une bonne résolution spatiale du problème étudié. Nous avons choisi d'utiliser dans la suite de nos calculs un maillage raffiné avec $C=1.03$, car il permet de mieux décrire l'effet de des forces de buoyancy près des parois verticales actives. Donc tous les cas présentés dans cette étude sont obtenus avec ce maillage raffiné de 164x88.

4.2 VALIDATION DU CODE DE CALCUL

Pour valider notre code de calcul et vérifier l'exactitude numérique de la présente étude, nous avons procédé à diverses comparaisons avec différents résultats disponibles dans la littérature et repris par Younsi *et al.* (2002). Les tableaux 4.3 et 4.4 donnent une comparaison du transfert de chaleur obtenu par notre code et les résultats de différents travaux, dans le cas de la convection thermique en cavité carrée dans un milieu poreux. Les modèles de Darcy et de Darcy-Brinkman ont été utilisés, respectivement. Cette validation a été exécutée employant un maillage uniforme 81×81 , avec les paramètres suivants : $Ra=3.10^6$, $Pr=1$, $Le=100$, $A=1$, $\phi=0.7$, $C_f=0.25$.

Dans la plupart des cas, nous constatons un bon accord de nos résultats avec ceux de Younsi *et al.* (2002). En effet, nos résultats présentent une différence relative inférieure à 4.2 % par rapport aux autres résultats.

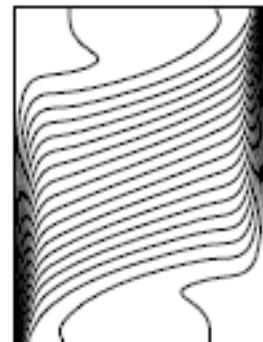
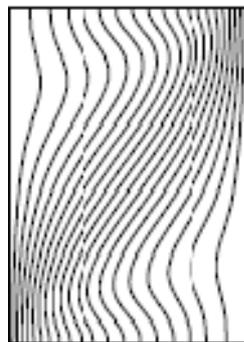
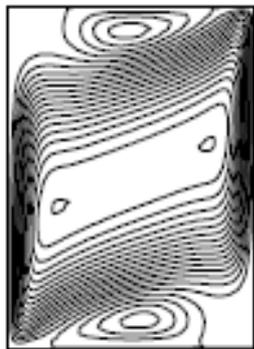
Concernant la convection double diffusive dans un milieu poreux, une comparaison de la structure d'écoulement et des distributions de chaleur et de matière a été effectuée avec cette référence. Qualitativement, la figure 4.3 montre une concordance totale entre nos résultats et ceux de Younsi *et al.* (2002), obtenus avec un maillage 81×81 et les paramètres suivants : $Ra=3.10^6$, $Da=10^{-4}$, $Pr=0.149$, $Le=10$, $A=1$, $\phi=0.7$, $C_f=0.25$.

Tableau 4.3 : Modèle de Darcy (transfert de chaleur pure : $N=0$)

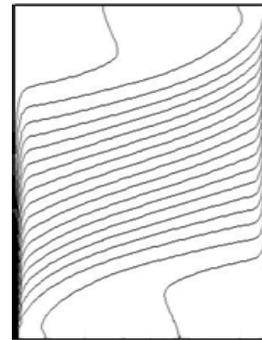
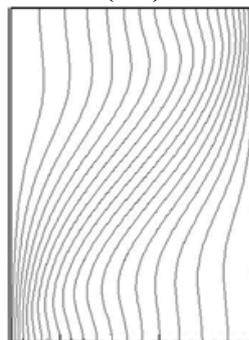
Nusselt					
$Ra^*=Ra.Da$	Lauriat et Prasad	Trevesion et Bejan	Nithiarasu et al	Younsi, Harkati et Kalache	Présent travail
10	1.07	/	1.08	1.06	1.078
50	/	2.02	1.958	1.936	1.976
100	3.09	3.27	3.02	2.98	3.089
500	/	/	8.38	8.32	8.69
1000	13.41	18.38	12.514	12.32	12.7

Tableau 4.4 : Modèle de Darcy-Brinkman (transfert de chaleur pure : $N=0$).

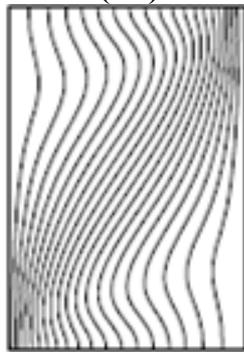
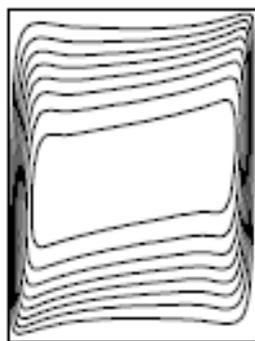
Nusselt					
Ra^*	Da	Lauriat et Prasad	Nithiarasu et al	Younsi, Harkati et Kalache	Présent travail
10	10^{-6}	1.07	1.08	1.06	1.078
100	10^{-6}	3.06	3.00	2.98	3.089
10	10^{-2}	1.02	1.02	0.99	1.003
100	10^{-2}	1.7	1.71	1.68	1.24



(A1)



(A2)



(B1)

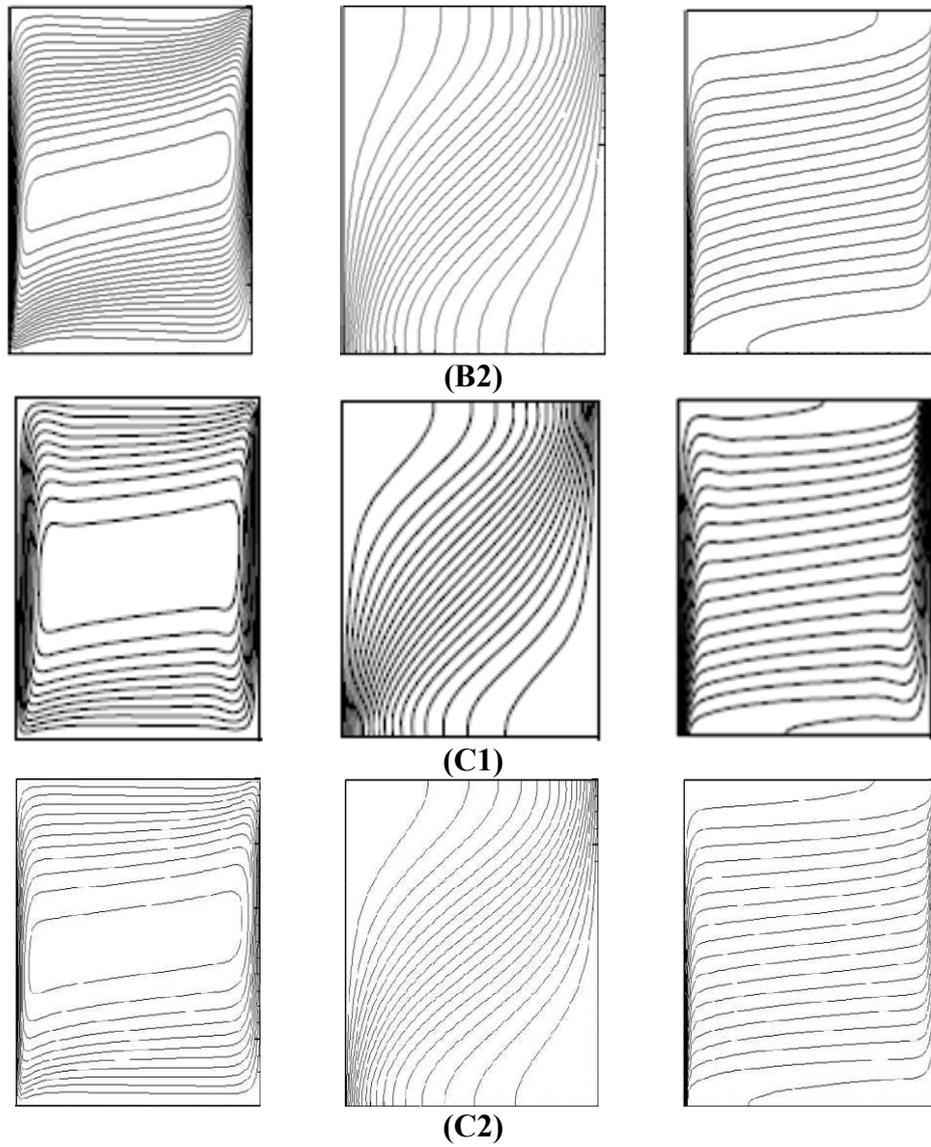


Figure 4.2 : Lignes de courant, isothermes et isoconcentrations

1- Younsi *et al.* (2002), 2- Présent travail

a- $N=3$; b- $N=6$; c- $N=10$.

4.3 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

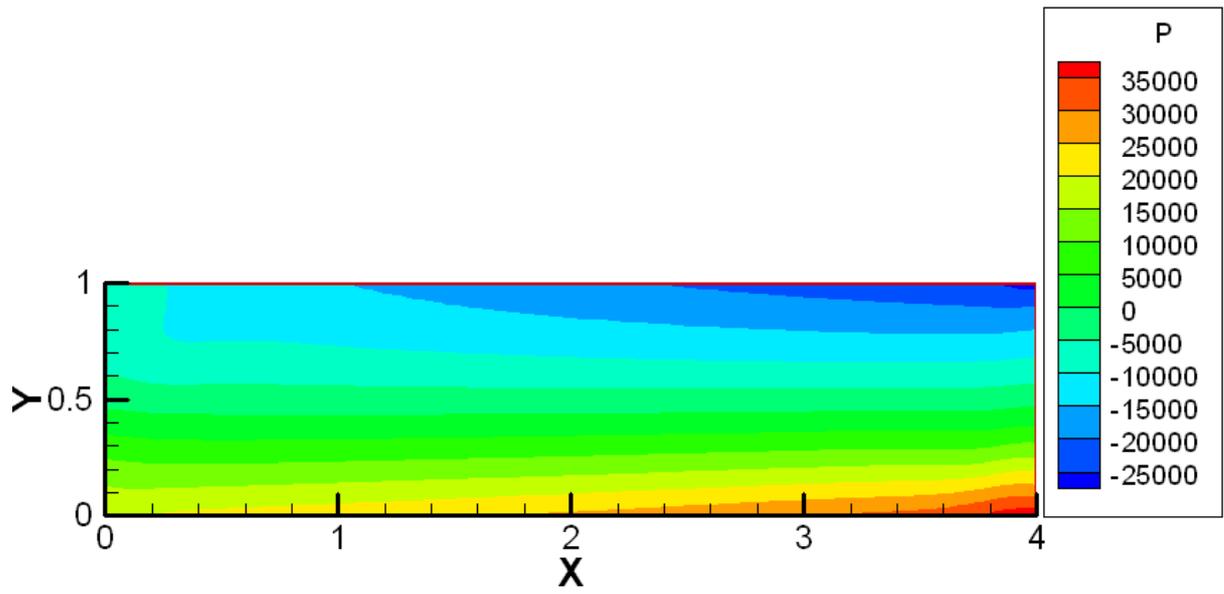
Les paramètres qui contrôlent l'écoulement du fluide et les transferts de chaleur et de masse en convection naturelle bidiffusive sont : A , Gr_t , Gr_c , Pr , C_f , Sc , Da , ϕ . Tous ces paramètres sont maintenues fixes : $A=4$, $Pr=0.71$, $Sc=0.65$, $C_f=0.55$, $Da=10^{-2}$ et $5 \cdot 10^{-7}$, $\phi=0.7$, à l'exception des nombres de Grashof thermique et solutal qui seront variés de 10^4 à 10^8 et de 10^5 à 10^6 , respectivement. Pour la première et la deuxième partie, on a utilisé le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. La troisième partie est consacrée à la comparaison entre les modèles de Darcy et Darcy-Brinkman-Forchheimer.

4.3.1 Cas coopérant : milieu fluide avec $Gr_c=10^5$

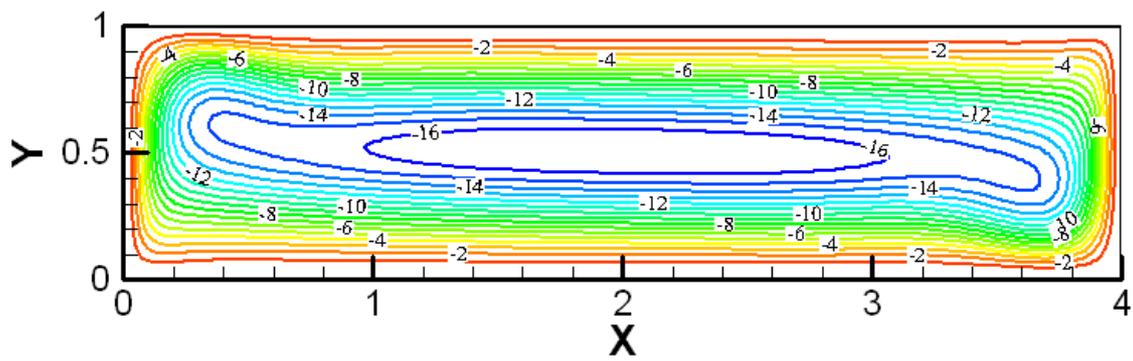
Dans ce cas, avec les conditions aux limites choisies, la température maximale se situe près de la paroi verticale gauche de l'enceinte étudiée. Par contre, la concentration maximale se trouve près de la paroi verticale droite.

Pour différentes valeurs du nombre Grashof thermique, à savoir $Gr_t=10^4$, 10^5 , 10^6 , 10^7 et 10^8 , les résultats obtenus sont illustrés sur les figures 4.3, 4.4, 4.5 et 4.6, respectivement.

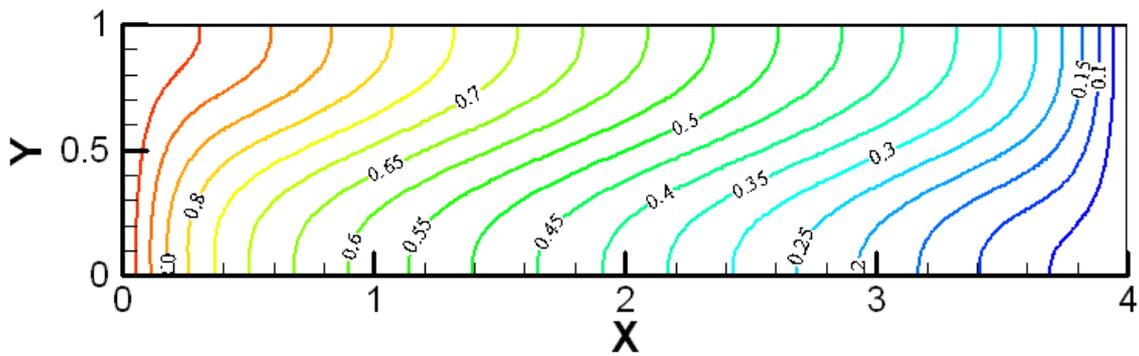
La figure 4.3 illustre typiquement la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^4$, $Gr_c=10^5$. On constate que les plus grandes valeurs de la pression se situent en bas du côté de la paroi verticale droite (où la concentration est maximale), et ceci est dû aux conditions aux limites thermique et solutale et aux valeurs prises par les nombres de Grashof thermique et solutal (fig. 4.3a). Un courant rotatif monocellulaire dans le sens horaire est obtenu dans l'enceinte (fig. 4.3b). La variation de la température dans l'enceinte est présentée par des isothermes verticales déformées de gauche à droite en haut de l'enceinte et de droite à gauche en bas de l'enceinte (fig. 4.3c). Tandis que, la variation de la concentration dans l'enceinte est présentée par des isoconcentrations verticales largement déformées de droite à gauche en bas de l'enceinte et de gauche à droite en haut de l'enceinte (fig. 4.3d). On conclut donc que, dans ces conditions, la force de buoyancy solutale conduit, particulièrement, la circulation dans le milieu fluide.



a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes

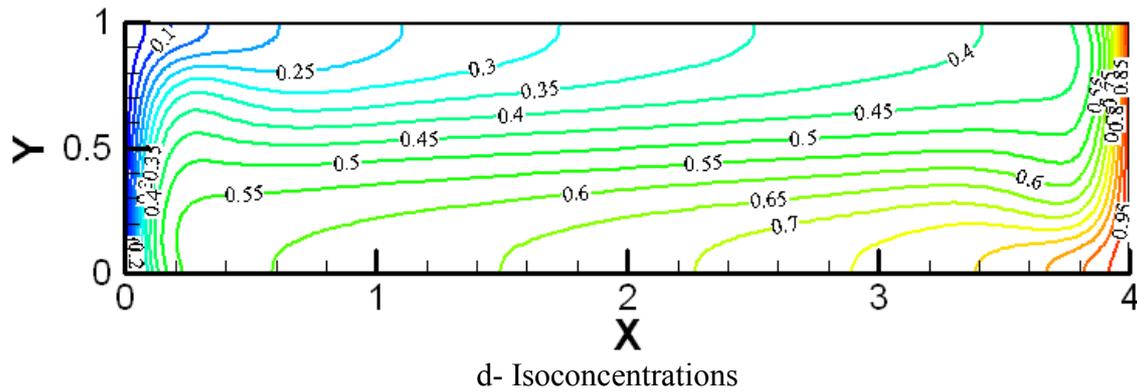
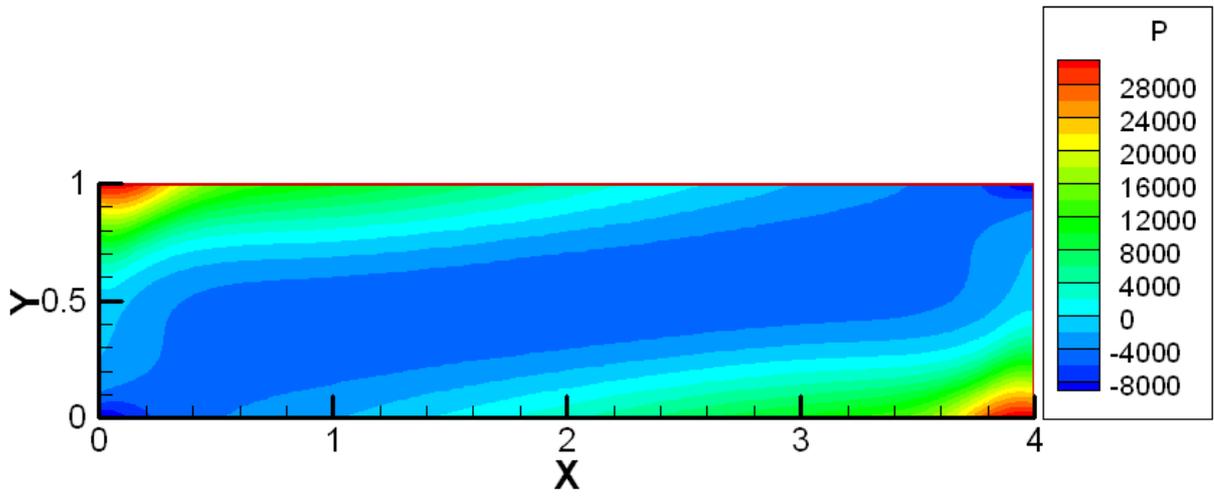
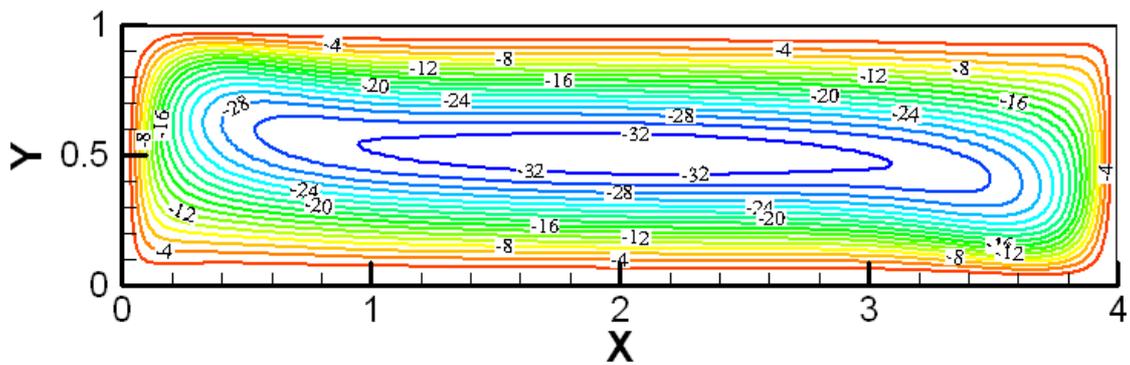


Figure 4.3 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^4$, $Gr_c=10^5$

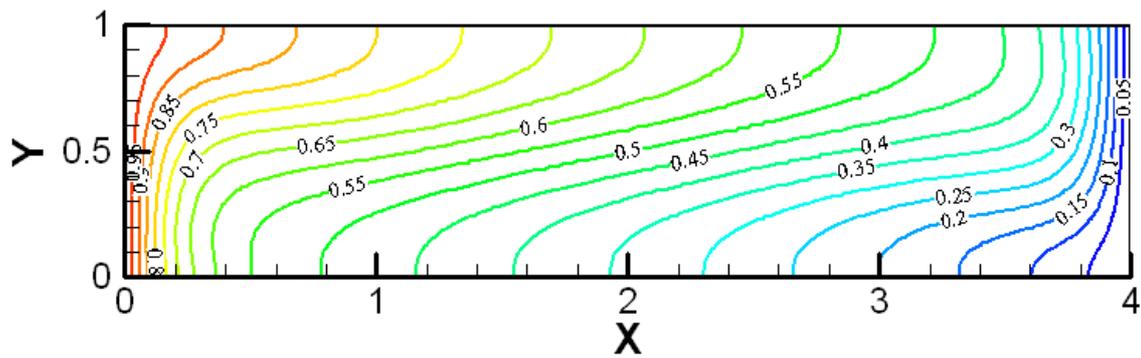
La figure 4.4 illustre la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^5$ et $Gr_c=10^5$, ce qui correspond à $N=1$. On remarque que les plus grandes valeurs de la pression se situent en haut du côté de la paroi verticale gauche (où la température est maximale) et en bas du côté de la paroi verticale droite (où la concentration est maximale), tandis que dans le reste de l'enceinte la pression a une valeur quasi-constante selon une direction oblique. Ceci est dû aux conditions aux limites thermique et solutale et aux valeurs prises par les nombres de Grashof thermique et solutal (fig. 4.4a). Similairement au cas précédent, un courant rotatif monocellulaire dans le sens horaire est obtenu dans l'enceinte (fig. 4.4b). Mais les Lignes de courant sont plus confinées, ce qui signifie que l'écoulement obtenu est très important. Les valeurs numériques des vitesses obtenues confirment cette analyse (tableau 4.5). Aussi, la variation de la température dans l'enceinte est présentée par des isothermes verticales largement déformés de gauche à droite en haut de l'enceinte et de droite à gauche en bas de l'enceinte (fig. 4.4c). Tandis que, la variation de la concentration dans l'enceinte est présentée par des isoconcentrations fortement concentrées près des parois verticales isothermes. Tandis qu'au centre de l'enceinte la concentration a une valeur constante, $C \approx 0.5$ (fig. 4.4d). On conclut donc que dans ces conditions, l'écoulement dans le milieu fluide est conduit conjointement par les forces de buoyancy thermique et solutale.



a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes

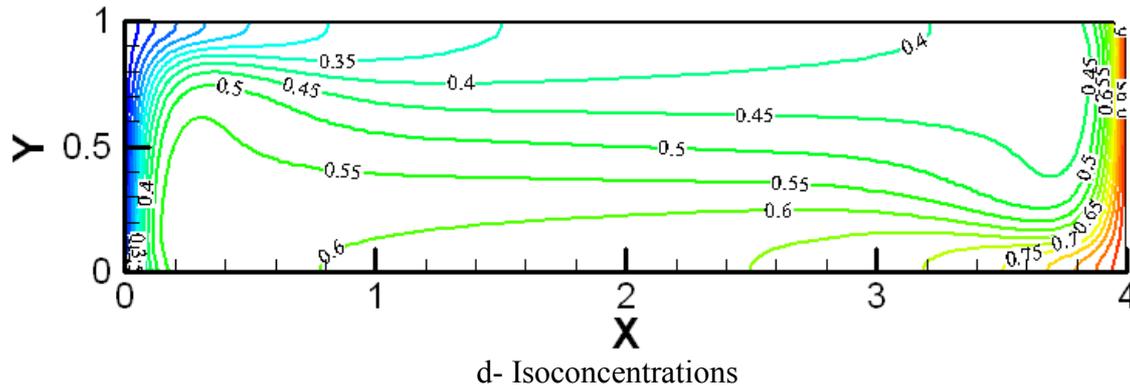
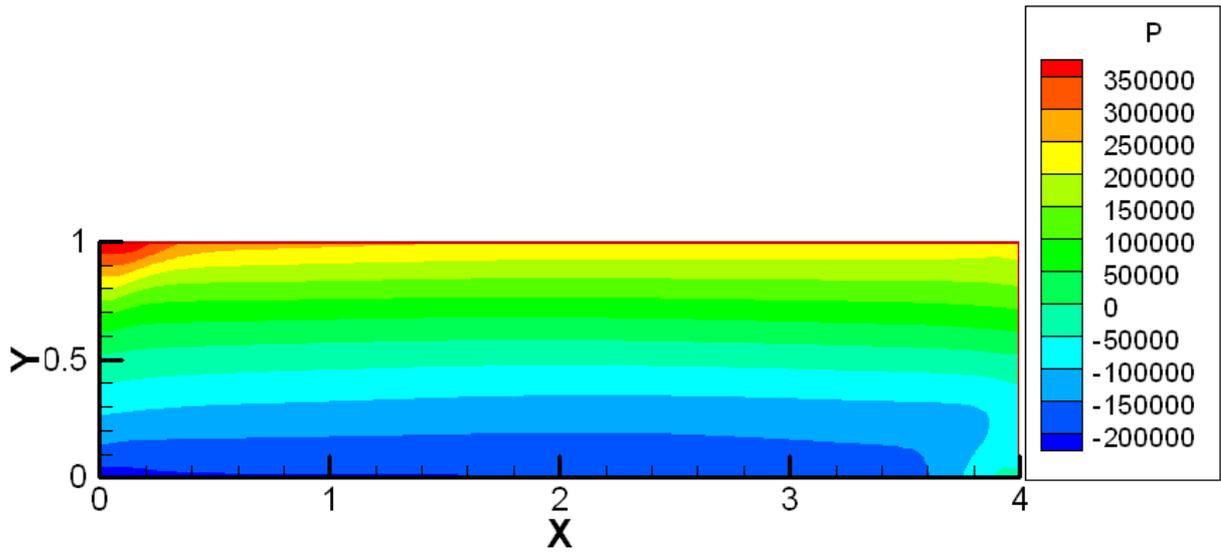
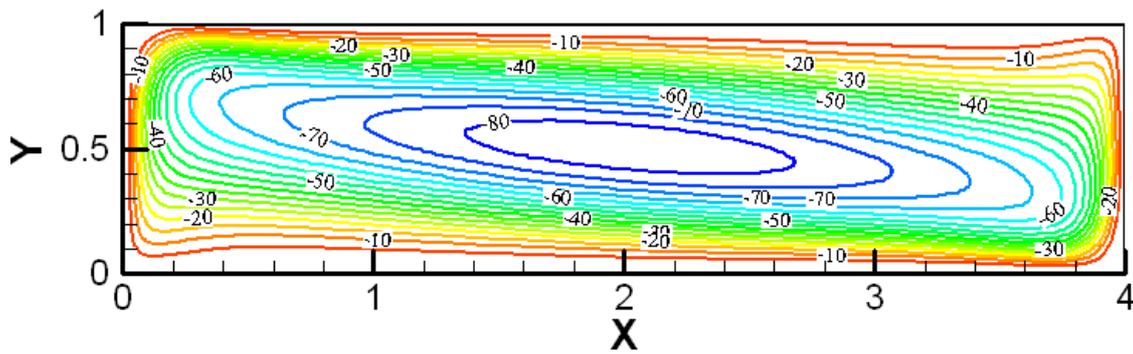


Figure 4.4 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^5$, $Gr_c=10^5$

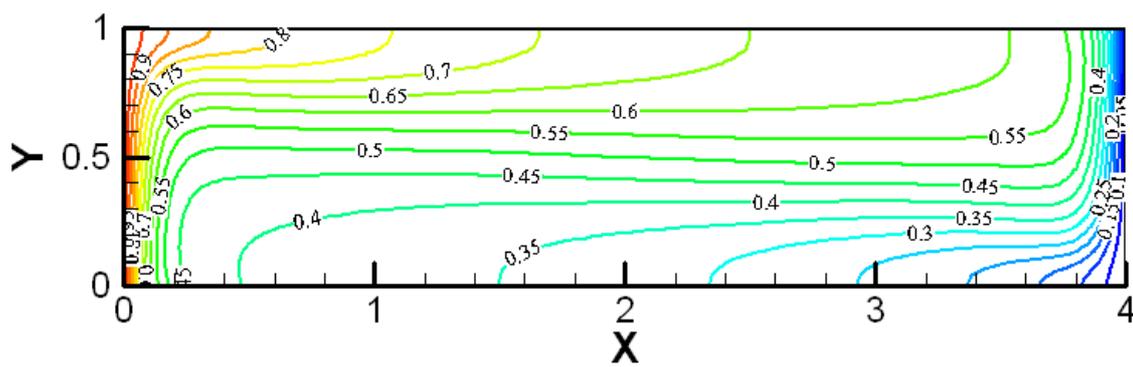
La figure 4.5 illustre typiquement la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^6$ et $Gr_c=10^5$. Dans ce cas, on remarque que les plus grandes valeurs de la pression se situent en haut de l'enceinte du côté de la paroi verticale gauche (où la température est maximale), et ceci est dû aux conditions aux limites thermique et solutale et aux valeurs prises par les nombres de Grashof thermique et solutal (fig. 4.5a). L'écoulement du fluide a une structure monocellulaire tournant dans le sens horaire (fig. 4.5b). Les Lignes de courant sont plus confinées, ce qui signifie que l'écoulement obtenu est encore plus important que le cas précédent ($Gr_t=10^5$). Les valeurs numériques des vitesses obtenues confirment cette analyse (tableau 4.5). Les isothermes sont fortement concentrées près des parois verticales, loin des parois isothermes et des parois horizontales (vers le milieu de l'enceinte), on obtient une distribution de la température faiblement variable suivant X mais variable suivant Y de façon à satisfaire la stratification thermique stable ; la température croît suivant Y (fig. 4.5c). Alors que, les gradients de concentration sont très fortement concentrés près des parois verticales isothermes. Tandis qu'au centre de l'enceinte la concentration a une valeur constante, $C \approx 0.5$ (fig. 4.5d). On conclut donc que dans ces conditions, l'écoulement dans le milieu fluide est conduit particulièrement par la force de buoyancy thermique.



a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes

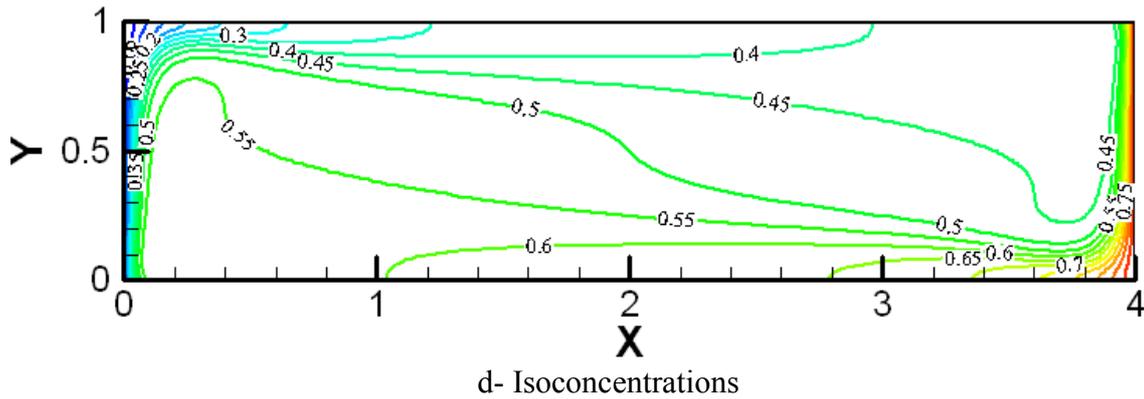
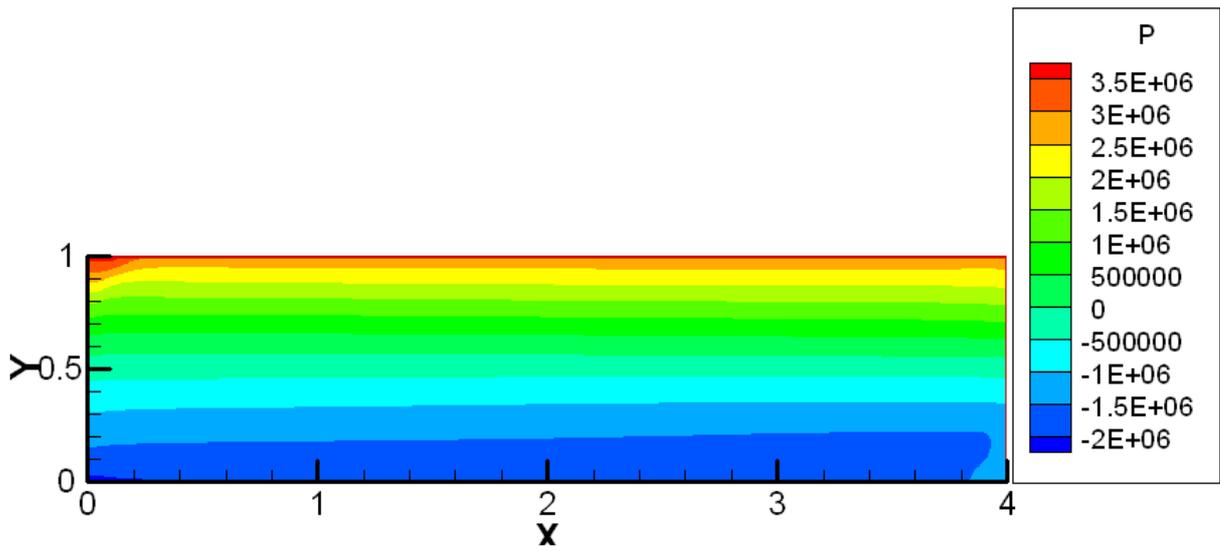
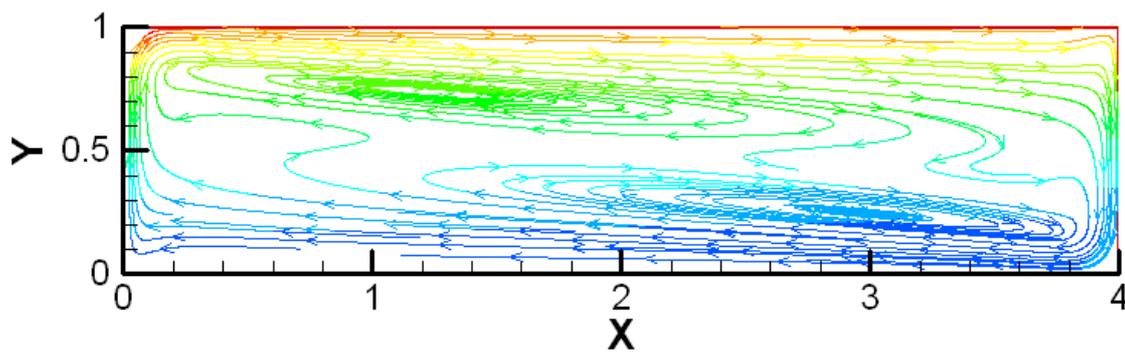


Figure 4.5 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^6$, $Gr_c=10^5$

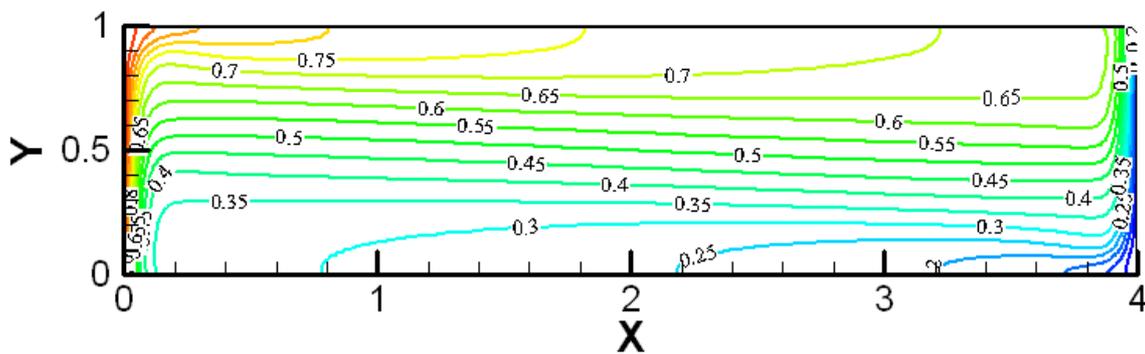
Les figures 4.6 et 4.7 représentent la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^8$ et $Gr_c=10^5$. Dans ce cas, on constate que les plus grandes valeurs de la pression se situent en haut de l'enceinte près de la paroi horizontale supérieure et ceci est dû aux conditions aux limites thermique et solutale et aux valeurs prises par les nombres de Grashof thermique et solutal (fig. 4.6a et 4.7a). Cependant, l'écoulement du fluide obtenue a une structure multicellulaire ; une cellule principale près des parois de l'enceinte et des cellules secondaires au milieu de l'enceinte. Ces différentes cellules ont pour sens de rotation le sens horaire (fig. 4.6b et 4.7b). On obtient une distribution de la température faiblement variable suivant X mais variable suivant Y de façon à satisfaire la stratification thermique stable ; la température croît suivant Y (fig. 4.6c et 4.7c). Alors que, les gradients de concentration sont très fortement concentrés près des parois verticales isothermes. Tandis qu'au centre de l'enceinte la concentration a une valeur constante, $C \approx 0.5$ (fig. 4.6d et 4.7d). On conclut donc que dans ces conditions, l'écoulement du fluide est totalement conduit par la force de buoyancy thermique.



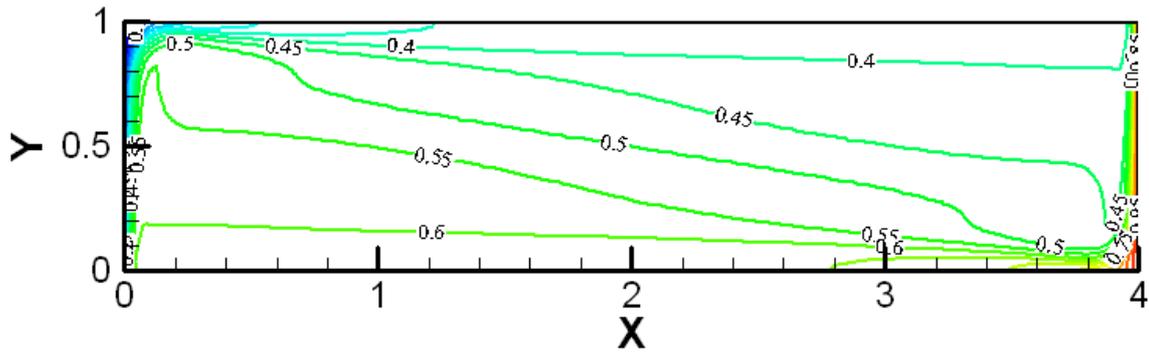
a- Contour de pression



b- Lignes de courant

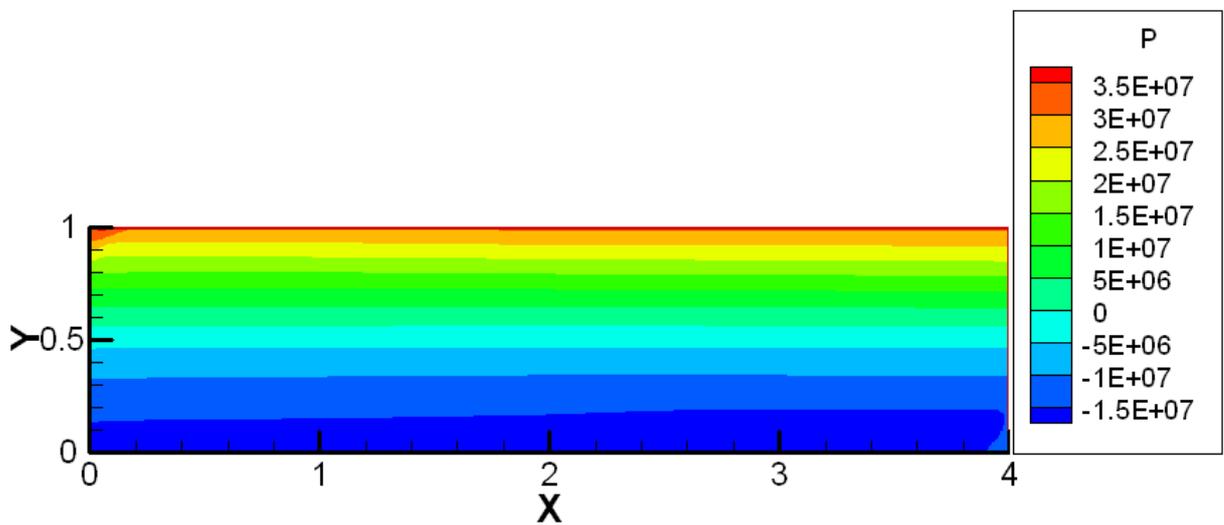


c- Isothermes

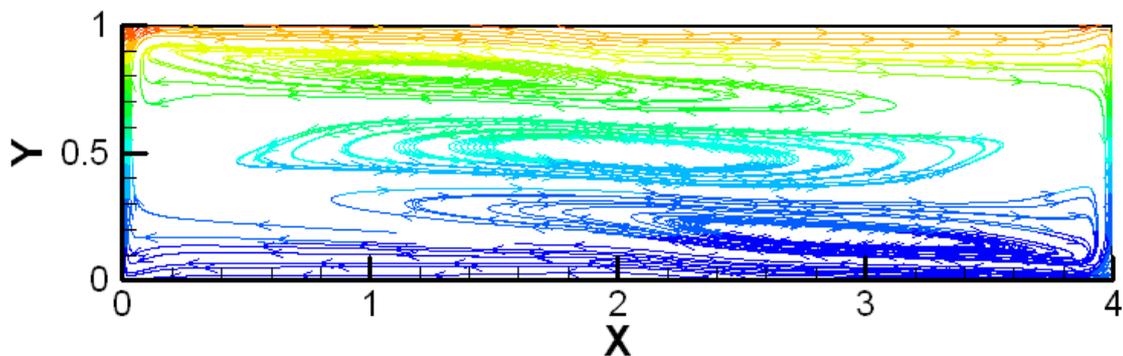


d- Isoconcentrations

Figure 4.6 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^7$, $Gr_c=10^5$.



a- Contour de pression



b- Lignes de courant

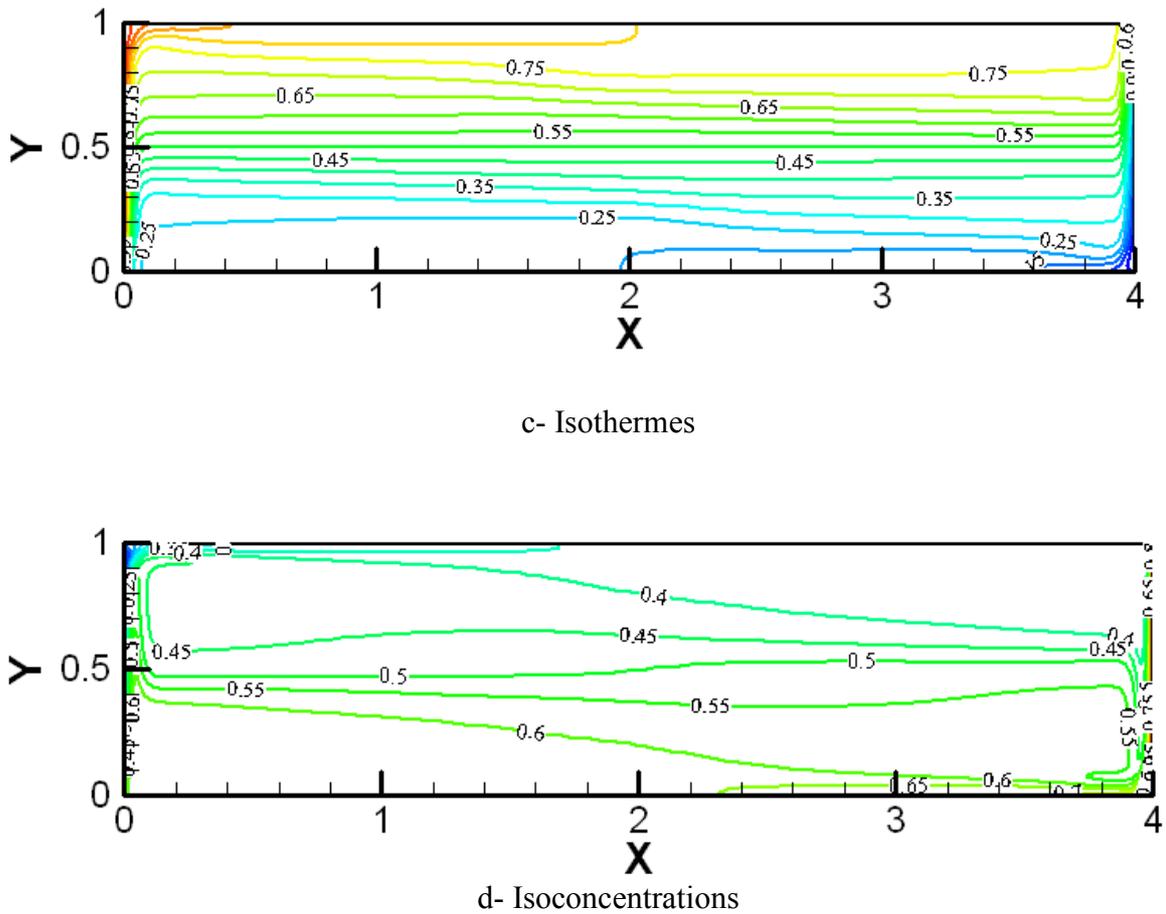


Figure 4.7 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^8$, $Gr_c=10^5$.

Le tableau 4.5 représente les taux moyens de transfert de chaleur et de masse et les vitesses maximales longitudinale et transversale dans l'enceinte. Les forces de volume sont coopérantes. L'accroissement du nombre Grashof thermique de $Gr_t=10^4$ à $Gr_t=10^8$ a entraîné une augmentation considérable et des nombres moyens de Nusselt et de Sherwood et une accélération très importante de l'écoulement. C'est ainsi que les valeurs de \overline{Nu} , \overline{Sh} , $|U_{max}|$ et $|V_{max}|$ sont passées de 0.594, 3.073, 67.396 et 83.958 pour $Gr_t=10^4$ à 13.662, 27.708, 3493.656 et 4522.051 pour $Gr_t=10^8$, respectivement.

Tableau 4.5 : Caractéristiques de l'écoulement, milieu fluide, cas coopérant : $Gr_c=10^5$.

		\overline{Nu}	\overline{Sh}	Umax	Vmax
$Gr_c=10^5$	$Gr_t=10^4$	0.5944415	3.073611	67.396520	83.958370
	$Gr_t=10^5$	1.213076	4.036448	136.717500	133.954700
	$Gr_t=10^6$	3.092439	7.161746	425.380700	429.689600
	$Gr_t=10^7$	6.789007	14.045480	1273.842000	1464.307000
	$Gr_t=10^8$	13.662350	27.708770	3493.656000	4522.051000

4.3.2 Modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer

4.3.2.1 Première partie : cas coopérant

Dans ce cas, avec les conditions aux limites choisies, les températures maximales se situent près de la paroi verticale gauche de l'enceinte étudiée. Par contre, les concentrations maximales se trouvent près de la paroi verticale droite.

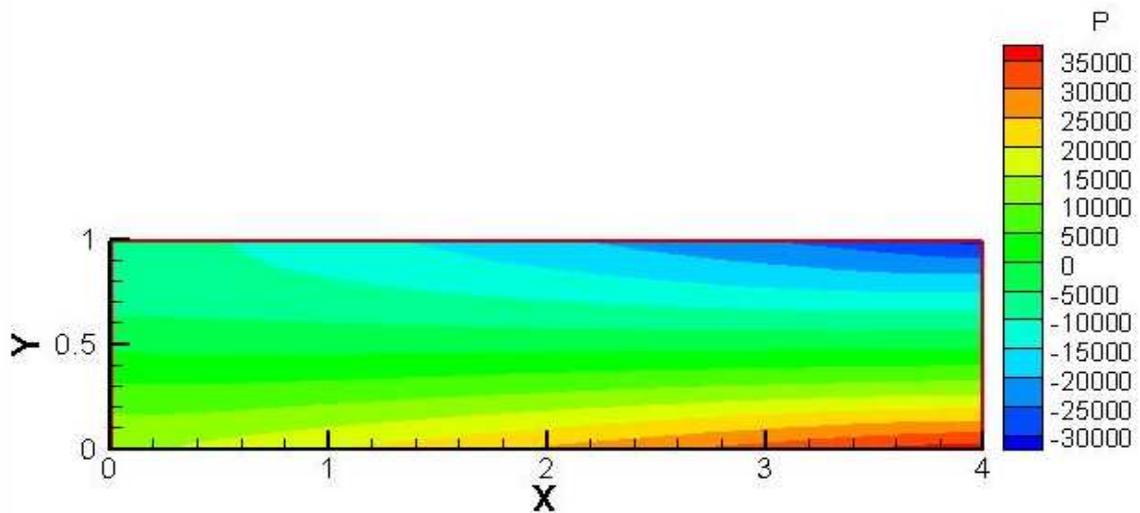
4.3.2.1.1 Cas de $Gr_c=10^5$

4.3.2.1.1.1 Structure d'écoulement et distributions de la pression, de la température et de la concentration

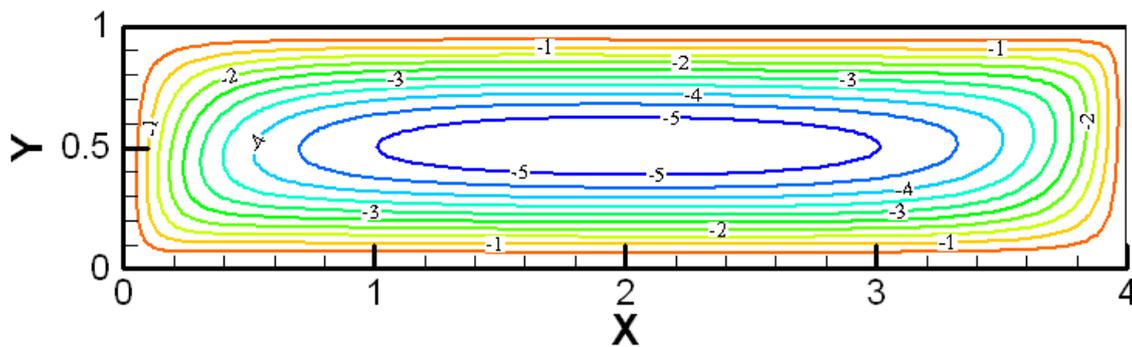
Pour différentes valeurs du nombre Grashof thermique, à savoir $Gr_t=10^4$, 10^5 , 10^6 , 10^7 et 10^8 , les résultats obtenus sont illustrés sur les figures suivantes.

La figure 4.8 illustre typiquement la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^4$ et $Gr_c=10^5$. On constate que les plus grandes valeurs de la pression se situent en bas du côté de la paroi verticale droite (où la concentration est maximale), et ceci est dû aux conditions aux limites thermique et solutale et aux valeurs prises par les nombres de Grashof thermique et solutal (fig. 4.8a). Un courant rotatif monocellulaire dans le sens horaire est obtenu dans l'enceinte (fig. 4.8b). La variation de la température dans l'enceinte est présentée par des isothermes verticales légèrement déformés de gauche à droite en haut de l'enceinte et de droite à gauche en bas de l'enceinte (fig. 4.8c). Tandis que, la variation de la concentration dans l'enceinte est présentée par des isoconcentrations verticales largement déformés de

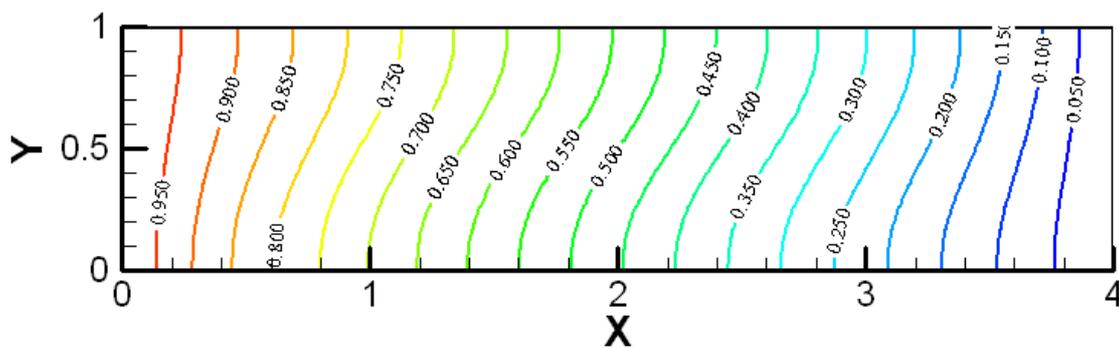
droite à gauche en bas de l'enceinte et de gauche à droite en haut de l'enceinte (fig. 4.8d). On conclut donc que, dans ces conditions, la force de buoyancy solutale conduit, particulièrement, la circulation du fluide dans le milieu poreux.



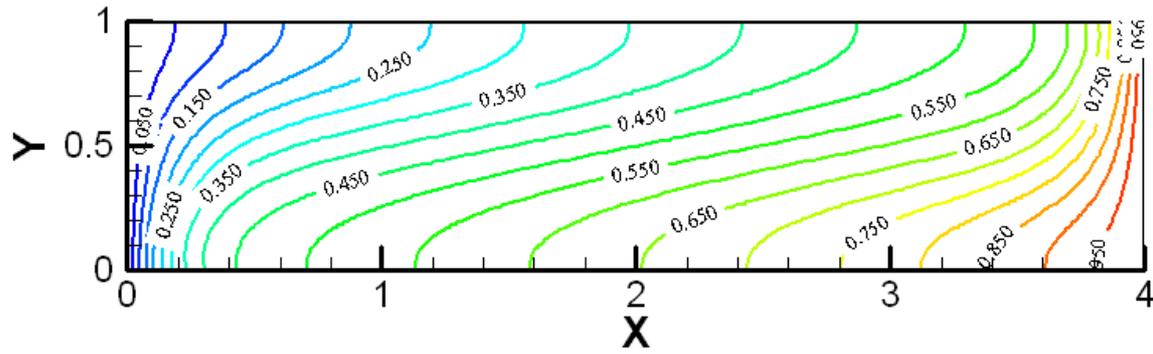
a- Contour de pression



b- Lignes de courant



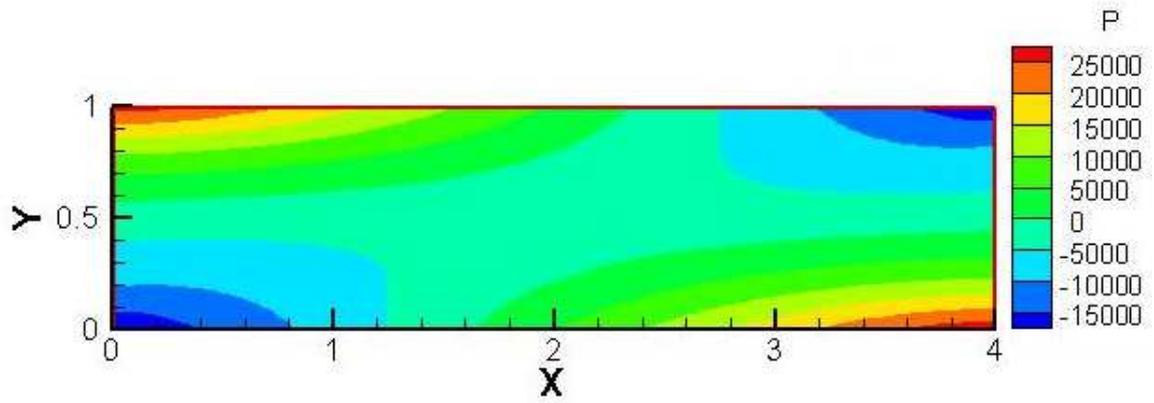
c- Isothermes



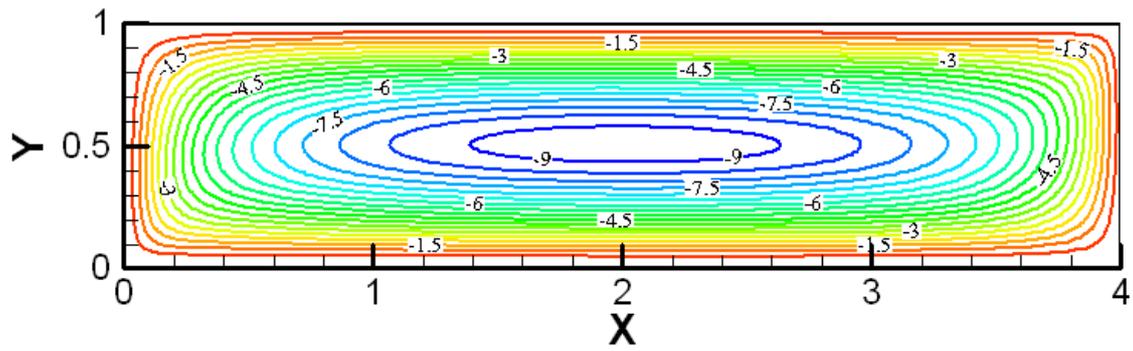
d- Isoconcentrations

Figure 4.8 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^4$, $Gr_c=10^5$.

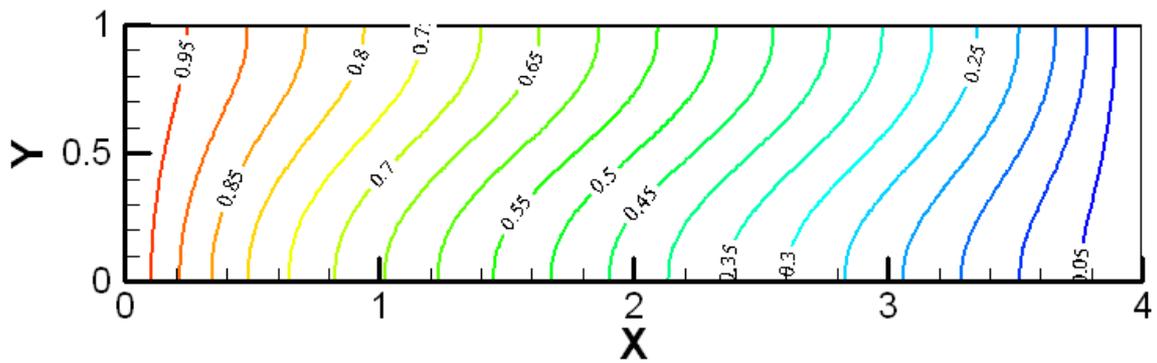
La figure 4.9 illustre typiquement la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^5$ et $Gr_c=10^5$, ce qui correspond à $N=1$. On remarque que les plus grandes valeurs de la pression se situent en haut du côté de la paroi verticale gauche (où la température est maximale) et en bas du côté de la paroi verticale droite (où la concentration est maximale), et ceci est dû aux conditions aux limites thermique et solutale et aux valeurs prises par les nombres de Grashof thermique et solutal (fig. 4.9a). Similairement au cas précédent, un courant rotatif monocellulaire dans le sens horaire est obtenu dans l'enceinte (fig. 4.9b). Mais les Lignes de courant sont plus confinées, ce qui signifie que l'écoulement obtenu est très important. Les valeurs numériques des vitesses obtenues confirment cette analyse (tableau 4.6). Aussi, la variation de la température dans l'enceinte est présentée par des isothermes verticales légèrement déformés de gauche à droite en haut de l'enceinte et de droite à gauche en bas de l'enceinte (fig. 4.9c). Tandis que, la variation de la concentration dans l'enceinte est présentée par des isoconcentrations verticales fortement déformés de droite à gauche en bas de l'enceinte et de gauche à droite en haut de l'enceinte (fig. 4.9d). On conclut donc que dans ces conditions, l'écoulement du fluide dans le milieu poreux est conduit conjointement par les forces de buoyancy thermique et solutale.



a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes

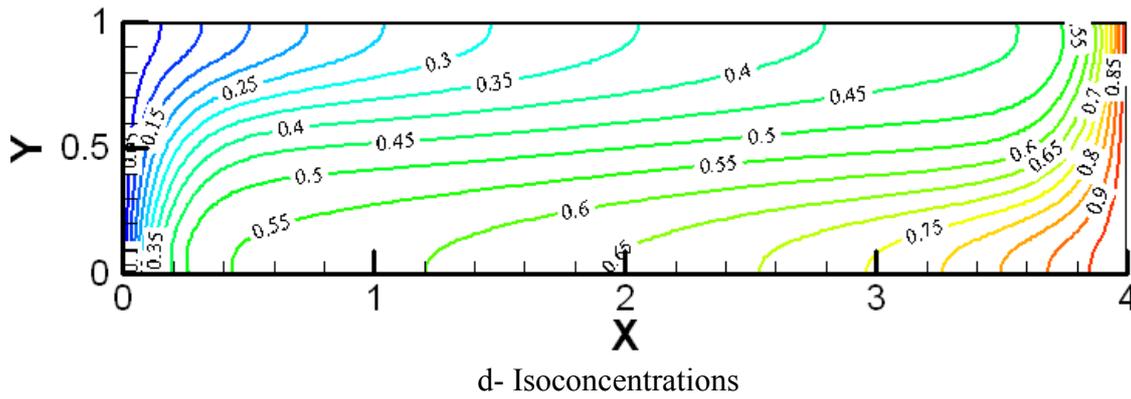
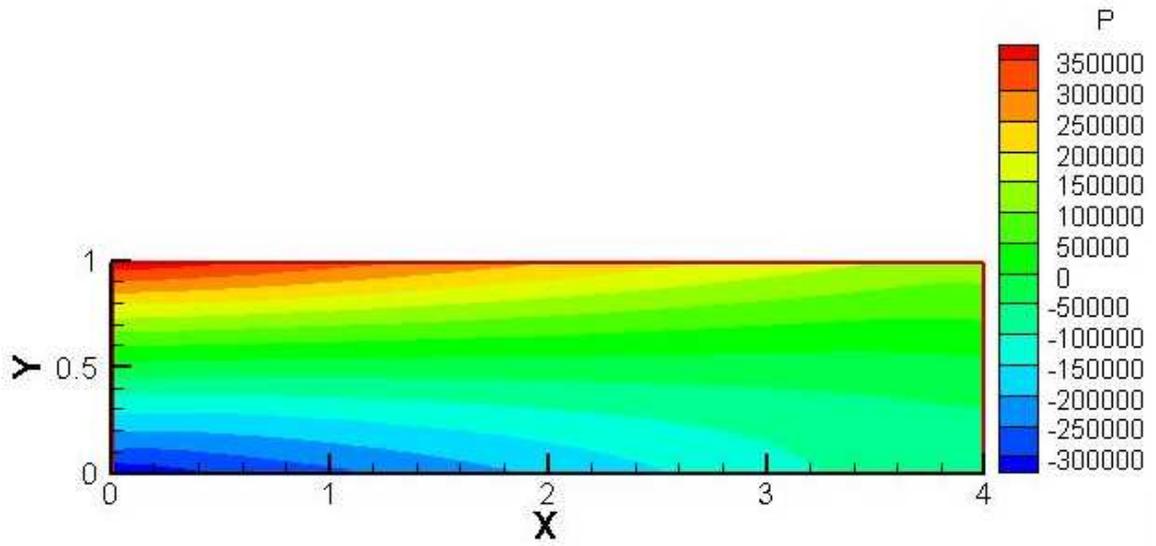
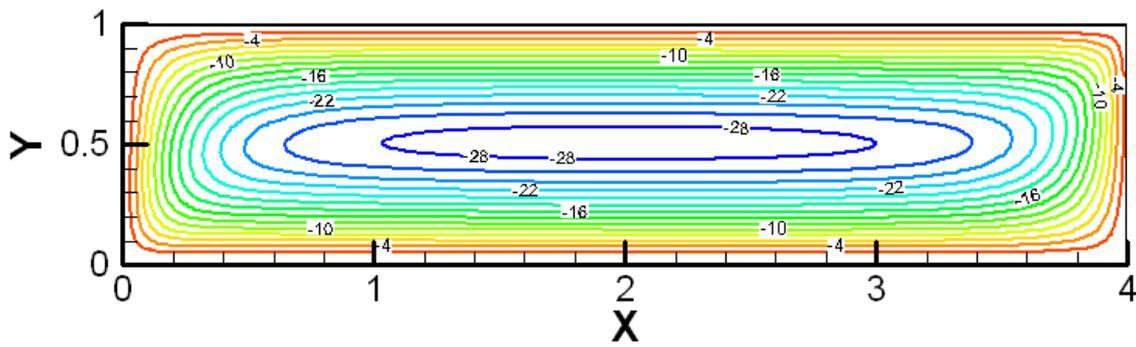


Figure 4.9 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^5$, $Gr_c=10^5$.

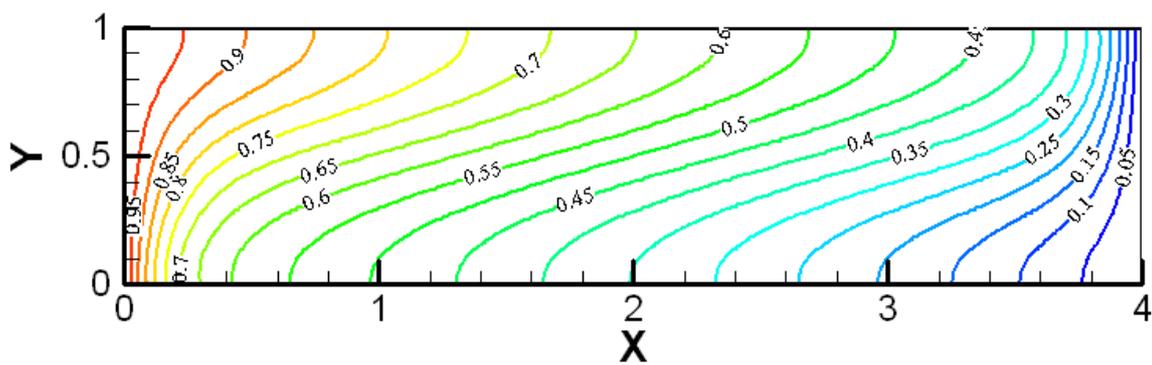
Les figures 4.10 et 4.11 illustrent typiquement la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^6$, 10^7 et $Gr_c=10^5$. Dans ce cas, on remarque que les plus grandes valeurs de la pression se situent en haut de l'enceinte du côté de la paroi verticale gauche (où la température est maximale), et ceci est dû aux conditions aux limites thermique et solutale et aux valeurs prises par les nombres de Grashof thermique et solutal (fig. 4.10a et 4.11a). L'écoulement du fluide a une structure monocellulaire tournant dans le sens horaire (fig. 4.10b et 4.11b). Les Lignes de courant sont plus confinées, ce qui signifie que l'écoulement obtenu est plus important. Les valeurs numériques des vitesses obtenues confirment cette analyse (tableau 4.6). Les isothermes sont largement déformées de gauche à droite en haut de l'enceinte et de droite à gauche en bas de l'enceinte (fig. 4.10c) dans le cas de $Gr_t=10^6$. Avec $Gr_t=10^7$, loin des parois isothermes et des parois horizontales (vers le milieu de l'enceinte), on obtient une distribution de la température faiblement variable suivant X mais variable suivant Y de façon à satisfaire la stratification thermique stable ; la température croît suivant Y (fig. 4.11c). Alors que, les gradients de concentration sont très fortement concentrés près des parois verticales isothermes. Tandis qu'au centre de l'enceinte la concentration a une valeur constante, $C \approx 0.5$ (fig. 4.10d et 4.11d). On conclut donc que dans ces conditions, l'écoulement du fluide dans le milieu poreux est conduit particulièrement par la force de buoyancy thermique.



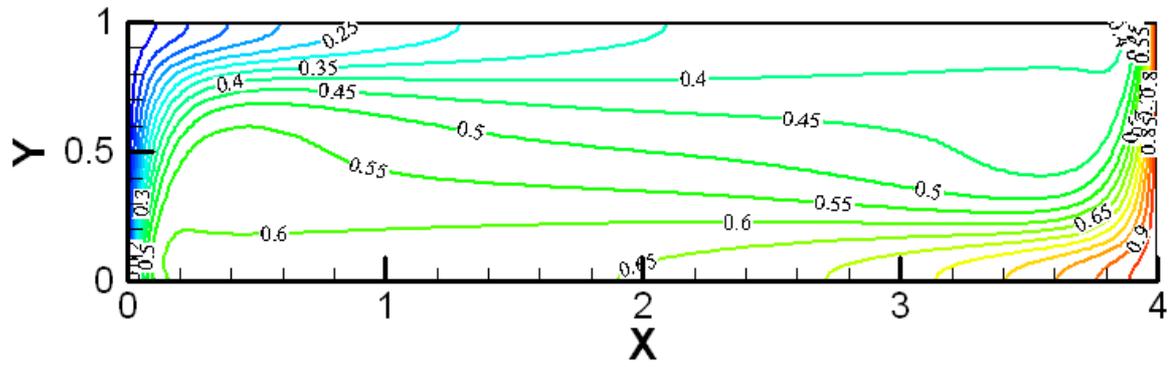
a- Contour de pression



b- Lignes de courant

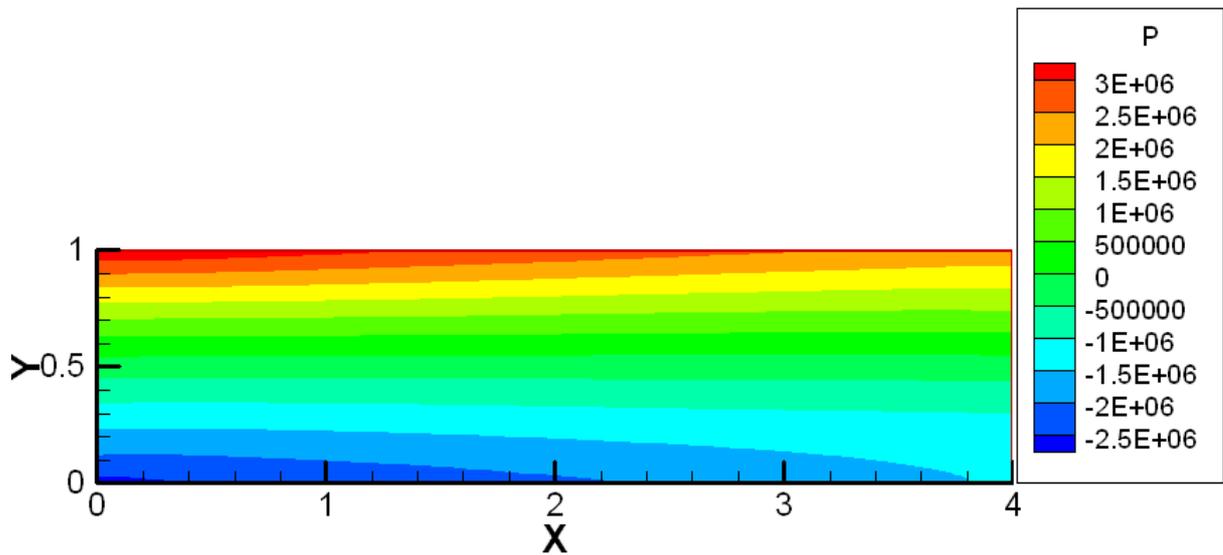


c- Isothermes

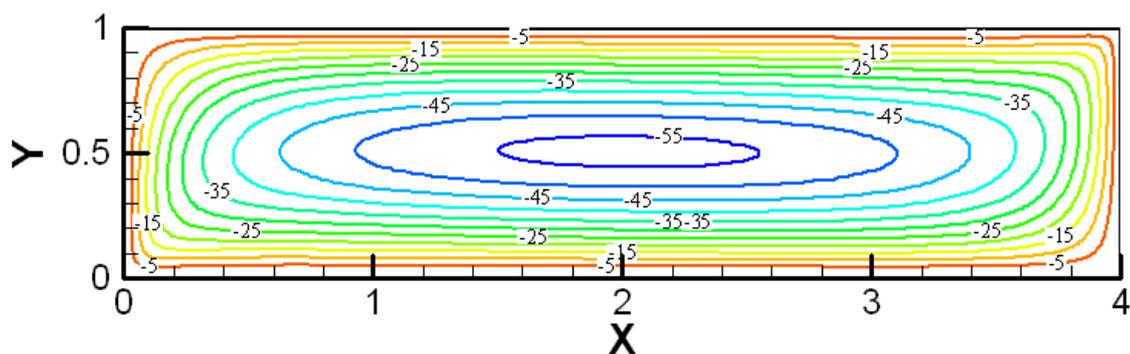


d- Isoconcentrations

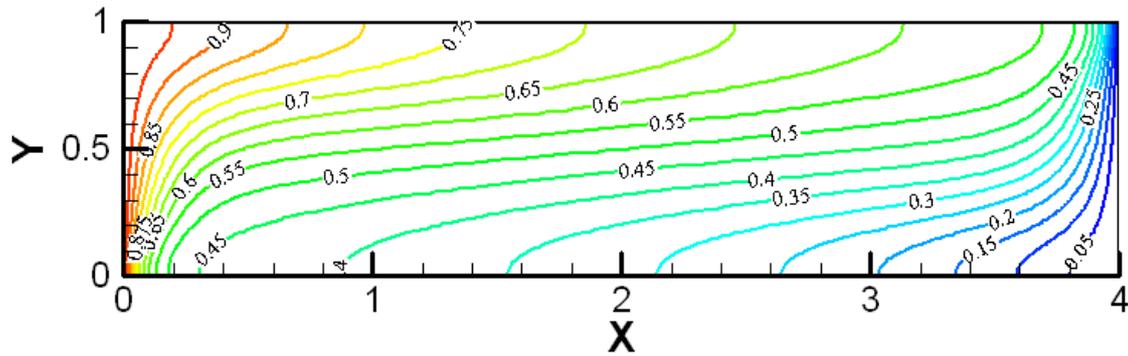
Figure 4.10 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^6$, $Gr_c=10^5$.



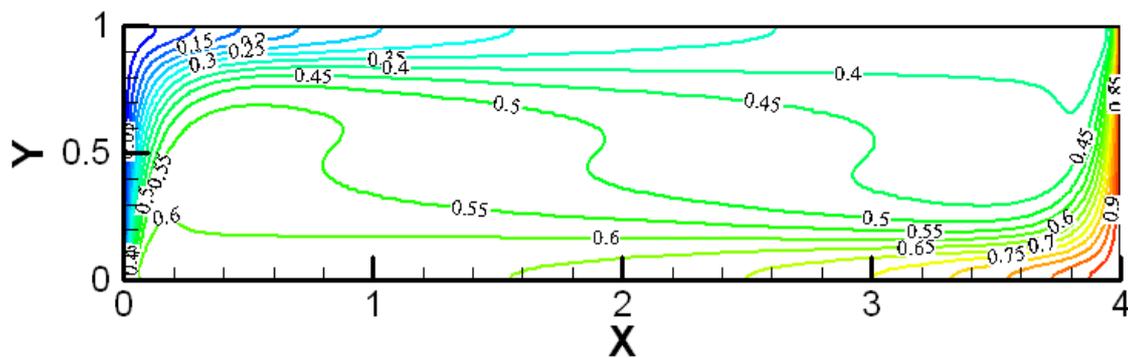
a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes

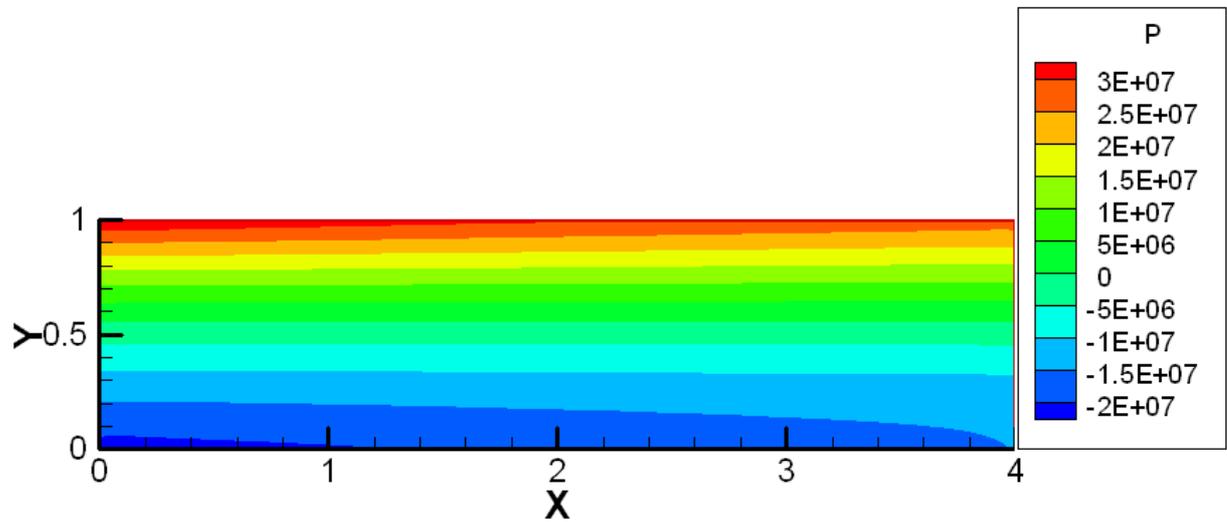


d- Isoconcentrations

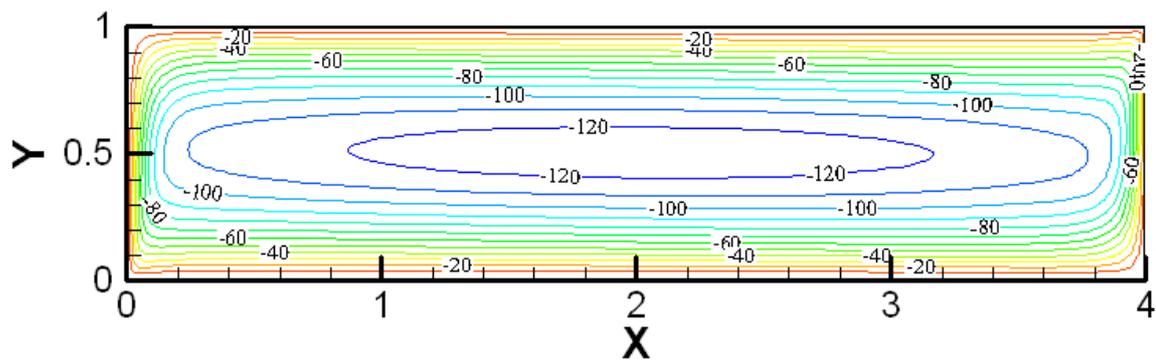
Figure 4.11 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^7$, $Gr_c=10^5$.

La répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^8$, $Gr_c=10^5$ sont présentés sur la figure 4.12. Dans ce cas, on remarque que les plus grandes valeurs de la pression se situent en haut de l'enceinte près de la paroi horizontale supérieure et ceci est dû aux conditions aux limites thermique et solutale et aux valeurs prises par les nombres de Grashof thermique et solutal (fig. 4.12a). L'écoulement du fluide a une structure monocellulaire tournant dans le sens horaire (fig. 4.12b). Les Lignes de courant sont plus confinées, ce qui signifie une accélération de l'écoulement. Les valeurs numériques des vitesses obtenues confirment cette analyse (tableau 4.6). On obtient une distribution de la température faiblement variable suivant X mais variable suivant Y de façon à satisfaire la stratification thermique stable ; la température croît suivant Y (fig. 4.12c). Alors que, les gradients de concentration sont très fortement concentrés près des parois verticales isothermes. Tandis qu'au centre de l'enceinte

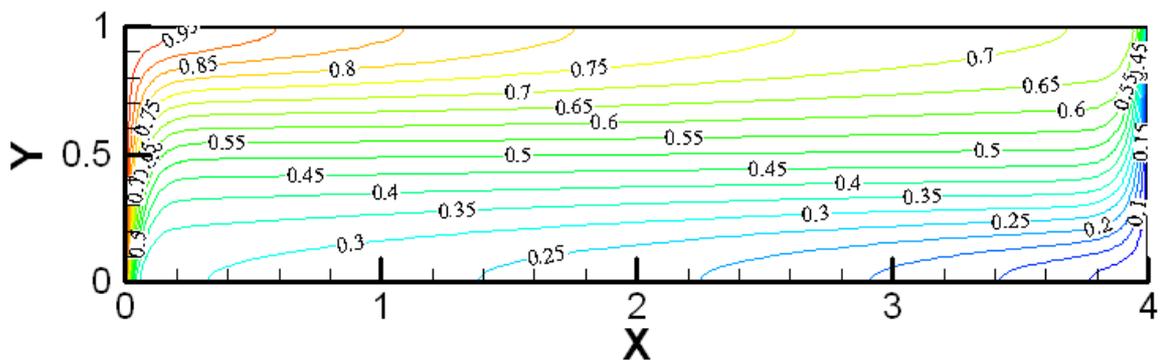
la concentration a une valeur constante, $C=0.5$ (fig. 4.12d). On conclut donc que dans ces conditions, l'écoulement du fluide dans le milieu poreux est totalement conduit par la force de buoyancy thermique.



a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes

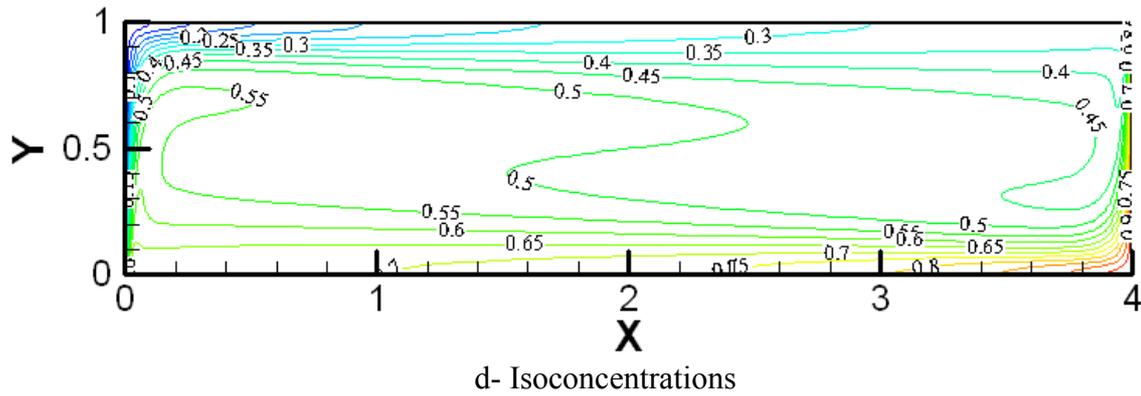


Figure 4.12 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^8$, $Gr_c=10^5$.

4.3.2.1.1.2 Variation temporelle des nombres de Nusselt et de Sherwood

La variation temporelle du nombre de Nusselt est illustrée dans la figure 4.13, qui montre qu'avec le temps le nombre de Nusselt diminue et se stabilise en fin de compte pour les cinq cas étudiés. Les valeurs de Nusselt sont plus élevées pour les valeurs de Grashof thermique élevée.

La figure 4.14 illustre la variation du nombre de Sherwood avec le temps. On constate qu'après une légère fluctuation, le nombre de Sherwood diminue avec le temps et se stabilise en fin de compte pour les cinq cas. Les valeurs de Sherwood sont plus élevées pour les valeurs de Grashof thermique élevée.

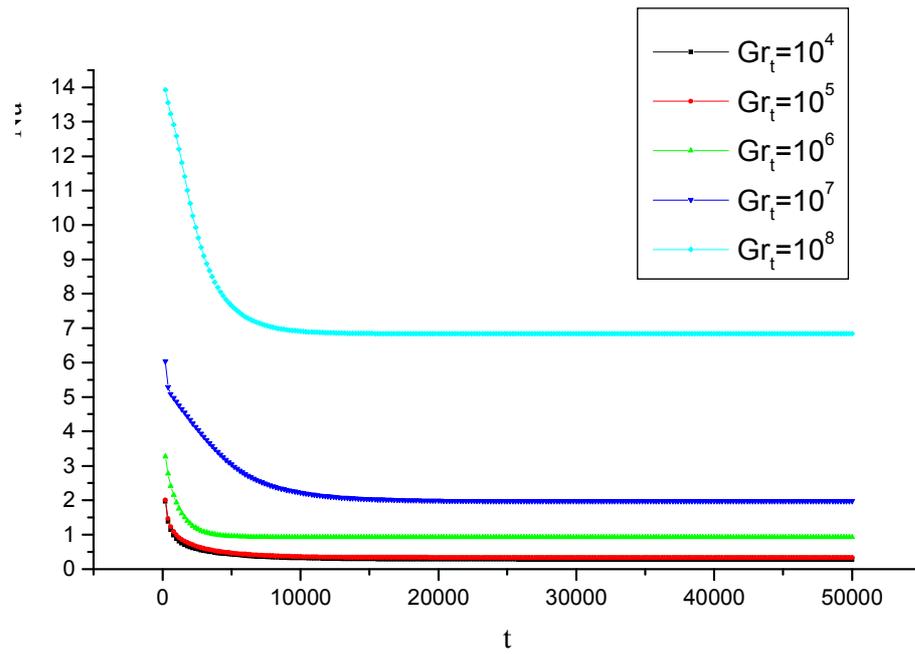


Figure 4.13 : Variation temporelle du nombre de Nusselt.

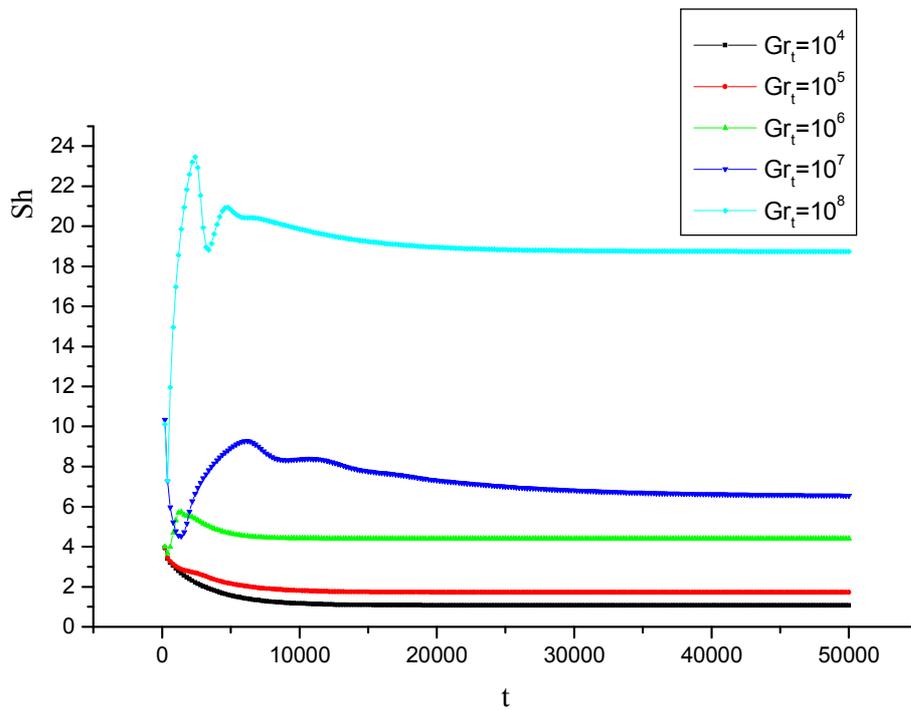


Figure 4.14 : Variation temporelle du Nombre de Sherwood.

Le tableau 4.6 représente les transferts moyens de chaleur et de masse et les vitesses maximales longitudinale et transversale dans l'enceinte. Les forces de buoyancy sont coopérantes, l'augmentation du nombre Grashof thermique a entraîné l'accroissement et des nombres de Nusselt et de Sherwood et l'accélération de l'écoulement. C'est ainsi que les valeurs de \overline{Nu} , \overline{Sh} , $|U_{max}|$ et $|V_{max}|$ sont passées de 0.280, 1.052, 16.978 et 12.964 pour $Gr_t=10^4$ à 6.843, 18.810, 508.175 et 1341.123 pour $Gr_t=10^8$, respectivement.

Tableau 4.6 : Caractéristiques de l'écoulement, milieu poreux : cas coopérant, $Gr_c=10^5$.

		\overline{Nu}	\overline{Sh}	$ U_{max} $	$ V_{max} $
$Gr_c=10^5$	$Gr_t=10^4$	0.2809787	1.052308	16.978080	12.964030
	$Gr_t=10^5$	0.3337525	1.693558	28.737910	21.180290
	$Gr_t=10^6$	0.9193805	4.279505	86.903780	93.295250
	$Gr_t=10^7$	1.967479	6.544524	191.009800	178.738600
	$Gr_t=10^8$	6.843239	18.810100	508.17500	1341.123000

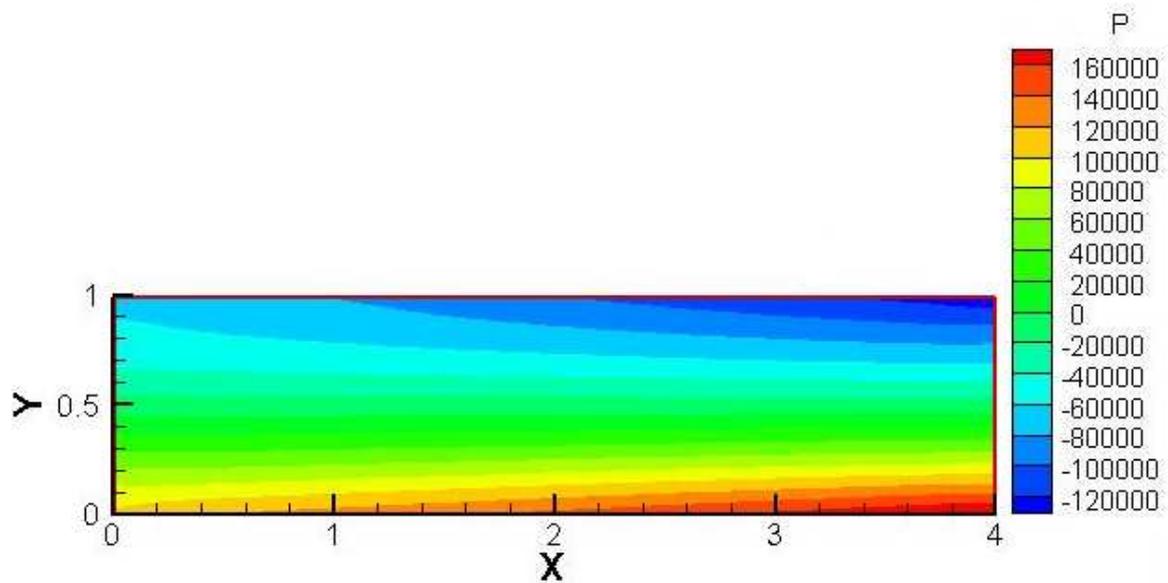
4.3.2.1.2 Cas de $Gr_c=5.10^5$

4.3.2.1.2.1 Structure d'écoulement et distributions de la pression, de la température et de la concentration

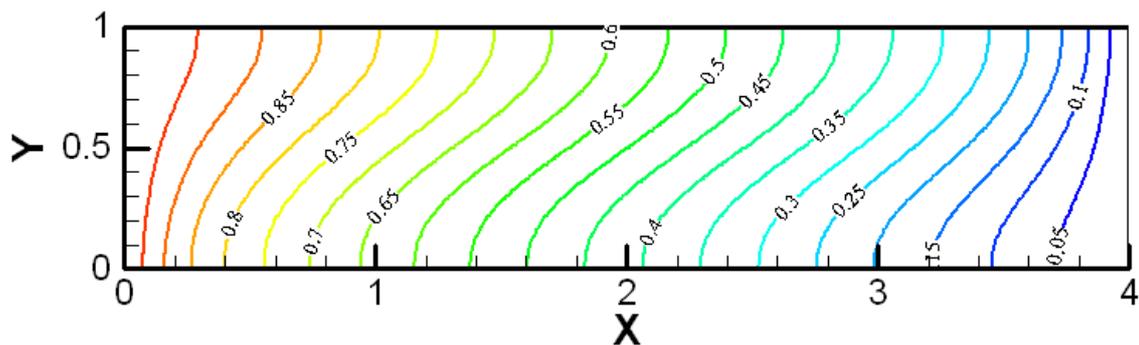
Pour différentes valeurs du nombre Grashof thermique, à savoir $Gr_t=10^4$, 10^5 , 10^6 , 10^7 et 10^8 . Les résultats obtenus sont illustrés sur les figures suivantes.

La figure 4.15 illustre la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^4$ et $Gr_c=5.10^5$. On constate que les plus grandes valeurs de la pression se situent en bas du côté de la paroi verticale droite (où la concentration est maximale), et ceci est dû aux conditions aux limites thermique et solutale et aux valeurs prises par les nombres de Grashof thermique et solutal (fig. 4.15a). Un écoulement rotatif monocellulaire dans le sens horaire est obtenu dans l'enceinte (fig. 4.15b). La variation de la température dans l'enceinte est présentée par des isothermes verticales légèrement déformés de gauche à droite en haut de l'enceinte et de droite à gauche en bas de l'enceinte (fig. 4.15c). Tandis que, la variation de la concentration

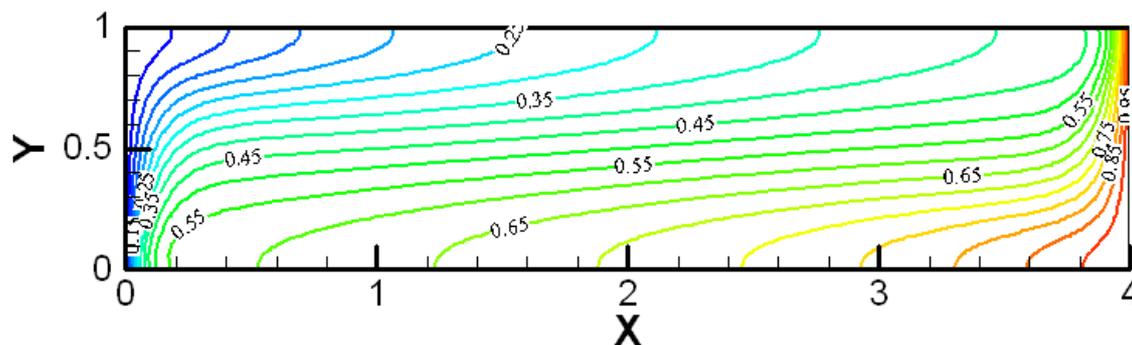
dans l'enceinte est présentée par des isoconcentrations verticales largement déformés de droite à gauche en bas de l'enceinte et de gauche à droite en haut de l'enceinte (fig. 4.15d). On conclut donc que, dans ces conditions, la force de buoyancy solutale conduit, particulièrement, la circulation du fluide dans le milieu poreux.



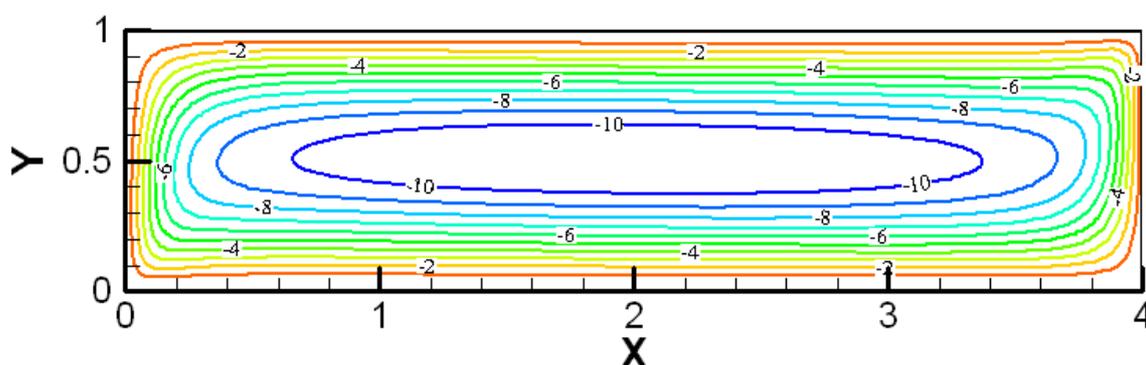
a- Contour de pression



b- Isothermes



c- Isoconcentrations

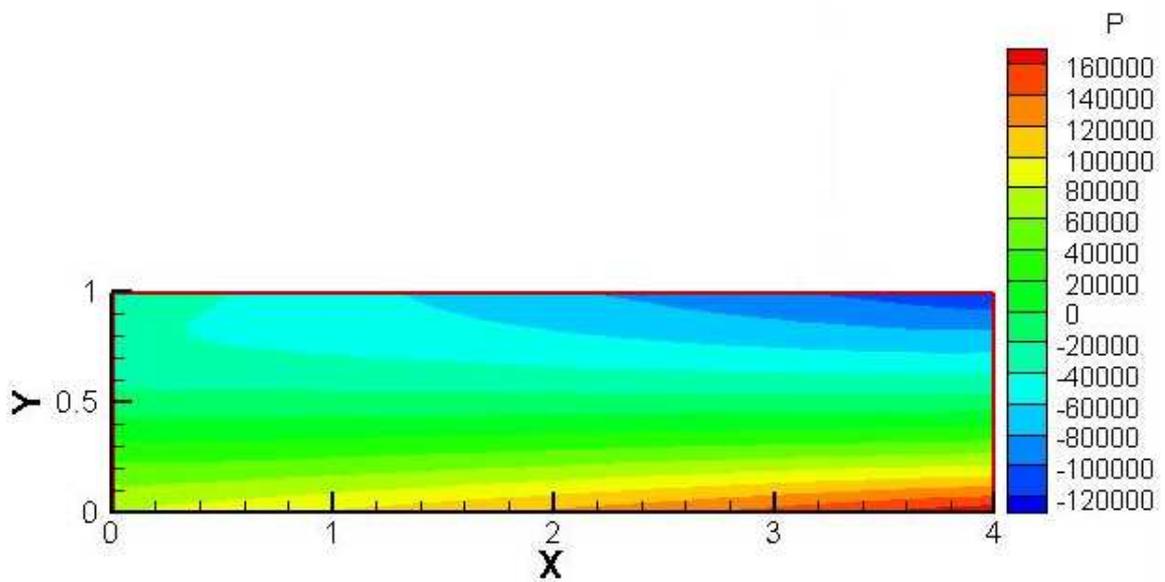


d- Lignes de courant

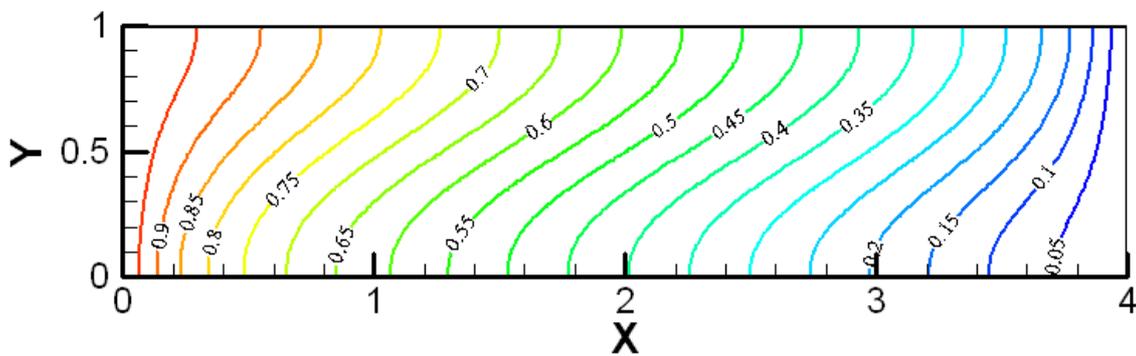
Figure 4.15 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^4$, $Gr_c=5.10^5$.

La répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^5$ et $Gr_c=5.10^5$ sont illustrés par la figure 4.16. Similairement au cas précédent, on constate que les plus grandes valeurs de la pression se situent en bas du côté de la paroi verticale droite (où la concentration est maximale), et ceci est dû aux conditions aux limites thermique et solutale et aux valeurs prises par les nombres de Grashof thermique et solutal (fig. 4.16a). Un écoulement rotatif monocellulaire dans le sens horaire est obtenu dans l'enceinte (fig. 4.16b). La variation de la température dans l'enceinte est présentée par des isothermes verticales légèrement déformés de gauche à droite en haut de l'enceinte et de droite à gauche en bas de l'enceinte (fig. 4.16c). Tandis que, la variation de la concentration dans l'enceinte est présentée par des isoconcentrations verticales largement déformés de droite à gauche en bas de l'enceinte et de

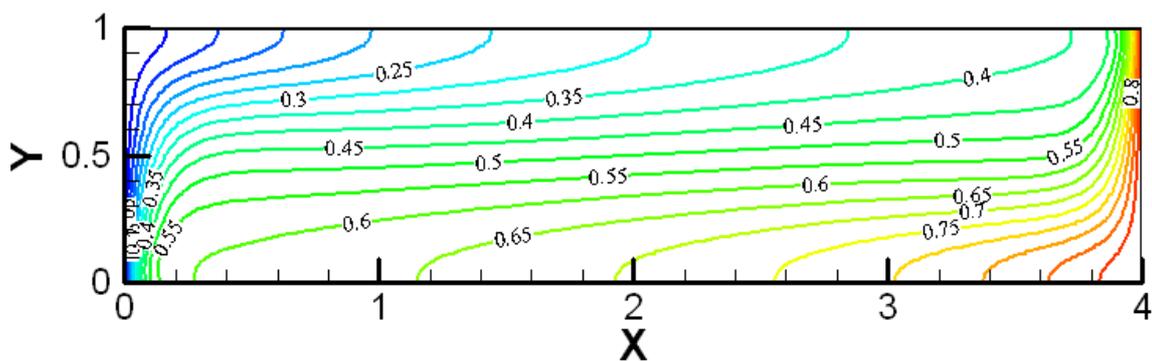
gauche à droite en haut de l'enceinte (fig. 4.16d). On conclut donc que, dans ces conditions, la force de buoyancy solutale conduit, particulièrement, l'écoulement dans le milieu poreux.



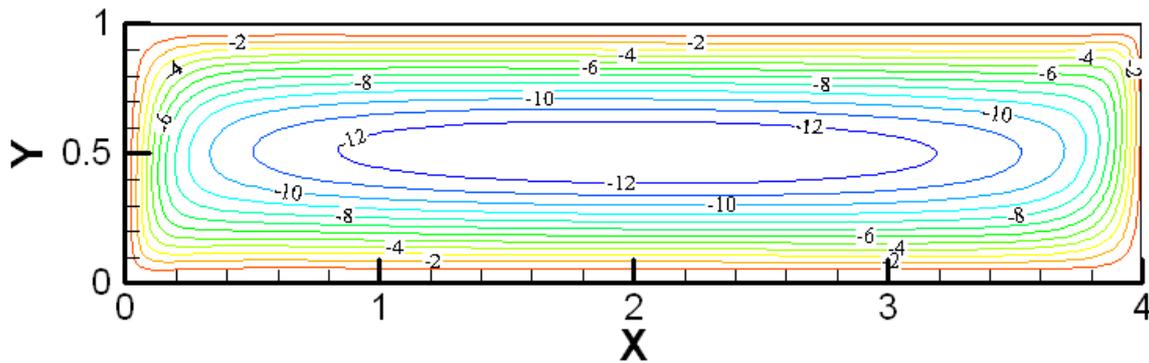
a- Contour de pression



b- Isothermes



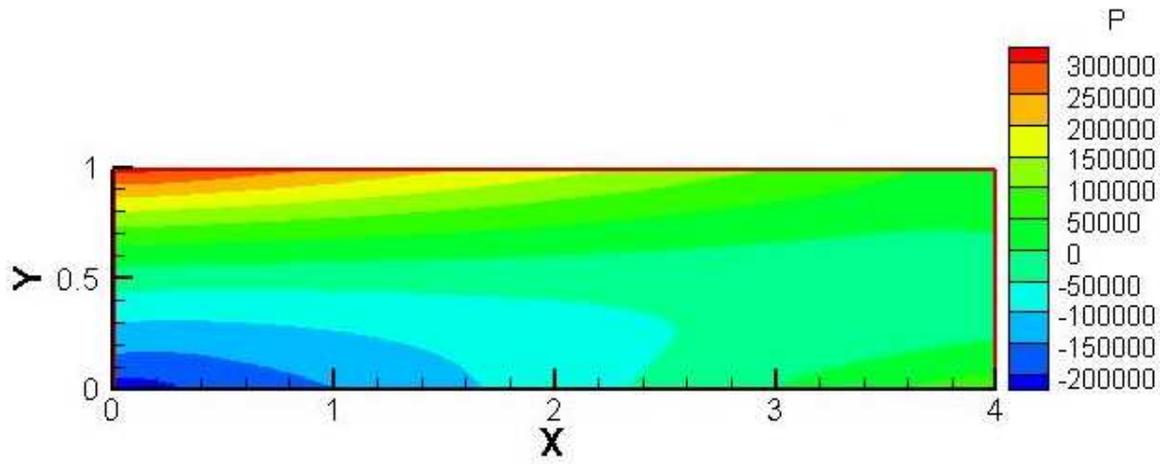
c- Isoconcentrations



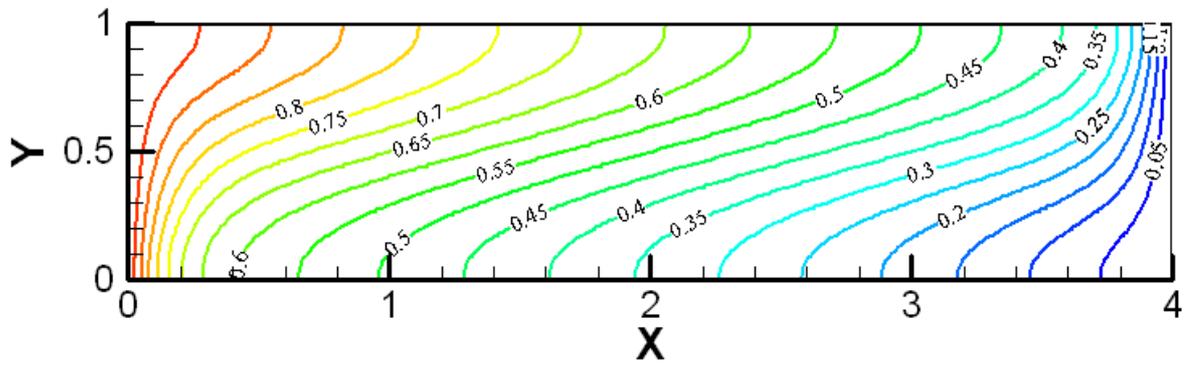
d- Lignes de courant

Figure 4.16 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^5$, $Gr_c=5.10^5$.

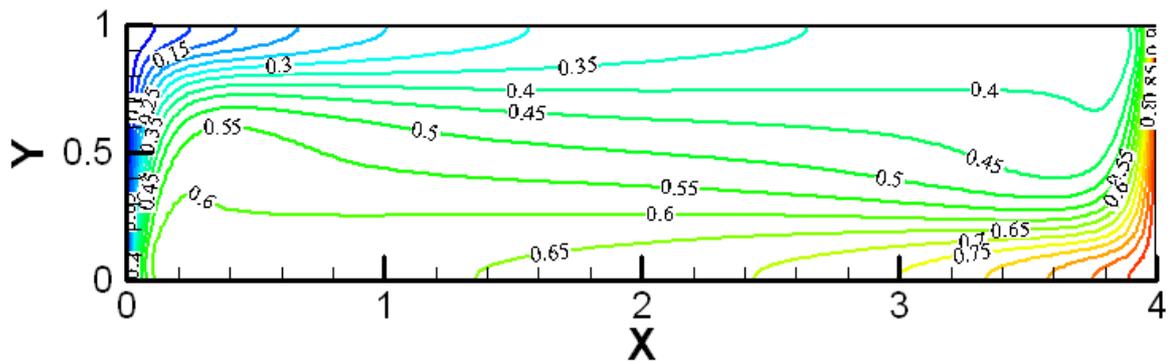
Les figures 4.17 et 4.18 représentent la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^6$ et 10^7 , $Gr_c=5.10^5$. Dans ce cas, on remarque aussi que les plus grandes valeurs de la pression se situent en haut de l'enceinte du côté de la paroi verticale gauche (où la température est maximale), et ceci est dû aux conditions aux limites thermique et solutale et aux valeurs prises par les nombres de Grashof thermique et solutal (fig. 4.17a et 4.18a). L'écoulement du fluide a une structure monocellulaire tournant dans le sens horaire (fig. 4.17b et 4.18b). Les Lignes de courant sont plus confinées, ce qui signifie que l'écoulement obtenu est plus important. Les valeurs numériques des vitesses obtenues confirment cette analyse (tableau 4.7). Les isothermes sont largement déformées de gauche à droite en haut de l'enceinte et de droite à gauche en bas de l'enceinte (fig. 4.17c) dans le cas de $Gr_t = 10^6$. Avec $Gr_t = 10^7$, loin des parois isothermes et des parois horizontales (vers le milieu de l'enceinte), on obtient une distribution de la température faiblement variable suivant X mais variable suivant Y de façon à satisfaire la stratification thermique stable ; la température croît suivant Y (fig. 4.18c). Alors que, les gradients de concentration sont très fortement concentrés près des parois verticales isothermes. Tandis qu'au centre de l'enceinte la concentration a une valeur constante, $C \approx 0.5$ (fig. 4.17d et 4.18d). On conclut donc que dans ces conditions, l'écoulement du fluide dans le milieu poreux est conduit particulièrement par la force de buoyancy thermique.



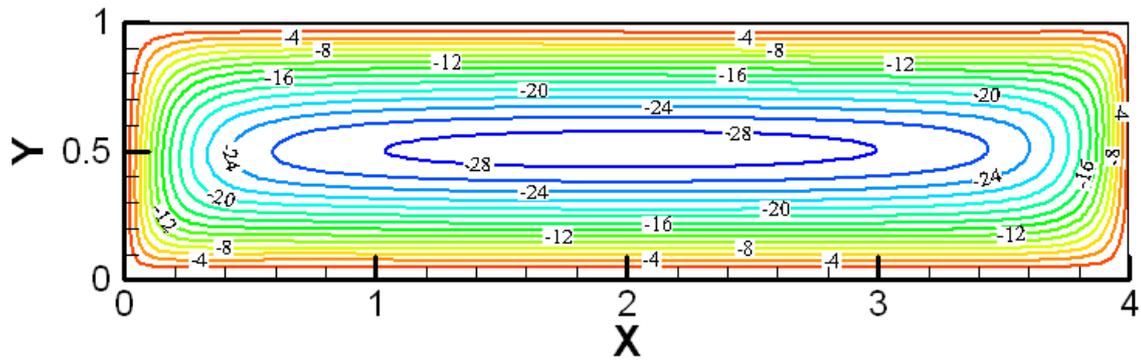
a- Contour de pression



b- Isothermes

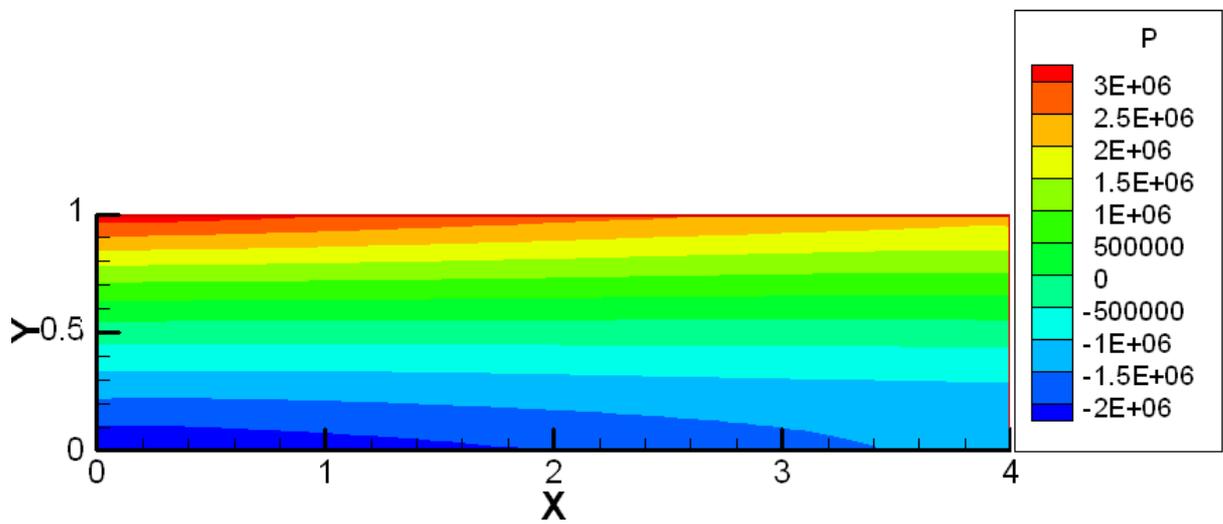


c- Isoconcentrations

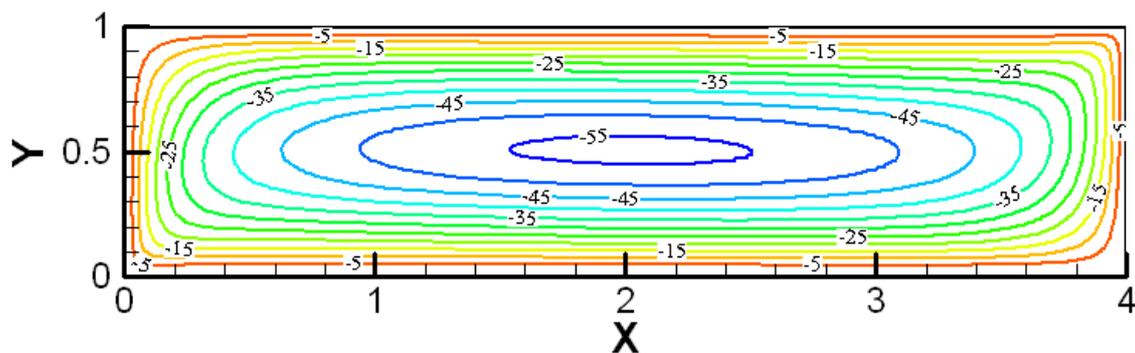


d- Lignes de courant

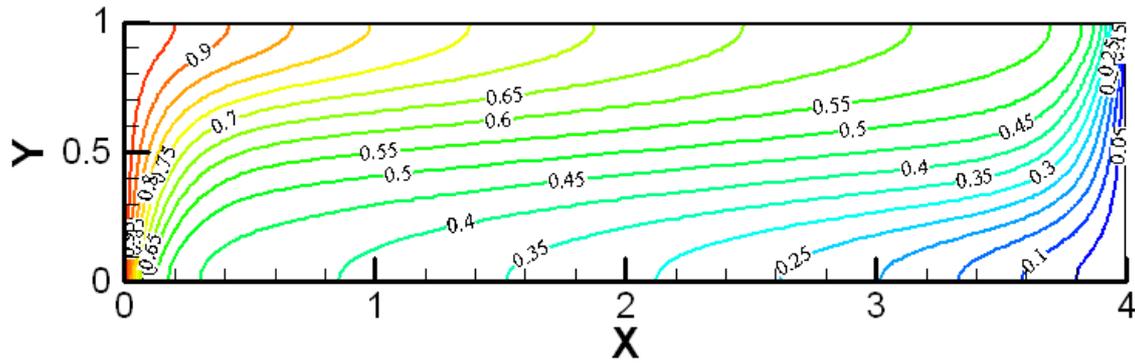
Figure 4.17 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^6$, $Gr_c=5.10^5$.



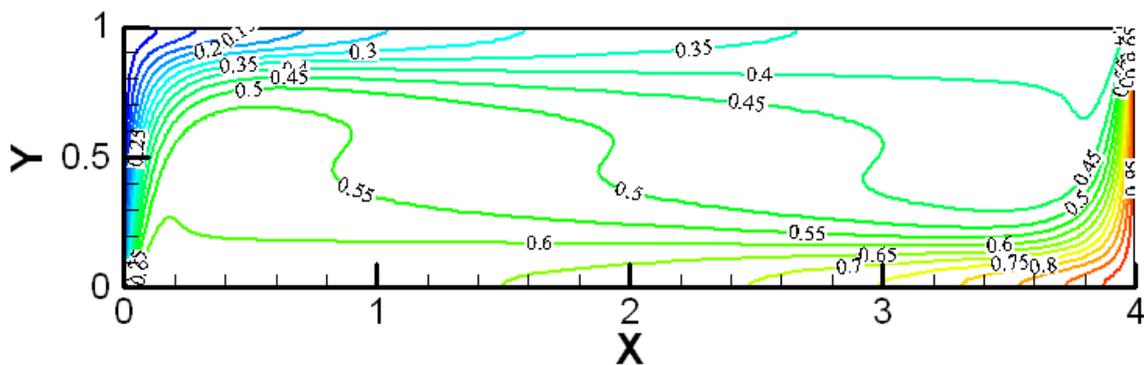
a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes

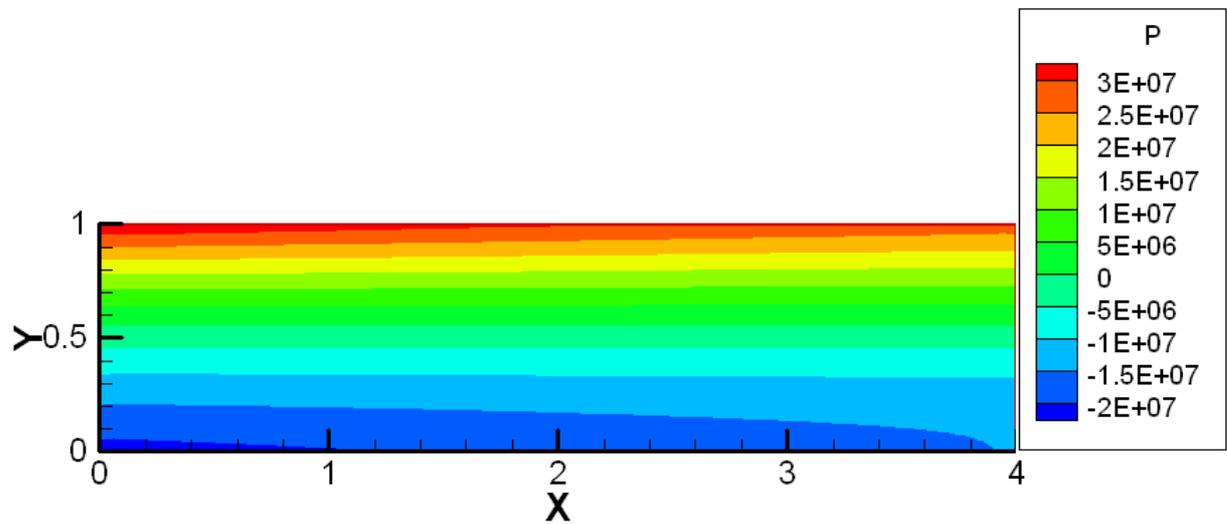


d- Isoconcentrations

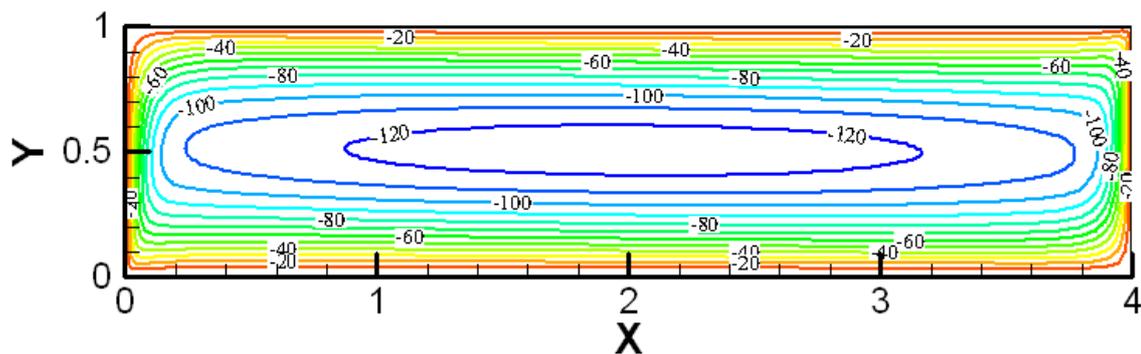
Figure 4.18 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^7$, $Gr_c=5.10^5$.

La répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^8$, $Gr_c=5.10^5$ sont présentés sur la figure 4.19. Similairement au cas de $Gr_c=10^5$, on remarque que les plus grandes valeurs de la pression se situent en haut de l'enceinte près de la paroi horizontale supérieure et ceci est dû aux conditions aux limites thermique et solutale et aux valeurs prises par les nombres de Grashof thermique et solutal (fig. 4.19a). L'écoulement du fluide a une structure monocellulaire tournant dans le sens horaire (fig. 4.19b). Les Lignes de courant sont plus confinées, ce qui signifie une accélération de l'écoulement. Les valeurs numériques des vitesses obtenues confirment cette analyse (tableau 4.7). On obtient une distribution de la température faiblement variable suivant X mais variable suivant Y de façon à satisfaire la stratification thermique stable ; la température croît suivant Y (fig. 4.19c). Alors que, les gradients de concentration sont très fortement concentrés près des parois verticales isothermes. Tandis qu'au centre de l'enceinte la concentration a une valeur constante, $C=0.5$

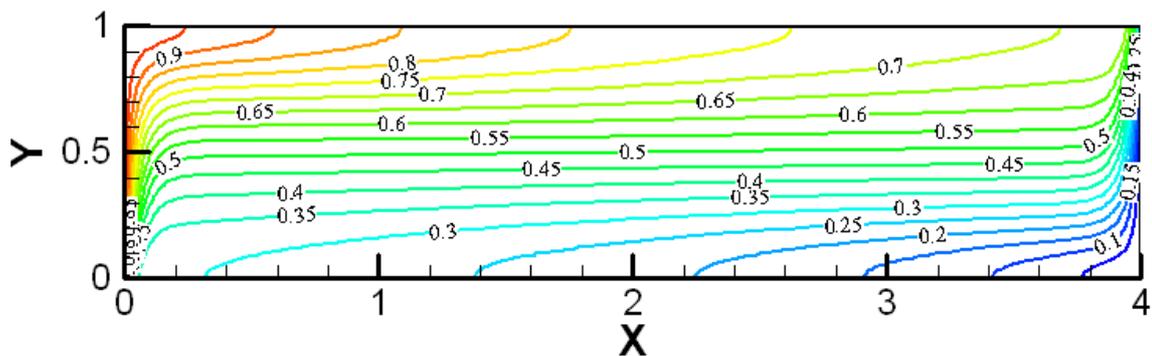
(fig. 4.19d). On conclut donc que dans ces conditions, l'écoulement du fluide dans le milieu poreux est totalement conduit par la force de buoyancy thermique.



a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes

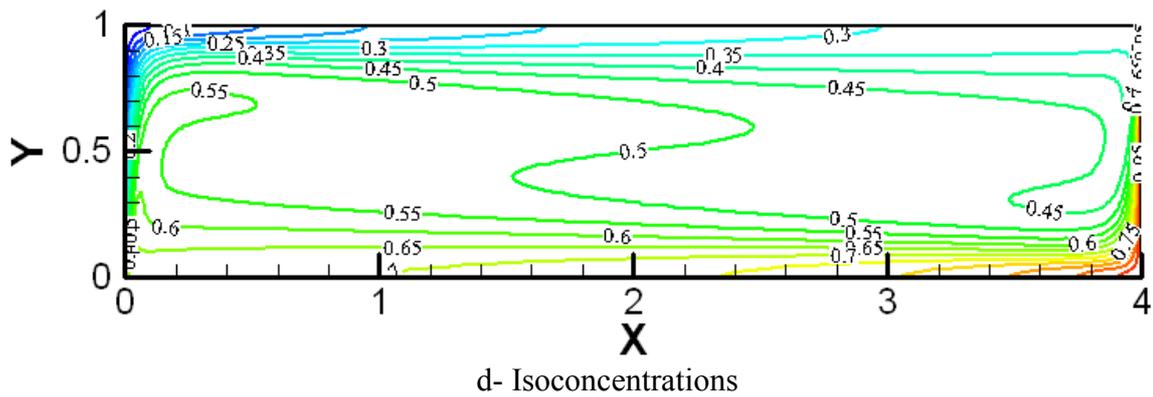


Figure 4.19 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^8$, $Gr_c=5.10^5$.

4.3.2.1.2.2 La variation temporelle des nombres de Nusselt et de Sherwood

La variation de nombre de Nusselt avec le temps est illustrée dans les Figure 4.20. Cette figure montre qu'avec le temps le nombre de Nusselt diminue et se stabilise en fin de compte pour les cinq nombres de Grashof thermique. Les valeurs du Nusselt augmentent avec les valeurs du Grashof thermique.

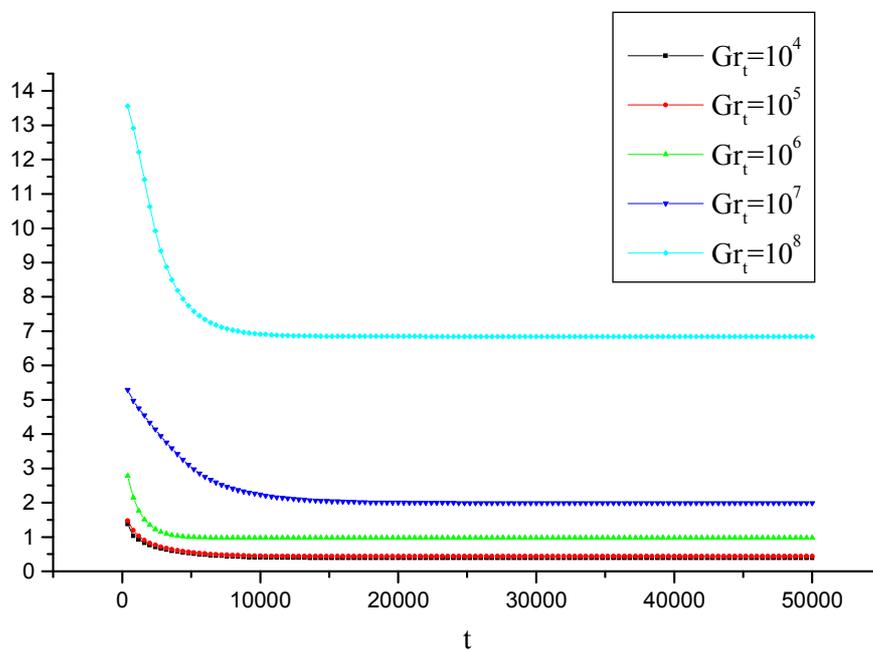


Figure 4.20 : Variation temporelle du nombre de Nusselt.

La figure 4.21 illustre la variation du nombre de Sherwood avec le temps. On remarque qu'après une légère fluctuation, le nombre de Sherwood diminue avec le temps et se stabilise en fin de compte pour les cinq cas. Les valeurs de Sherwood sont plus élevées pour les valeurs de Grashof thermique élevée.

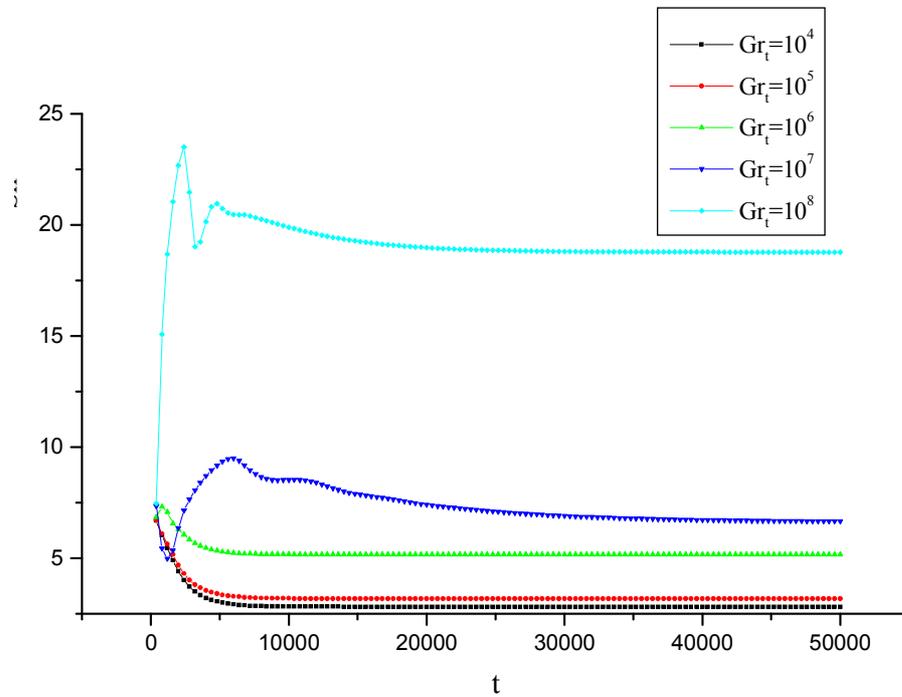


Figure 4.21 : Variation temporelle du nombre de Sherwood.

Le tableau 4.7 représente les transferts moyens de chaleur et de masse et les vitesses maximales longitudinale et transversale dans l'enceinte. Ce cas présente une similarité avec le cas précédent de $Gr_c=10^5$. Les forces de buoyancy sont coopérantes, l'augmentation du nombre Grashof thermique a entraîné l'accroissement et des nombres de Nusselt et de Sherwood et l'accélération de l'écoulement. C'est ainsi que les valeurs de \overline{Nu} , \overline{Sh} , $|U_{max}|$ et $|V_{max}|$ sont passées de 0.386, 2.737, 35.430 et 53.368 pour $Gr_t=10^4$ à 6.848, 18.835, 508.224 et 1342.978 pour $Gr_t=10^8$, respectivement.

Tableau 4.7 : Caractéristiques de l'écoulement, milieu poreux : cas coopérant, $Gr_c=5.10^5$.

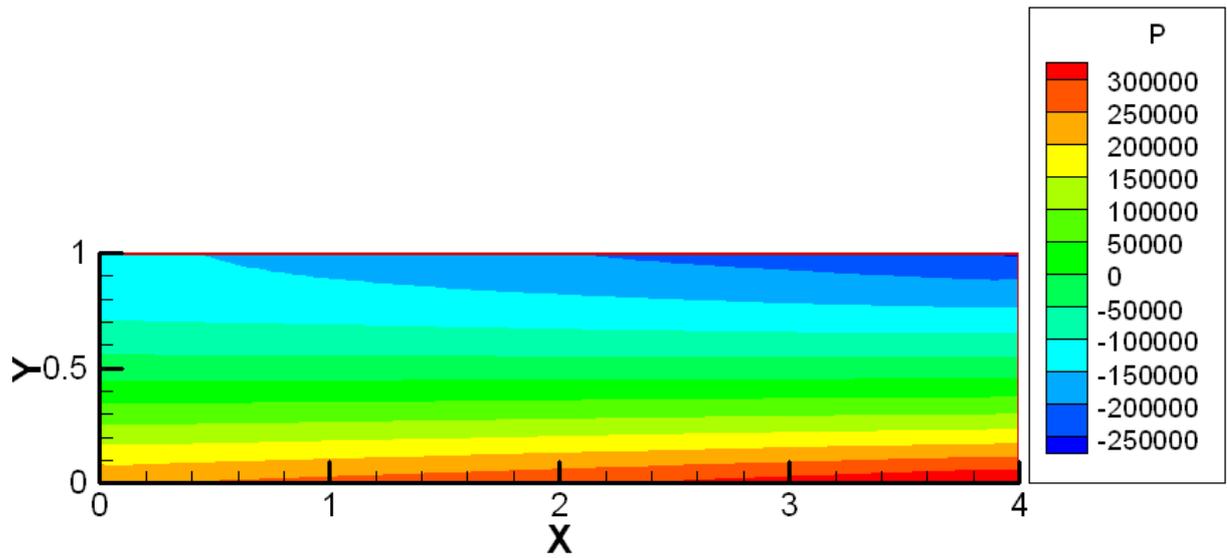
		\overline{Nu}	\overline{Sh}	Umax	Vmax
$Gr_c=5.10^5$	$Gr_t=10^4$	0.3869724	2.737755	35.430850	53.368250
	$Gr_t=10^5$	0.4326397	3.087615	41.145760	59.657010
	$Gr_t=10^6$	0.9661006	4.982965	88.110660	119.430100
	$Gr_t=10^7$	1.984040	6.654623	191.373200	183.929500
	$Gr_t=10^8$	6.848080	18.835520	508.224000	1342.97800

4.3.2.1.3 Cas de $Gr_c=10^6$

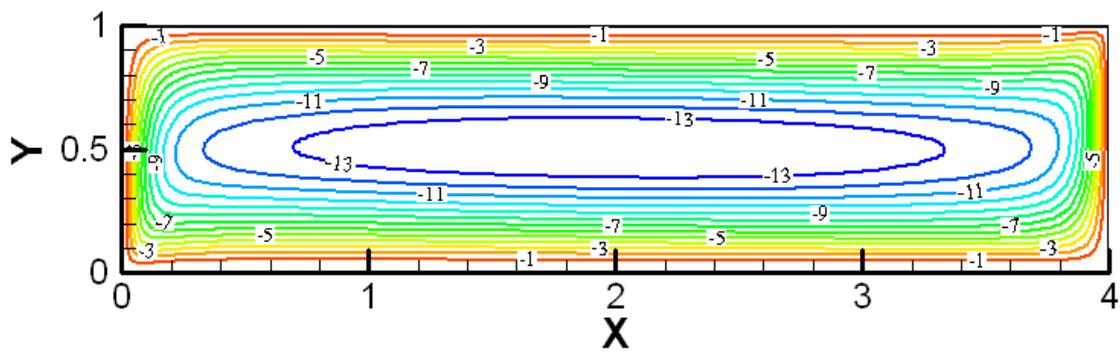
4.3.2.1.3.1 Structure d'écoulement et distributions de la pression, de la température et de la concentration

Pour différentes valeurs du nombre Grashof thermique, à savoir $Gr_t=10^4$, 10^5 , 10^6 , 10^7 et 10^8 Les résultats obtenus sont illustrés sur les figures suivantes.

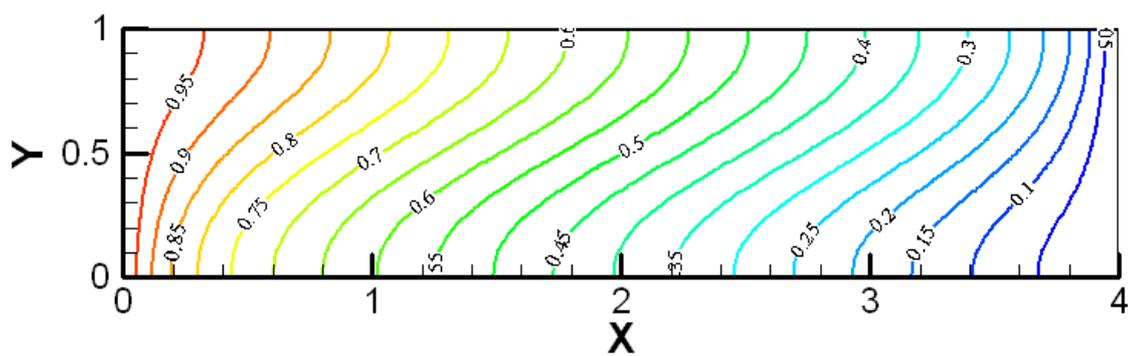
Les figures 4.22 et 4.23 illustrent la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^4$ et 10^5 , $Gr_c=10^6$. On constate pour ces deux cas, que les plus grandes valeurs de la pression se situent près de la paroi horizontale basse du côté droit de l'enceinte (fig. 4.22a et 4.23a). L'écoulement obtenu dans l'enceinte est monocellulaire dans le sens horaire (fig. 4.22b et 4.23b). La variation de la température dans l'enceinte est présentée par des isothermes verticales légèrement déformés de gauche à droite en haut de l'enceinte et de droite à gauche en bas de l'enceinte (fig. 4.22c et 4.23c). Tandis que, la variation de la concentration dans l'enceinte est présentée par des isoconcentrations largement déformés de droite à gauche en bas de l'enceinte et de gauche à droite en haut de l'enceinte. La distribution de la concentration obtenu et faiblement variable suivant X mais variable suivant Y de façon à satisfaire la stratification solutale stable ; la concentration décroît suivant Y (fig. 4.22d et 4.23d). On conclut donc que, dans ces conditions, la force de buoyancy solutale conduit, particulièrement, la circulation du fluide dans le milieu poreux.



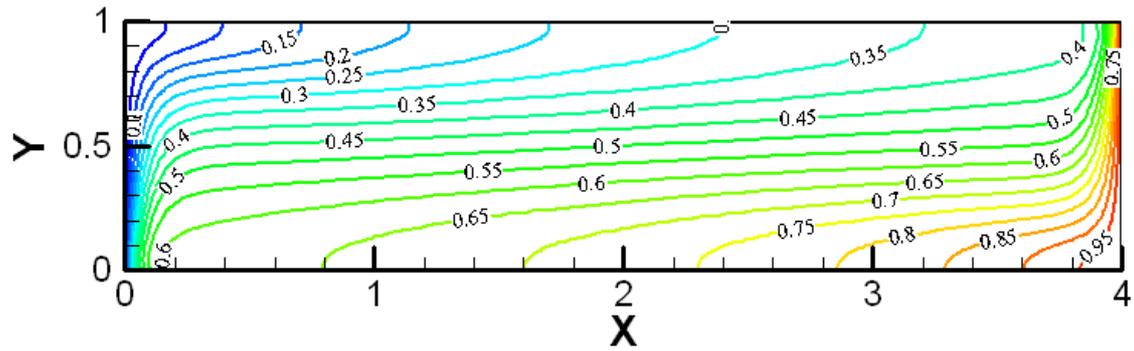
a- Contour de pression



b- Lignes de courant

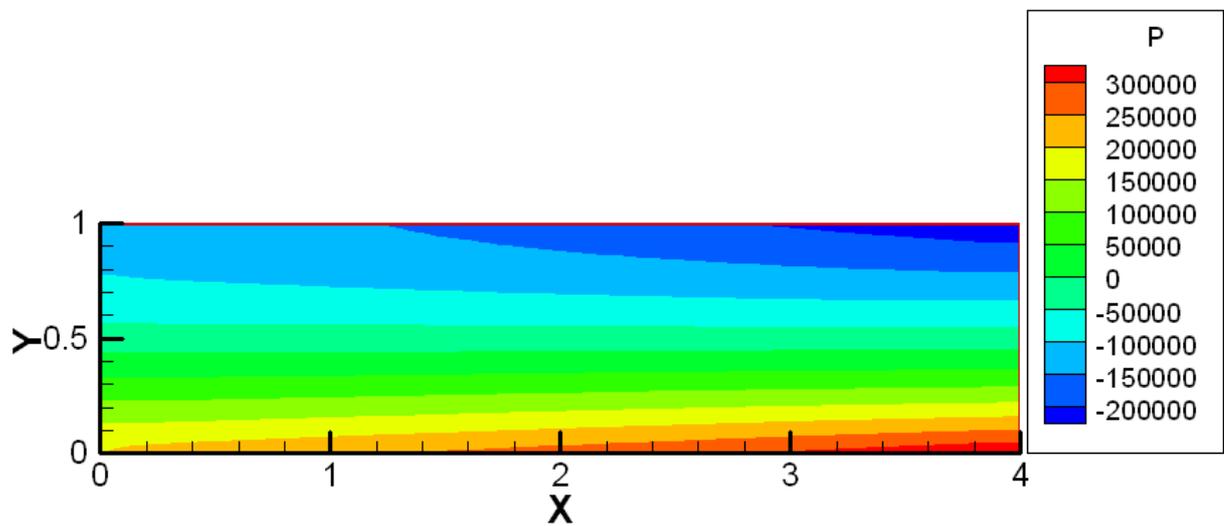


c- Isothermes

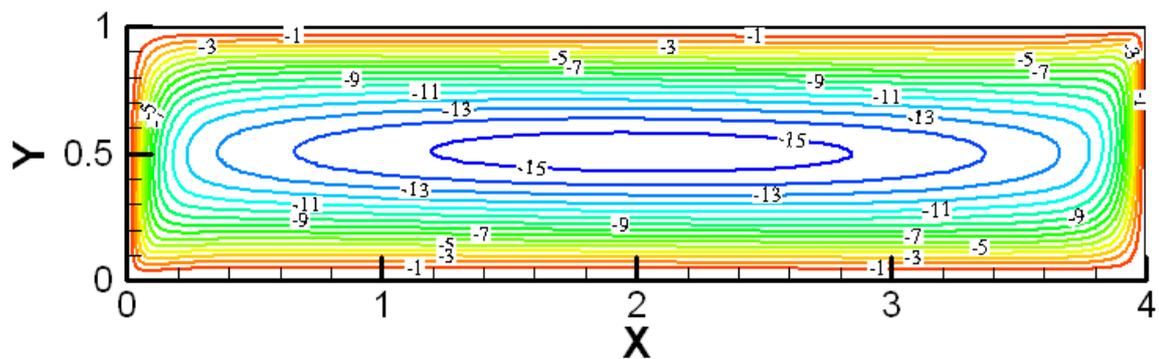


d- Isoconcentrations

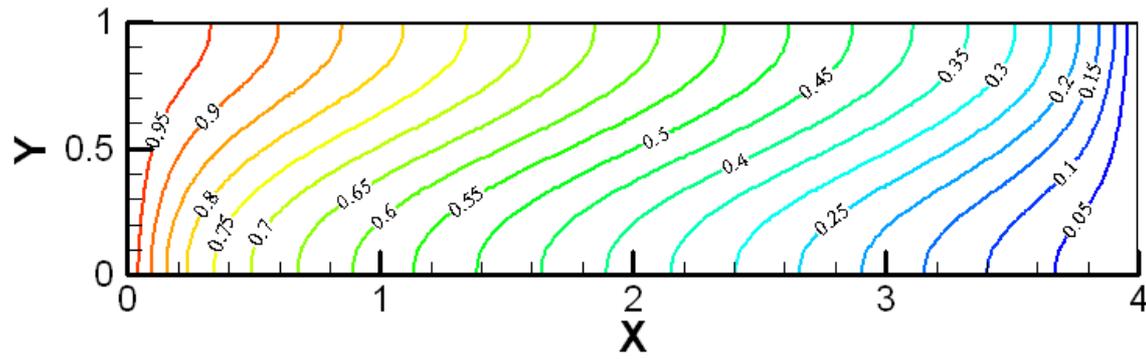
Figure 4.22 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^4$, $Gr_c=10^6$.



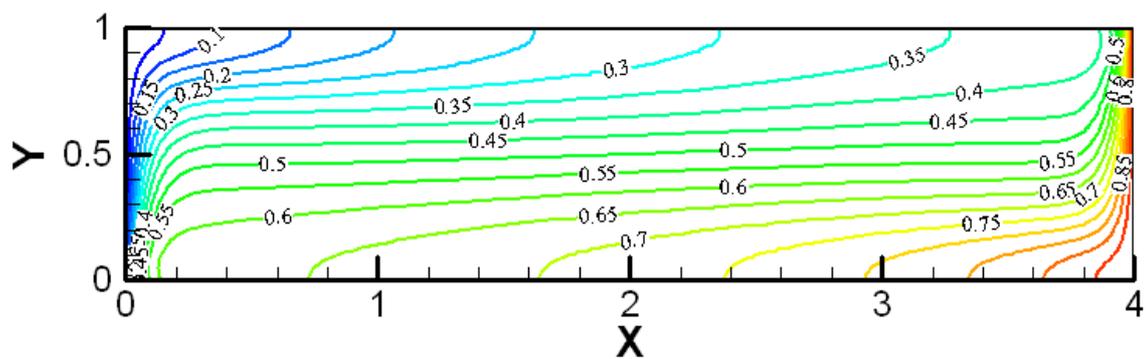
a- Contour de pression



b- Lignes de courant



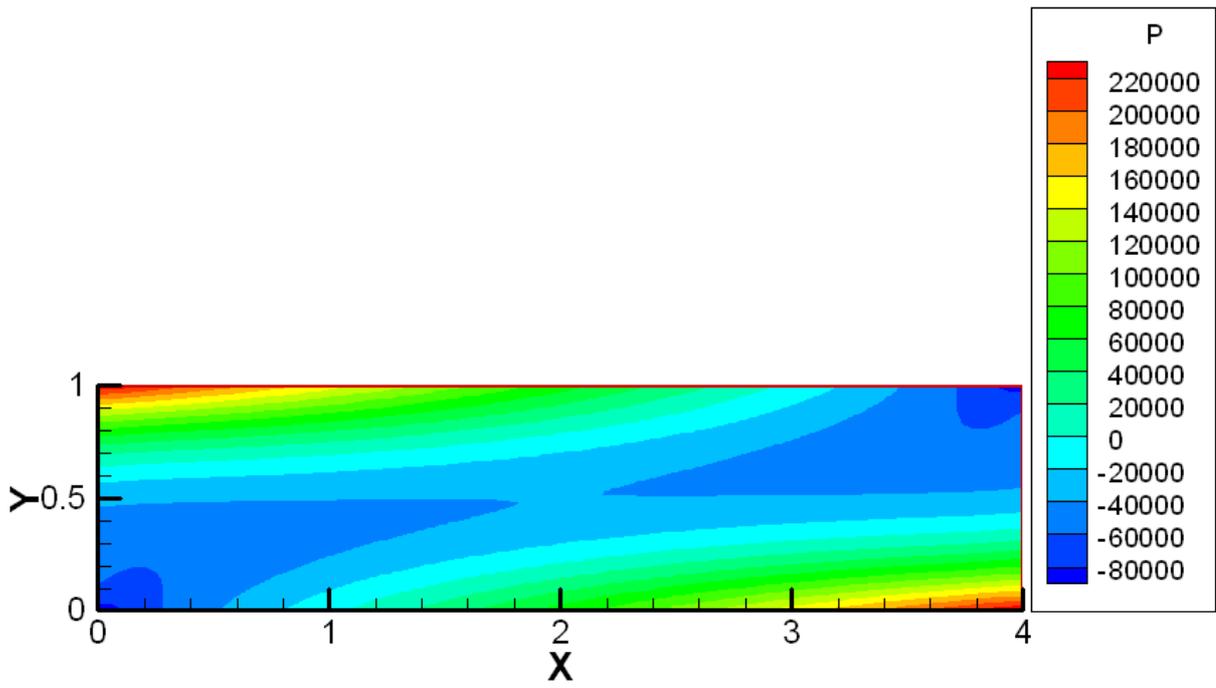
c- Isothermes



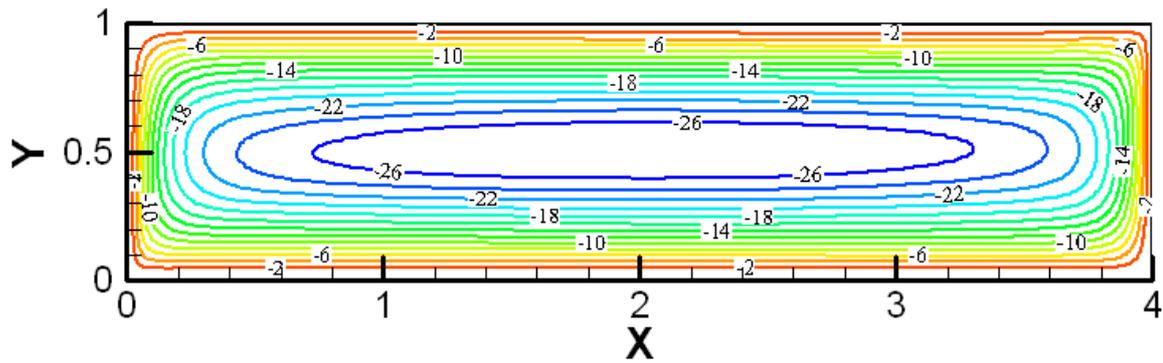
d- Isoconcentrations

Figure 4.23 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^5$, $Gr_c=10^6$.

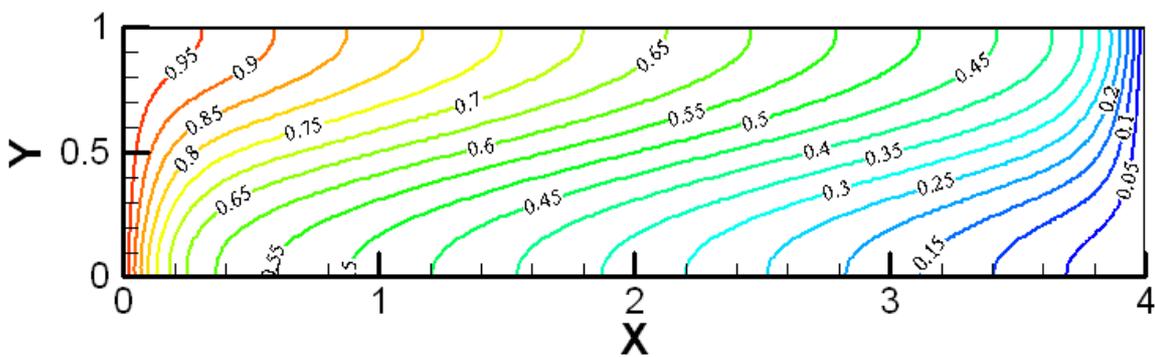
La Figure 4.24 représente la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^6$ et $Gr_c=10^6$, ce qui correspond à $N=1$. On remarque que les plus grandes valeurs de la pression se situent en haut du côté de la paroi verticale gauche (où la température est maximale) et en bas du côté de la paroi verticale droite (où la concentration est maximale) (fig. 4.24a). L'écoulement obtenu monocellulaire dans le sens horaire (fig. 4.24b). Aussi, la variation de la température dans l'enceinte est présentée par des isothermes verticales déformées de gauche à droite en haut de l'enceinte et de droite à gauche en bas de l'enceinte (fig. 4.24c). Tandis que, la variation de la concentration dans l'enceinte est présentée par des gradients fortement concentrés près des parois verticales. La concentration au centre de l'enceinte est pratiquement constante $C \approx 0.5$ (fig. 4.24d). On conclut donc que dans ces conditions, l'écoulement du fluide dans le milieu poreux est conduit conjointement par les forces de buoyancy thermique et solutale.



a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes

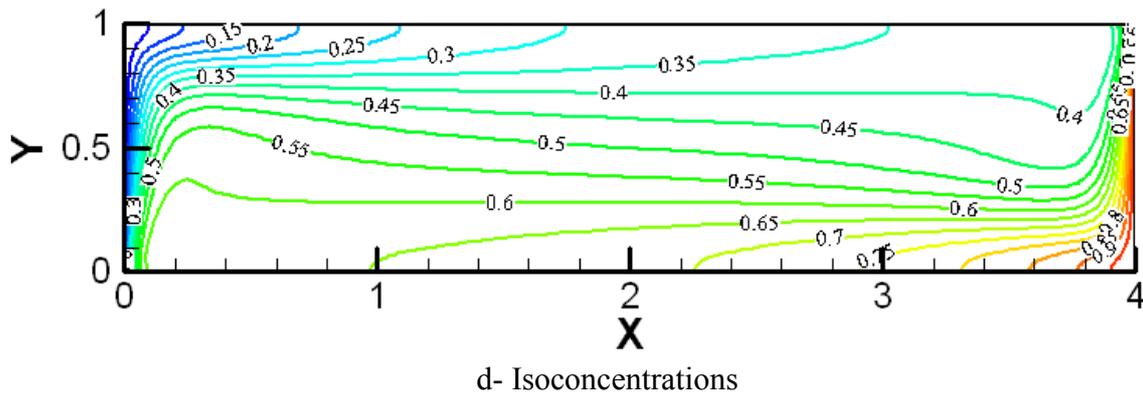
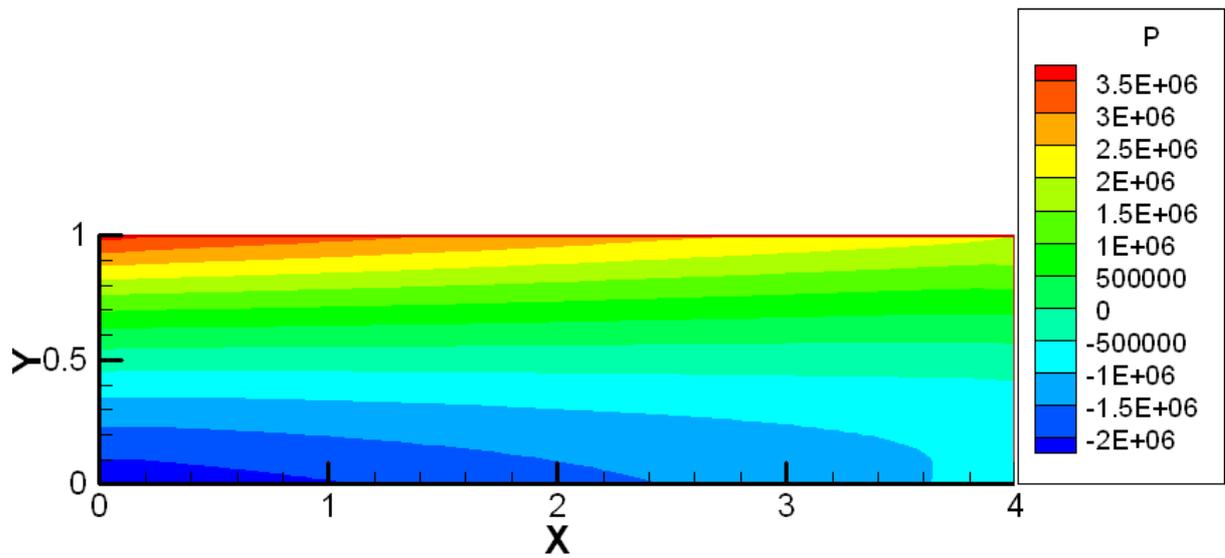
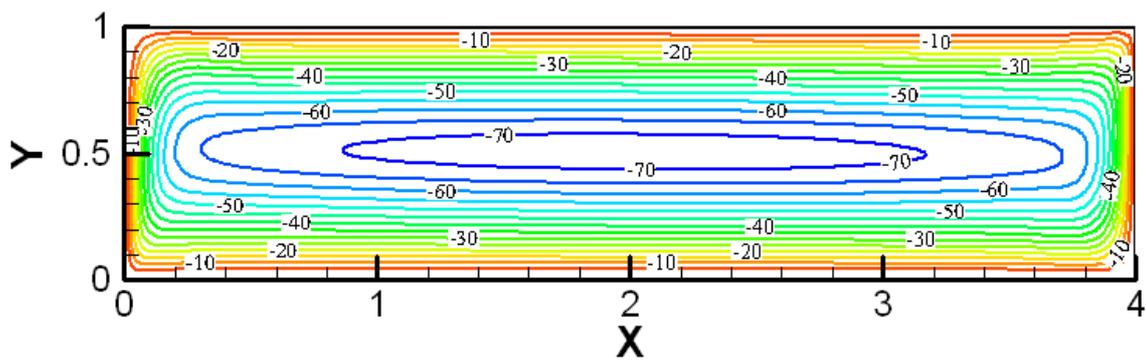


Figure 4.24 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^6$, $Gr_c=10^6$.

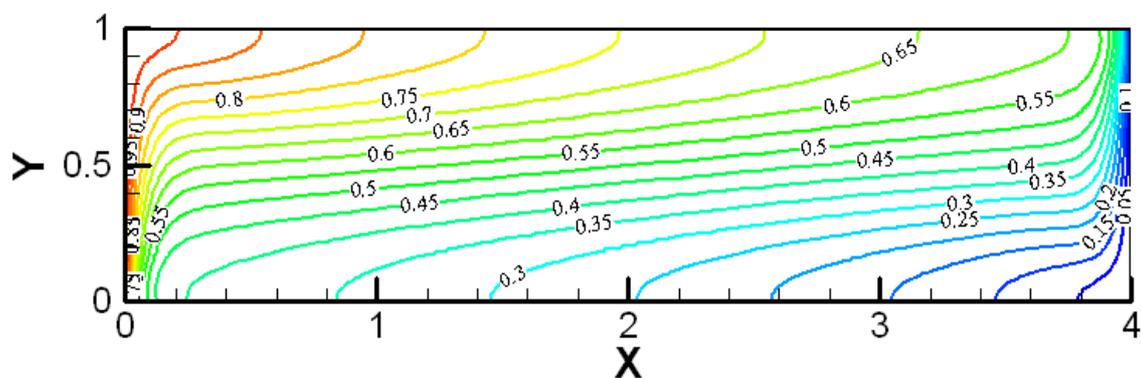
La répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^7$ et $Gr_c=10^6$ sont représentés par la figure 4.25. Dans ce cas, on remarque que les plus grandes valeurs de la pression se situent en haut de l'enceinte du côté de la paroi verticale gauche (fig. 4.25a). L'écoulement du fluide a une structure monocellulaire tournant dans le sens horaire (fig. 4.25b). Les Lignes de courant sont plus confinées, ce qui signifie que l'écoulement obtenu est plus important. Les valeurs numériques des vitesses obtenues confirment cette analyse (tableau 4.8). Loin des parois isothermes et des parois horizontales (vers le milieu de l'enceinte), on obtient une distribution de la température faiblement variable suivant X mais variable suivant Y de façon à satisfaire la stratification thermique stable ; la température croît suivant Y (fig. 4.25c). Alors que, les gradients de concentration sont très fortement concentrés près des parois verticales isothermes. Tandis qu'au centre de l'enceinte la concentration a une valeur constante, $C \approx 0.5$ (fig. 4.25d). On conclut donc que dans ces conditions, l'écoulement du fluide dans le milieu poreux est conduit particulièrement par la force de buoyancy thermique.



a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes

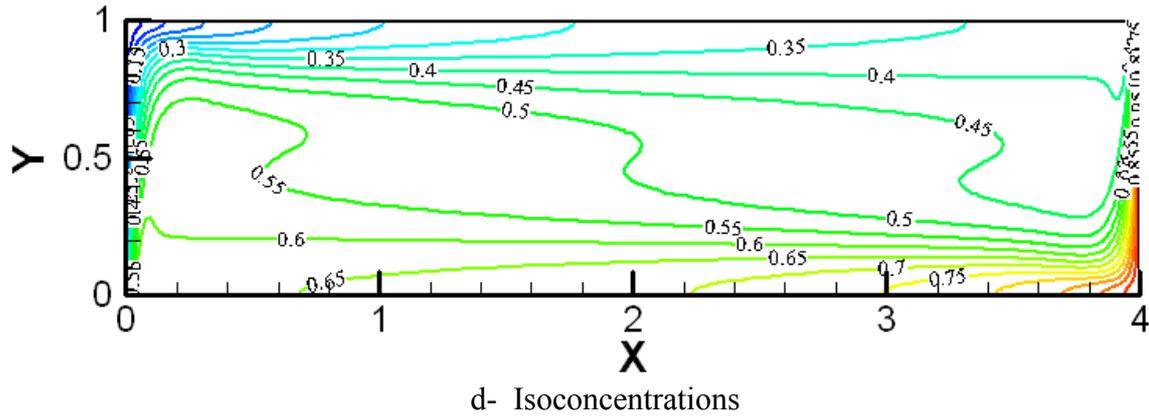
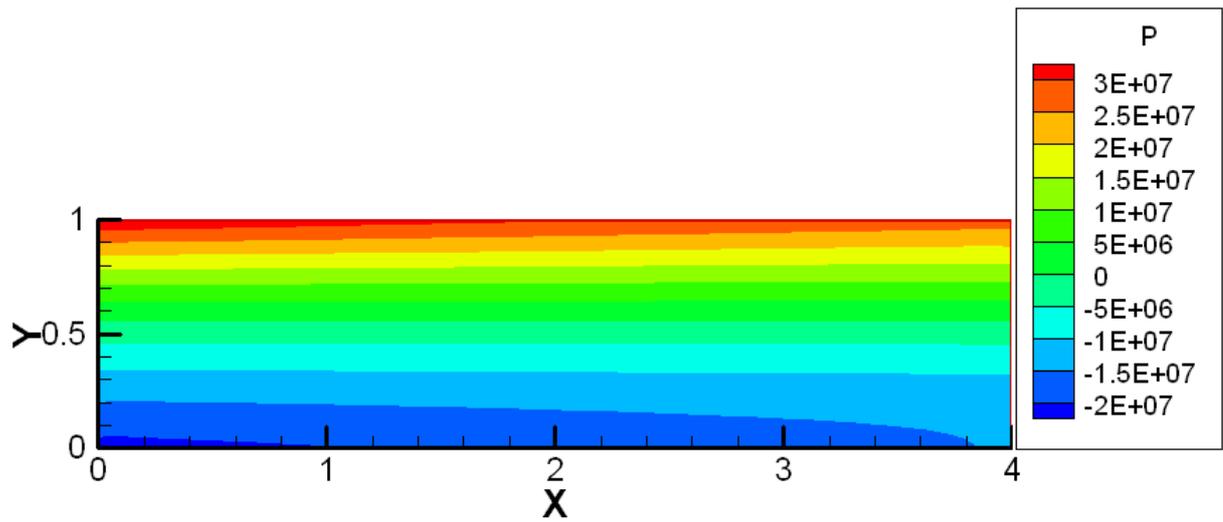
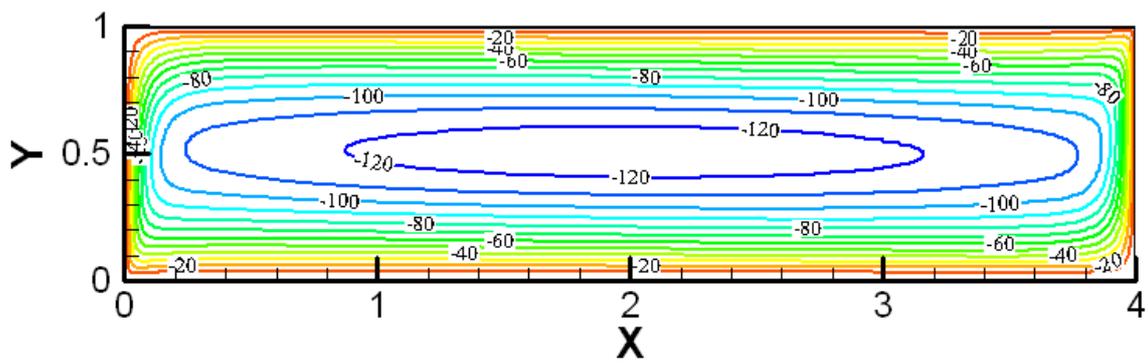


Figure 4.25 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^7$, $Gr_c=10^6$.

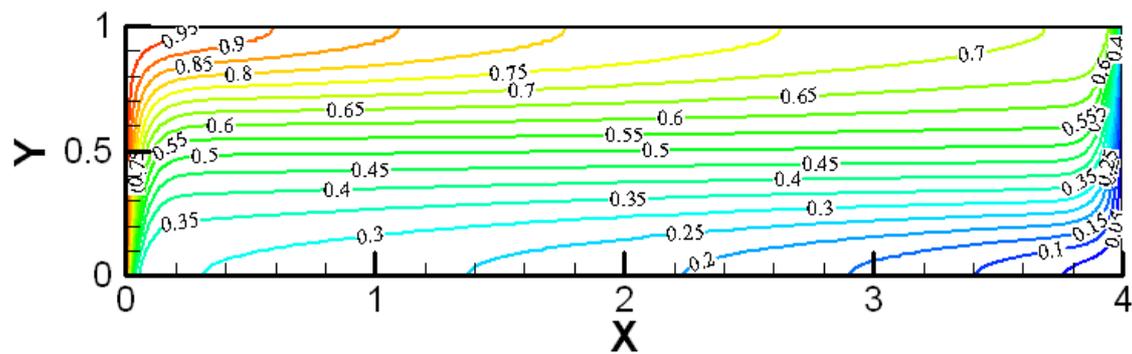
La répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^8$ et $Gr_c=10^6$ sont illustrés sur la figure 4.26. Dans ce cas, on remarque que les plus grandes valeurs de la pression se situent en haut de l'enceinte près de la paroi horizontale supérieure et ceci est dû aux conditions aux limites thermique et solutale et aux valeurs prises par les nombres de Grashof thermique et solutal (fig. 4.26a). L'écoulement du fluide a une structure monocellulaire tournant dans le sens horaire (fig. 4.26b). Les Lignes de courant sont plus confinées, ce qui signifie une accélération de l'écoulement. Les valeurs numériques des vitesses obtenues confirment cette analyse (tableau 4.8). On obtient une stratification thermique parfaitement stable, la distribution de la température est faiblement variable suivant X mais variable suivant Y (fig. 4.26c). Alors que, les gradients de concentration sont très fortement concentrés près des parois verticales isothermes. Tandis qu'au centre de l'enceinte la concentration a une valeur constante, $C=0.5$ (fig. 4.26d). On conclut donc que dans ces conditions, l'écoulement du fluide dans le milieu poreux est totalement conduit par la force de buoyancy thermique.



a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes

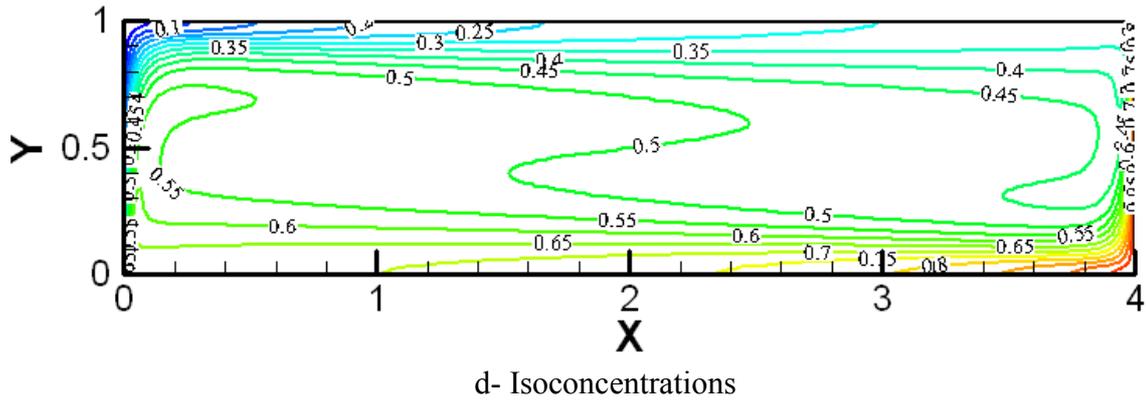


Figure 4.26 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^8$, $Gr_c=10^6$.

4.3.2.1.3.2 La variation temporelle des nombres de Nusselt et de Sherwood

La variation temporelle du nombre de Nusselt est illustrée dans la figure 4.27, qui montre qu'avec le temps le nombre de Nusselt diminue et se stabilise pour les cinq nombres de Grashof thermique. Les valeurs de Nusselt augmentent avec les valeurs du Grashof thermique.

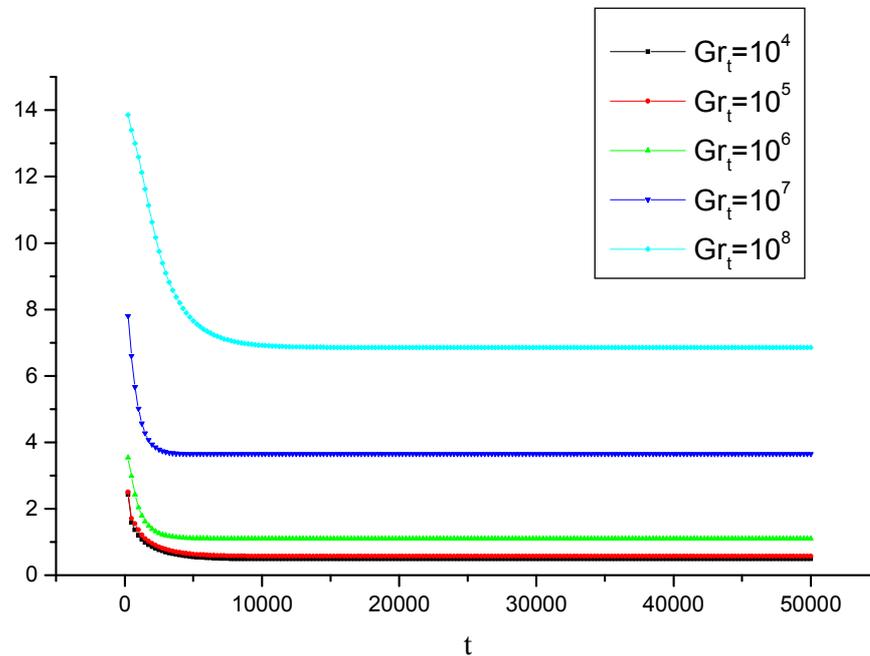


Figure 4.27 : Variation temporelle du nombre de Nusselt.

La figure 4.28 représente la variation du nombre de Sherwood avec le temps. On constate qu'après une légère fluctuation, le nombre de Sherwood diminue avec le temps et se stabilise pour les cinq cas étudiés. Les valeurs de Sherwood sont augmentent les valeurs de Grashof thermique élevée.

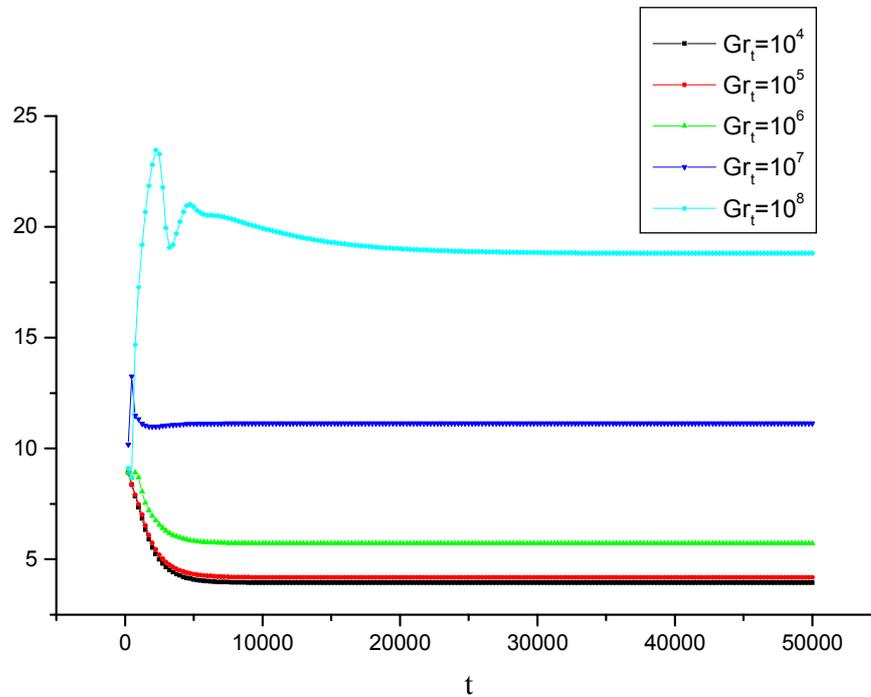


Figure 4.28 : Variation temporelle du nombre de Sherwood.

D'après ces résultats, on peut conclure que les transferts de chaleur et de masse augmentent avec les valeurs des nombres de Grashof thermique et solutal. Ainsi, les valeurs des nombres de Nusselt et de Sherwood sont plus élevées dans le deuxième cas ($Gr_c=5.10^5$) que dans le premier ($Gr_c=10^5$), de même, celles du troisième cas ($Gr_c=10^6$) sont supérieures à celles du deuxième cas. Le tableau 4.8 représente les transferts moyens de chaleur et de masse et les vitesses maximales longitudinale et transversale dans l'enceinte. Ce cas est aussi similaire aux cas précédents ($Gr_c=10^5$ et $Gr_c=5.10^5$) avec une légère augmentation des valeurs caractéristiques. Les forces de buoyancy sont coopérantes, l'augmentation du nombre Grashof thermique a entraîné l'accroissement et des nombres de Nusselt et de Sherwood et l'accélération de l'écoulement. C'est ainsi que les valeurs de \overline{Nu} , \overline{Sh} , $|U_{max}|$ et $|V_{max}|$ sont passées de 0.484, 3.936, 46.708 et 92.622 pour $Gr_t=10^4$ à 6.854, 18.867, 508.279 et 1345.294 pour $Gr_t=10^8$, respectivement.

Tableau 4.8 : Caractéristiques de l'écoulement, milieu poreux : cas coopérant, $Gr_c=10^6$.

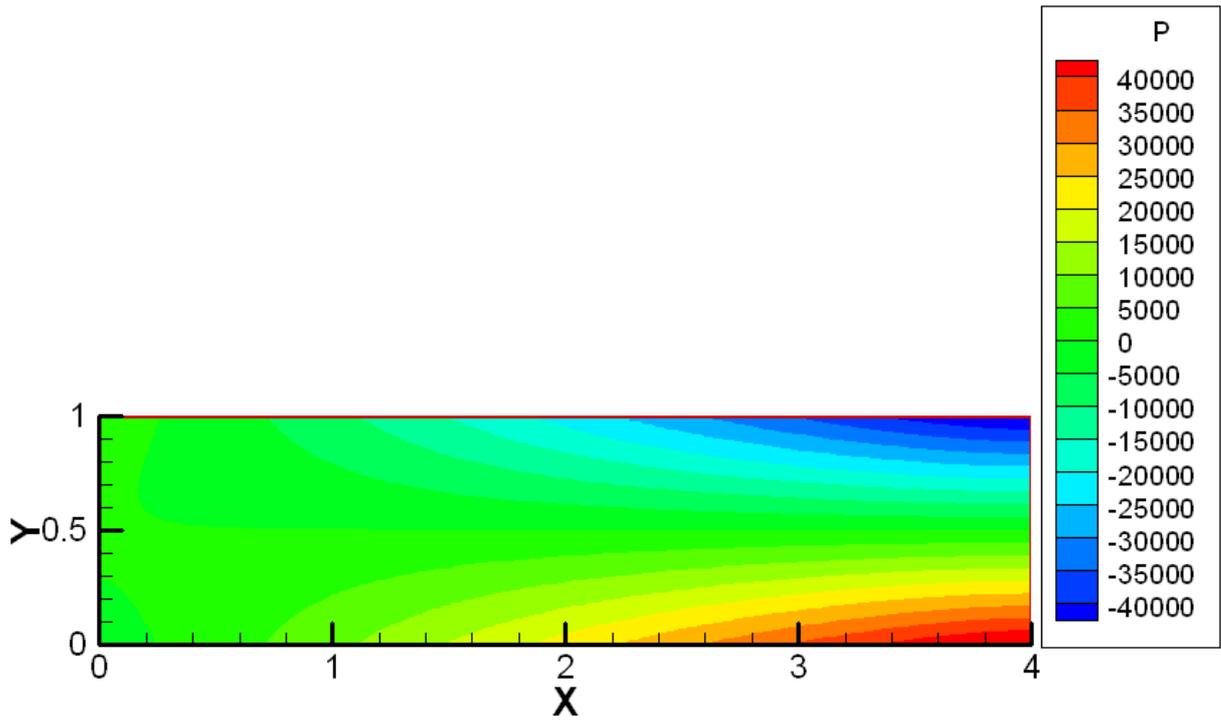
		\overline{Nu}	\overline{Sh}	$ U_{max} $	$ V_{max} $
$Gr_c=10^6$	$Gr_t=10^4$	0.4843733	3.936440	46.708630	92.622730
	$Gr_t=10^5$	0.5740218	4.177529	50.945190	97.951780
	$Gr_t=10^6$	1.104095	5.715921	88.156890	150.260600
	$Gr_t=10^7$	3.640586	11.117050	250.842800	558.130700
	$Gr_t=10^8$	6.854128	18.867330	508.279700	1345.294000

4.3.2.1.4 Cas de $Da=5.10^{-7}$ et $Gr_c=10^5$

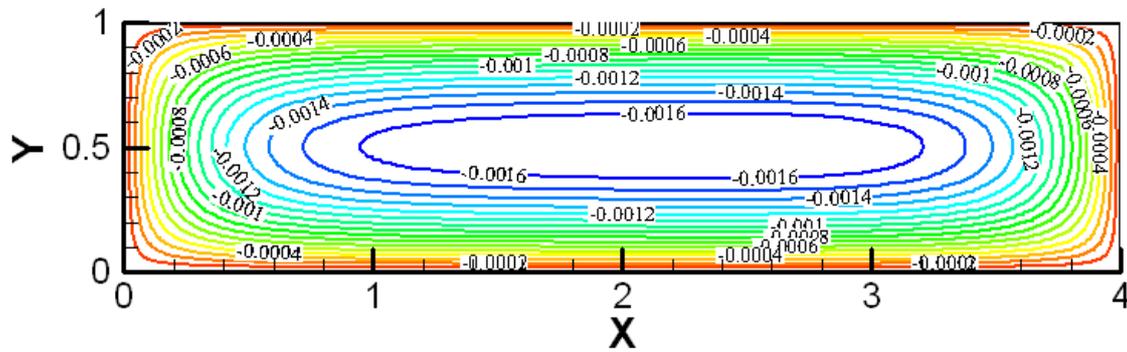
4.3.2.1.4.1 Structure d'écoulement et distributions de la pression, de la température et de la concentration

Pour différentes valeurs du nombre Grashof thermique, à savoir $Gr_t=10^4$, 10^5 , 10^6 , 10^7 et 10^8 Les résultats obtenus sont illustrés sur les figures 4.29, 4.30, 4.31, 4.32 et 4.33.

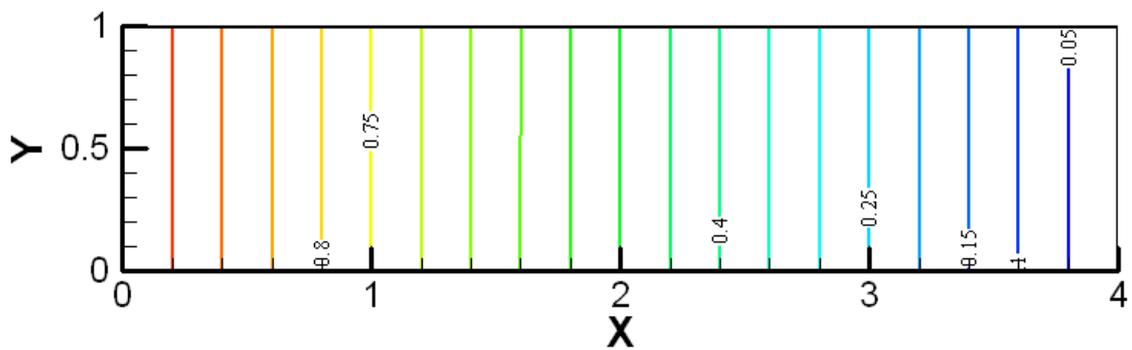
On constate que pour les valeurs de $Gr_t=10^4$, 10^5 et 10^6 , les transferts de chaleur et de masse sont pratiquement diffusifs. Les valeurs de la pression engendrée sont relativement faibles (fig. 4.29a et 4.30a) à modérées (fig. 4.31a) par rapport au cas précédent de $Da=10^{-2}$. La structure de l'écoulement est monocellulaire et a pour sens de rotation le sens horaire (fig. 4.29b, 4.30b et 4.31b). Les transferts de chaleur et matière sont représentés, respectivement, par des isothermes (fig. 4.29c, 4.30c et 4.31c) et des isoconcentrations (fig. 4.29d, 4.30d et 4.31d) verticales quasi-parallèles. Pour $Gr_t=10^7$ et 10^8 , l'écoulement et les transferts de chaleur et de masse sont conduit par convection et diffusion. On constate que les plus grandes valeurs de la pression se situent en haut du côté de la paroi verticale gauche et sont relativement assez élevées (fig. 4.32a et 4.33a). Un écoulement rotatif monocellulaire dans le sens horaire est obtenu dans l'enceinte (fig. 4.32b et 4.33b). La variation de la température dans l'enceinte est présentée par des isothermes verticales quasi-parallèles (fig. 4.32c et 4.33c). Tandis que, la variation de la concentration dans l'enceinte est présentée par des isoconcentrations verticales légèrement déformés de droite à gauche en bas de l'enceinte et de gauche à droite en haut de l'enceinte (fig. 4.32d et 4.33d). On conclut donc que, dans ces conditions, le mode de transfert par diffusion est dominant.



a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes

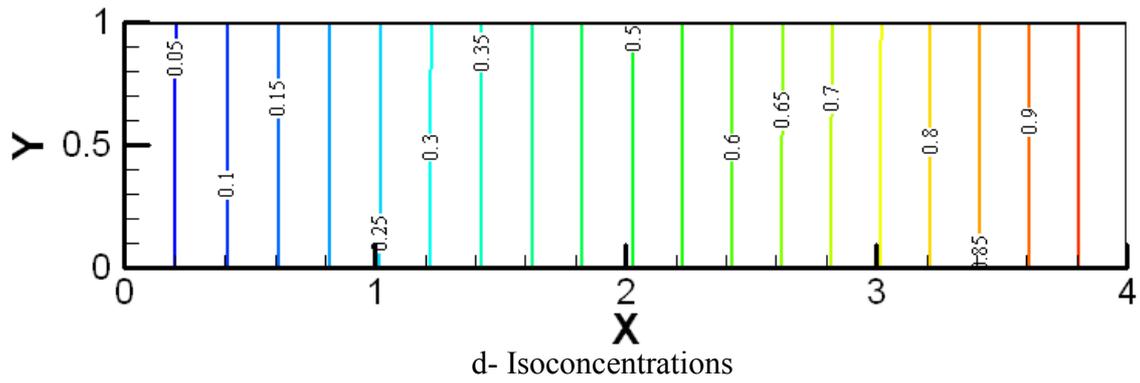
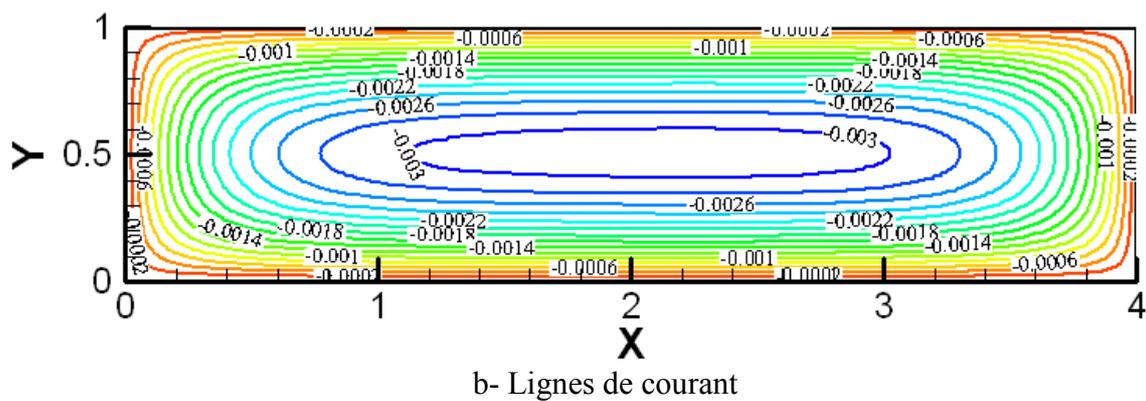
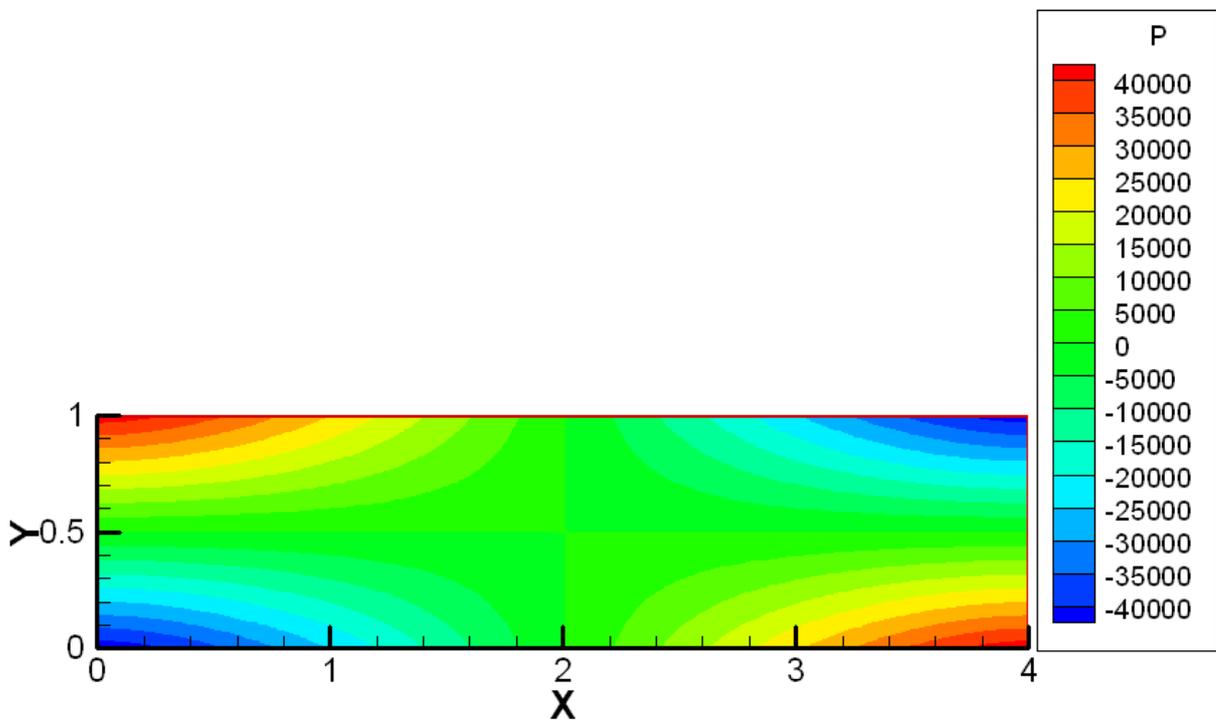
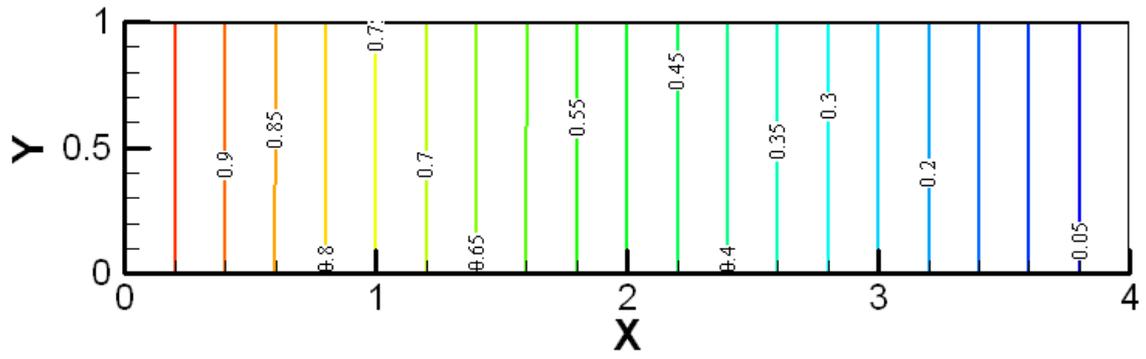
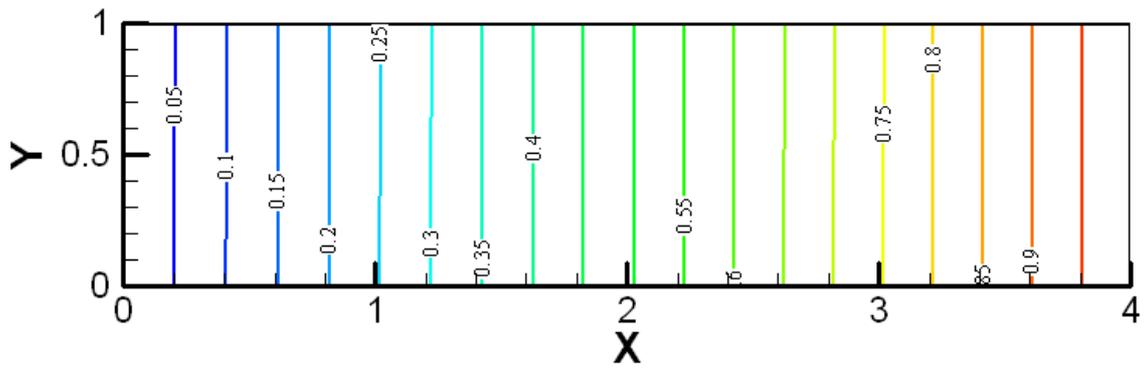


Figure 4.29: Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^4$, $Gr_c=10^5$.



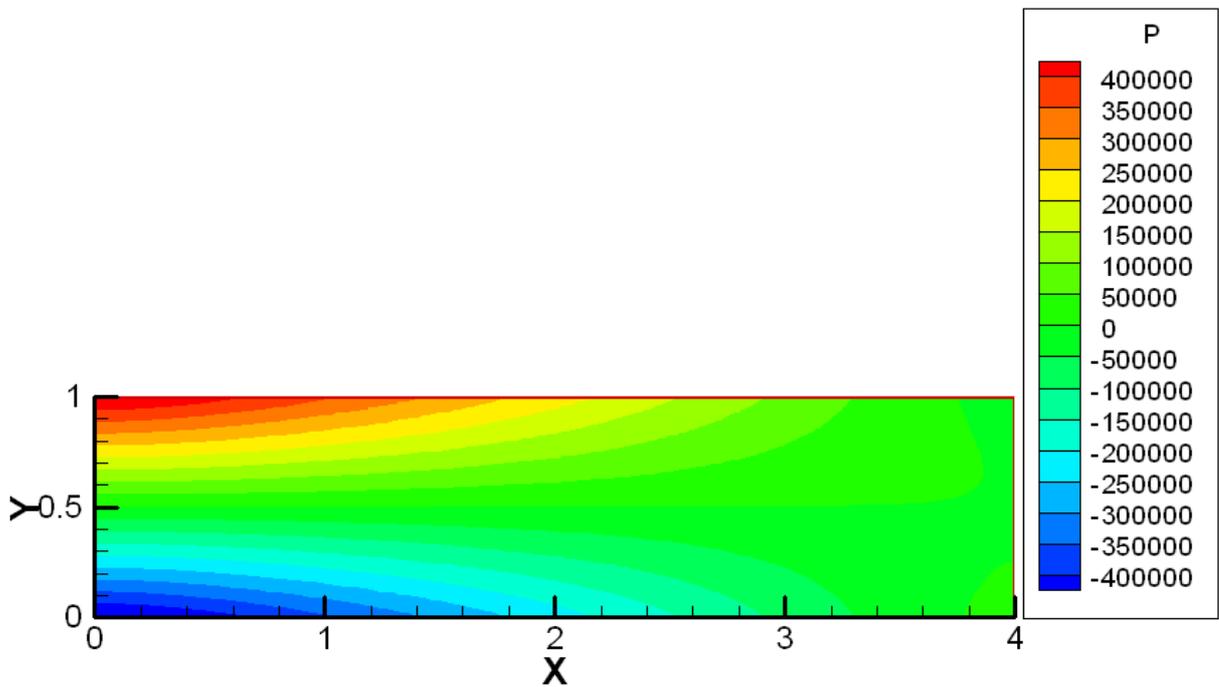


c- Isothermes

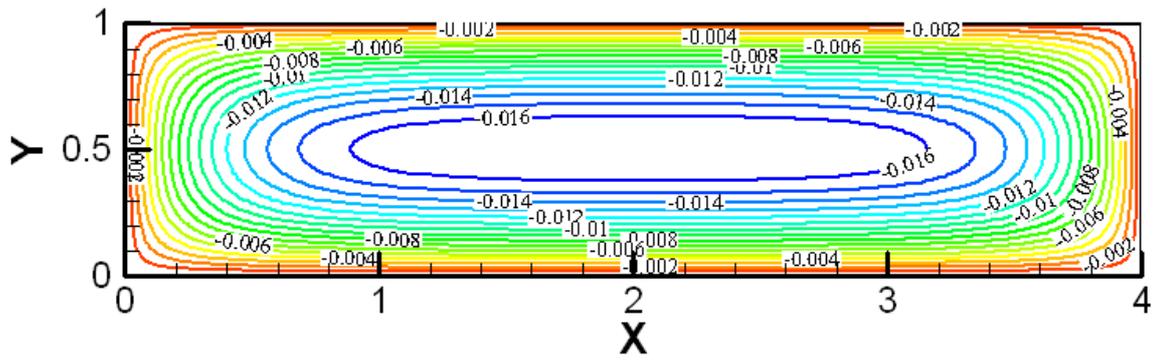


d- Isoconcentrations

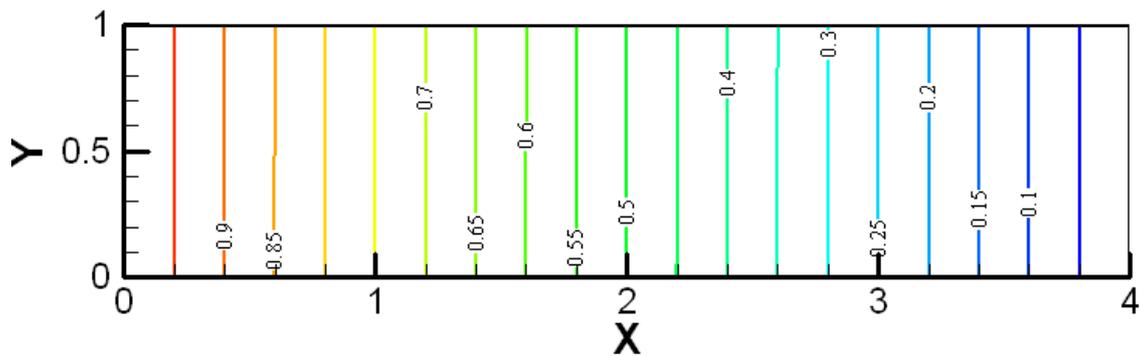
Figure 4.30 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^5$, $Gr_c=10^5$.



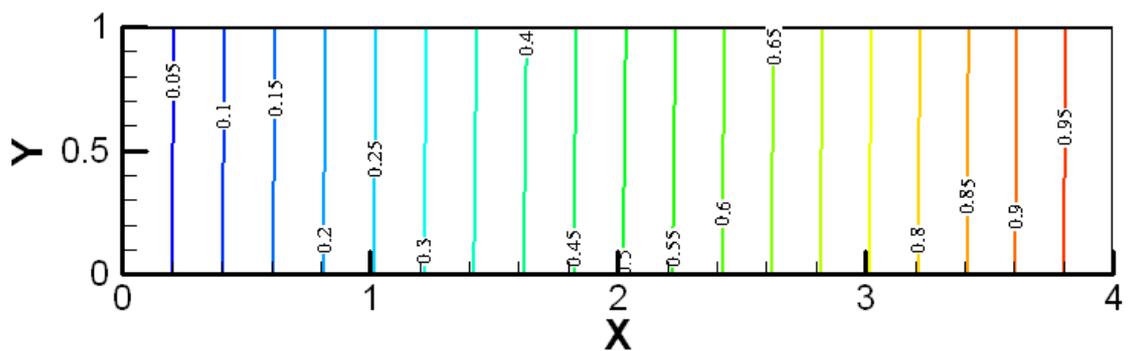
a- Contour de pression



b- Lignes de courant

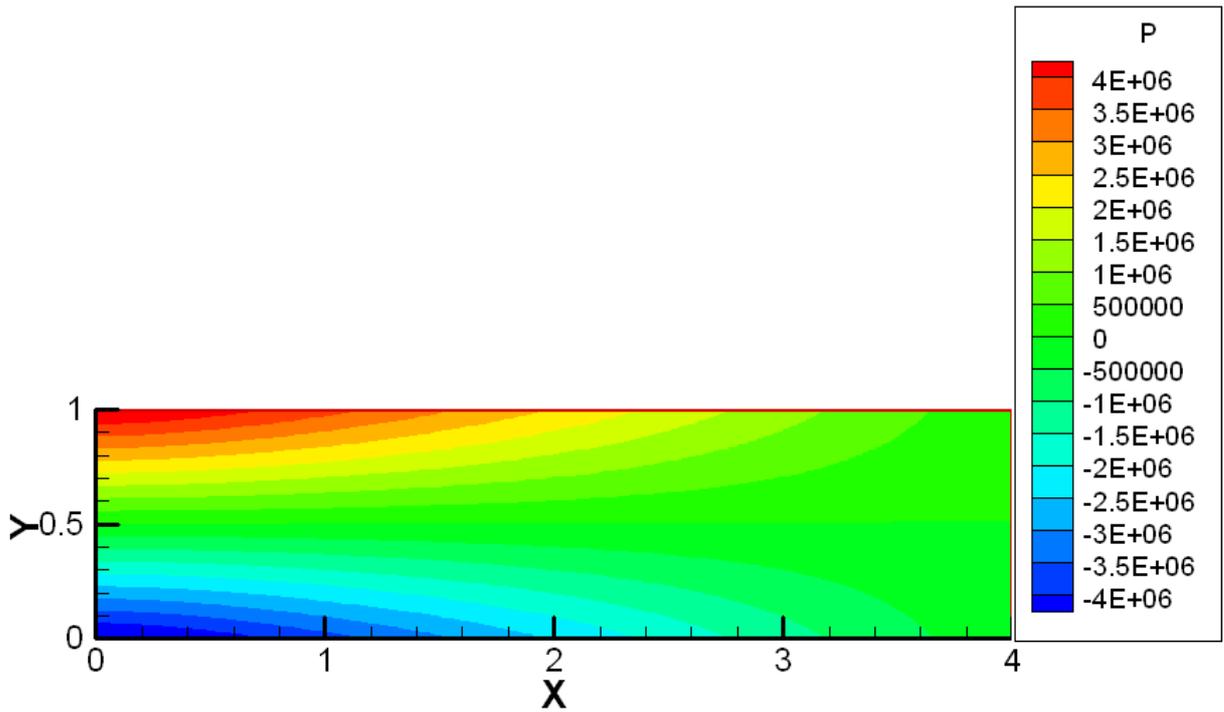


c- Isothermes

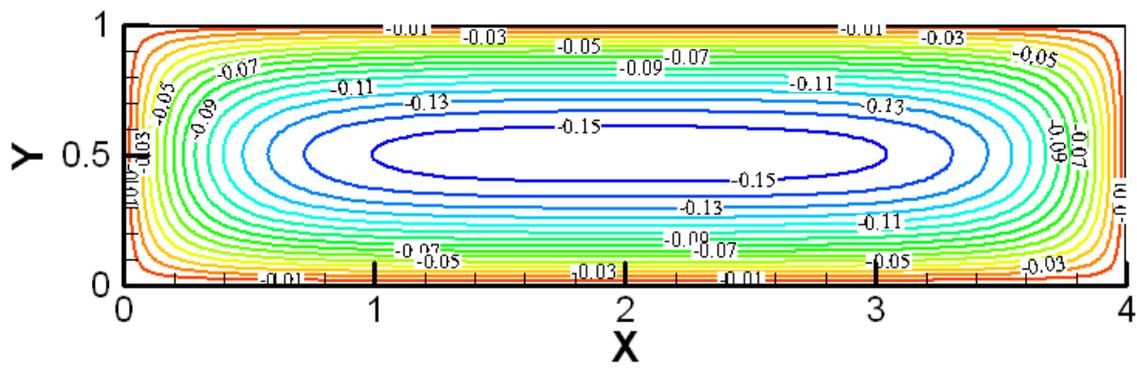


d- Isoconcentrations

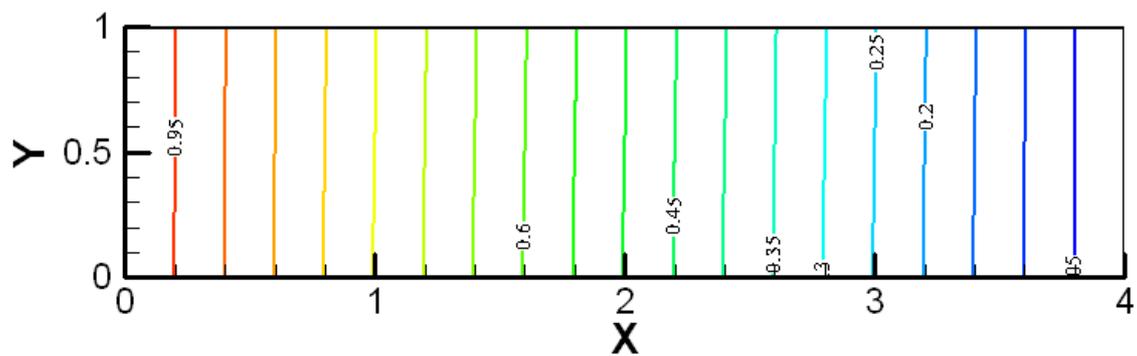
Figure 4.31 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^6$, $Gr_c=10^5$.



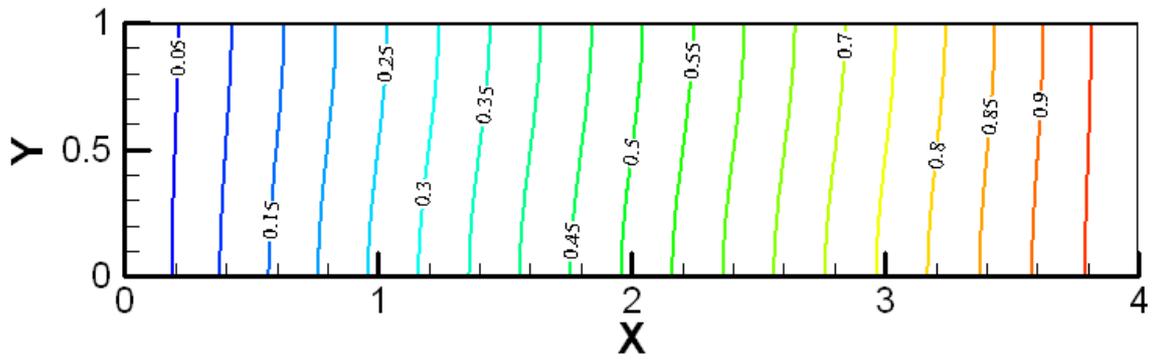
a- Contour de pression



b- Lignes de courant

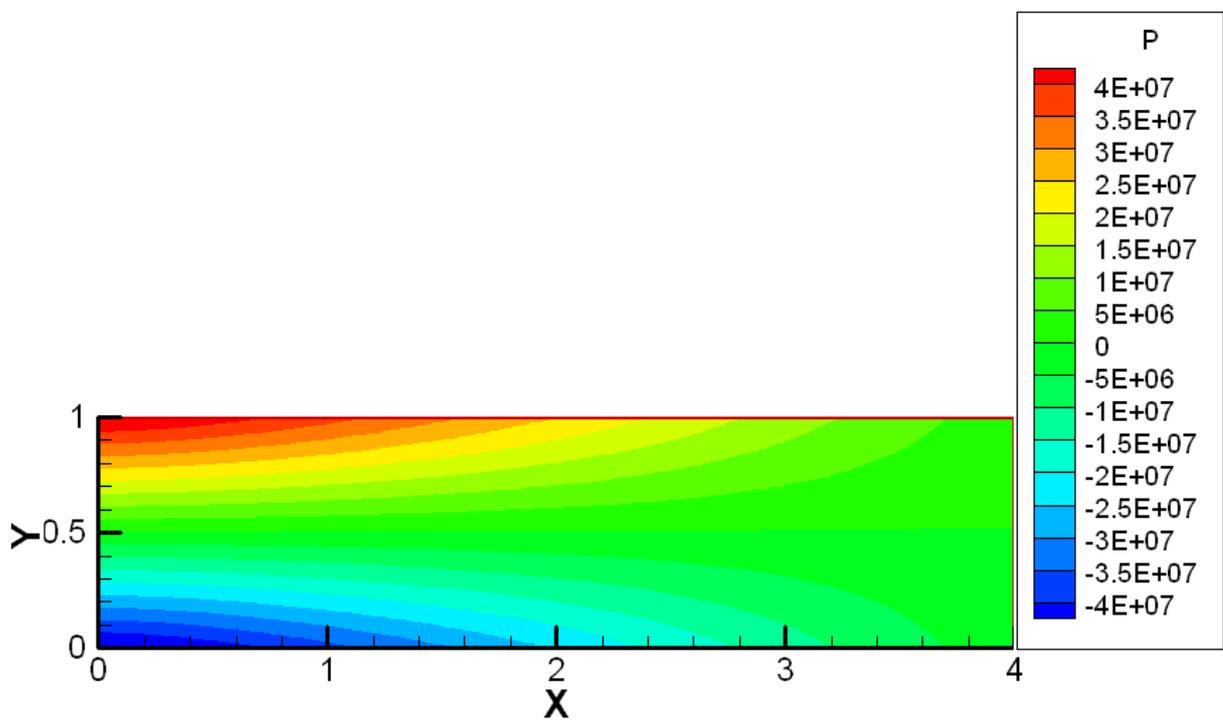


c- Isothermes

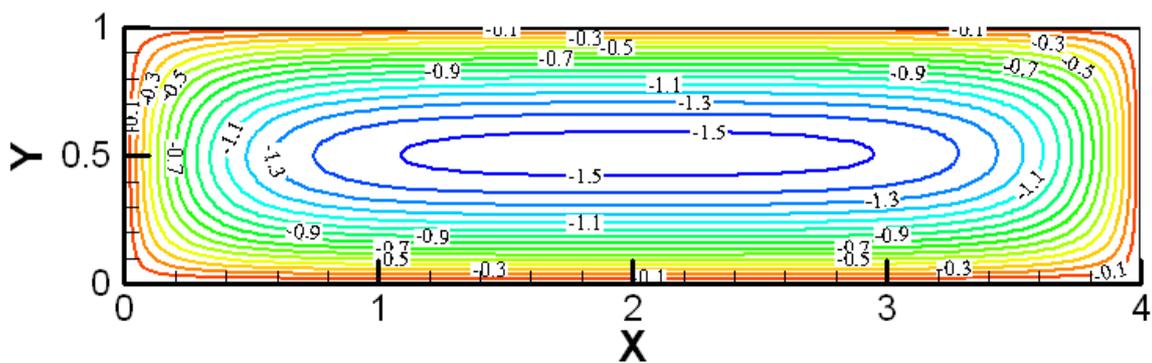


d- Isoconcentrations

Figure 4.32 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^7$, $Gr_c=10^5$.



a- Contour de pression



b- Lignes de courant

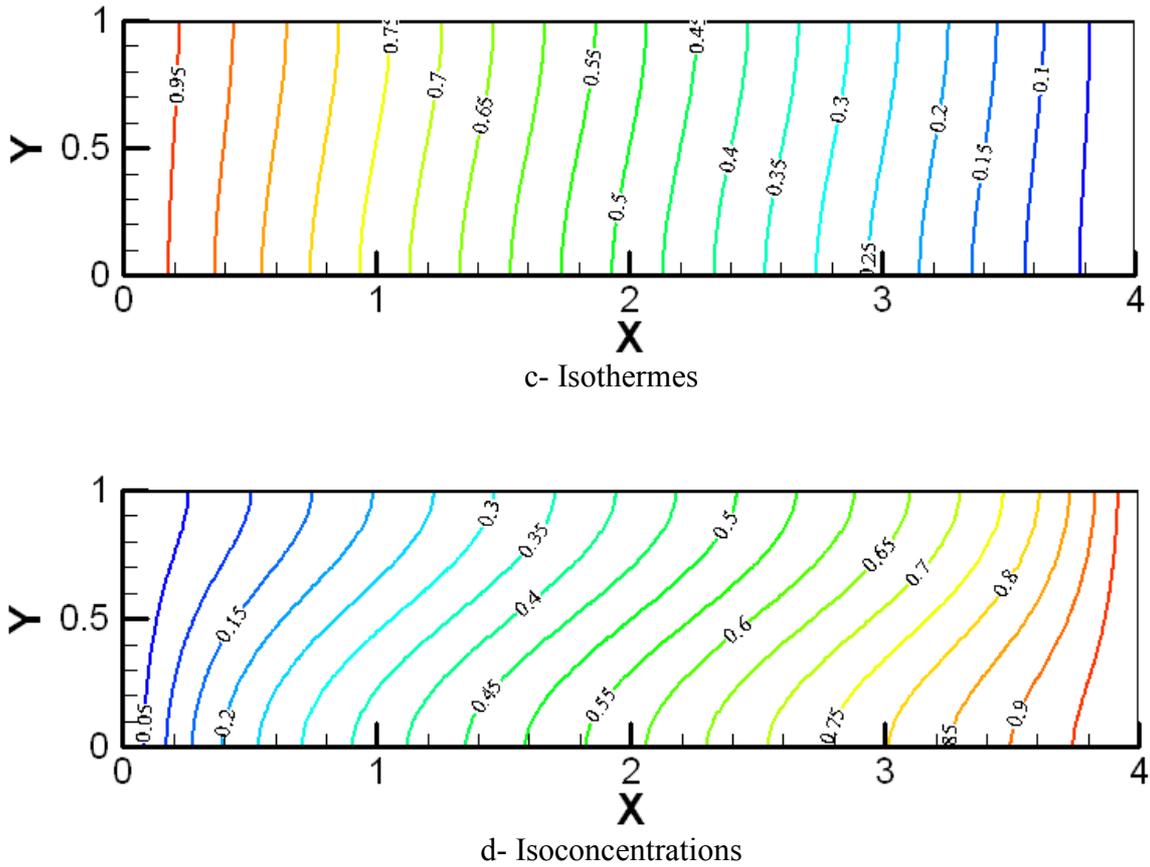


Figure 4.33 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^8$, $Gr_c=10^5$.

Le tableau 4.9 illustre les valeurs des caractéristiques de l'écoulement des transferts thermique et solutale. On remarque que les vitesses maximales obtenues, $|U_{max}|$ et $|V_{max}|$, sont très faibles pour les $Gr_t=10^4$, 10^5 et 10^6 , faible pour $Gr_t=10^7$ et s'élèvent légèrement pour $Gr_t=10^8$ à 6.058 et 4.567, respectivement. Tandis que les valeurs des nombres de Nusselt et Sherwood, \overline{Nu} et \overline{Sh} , n'ont pas évoluées d'une manière significative avec Gr_t .

Tableau 4.9 : Caractéristiques de l'écoulement, milieu poreux : cas coopérant, $Da=5.10^{-7}$ et $Gr_c=10^6$.

		\overline{Nu}	\overline{Sh}	$ U_{max} $	$ V_{max} $
$Da=5.10^{-7}$ $Gr_c=10^5$	$Gr_t=10^4$	0.2500296	0.2505172	$6.710425.10^{-3}$	$4.968148.10^{-3}$
	$Gr_t=10^5$	0.2500301	0.2505074	$1.220169.10^{-2}$	$9.036320.10^{-3}$
	$Gr_t=10^6$	0.2500380	0.2505665	$6.711295.10^{-2}$	$4.971865.10^{-2}$
	$Gr_t=10^7$	0.2500812	0.2520148	0.6160218	0.2520148
	$Gr_t=10^8$	0.2540514	0.3857225	6.058145	4.567605

4.3.2.1.4.2 La variation temporelle des nombres de Nusselt et de Sherwood

Les figures 4.34 et 4.35 représente l'évolution temporelle des nombre de Nusselt et de Sherwood pour les différentes valeurs de Gr_t . On remarque qu'avec le temps Nu et Sh diminuent, rapidement, et se stabilise en fin de compte pour les cinq cas étudiés autour d'une valeur moyenne. Pratiquement, l'augmentation de Gr_t n'a pas d'influence sur les transferts de chaleur et de masse. C'est ainsi que les valeurs de Nu et de Sh sont passées tout simplement de 0.250 et 0.250, pour $Gr_t=10^4$ à 0.254 et 0.385 pour $Gr_t=10^8$, respectivement.

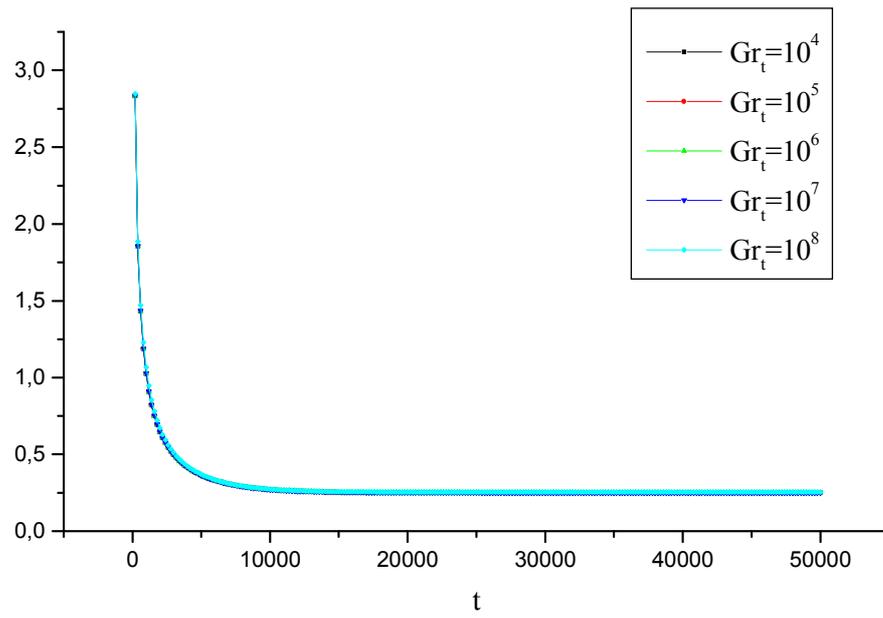


Figure 4.34 : Variation temporelle du nombre de Nusselt.

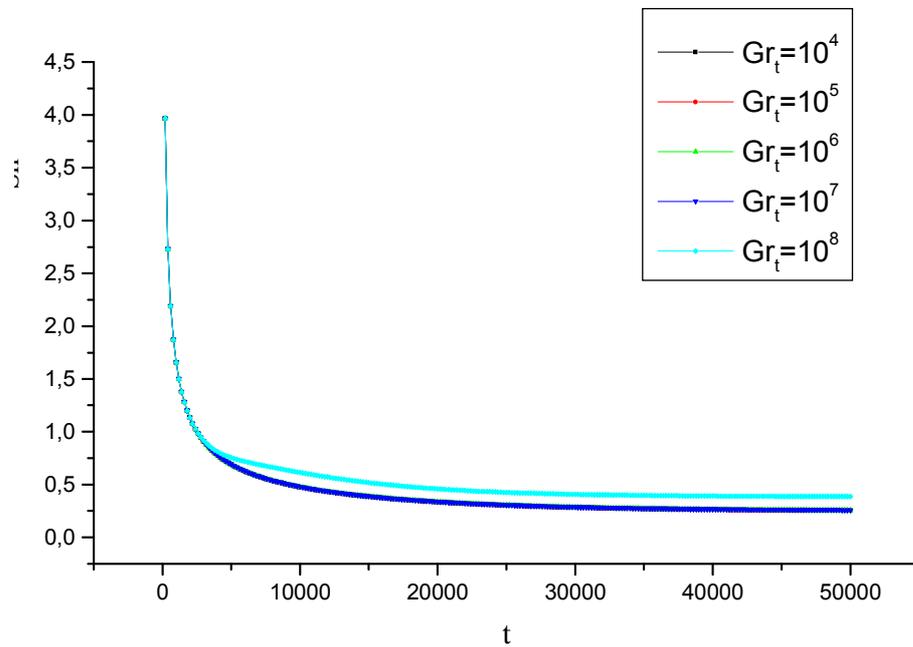


Figure 4.35 : Variation temporelle du nombre de Sherwood.

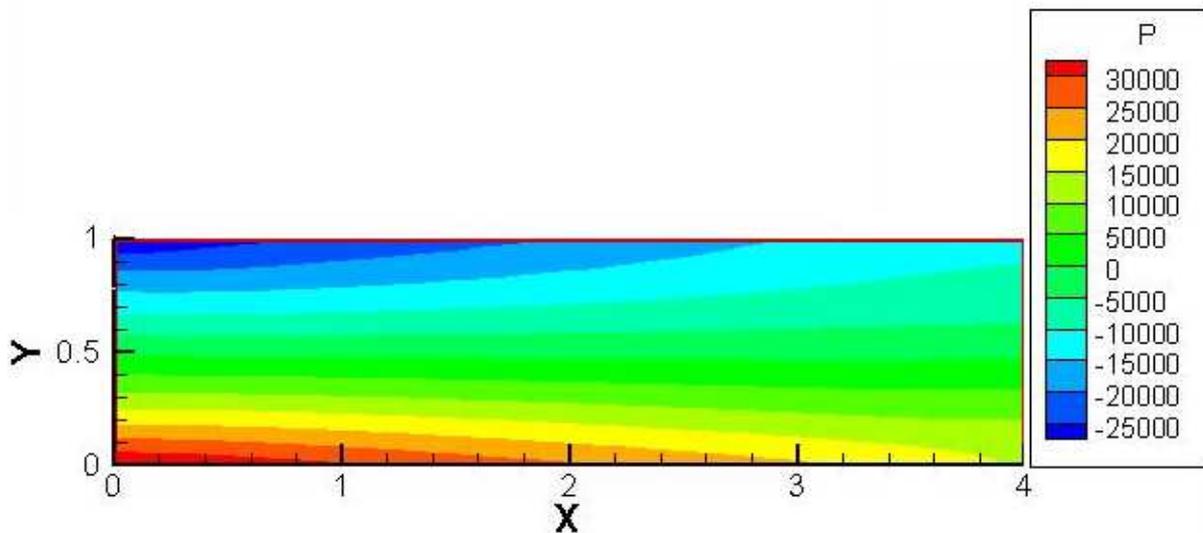
4.3.2.2 Deuxième partie : cas opposant, $Da=10^{-2}$

Dans ce cas, avec les conditions aux limites choisies, les températures et les concentrations maximales se situent près de la paroi verticale gauche de l'enceinte étudiée.

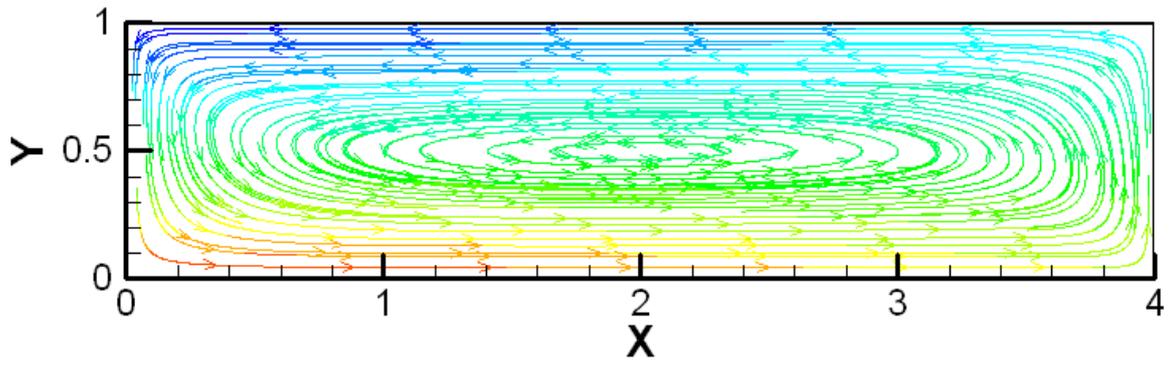
4.3.2.2.1 Cas de $Gr_c=10^5$

Pour différentes valeurs du nombre Grashof thermique, à savoir $Gr_t=10^4$, 10^5 et 10^6 . Les résultats obtenus sont illustrés sur les figures suivantes.

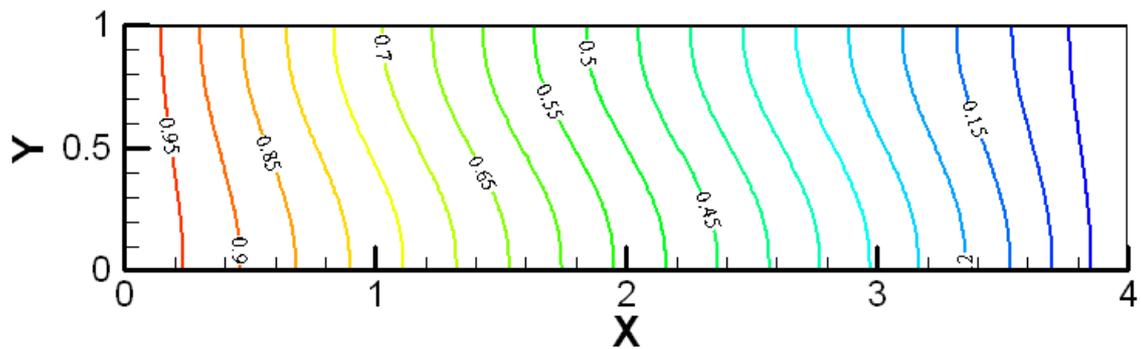
La figure 4.36 illustre typiquement la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^4$ et $Gr_c=10^5$. On constate que les plus grandes valeurs de la pression se situent en bas du côté de la paroi verticale gauche, et ceci est dû aux conditions aux limites thermique et solutale et aux valeurs prises par les nombres de Grashof thermique et solutal (fig. 4.36a). L'écoulement obtenu dans l'enceinte est monocellulaire et a pour sens de rotation le sens antihoraire (fig. 4.36b). La variation de la température dans l'enceinte est présentée par des isothermes verticales légèrement déformés de droite à gauche en haut de l'enceinte et de gauche à droite en bas de l'enceinte (fig. 4.36c). Tandis que, la variation de la concentration dans l'enceinte est présentée par des isoconcentrations verticales largement déformés de gauche à droite en bas de l'enceinte et de droite à gauche en haut de l'enceinte (fig. 4.36d). On conclut donc que, dans ces conditions, la force de buoyancy solutale conduit, en particulier, l'écoulement dans le milieu poreux.



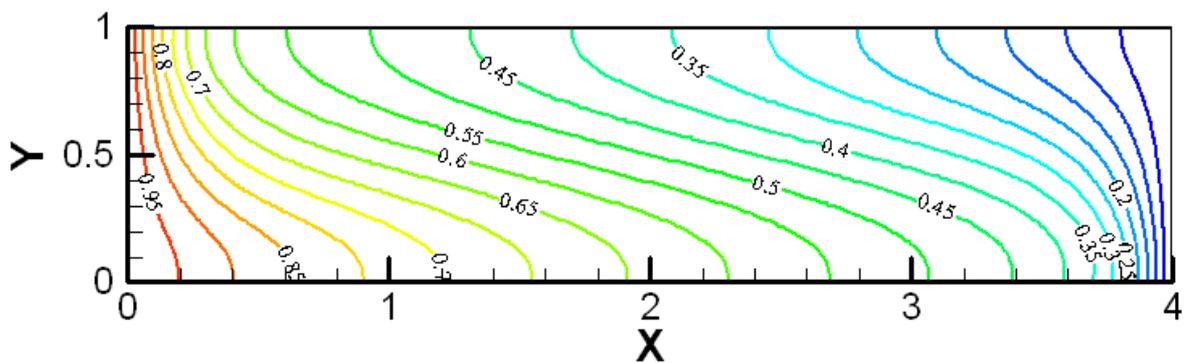
a- Contour de pression



b- Lignes de courant



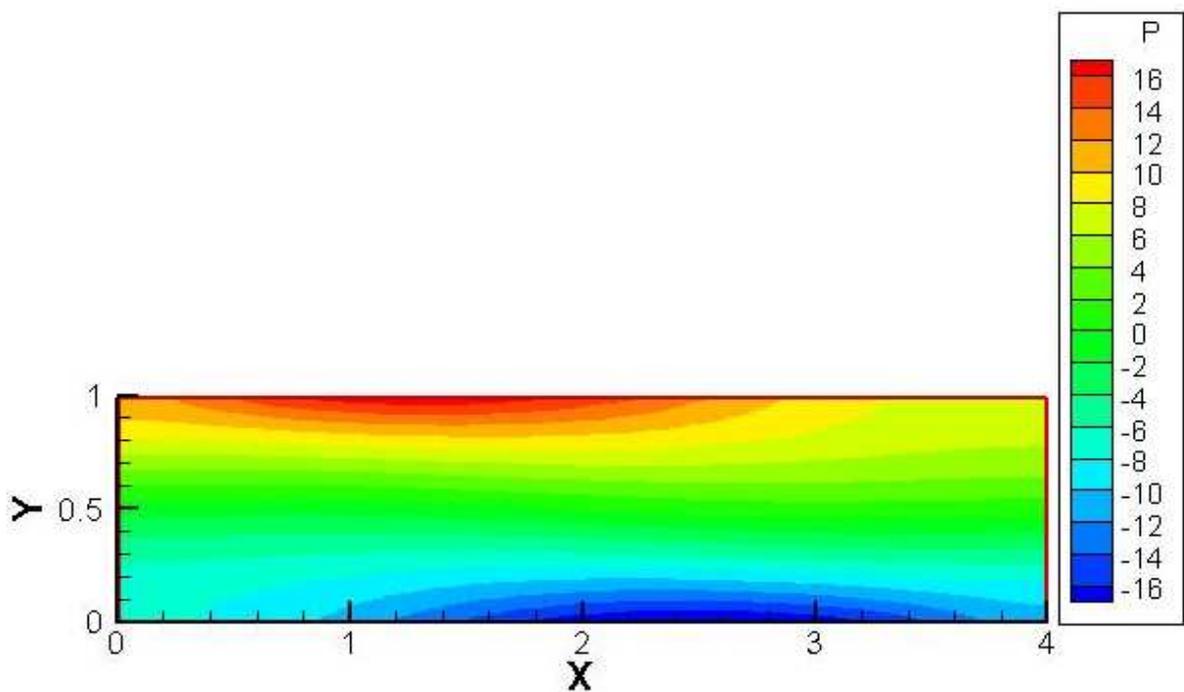
c- Isothermes



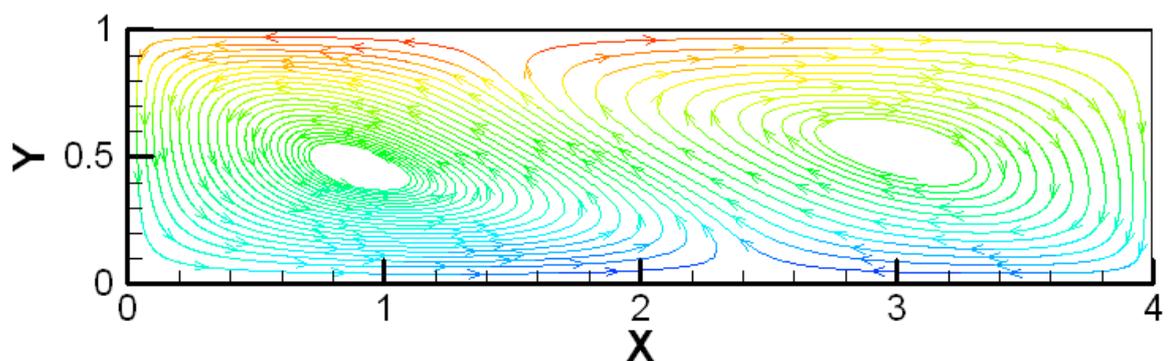
d- Isoconcentrations

Figure 4.36 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^4$, $Gr_c=10^5$.

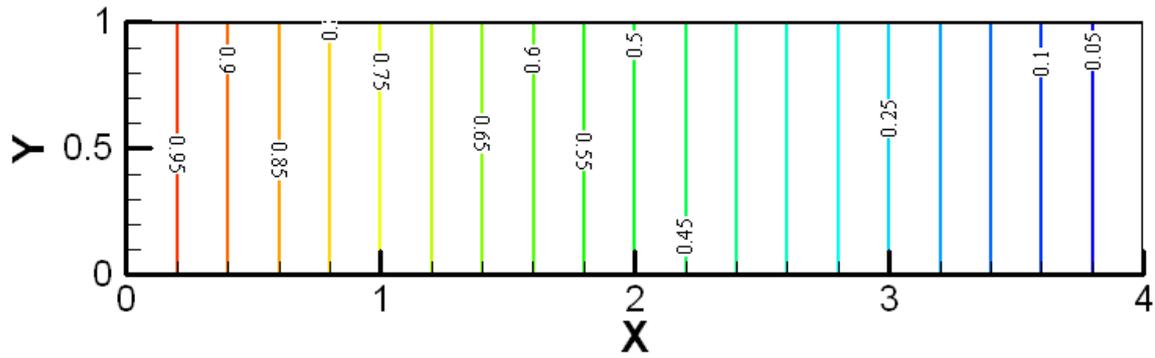
La répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^5$ et $Gr_c=10^5$ ($N=-1$), sont illustrés par la figure 4.37. En raison de la compétitivité entre les forces de volume thermique et solutale de valeur égale et de sens opposé, on constate que la différence entre les valeurs maximale et minimale de la pression est relativement négligeable (fig. 4.37a). On obtient un écoulement bicellulaire contrarotatif (fig. 4.37b). Les variations de la température et de la concentration dans l'enceinte sont présentées par des isothermes et des isoconcentrations verticales quasi-parallèles (fig. 4.37c et 4.37d). On conclut donc que, dans ces conditions, les transferts thermique et massique sont purement diffusifs.



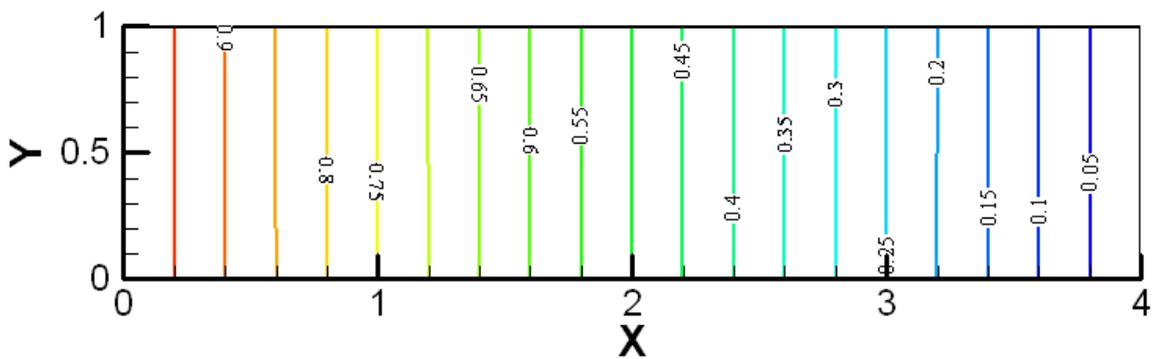
a- Contour de pression



b- Lignes de courant



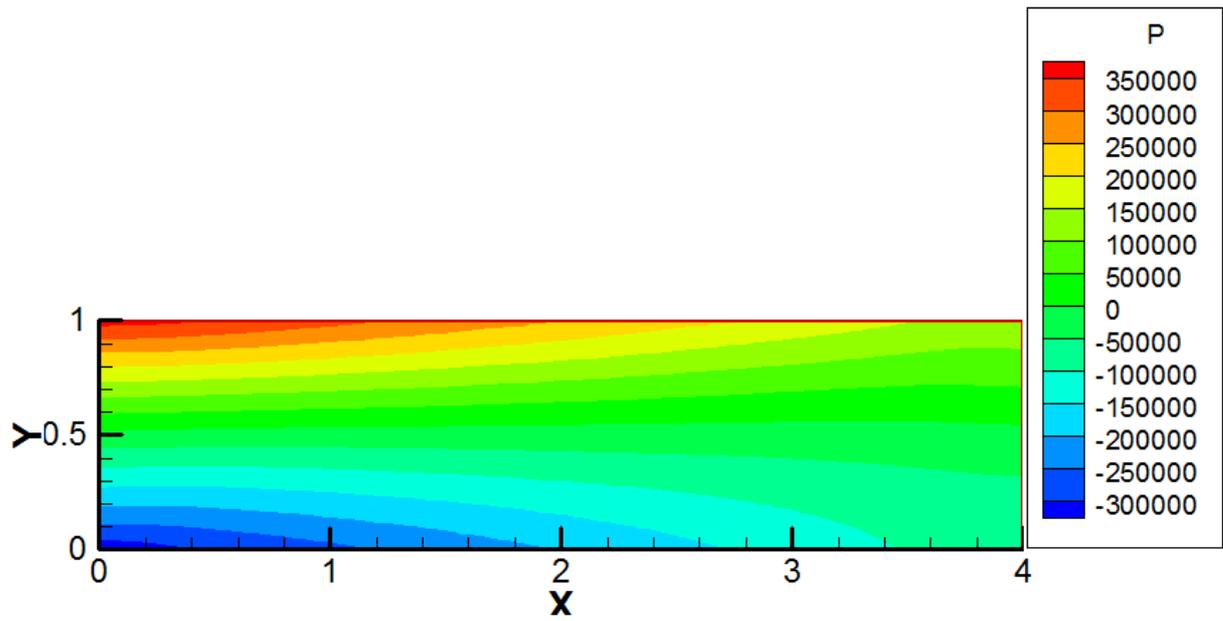
c- Isothermes



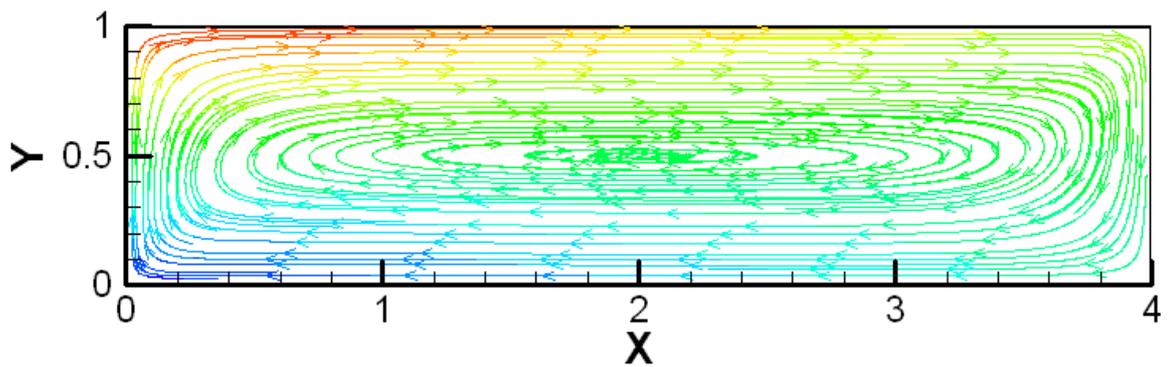
d- Isoconcentrations

Figure 4.37 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^5$, $Gr_c=10^5$.

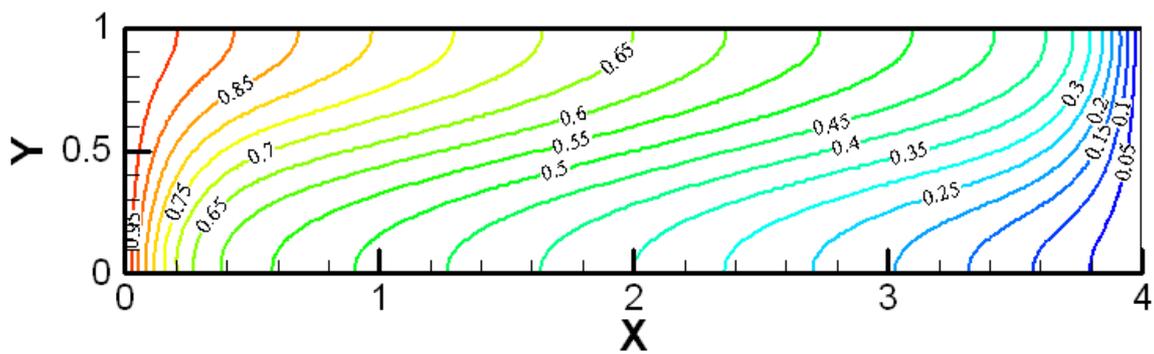
La figure 4.38 représente la répartition de la pression, la structure de l'écoulement et les distributions de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^6$ et $Gr_c=10^5$. On constate que les plus grandes valeurs de la pression se situent en haut du côté de la paroi verticale gauche, et ceci est dû aux conditions aux limites thermique et solutale et aux valeurs prises par les nombres de Grashof thermique et solutal (fig. 4.38a). On obtient un écoulement monocellulaire tournant dans le sens horaire (fig. 4.38b). La variation de la température dans l'enceinte est présentée par des isothermes verticales légèrement déformés de gauche à droite en haut de l'enceinte et de droite à gauche en bas de l'enceinte (fig. 4.38c). Tandis que, la variation de la concentration dans l'enceinte est présentée par des isoconcentrations verticales largement déformés de gauche à droite en haut de l'enceinte et de droite à gauche en bas de l'enceinte. Les gradients de concentration sont concentrés près des parois verticales (fig. 4.38d). On conclut donc que, dans ces conditions, la force de buoyancy thermique conduit, en particulier, l'écoulement dans le milieu poreux.



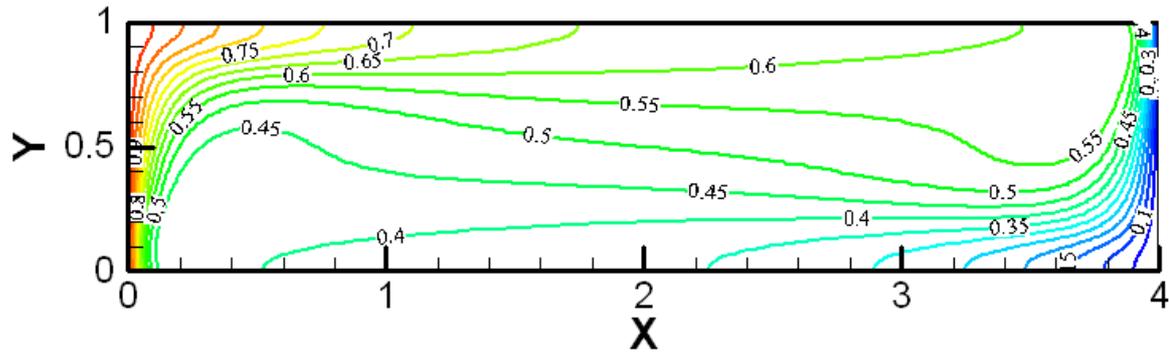
a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes



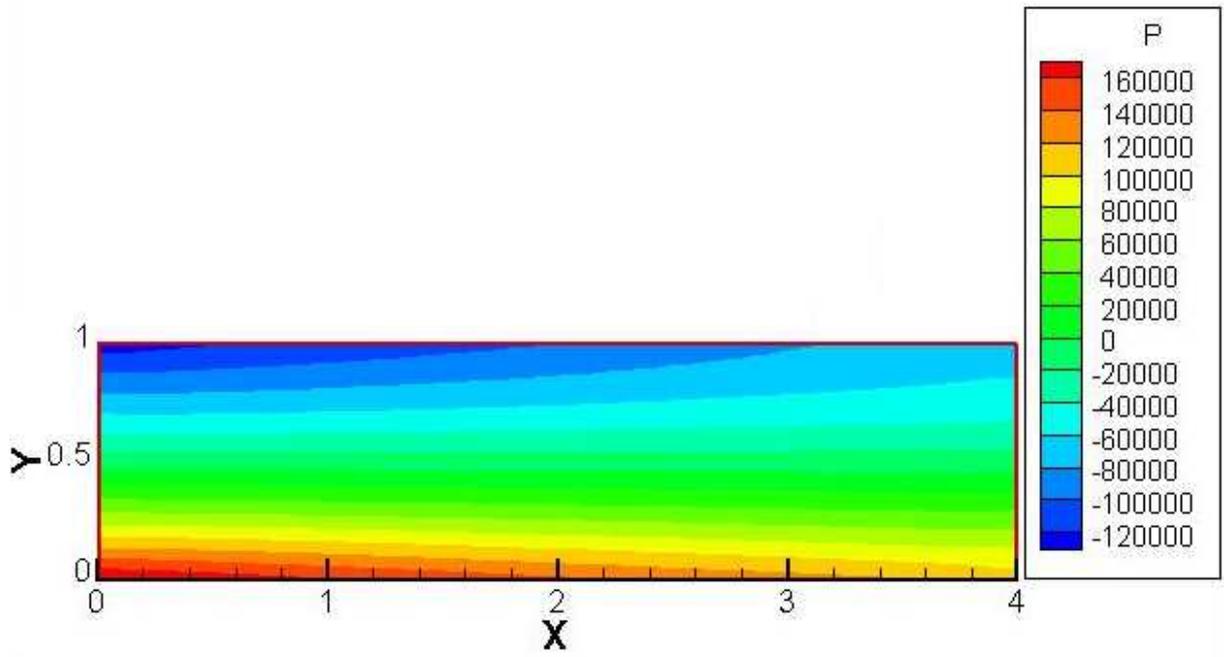
d- Isoconcentrations

Figure 4.38 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^6$, $Gr_c=10^5$.

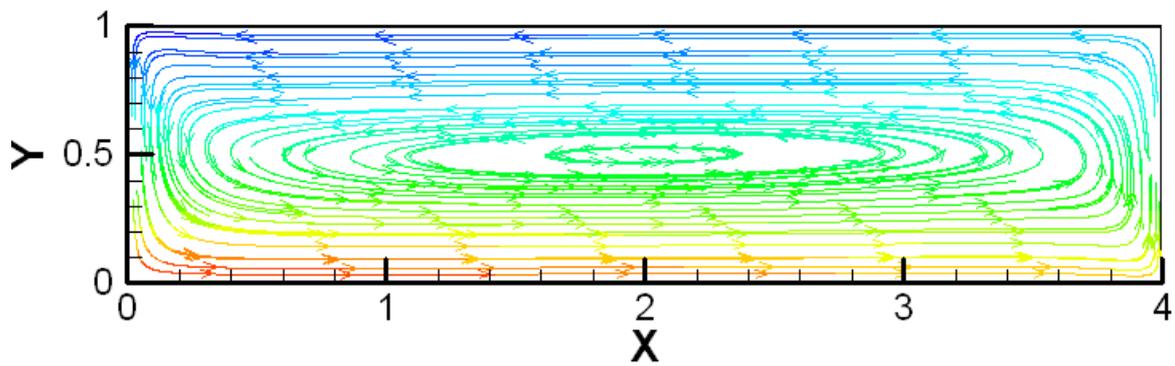
4.3.2.2.2 Cas de $Gr_c=5.10^5$

Pour différentes valeurs du nombre Grashof thermique, à savoir $Gr_t=10^4$, 10^5 et 10^6 . Les résultats obtenus sont illustrés sur les figures suivantes.

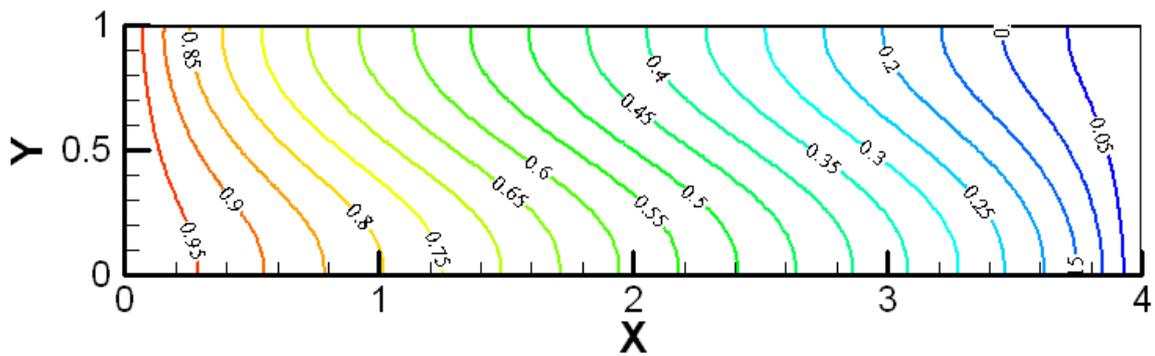
Les figures 4.39 et 4.40 illustrent la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^4$ et 10^5 , $Gr_c=5.10^5$. On constate que les plus grandes valeurs de la pression se situent près de la paroi horizontale basse du côté de la paroi verticale gauche (fig. 4.39a et 4.40). L'écoulement obtenu dans l'enceinte est monocellulaire et a pour sens de rotation le sens antihoraire (fig. 4.39b et 4.40b). La variation de la température dans l'enceinte est présentée par des isothermes verticales légèrement déformés de droite à gauche en haut de l'enceinte et de gauche à droite en bas de l'enceinte (fig. 4.39c et 4.40c). Tandis que, la variation de la concentration dans l'enceinte est présentée par des isoconcentrations verticales largement déformés de gauche à droite en bas de l'enceinte et de droite à gauche en haut de l'enceinte (fig. 4.39d et 4.40d). On conclut donc que, dans ces conditions, la force de buoyancy solutale conduit, particulièrement, l'écoulement dans le milieu poreux.



a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes

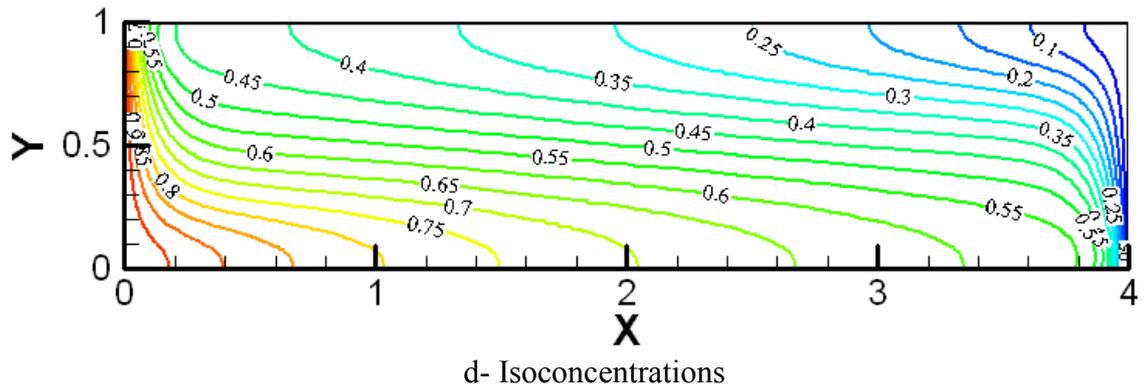
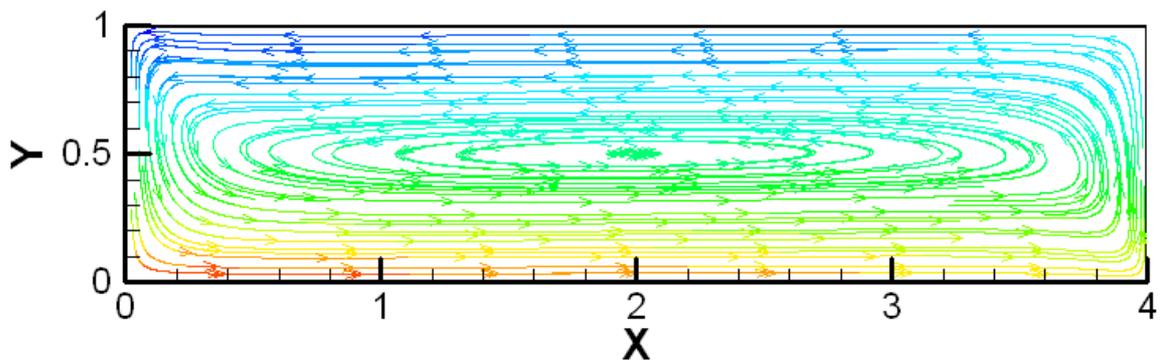
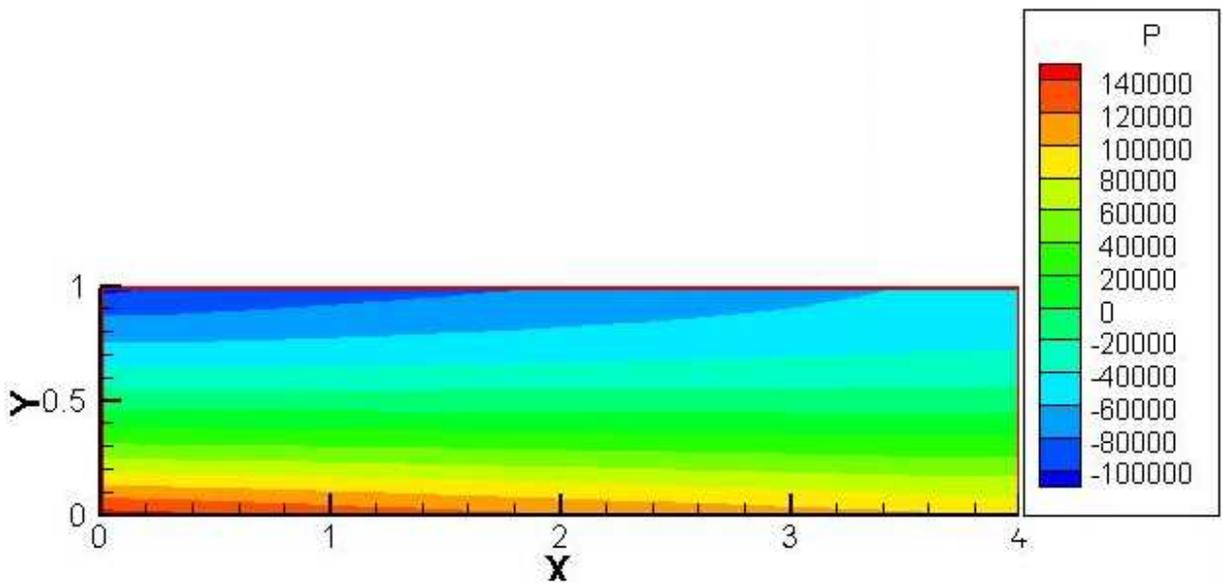


Figure 4.39 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^4$, $Gr_c=5.10^5$.



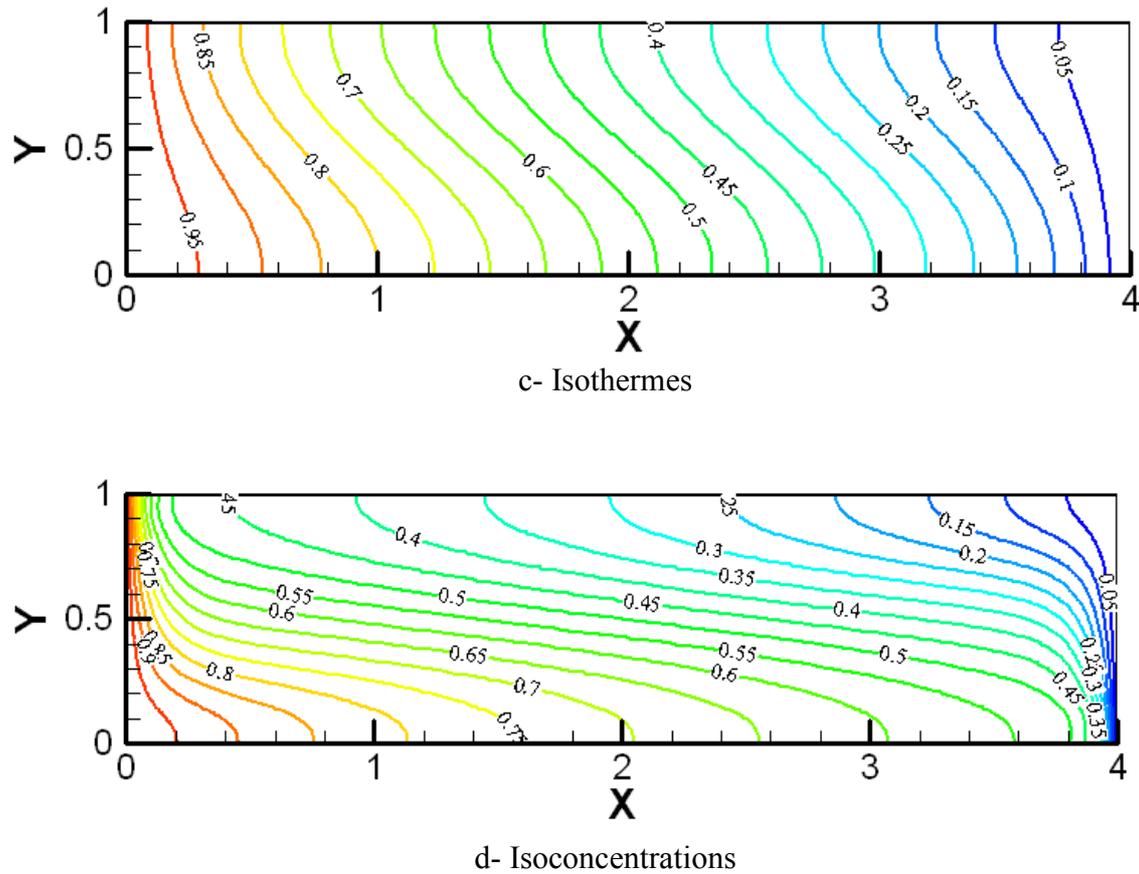
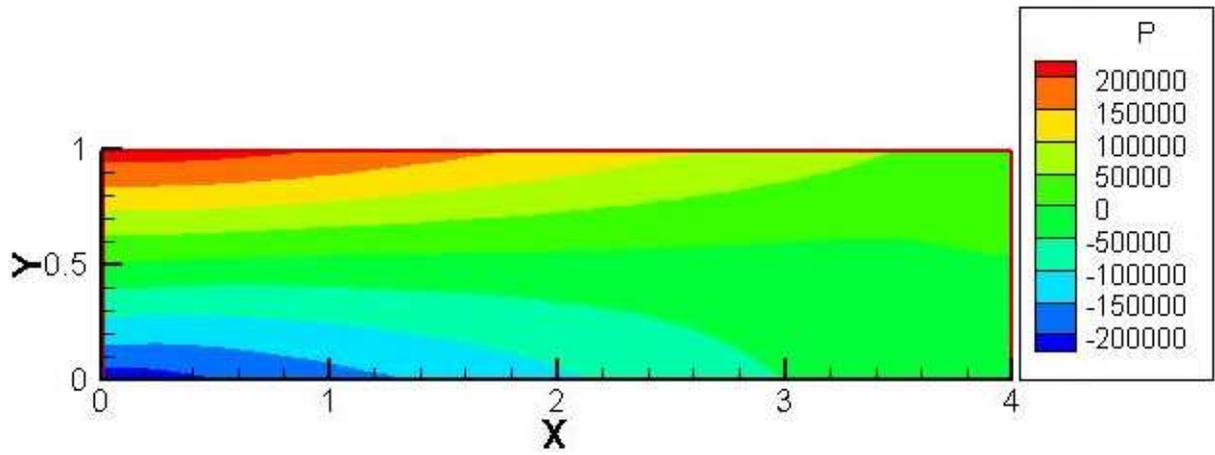
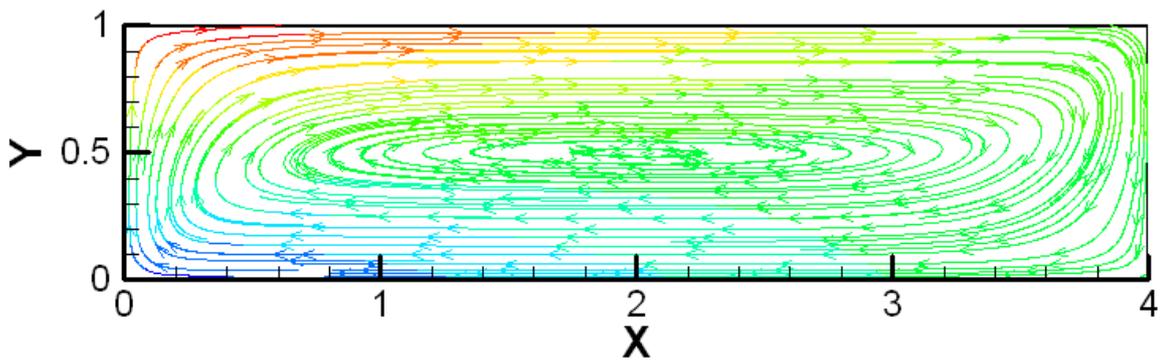


Figure 4.40 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^5$, $Gr_c=5.10^5$.

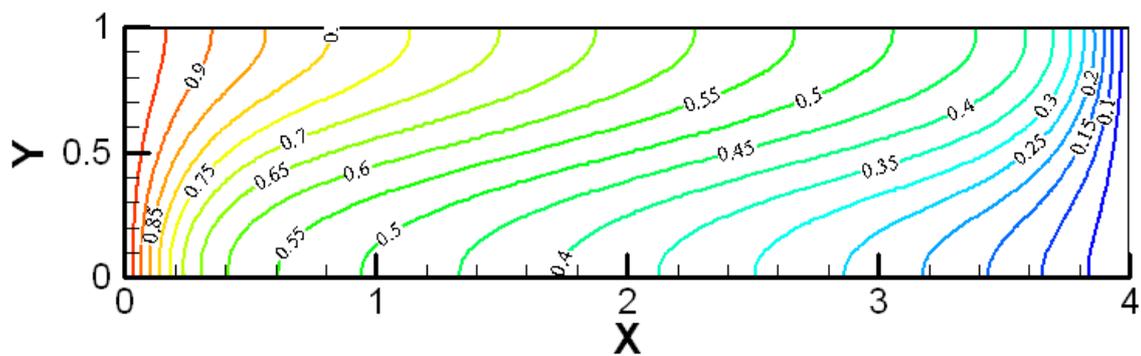
La figure 4.41 représente la répartition de la pression, la structure de l'écoulement et les distributions de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^6$ et $Gr_c=5.10^5$. On constate dans ce cas que les plus grandes valeurs de la pression se situent en haut du côté de la paroi verticale gauche (fig. 4.41a). L'écoulement obtenu est monocellulaire et son sens de rotation devient le sens horaire (fig. 4.41b). La variation de la température dans l'enceinte est présentée par des isothermes verticales déformées de gauche à droite en haut de l'enceinte et de droite à gauche en bas de l'enceinte (fig. 4.41c). Alors que, la variation de la concentration dans l'enceinte est présentée par des isoconcentrations verticales largement déformées de gauche à droite en haut de l'enceinte et de droite à gauche en bas de l'enceinte et très concentrés près des parois verticales. Tandis que la concentration a une valeur pratiquement constante dans le centre de l'enceinte $C \approx 0.5$ (fig. 4.41d). On conclut donc que, dans ces conditions, la force de buoyancy thermique conduit, en particulier, l'écoulement dans le milieu poreux.



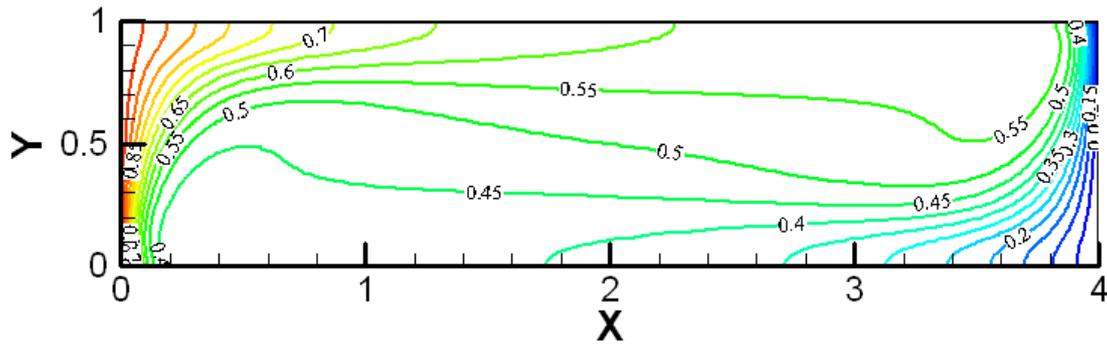
a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes



d- Isoconcentrations

Figure 4.41 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^6$, $Gr_c=5.10^5$.

Le tableau 4.10 représente les transferts moyens de chaleur et de masse et les vitesses maximales longitudinale et transversale dans l'enceinte. Les forces de buoyancy sont opposantes, on peut distinguer trois situations différentes. Dans un premier temps, la force de buoyancy solutale dominante conduit l'écoulement et les transferts de chaleur et de masse ($Gr_t=10^4$ avec $Gr_c=10^5$, 5.10^5 et $Gr_t=10^5$ avec $Gr_c=5.10^5$). Quand les forces de buoyancy thermique et solutale deviennent comparables ($Gr_c=10^5$ et $Gr_t=10^5$), pratiquement leurs actions s'annulent, les transferts de chaleur et de masse sont purement diffusifs et l'écoulement est presque négligeable ($\overline{Nu}=0.249$, $\overline{Sh}=0.250$, $|U_{max}|=0.017$ et $|V_{max}|=0.0059$). Ensuite les forces de buoyancy thermique deviennent dominantes, l'écoulement s'accélère et les valeurs des nombres de Nusselt et de Sherwood accroissent avec le nombre de Grashof thermique ($Gr_t=10^6$, $Gr_c=10^5$ et 5.10^5).

Tableau 4.10 : Caractéristiques de l'écoulement, milieu poreux : cas opposant, $Da=10^{-2}$, $Gr_c=5.10^5$ et 5.10^5 .

		\overline{Nu}	\overline{Sh}	$ U_{max} $	$ V_{max} $
$Gr_c=10^5$	$Gr_t=10^4$	0.2726482	0.8850822	14.176030	10.955580
	$Gr_t=10^5$	0.2499751	0.2503316	0.01775341	0.005912934
	$Gr_t=10^6$	0.9618942	3.901042	84.147990	80.958320
$Gr_c=5.10^5$	$Gr_t=10^4$	0.4025944	2.652867	33.667740	51.943340
	$Gr_t=10^5$	0.3578133	2.239670	28.453250	45.312160
	$Gr_t=10^6$	0.8365300	2.830520	81.048230	56.048230

4.3.3 Modèle de Darcy, cas coopérant

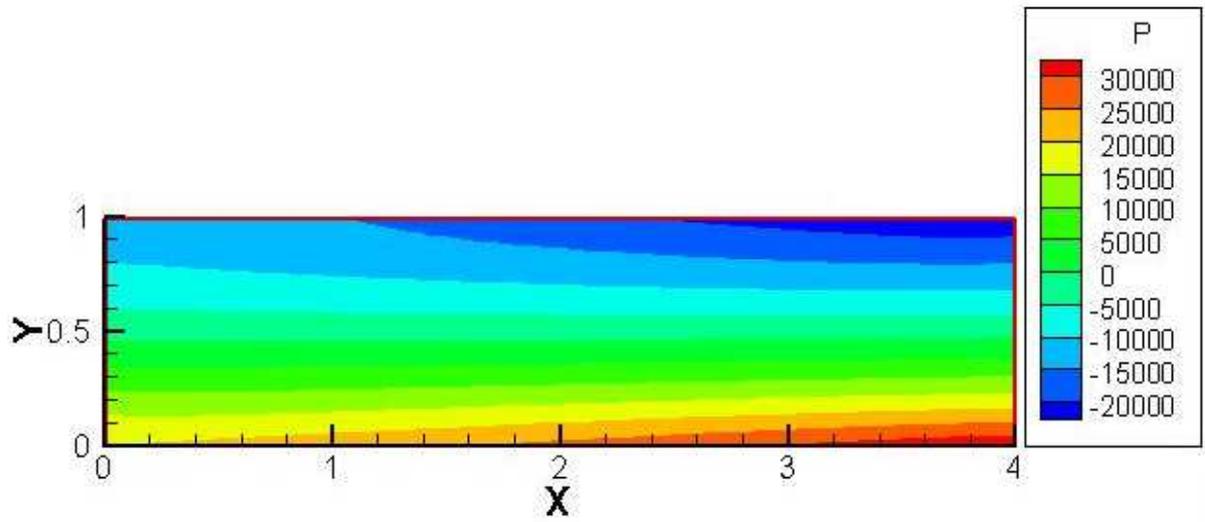
Dans ce cas, avec les conditions aux limites choisies, la température maximale se situe près de la paroi verticale gauche de l'enceinte étudiée. Par contre, la concentration maximale se trouve près de la paroi verticale droite.

4.3.3.1 Cas de $Da=10^{-2}$

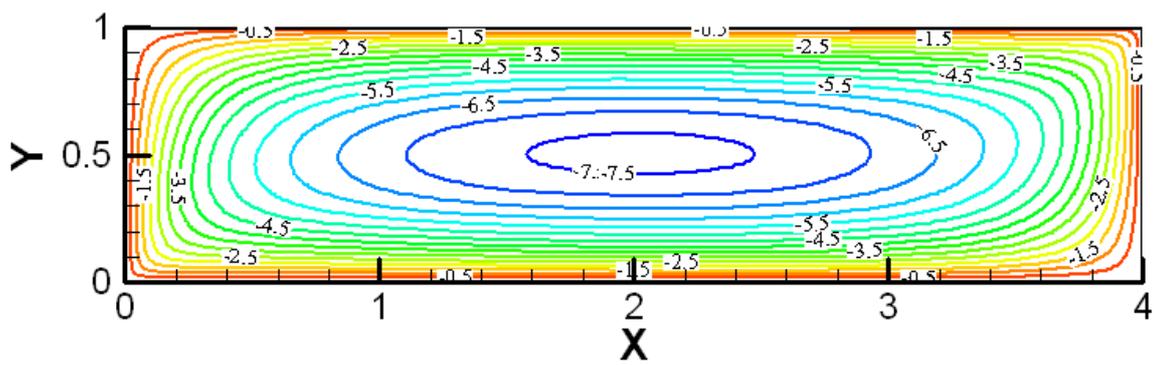
4.3.3.1.1 Cas de $Gr_c=10^5$

Pour différentes valeurs du nombre Grashof thermique, à savoir $Gr_t=10^4$, 10^5 , 10^6 , 10^7 et 10^8 , les résultats obtenus sont illustrés sur les figures suivantes.

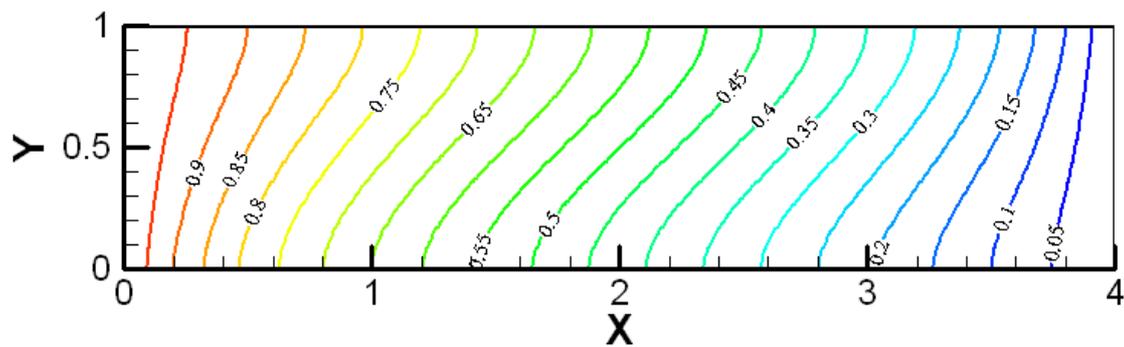
La figure 4.42 illustre la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^4$, $Gr_c=10^5$. Ce cas est similaire au cas du modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer (§ 4.3.2.1.1.1 page 60). Cependant, on remarque que les taux de transfert de chaleur et de masse sont plus élevées (tableau 4.11).



a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes

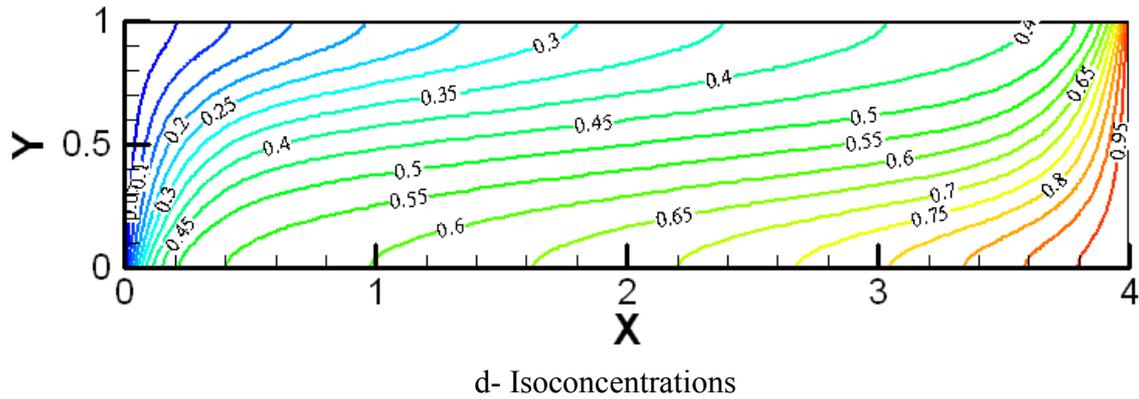
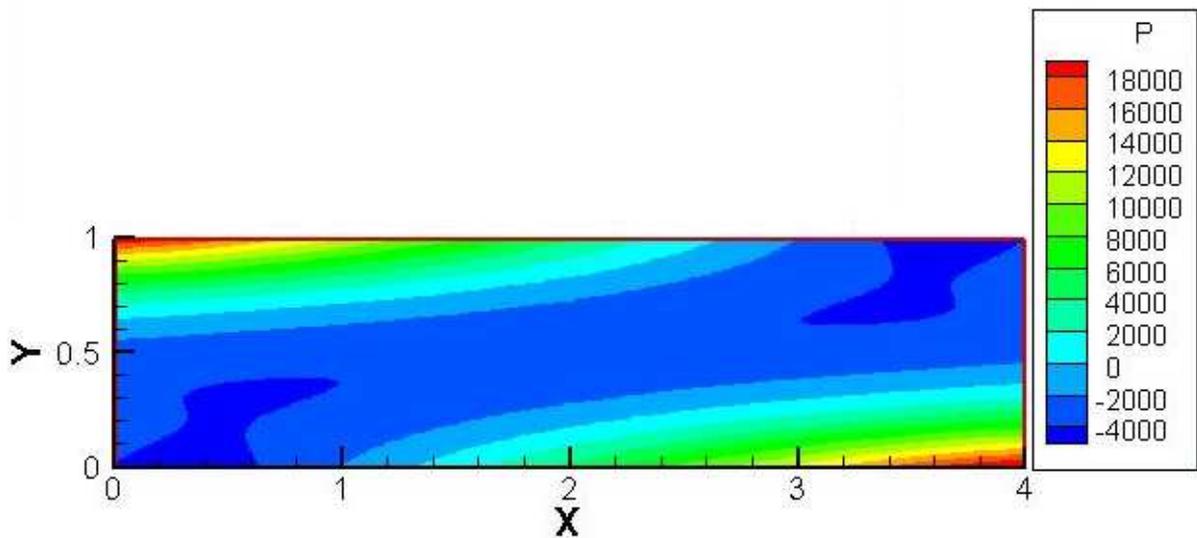
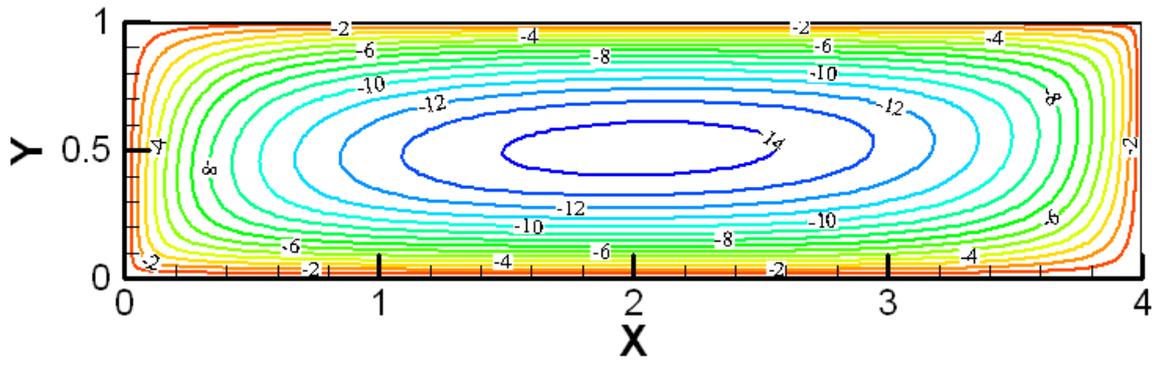


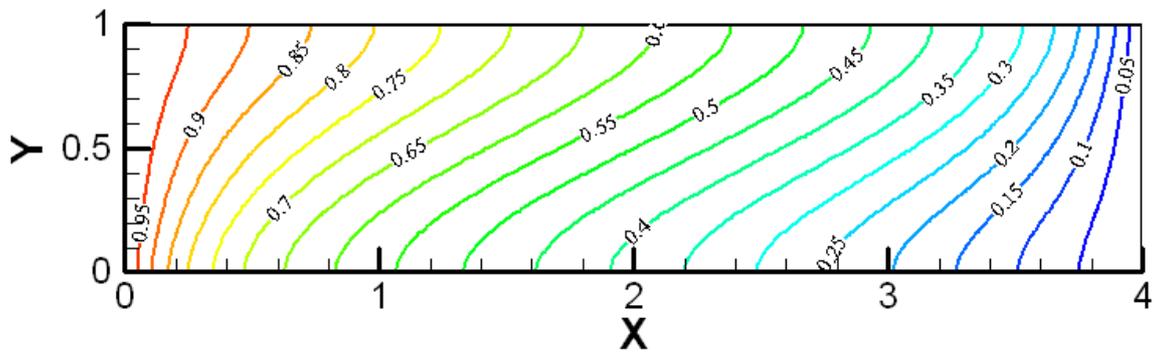
Figure 4.42 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^4$, $Gr_c=10^5$.

La figure 4.43 représente la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^5$ et $Gr_c=10^5$. Ce cas est aussi similaire au cas du modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer déjà traité (§ 4.3.2.1.1.1 page 62). Mais, on remarque que les valeurs maximales de la pression sont relativement faibles. Cependant, les taux de transfert de chaleur et de masse sont plus élevées (tableau 4.11).

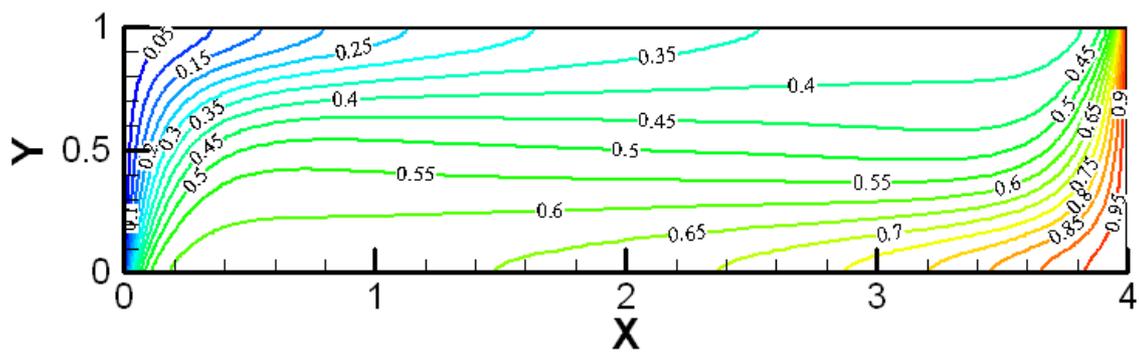




b- Lignes de courant



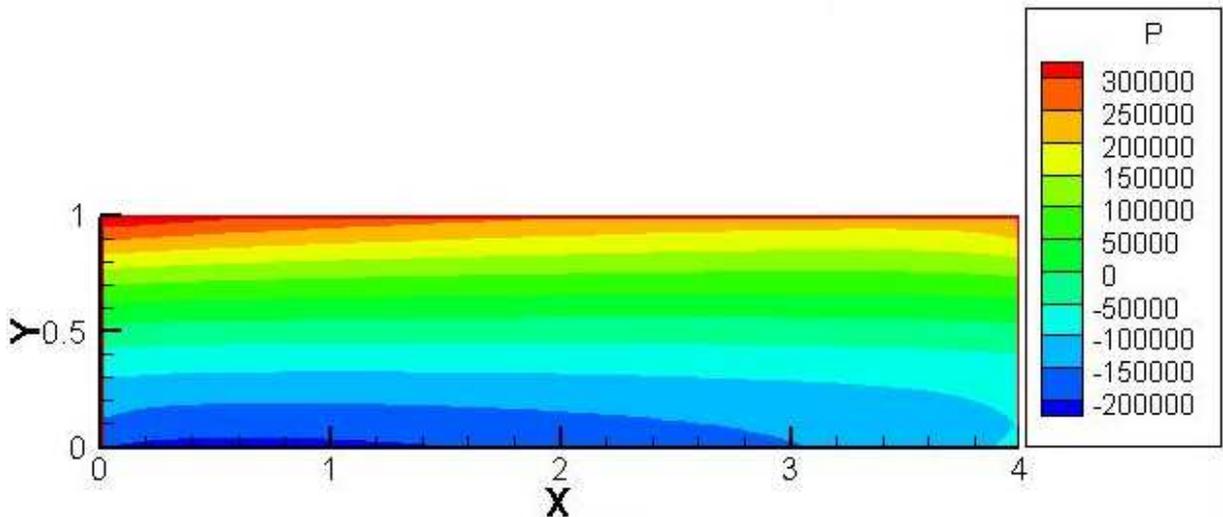
c- Isothermes



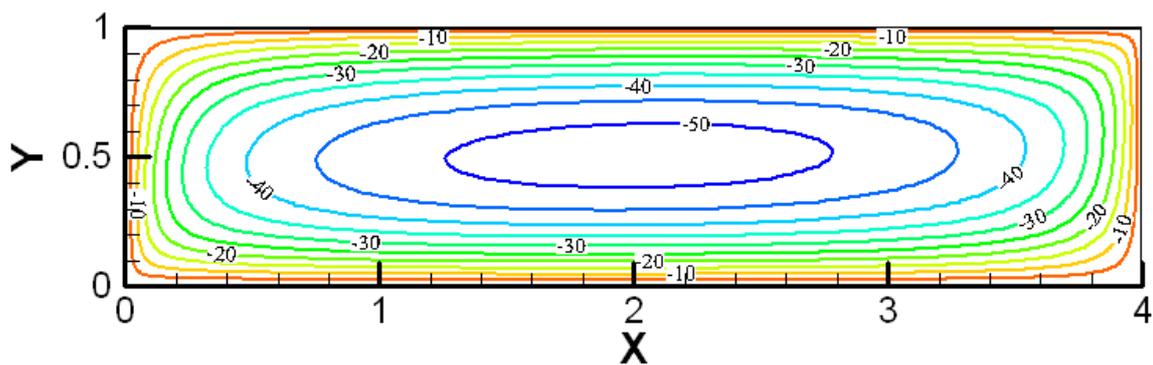
d- Isoconcentrations

Figure 4.43 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^5$, $Gr_c=10^5$.

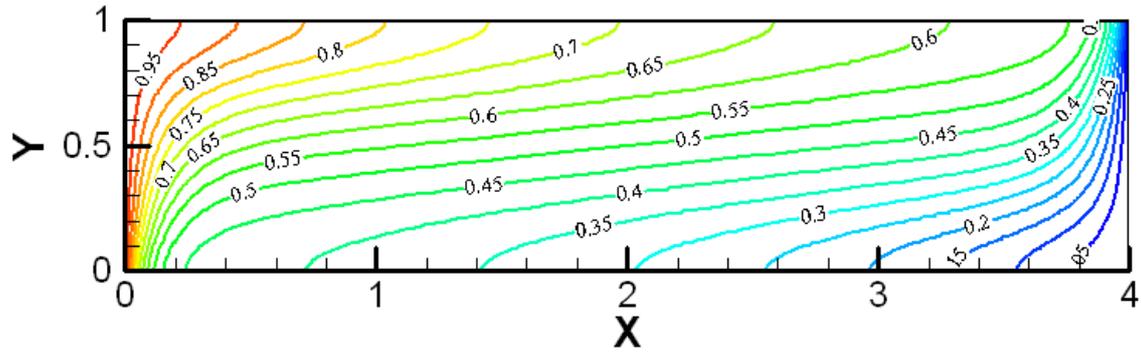
La figure 4.44 représente la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^6$, $Gr_c=10^5$. Ce cas est aussi similaire au cas du modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer déjà cité (§ 4.3.2.1.1.1 page 64). Mais, on remarque que les taux de transfert de chaleur et de masse sont encore plus élevées (tableau 4.11).



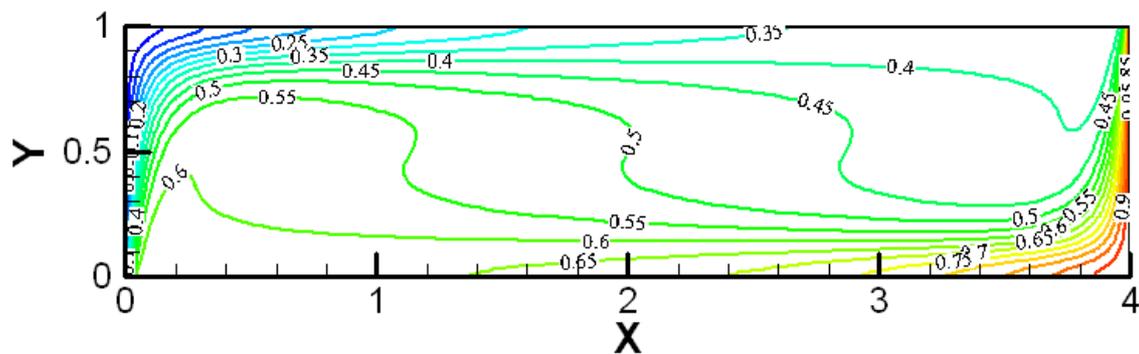
a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes

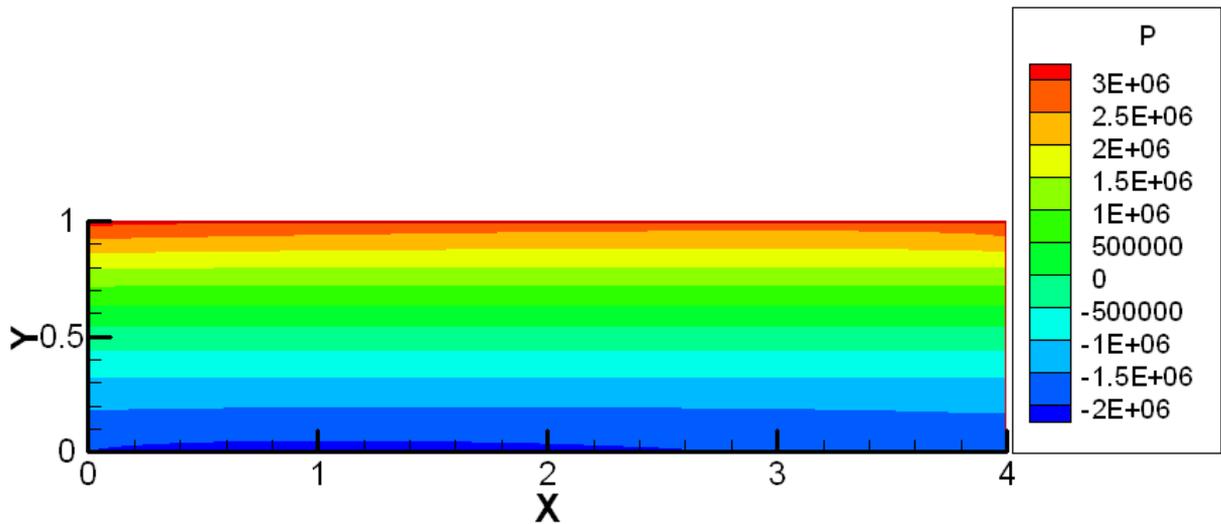


d- Isoconcentrations

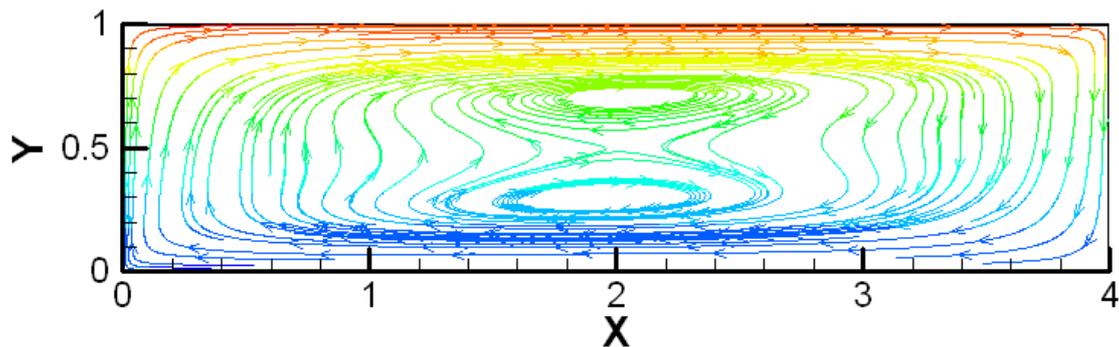
Figure 4.44 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_T=10^6$, $Gr_C=10^5$.

Les figures 4.45 et 4.46 représentent la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_T=10^8$, $Gr_C=10^5$. Ces deux cas présentent certaines différences avec les cas du modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer (§ 4.3.2.1.1.1 pages 64 et 67). On remarque que la pression varie suivant Y, les plus grandes valeurs se situent en haut de l'enceinte près de la paroi horizontale supérieure et ceci est dû aux conditions aux limites thermique et solutale et aux valeurs prises par les nombres de Grashof thermique et solutal (fig. 4.45a et 4.46a). Cependant, l'écoulement du fluide obtenue a une structure multicellulaire ; une cellule principale près des parois de l'enceinte et des cellules secondaires au milieu de l'enceinte tournants dans le sens horaire (fig. 4.45b et 4.46b). On obtient une distribution de la température faiblement variable suivant X mais variable suivant Y de façon à satisfaire la stratification thermique stable ; la température croît suivant Y (fig. 4.45c et 4.46c). Alors que, les gradients de concentration sont très fortement concentrés près des parois verticales

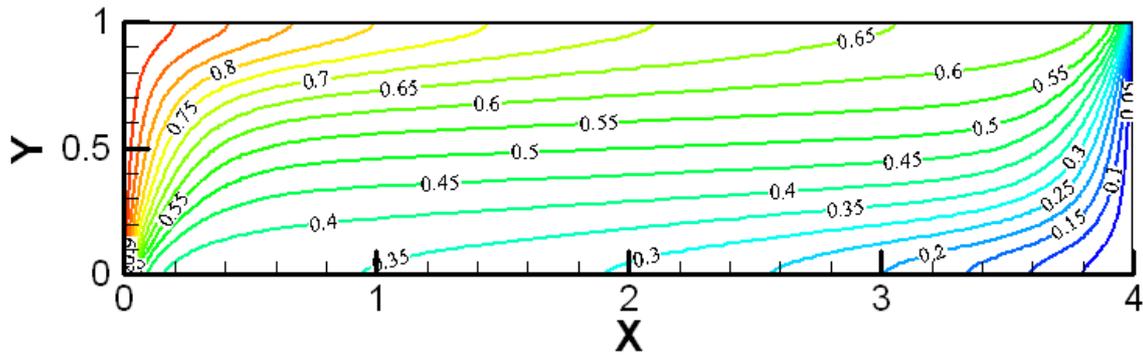
isothermes. Tandis qu'au centre de l'enceinte la concentration a une valeur constante, $C \approx 0.5$ (fig. 4.45d et 4.46d). Mais, on remarque aussi que les taux de transfert de chaleur et de masse sont plus élevées (tableau 4.11). On conclut donc que dans ces conditions, l'écoulement du fluide dans le milieu poreux est totalement conduit par la force de buoyancy thermique.



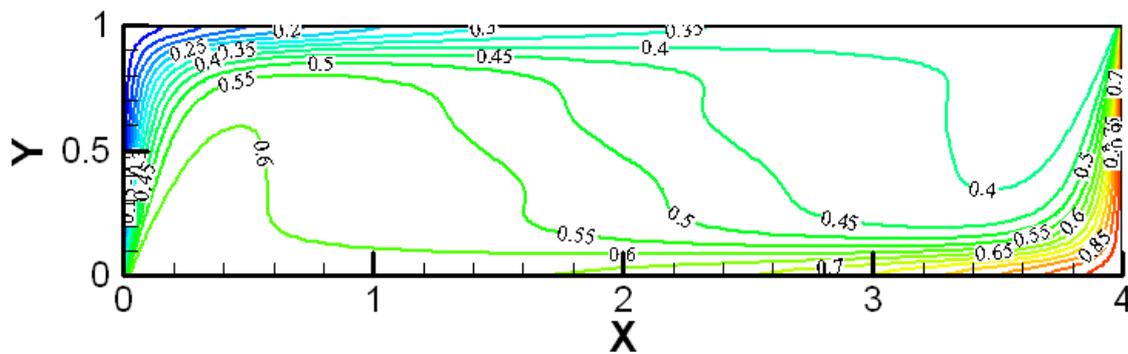
a- Contour de pression



b- Lignes de courant

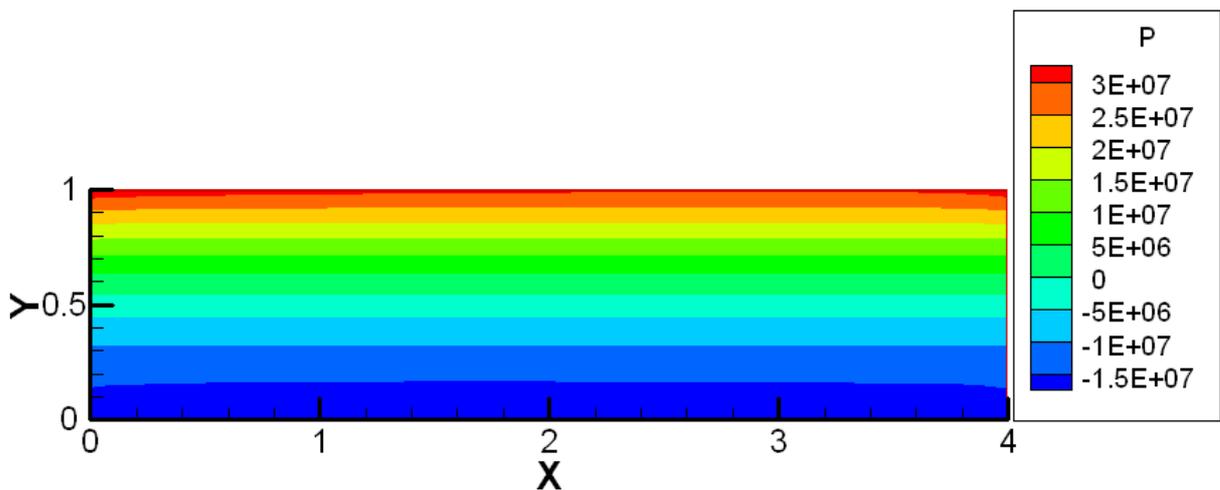


c- Isothermes

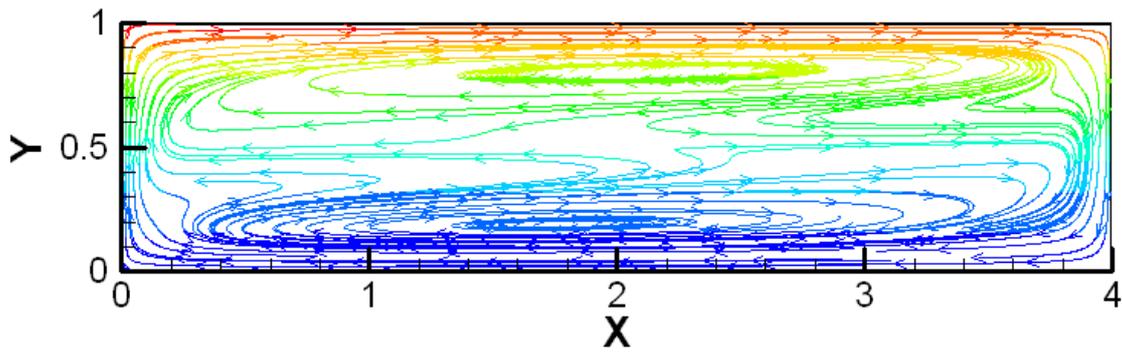


d- Isoconcentrations

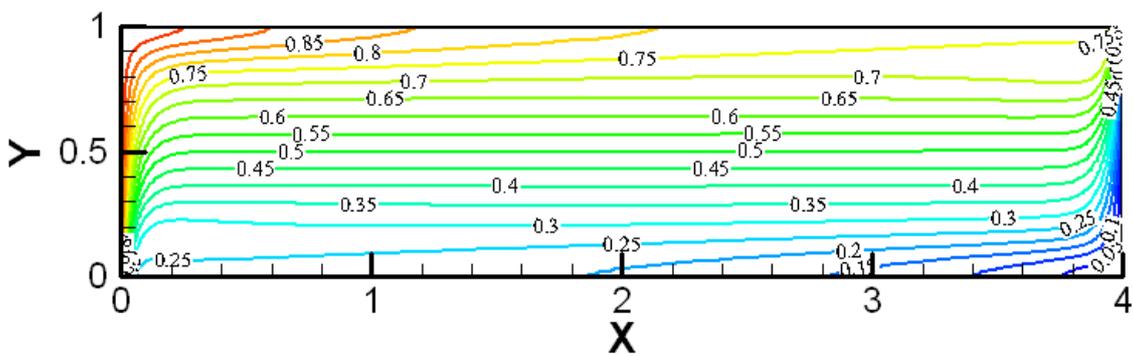
Figure 4.45 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^7$, $Gr_c=10^5$.



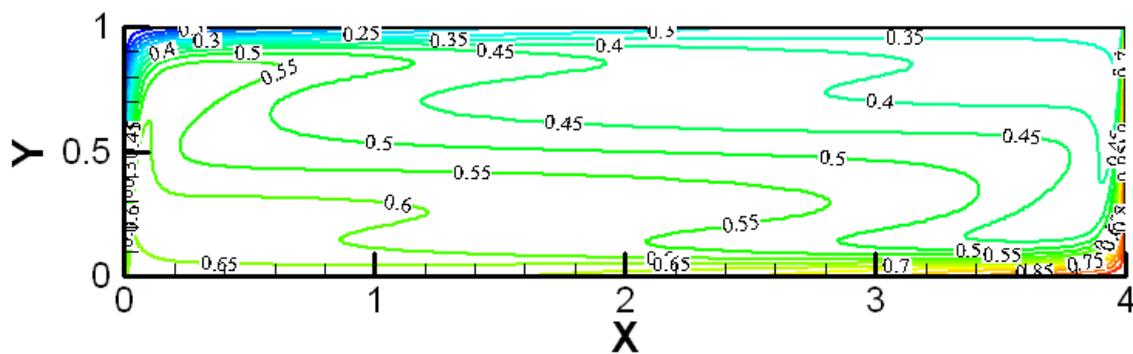
a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes

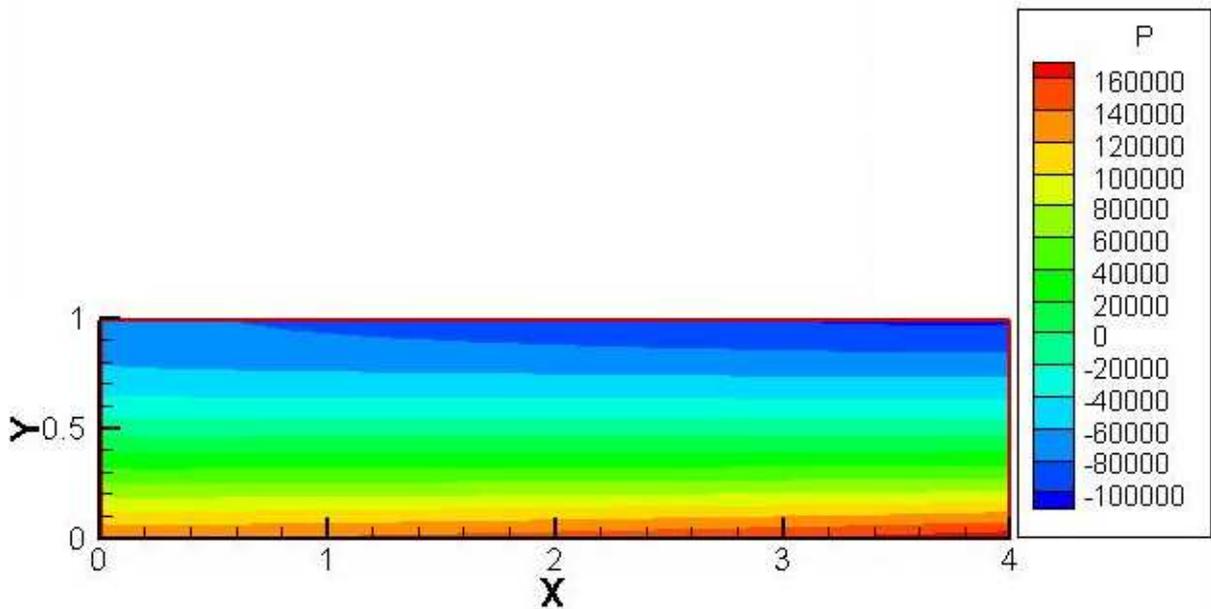


d- Isoconcentrations

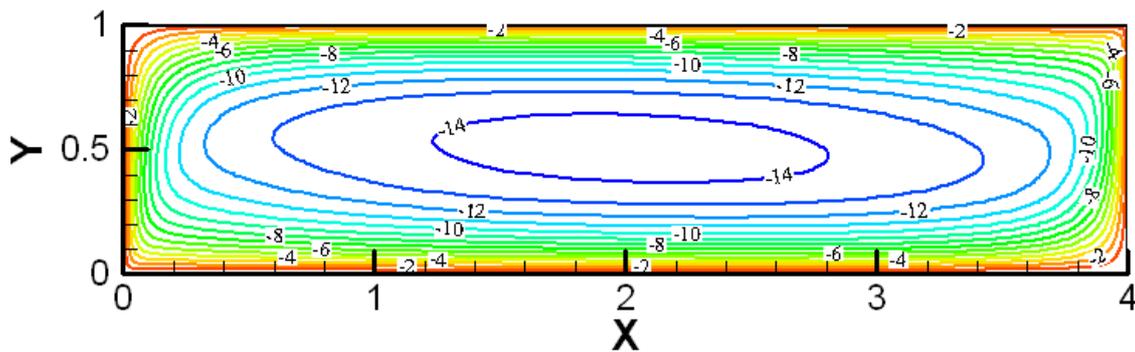
Figure 4.46 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^8$, $Gr_c=10^5$.

4.3.3.1.2 Cas de $Gr_c=5.10^5$

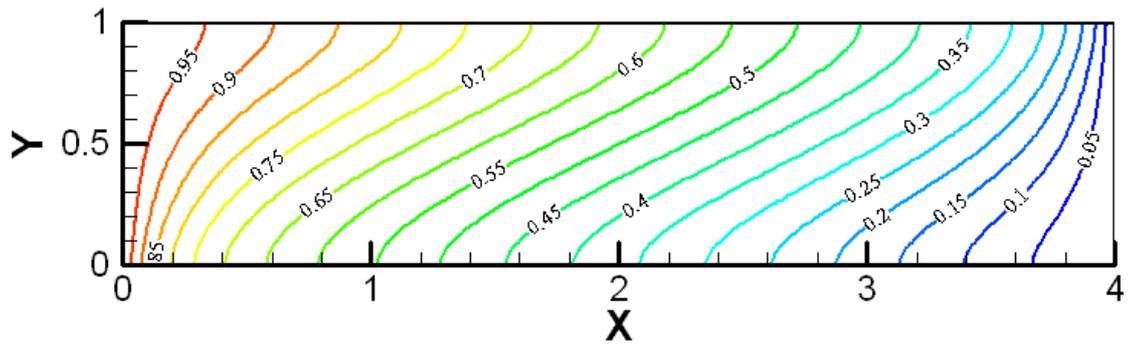
Les figures 4.47 et 4.48 illustrent la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^4$ et $Gr_t=10^5$, $Gr_c=5.10^5$. On constate que ces deux cas sont similaires aux deux cas du modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer (§ 4.3.2.1.2.1 pages 71 et 73). Néanmoins, les taux de transfert de chaleur et de masse sont plus élevées (tableau.).



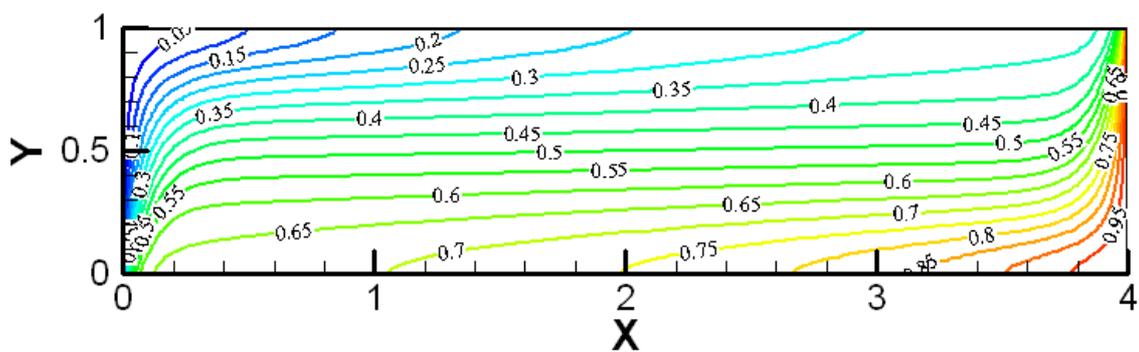
a- Contour de pression



b- Lignes de courant

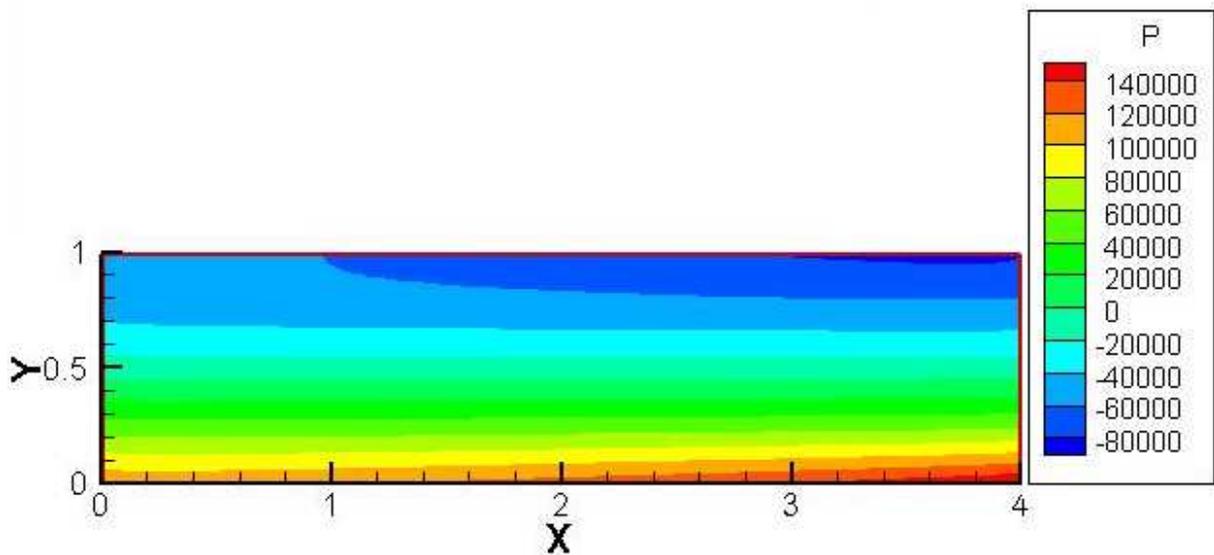


c- Isothermes

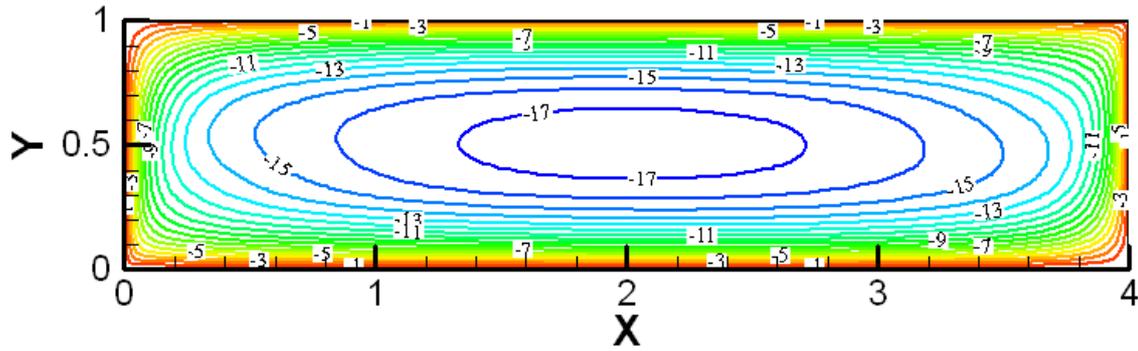


d- Isoconcentrations

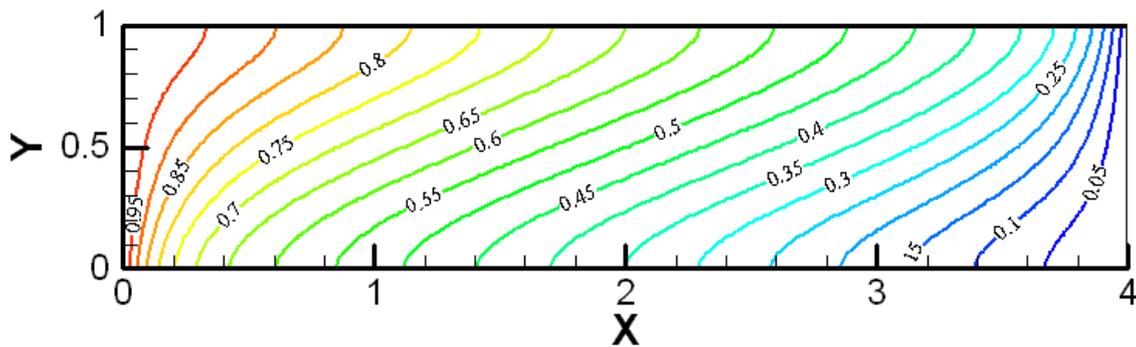
Figure 4.47 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_f=10^4$, $Gr_c=5.10^5$.



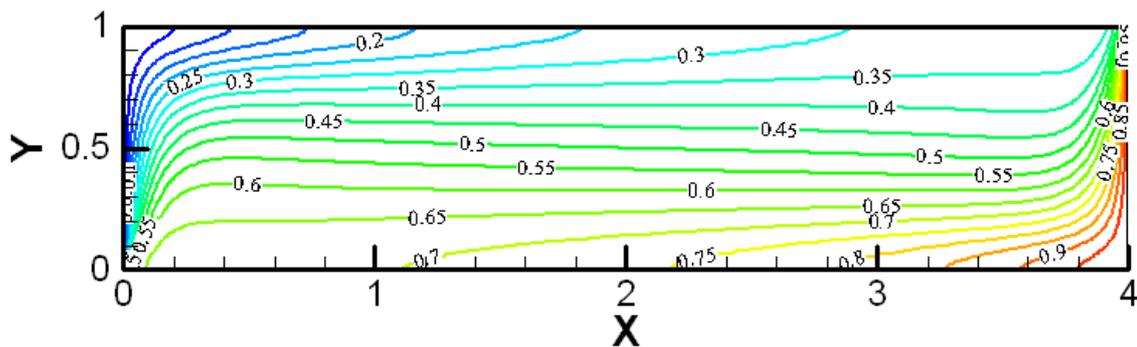
a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes

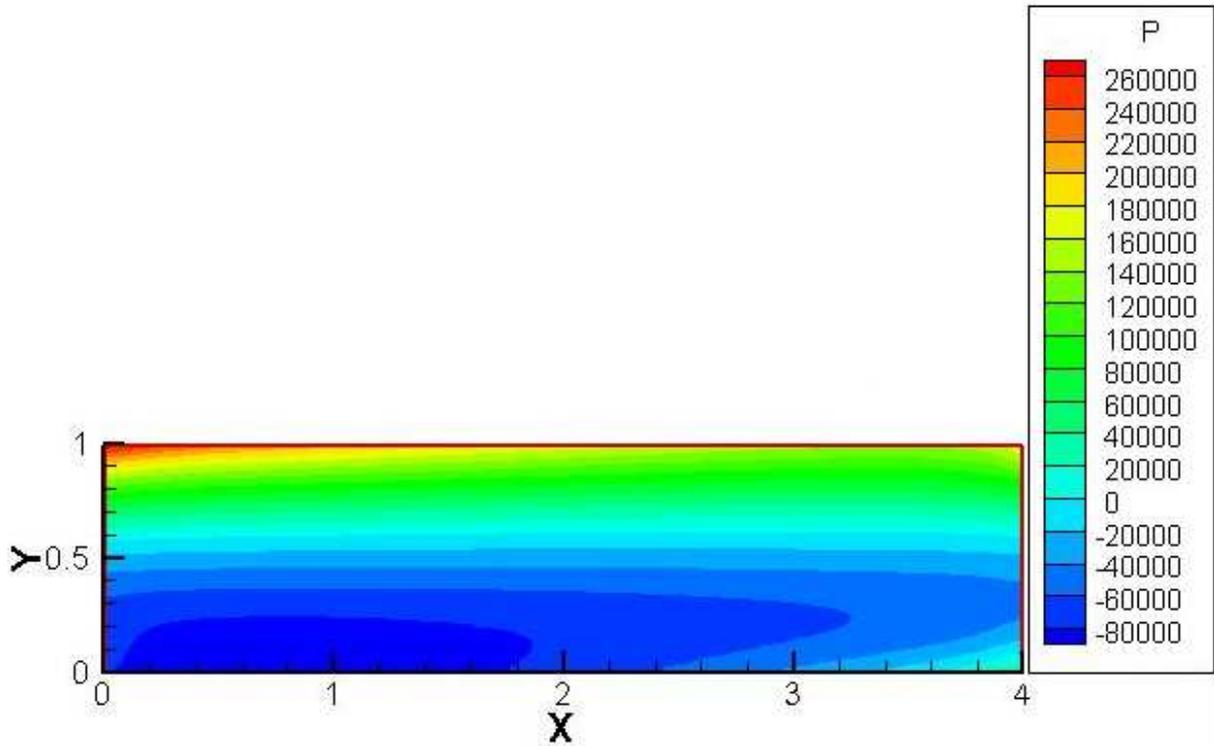


d- Isoconcentrations

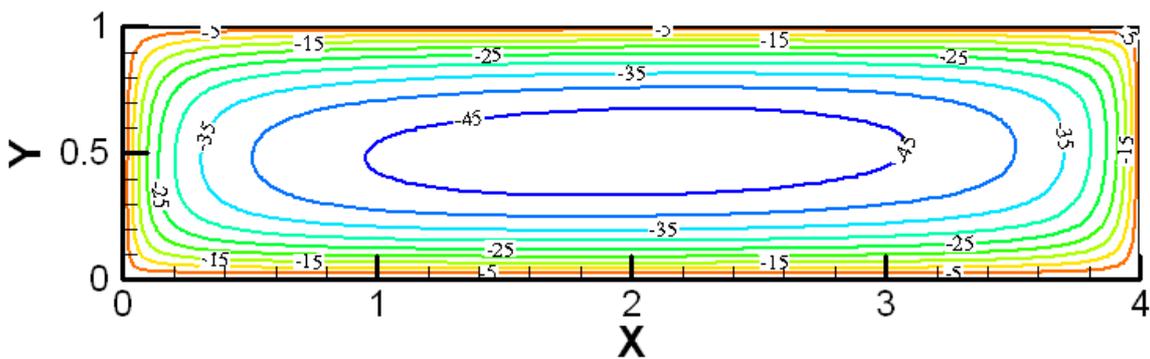
Figure 4.48 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_f=10^5$, $Gr_c=5.10^5$.

La figure 4.49 représente la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_f=10^6$,

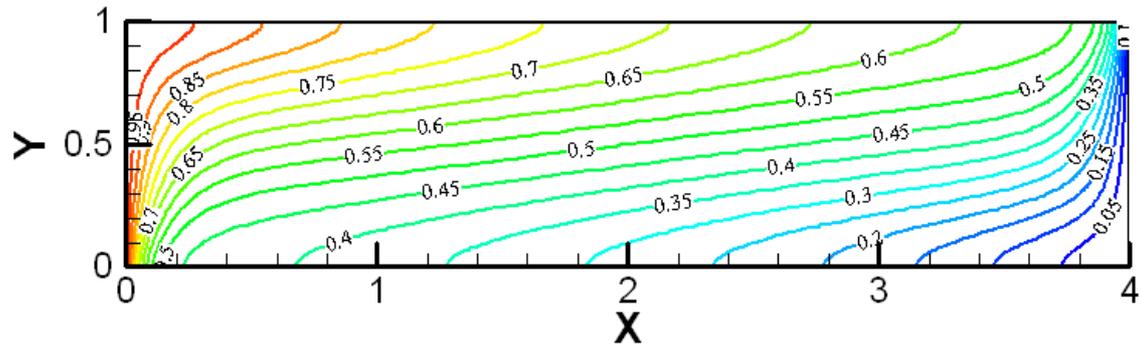
$Gr_c=5.10^5$. De même, ce cas est aussi similaire au cas du modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer (§ 4.3.2.1.2.1 page 75). Mais, on remarque que les valeurs minimales de la pression sont relativement faibles. Cependant, les taux de transfert de chaleur et de masse sont plus élevées (tableau 4.11).



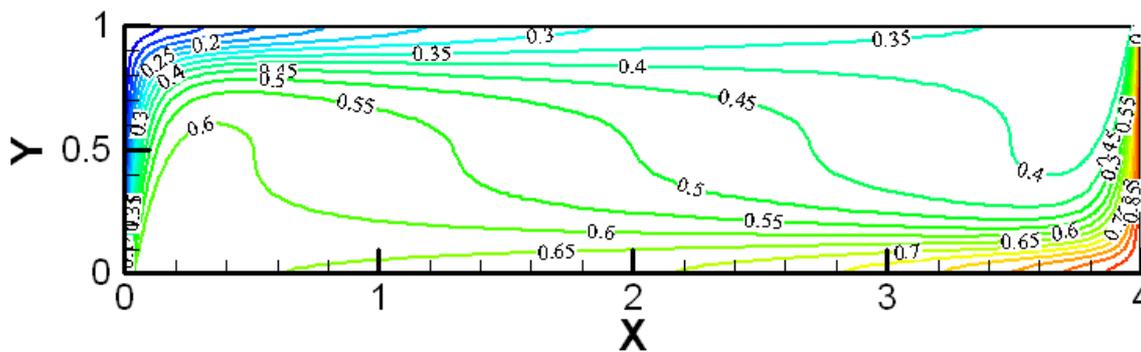
a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes

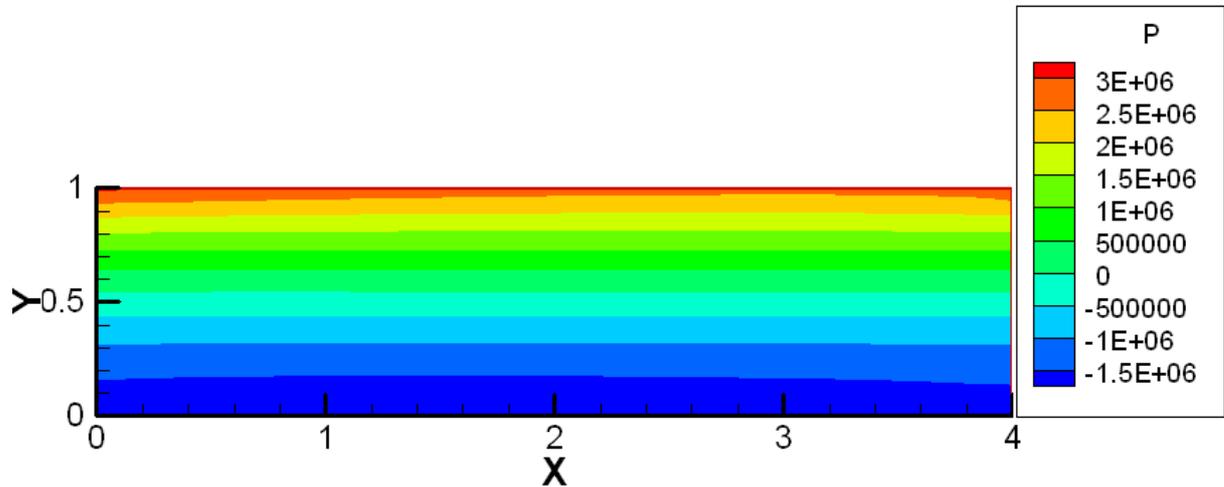


d- Isoconcentrations

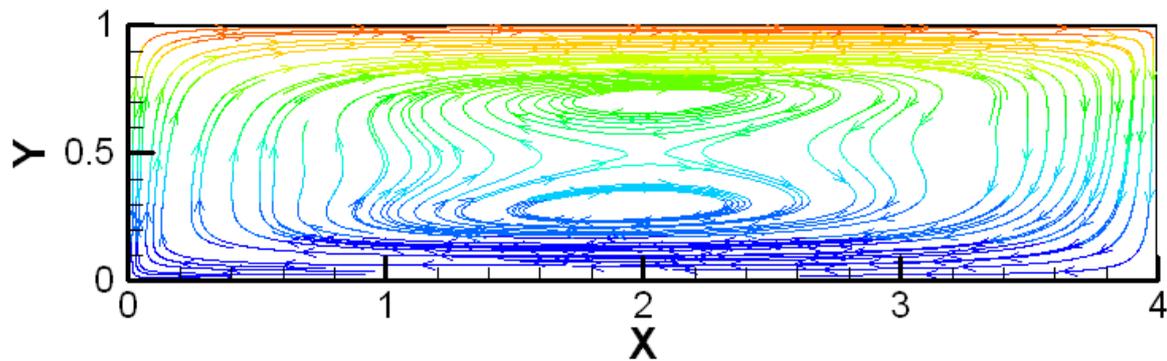
Figure 4.49 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^6$, $Gr_c=5.10^5$.

Les figures 4.50 et 4.51 représentent la répartition de la pression, les contours de lignes de courant, de la température et de la concentration obtenues, respectivement, pour $Gr_t=10^8$ et $Gr_c=10^5$. Ces deux cas présentent aussi certaines différences avec les cas du modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer (§ 4.3.2.1.2.1 pages 75 et 78). On remarque que la pression varie suivant Y, les plus grandes valeurs se situent en haut de l'enceinte près de la paroi horizontale supérieure et ceci est dû aux conditions aux limites thermique et solutale et aux valeurs prises par les nombres de Grashof thermique et solutal (fig. 4.50a et 4.51a). L'écoulement du fluide obtenue a une structure multicellulaire ; une cellule principale près des parois de l'enceinte et des cellules secondaires au milieu de l'enceinte tournants dans le sens horaire (fig. 4.50b et 4.51b). On obtient une distribution de la température faiblement variable suivant X mais variable suivant Y de façon à satisfaire la stratification thermique stable ; la température croît suivant Y (fig. 4.50c et 4.51.c). Alors que, les gradients de concentration sont très fortement concentrés près des parois verticales isothermes. Tandis

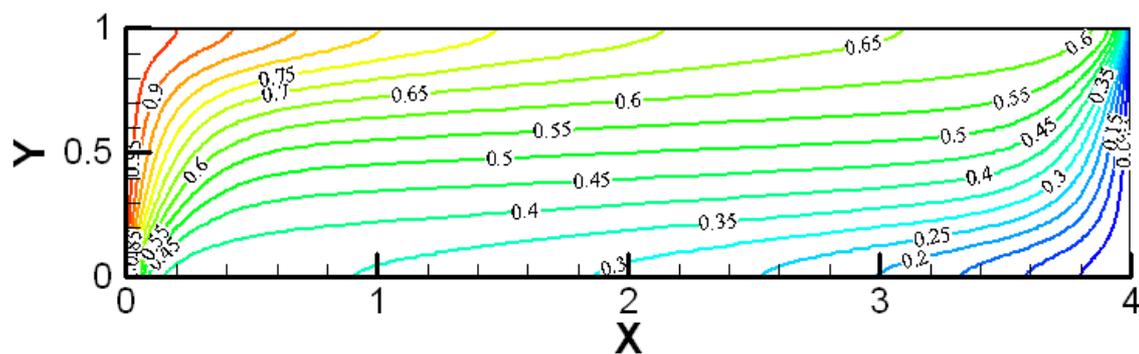
qu'au centre de l'enceinte la concentration a une valeur constante, $C \approx 0.5$ (fig. 4.50d et 4.51d). Mais, on remarque aussi que les taux de transfert de chaleur et de masse sont plus élevés (tableau 4.11). On conclut donc que dans ces conditions, l'écoulement du fluide dans le milieu poreux est totalement conduit par la force de buoyancy thermique.



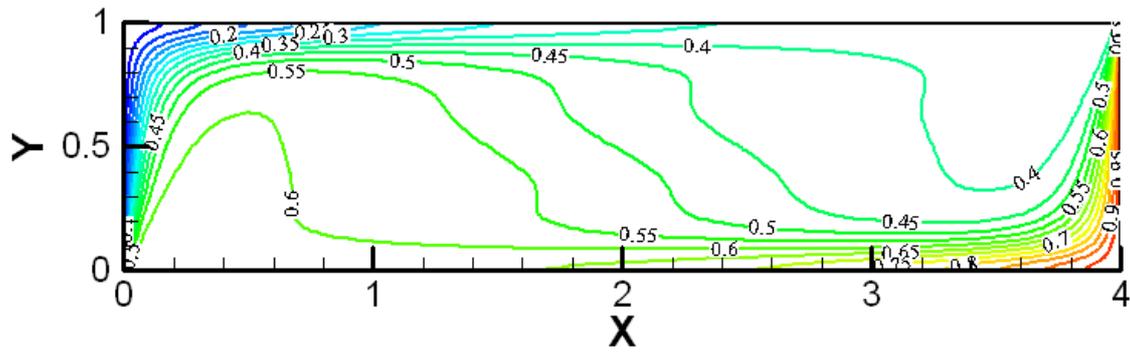
a- Contour de pression



b- Lignes de courant

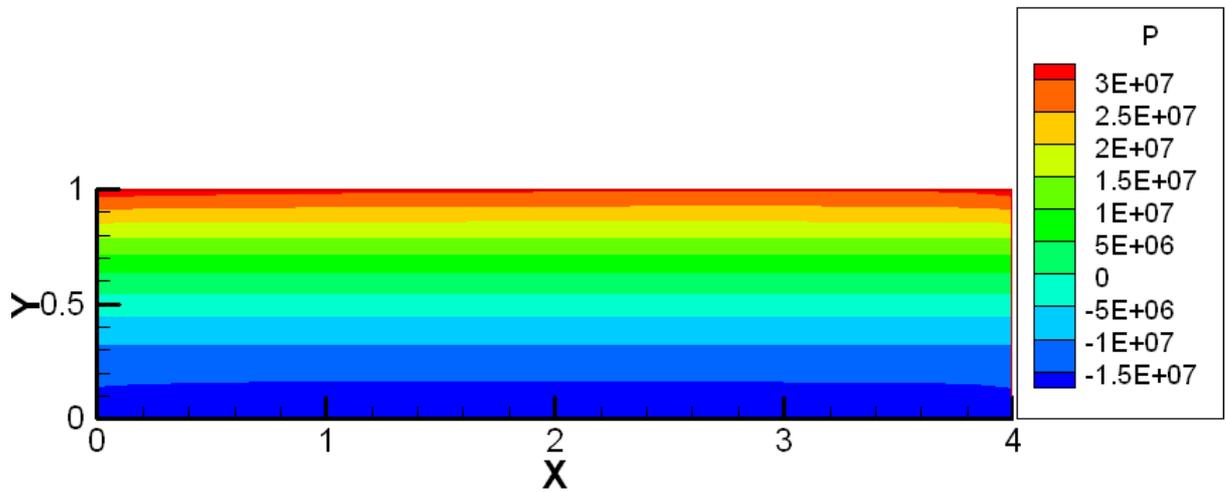


c- Isothermes

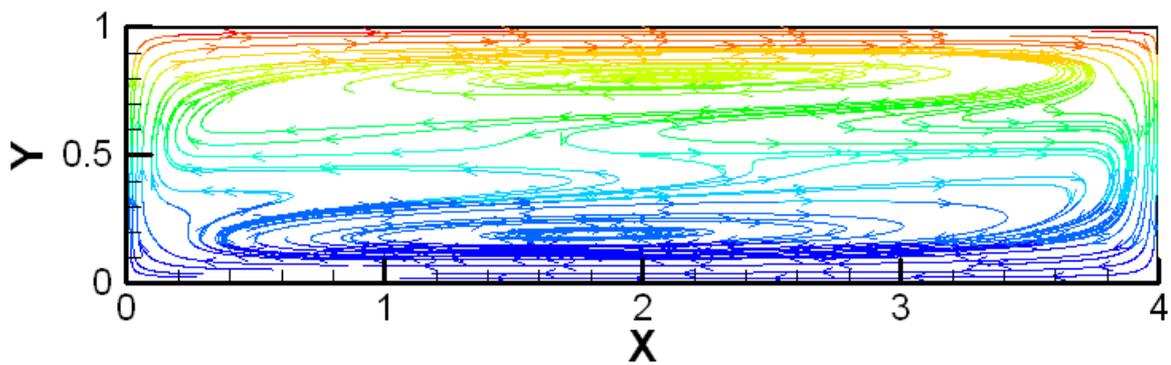


d- Isoconcentrations

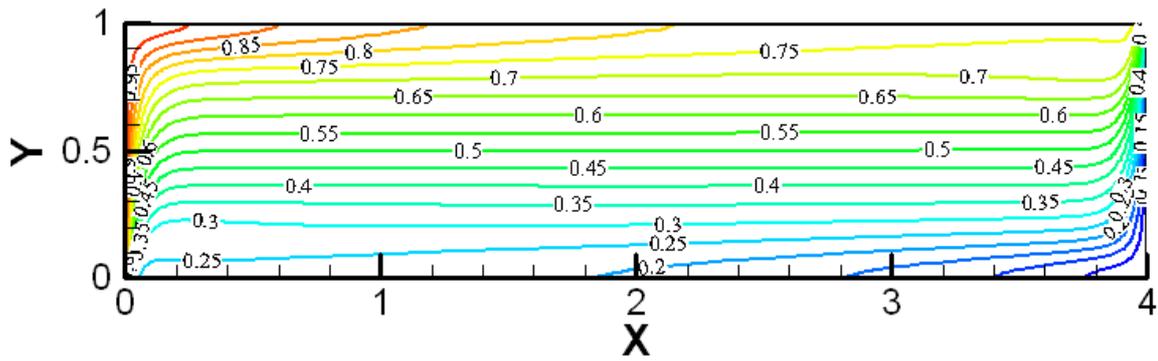
Figure 4.50 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^7$, $Gr_c=5.10^5$.



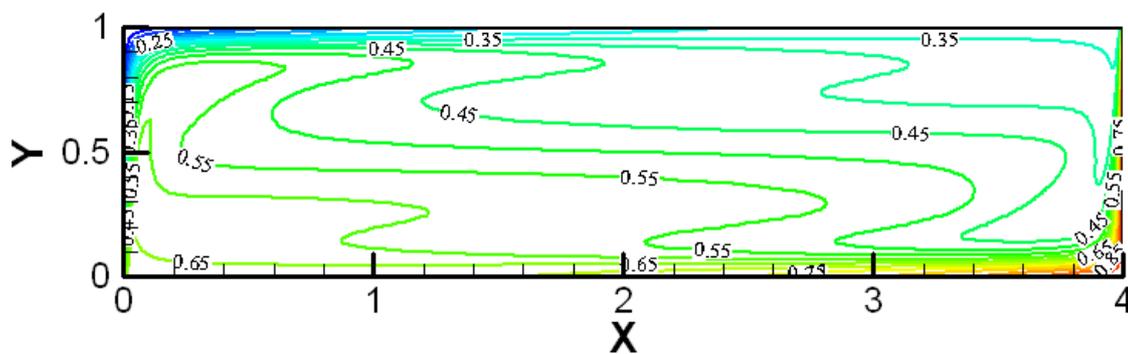
a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes



d- Isoconcentrations

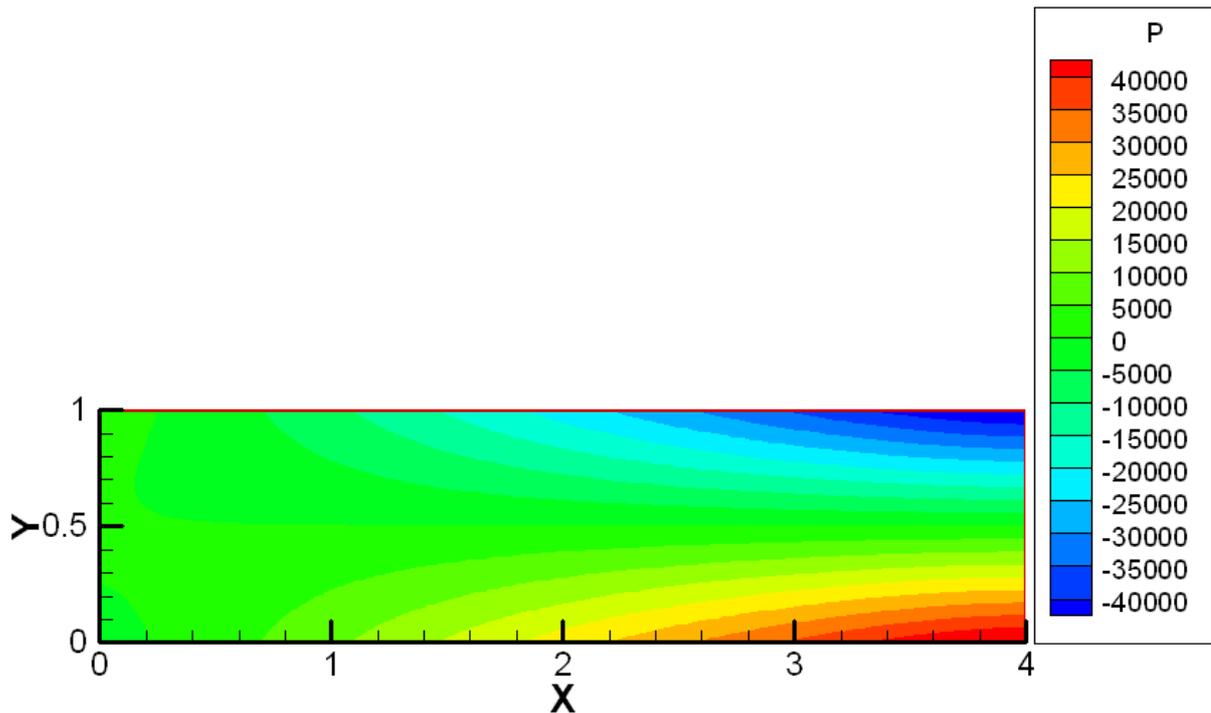
Figure 4.51 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^8$, $Gr_c=5.10^5$.

4.3.3.2 Cas de $Da=5.10^{-7}$ et $Gr_c=10^5$

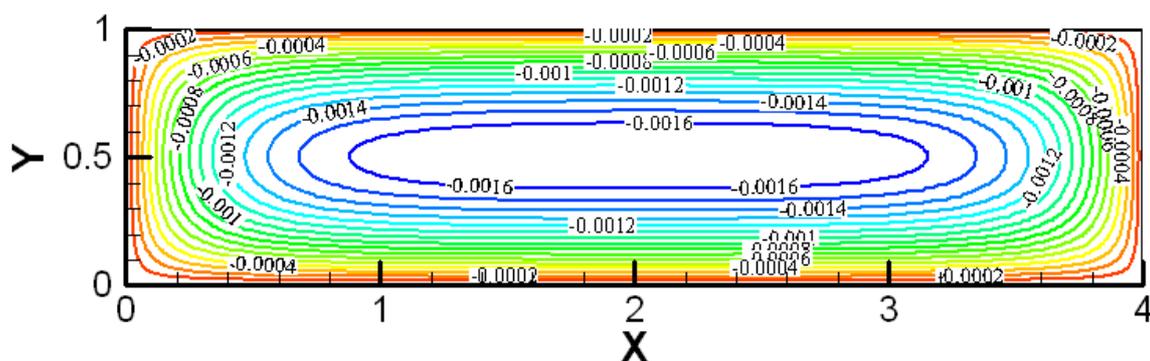
Pour les différentes valeurs du nombre Grashof thermique, à savoir $Gr_t=10^4$, 10^5 , 10^6 , 10^7 et 10^8 Les résultats obtenus sont illustrés sur les figures 4.52, 4.53, 4.54, 4.55 et 4.56.

On constate que ce cas est pratiquement comparable au cas du modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer (§ 4.3.2.1.4.1 page 93). Pour les valeurs de $Gr_t=10^4$, 10^5 et 10^6 , les transferts de chaleur et de masse sont pratiquement diffusifs. Les valeurs de la pression engendrée sont relativement faibles (fig. 4.52a et 4.53a) à modérées (fig. 4.54a) par rapport au cas précédent de $Da=10^{-2}$. L'écoulement est monocellulaire tournant dans le sens horaire (fig. 4.52b, 4.53b et 4.54b). Les transferts de chaleur et de masse sont représentés, respectivement, par des isothermes (fig. 4.52c, 4.53c et 4.54c) et des isoconcentrations (fig. 4.52d, 4.53d et 4.54d) verticales quasi-parallèles. Pour $Gr_t=10^7$ et 10^8 , l'écoulement et les transferts de chaleur et de masse sont conduit par convection et diffusion. On constate que les plus grandes valeurs de la pression se situent en haut du côté de la paroi verticale gauche et sont

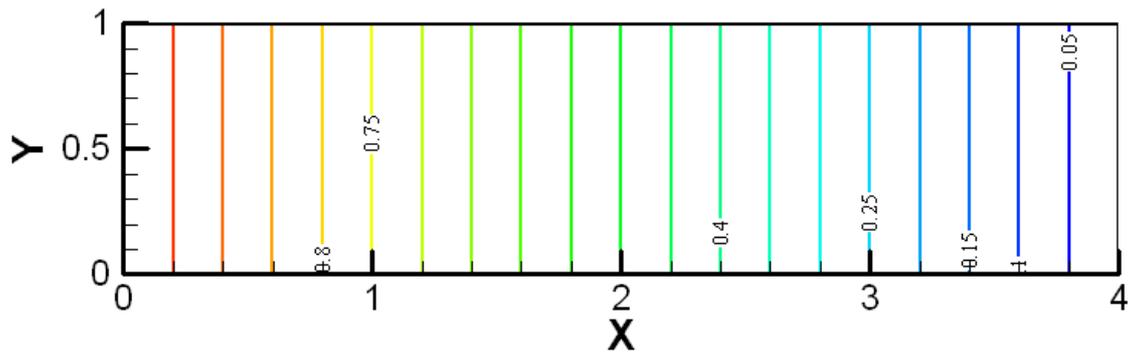
relativement assez élevées (fig. 4.55a et 4.56a). Un écoulement rotatif monocellulaire dans le sens horaire est obtenu dans l'enceinte (fig. 4.55b et 4.56b). La variation de la température dans l'enceinte est présentée par des isothermes verticales quasi-parallèles (fig. 4.55c et 4.56c). Tandis que, la variation de la concentration dans l'enceinte est présentée par des isoconcentrations verticales légèrement déformés de droite à gauche en bas de l'enceinte et de gauche à droite en haut de l'enceinte (fig. 4.55d et 4.56d). On conclut donc que, dans ces conditions, le mode de transfert par diffusion est dominant.



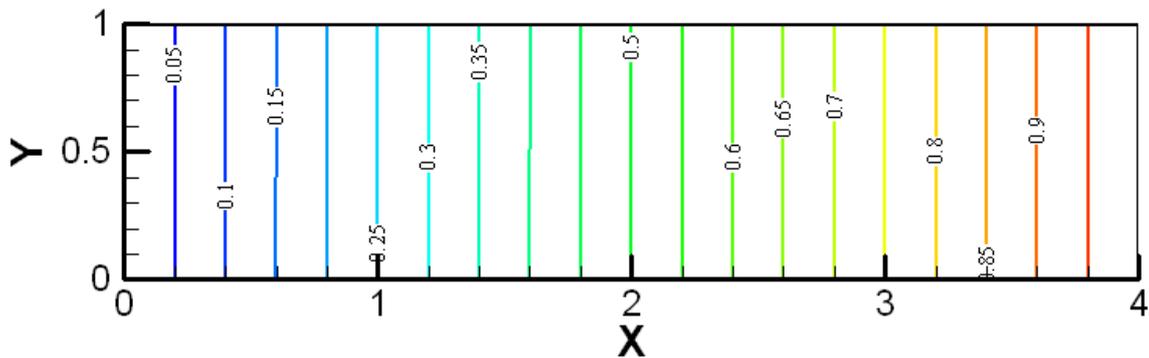
a- Contour de pression



b- Lignes de courant

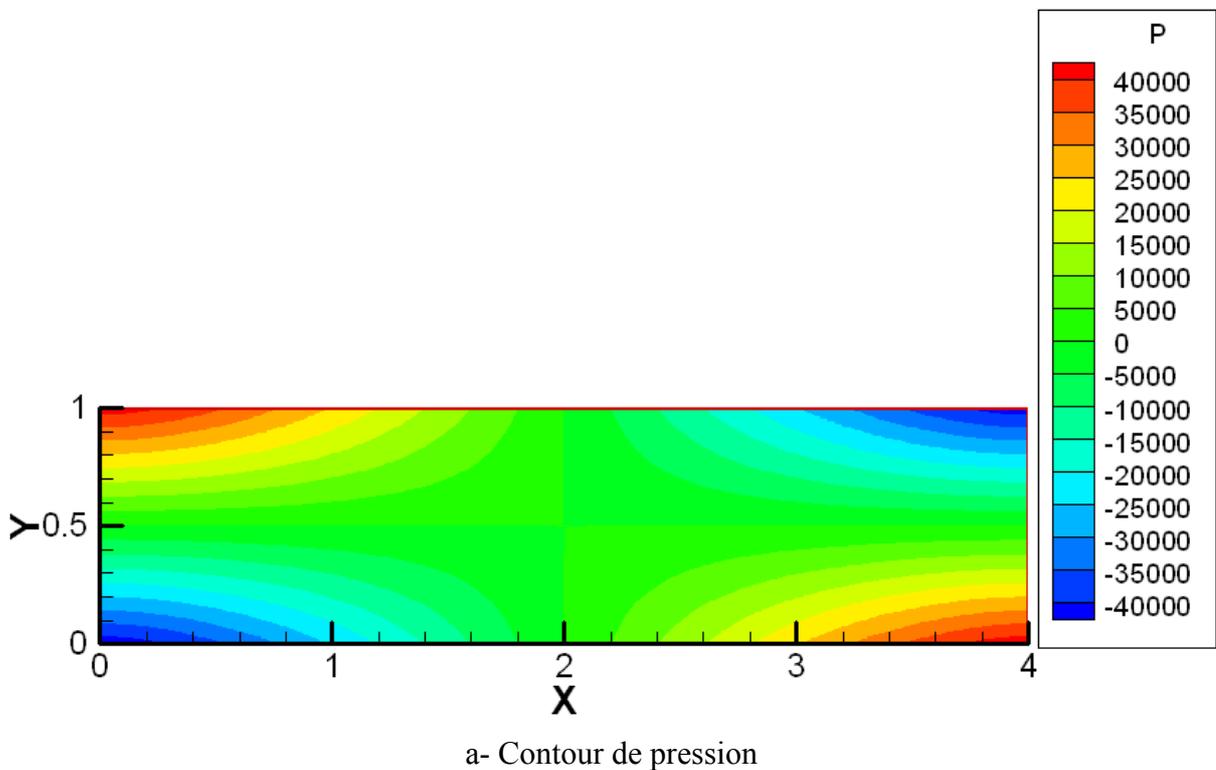


c- Isothermes

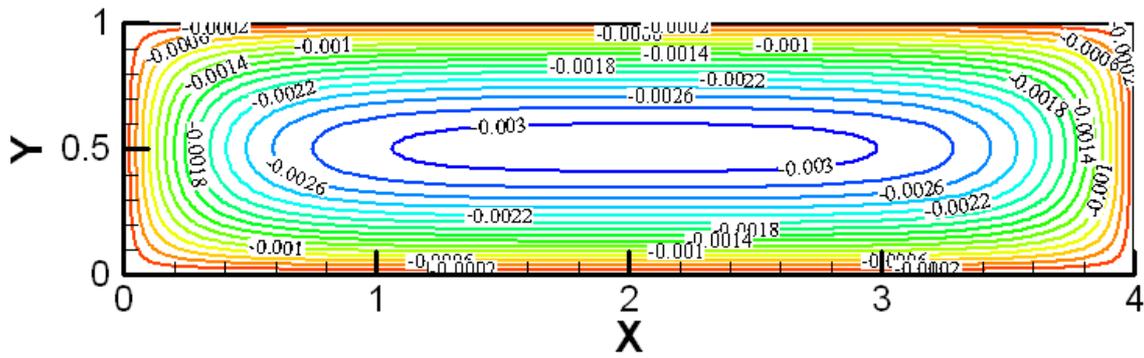


d- Isoconcentrations

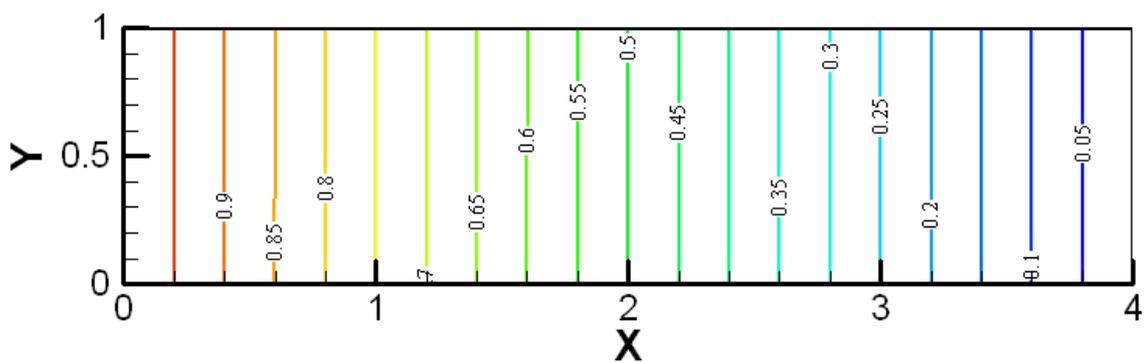
Figure 4.52 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^4$, $Gr_c=10^5$.



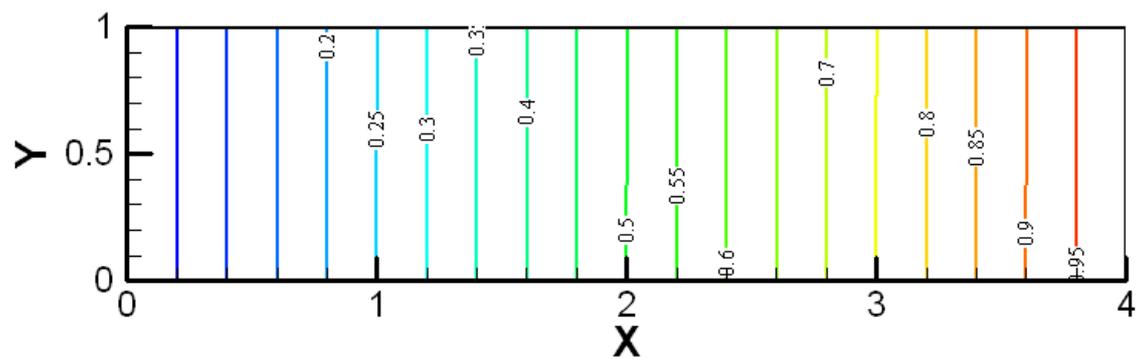
a- Contour de pression



b- Lignes de courant

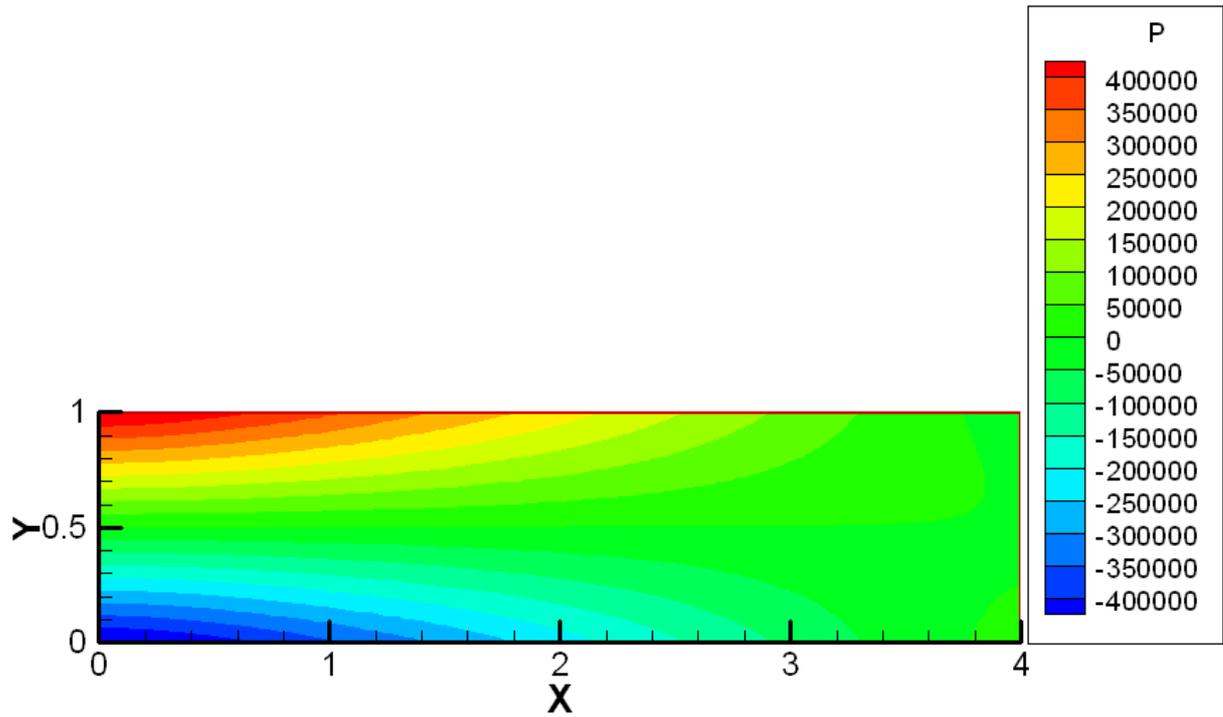


c- Isothermes

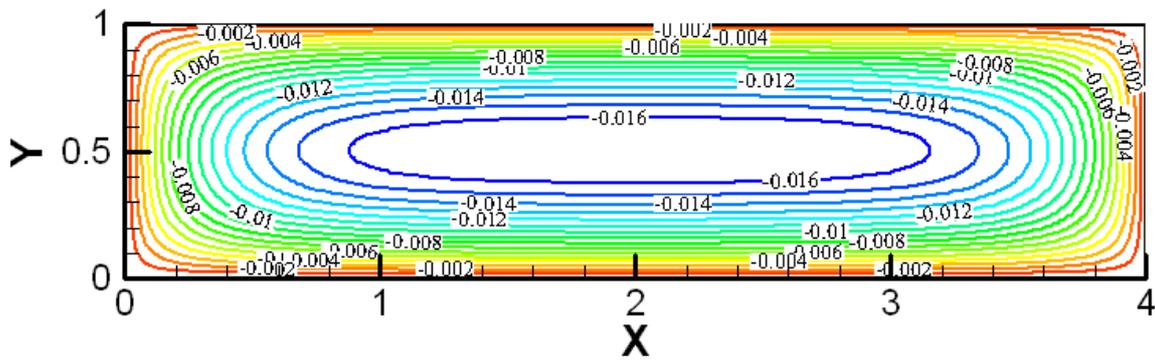


d- Isoconcentrations

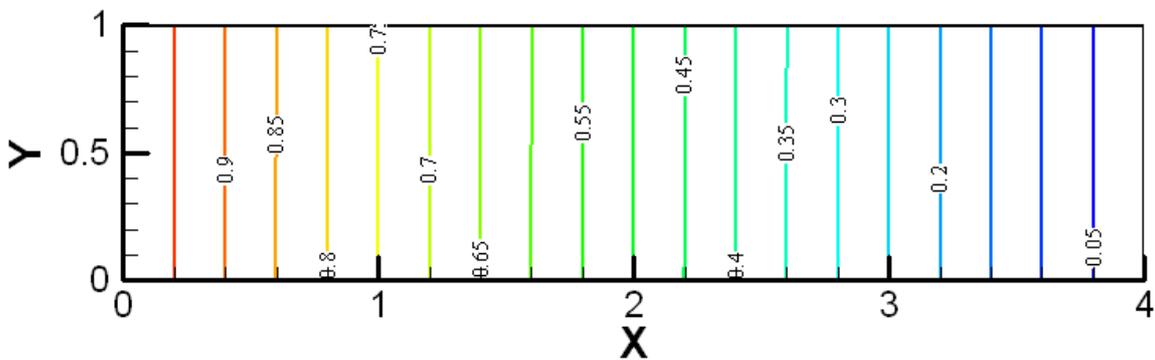
Figure 4.53 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^5$, $Gr_c=10^5$.



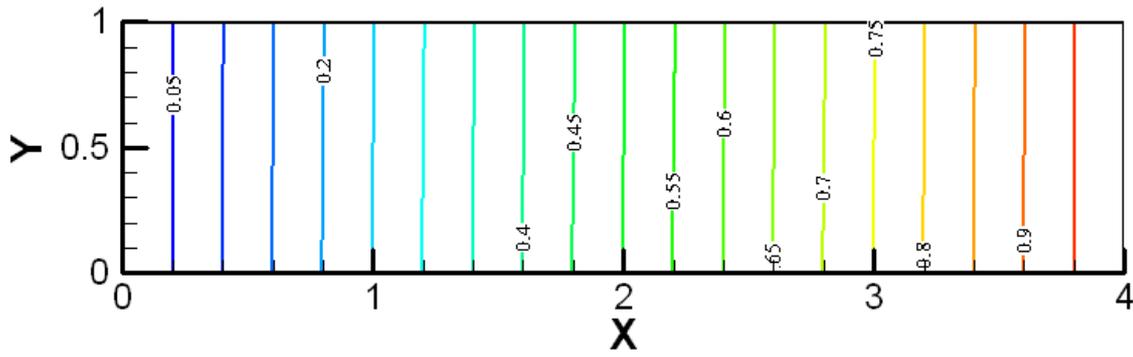
a- Contour de pression



b- Lignes de courant

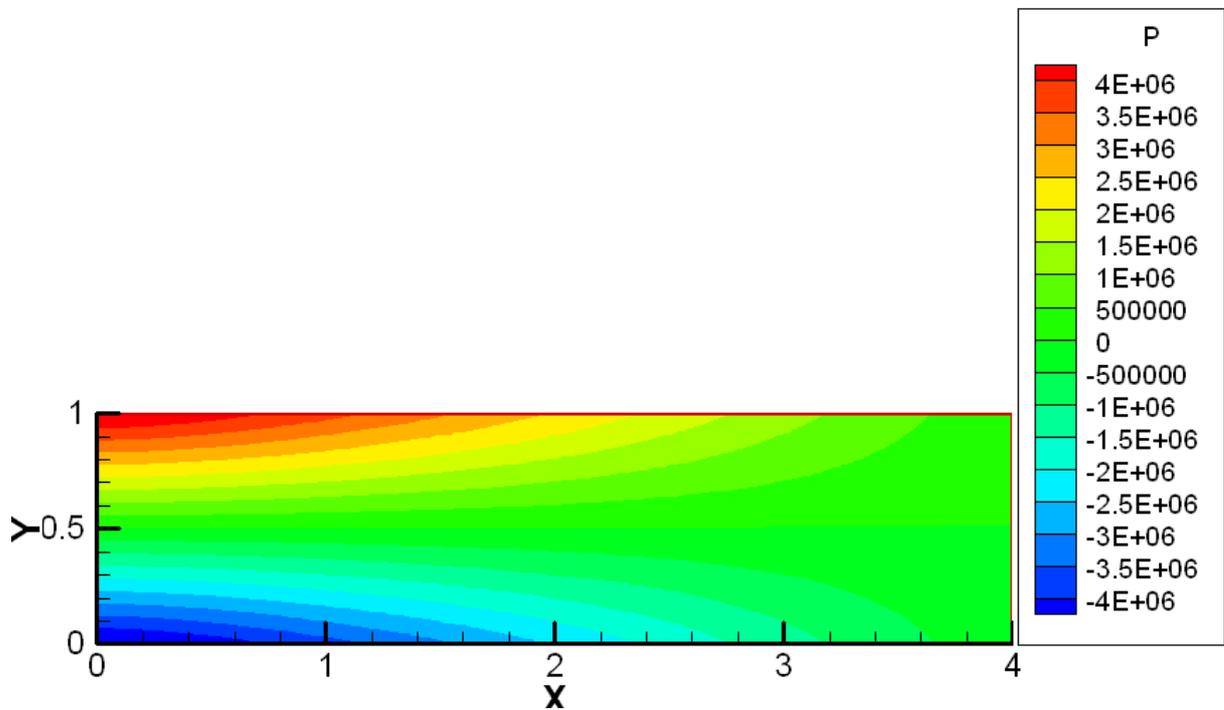


c- Isothermes

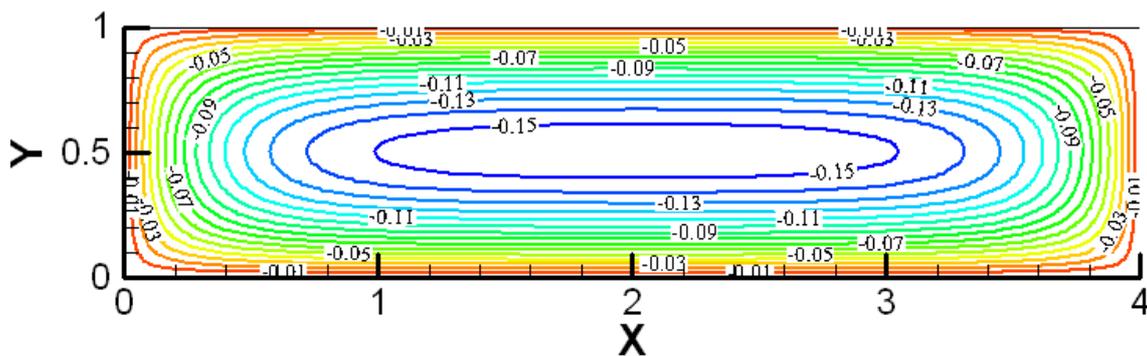


d- Isoconcentrations

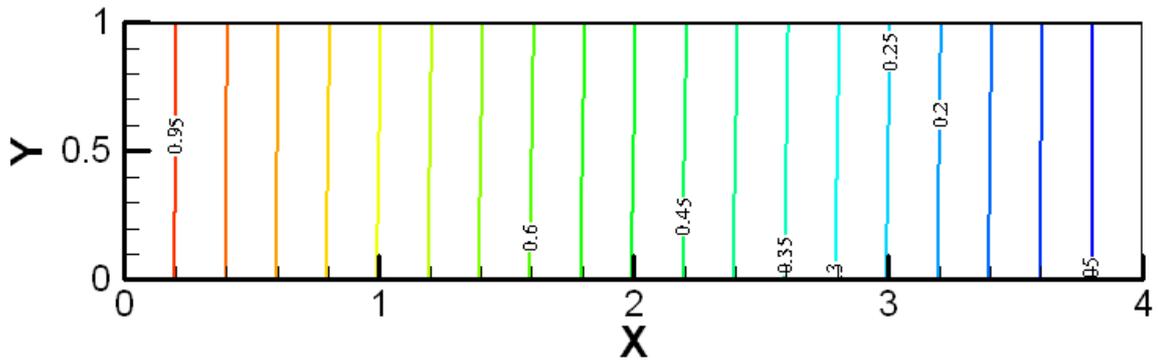
Figure 4.54 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^6$, $Gr_c=10^5$.



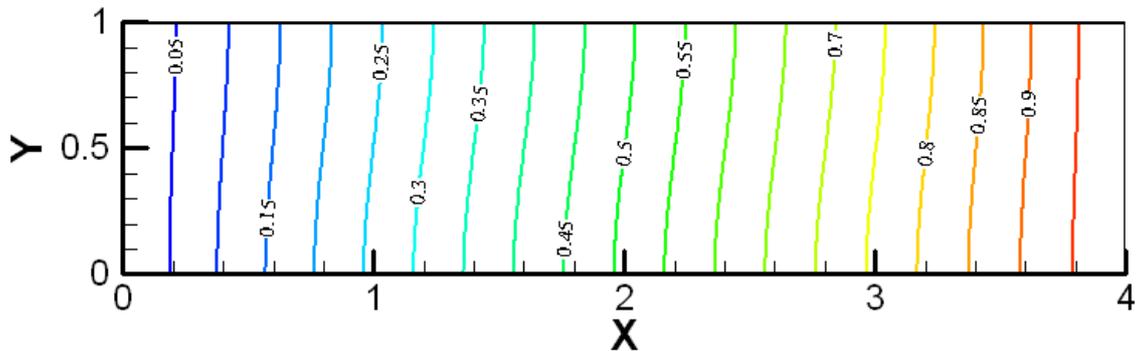
a- Contour de pression



b- Lignes de courant

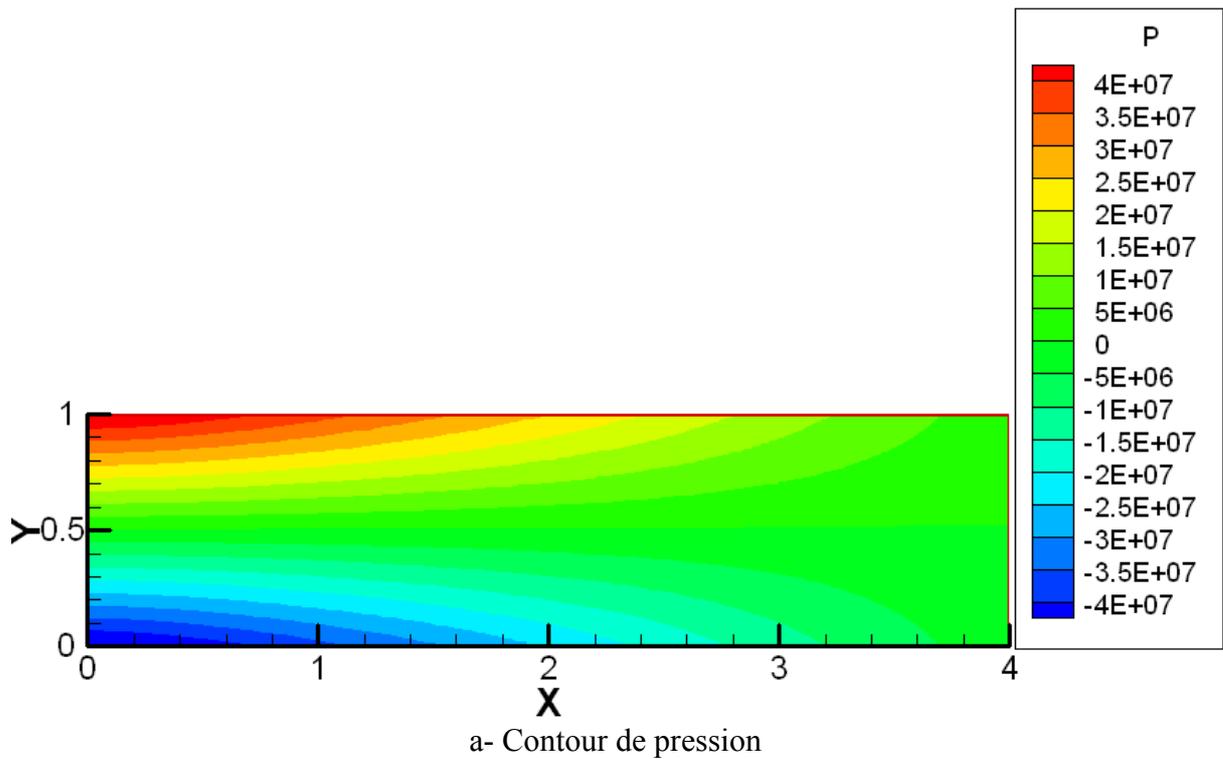


c- Isothermes

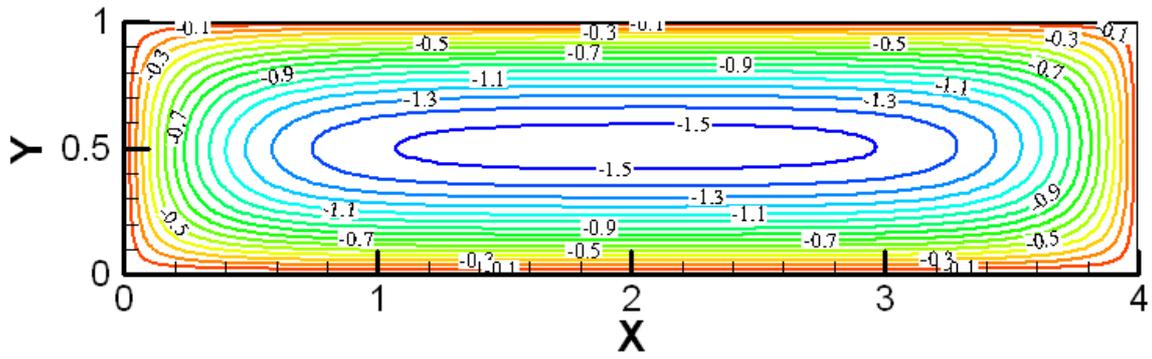


d- Isoconcentrations

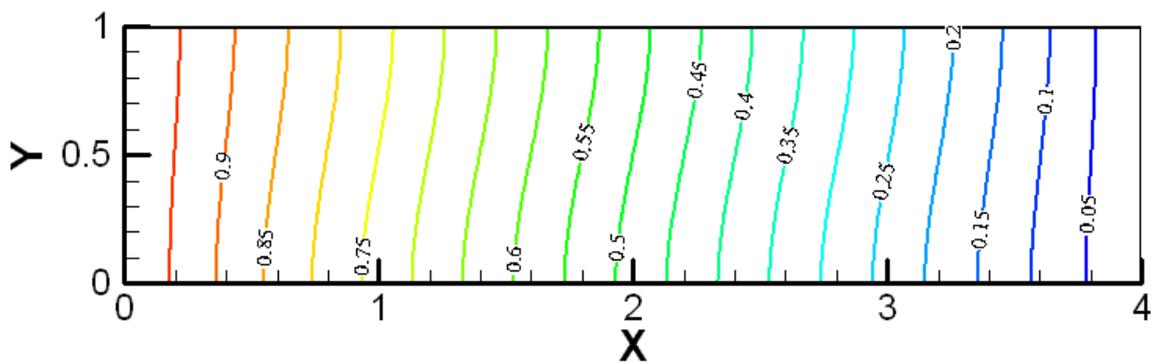
Figure 4.55 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^7$, $Gr_c=10^5$.



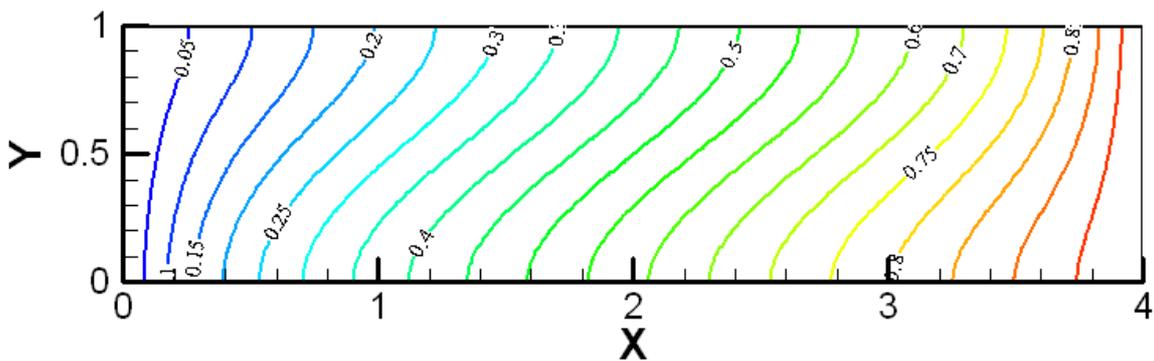
a- Contour de pression



b- Lignes de courant



c- Isothermes



d- Isoconcentrations

Figure 4.56 : Contour de la pression, isothermes, isoconcentrations et structure de l'écoulement pour : $Gr_t=10^8$, $Gr_c=10^5$.

4.3.4 Comparaisons des deux modèles Darcy-Brinkman-Forchheimer et Darcy

La figure 4.57 illustre La variation de nombre de Nusselt avec le Grashof thermique pour les deux Modèles avec $Gr_c=10^5$. Il est montré que pour des petites valeurs de Grashof thermique la différence entre les nombres de Nusselt pour les deux Modèles est petite et elle augmente avec l'augmentation des valeurs de Grashof thermique.

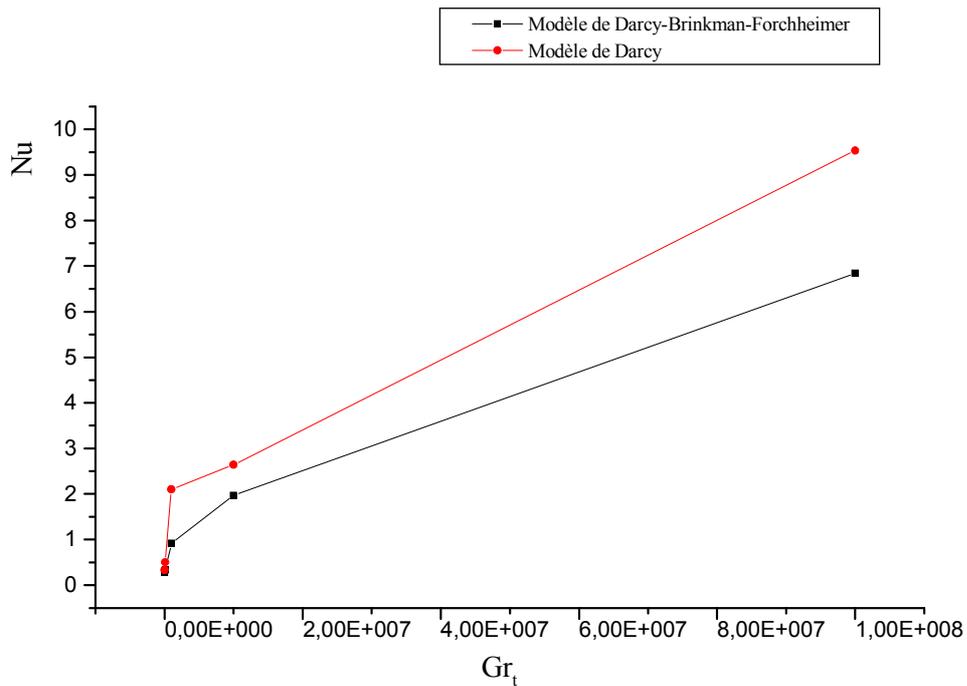


Figure 4.57 : Nombre de Nusselt en fonction en fonction de Gr_t pour $Gr_c=10^5$.

La figure 4.58 illustre la variation de nombre de Sherwood avec le Grashof thermique pour les deux Modèles avec $Gr_c=10^5$. Il est montré que pour des petites valeurs de Grashof thermique la différence entre les nombres de Sherwood pour les deux Modèles est petite et elle augmente avec l'augmentation des valeurs de Grashof thermique.

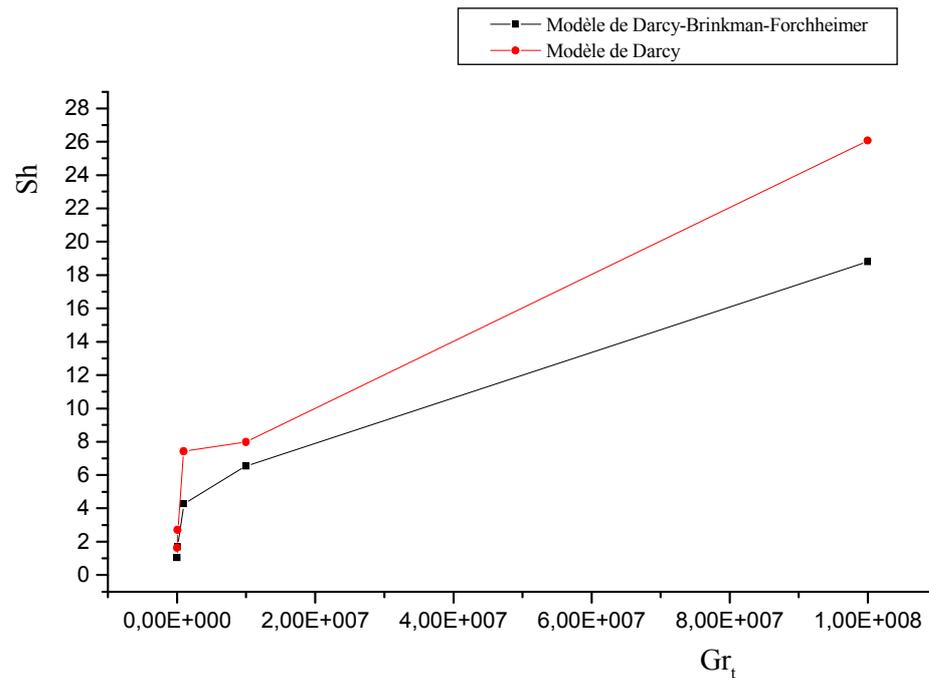


Figure 4.58 : Nombre de Sherwood en fonction en fonction de Gr_t pour $Gr_c=10^5$.

La figure 4.59 illustre la variation de nombre de Nusselt avec le Grashof thermique pour les deux Modèles et avec un Grashof solutal égale à $5 \cdot 10^5$. Il est montré que pour des petites valeurs de Grashof thermique la différence entre les nombres de Nusselt pour les deux Modèles est petite et elle augmente avec l'augmentation des valeurs de Grashof thermique.

La figure 4.60 illustre la variation de nombre de Sherwood avec le Grashof thermique pour les deux Modèles et avec un Grashof solutale égale a $5 \cdot 10^5$. Il est montré que pour des petites valeurs de Grashof thermique la différence entre les nombres de Sherwood pour les deux Modèles est petite et elle augmente avec l'augmentation des valeurs de Gr_t .

La différence entre les nombres Nusselt et de Sherwood entre les deux modèles est d'autant plus élevée, que l'on augmente le nombre de Grashof solutal (tableau 4.11).

Les figures 4.61 et 4.62 illustrent les variations des nombres moyens du Nusselt et du Sherwood en fonction du nombre de Grashof thermique pour les deux Modèles et avec un $Gr_c=5 \cdot 10^5$. On constate une parfaite superposition des deux modèles.

On conclut donc que le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer peut être approximé par le modèle de Darcy dans le cas de $\phi < 0.8$, $Re < 1$ et $Da < 10^{-6}$, Re est le nombre de Reynolds. Ce résultat est conforme avec les travaux de Nield et Bejan (2006) et Vasseur *et al.* (1989). Ces observations sont aussi illustrées sur le tableau 4.11.

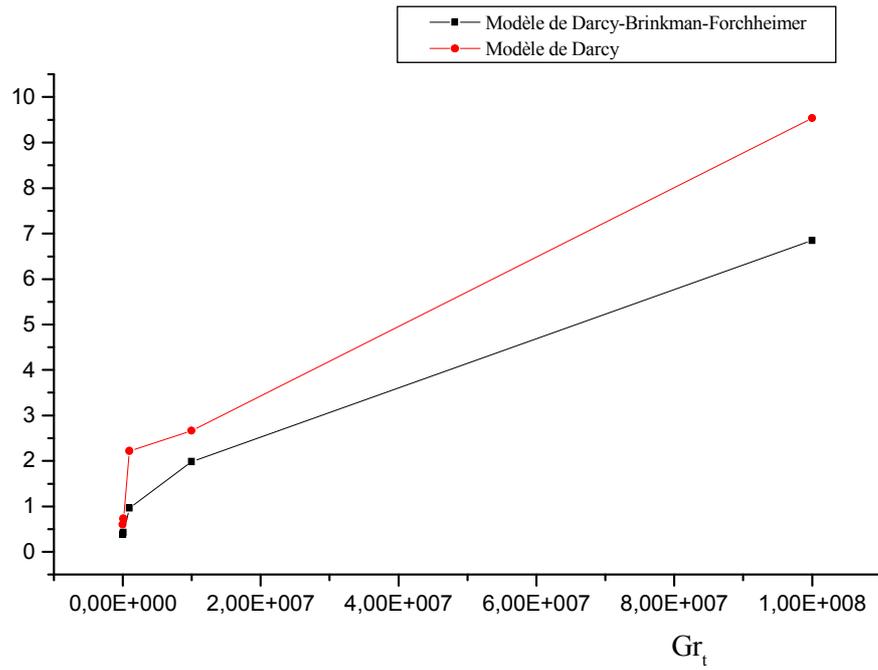


Figure 4.59 : Nombre de Nusselt en fonction en fonction de Gr_t pour Gr_c=5.10⁵.

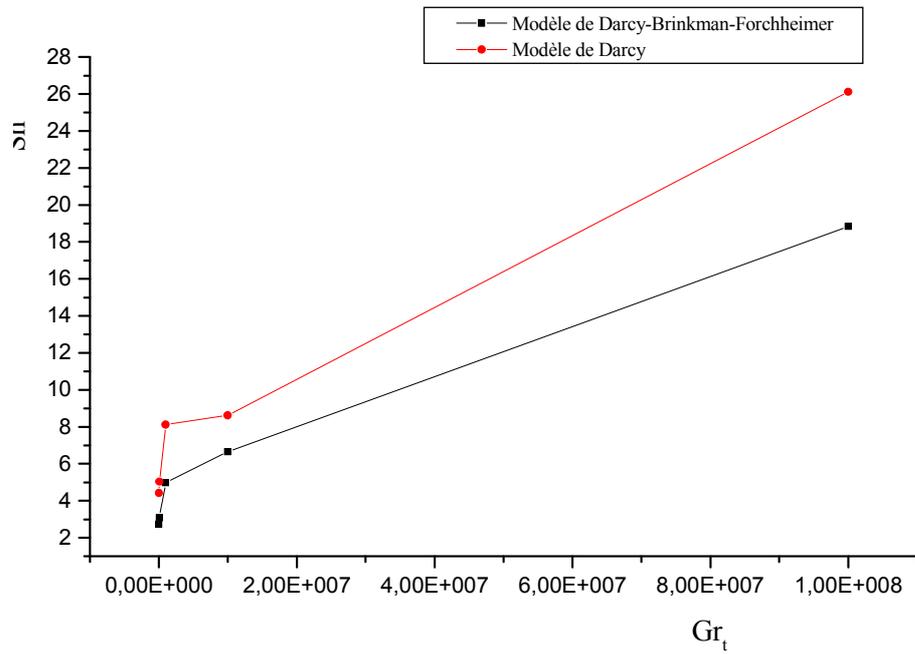


Figure 4.60 : Nombre de Sherwood en fonction du Grashof thermique pour Gr_c=5.10⁵.

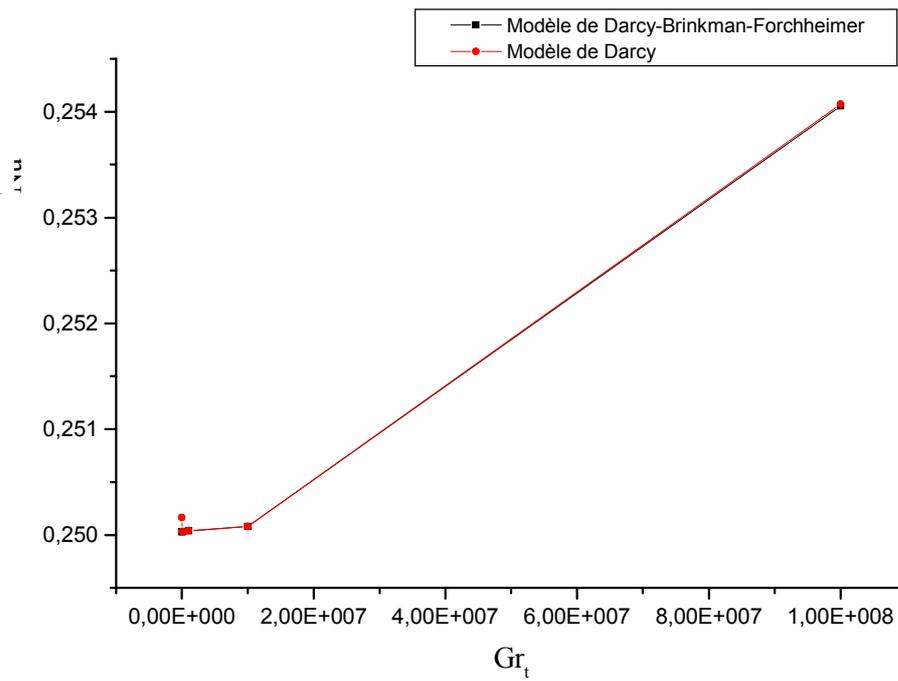


Figure 4.61 : Nombre de Nusselt en fonction de Gr_t pour Gr_c=10⁵ et Da=5.10⁻⁷.

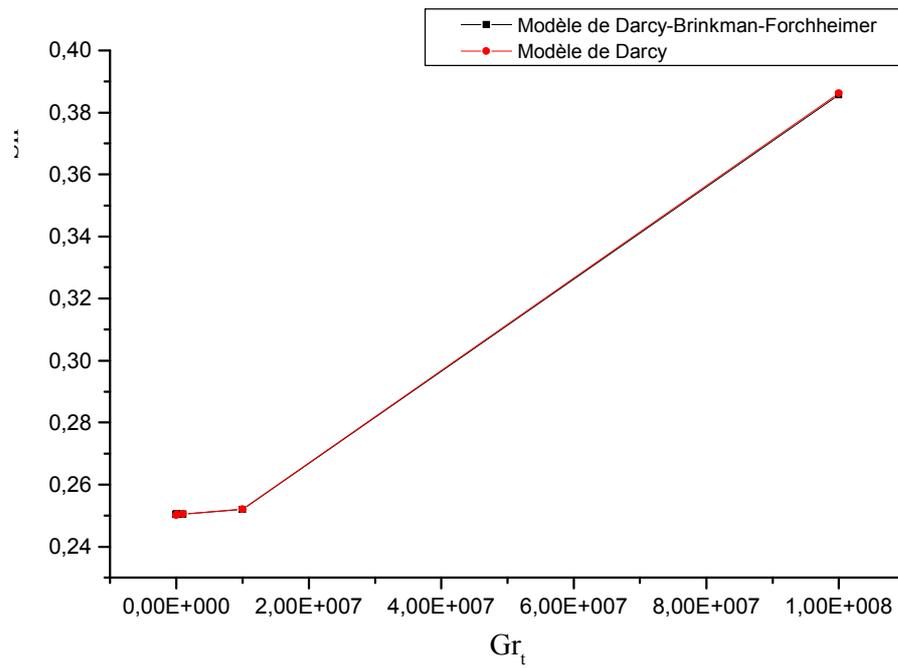


Figure 4.62 : Nombre de Sherwood en fonction en fonction de Gr_t pour Gr_c=10⁵ et Da=5.10⁻⁷.

Tableau 4.11 : Caractéristiques de l'écoulement, modèle de Darcy, cas coopérant.

		Gr_t	\overline{Nu}	\overline{Sh}	$ U_{max} $	$ V_{max} $
$Da=10^{-2}$	$Gr_c=10^5$	$Gr_t=10^4$	0.3347596	1.635408	37.680940	22.096320
		$Gr_t=10^5$	0.5038062	2.703228	71.484860	39.043220
		$Gr_t=10^6$	2.101811	7.427006	251.450000	244.297100
		$Gr_t=10^7$	2.639083	7.983262	573.168000	295.656000
		$Gr_t=10^8$	9.532064	26.081860	1708.551000	2498.12900
	$Gr_c=5.10^5$	$Gr_t=10^4$	0.5990508	4.430360	91.851190	119.560800
		$Gr_t=10^5$	0.7290959	5.042470	112.827500	135.026500
		$Gr_t=10^6$	2.218518	8.126999	272.241100	315.60700
		$Gr_t=10^7$	2.664422	8.617319	580.238700	305.963400
		$Gr_t=10^8$	9.539660	26.122680	1710.352000	2503.65500
$Da=5.10^{-7}$	$Gr_c=10^5$	$Gr_t=10^4$	0.2501644	0.2501398	0.006773777	0.00506373
		$Gr_t=10^5$	0.2500308	0.2504906	0.01231496	0.00918984
		$Gr_t=10^6$	0.2500398	0.2505076	0.06773916	0.00505695
		$Gr_t=10^7$	0.2500786	0.2520482	0.6219234	0.4644038
		$Gr_t=10^8$	0.2540710	0.3862819	6.128740	4.651964

CONCLUSION GÉNÉRALE

Une étude de la convection naturelle bidiffusive coopérante et opposante dans une enceinte rectangulaire complètement rempli par un milieu poreux saturé par un fluide binaire a été entreprise. Le fluide est l'air et la substance diffusée dans l'air de l'enceinte est la vapeur d'eau. Les parois verticales de l'enceinte sont soumises à des gradients de températures et de concentrations. Les parois horizontales sont adiabatiques et imperméables. Le milieu poreux est supposé homogène et isotrope. L'écoulement dans l'enceinte est modélisé par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. L'écoulement et le transfert thermique et massique sont modélisés par les équations de continuité, de quantité de mouvement, d'énergie et de masse. Ces équations ont été discrétisées avec la méthode des volumes et résolues par la méthode itérative de double balayage selon l'algorithme de Thomas (TDMA).

Les résultats obtenus nous ont permis d'établir une description de la convection naturelle bidiffusive, de sa structure d'écoulement et des transferts de chaleur et de masse. Ils peuvent être résumés comme suit.

Dans le cas d'un milieu fluide, quand les forces thermique et solutale sont coopérantes, pour des valeurs de Gr_t inférieur à Gr_c , l'écoulement obtenu est monocellulaire tournant dans le sens horaire et il est pratiquement conduit par la force de buoyancy solutale. Alors que, l'écoulement est dominé par la force de buoyancy thermique pour des valeurs de Gr_t supérieur à Gr_c et sa structure est multicellulaire pour $Gr_t \geq 10^7$.

Avec le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer, quand les forces de volumes sont coopérantes, pour des valeurs de Gr_t inférieur à Gr_c , l'écoulement obtenu est monocellulaire, a pour sens de rotation le sens horaire et il est pratiquement conduit par la force de buoyancy solutale. Tandis que, pour des valeurs de Gr_t supérieur à Gr_c , la force de buoyancy thermique domine et conduit l'écoulement. Lorsque les forces de volumes sont opposantes, l'écoulement obtenu est monocellulaire et a pour sens de rotation le sens antihoraire et il est conduit par la force de volume solutale. Pour Gr_t égale à Gr_c , un faible écoulement bicellulaire contrarotatif apparait et le transfert de chaleur et de masse devient diffusif, à cause de la compétition entre les deux forces de même valeur et de sens opposés. Avec des valeurs de Gr_t supérieur à Gr_c , la force de buoyancy thermique domine et on obtient un écoulement monocellulaire tournant

dans le sens horaire. Les transferts de chaleur et de masse déterminés par les valeurs des nombres moyens de Nusselt et Sherwood sont plus élevés dans le cas coopérant.

Une comparaison du modèle de Darcy avec le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer dans le cas coopérant a été faite en employant différentes valeurs de Gr_t et Gr_c , pour deux nombres de Darcy 10^{-2} et 5.10^{-7} . On a constaté que pour $Da=10^{-2}$, il y a des différences notables entre les deux modèles de point de vue structure d'écoulement et transfert de chaleur et de masse. Dans le cas de $Da=5.10^{-7}$, les résultats obtenues avec les deux modèles sont parfaitement identiques. On conclut que le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer ne peut être approximé par le modèle de Darcy que sous certaines conditions : $\phi \leq 0.8$, $Re < 1$ et $Da < 10^{-6}$.

Dans cette étude, les modèles mathématiques utilisés sont basés sur de nombreuses hypothèses simplificatrices. Il serait intéressant de modifier ces hypothèses de façon à tenir en compte certains effets, tels que les effets tridimensionnels et la variation des propriétés physico-chimiques du fluide. En outre, le milieu poreux était supposé homogène et isotrope et les interactions entre les transferts de chaleur et de masse étaient négligées. Donc, l'étude de l'influence des effets d'anisotropie et des effets de Soret et de Dufour, est aussi fortement recommandée.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. ABDEDOU A., Transferts convectifs dans un échangeur plan contenant un milieu poreux réactif, en absence d'équilibre thermique local. Mémoire de Magister, école militaire polytechnique *EMP*, Borj El Bahri, Alger, 2005.
2. AKROUR D., BENNACER R., BETROUNI M., Effet d'hystérésis en convection thermosolutal avec des gradients croisés (Etang de stockage). *Rev. Energ. Ren.*, vol. 3 pp. 39-47, 2000.
3. ALAM M., RAHMAN M., SAMAD M., Numerical study of the combined free-forced convection and mass transfer flow past a vertical porous plate in a porous medium with heat generation and thermal diffusion. *Nonlinear Analysis: Modeling and control*, vol. 11, N° 4, pp. 331-343, 2006.
4. BAHLOUL A., YAHIAOUI M. A., VASSEUR P., ROBILLARD L., Thermogravitational separation in a vertical annular porous layer. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, vol. 31, N° 6, pp 783-794, 2004.
5. BAHLOUL A., YAHIAOUI M. A., VASSEUR P., BENNACER R., BEJI H., Natural convection of a two-component fluid in porous media Bounded by tall concentric vertical cylinders. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 73, pp. 26-33, 2006.
6. BAHLOUL A., VASSEUR P., ROUBILLARD L., Convection of binary fluid saturating a shallow porous cavity subjected to cross heat fluxes. *J. Fluid Mech.*, vol. 574, pp. 317-342, 2007.
7. BARLETTA A., LAZZARI S., 2D free convection in porous cavity heated by an internal circular boundary. Excerpt from proceedings of the COMSOL Multiphysics User's Conference Stockholm, 2005.
8. BEJI H., BENNACER R., DUVAL R., VASSEUR P., Double-diffusive natural convection in a vertical porous annulus. *Numerical Heat transfer, Part A*, vol. 36, pp. 153-170, 1999.

9. BENNACER R., BEJI H., DUVAL R., VASSEUR P., The Brinkman model for thermosolutal convection in a vertical annular porous layer. *International Journal of Heat Mass Transfer*, vol.27, N° 1, pp. 69-80, 2000.
10. BENNACER R., TOBBAL A., BEJI H., Convection naturelle thermosolutal dans une cavité poreuse anisotrope : formulation de Darcy-Brinkman. *Rev. Energ. Ren.* vol.5, pp. 1-21, 2002.
11. BENNACER R., BEJI H., MOHAMED A. A., Double diffusive in a vertical enclosure inserted with two saturated porous layers confining a fluid layer. *International Journal of thermal Sciences*, vol. 42, pp.141-151, 2003.
12. BERA A., KHALILI P., Double-diffusive natural convection in an anisotropic porous cavity with opposing buoyancy forces: multi-solutions and oscillations. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 45, pp. 3205-3222, 2002.
13. BOURICH M., HASNAOUI M., AMAHMID A., A Scale analysis of thermosolutal convection in a saturated porous enclosure submitted to vertical temperature and horizontal concentration gradients. *Energy Conversion and Management*, vol. 45, pp. 2795-2811, 2004a.
14. BOURICH M., HASNAOUI M., AMAHMID A., Double-diffusive natural convection in a porous enclosure partially heated from below and differentially salted. *International Journal of Heat and fluid flow*, vol. 25, pp. 1034-1046, 2004b.
15. BOUSRI A., BOUHADEF K., Etude numérique du transfert de chaleur et de masse dans un cylindre rempli d'un milieu poreux réactif. Eurotherm seminar N°81, Reactive Heat Transfer in Porous Media, école des mines d'Albi, France, June 4-6, 2007.
16. CHEN G., HADIM H. A., Numerical study of three-dimensional non-Darcy forced convection in a square porous duct. *International Journal for Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, vol. 9, N° 2, pp. 151-169, 1999.
17. DANQUIGNY C., Etude expérimentale du transfert de masse en milieu poreux hétérogène. Thèses de doctorat, université de Louis Pasteur, Strasbourg, 2003.
18. DINA S. R., effet d'un champ Magnétique sur la convection naturelle d'un fluide binaire en milieu poreux confiné. Thèse de Maîtrise es sciences appliquées, école polytechnique, université de Montréal, 2006.

19. GOBIN D., GOYEAU B., NECULAE A., convective heat solute transfer in partially porous cavities. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 48, pp. 1898-1908, 2005a.
20. GOBIN D., GOYEAU B., HIRATA S., Natural convection in partially porous media. *EUROTHERM 82, Numerical Heat transfer*, september 13-16, 2005b.
21. HOOMAN K., GURGENCI H., A theoretical analysis of forced convection in porous-saturated circular tube: Brinkman-Forchheimer model. *Transp. Porous med.*, vol. 69, pp. 289-300, 2007.
22. HOOMAN K., GURGENCI H., Effects of dependent viscosity on Bénard convection in porous medium using a non-Darcy model. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 51, pp. 1139-1149, 2008.
23. KALLA L., Convection naturelle au sein d'une couche horizontale poreuse soumise à des flux de chaleur uniformes. Thèse de Maîtrise es sciences appliquées, école polytechnique, université de Montréal, 1999.
24. KALLA L., GOUJON-DURAN S., VASSEUR P., ROBILLARD L., Double-diffusive convection in a horizontal porous layer. *CIMASI, EHTP Casablanca Maroc*, octobre 23-25, 2000.
25. KHANAFER K., VAFAI K., Double-diffusive mixed convection in a lid-driven enclosure filled with a fluid-saturated porous medium. *Numerical Heat transfer, Part A*, vol. 42, pp. 465-486, 2002.
26. KUZNESTSOV A. V., NIELD D. A., The effects of combined horizontal and vertical heterogeneity on the onset of convection in porous medium: double diffusive case. *Transp Porous Med*, vol. 72, pp. 157-170, 2008.
27. MAHIDJIBA A., MAMOU M., VASSEUR P., Onset of double-diffusive convection in a rectangular porous cavity subject to mixed boundary conditions. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, vol. 43, pp. 1505-1522, 2000.
28. MAHIDJIBA A., ROBILLARD L., VASSEUR P., Onset of penetrative convection of cold water in a porous layer under mixed boundary conditions. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 49, pp. 2820-2828, 2006.
29. MAMOU M., Convection thermosolutale dans des milieux poreux et fluides confinés. Thèse de doctorat (Ph. D.), école polytechnique, université de Montréal, 1998.

30. MARCLO J. S. L., LUZIA A. T., Modeling of double-diffusive turbulent natural convection in porous media. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 47, pp. 4233-4241, 2007.
31. MHAZRI M., DAGUENET M., DAOUDI S., Thermosolutal natural convection in a vertically layered fluid-porous medium heated from the side. *Energy Conversion and Management*, vol. 41, pp. 1065-1090, 1999.
32. MOTA J. P. B., SAATDJIAN E., On the reduction of natural convection heat transfer in horizontal eccentric annuli containing saturated porous media. *International Journal for Numerical Methods for Heat and Fluid Flow* Vol. 7 No. 4, pp. 401-416, 1997.
33. NAWAF H. S., Natural convection in a square porous cavity with an oscillating wall temperature. *The Arabian Journal for Science and Engineering* volume 31, N° 1B, pp. 153-164, 2005.
34. NAWAF H. S., POP I., Periodic mixed convection in horizontal porous layer Heated from below by isoflux heater. *The Arabian Journal for Science and Engineering* volume 31, N° 2B, 2006.
35. NIELD D. A., BEJAN A., *Convection in porous media*. Third edition, Springer, 2006.
36. OUAZAA N., Étude de la convection thermosolutale dans les milieux poreux confinés. Mémoire de magister, université Mentouri – Constantine, 2008.
37. PAKDEE W., PHADUNGSAK R., Natural convection in porous enclosure caused by partial heating or cooling. *The 20th Conference of Mechanical Engineering Network of Thailand*, 2006.
38. PATANKAR S.V., *Numerical Heat transfer and fluid flow*. Hemisphere, Washington, DC, 1980.
39. SIVASANKARAN S., KANDASWAMY P., NG C. O., Double-diffusive convection of anomalous density fluids in a porous cavity. *Transp. Porous Med.*, vol. 71, pp. 133-145, 2008.
40. VASSEUR P., ROBILLARD L., SEN M., The Brinkman model for natural convection in shallow porous cavity with uniform heat flow. *Numerical Heat Transfer*, vol. 15, pp. 221-242, 1989.
41. VERSTEEG H.K., MALALASEKERA W., *An introduction to computational fluid dynamics, the finite volume method*. Longman Group Ltd, London, 1995.

42. YOUNSI R., HARKATI A., KALACHE D., Numerical simulation of double-diffusive natural convection in porous cavity: opposing flow. *The Arabian Journal for Science and Engineering*, vol. 27, N° 1C, 2002.
43. YOUNSI R., Simulation numérique du transfert de chaleur et de masse en milieux fluides et poreux. Thèse de doctorat, université des sciences et technologies Houari Boumediene, Alger, 2002.