

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

UNIVERSITE MENTOURI CONSTANTINE

FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT DE GENIE - MECANIQUE

**N° d'ordre : ...67..... / TE / 2010
série :09..... / MEC / 2010**

**THESE PRESENTEE POUR L'OBTENTION DU DIPLOME DE DOCTORAT
D'ETAT EN GENIE MECANIQUE**

**<ETUDE DES PERFORMANCES THERMOHYDRAULIQUES D'UN CANAL PLAN
CORRUGUE SOUS DIFFERENTS REGIMES DE FONCTIONNEMENT>**

OPTION : ENERGETIQUE

Par

Mme Lanani Née Benchabi Rahima

Soutenue le : 01 / 07 / 2010

devant le jury

**Président : B. NECIB
Rapporteur : M. KADJA
Examineurs : M. SI AMEUR
K. ZIDANI
K. TALBI**

**Pr U. Mentouri Constantine
Pr U. Mentouri Constantine
Pr Université de Batna
M.C Université de Batna
M.C U. Mentouri Constantine**

Table des matières

Introduction	3
0.1 Introduction	3
1 Bibliographie	5
1.1 Bibliographie	5
1.1.1 Etude de Okada et Al. (1972)	5
1.1.2 Etude de Nicolet et Al. (1978)	5
1.1.3 Etude de O'Brien et Sparrow (1982)	6
1.1.4 Etude de Sparrow (1982) et Comb (1983)	6
1.1.5 Etude de Izumi et Al. (1984)	6
1.1.6 Etude de Focke et Al. (1985)	7
1.1.7 Etude de Amano (1985)	7
1.1.8 Etude de Molki et Yuen (1986)	7
1.1.9 Etude de Molki (1986)	8
1.1.10 Etude de Focke et Knibbe (1986)	8
1.1.11 Etude de Amano et Al. (1987)	8
1.1.12 Etude de Faghri et Al. (1987)	9
1.1.13 Etude de Xiu et Tao (1988)	9
1.1.14 Etude de Asako et Al. (1988)	9
1.1.15 Etude de Xiao et Al. (1989)	9
1.1.16 Etude de Sunden et Trollhedden (1989)	9
1.1.17 Etude de Hugonnot (1989)	10
1.1.18 Etude de Gaiser et Al. (1990)	10
1.1.19 Bereiziat (1993)	10
1.1.20 Thonon et Vidil (1995)	10
1.1.21 Etude de Wang et Al. (1995)	11
1.1.22 Etude de Asako et Al. (1998)	11
1.1.23 Etude de Sawers et Al. (1998)	11
1.1.24 Etude de Rush et Al. (1999)	11
1.1.25 Etude de Wang et Al. (2002)	12
1.1.26 Etude de Yasar Islamoglu et Parmaksizoglu (2003)	12
1.1.27 Etude de Yasar Islamoglu (2004)	12
1.1.28 Etude de Yasar Islamoglu et Parmaksizoglu (2006)	12
1.1.29 Etude de Yasar Islamoglu (2008)	13
1.1.30 Etude de Taymaz et Al. (2008)	13

2	Formulation mathématique	14
2.1	Formulation mathématique	14
2.1.1	Éléments mathématiques de base	14
3	Modélisation de la turbulence	19
3.0.2	Equations régissant les écoulements en régime turbulent	19
3.0.3	Les équations exactes des contraintes de Reynolds	22
3.0.4	Modèles de turbulence	24
4	Modélisation Numérique	29
4.0.5	Présentation de la méthode des volumes finis	29
4.0.6	Maillage (Distribution des volumes de contrôle)	29
4.0.7	Discrétisation des équations de transport	31
4.0.8	Discrétisation des conditions aux limites	36
5	Méthode Numérique	39
5.0.9	Introduction	39
5.0.10	Algorithme SIMPLE	39
5.0.11	Méthode itérative de résolution (Algorithme TDMA)	42
5.0.12	Technique de sous relaxation	42
5.0.13	Critère de convergence	43
6	Resultats et Commentaires	44
6.1	Écoulements laminaire et turbulent en 2D	44
6.1.1	Introduction	44
6.1.2	Effet du Maillage	44
6.1.3	Discussion des résultats	46
6.2	Écoulements laminaire et turbulent en 3D	90
6.2.1	Introduction	90
6.2.2	Écoulement laminaire (3D)	90
6.2.3	Écoulement turbulent (3D)	105

Introduction

0.1 Introduction

Dans le contexte de maîtrise de l'énergie, 90% de cette énergie transite par un échangeur de chaleur, dans des domaines d'application tels que le génie climatique, l'industrie chimique ou pétrochimique et l'industrie agro alimentaire.

La préoccupation de fabriquer des échangeurs de chaleur de plus en plus compacts conduit à rechercher des procédés d'intensification de ces échangeurs de chaleur. Ces techniques d'intensification sont regroupées en deux parties :

- 1) Les méthodes actives qui nécessitent la mise en oeuvre d'une puissance extérieure (par exemple, la mise en vibration du fluide ou de la paroi).
- 2) Les méthodes passives qui nécessitent l'adjonction d'un dispositif créant des perturbations au sein du fluide (ailettes,...).

Parmi les techniques passives utilisées dans la conception des échangeurs tubulaires ou à plaques, l'utilisation des corrugations permet de promouvoir la réduction de la couche limite et l'augmentation de la turbulence dans la couche limite.

Les surfaces planes corruguées sont généralement utilisées dans les échangeurs à plaques et joints et dans les échangeurs industriels. Dans ce contexte industriel, les échangeurs à plaques occupent une place importante, offrant de nombreux avantages ; compacité, coût, aspect modulaire, démontage et nettoyage aisés, etc ...

L'objectif de cette étude numérique est de décrire d'une part l'écoulement en régime laminaire et turbulent et l'échange de chaleur dans un canal élémentaire corrugué en considérant le code de calcul Fluent et d'autre part de déterminer l'influence de certains paramètres liés à la géométrie sur les lois d'échange et de frottement.

Par rapport à la littérature existante, le caractère de cette contribution réside dans la tentative de donner des interprétations physiques des phénomènes observés et à déterminer et discuter la variation des caractéristiques.

Dans le premier chapitre, seront synthétisés les travaux les plus intéressants, réalisés précédemment sur ce sujet de recherche.

Le deuxième chapitre, consiste en la formulation mathématique des phénomènes physiques dans le canal corrugué.

Le chapitre trois est consacré à la modélisation de la turbulence.

La modélisation numérique concernant la présentation de la méthode des volumes finis et à la discrétisation des équations régissant l'écoulement dans le canal concerne le chapitre quatre.

La méthode numérique de résolution des équations fait l'objet du chapitre cinq.

Au sixième chapitre, les résultats obtenus par le code de calcul Fluent seront présentés et discutés.

Enfin, nous terminons par une conclusion générale et des suggestions concernant cette présente étude (nous donnons des recommandations pour de futurs travaux).

Chapitre 1

Bibliographie

1.1 Bibliographie

1.1.1 Etude de Okada et Al. (1972)

Il s'agit d'une étude hydraulique et thermique concernant en même temps des corrugations horizontales et des corrugations à chevrons.

Les résultats obtenus avec les profils géométriques horizontaux ont montré que pour une vitesse donnée, la perte de pression est indépendante du diamètre équivalent et le coefficient d'échange augmente avec la diminution de ce dernier.

D'autre part, les résultats concernant les profils géométriques à chevrons montrent que pour un nombre de Reynolds (Re) donné, la loi d'échange augmente de façon importante lorsque l'angle de la corrugation α varie de 30° à 60° et atteint un maximum pour $\alpha=75^\circ$ et qu'une augmentation de α de 30° à 75° provoque une croissance de la perte de pression d'un facteur 10 environ et qu'elle est importante entre les angles $\alpha=45^\circ$ et $\alpha=60^\circ$.

Cependant cette étude reste incomplète à cause d'une part sur le manque d'information sur la forme de la corrugation et d'autre part sur le calcul du diamètre équivalent.

1.1.2 Etude de Nicolet et Al. (1978)

Ces auteurs ont étudié un écoulement le long d'une paroi ondulée dont trois parois sont lisses et la quatrième est ondulée ; ils dégagent quatre domaines de nombres de Reynolds (Re) dans la plage totale, explorée comprise entre 240 et 5000 et ils constatent que pour :

$Re \leq 240$ l'écoulement est laminaire

$240 < Re < 1200$ l'écoulement est stationnaire mais décolle au début de la première onde pour recoller dans la partie de la seconde onde (recirculation des fluides)

$1200 < Re < 3000$ l'écoulement est transitoire

$3000 < Re < 5000$ l'écoulement est turbulent

Leur conclusion est la suivante : bien que la géométrie est très différente de celle du canal corrugué, ils remarquent que l'écoulement est le même, sauf que les régimes de transition apparaissent pour un nombre de Reynolds beaucoup plus élevé.

1.1.3 Etude de O'Brien et Sparrow (1982)

Cette étude est basée sur les performances hydrauliques d'un canal corrugué bi-dimensionnel dans une gamme de nombres de Reynolds variant entre 1500 et 25000. Ces auteurs ont remarqué que le coefficient de frottement est indépendant du nombre de Reynolds et il est en même temps supérieur aux coefficients de frottement des géométries classiques. Pour un écoulement turbulent, ils présentent une corrélation empirique pour un nombre de Nusselt (Nu) moyen. Ils ont observé des phénomènes de recirculation.

1.1.4 Etude de Sparrow (1982) et Comb (1983)

Les observations précédentes ont été complétées par ces auteurs afin d'analyser l'effet de variation de l'amplitude (et les conditions d'entrée du fluide du point de vue thermique) dans un canal corrugué pour des nombres de Reynolds allant de 2000 à 27000. Les auteurs ont constaté que le coefficient de frottement dépend du nombre de Reynolds et qu'il est plus grand que la valeur de celui de l'étude précédente (O'Brien et Sparrow 1982). Ils ont aussi observé qualitativement des recirculations dont la taille s'est nettement accrue avec l'augmentation de l'espace entre les parois, d'où une plus grande dégradation d'énergie.

1.1.5 Etude de Izumi et Al. (1984)

Les buts de cette étude, sont les effets de variation du rapport du pas adimensionnel $P = \frac{L(P)}{H(e)}$ (Pas de la corugation sur la hauteur du canal) et l'angle de corrugation α sur les performances hydrauliques et thermiques d'un canal corrugué, à l'aide d'une méthode numérique utilisant les différences finies. Les auteurs ont conclu que les performances thermohydrauliques dépendent du nombre de Reynolds et des caractéristiques géométriques du canal.

1.1.6 Etude de Focke et Al. (1985)

La méthode utilisée est une technique d'injection de colorant pour étudier l'écoulement entre les plaques ondulées. Ces géométries sont différenciées par l'angle que fait l'ondulation avec l'axe du canal ou la direction principale de l'écoulement. Ainsi, les auteurs retiennent sept valeurs d'angle de chevrons de 0° à 90° pour un nombre de Reynolds variant de 10 à 1000.

Cette étude s'est limitée à l'influence de l'angle α sur la loi de frottement. Les auteurs ont constaté que la loi de frottement augmente fortement lorsque α varie de 0° à 60° et présente un minimum pour $\alpha = 90^\circ$.

1.1.7 Etude de Amano (1985)

L'auteur a étudié numériquement l'écoulement dans un canal corrugué horizontal ($\alpha = 90^\circ$) pour les deux régimes d'écoulement, laminaire et turbulent. Pour ce dernier, il a adopté le modèle $k - \epsilon$, au voisinage de la plaque et a supposé qu'il y a trois sous couches.

- Sous couche visqueuse
- Couche intermédiaire
- Couche turbulente

Il remarque que le coefficient de frottement est fonction du nombre de Reynolds et qu'il change très vite entre la géométrie $\frac{H}{W} = 2$ et la géométrie $\frac{H}{W} = 3$ (rapport entre le pas de la corrugation et la hauteur du canal).

1.1.8 Etude de Molki et Yuen (1986)

Ces auteurs ont étudié l'effet de variation de l'espace entre les deux plaques du canal corrugué sur les performances thermohydrauliques du canal.

Cette étude expérimentale a cerné la gamme du nombre de Reynolds de 4000 à 35000, ils ont observé un écoulement à séparation avec des zones de recirculation qui croissent lorsque l'écartement du canal augmente (l'augmentation de la hauteur du canal provoque un accroissement de la taille des zones de recirculation et modifie donc l'emplacement du point de recollement, Hygonnot 1989) de telle sorte que la position du point de recollement est modifiée (Bereiziat 1993).

1.1.9 Etude de Molki (1986)

Dans cette étude, le but est d'optimiser les performances hydrauliques dans un canal corrugué en faisant varier l'angle de base γ du triangle de 0° à 30° , pour une gamme du nombre de Reynolds variant de 4000 à 30000. L'auteur a constaté que l'augmentation de l'angle γ tend à augmenter le coefficient de frottement et que ce dernier dépend du nombre de Reynolds et cette dépendance décroît pour les grands angles γ .

Il a aussi conclu que les performances hydrauliques sont très supérieures à celles du canal lisse et il a remarqué que pour un très grand angle de base γ du triangle, les performances hydrauliques du canal lisse et corrugué sont très voisines pour de très grands nombres de Reynolds.

Remarque :

L'auteur ne donne pas d'information sur la hauteur du canal, la méthode du calcul du diamètre hydraulique D_h ; ce qui rend toute comparaison à peu près impossible.

1.1.10 Etude de Focke et Knibbe (1986)

Ces auteurs ont effectué des visualisations sur une géométrie bidimensionnelle (corrugations à 90° par rapport à l'écoulement principal).

A très faibles nombres de Reynolds ($Re \prec 20$), les auteurs observent que l'écoulement suit parfaitement les ondulations du canal pour la géométrie bidimensionnelle. A partir de $Re \simeq 20$, des recirculations naissent dans les creux des ondulations, dont la taille augmente avec le nombre de Reynolds jusqu'à ce que le point de recollement coïncide avec le sommet de la bosse suivante (l'écoulement devient instable pour $Re \simeq 20$).

Remarque :

Aucune précision n'est indiquée concernant la définition du nombre de Reynolds (en particulier la définition du diamètre hydraulique D_h).

1.1.11 Etude de Amano et Al. (1987)

Cette étude est une suite de l'étude (Amano 1985). Les auteurs ont choisi le model 'Reynolds Stress Model' (RSM) afin de diminuer les incertitudes par rapport à l'expérience, ils ont constaté que le coefficient de frottement dépend du nombre de Reynolds et du rapport $\frac{H}{W}$.

1.1.12 Etude de Faghri et Al. (1987)

Ces auteurs ont établi une étude numérique basée sur la méthode des volumes finis pour prédire les coefficients de transfert de chaleur. Le calcul a été réalisé pour trois valeurs de α , 15° ; 30° et 45° et pour une gamme de nombre de Reynolds variant entre 100 et 1500 et ils ont constaté que de larges zones de recirculation apparaissent et que les nombres de Nusselt pour le canal corrugué sont extrêmement grands que ceux du canal droit.

1.1.13 Etude de Xiu et Tao (1988)

Dans cette partie, une étude numérique a été proposée, elle concerne des canaux symétriques bidimensionnels à corrugations horizontales en supposant l'existence d'un écoulement laminaire établi jusqu'à des valeurs du nombre de Reynolds égales à 1000. Pour les deux valeurs de Reynolds étudiées (180 et 700), les auteurs ont observé une importante zone de recirculation derrière la bosse (dans la zone de sillage derrière la bosse).

1.1.14 Etude de Asako et Al. (1988)

L'étude établie, est une étude numérique basée sur la méthode des volumes finis pour prédire le coefficient de transfert de chaleur et le coefficient de frottement pour des écoulements laminaires établi dans un canal plan corrugué bidimensionnel avec des coins arrondis pour un domaine de nombre de Reynolds variant entre 100 et 1000. Les auteurs ont remarqué de larges zones de recirculation et aussi que l'arrondissement des coins provoque une diminution du coefficient de frottement et du nombre de Nusselt.

1.1.15 Etude de Xiao et Al. (1989)

Leur étude concerne le cas d'un canal asymétrique qui introduit l'influence d'un paramètre de courbure s'ajoutant aux rapports de formes de l'étude (Xiu 1988). Son effet sur le coefficient de frottement et le transfert de chaleur disparaît graduellement, d'une part si le confinement devient de plus en plus grand, $\frac{h}{e}$ décroît, d'autre part, lorsque l'étirement de l'ondulation augmente $\frac{p}{e}$ croît.

1.1.16 Etude de Sunden et Trollhedden (1989)

L'étude ramenée par ces auteurs, est une étude numérique concernant l'écoulement laminaire bidimensionnel et le transfert thermique dans un canal corrugué en considérant l'approximation des différences finies. Ils ont remarqué que pour des fluides comme l'air, le transfert de chaleur a été trouvé en décroissance comparé à

un canal non corrugué, alors que pour des fluides au nombre de Prandlt P_r élevé, il y avait une amélioration considérable de transfert de chaleur.

1.1.17 Etude de Hugonnot (1989)

Deux études, l'une expérimentale et l'autre numériques, ont été abordées par l'auteur, pour deux types de corrugation $\alpha=90^\circ$ et $\alpha=60^\circ$.

Dans le cas des corrugations perpendiculaires au sens de l'écoulement ($\alpha=90^\circ$), l'auteur a distingué trois types d'écoulements

- Ecoulement laminaire $Re < 200$
- Ecoulement instationnaire $200 < Re < 2000$
- Ecoulement turbulent $Re > 2000$

Il a constaté que des zones de recirculation situées en aval du sommet de la corrugation naissent et que de faibles nombres de Reynolds, provoquent un accroissement de la taille de ces zones de recirculation et que la transition au régime turbulent pour $Re \simeq 200$, réduit la taille de ces zones.

1.1.18 Etude de Gaiser et Al. (1990)

Caractérisation simultanée de l'influence de l'angle et du pas des corrugations. Il ressort de cette étude que le pas adimensionnel $\frac{p}{e}$ a un rôle important sur la nature de l'écoulement au sein du canal.

Ces auteurs montrent que pour un angle de corrugation de 30° , le pas adimensionnel a peu d'influence sur les performances thermique et hydraulique, par contre pour des angles de corrugation de 60° , le pas adimensionnel modifie la nature de l'écoulement, le transfert de chaleur et la perte de pression sont fortement affectés.

1.1.19 Bereiziat (1993)

L'auteur a mesuré dans une étude expérimentale la contrainte pariétale le long d'un canal formé par deux plaques ondulées. Il a conclu que les conséquences de cette zone à faible vitesse sont un coefficient de transfert thermique local plus faible et un risque d'encrassement plus important.

1.1.20 Thonon et Vidil (1995)

Après visualisation de l'écoulement, les auteurs ont constaté la naissance de zones de recirculation pour de faibles nombres de Reynolds et que la transition au régime

turbulent se fait à partir de $Re = 200$; cette turbulence réduit la taille de ces zones qui induisent la dégradation de l'énergie cinétique et donc réduisent le transfert de chaleur.

1.1.21 Etude de Wang et Al. (1995)

Ces auteurs ont étudié numériquement le transfert de chaleur d'un écoulement instable dans des passages périodiques onduleux et ils ont constaté que les passages onduleux ne ramènent aucune amélioration significative de transfert de chaleur quand l'écoulement est stable. Cependant si l'écoulement était rendu instable, des augmentations significatives de l'ordre de 2,5 de l'échange thermique sont observées.

1.1.22 Etude de Asako et Al. (1998)

Cette partie traite le cas de l'écoulement laminaire dans un canal corrugué à section trapézoïdale. Les auteurs ont remarqué que le transfert de chaleur peut être considérablement augmenté et que la chute de pression et le coefficient de transfert de chaleur dépendent du nombre de Reynolds, de l'amplitude et de la longueur de la corrugation.

1.1.23 Etude de Sawers et Al. (1998)

Le but de l'étude, est l'effet de l'hydrodynamique tridimensionnelle sur l'amélioration du transfert de chaleur d'un écoulement stable laminaire dans des canaux corrugués en employant une combinaison des techniques analytiques et numériques.

Dans le cas bidimensionnel, le transfert de chaleur a été trouvé plus élevé en comparaison à un canal droit, du à la présence de zones de recirculation; et dans le cas tridimensionnel, un faible écoulement moyen dans la direction transversale mène à une augmentation de transfert thermique, mais comme l'écoulement transversal devient fort, la recirculation est détruite et il y a une diminution correspondante dans le transfert de chaleur.

1.1.24 Etude de Rush et Al. (1999)

Le comportement local de transfert thermique et d'écoulement ont été étudiés pour des écoulements laminaires et transitoires des canaux sinusoidaux. Une méthode de visualisation de l'écoulement a été employée pour caractériser le champ d'écoulement et pour détecter le début du mélange macroscopique. De là, les auteurs ont constaté que le début du mélange est directement lié aux augmentations significatives du transfert de chaleur local.

1.1.25 Etude de Wang et Al. (2002)

Les auteurs ont numériquement étudié les effets des paramètres liés à la géométrie ondulée et du nombre de Reynolds sur le coefficient de frottement et sur le nombre de Nusselt.

Les résultats ont montré que ces derniers augmentaient avec l'augmentation du nombre de Reynolds et du rapport (amplitude - pas). L'amélioration du transfert de chaleur n'est pas significative pour de petits rapports, cependant, elle l'est pour de grands nombres de Reynolds.

Des zones de recirculation apparaissent et la distance entre le point de séparation et de recollement augmentait avec l'augmentation du rapport et avec le nombre de Reynolds.

1.1.26 Etude de Yasar Islamoglu et Parmaksizoglu (2003)

Des expériences de la convection forcée ont été réalisées pour déterminer les coefficients de transfert de chaleur et le coefficient de frottement dans un canal plan corrugué. Les mesures ont été faites sur deux différentes valeurs de la hauteur du canal, 5 et 10 mm et pour un angle de corrugation $\alpha = 20^\circ$. Les vitesses d'écoulement variant pour un nombre de Reynolds $1200 \leq Re \leq 4000$.

Les auteurs ont constaté à partir de cette expérience que l'augmentation de la hauteur du canal donne lieu à une augmentation substantielle pour les nombres de Nusselt, d'autre part quand la hauteur du canal augmente, le gradient de pression diminue mais le coefficient de frottement augmente.

1.1.27 Etude de Yasar Islamoglu (2004)

Dans une étude numérique basée sur la méthode des éléments finis, les auteurs ont étudié les caractéristiques de transfert de chaleur dans un canal corrugué, périodique bidimensionnel. Leurs résultats étaient en accord avec les études expérimentales précédentes (Yasar Islamoglu 2003).

1.1.28 Etude de Yasar Islamoglu et Parmaksizoglu (2006)

Des études numériques et expérimentales ont été réalisées sur le transfert de chaleur convectif dans un canal corrugué pour un régime turbulent. Les auteurs ont considéré un canal avec des angles de corrugation de 60° et de 22° .

Les auteurs ont comparé les résultats expérimentaux avec ceux numériques pour le Nusselt. Ils ont conclu que ces derniers sont en bon accord avec les premiers.

D'autre part, ils concluent aussi que les résultats concernant le coefficient de transfert de chaleur pour différents angles de corrugation en fonction du nombre de Reynolds, montrent une augmentation de ce coefficient avec l'augmentation de l'angle de corrugation spécialement pour de grands nombres de Reynolds.

De même concernant le coefficient de frottement, ces auteurs ont noté une décroissance du coefficient de frottement avec une augmentation des nombres de Reynolds.

1.1.29 Etude de Yasar Islamoglu (2008)

L'auteur a comparé expérimentalement l'effet de la forme de deux corrugations ; l'une courbée et l'autre aigue (saillante) sur le transfert de chaleur convectif d'un canal corrugué. Les résultats sont obtenus pour un nombre de Reynolds variant entre 2000 et 5000 ; un angle de corrugation de 30° et une hauteur du canal de 5 mm. L'auteur a conclu que les performances du transfert de chaleur pour la forme courbée sont grandes que celles de la forme aigue.

1.1.30 Etude de Taymaz et Al. (2008)

L'étude expérimentale réalisée par les auteurs sur un canal périodique convergent divergent avec un angle de corrugation de 30° et une hauteur du canal $H = 5mm$ et $10mm$ a porté sur les caractéristiques de transfert de chaleur.

Ils concluent en comparaison avec les résultats (Yesar Islamoglu 2003) que le nombre de Nusselt dépend fortement de l'angle de corrugation et il augmente avec l'augmentation de ce dernier et qu'il diminue avec l'augmentation de la hauteur du canal.

Chapitre 2

Formulation mathématique

2.1 Formulation mathématique

2.1.1 Éléments mathématiques de base

Introduction

La formulation mathématique de l'état d'un fluide est la dérivation des lois régissant les phénomènes physiques, elle repose sur les équations liant les différents paramètres, à savoir vitesse, pression et température. Ces équations sont :

- 1) Loi de conservation de masse (à partir de laquelle on établit l'équation de continuité).
- 2) Loi de conservation de quantité de mouvement (à partir de laquelle on établit les équations de Naviers-Stokes).
- 3) Loi d'énergie (d'où découle l'équation d'énergie relative à l'écoulement).

Ces équations sont obtenues à partir des lois fondamentales de la mécanique et de la thermodynamique. Ces principes peuvent être exprimés en termes d'équations aux dérivées partielles qui seront validés en chaque point du domaine d'étude.

L'avantage majeur de la formulation mathématique provient du fait que les équations de conservation peuvent se mettre sous une même forme.

2.1.1.1 Equations générales gouvernant l'écoulement

Equation de continuité :

L'équation de continuité est déduite du principe fondamental de la mécanique classique, qui traduit que l'accumulation de la masse du fluide contenu dans un volume, pendant un certain temps, doit être égale à la somme des masses du fluide qui y entrent diminuée de celles qui en sortent. Pour un écoulement permanent, Cette équation s'exprime mathématiquement sous forme tensorielle par :

$$\frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0, \quad j = 1, 2, 3 \quad (2-1)$$

ρ : représente la masse volumique

u_i : représente la vitesse de l'écoulement du fluide

j : représente l'indice de sommation

Equation de quantité de mouvement :

L'équation de quantité de mouvement est obtenue par l'application de la deuxième loi de Newton à une particule fluide passant à travers un volume de contrôle infinitésimal qui permet de relier les caractéristiques du fluide et son mouvement aux forces extérieures.

Le principe de conservation de la quantité de mouvement mène aux équations de Naviers-Stokes. Pour un fluide Newtonien incompressible et qui s'écrivent sous forme tensorielle pour un écoulement permanent come suit :

$$\frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = F_i + \frac{\partial(\sigma_{ij})}{\partial x_j} \quad (2-2)$$

$$\begin{array}{ccc} \leftrightarrow & \leftrightarrow & \leftrightarrow \\ \text{I} & \text{II} & \text{III} \end{array}$$

I : représente le taux net de transport par convection de la quantité de mouvement par unité de volume suivant la direction x_i .

II : représente la force nette par unité de volume de la particule suivant la direction x_i .

III : représente les forces de surface par unité de volume.

Ces forces s'exercent de l'extérieur de la particule fluide; elles représentent les contraintes normales et tangentielles; qui sont représentées par les composantes du tenseur de contraintes σ_{ij} . Généralement, le tenseur de contraintes s'écrit comme suit :

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (2-3)$$

où :

- Les contraintes τ_{ij} pour un fluide Newtonien sont liées linéairement aux taux de déformation par l'intermédiaire de la viscosité dynamique du fluide, par la relation suivante :

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2-4)$$

δ_{ij} : symbole de Kronecker ; $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$
 0 si $i \neq j$

En remplaçant σ_{ij} par sa valeur dans l'équation (2-2), on aura :

$$\begin{array}{ccccccc} U_j \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_j} & = & F_i & - & \frac{\partial \rho}{\partial x_i} & + & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] & (2-5) \\ \leftrightarrow & & \leftrightarrow & & \leftrightarrow & & \leftrightarrow & \\ \text{I} & & \text{II} & & \text{III} & & \text{IV} & \end{array}$$

I : représente le terme de transport de la quantité de mouvement par convection.

II : représente la force de volume exercée sur la particule sous l'effet de la pesanteur suivant la direction x_i .

III : représente le gradient de pression suivant la direction x_i .

IV : représente le terme de transport de la quantité de mouvement par diffusion.

ou bien :

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} & = & -\frac{\partial \rho}{\partial x_i} & + & \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} & + & \rho g_i & (2-6) \\ \leftrightarrow & & \leftrightarrow & & \leftrightarrow & & \leftrightarrow & \\ \text{I} & & \text{II} & & \text{III} & & \text{IV} & \end{array}$$

I : représente le taux de variation locale de la quantité de mouvement et son transport par convection.

II : représente le gradient de pression suivant la direction x_i .

III : représente le terme de transport de la quantité de mouvement par diffusion.

IV : représente la force de volume exercée sur la particule sous l'effet de la pesanteur suivant la direction x_i .

Les contraintes τ_{ij} pour un fluide Newtonien sont liées linéairement aux taux de déformation par l'intermédiaire de la viscosité dynamique du fluide par la relation suivante :

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{et} \quad \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad (2-7)$$

L'équation (2-6) s'écrit donc :

$$\frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \frac{\partial \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (2-8)$$

↔
I

↔
II

↔
III

↔
IV

La partie gauche de l'équation (2-4) représente les forces d'inertie ; celle de droite , les forces appliquées.

I : représente le terme convectif.

II : représente l'effet de pression.

III : représente le terme visqueux.

IV : représente l'effet de gravité.

Equation d'énergie :

L'équation d'énergie est obtenue par application du premier principe de la thermodynamique à une particule en mouvement. Pour un écoulement permanent, elle s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial(\rho C_p u_j T)}{\partial x_j} = -\text{div}(\overrightarrow{\lambda \text{grad} T}) + q + \phi \quad (2-9)$$

$$\begin{array}{cccc} \leftrightarrow & & \leftrightarrow & \leftrightarrow \quad \leftrightarrow \\ \text{I} & & \text{II} & \text{III} \quad \text{IV} \end{array}$$

où :

I : représente la quantité de chaleur échangée par convection.

II : représente la quantité de chaleur échangée par conduction.

III : représente la source d'énergie interne (rayonnement thermique, réaction chimique).

IV : représente la fonction de dissipation qui traduit la dégradation de l'énergie cinétique en chaleur à cause des frottements visqueux.

L'équation (2-9) s'écrit sous forme tensorielle comme suit :

$$\frac{\partial(\rho C_p u_j T)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + q + \phi \quad (2-10)$$

Chapitre 3

Modélisation de la turbulence

3.0.2 Equations régissant les écoulements en régime turbulent

Introduction

Les écoulements réels sont souvent turbulents à cause du mouvement aléatoire et instationnaire des particules fluides. La turbulence est gouvernée par les équations de Naviers-Stokes, vu l'irrégularité des grandeurs physiques dans le temps et dans l'espace, dans un écoulement turbulent, ce qui rend ces équations difficiles à résoudre, il convient donc mieux qu'une approche statistique soit utilisée ; cette dernière consiste à décomposer une grandeur caractéristique instantanée de l'écoulement turbulent en une partie moyenne macroscopique et une partie turbulente d'apparence aléatoire (et une fluctuation par rapport à cette moyenne).

$$\phi = \Phi + \phi' \quad (3-1)$$

où la moyenne temporelle de ϕ sur la période Δt est définie par :

$$\Phi = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \phi(t) dt \quad (3-2)$$

Les grandeurs caractéristiques instantanées de l'écoulement turbulent seront donc décomposées selon les règles de Reynolds comme suit :

$$\begin{aligned} u_i &= \bar{U}_i + u'_i \\ p &= \bar{P} + p' \\ t &= \bar{T} + t' \end{aligned} \quad (3-3)$$

Il est à noter que :

$$\begin{aligned}\overline{u'_i} &= 0 \\ \overline{p'_i} &= 0 \\ \overline{t'} &= 0\end{aligned}\tag{3-4}$$

Les équations de Reynolds

Les champs instantanés de vitesse, de pression et de température, dans un écoulement turbulent sont les solutions des équations instantanées de continuité de Naviers-Stokes et d'énergie pour un fluide Newtonien incompressible.

En introduisant la décomposition de Reynolds dans les équations instantanées, les équations du mouvement s'écrivent comme suit :

Equation de continuité

L'équation de continuité est donnée par :

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0\tag{3-5}$$

En prenant la moyenne de l'équation (3-5), on aura :

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0 \implies \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_i} = 0\tag{3-6}$$

L'équation (3-6) indique que la continuité est satisfaite pour l'écoulement moyen.

En soustrayant l'équation (3-6) de l'équation (3-5), on obtient :

$$\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0\tag{3-7}$$

L'équation (3-7) indique que l'équation de continuité est aussi satisfaite pour l'écoulement qui superpose l'écoulement moyen (pour les fluctuations).

Equation de quantité de mouvement

Sachant que ($\frac{\mu}{\rho} = \nu$)

Pour le cas turbulent F_i ne subissent pas de fluctuations et ont été négligés pour des raisons de simplicité.

L'équation de quantité de mouvement est donnée par :

$$\frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3-8)$$

En introduisant dans l'équation (3-8) la décomposition de Reynolds et en prenant la moyenne ; on obtient pour chaque terme de l'équation (3-8) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\overline{u_i u_j})}{\partial x_j} &= \frac{\partial(\overline{(\overline{U}_i + u'_i)(\overline{U}_j + u'_j)})}{\partial x_j} = \frac{\partial(\overline{U}_i \overline{U}_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial(\overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\overline{p} + \overline{p'})}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] = \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial(\overline{U}_i + u'_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial(\overline{U}_j + u'_j)}{\partial x_i} \right] = \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right]$$

L'équation (3-8) devient donc :

$$\frac{\partial(\overline{U}_i \overline{U}_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial(\overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3-9)$$

Transportons le terme $\frac{\partial(\overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j}$, à droite, on aura :

$$\frac{\partial(\overline{U}_i \overline{U}_j)}{\partial x_j} = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (3-10)$$

L'équation (3-10) représente l'équation de Reynolds pour les écoulements turbulents.

$\overline{u'_i u'_j}$ représente les contraintes de Reynolds.

Equation d'énergie

De même , après décomposition et en considérant la moyenne ; l'équation (2-10) devient :

$$\frac{\partial(\rho C_p U_j \overline{T})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} - \rho C_p \overline{u'_j t'} \right) + q + \phi \quad (3-11)$$

où : $\rho C_p \overline{u'_j t'}$ représente le flux de chaleur turbulent.

3.0.3 Les équations exactes des contraintes de Reynolds

En soustrayant chacune des équations moyennes de Reynolds (3-10) de l'équation de Naviers-Stokes correspondante (3-8), on obtient ainsi une équation de transport de la fluctuation u'_i suivant x_i , donnée par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} - \frac{\partial(\overline{U_i U_j})}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} (u'_i \overline{U_j} + u'_j \overline{U_i} + u'_i u'_j) \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} &= \frac{1}{\rho} \left(-\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{\rho} \left(-\frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial P'}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} \right) \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial x_i} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \right)$$

Après réarrangement des termes, l'équation des fluctuations s'écrit :

$$\overline{U_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) + \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (3-12)$$

On réécrit l'équation (3-12) en changeant l'indice i par l'indice k, on obtient :

$$\overline{U_j} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \overline{U_k}}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \left(\frac{\partial u'_k}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) + \overline{u'_k u'_j} \right) \quad (3-13)$$

On multiplie l'équation (3-12) par u'_k , on obtient :

$$\begin{aligned}
u'_k \overline{U_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_k u'_j \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + u'_k u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} &= -u'_k \frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial x_i} \\
&+ u'_k \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) + \overline{u'_i u'_j} \right)
\end{aligned} \tag{3-14}$$

On multiplie l'équation (3-13) par u'_i , on obtient :

$$\begin{aligned}
u'_i \overline{U_j} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} + u'_i u'_j \frac{\partial \overline{U_k}}{\partial x_j} + u'_i u'_j \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} &= -u'_i \frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial x_i} \\
&+ u'_i \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \left(\frac{\partial u'_k}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) + \overline{u'_k u'_j} \right)
\end{aligned} \tag{3-15}$$

On additionne membre à membre les équations (3-14) et (3-15) et en prenant la moyenne de tous les termes de l'équation finale, on écrira l'équation de transport des contraintes de Reynolds comme suit :

$$\begin{aligned}
\overline{U_j} \frac{\partial \overline{u'_i u'_k}}{\partial x_j} &= \underbrace{-\left(\overline{u'_k u'_j} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + u'_i u'_j \frac{\partial \overline{U_k}}{\partial x_j} \right)}_{\text{II}} - \underbrace{2\nu \frac{\partial u'_i u'_k}{\partial x_j \partial x_i}}_{\text{III}} + \underbrace{\frac{P'}{\rho} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u'_k}{\partial x_i} \right)}_{\text{IV}} \\
&- \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(u'_i u'_j u'_k + \delta_{kj} \frac{\overline{u'_i p'}}{\rho} + \delta_{kj} \frac{\overline{u'_k p'}}{\rho} - \nu \frac{\partial \overline{u'_i u'_k}}{\partial x_j} \right)}_{\text{V}}
\end{aligned} \tag{3-16}$$

Lier terme de gauche de l'équation (3-16) représente le transport convectif.

II : représente le taux de production (source) de la quantité $\overline{u'_i u'_k}$ par interaction directe avec le taux moyen de déformation.

III : représente le taux de dissipation de la quantité $\overline{u'_i u'_k}$ par l'action de la viscosité.

IV : représente la redistribution d'énergie turbulente sur les composantes normales des contraintes de Reynolds tendant à rendre la turbulence plus isotrope et cela par interaction entre pression fluctuante et taux de déformation.

V : représente le transport diffusif du aux fluctuations de vitesse, aux fluctuations de pression et à l'interaction moléculaire.

3.0.4 Modèles de turbulence

Il existe une grande variété de modèles de turbulence. Les modèles les plus simples utilisent des relations purement algébriques pour spécifier les contraintes turbulentes, ces modèles s'appuient sur le concept de viscosité turbulente.

Modèle à zéro équation

Ce modèle a été proposé par Prandtl. C'est un modèle qui emploie le concept de la viscosité permanente μ_t , qui est directement liée au gradient de vitesse moyenne par l'intermédiaire d'une longueur l_m appelée longueur de mélange de Prandtl et qui est donnée par :

$$\mu_t = \rho l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \quad (3-17)$$

Un paramètre inconnu est introduit, la longueur du mélange l_m qui doit être déterminée de façon empirique.

L'application du modèle à une grande variété d'écoulements a apporté à la lumière des restrictions de l'hypothèse de la longueur de mélange, en particulier le manque d'universalité des données empiriques.

Cet essentiel défaut est basé sur les suppositions implicites, que la turbulence est dans un équilibre local à chaque point de l'écoulement; l'énergie turbulente k est dissipée au même temps que sa production.

L'approche de Prandtl prévoit une viscosité turbulente nulle lorsque le gradient de vitesse est égal à zéro; ce qui conduit à une simulation réelle dans plusieurs cas. Par exemple à l'axe de symétrie, dans le but de vaincre les limitations sus-mentionnées, des modèles ont été développés pour décrire la turbulence, en introduisant une ou plusieurs équations de transport des quantités turbulentes.

Modèle à une équation

La détermination des contraintes de Reynolds nécessite l'intégration d'une équation aux dérivées partielles. On considère une équation de transport pour l'énergie cinétique turbulente k qui est une mesure de l'intensité des fluctuations turbulentes dans les trois directions.

Modèle à deux équations

Ce modèle fait intervenir deux équations aux dérivées partielles pour déterminer la viscosité turbulente, on utilise une équation de transport pour l'énergie cinétique turbulente k et une deuxième équation, qui décrit la dissipation de l'énergie cinétique turbulente.

Les modèles à plusieurs équations

Ces modèles reposent sur la résolution de plus de deux équations supplémentaires de transport. L'avantage de ces modèles relativement récents est que plus le nombre d'équations augmente plus le nombre de paramètres caractéristiques de la turbulence augmente et plus précise sera l'étude de l'interaction écoulement moyen / turbulence.

Choix du modèle

La multiplicité des modèles présentés dans les différents ouvrages est une indication qu'aucun d'eux ne présente une sécurité absolue pour la qualité des résultats qui s'en déduisent. le modèle le plus couramment utilisé est le système d'équations $k - \epsilon$ associé à l'hypothèse de type Boussinesq. La raison de ce choix est la plupart du temps sa facilité de mise en oeuvre numérique ; d'autre part, si les résultats ne sont pas toujours parfaits, ils sont rarement étonnés.

Le modèle $k - \epsilon$

Le modèle $k - \epsilon$ est un modèle semi-empirique qui se base sur le concept de Boussinesq utilisant l'analogie entre l'échange de quantité de mouvement par interaction moléculaire à l'échelle microscopique (contraintes visqueuses) et l'échange de quantité de mouvement par la turbulence à l'échelle macroscopique (Contraintes de Reynolds).

Concept de Boussinesq :

$$-\overline{\partial u_i' u_k'} = \nu_t \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} K \quad (3-18)$$

Dans ce cas la viscosité turbulente est déduite de l'énergie cinétique et de la dissipation et elle est donnée par la relation suivante :

$$\nu_t = C_\mu \frac{K^2}{\varepsilon} \quad (3-19)$$

$\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho}$: viscosité cinématique turbulente ; c'est une caractéristique de l'écoulement et non une propriété du fluide.

C_μ : une constante empirique décrivant le transport.

L'équation de l'énergie cinétique turbulente

En mettant $i = k$ et en faisant la sommation sur i dans l'équation (3-16) , on aura :

$$\begin{aligned} \overline{U_j} \frac{\partial \overline{u_i'^2}}{\partial x_j} &= -2 \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial \overline{U_k}}{\partial x_j} - 2\nu \frac{\partial u_i' u_i'}{\partial x_j \partial x_i} + 2 \frac{P'}{\rho} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i'^2 u_j'} + \delta_{ij} \frac{\overline{u_i' p'}}{\rho} - \nu \frac{\partial \overline{u_i'}}{\partial x_j}) \end{aligned} \quad (3-20)$$

On met : $k' = \frac{u_i'^2}{2}$ énergie cinétique turbulente instantanée.

$K = \frac{\overline{U_i^2}}{2}$ énergie cinétique turbulente.

$$2 \frac{P'}{\rho} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} = 0 \quad \text{car} \quad \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} = 0$$

$$2 \delta_{ij} \frac{\overline{u_i' p'}}{\rho} = 2 \frac{P'}{\rho} \partial u_j'$$

En divisant l'équation (3-20) par 2, on obtient :

$$\overline{U_j} \frac{\partial K}{\partial x_j} = \underbrace{-\overline{u_i' u_j'} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j}}_{\text{I}} - \underbrace{\nu \frac{\partial u_i' u_i'}{\partial x_j \partial x_i}}_{\text{II}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{K' u_j'})}_{\text{III}} + \underbrace{\frac{\overline{u_i' p'}}{\rho} - \nu \frac{\partial K}{\partial x_j}}_{\text{IV}} \quad (3-21)$$

I

II

III

IV

En remplaçant le terme II par sa valeur de l'équation (3-18), on obtient :

$$\begin{aligned}
-\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} &= \left[\nu_t \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} K \right] \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} \\
&= \nu_t \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} K \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} \delta_{ij} \\
&= \nu_t \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} K \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_i} \\
&= \nu_t \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j}
\end{aligned} \tag{3-22}$$

En remplaçant le terme IV de l'équation (3-18), on aura :

$$\frac{\partial \left(\nu \frac{\partial K}{\partial x_j} - \overline{K' u'_j} - \overline{u'_i p'} \right)}{\partial x_j} = \frac{\partial \left[\left(\frac{\nu}{\sigma_{K,l}} + \frac{\nu_t}{\sigma_{K,t}} \right) \frac{\partial K}{\partial x_j} \right]}{\partial x_j} \tag{3-23}$$

σ : contrainte de viscosité.

La forme finale de l'énergie cinétique turbulente s'écrit donc :

$$\overline{U}_j \frac{\partial K}{\partial x_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \left[\left(\frac{\nu}{\sigma_{K,l}} + \frac{\nu_t}{\sigma_{K,t}} \right) \frac{\partial K}{\partial x_j} \right]}{\partial x_j} - \epsilon \tag{3-24}$$

I

II

III

IV

où $\epsilon = \nu \frac{\partial u'_i u'_i}{\partial x_j \partial x_j}$, est le taux de dissipation.

$\sigma_{K,l}; \sigma_{K,t}$: Constantes empiriques associées à k .

I : représente le transport par convection de l'énergie cinétique turbulente k .

II : représente la production par cisaillement de l'énergie cinétique turbulente k .

III : représente le transport par diffusion de l'énergie cinétique turbulente k .

IV : représente la dissipation de l'énergie cinétique turbulente k .

L'équation décrivant le transport de la dissipation de l'énergie turbulente k .

De manière analogue, on peut obtenir l'équation de transport de la dissipation de l'énergie cinétique turbulente par une équation empirique qui s'écrit comme suit :

$$\overline{U_j} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial \left[\left(\frac{\nu}{\sigma_{\epsilon,l}} + \frac{\nu_t}{\sigma_{\epsilon,t}} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right]}{\partial x_j} + C_{\epsilon_1} \frac{\epsilon}{k} \nu_t \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} - C_{\epsilon_2} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (3-25)$$

↔
I

↔
II

↔
III

↔
IV

$C_{\epsilon_1}; C_{\epsilon_2}$ sont des constantes empiriques.

I : représente le transport par convection de la dissipation de k .

II : représente le transport par diffusion de la dissipation de k .

III : représente la production de la dissipation de k .

IV : représente la destruction de l'énergie cinétique turbulente.

Pour le flux de chaleur turbulent, on écrit :

$$-\overline{\rho u_i t'} = \frac{\mu_t}{\sigma_t} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j}$$

Les constantes empiriques du modèle $k - \epsilon$ (proposées par Launder et Spalding 1972) sont données dans le tableau (3-1) ci dessous :

C_μ	C_{ϵ_1}	C_{ϵ_2}	σ_k	σ_ϵ	σ_t
0.09	1.44	1.92	1	1.3	0.9

Tableau (3-1)

Chapitre 4

Modélisation Numérique

4.0.5 Présentation de la méthode des volumes finis

Les équations de conservation de quantité de mouvement et d'énergie régissant l'écoulement est un système d'équations aux dérivées partielles, qui sont elliptiques et non linéaires d'une part, et complexes et couplées d'autre part.

Ces raisons ont fait que la résolution par voie analytique est pratiquement impossible. Dans ce cas le recours aux méthodes numériques se trouve indispensable; ces dernières conduisent à un système d'équations algébriques dont la résolution est possible.

Actuellement, il existe plusieurs méthodes numériques qui sont utilisées pour la résolution des systèmes d'équations aux dérivées partielles régissant l'écoulement, telles que : la méthode des différences finies ; des éléments finis et des volumes finis.

La méthode numérique qui a été adoptée dans cette étude est celle des volumes finis. Elle a été développée par Patankar et Spalding (1980); cette dernière tend à rendre la linéarisation des termes plus simples et faciles, et assure la conservation de masse et de quantité de mouvement sur chaque volume de contrôle et dans tout le domaine de calcul.

La qualité principale de cette procédure est la réduction des instabilités numériques du schéma de discrétisation utilisé.

4.0.6 Maillage (Distribution des volumes de contrôle)

La méthode des volumes finis (V.F) consiste à définir à l'intérieur du domaine de calcul une grille de points appelés noeuds. Chaque noeud se trouve entouré par un

volume élémentaire, sur lequel seront intégrées les équations aux dérivées partielles.

Les variables dépendantes p, T, k et ϵ seront stockées dans chaque noeud, alors que les composantes horizontales U et verticales V seront respectivement stockées aux milieux des segments horizontaux et verticaux reliant deux noeuds adjacents.

Pour chaque point P choisi du maillage, trois volumes de contrôle lui seront associés. Sur le premier qui sera le volume de contrôle principal où seront stockées les variables scalaires, seront intégrées les équations de conservation de masse et d'énergie ; les deux autres volumes de contrôle seront associés aux variables vectorielles U et V , sur lesquels seront intégrées les équations de quantité de mouvement.

Les trois volumes choisis seront décalés afin d'éviter les problèmes d'instabilité numérique (afin d'éviter d'aboutir à une solution non réaliste)

Ce choix assure une bonne estimation des flux convectifs dans l'équation de continuité et une bonne évaluation des gradients de pression dans les équations de quantité de mouvement (voir figure 4-1 ci-dessous)

4.0.7 Discrétisation des équations de transport

La discrétisation consiste à transformer l'équation différentielle générale de transport en un système d'équations algébriques. Ces dernières sont déduites par intégration des équations aux dérivées partielles sur des volumes de contrôle entourant des noeuds d'un maillage discret.

Les équations algébriques ainsi obtenues permettent la résolution numérique des problèmes dont la solution analytique est relativement difficile. L'équation générale de transport d'une variable physique généralisée Φ peut se mettre sous la forme générale suivante :

$$\frac{\partial(\rho U_j \phi)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi \quad (4.1)$$

$$\begin{array}{ccc} \leftrightarrow & \leftrightarrow & \leftrightarrow \\ \text{I} & \text{II} & \text{III} \end{array}$$

A savoir :

I : Terme exprimant le transport par convection.

II : Terme exprimant le transport par diffusion.

III : Terme source/puits de la quantité transportée.

Le tableau (4-1) ci-dessous, regroupe les expressions apparaissant dans les différentes équations de transport régissant le type d'écoulement de la présente étude.

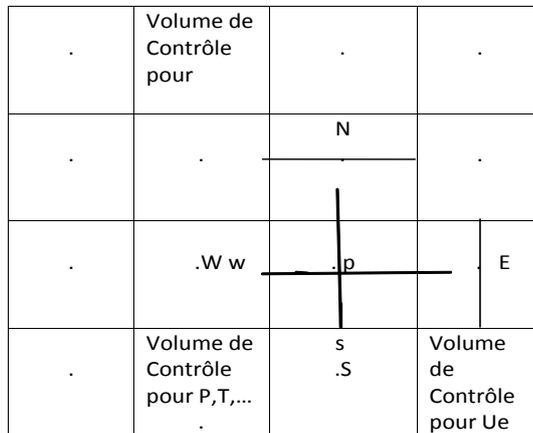


Fig. (4.1) Maillage

Conservation	ϕ		
Masse	1,0	0,0	0,0
Qté de Mvt /x	U	v+	— — — — —
Qté de Mvt /y	V	v+	— — — — —
Energie	T	—	0
Energie cinétique k	K	—	
Dissipation de k	ϵ	—	— —

Tableau (4-1) : Discrétisation des équations de transport

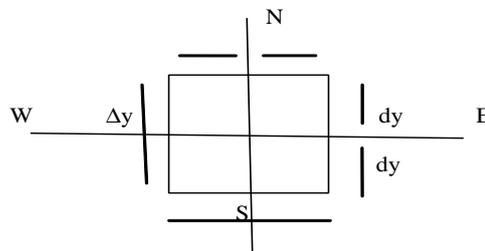


Fig. (4.2)

On réécrit l'équation (4.1) de la manière suivante :

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = S_\phi \quad (4.2)$$

Avec :

$$J_x = \rho U \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$J_y = \rho V \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

Après intégration de l'équation discrétisée (4-2) sur le volume de contrôle correspondant à la variable ϕ (voir figure 4-2 ci-dessus), on obtient l'équation suivante :

$$\frac{(J_e - J_w)}{\Delta x} \Delta V + \frac{(J_n - J_s)}{\Delta y} \Delta V = (S_\phi)_p \Delta V \quad (4-3)$$

Avec $\Delta V = \Delta x \Delta y$: représente l'aire du volume de contrôle

Nous intégrons aussi, de la même manière l'équation de continuité, on obtient :

$$\frac{(U_e - U_w)}{\Delta x} + \frac{(V_n - V_s)}{\Delta y} = 0 \quad (4-4)$$

Multiplions cette dernière équation par ϕ_p (définie au noeud p) et soustrayons la de l'équation (4-3), on obtient :

$$[(J_e - U_e \phi_p) - (J_w - U_w \phi_p)] \Delta y - [(J_n - V_n \phi_p) - (J_s - V_s \phi_p)] \Delta x = S_\phi \Delta V \quad (4-5)$$

Le problème qui se pose après intégration est comment exprimer la quantité $\phi(\phi_e, \phi_w, \phi_n, \phi_s)$ ainsi que son gradient $\left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e, \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w, \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_n, \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_s \right]$ au niveau des interfaces du volume de contrôle, c'est là où interviennent divers schémas de discrétisation (Patankar et Spalding 1980), (Lanani-Benchabi 1997, p33).

Les schémas de discrétisation sont des méthodes de calcul, adoptées pour évaluer les grandeurs à calculer aux différents points du domaine de calcul. Ils sont choisis d'après les problèmes traités, suivant la concordance des résultats qu'ils donnent avec les résultats physiques et la stabilité numérique.

Durant la discrétisation, le terme diffusif ne pose aucun problème, c'est à dire la variable ϕ sera tirée simplement à partir du schéma des différences centrées ; mais pour le terme convectif, la valeur de ϕ aux interfaces est exigée et doit être interpolée

en fonction des valeurs au centre de la cellule. Ceci est accompli en utilisant le schéma Upwind, c'est à dire que ϕ est extraite en fonction de la quantité de la cellule (amont) relative à la direction normale V_n .

Les différents schémas présentés par Patankar (1980) sont :

- Upwind 1er ordre
- Upwind second ordre
- Loi de puissance
- Quick

Par conséquent, les différents termes de l'équation (4-5) peuvent être modélisés par l'un de ces schémas et on obtient une équation algébrique liant les valeurs de la quantité ϕ aux niveaux des noeuds P, E, W, S, N. Cette dernière peut se mettre sous la forme générale suivante :

$$A_p \phi_p = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + S_\phi \Delta V \quad (4-5^*)$$

Les coefficients A_M ($M = E, W, S, N$) représentent l'influence de la convection et de la diffusion aux différentes faces du volume de contrôle et sont donnés par :

$$A_E = D_e A(|k_e|) + \max(0, -F_e)$$

$$A_W = D_w A(|k_w|) + \max(0, -F_w)$$

$$A_N = D_n A(|k_n|) + \max(0, -F_n)$$

$$A_S = D_s A(|k_s|) + \max(0, -F_s)$$

où :

- D_m ($m = e, w, n, s$) représentent les flux de diffusion à travers les faces du volume de contrôle relatif à la quantité généralisée ϕ .

- F_m ($m = e, w, n, s$) représentent les flux de convection traversant les faces du volume de contrôle relatif à la quantité généralisée ϕ .

- P_{em} ($m = e, w, n, s$) nombre de Peclet exprime le rapport de transfert par convection à la diffusion

$$P_{e_m} = \frac{F_m}{D_m}$$

$$D_e = \Gamma_e \frac{\Delta y}{(dx)_e}, \quad F_e = (\rho U_e) \Delta y$$

$$D_w = \Gamma_w \frac{\Delta y}{(dx)_w}, \quad F_w = (\rho U_w) \Delta y$$

$$D_n = \Gamma_n \frac{\Delta x}{(dy)_n}, \quad F_n = (\rho U_n) \Delta x$$

$$D_s = \Gamma_s \frac{\Delta x}{(dy)_s}, \quad F_s = (\rho U_s) \Delta x$$

et $A(|P_e|)$ est une fonction d'interpolation proposée par Patankar qui dépend du nombre de Peclet ; elle diffère d'un schéma à un autre.

Le tableau (4-2) ci-dessous donne les expressions de la fonction $A(|P_e|)$ pour les différents schémas :

Schéma	Loi $A(P_e)$
Différences centrées	$1,0-0,5 \cdot P_e $
Upwind	1
Hybride	$\text{Max}(0; 1, (0-0,5 \cdot P_e))$
Puissance	$\text{Max}(0; 1, (0-0,1 \cdot P_e))$
Exponentielle	$\frac{ P_e }{e^{ P_e } - 1}$

L'équation discrétisée (4.5*) est une forme algébrique linéaire ; cependant quand le terme source est une fonction de la variable ϕ , on se heurte souvent à des situations de non linéarité, pour cela, on procède à la linéarisation de ce terme en l'intégrant sur le volume de contrôle correspondant. Sa forme est exprimée en termes d'une valeur explicite S_c et d'une autre implicite S_p comme suit :

$$S_\phi = S_c + S_p \phi_p \quad (4.6)$$

Avec :

S_p : qui représente le coefficient de ϕ_p , il sera soustrait du coefficient A_p pour assurer la stabilité numérique (il renforcera la convergence).

S_c : représente la partie constante de S_ϕ

4.0.8 Discrétisation des conditions aux limites

Les équations régissant l'écoulement sont de nature elliptique, la procédure de résolution d'un tel écoulement exige la connaissance des conditions aux limites qui doivent être spécifiées le long de toute la frontière du domaine de solution.

Les conditions aux limites sont généralement de deux types incorporant la prescription des valeurs des variables aux limites du domaine (type Dirichlet), soit leur gradient normal aux frontières (type Newman).

Dans notre travail, les types de frontières rencontrées sont l'entrée du fluide, sa sortie et les parois.

De toute les limites, le traitement à la paroi requiert un traitement élaboré, un traitement pour le cas laminaire, un autre pour le cas turbulent.

La périodicité

L'écoulement du fluide est périodique suivant l'axe x , les valeurs de ϕ ainsi que le quotient $\frac{\partial\phi}{\partial x}$ à l'entrée et à la sortie sont les mêmes.

Vu la condition de périodicité imposée, et appliquée au canal corrugué, un débit massique a été imposé dans cette simulation numérique.

Traitement près de la paroi solide

Etant donné que l'écoulement se fait avec un transfert de chaleur, les parois supérieure et inférieure sont soumises à un flux de chaleur constant.

a) Cas laminaire Près de la paroi solide, les conditions d'imperméabilité et de non glissement impliquent que $U = 0$ et $V = 0$. On suppose que l'écoulement entre la paroi et le noeud P est du type couette, c'est-à-dire que la vitesse possède une variation linéaire en fonction de la distance Y_p de la paroi. Cette condition est incorporée en mettant les coefficients A_N et A_S près de la paroi solide supérieure et inférieure nuls et on rajoute de façon implicite un terme dû au flux diffusif au terme source.

b) Cas turbulent Le modèle de turbulence $k - \epsilon$ ne peut être appliqué que pour des écoulements à très grands nombres de Reynolds (R_e), cependant près de la paroi solide, le nombre de Reynolds est faible dû à l'influence de la viscosité importante du fluide.

En cas de forte turbulence, il existe au moins deux régions dans la couche limite l'une, loin de la paroi, est contrôlée par la turbulence et l'autre près de la paroi dominée par la viscosité. Ces deux régions sont raccordées par une région appelée région logarithmique à cause de la loi suivie par le profil de la vitesse.

Il existe deux formulations pour incorporer la condition à la limite près de la paroi.

La première est celle de la fonction de la paroi, dans la deuxième région, appelée aussi sous couche visqueuse, zone très fine, la proximité de la paroi cause des difficultés pour l'incorporation des conditions aux limites près de la paroi.

La deuxième formulation est celle utilisant les modèles à faible nombre de Reynolds.

Pour les fonctions de paroi, le premier point du maillage près de la paroi doit être situé dans la zone logarithmique. Pour les modèles à faibles nombres de Reynolds, un nombre de noeuds est utilisé dans la sous-couche visqueuse.

Afin d'éviter des difficultés numériques et arriver à des résultats satisfaisants, on utilise la fonction de paroi basée sur la loi logarithmique.

La loi logarithmique peut être appliquée entre la paroi et un point p et s'exprime comme suit :

$$\frac{U}{U_\tau} = \frac{1}{\psi} \text{Ln} \left(E Y_p \frac{U_\tau}{\nu} \right) \quad (4-7)$$

Avec :

E : Constante ($E = 9$ pour les parois lisses)

ψ : Constante de Van-Karman ($\psi = 0.42$)

ν : Viscosité laminaire du fluide

U_τ : Vitesse de frottement

$$U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_f}{\rho}} \quad (4-8)$$

où τ_f : contrainte à la paroi

Près de la paroi, les transports par diffusion et convection de k sont négligeables, donc :

$$P_k = \mu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 = \rho \cdot \epsilon$$

En substituant μ_t par $\rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$, on obtient :

$$C_\mu k^2 \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 = \epsilon^2 \quad (4-9)$$

Comme le gradient de la vitesse $\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\tau_f}{\mu_t}$ donc l'expression (4 – 9), devient :

$$\tau_f = \rho C_\mu^{1/2} \cdot K$$

L'expression (4 – 8) peut s'écrire encore :

$$U_\tau = \frac{\psi U_p}{Ln \left(E Y_p \frac{U_\tau}{\nu} \right)}$$

Comme $\tau_f = \rho U_\tau^2$

En remplaçant U_τ par son expression ; on obtient :

$$\tau_f = \frac{\rho \psi C_\mu^{1/4} \cdot K^{1/2} \cdot U_p}{Ln \left(\frac{E C_\mu^{1/4} \cdot \rho \cdot K^{1/2} Y_p}{\nu} \right)} \quad (4-10)$$

Et puisque $\tau_f = \mu_t \left(\frac{U_p}{Y_p} \right)$

Enfin l'identification avec (4 – 10) donne :

$$\mu_t = \frac{\rho \psi C_\mu^{1/4} \cdot K^{1/2} \cdot Y_p}{Ln \left(\frac{E C_\mu^{1/4} \cdot \rho \cdot K^{1/2} Y_p}{\nu} \right)}$$

Chapitre 5

Méthode Numérique

5.0.9 Introduction

Les équations de quantité de mouvement sont couplées entre elles par l'intermédiaire du champ de pression. Cette difficulté de couplage vitesse-pression provient de l'absence d'une équation explicite qui gouverne les champs de pression ; néanmoins on peut déterminer une équation algébrique propre à cette pression en utilisant l'équation de continuité, pour cela on transforme cette dernière en une équation contenant la pression comme inconnue. L'une des méthodes utilisée pour cette transformation est l'algorithme SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations)

5.0.10 Algorithme SIMPLE

Si le champ de pression était connu, la résolution des équations de quantité de mouvement donnerait les champs de vitesse U et V . Mais dans le cas général, le champ est inconnu, une méthode a été développée par Patankar et Spalding (1980) qui permettra d'obtenir le champ de pression en suivant les étapes suivantes :

- 1) On se donne un champ de pression estimé de départ P^*

- 2) La résolution des équations de quantité de mouvement suivant les directions x et y donnera des valeurs approchées du champ de deux composantes de vitesse U et V notées U^* et V^* . Comme ce champ peut ne pas satisfaire l'équation de continuité, il donnera lieu à un résidu massique \dot{m} . La pression P^* nécessite d'être corrigée, par conséquent U^* et V^* , de manière à ce que l'équation de continuité soit satisfaite.

Equation de correction de la vitesse

Soit P' la correction de pression, d'où les composantes de correction de U et V sont respectivement U' et V' . Ainsi, les champs corrigés de pression et de vitesse peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned} P &= P^* + P' \\ U &= U^* + U' \\ V &= V^* + V' \end{aligned} \quad (5-1)$$

Récrivons les équations discrétisées des composantes de vitesse U et V, qui s'écrivent respectivement dans les directions x et y en fonction du champ exact de pression comme suit :

$$A_p^U U_p = A_W^U U_W + A_E^U U_E + A_S^U U_S + A_N^U U_N + (P_W - P_p)\Delta_y \quad (5-2)$$

$$A_p^V V_p = A_W^V V_W + A_E^V V_E + A_S^V V_S + A_N^V V_N + (P_S - P_p)\Delta_x \quad (5-3)$$

En négligeant les corrections de vitesse, les équations peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned} U_p' &= \frac{\Delta_y}{A_p^U} (P_W' - P_E') \\ V_p' &= \frac{\Delta_x}{A_p^V} (P_S' - P_N') \end{aligned} \quad (5-4)$$

On considère l'équation de continuité que nous allons intégrer sur le volume de contrôle associé à P. Après intégration, on obtient :

$$(U_E - U_W)\Delta_y + (V_N - V_S)\Delta_x = 0 \quad (5-5)$$

Dans cette équation, nous remplaçons les vitesses par leurs valeurs de l'équation (5-1). Par identification avec l'équation de conservation de quantité de mouvement, nous obtenons une équation de correction. Comme les vitesses U^* et V^* ne satisfont pas l'équation de continuité, ceci va donner lieu à un résidu massique \dot{m} défini comme suit :

$$(U_E^* - U_W^*)\Delta_y + (V_N^* - V_S^*)\Delta_x = \dot{m} \quad (5-6)$$

En soustrayant l'équation (5-6) de l'équation (5-5), on obtient :

$$[(U - U^*)_E - (V - V^*)_W] \Delta_y + [(V - V^*)_N - (V - V^*)_S] \Delta_x = -\dot{m} \quad (5-7)$$

En introduisant les valeurs corrigées des vitesses U' et V' dans l'équation (5-7), on aura :

$$(U'_E - U'_W) \Delta_y + (V'_N - V'_S) \Delta_x = -\dot{m} \quad (5-8)$$

En remplaçant dans l'équation (5-8) les vitesses par leurs expressions correspondantes données dans l'équation (5-4), on aboutit à l'équation discrétisée de correction de la pression.

$$A_P P' = A_W P'_W + A_E P'_E + A_N P'_N + A_S P'_S + b^{P'}$$

Avec :

$$A_E = \rho \frac{(\Delta_y)^2}{(A_P^u)_E}; \quad A_W = \rho \frac{(\Delta_y)^2}{(A_P^u)_W}; \quad A_N = \rho \frac{(\Delta_x)^2}{(A_P^v)_N}; \quad A_S = \rho \frac{(\Delta_x)^2}{(A_P^v)_S}$$

$$A_P P' = A_W + A_E + A_N + A_S$$

$$b^{P'} = \rho [(U_W^* - U_E^*) \Delta_y + (V_S^* - V_N^*) \Delta_x]$$

Remarque :

Le terme $b^{P'}$ représente un résidu massique à l'intérieur du volume de contrôle et ce n'est rien que l'équation de continuité discrétisée à un signe moins près. C'est un indicateur de la convergence, car la résolution de ces équations de mouvement et de correction de pression est répétée jusqu'à ce que le résidu tend vers zéro.

Après avoir exposé la méthode de discrétisation des différentes équations, l'algorithme SIMPLE se résume comme suit :

Séquence des opérations de l'algorithme SIMPLE

- 1) Introduction d'un champ de pression P^* estimé de départ
- 2) Résoudre les équations de quantité de mouvement pour les vitesses U^* et V^*
- 3) Résoudre l'équation de correction de la pression P'
- 4) Calcul du champ de pression corrigé P en additionnant P' à P^*
- 5) Corriger les champs de composantes de vitesse U et V en utilisant la correction de pression P'

6) Résolution de l'équation discrétisée pour la variable T (température, si elle influe sur le champ d'écoulement par l'intermédiaire de termes sources). Si par contre elle n'a aucune influence sur l'écoulement, il est préférable de la calculer après que la convergence est atteinte.

7) Considérer la nouvelle pression P comme une nouvelle estimation et reprendre l'exécution à l'étape 2 jusqu'à la convergence.

5.0.11 Méthode itérative de résolution (Algorithme TDMA)

Le système d'équations algébriques obtenu pour le noeud p du maillage s'écrit comme suit :

$$A_p \phi_p = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + S_\phi \quad (5-9)$$

La résolution directe du système d'équations (5 – 9) est compliquée. Pour y remédier, une méthode de résolution semi itérative a été suggérée, elle consiste à faire un balayage ligne par ligne, c'est à dire déterminer les valeurs du paramètre ϕ sur chaque ligne du maillage indépendamment des autres lignes ; ceci va ramener le système précédent à un système à matrice tridiagonale.

5.0.12 Technique de sous relaxation

Parmi les méthodes de résolution des systèmes d'équations, on distingue les méthodes itératives. ces dernières sont généralement utilisées pour :

Des systèmes de grande taille

Des systèmes dont les équations sont à caractère non linéaire et couplées.

Dans cette catégorie de méthodes, la technique de sous-relaxation est très conseillée afin d'éviter la divergence, c'est à dire contrôler la convergence du processus itératif. Elle peut être exprimée par un variable généralisée ϕ en un point p par la formule explicite suivante :

$$\phi = \alpha_\phi \phi_p^k + (1 - \alpha_\phi) \phi_p \quad (5-10)$$

où :

k : est le nombre d'itérations

ϕ_p : est la valeur sous-relaxée

α_ϕ : est la constante de sous-relaxation comprise entre 0 et 1, la valeur de cette constante permet souvent de faire converger un processus divergent, ou encore diminuer les variations des variables dépendantes d'une itération à l'autre.

La sous-relaxation peut être introduite implicitement dans l'équation algébrique pour ϕ_p^{k+1} en utilisant celle-ci à partir de l'équation (5-10) on obtient :

$$\frac{A_p}{\alpha}\phi_p = A_E\phi_E + A_W\phi_W + A_N\phi_N + A_S\phi_S + S_\phi + \frac{(1-\alpha)}{\alpha}A_p\phi_p^k \quad (5-11)$$

Pratiquement, cette méthode est plus favorable puisque l'équation (5-11) permet l'application de la sous-relaxation sans faire appel à ϕ_p^{k+1} . Les facteurs de sous-relaxation utilisés dans la présente étude sont comme suit :

$$\alpha_u = 0.5$$

$$\alpha_v = 0.5$$

$$\alpha_p = 0.3$$

$$\alpha_\theta = 1$$

$$\alpha_k = 0.8$$

$$\alpha_\varepsilon = 0.8$$

5.0.13 Critère de convergence

On dit qu'un processus itératif a atteint la convergence lorsque les itérations ultérieures ne produisent aucun changement significatif dans les valeurs des variables dépendantes ϕ .

Pratiquement, la convergence est exprimée par un test d'arrêt du processus itératif, basé sur les résidus de quantité de mouvement de la masse et la température. Ces résidus sont définis comme suit :

$$R_\phi = \sum A_M \cdot \phi_M + S_U - A_p \phi_p \quad (5-12)$$

La convergence sera atteinte quand ces résidus normalisés pour chaque variable ϕ seront inférieurs à une valeur ε choisie arbitrairement (critère de convergence), c'est à dire :

$$\frac{\sum |R_\phi|}{R_{\phi_{ref}}} \prec \varepsilon$$

Pour la présente étude, ε est pris égal à 10^{-5}

Chapitre 6

Resultats et Commentaires

6.1 Ecoulements laminaire et turbulent en 2D

6.1.1 Introduction

Dans le présent chapitre, nous présentons les résultats numériques obtenus par le code Fluent, la forme du canal utilisé est donnée par la figure (6-0) ci-dessous.

Le fluide utilisé est de l'air de masse volumique $\rho=1,29\text{kg/m}^3$, de viscosité dynamique $\mu=1,789.10^{-5}\text{kg/m.s}$ et de nombre de Prandl $P_r=0.74$

Les calculs numériques pour un écoulement périodiquement développé dans un canal corrugué, ont été effectués sur un micro-ordinateur HP 6830S. Les critères de convergence considérés sont 10^{-6} pour le problème d'écoulement et 10^{-7} pour le problème de transfert de chaleur.

6.1.2 Effet du Maillage

Dans le but d'obtenir des solutions satisfaisantes, l'influence du maillage (l'indépendance du maillage) sur les résultats numériques a été considéré en adoptant différents maillages 6837 nœuds, 38481 nœuds et 59975 nœuds. La différence des nombres de Nusselt obtenus numériquement pour les différents maillages n'est pas vraiment importante. Donc le maillage utilisé ou adopté dans le présent travail est uniforme comportant 38461 nœuds et nous avons basé notre choix sur celui-ci pour considérer les résultats comme fiables de ce point de vue ; les résultats sont présentés sous forme de courbes. Ces derniers sont rendus adimensionnels grâce à une vitesse moyenne et à la hauteur du canal.

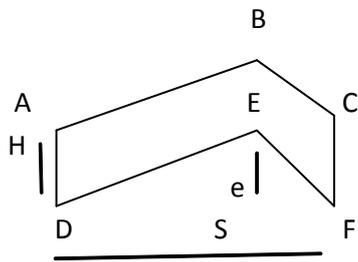


Fig. (6-0) : Forme du canal utilisé

6.1.3 Discussion des résultats

6.1.3.1 Ecoulement laminaire bidimensionnel

Les figures (6-1)(a, b, c) montrent les contours de grandeur la vitesse résultante moyenne dans le canal corrugué pour différents nombres de Reynolds avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$

Une augmentation de la grandeur de la vitesse résultante moyenne avec une augmentation du nombre de Reynolds est observée. Une accélération du fluide est notée ; elle s'explique par le rétrécissement de la section de passage du fluide imposée par le principe de conservation de la masse (équation de continuité).

En se rapprochant des parois solides, la vitesse diminue jusqu'à atteindre la valeur zéro satisfaisant ainsi la condition de non glissement.

Les figures (6-2)(a, b, c) montrent les contours des lignes de courant pour différents nombres de Reynolds avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$.

Pour un faible nombre de Reynolds, l'écoulement suit parfaitement la forme du canal corugé avec apparition d'une faible zone de recirculation.

On remarque que les grandeurs de vitesse sont maximales là où les lignes de courant convergent. Les lignes de courant se rapprochent de plus en plus aux coins E et C. La vitesse est grande dans ces zones comme on l'a précisé plus haut (réduction de la section, vitesse importante) et donc la masse du fluide est accélérée, ce qui provoque un décollement immédiatement en aval des coins E et C où des zones de recirculation apparaissent, les lignes de courant à ces niveaux s'éloignent, donc la vitesse diminue et par conséquent, l'énergie cinétique diminue ainsi la zone de recirculation est une zone dégradante d'énergie cinétique, donc pénalisante (car elle donne un coefficient de pression élevé).

Avec l'augmentation de Reynolds, c'est-à-dire avec l'augmentation du débit massique, une augmentation de la taille et de la longueur de ces zones est aussi observée.

La présence de ces zones à faibles vitesses se répercute directement sur les performances hydrauliques du canal corrugué (plus ces zones à faibles vitesses seront importantes, plus le coefficient de frottement sera élevé et l'échange de chaleur sera médiocre).

Les tracés des champs des vecteurs vitesses correspondant de l'écoulement pour différents nombres de Reynolds avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$, représentés sur la figure (6-3), donnent une bonne visualisation de l'évolution de l'écoulement.

Ces figures montrent un écoulement principal à forte vitesse au centre et l'apparition de zones de recirculation du au changement de direction du fluide (déviation du fluide). La vitesse du fluide aux coins E et C est grande, ce qui provoque un décollement, immédiatement en aval de ces coins, donc création de ces zones qui sont de plus en plus intenses au fur et à mesure que le nombre de Reynolds augmente.

Les profils de vitesses normale U pour différents nombres de Reynolds avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ sont tracés sur la figure (6-4) à la station ($X=5\text{mm}$), l'allure du profil est parabolique pour $Re=50$ et différente de celle pour $Re=400$ et 800 où apparaissent des valeurs négatives de la vitesse, ceci est du à la création de zone de recirculation (création d'un courant de retour). La partie contenant les vitesses négatives augmente de plus en plus que le nombre de Reynolds augmente.

Les figures (6-5) montrent les profils de vitesses normale V pour différents nombres de Reynolds avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ à la station ($X=5\text{mm}$), le comportement est semblable à celui montré dans la figure (6-4) ; des valeurs négatives de la vitesse apparaissent pour $Re=400$ et 800 , du à la création de zones à faibles vitesses, et elles sont de plus en plus intenses avec l'augmentation du nombre de Reynolds.

Les contours de température pour différents nombres de Reynolds avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ sont tracés sur la figure (6-6).

Pour des nombres de Reynolds élevés, la couche limite thermique est vue plus épaisse dans les régions de séparation du fluide, zones à faible vitesse où le frottement local est important et donc un transfert de chaleur médiocre et elle est sensiblement plus mince dans les régions de rattachement en amont des zones de recirculation due aux gradients de vitesse élevée et à une convection plus intense ceci favorise le transfert de chaleur.

Les résultats montrent un transfert de chaleur par conduction des parois vers le fluide puis par convection par le fluide vers l'aval.

Sur la figure (6-7), les distributions du nombre de Nusselt sur les parois supérieure et inférieure avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ sont montrées. Comme on l'a remarqué précédemment qu'aux coins E et C, les vitesses sont très grandes donc le transfert de chaleur est important et par conséquent une convection forcée intense, le nombre de Nusselt atteint des valeurs maximales. Par contre immédiatement en aval de ces coins et dans les zones à faibles vitesses, le transfert de chaleur est faible et donc le nombre de Nusselt atteint des valeurs minimales.

Donc il y a évidence d'une zone de bon échange locale aux coins E et C et dans les régions de rattachement où le gradient de vitesse est élevé et d'une zone recirculante où le gradient de vitesse est faible à la paroi où l'échange de chaleur est médiocre.

La variation locale du coefficient de frottement sur les parois supérieure et inférieure avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ est tracée sur la figure (6-8).

On voit que les valeurs du coefficient de frottement sur une grande partie de la paroi supérieure sont minimales (correspondant à la zone de recirculation jusqu'à atteindre le maximum au point de rattachement du fluide et le comportement est semblable pour la paroi inférieure.

La figure (6-9) indique le coefficient de pression avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ et $Re=400$ sur la paroi supérieure.

On constate que le coefficient de pression aux coins E et où la vitesse est maximale, présente un minimum et dans la zone de recirculation où les vitesses sont faibles le coefficient de pression est élevé.

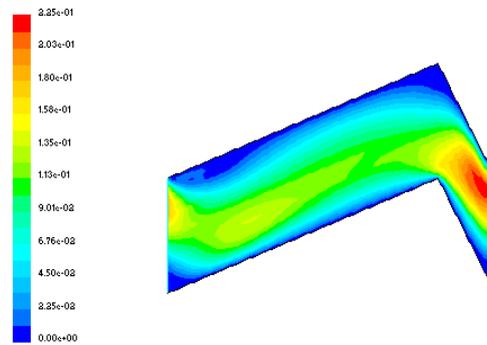
La figure (6-10) montre le coefficient de pression avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ et $Re=400$ sur la paroi supérieure.

Le comportement est semblable pour la paroi inférieure.

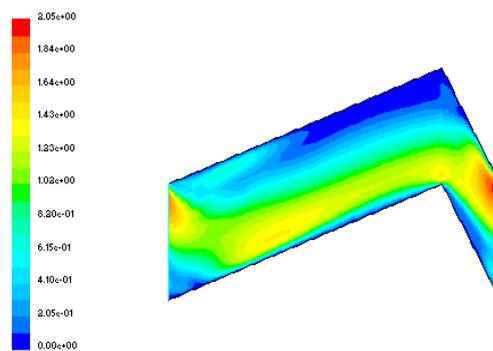
Les contours de pression schématisés sur la figure (6-11) pour différents nombres de Reynolds avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ n'incluent pas le gradient de pression linéaire, les contours présentés sont périodiques.

Les résultats montrent que la pression maximale se trouve dans la région d'impact du fluide entrant sur la paroi frontale en face ; la vitesse est faible dans cette zone donc l'énergie cinétique a été transformée en énergie de pression.

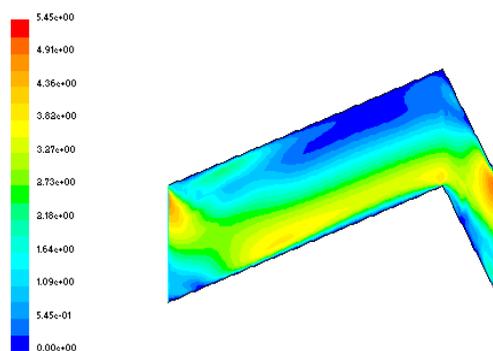
Dans la zone de fluide accéléré discutée plus haut, une relative dépression est observée (énergie cinétique augmentée aux dépens de l'énergie de pression).



(a)

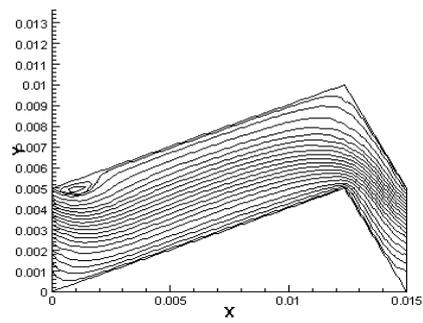


(b)

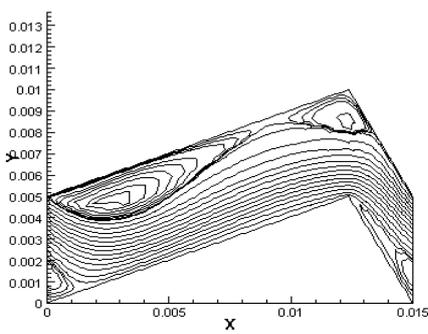


(c)

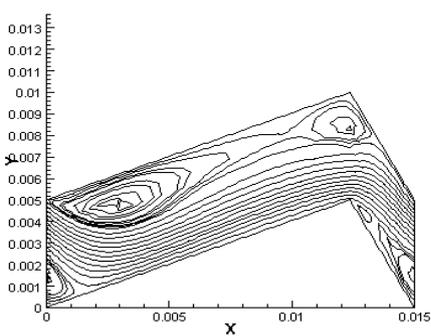
Fig. (6-1) : Contours de la vitesse pour différents nombres de Reynolds avec $S/e = 3$ et $H/S = 0.33$ (a) $Re = 50$, (b) $Re = 400$, et (c) $Re = 800$



(a)

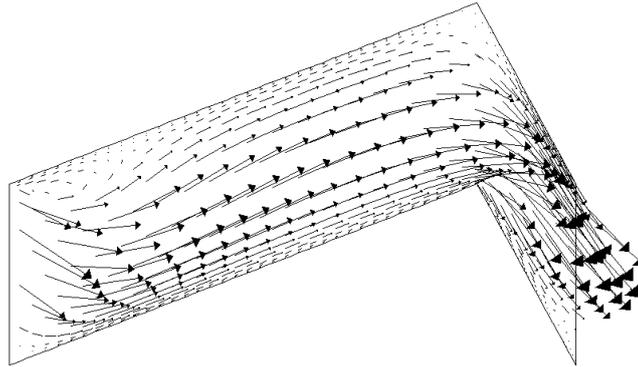


(b)

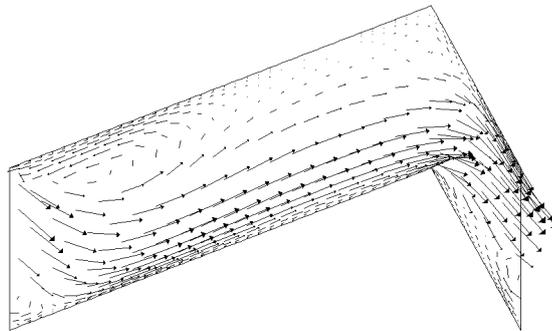


(c)

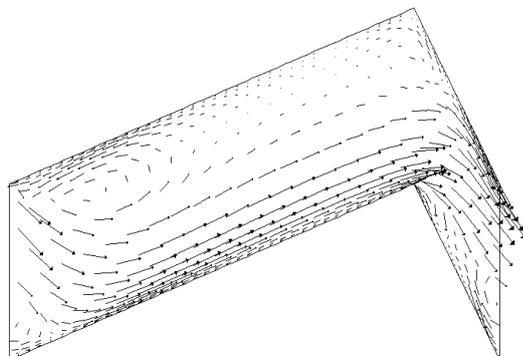
Fig. (6-2) : Les lignes de courants pour différents nombres de Reynolds avec $S/e = 3$ et $H/S = 0.33$ (a) $Re = 50$, (b) $Re = 400$,et (c) $Re = 800$



(a)



(b)



(c)

Fig. (6-3) : Les vecteurs vitesses pour différents nombres de Reynolds avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$

(a) $Re=50$, (b) $Re=400$, et (c) $Re=800$

6.1.3.2 Ecoulement turbulent bidimensionnel

La figure (6-12) montre les contours de la vitesse moyenne avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ et $Re=4000$. On voit un écoulement central avec des vitesses importantes et qui diminuent jusqu'à zéro près des parois solides du canal corrugué.

Les vitesses les plus grandes sont situées au centre et particulièrement où la section est réduite (principe de conservation de masse).

La figure (6-13) illustre les contours de la vitesse moyenne avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ et $Re=4000$. Vu que les conditions de périodicité sont imposées ; on voit effectivement que l'écoulement est le même dans le canal corrugué et qu'il se répète (conditions de périodicité sont satisfaites).

Les lignes de courant avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ et $Re=4000$ sont représentées sur la figure (6-14).

On remarque des grandeurs de vitesse maximale au coin C et immédiatement en aval au coin D, là où les lignes de courant convergent.

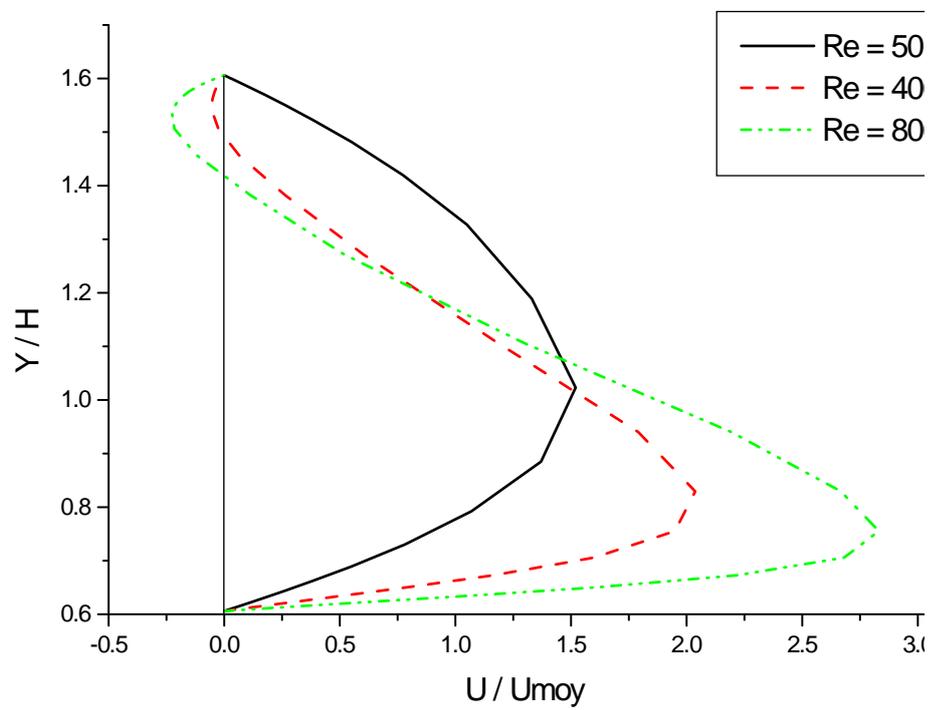


Fig.(6-4) :Profils de vitesses normale U pour différents nombres de Reynolds avec $S/e = 3$ et $H/S = 0.33$

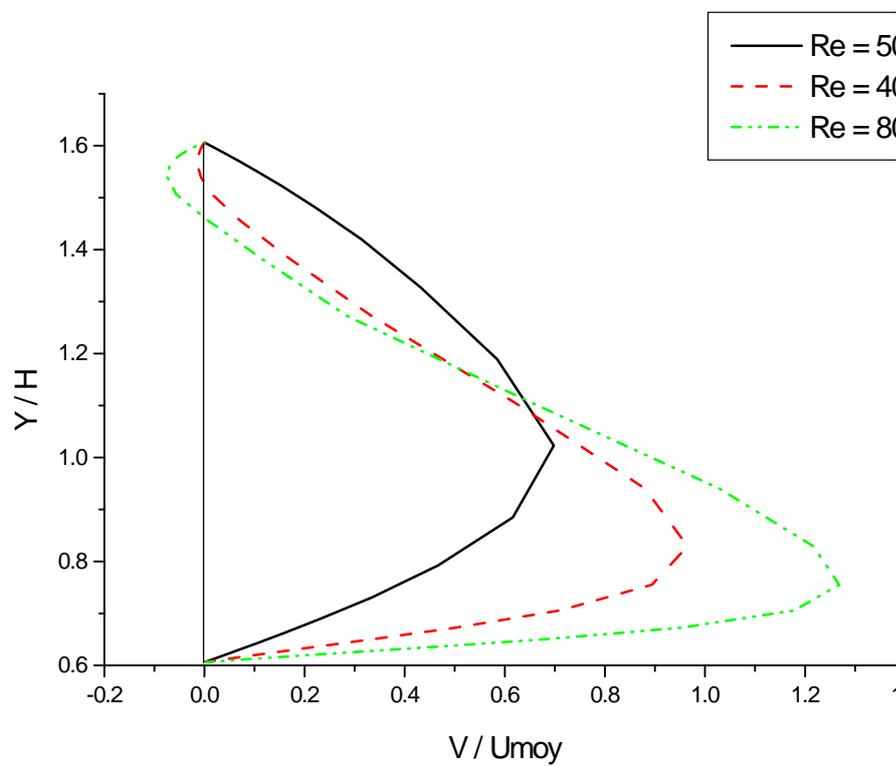


Fig.(6-5) Profils de vitesses normale V pour différents nombres de Reynolds avec $S/e = 3$ et $H/S = 0.33$

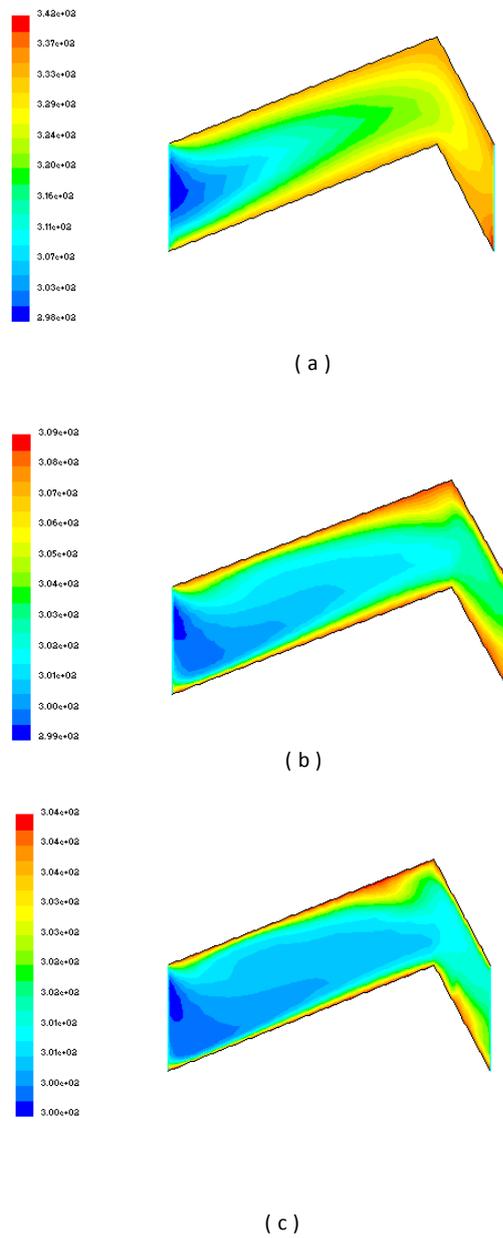


Fig.(6-6) : Les contours de la température pour différents nombres de Reynolds avec $S/e=3$, $H/S= 0.33$

(a) $Re = 50$, (b) $Re = 400$, (c) $Re = 800$

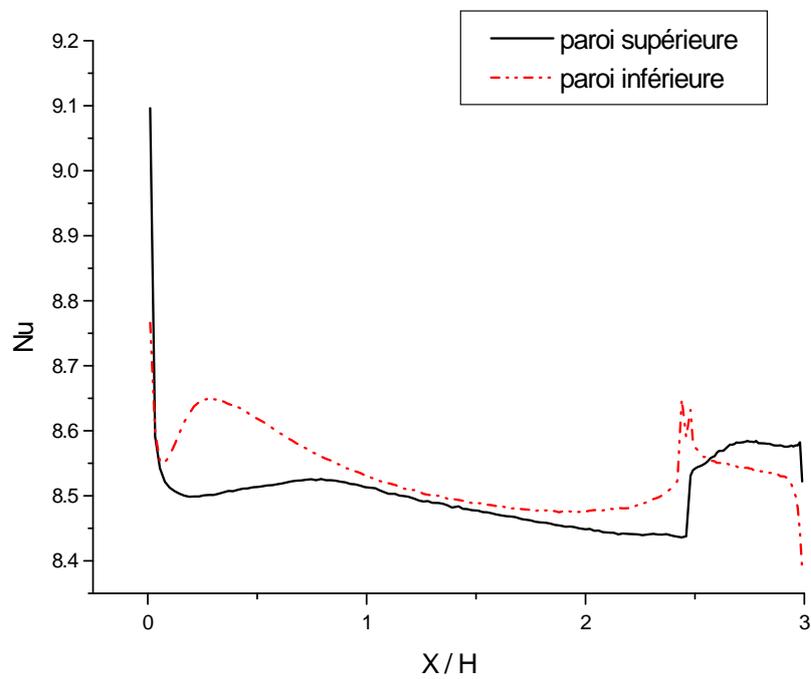


Fig.(6-7):Variation locale du nombre de Nusselt avec $S/e = 3$, $H/S = 0.33$ et $Re = 400$

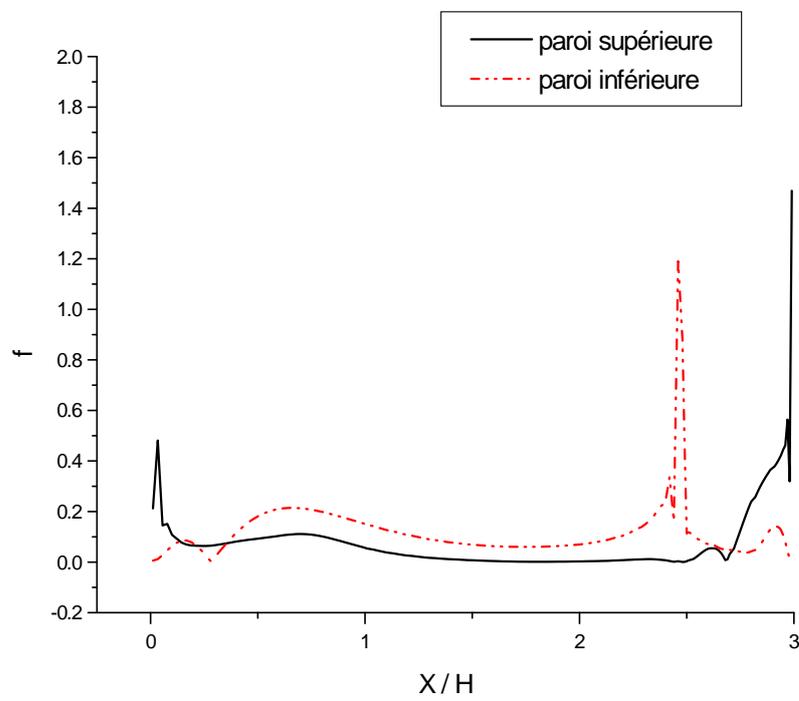


Fig.(6-8):Variation locale du coefficient de frottement avec $S/e = 3$, $H/S = 0.33$, et $Re = 400$

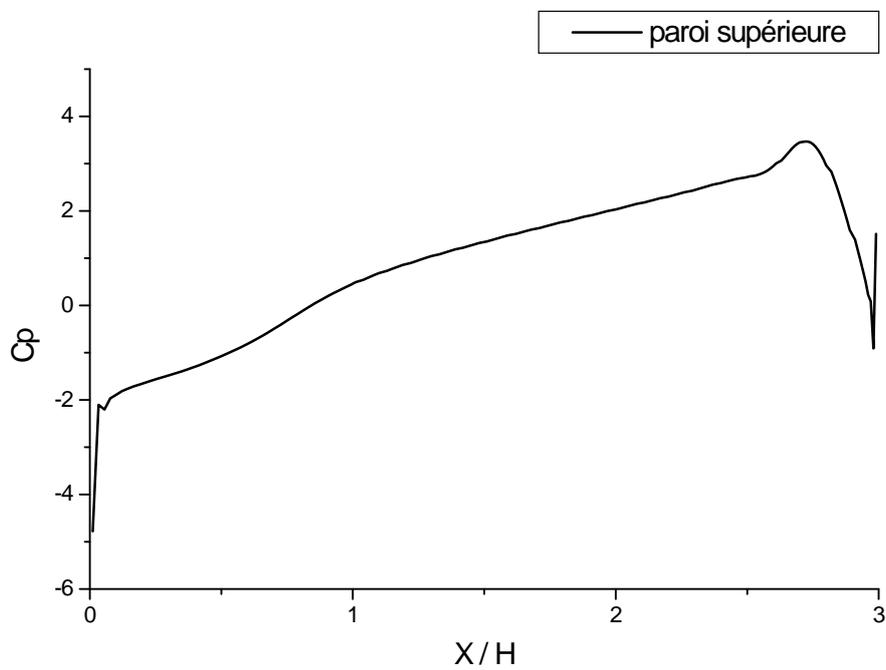


Fig.(6-9):Coefficient de pression avec $S/e = 3$, $H/S = 0.33$ et $Re = 400$

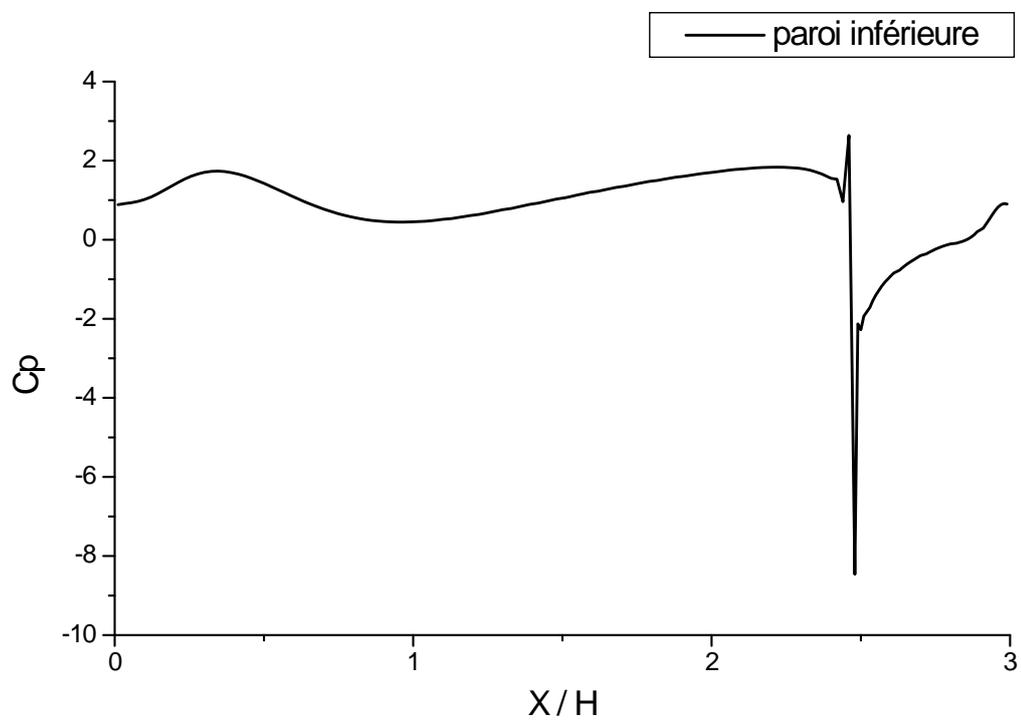
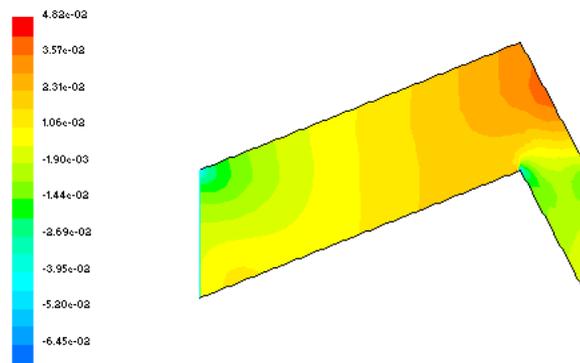
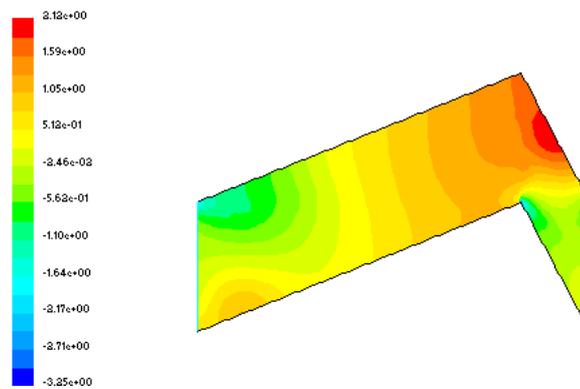


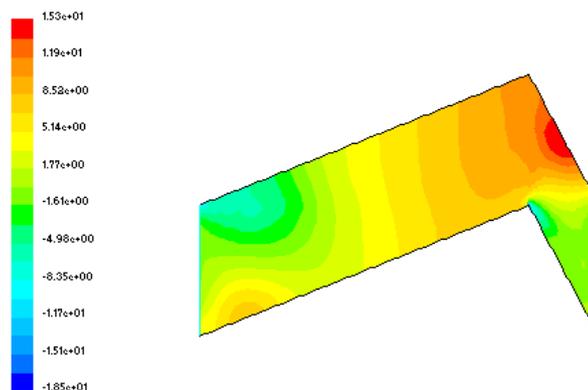
Fig.(6-10): Coefficient de pression avec $S/e = 3$, $H/S = 0.33$, et $Re = 400$



(a)



(b)



(c)

Fig.(6-11): les contours de pression pour différents nombres de Reynolds avec $S/e = 3$ et $H/S = 0.33$ (a) $Re = 50$, (b) $Re = 400$, et (c) $Re = 800$

Dans ces zones, la masse fluide est accélérée, ce qui provoque un décollement aux coins A et E où des zones de recirculation apparaissent.

La figure (6-15) illustre les vecteurs de la vitesse moyenne avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ et $Re=4000$.

Elle donne une bonne évolution de l'écoulement, vitesse maximale spécialement au coin C. Il y a rétrécissement de la section, les vecteurs sont concentrés dans ces zones et une zone à faibles vitesses entre les coins A et C.

La figure (6-16) montre les contours de pression dans le canal corrugué périodiquement avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ et $Re=4000$.

On voit des pressions maximales au niveau de l'impact du fluide sur la face frontale à l'écoulement, donc toute l'énergie cinétique a été transformée en énergie de pression.

Une dépression est montrée au coin E, elle s'explique par réduction de la section à ce niveau où le principe de conservation de masse impose une accélération du fluide, et simultanément le principe de conservation d'énergie (équation de Bernoulli) impose donc une diminution de pression, l'énergie cinétique est augmentée au dépens de l'énergie de pression.

La figure (6-17) montre les contours de pression dans le canal corrugué. On remarque que les conditions de périodicité imposées sont satisfaites, l'écoulement se répète.

Les contours de la température avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ et $Re=4000$ sont représentés par les figures (6-18) et (6-19). On constate qu'aux niveaux des parois, les températures sont maximales et qu'il y a un transfert de chaleur des parois vers le fluide et que cette chaleur est ensuite transportée par convection par le fluide. On remarque que les conditions de périodicité sont satisfaites.

La figure (6-20) montre la variation locale du nombre de Nusselt dans le canal corrugué avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ et $Re=4000$. Sur les parois supérieure et inférieure : on remarque qu'aux coins E et C où les vitesses sont maximales, le nombre de Nusselt a des valeurs maximales, donc le transfert de chaleur est meilleur.

Par contre immédiatement en aval des coins A et E où les zones de recirculations apparaissent (vitesses faibles), le nombre de Nusselt atteint des valeurs minimales, donc le transfert de chaleur est médiocre.

La figure (6-21) montre la variation locale du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Reynolds pour un cal corrugué avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$.

On voit que le nombre de Nusselt est influencé par le nombre de Reynolds. On constate que plus le nombre de Reynolds augmente et plus le nombre de Nusselt augmente et que ces nombres de Nusselt sont supérieurs à ceux du canal lisse.

On note que le nombre de Nusselt pour le canal lisse est indépendant du nombre de Reynolds.

Les résultats numériques obtenus dans la présente étude (méthode des volumes finis), sont en bon accord avec ceux de l'expérience (Islamoglu et al. 2006) (méthode des éléments finis).

La figure (6-22) indique la distribution du nombre de Nusselt locale en fonction du nombre de Reynolds avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$.

Le nombre de Nusselt atteint des valeurs maximales au coin concave C où la vitesse est maximale et le transfert de chaleur est important.

On remarque aussi que les distributions des nombres de Nusselt ont des valeurs légèrement grandes au coin correspondant au rattachement de l'écoulement. Entre les points de décollement A et recollement C en présence de la zone à faible vitesse l'échange de chaleur est médiocre, et donc le nombre de Nusselt atteint des valeurs minimales.

La comparaison des distributions des nombres de Nusselt local pour les trois nombres de Reynolds, $Re=3200$; 4000 et 6000 montre que plus le nombre de Reynolds augmente et plus le nombre de Nusselt augmente aussi.

La figure (6-23) représente le facteur de frottement en fonction du nombre de Reynolds avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ et qui est calculé par :

$$f = \frac{-\frac{dp}{dx} D_h}{\frac{1}{2} \rho V^2}$$

On voit que le coefficient de frottement diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds. On constate une bonne concordance entre les résultats numériques de la présente étude et ceux d'Islamoglu et al. 2006.

La figure (6-24) illustre les contours de l'énergie cinétique turbulente avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ et $Re=4000$ en utilisant le modèle de turbulence $k - \epsilon$ standard.

On voit que l'énergie cinétique turbulente est maximale dans la zone de recirculation et plus spécialement dans la couche de mélange où le cisaillement est le plus important (la couche de mélange est une couche mince suivant la ligne de courant qui sépare la zone de recirculation du reste de l'écoulement).

C'est dans cette zone que les gradients de vitesses sont les plus importants.

La figure (6-25) montre les contours de l'énergie cinétique turbulente avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ et $Re=4000$. On constate que l'écoulement est périodique est le phénomène, dans tous les canaux est le même, satisfaisant es conditions de périodicité.

La simulation numérique de l'écoulement a été appliquée à un seul canal corrugué en imposant les conditions de périodicité.

Les contours de la grandeur de la vitesse résultante dans le canal corrugué pour différents rapports de formes avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ et $Re=4000$ sont représentés sur la figure (6-26) (a,b,c).

Les vitesses les plus grandes sont situées au centre et particulièrement aux sections réduites où le principe de conservation de la masse (équation de continuité) impose une accélération du fluide. On constate aussi que plus le rapport H/S diminue c'est à dire que la hauteur H diminue, la vitesse augmente figure (6-26) (a).

Les vitesses près des parois solides sont nulles satisfaisant les conditions de non glissement.

Les figures (6-27) (a,b,c) illustrent les lignes de courant pour différents rapports de forme avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ et $Re=4000$.

On remarque qu'on a le même modèle d'écoulement c'est à dire un écoulement à séparation avec des zones de recirculation qui sont de plus en plus volumineuses avec la croissance du rapport H/S et qu'aussi le décalage du point de réattachement vers la droite du canal.

Les vecteurs vitesses pour différents rapports de forme avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ et $Re=4000$ sont tracés sur les figures (6-28) (a,b,c).

Ils donnent une bonne visualisation de l'évolution de l'écoulement. On observe un écoulement central avec des vitesses importantes surtout dans la zone où il y a rétrécissement du canal et une décélération immédiatement en aval des coins A et E, où il y a apparition de zones de recirculation.

Laugmentation de la hauteur du canal a provoqué un accroissement de la taille de ces zones à faibles vitesses et donc une modification de l'emplacement du point de recollement.

La figure (6-29) expose les contours de températures dans le canal corrugué pour différents rapports de forme avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ et $Re=4000$. On remarque que les températures maximales sont situées près des parois solides où un flux de chaleur constant est imposé.

La région centrale du canal ne subit pas une augmentation de température surtout pour le cas où $(H/p) = 0.5$. On voit aussi l'évolution des couches limites thermiques le long des parois.

La variation du coefficient de frottement pour différents rapports de forme avec $S/e=3$ et $H/S=0.33$ et $Re=4000$ est donnée par la figure (6-30).

On remarque que le coefficient de frottement augmente proportionnellement avec le rapport H/S , ce qui est expliqué par l'augmentation du diamètre hydraulique et qu'il dépend du nombre de Reynolds.

Les lignes de courant pour différents angles de corrugations sont représentées sur les figures (6-31) (a,b,c).

On constate que pour de petits angles, le fluide suit parfaitement la forme de la géométrie corruguée, sans perturbation dans son mouvement; alors que pour de grands angles, des zones de recirculation apparaissent, dont la taille est de plus en plus volumineuse avec l'augmentation de l'angle.

L'effet de l'angle de corrugation sur le nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds est montré sur la figure (6-32). On voit que ce dernier augmente avec l'augmentation de l'angle de corrugation et que les nombres de Nusselt du canal corrugué sont supérieurs à ceux du canallisse.

Les résultats numériques concernant le coefficient de transfert de chaleur en fonction du nombre de Reynolds pour différents angles de corrugation sont représentés sur la figure (6-33).

On constate une augmentation du coefficient de transfert de chaleur avec l'augmentation de l'angle de corrugation et spécialement pour de grands nombres de Reynolds.

Ces résultats sont en bon accord avec expérimentaux de Islamoglu et al. 2006.

La figure (6-34) montre l'influence de la hauteur du canal corrugué sur le nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds.

On que plus le nombre de Reynolds augmente, plus le nombre de Nusselt augmente et que pour la hauteur $H = 10\text{mm}$, le nombre de Nusselt a des valeurs très grandes que celles correspondant à une hauteur $H = 5\text{mm}$.

La figure (6-35) illustre l'influence de l'angle de corrugation sur le coefficient de frottement. On voit que ce dernier dépend du nombre de Reynolds et l'augmentation de l'angle tend à augmenter le coefficient de frottement.

La variation de la température moyenne de la paroi avec le nombre d Reynolds pour différents angles de corrugation est montrée sur la figure (6-36)..

On remarque que la température de la paroi diminue avec l'augmentation du débit massique (nombre de Reynolds) et cet effet tend à diminuer pour de grands nombres de Reynolds.

La température moyenne de la paroi a de grandes valeurs pour de petis angles de corrugation.

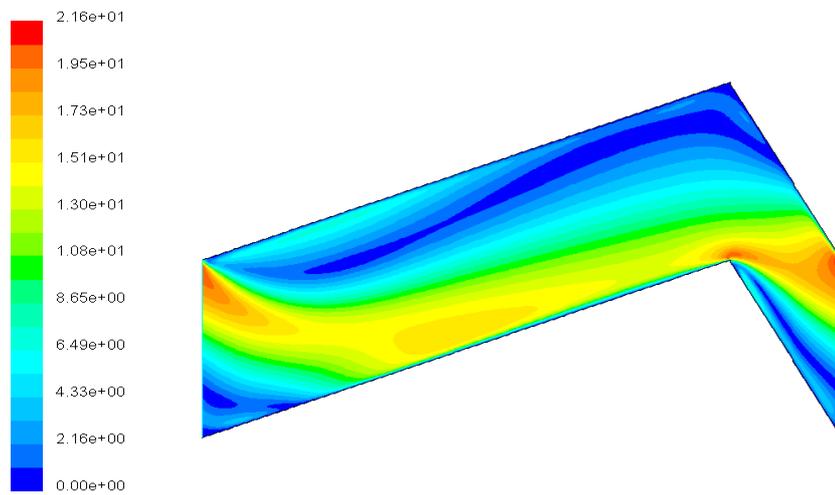


Fig.(6-12) : Contours de la vitesse moyenne avec $S/e=3$, $H/S=0.33$, et $Re= 4000$

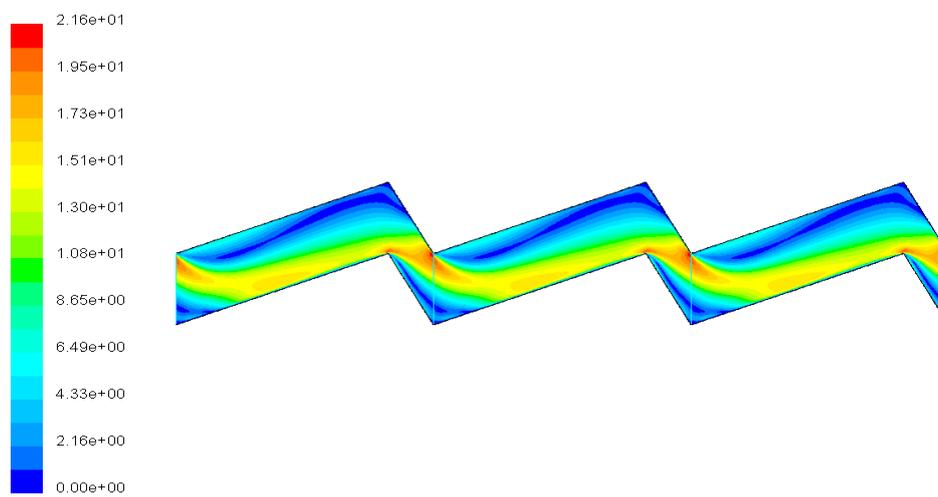


Fig.(6-13) : Contours de la vitesse moyenne avec $S/e=3$, $H/S=0.33$, et $Re= 4000$ (périodicité)

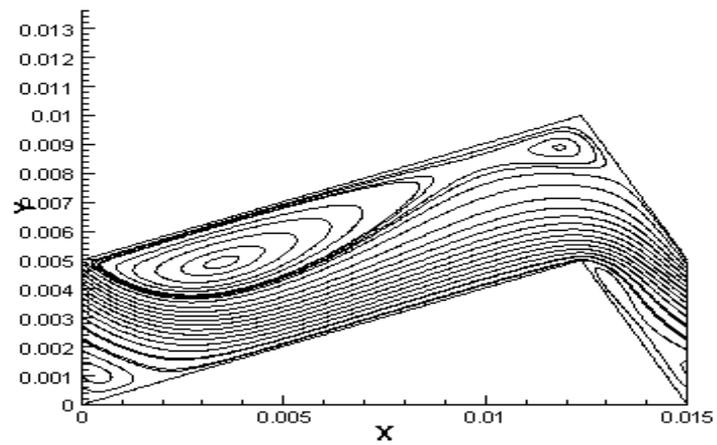


Fig.(6-14) : Lignes de courant avec $S/e = 3$, $H/S = 0.33$, et $Re = 4000$

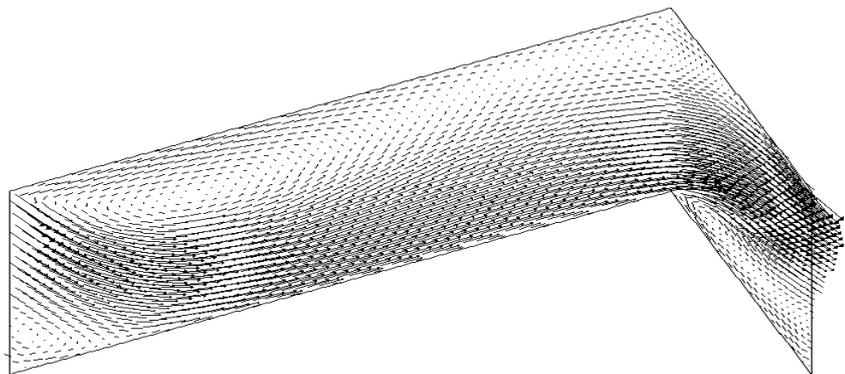


Fig.(6-15) : Vecteurs de la vitesse moyenne avec $S/e=3$, $H/S = 0.33$, et $Re= 4000$

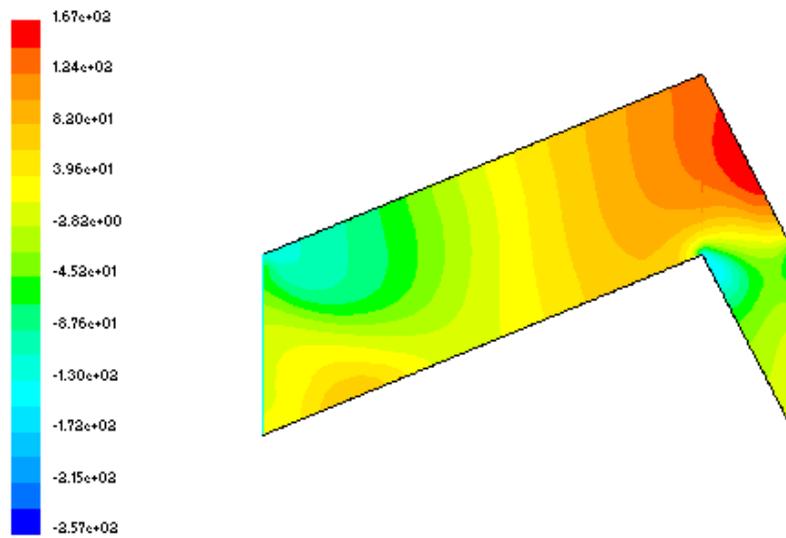


Fig.(6-16):Contours de pression dans le canal corrugué périodique avec $S/e = 3, H/S = 0.33,$ et $Re=4000$

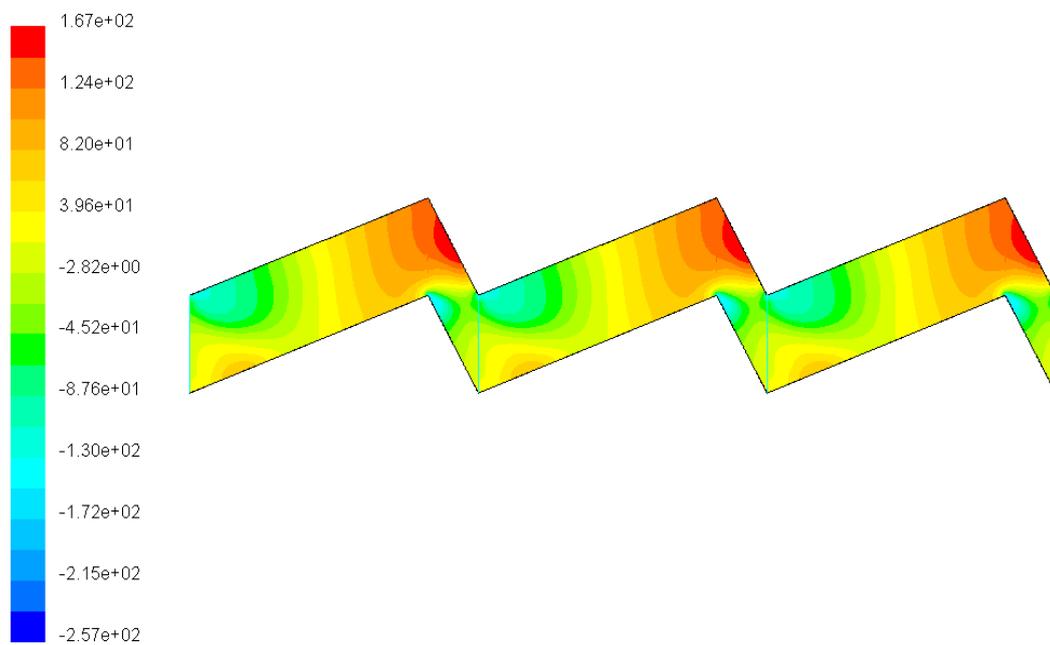


Fig.(6-17):Contours de pression dans le canal corrugué avec $S/e = 3, H/S = 0.33,$ et $Re=4000$ (périodicité)

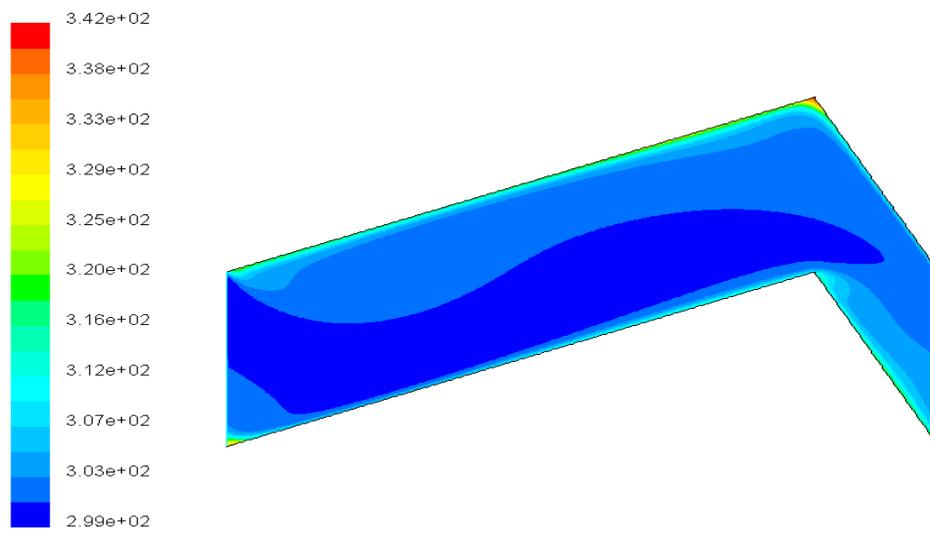


Fig.(6-18) : Contours de la température avec $S/e=3$, $H/S=0.33$, et $Re= 4000$

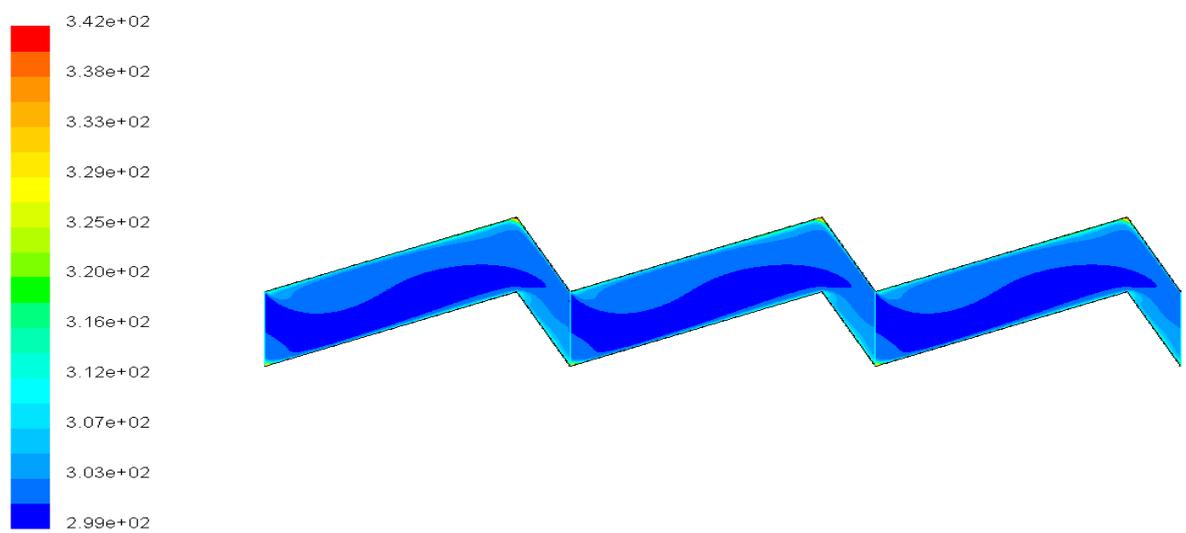
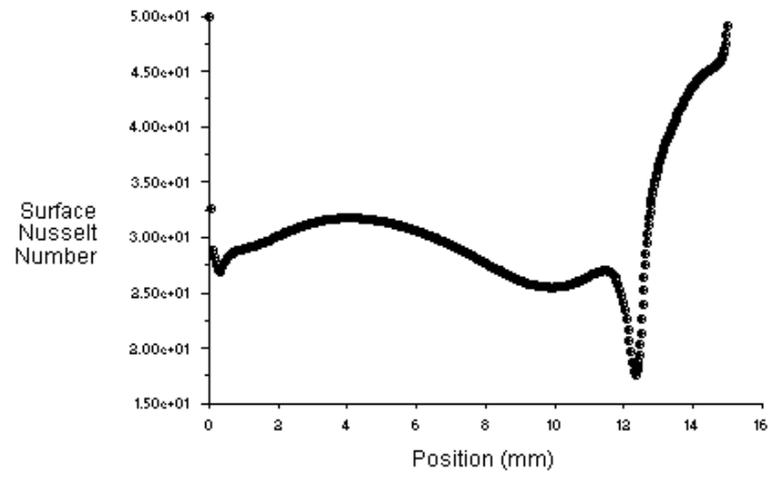
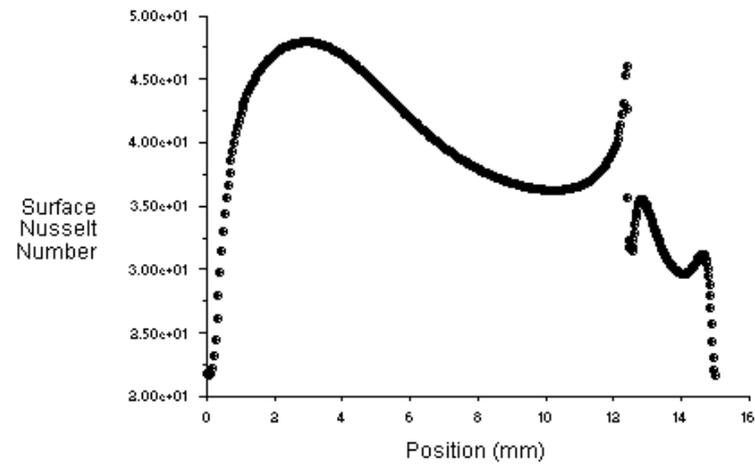


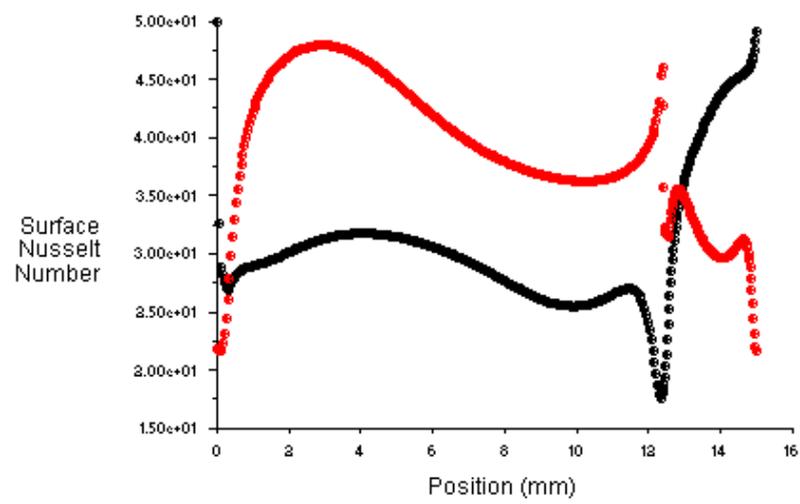
Fig.(6-19) : Contours de la température avec $S/e=3$, $H/S=0.33$, et $Re = 4000$ (périodicité)



(a)



(b)



(c)

Fig.(6-20):Variation locale du nombre de Nusselt dans le canal corrugué avec $S/e = 3$, $H/S = 0.33$, et $Re = 4000$.

(a) paroi supérieure , (b) paroi inférieure , (c) paroi supérieure et inférieure

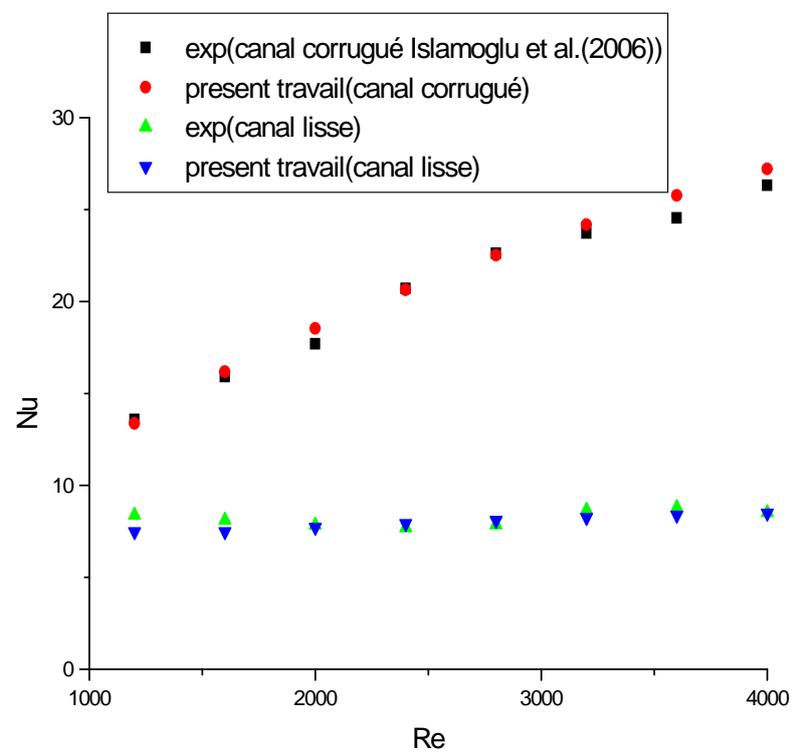


Fig.(6-21) : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de Reynolds avec $S/e = 3$ et $H/S = 0.33$

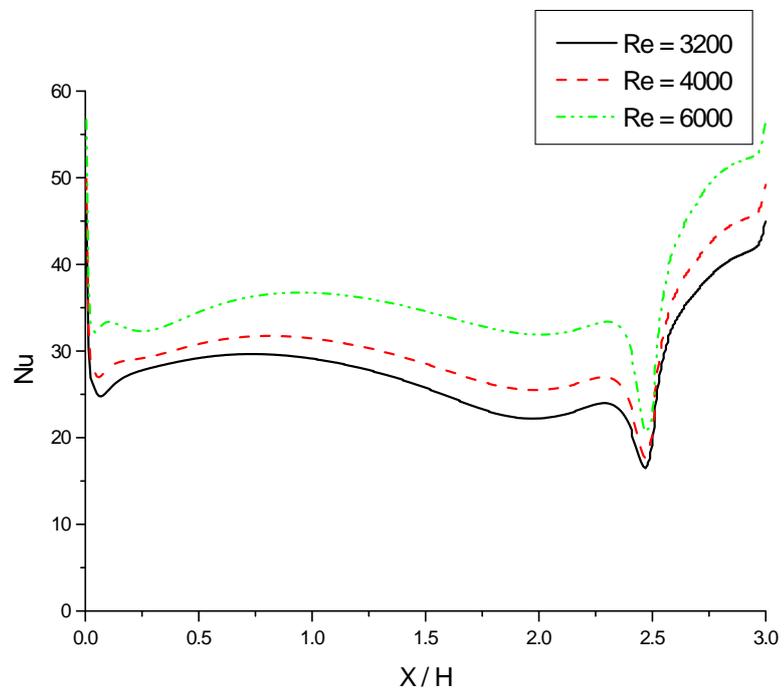


Fig.(6-22) : Distribution du nombre de Nusselt local en fonction de Reynolds avec $S/e = 3$ et $H/S = 0.33$

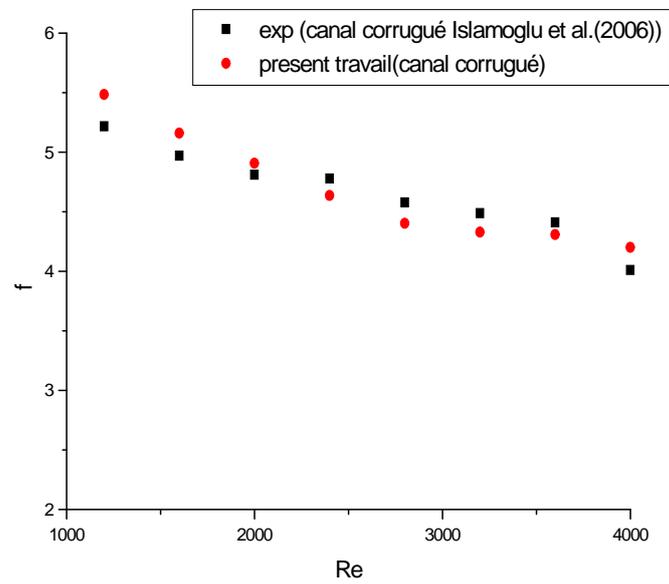


Fig.(6-23) : Facteur de frottement en fonction de Reynolds avec $S/e = 3$ et $H/S = 0.33$

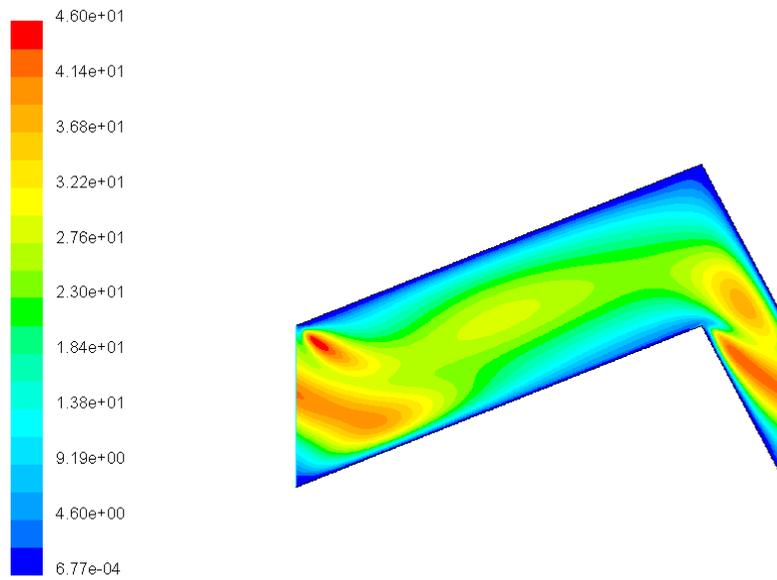


Fig.(6-24) : Contours de l'énergie cinétique turbulente avec $S/e=3$, $H/S=0.33$, et $Re= 4000$

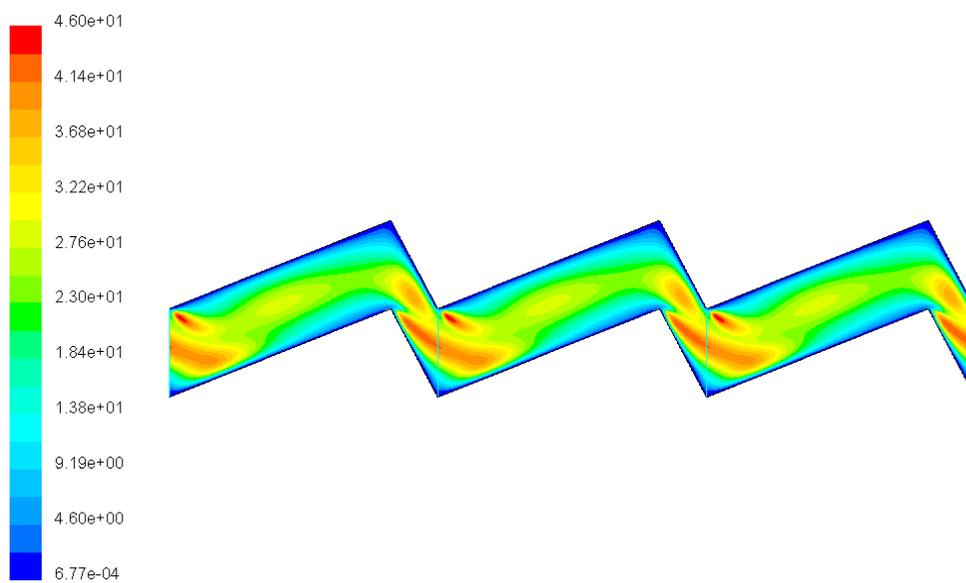
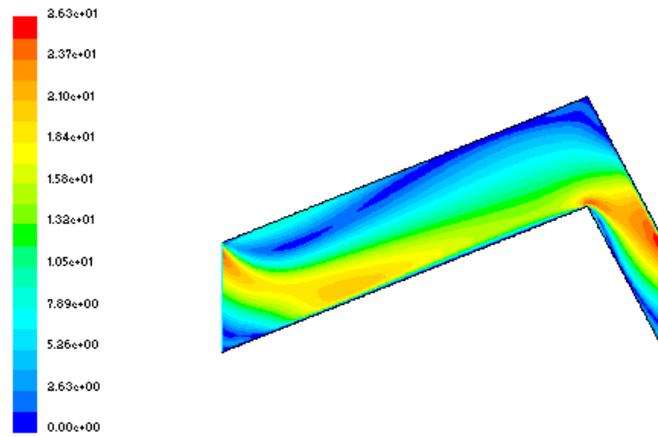
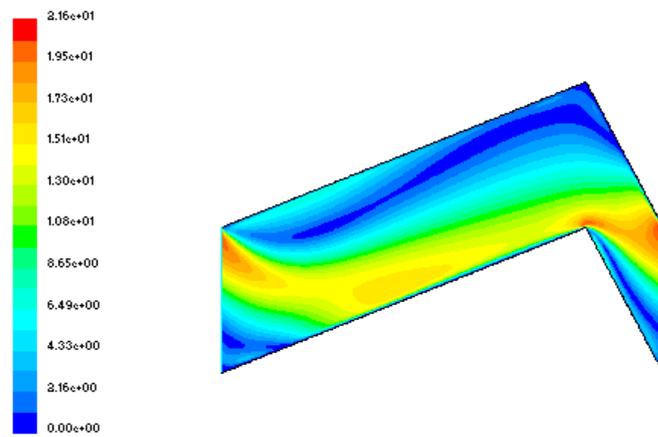


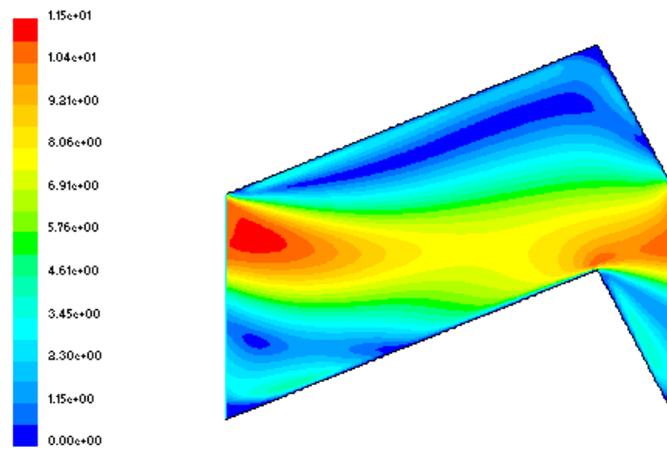
Fig.(6-25):Contours de l'énergie cinétique turbulente avec $S/e=3$, $H/S=0.33$, et $Re= 4000$ (périodicité)



(a)

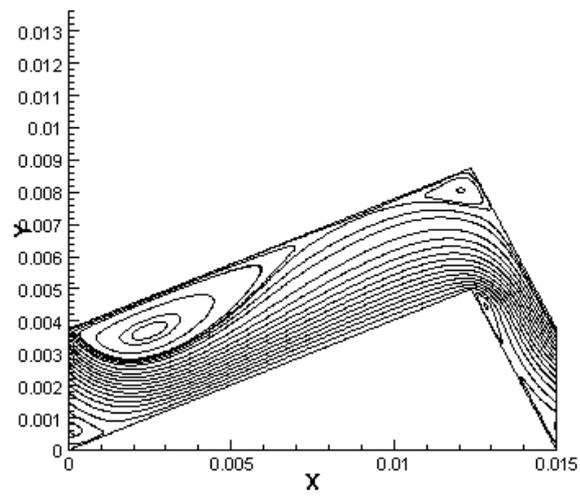


(b)

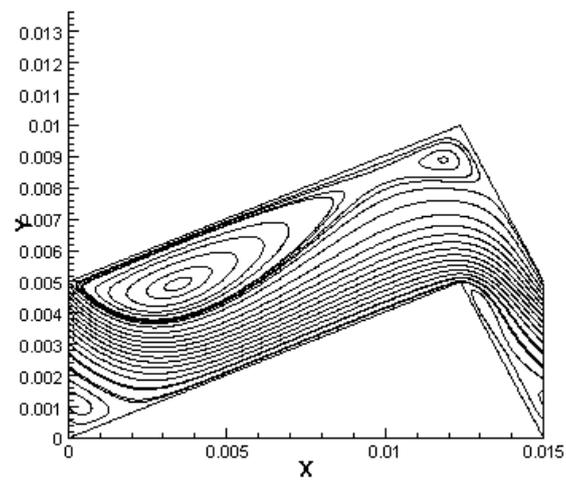


(c)

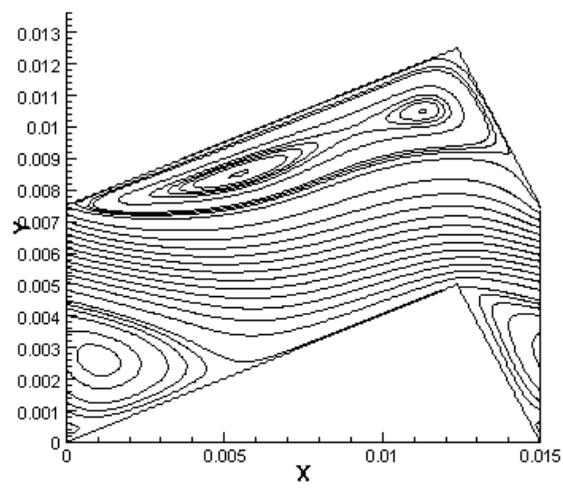
Fig.(6-26) : Contours des vitesses pour différents rapports de forme avec $S/e = 3$ et $Re = 4000$ (a) $H/S = 0.25$, (b) $H/S = 0.33$, et (c) $H/S = 0.5$



(a)



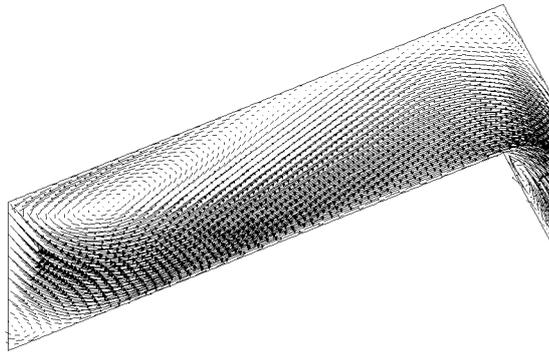
(b)



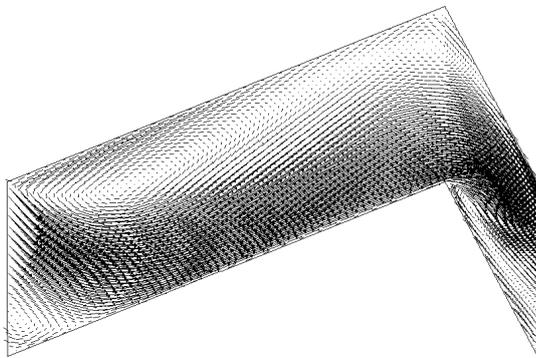
(c)

Fig.(6-27) :les lignes de courants pour différents rapports de forme avec $S/e=3$ et $Re = 4000$

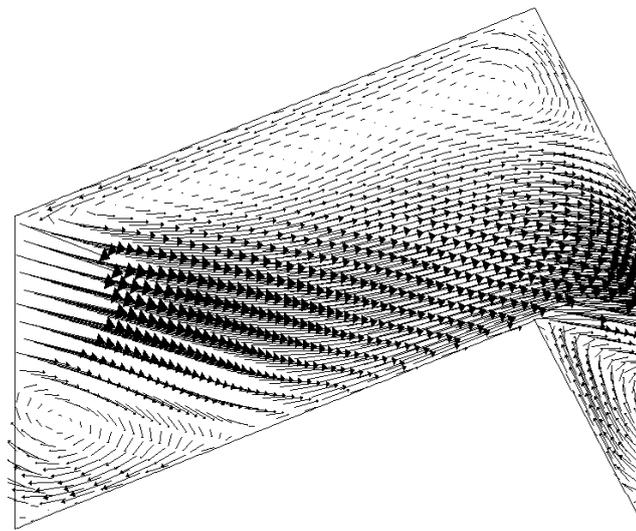
(a) $H/S = 0.25$, (b) $H/S = 0.33$, et (c) $H/S = 0.5$



(a)



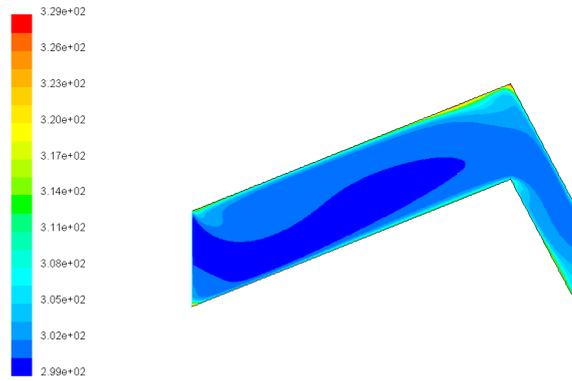
(b)



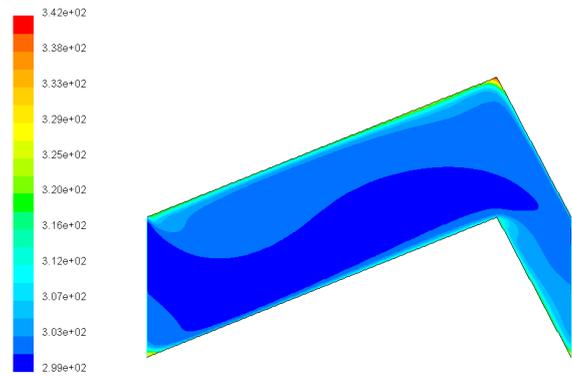
(c)

Fig.(6-28) : les vecteurs vitesses pour différents rapports de forme avec $S/e = 3$ et $Re = 4000$

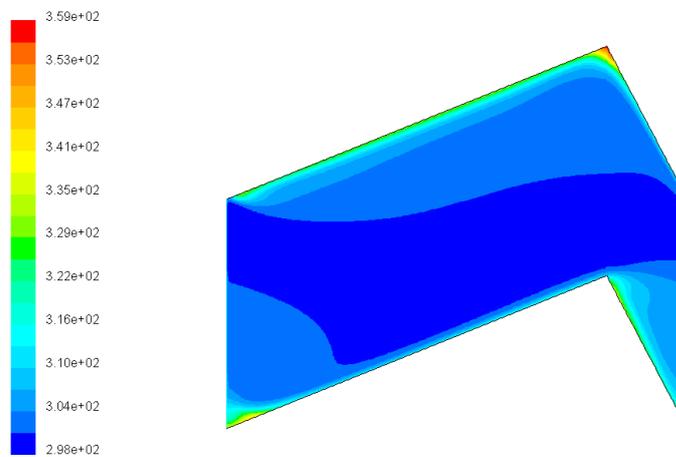
(a) $H/S = 0.25$, (b) $H/S = 0.33$, et $H/S = 0.5$



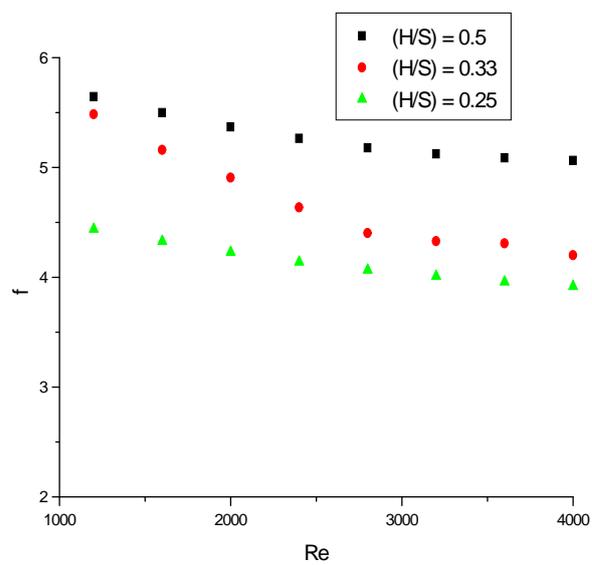
(a)

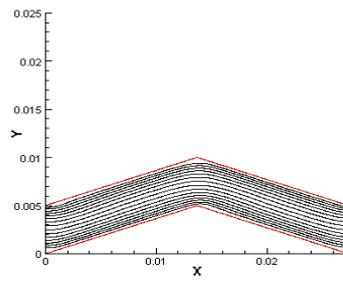


(b)

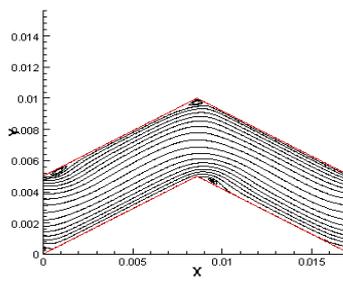


(c)

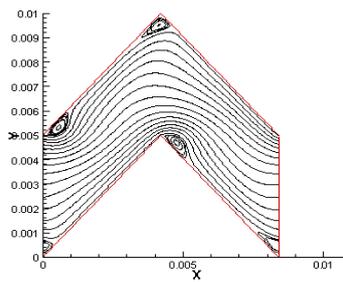
Fig. (6-29): Contours de température pour différents rapports de forme avec $S/e = 3$ et $Re = 4000$ (a) $H/S = 0.25$, $H/S = 0.33$, et $H/S = 0.5$ Fig.(6-30): Variation du coefficient de frottement pour différents rapports de forme avec $S/e = 3$ et $Re = 4000$



(a)



(b)



(c)

Fig.(6-31) : Les lignes de courants pour différents angles de corrugation

(a) angle (20°) ; (b) angle (30°) ; (c) angle(50°)

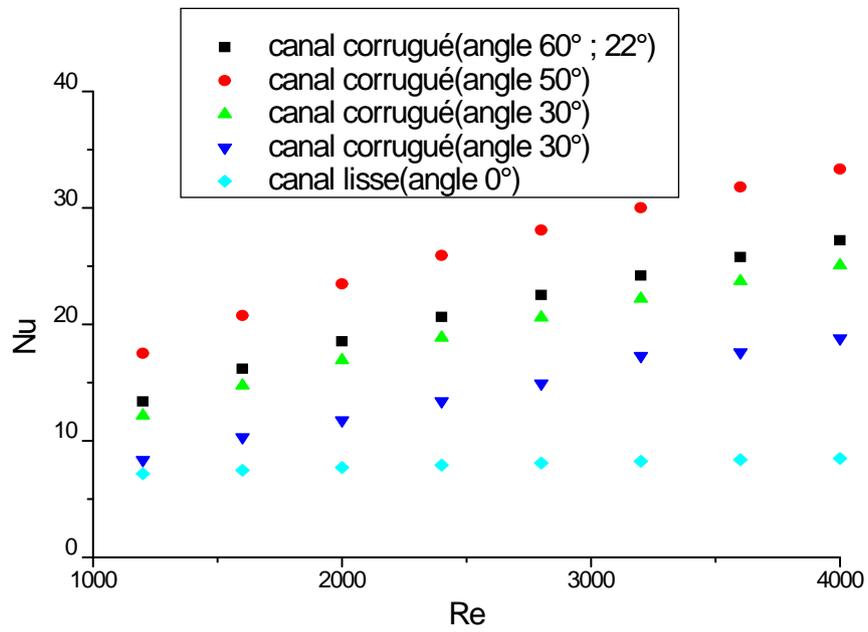


Fig.(6-32) : Effet de l'angle de corrugation sur le nombre de Nusselt

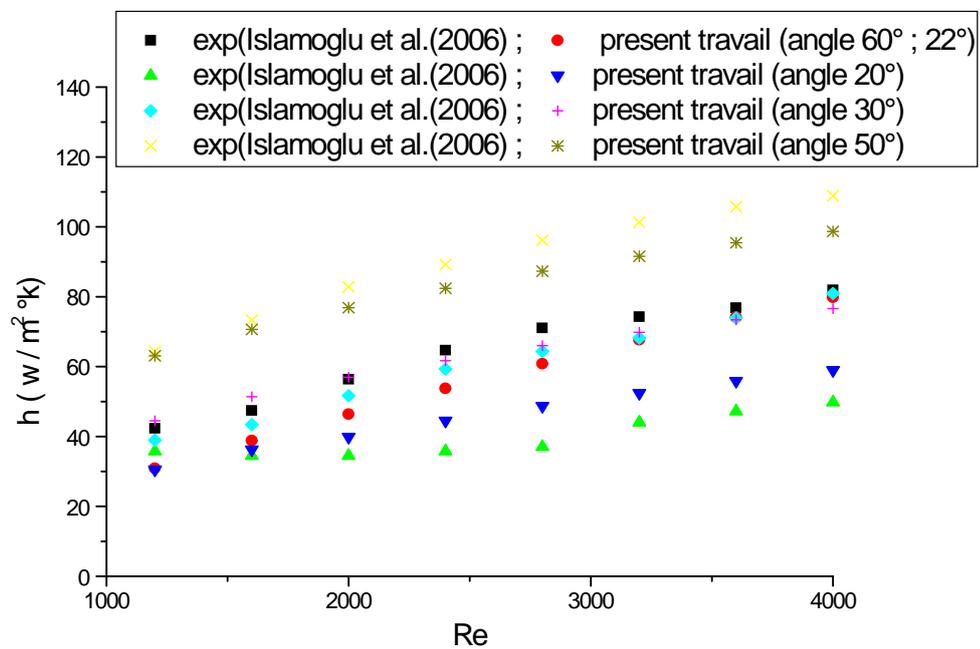


Fig.(6-33) : Effet de l'angle de corrugation sur le coefficient d'échange de chaleur

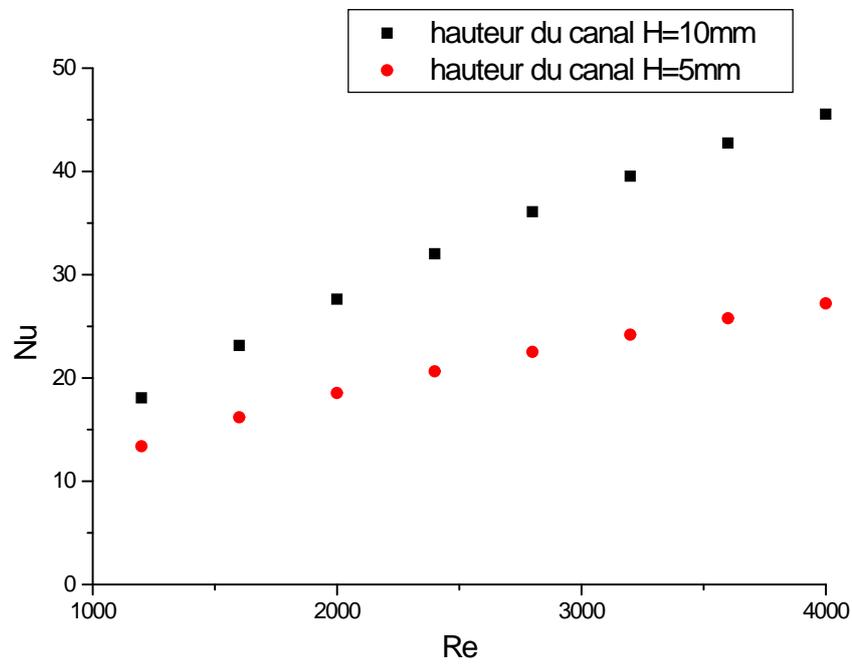


Fig.(6-34) : Influence de la hauteur du canal corrugué sur le nombre de Nusselt

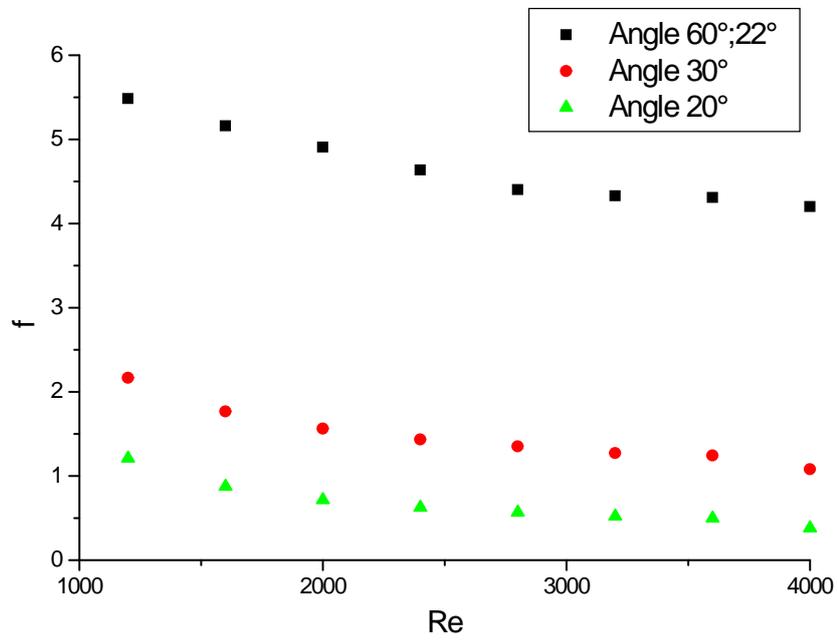


Fig.(6-35): Influence de l'angle de corrugation sur le coefficient de frottement

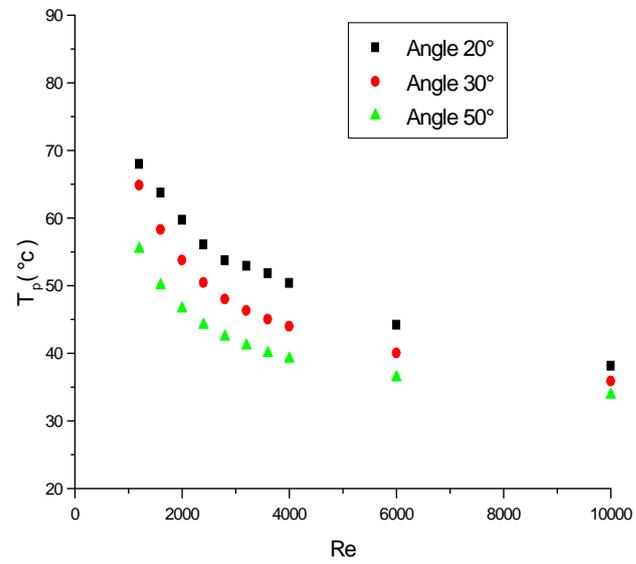


Fig.(6-36) : Variation de la température moyenne de la paroi avec le Reynolds pour différents angles de corrugation

6.2 Ecoulements laminaire et turbulent en 3D

6.2.1 Introduction

Pour réduire la taille du maillage et le temps de calcul , les conditions de périodicité à l'entrée et à la sortie du fluide sont aussi appliquées dans le cas des écoulements laminaires et turbulents , le nombre de nœuds considéré est 227392 nœuds.

6.2.2 Ecoulement laminaire (3D)

La figure (6-37) montre les contours de la vitesse dans le plan $z = \text{cte}$ avec $Re=100$.

Cette figure met en évidence le caractère tridimensionnel de l'écoulement c'est-à-dire la variation de l'écoulement en fonction de z , on voit nettement l'augmentation de la vitesse .Il est à noter que le comportement de la vitesse sur ce plan est similaire à celui du cas (2D).

La figure (6-38) montre les vecteurs vitesse dans le même plan $z = \text{cte}$ avec $Re=100$. Des zones de recirculations sont clairement observées dues aux coins qui forment un obstacle à l'écoulement, on voit aussi nettement le point de recollement du fluide. Ce phénomène a été déjà observé par Hwang et al. (2006).

La figure (6-39) illustre les contours de pression dans le plan $z = \text{cte}$ avec $Re = 100$. On remarque que la pression passe par un maximum dans la zone d'impact du fluide , et une dépression dans les coins due à l'accélération du fluide .

Les contours de pression dans les différents plans $z = \text{cte}$ avec $Re = 100$ sont présentés sur la figure (6-40). On voit que le comportement est le même.

La figure (6-41) montre les contours de température dans le plan $z = \text{cte}$ avec $Re = 100$. On remarque qu'il y a un transfert de chaleur par conduction des parois vers le fluide , cette chaleur est ensuite transportée par convection vers l'aval.

Les contours de la grandeur de vitesse dans différents plans $x = \text{cte}$ avec $Re = 100$ sont tracées sur les Figures (6-42) (a , b , c , d).

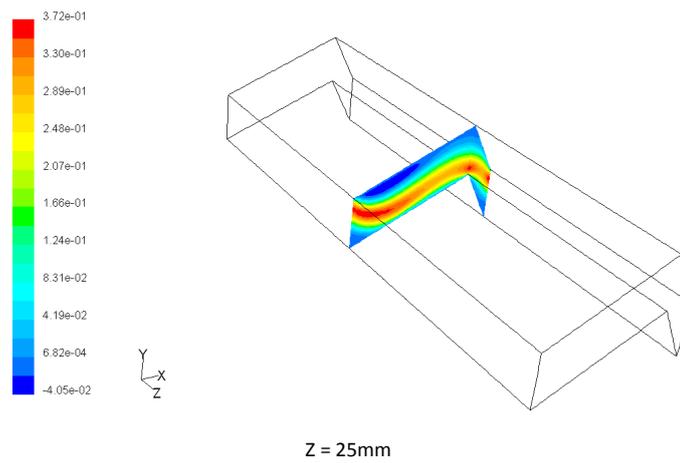
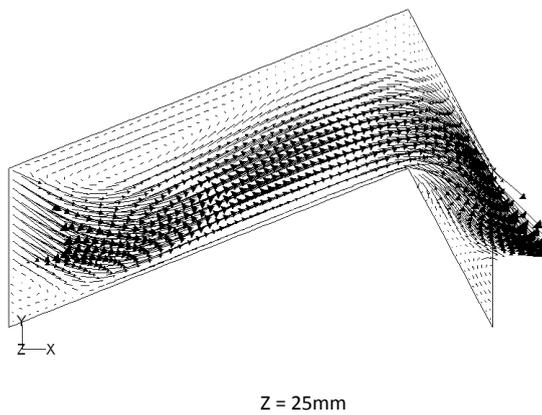
A l'entrée du canal corrugué , on observe une forte accélération située au centre du canal, la même chose se produit à la sortie car les conditions de périodicité sont appliquées entre l'entrée et la sortie et donc elles sont satisfaites , et elle est transférée vers le haut ou vers le bas selon le plan choisi.

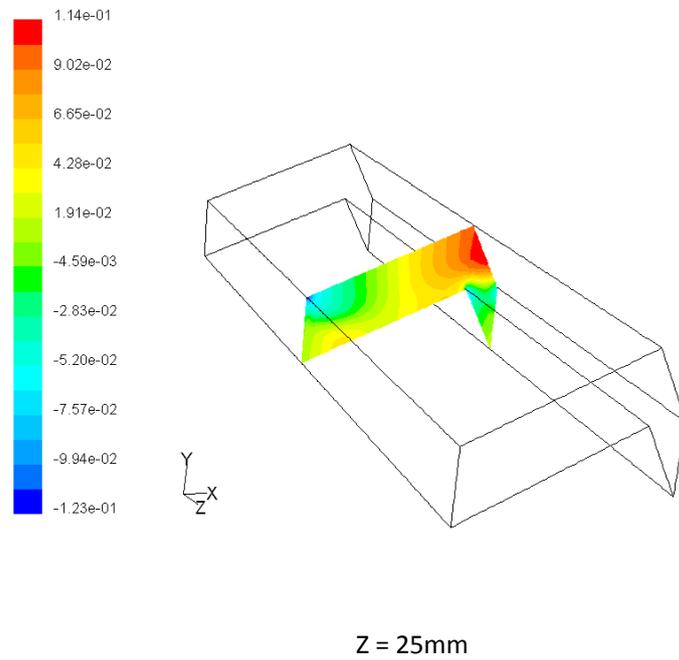
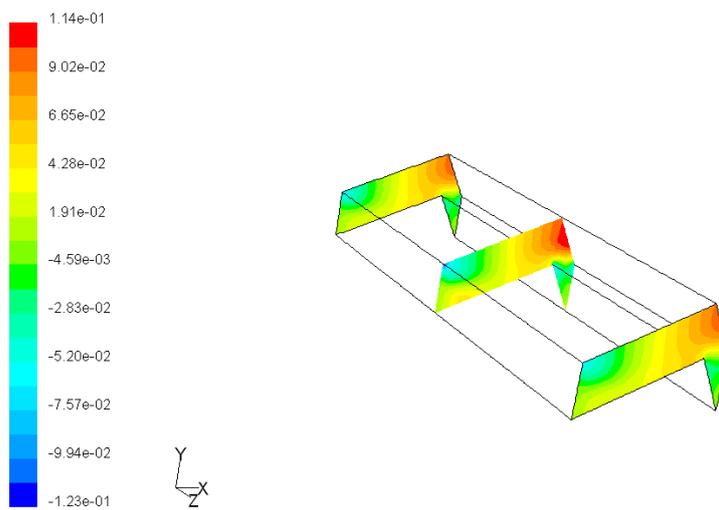
Les figures (6-46) (a , b , c , d) montrent les contours de pression dans le plan $x = \text{cte}$ avec $Re = 100$.

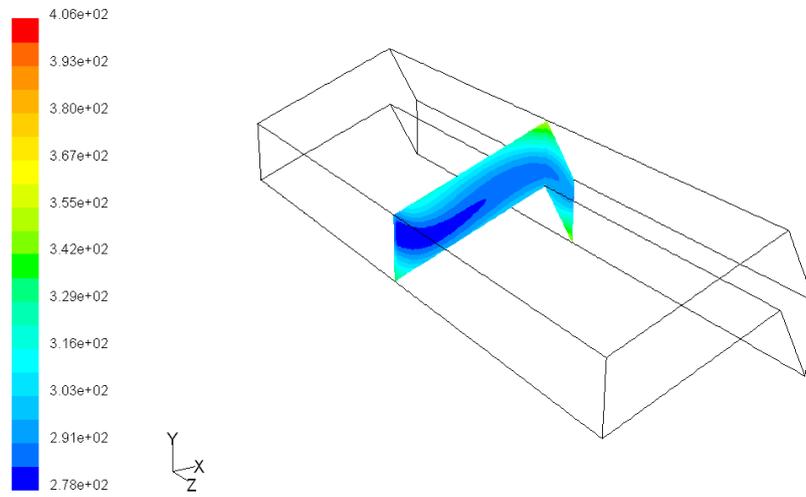
Une dépression est notée le long de la paroi supérieure et une surpression le long de la paroi inférieure.

La figure (6-47) montre les contours de pression dans différents plans $x = \text{cte}$ avec $Re = 100$.

Les figures (6-48);(6-49);(6-50) montrent les contours de température dans différents plans $x = \text{cte}$ avec $Re = 100$. On constate que la forme est similaire aux figures (6-42).

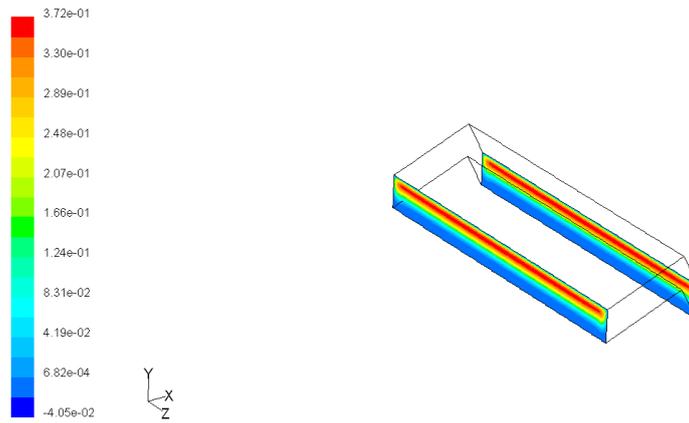
Fig.(6-37) : Contours de la grandeur de la vitesse dans le plan $z=\text{cte}$ avec $Re = 100$ Fig.(6-38) : Vecteurs de la vitesse dans le plan $z=\text{cte}$ avec $Re = 100$

Fig.(6-39) : Contours de pression dans le plan $z=\text{cte}$ avec $Re = 100$ Fig.(6-40) : Contours de pression dans les différents plans $z=\text{cte}$ avec $Re = 100$

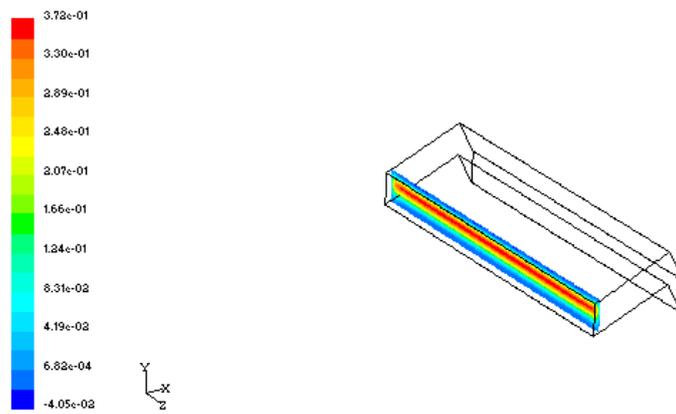


Z = 25mm

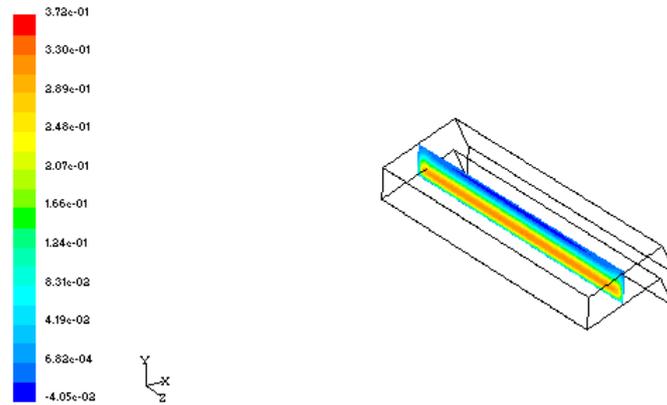
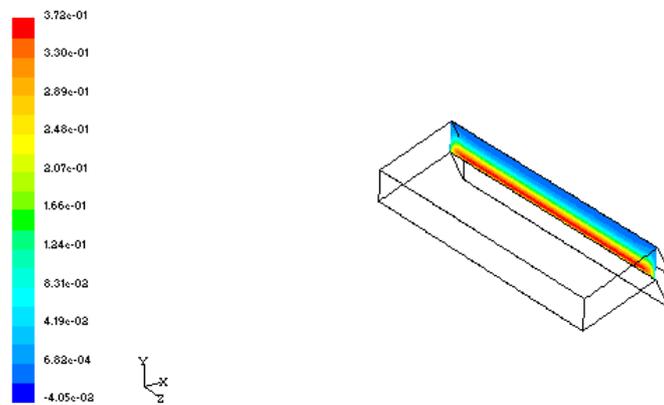
Fig.(6-41) : Contours de température dans le plan $z=cte$ avec $Re = 100$



(a) : entrée et sortie périodiques(x=0mm)



(b) : x=1mm

(c) : $x=6.1877\text{mm}$ (d) : $x=12.3754\text{mm}$

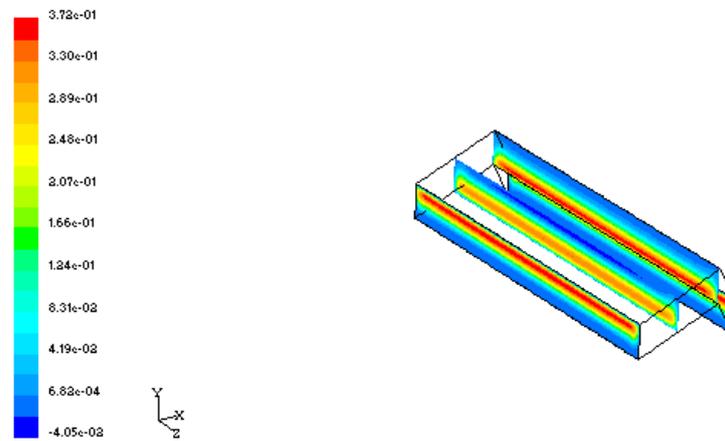


Fig.(6-42) : Contours de la grandeur de vitesse dans différents plan $x=cte$ avec $Re = 100$

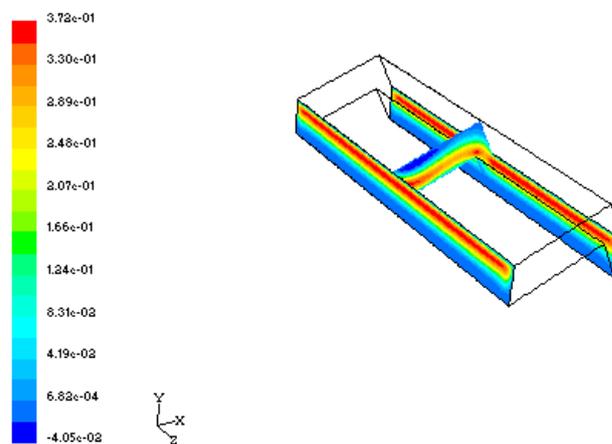
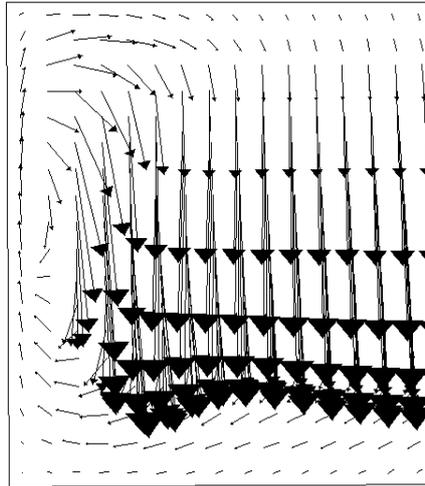


Fig.(6-43) : Contours de la grandeur de la vitesse dans les plans $z=cte$ et $x = cte$ avec $Re = 100$



X = 1mm

Fig.(6-44) : Vecteurs de la vitesse dans le plan $x=cte$ avec $Re = 100$

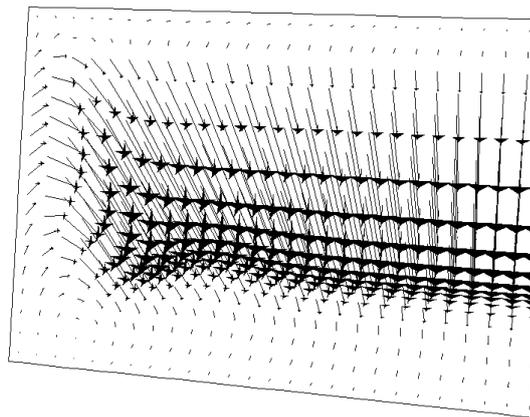
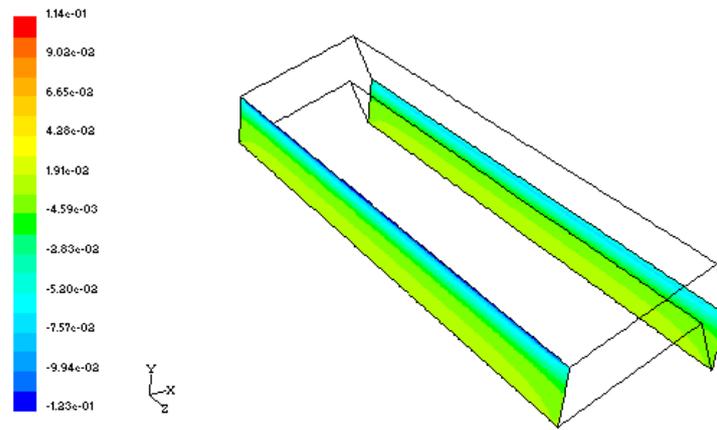
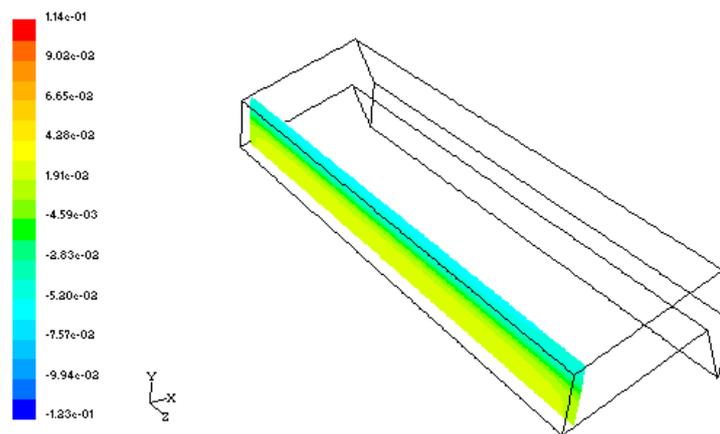
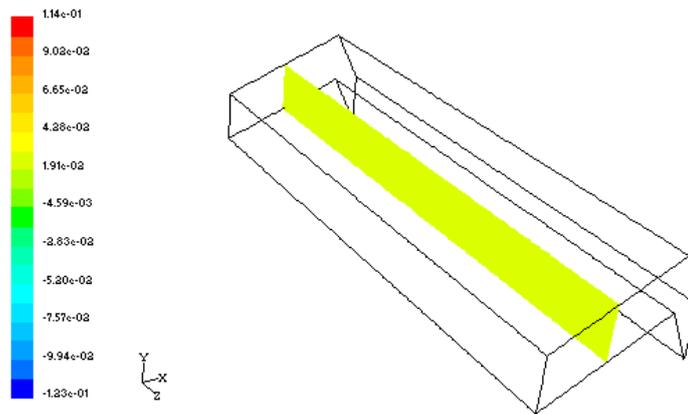
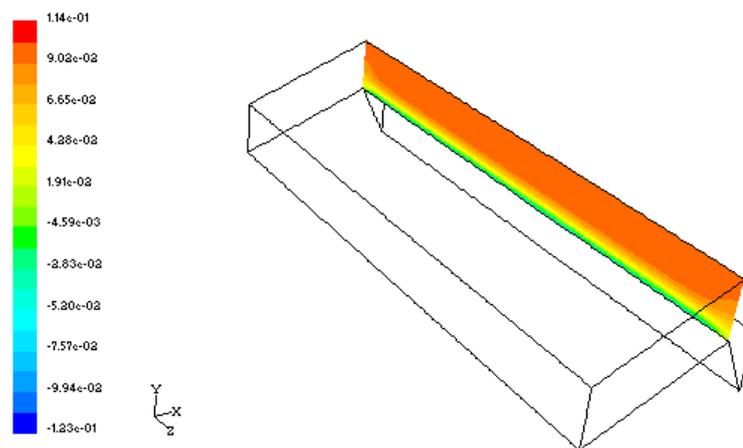


Fig.(6-45) : Vecteurs de la vitesse dans le plan $x=cte$ avec $Re = 100$

(a) : entrée et sortie périodiques($x=0\text{mm}$)(b) : $x=1\text{mm}$



(c) : $x=6.1877\text{mm}$



(d) : $x = 12.3754\text{mm}$

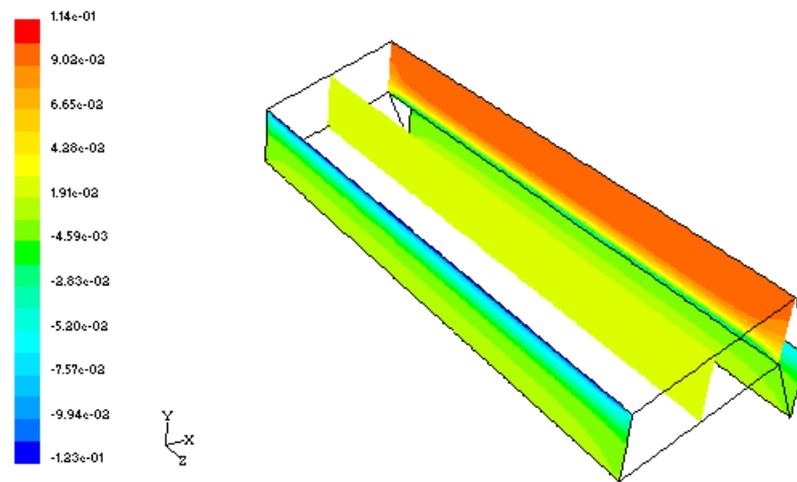
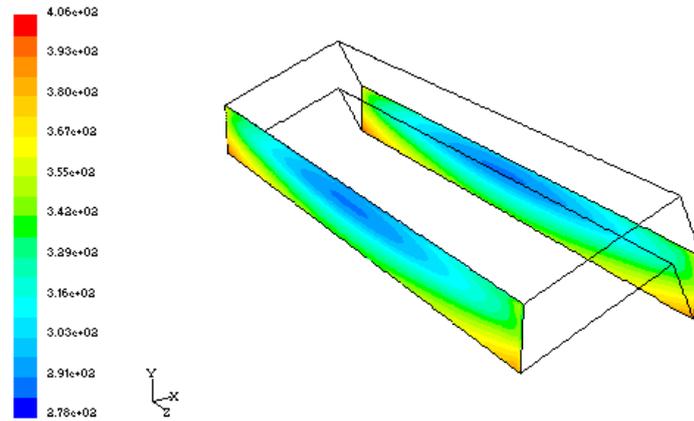
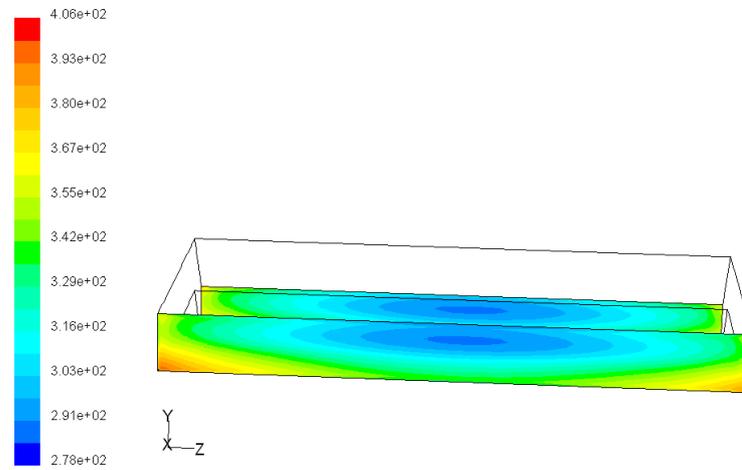


Fig.(6-47) : Contours de pression dans différents plans $x=cste$ avec $Re = 100$



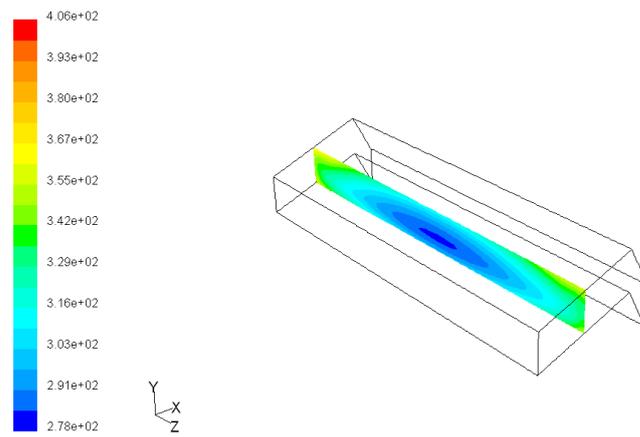
(a)



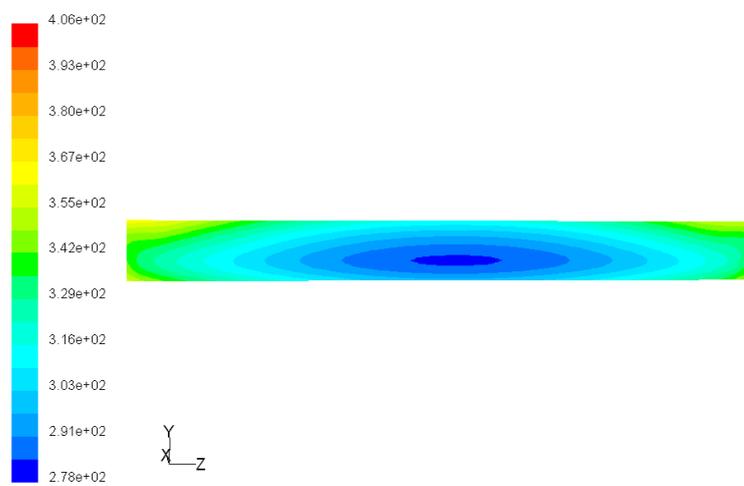
(b)

Entrée et sortie périodiques

Fig.(6-48) : Contours de température dans le plan $x=cte$ avec $Re = 100$

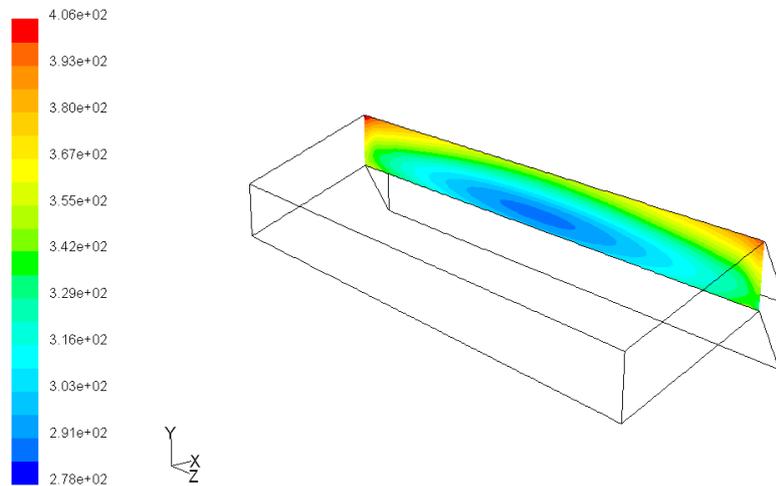


(a)

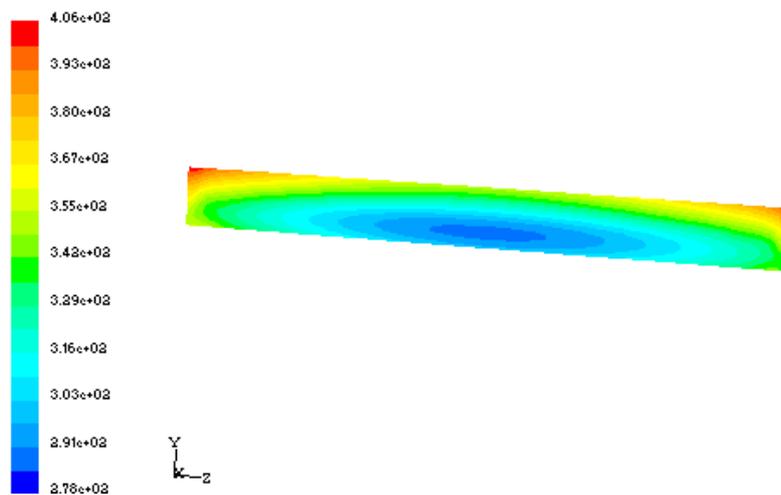


(b)

 $X = 6.1877\text{mm}$ Fig.(6-49) : Contours de température dans le plan $x=cte$ avec $Re = 100$



(a)



(b)

 $X = 12.3754\text{mm}$ Fig.(6-50) : Contours de température dans le plan $x=\text{cte}$ avec $Re = 100$

6.2.3 Ecoulement turbulent (3D)

La figure (6-51) montre les contours de la grandeur de la vitesse dans le plan $z = \text{cte}$ avec $Re = 4000$.

On remarque que la vitesse est importante au centre surtout aux coins où elle maximale (principe de conservation de masse).

La figure (6-52) montre les vecteurs vitesse dans le plan $z = \text{cte}$ et $Re = 4000$. Des zones à faibles vitesses sont observées aux coins , on voit aussi clairement les points de rattachement du fluide.

Les contours de pression dans le même plan $z = \text{cte}$ avec $Re = 4000$ sont représentés sur la figure(6-53).

On constate que la pression présente un maximum dans la zone d'impact du fluide sur la paroi frontale et un minimum dans les coins du a l'accélération du fluide.

La figure (6-54) donne les contours de pression dans différents plans $z = \text{cte}$ avec $Re = 4000$. On voit que le comportement est le même dans les différents plans.

Le contour de température dans le plan $z = \text{cte}$ avec $Re = 4000$ est tracé sur la figure (6-55). On voit nettement le transfert de chaleur des parois vers le fluide qui lui-même transportera cette chaleur par convection vers l'aval.

La figure (6-56) illustre le contour de l'énergie cinétique dans le plan $z = \text{cte}$ avec $Re = 4000$. On constate là où les gradients de vitesse sont importants l'énergie cinétique est très élevée.

Les contours de la grandeur de la vitesse dans différents plans $x = \text{cte}$ avec $Re = 4000$ sont représentés par les figures (6-57) (a , b , c , d).

A l'entrée la valeur maximale de la vitesse se situe sur la paroi supérieure, le même phénomène est observé à la sortie (conditions de périodicité satisfaites) et elle décalée vers la paroi inférieure dans les autres plans.

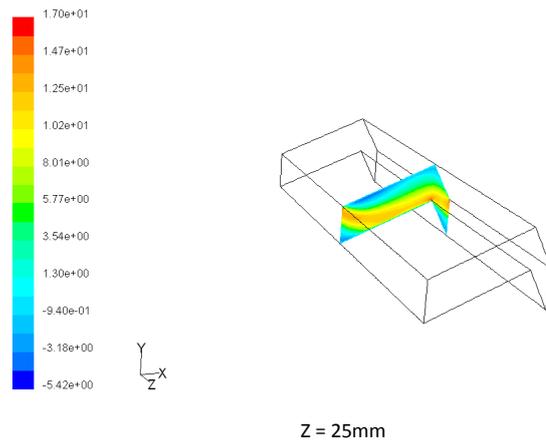
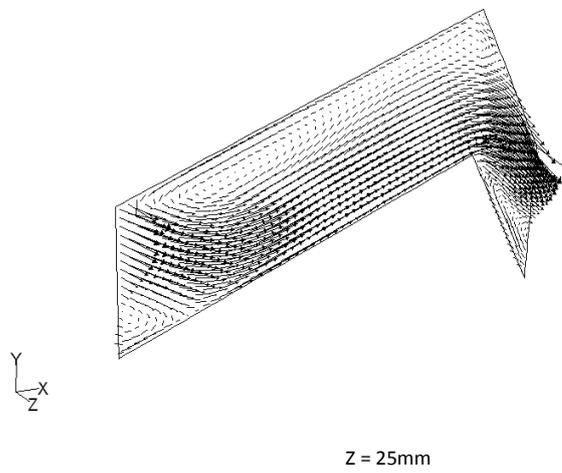
La figure (6-58) montre la grandeur de la vitesse dans les plans $z = \text{cte}$ et $x = \text{cte}$ avec $Re = 4000$.

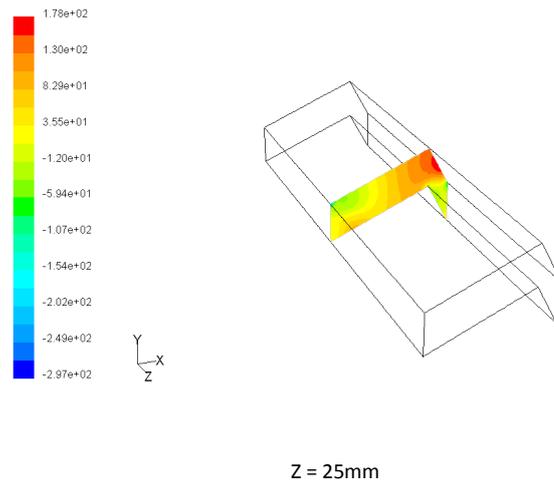
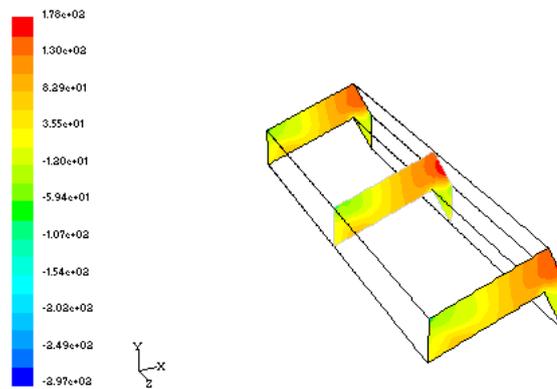
Les figures (6-59) (a , b , c , d) montrent les contours de pression dans différents plans $x = \text{cte}$.

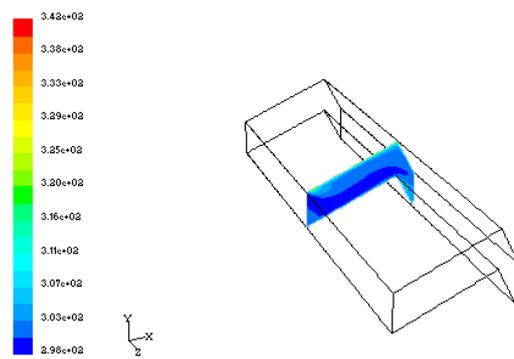
A l'entrée, la pression est relativement faible le long de la paroi supérieure et élevée le long de la paroi inférieure, ce résultat est consistant avec le champ de vitesse . Le même phénomène est observé à la sortie.

Les contours de pression dans les plans $z = \text{cte}$ et $x = \text{cte}$ avec $Re = 4000$ sont représentés sur la figure (6-60).

La figure (6-61) montre les contours de l'énergie cinétique dans différents plans $x = \text{cte}$ avec $Re = 4000$. On voit que la turbulence est plus intense sur la paroi supérieure que sur la paroi inférieure.

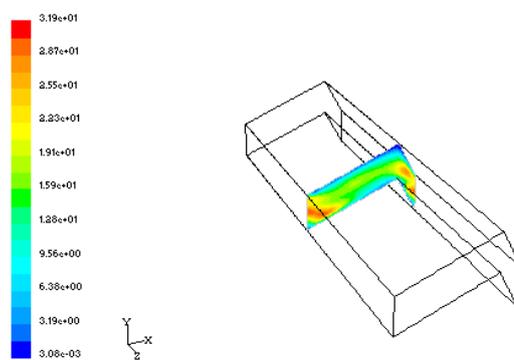
Fig.(6-51) : Contours de la grandeur de la vitesse dans le plan $z=\text{cte}$ avec $Re = 4000$ Fig.(6-52) : Vecteurs de la vitesse dans le plan $z=\text{cte}$ avec $Re = 4000$

Fig.(6-53) : Contours de pression dans le plan $z=\text{cte}$ avec $Re = 100$ Fig.(6-54) : Contours de pression dans les différents plans $z=\text{cte}$ avec $Re = 4000$



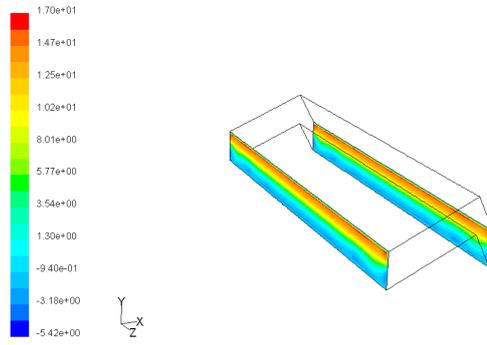
Z = 25mm

Fig.(6-55) : Contours de température dans le plan $z=cte$ avec $Re = 4000$

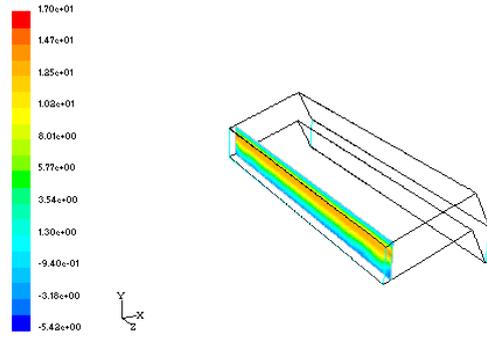


Z = 25mm

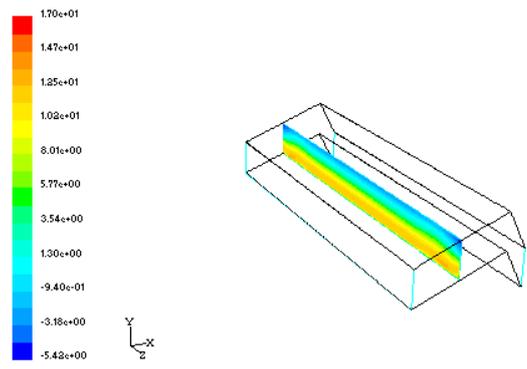
Fig.(6-56) : Contours de l' énergie cinétique turbulente dans le plan $z=cte$ avec $Re = 4000$



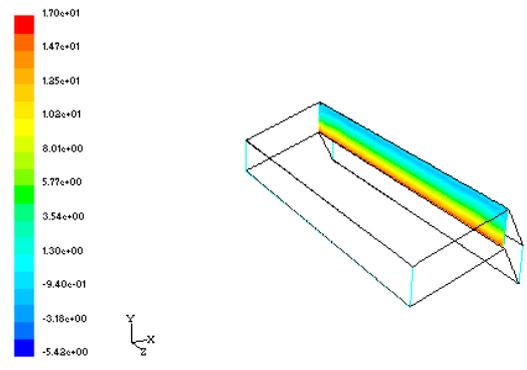
(a) : entrée et sortie périodiques(x=0mm)



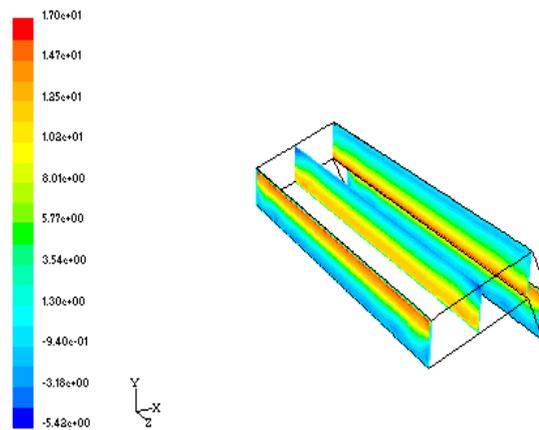
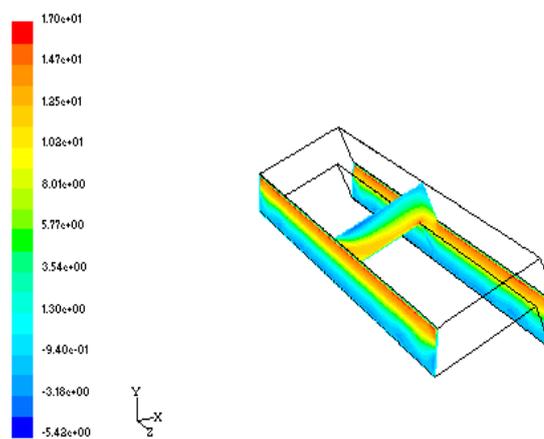
(b) : x=1mm

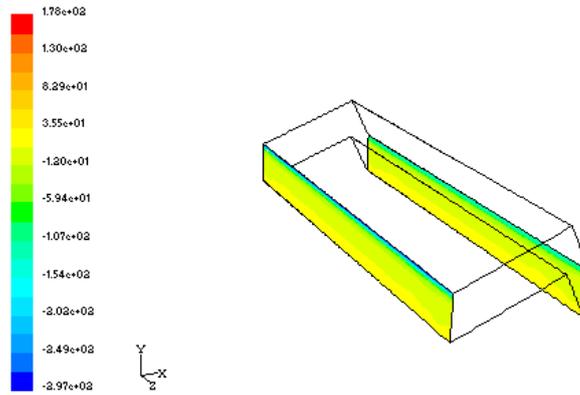
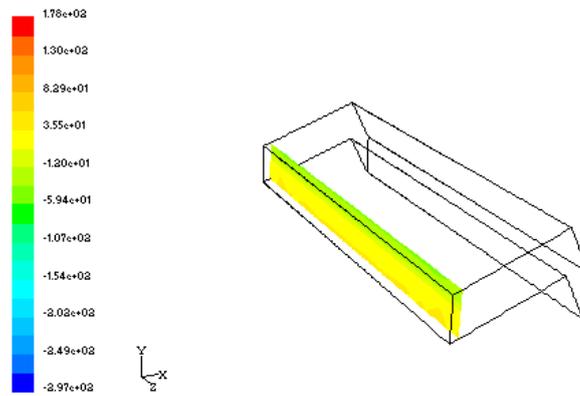


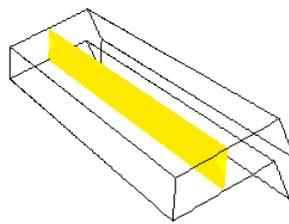
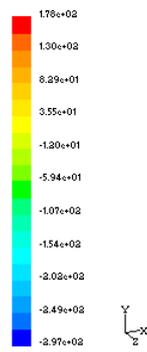
(c) : x=6.1877mm



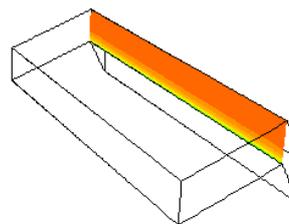
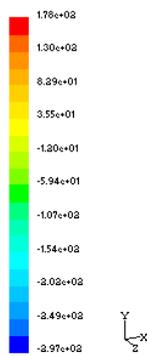
(d) : x=12.3754mm

Fig.(6-57) : Contours de la grandeur de vitesse dans différents plan $x=cte$ avec $Re = 4000$ Fig.(6-58) : Contours de la grandeur de la vitesse dans les plans $z=cte$ et $x = cte$ avec $Re = 4000$

(a) : entrée et sortie périodiques($x= 0\text{mm}$)(b) : $x = 1\text{mm}$



(c) : $x=6.1877\text{mm}$



(d) : $x = 12.3754\text{mm}$

Conclusion

La présente étude nous a permis de prédire l'influence de certains paramètres géométriques et physiques sur le comportement dynamique et thermique du fluide dans un canal corrugué simulant un canal d'échangeur à plaques.

Les calculs numériques ont été effectués sur un maillage uniforme utilisant la procédure numérique des volumes finis.

La simulation numérique par le code de calcul Fluent, nous a permis de déduire les résultats suivants pour l'écoulement laminaire et turbulent bi et tridimensionnel :

L'augmentation du nombre de Reynolds engendre l'augmentation de zones de recirculation. L'emplacement et la taille des zones à faibles vitesses sont observées avec l'augmentation du rapport de forme H/S.

Le nombre de Nusselt local atteint des valeurs maximales aux coins où il y a recollement correspondant aux zones où les vitesses sont importantes et les pressions sont faibles.

Une accélération du fluide aux coins où la section est réduite et donc une pression minimale (principe de conservation de la masse satisfait).

Le nombre de Nusselt moyen est influencé par le nombre de Reynolds.

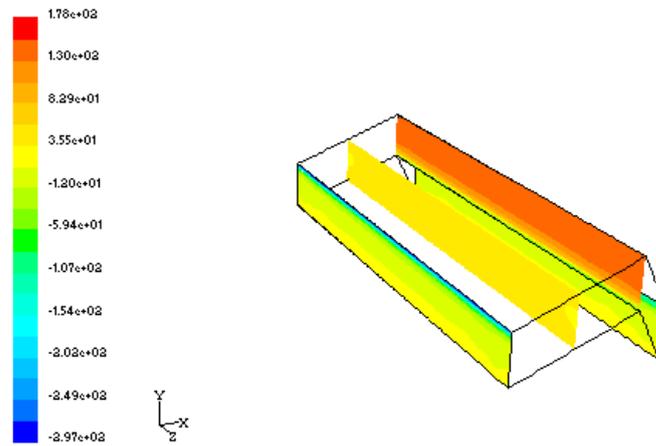
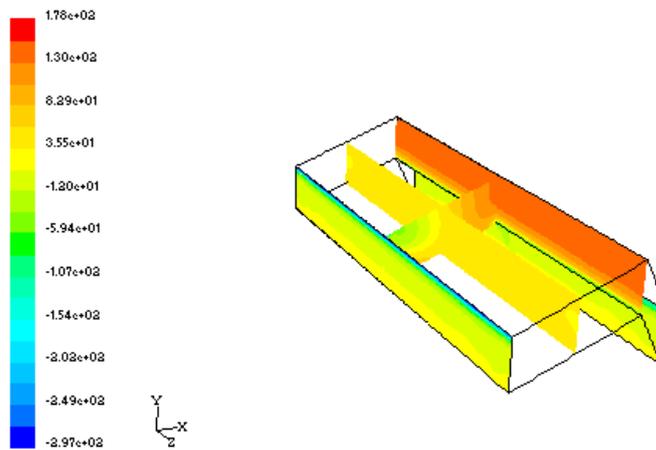
Une augmentation du nombre de Reynolds engendre une augmentation du nombre de Nusselt

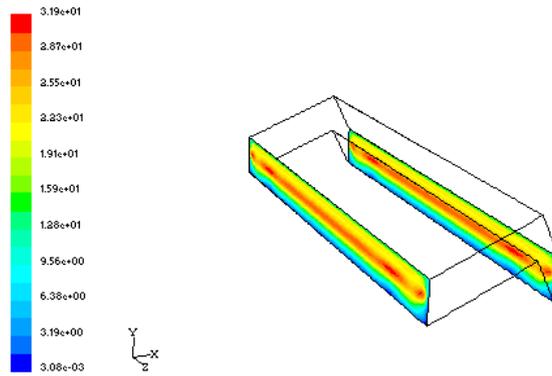
Une augmentation du nombre de Nusselt est aussi observée avec l'augmentation de l'angle de corrugation et la hauteur du canal.

Le coefficient de frottement dépend lui aussi du nombre de Reynolds et une augmentation de l'angle de corrugation tend à augmenter le coefficient de frottement.

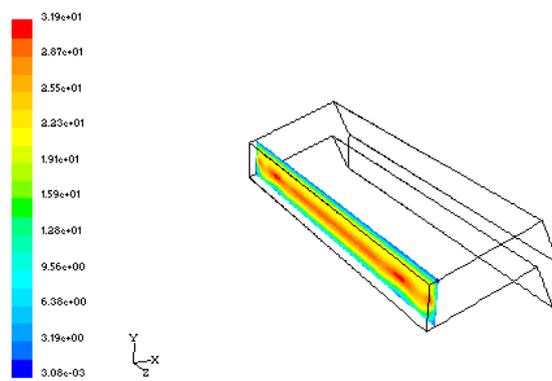
Le coefficient de frottement est influencé par le rapport de forme H/S. L'augmentation du rapport engendre une augmentation de ce coefficient de frottement.

En perspectives, il serait intéressant d'étudier l'effet de la turbulence sur le comportement moyen de l'écoulement et du transfert de chaleur en prenant en compte

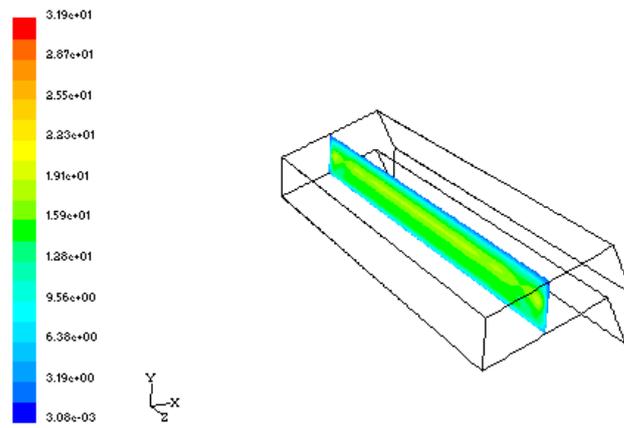
Fig.(6-59) : Contours de pression dans différents plans $x = \text{cte}$ avec $Re = 4000$ Fig.(6-60) : Contours de pression dans les plans $z = \text{cte}$ et $x = \text{cte}$ avec $Re = 4000$



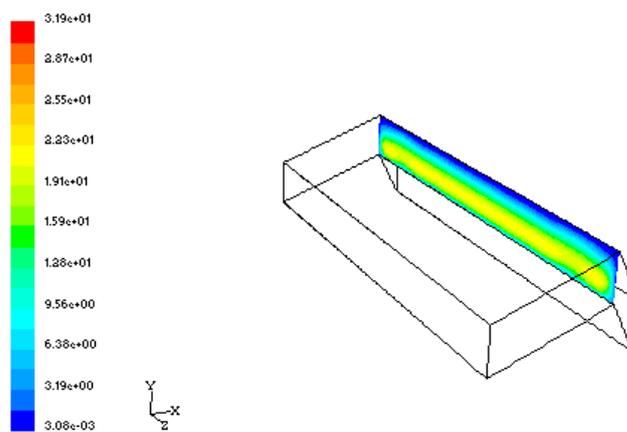
(a) : entrée et sortie périodique(x= 0mm)



(b) : x = 1mm



(c) : $x=6.1877\text{mm}$



(d) : $x = 12.3754\text{mm}$

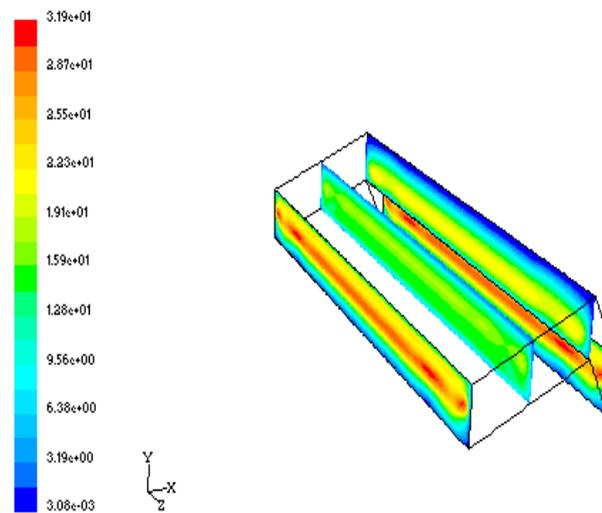


Fig.(6-61) : Contours de l'énergie cinétique dans différents plans $x=cte$ avec $Re = 4000$

d'autres modèles de turbulence plus performants dans le but de capter les écoulements secondaires.

On peut aussi étendre ce travail aux écoulements turbulents instationnaires.

L'étude pourrait être étendue aux écoulements diphasiques.

En écoulement monophasique, il serait intéressant d'étudier le comportement de la géométrie corruguée d'une part à très grand nombre de Reynolds et d'autre part avec des fluides non newtoniens (fluides utilisés dans des applications de l'industrie agro-alimentaire).

Bibliographie

- [1] K.Okada, O.Minobu, Design and heat transfer characteristics new plate heat exchanger, Heat Transfer-Japanese Research, Vol.1, n.1, 1972.
- [2] J.B. Nicolet, M. Roulin et G. Regis, Etude expérimentale de l'écoulement le long d'une paroi ondulée. Revue générale de thermique, pp.111-129, 1978.
- [3] J.E. O'Brien and E.M. Sparrow, Corrugated duct heat transfer, pressure drop and flow visualization, Transaction of the ASME, Vol.104, pp.410-414, 1982.
- [4] E.M. Sparrow and J.W. Comb, Effect of interwall spacing and fluid flow inlet conditions on a corrugated-wall heat exchanger, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.26, n.7, pp. 993-1005, 1983.
- [5] R.Izumi, M.Yamashita and S.Kaga, Fluid flow and heat transfer in corrugated - wall channels, Memoirs of the faculty of engineering ; Nogoya university, Vol.36, n.2, 1984.
- [6] W.W.Focke, J.Zachariade and I.Olivier, The effect of the corrugation inclination angle on the thermohydraulic performance of plate heat exchanger, International Journal of Heat Mass Transfer, Vol.28, n.8, pp.1469-1479, 1985.
- [7] R.S.Amano, A numerical study of laminar and turbulent heat transfer in a corrugated - wall channels, Transactions of the ASME, Vol.1-7, pp.564-569, 1985.
- [8] M.Molki and C.M. Yuen, Effect interwall spacing on heat transfer and pressure drop in a corrugated-wall duct, International Journal of Heat Mass Transfer, Vol.29, n.7, pp.987-997, 1986.
- [9] M.Molki, Heat transfer characteristics of corrugated ducts with variable corrugation angle, 8th International Conference of heat transfer San Fransisco, Vol.6, pp.2879-2884, 1986.
- [10] W.W.Focke and P.G.Knibbe, Flow visualization in parallel-plate ducts with corrugated walls, Journal of Fluid Mechanic, Vol.165, pp.73-77, 1986.
- [11] R.S.Amano, A.Bagherlee, R.J.Smith and T.G.Nies, Turbulent Heat Transfer in Corrugated-Wall Channels With and Without Fins, Journal of Heat Transfer, Vol.109, pp.62-67, 1987.
- [12] M.Faghri and Y.Asako, Finite-Volume Solutions for Laminar Flow and Heat Transfer in Corrugated Duct, Journal of Heat Transfer, Vol.109, pp.627-634, 1987.
- [13] R.C.Xin and W.Q.Tao, Numerical Prediction of Laminar Flow and Heat Transfer in Wavy Channels of Uniform Cross-Sectional Area, Numerical Heat Transfer, Vol.14, pp.465-481, 1988.

-
- [14] Y.Asako and H.Nakamura, Heat Transfer and Pressure Drop Characteristics in a Corrugated Duct with Rounded Corners, *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol.31, n.6, pp.1237-1245, 1988.
- [15] B.Sunder and S.Trollheden, Periodic Laminar Flow and Heat Transfer in a Corrugated Two Dimensional Channel, *International Communication of Heat and Mass Transfer*, Vol.16, pp.215-225, 1989.
- [16] Q.Xiao, R.C.Xin and W.Q.Tao, Analysis of Fully Developed Laminar and Heat Transfer in Asymmetric Wavy Channels, *International Communication of Heat and Mass Transfer*, Vol.16, pp.227-236, 1989.
- [17] P.Hugonnot, Etude locale de l'écoulement et performances termohydrauliques à faible nombre de Reynolds d'un canal plan corrugué. Applications aux échangeurs de chaleur à plaques. Thèse de Doctorat de l'université de Nancy I (1989).
- [18] P.Hugonnot, R.Vidil and M.Lebouche, Flow Regimes in a Corrugated Channel, Experimental and Numerical Approaches, *Proceeding of the 9th Eurotherm Symposium*, Germany, 1989.
- [19] G.Gaiser and E.V.Kottke, Effects of Corrugation Parameters on Local and Integral Heat Transfer in Plate Heat Exchangers and Regenerators, *Proceeding of the 9th Heat Mass Transfer Conference Jerusalem*, Vol.5, pp.85-90, 1990.
- [20] D.Bereziat, Structure Locale de L'écoulement de Fluides Newtoniens et non Newtoniens en Canaux Ondulés : Applications aux Echangeurs à Plaques, Thèse de l'INP Lorraine, Nancy, 1994.
- [21] G.Wang and S.P.Vanka, Convection Heat Transfer in Periodic Wavy Passages, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.38, n.17, pp.3219-3230, 1995.
- [22] Y.Asako, M.Faghri and B.Sunden, Three Dimensionnal Laminar Forced Convection Characteristics of Wavy Ducts with Trapezoidal Cross Section of Plate fin Heat Exchanger, *Computer Simulations in Compact Heat Exchangers*, Vol.1, pp.49-75, 1998.
- [23] M. Sen et al. Heat Transfer Enhancement in Three-Dimensionnal Corrugated Channel Flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.41, pp.3559-3573, 1998.
- [24] T.A.Rush, T.A.Newele and A.M.Jacobi, An Experimental Study of Flow and Heat Transfer in Sinusoidal Wavy Passages, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.42, pp.1541-1553, 1999.
- [25] C.C.Wang and C.K.Chen, Forced Convection in a Wavy-Wall-Channel, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.45, pp.2587-2595, 2002.
- [26] Y.Islamoglu and C.Parmaksizoglu, The Effect of Channel Height on th Enhanced Heat Transfer Characteristics in a Corrugated Heat Exchanger Channel, *Applied Thermal Engineering*, Vol.23, pp.979-987, 2003.
- [27] Y.Islamoglu and C.Parmaksizoglu, Numerical Investigation of Convective heat Transfer and Pressure Drop in a Corrugated Heat Exchanger Channel, *Applied Thermal Engineering*, Vol.24, pp.141-147, 2004.

-
- [28] Y. Islamoglu and C. Parmaksizoglu, Comparaison of CFD Simulation to Experiment for Convective Heat Transfer in Enhanced Channel, *Heat Transfer Engineering*, Vol.27, n.9, pp.53-59, 2006.
- [29] Y. Islamoglu, Effect of Rounding of Protruding Edge on Convection Heat Transfer in a Converging-Diverging Channel, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol.35, pp.643-647, 2008.
- [30] I. Taymaz, I. Koc and Y. Islamoglu, Experimental Study on Forced Convection Heat Transfer Characteristics in a Converging Diverging Heat Exchanger Channel, *Heat and Mass Transfer*, Vol.44, pp.1257-1262, 2008.
- [31] R. Lanani-Benchabi, Contribution à l'étude thermohydraulique d'un canal plan corrugué. Thèse de Magistère. UMC Constantine, 1997.
- [32] B.E Launder and D.B Spalding, *Mathematical Models of Turbulence*. Academic, Press, 1972.
- [33] S.V. Patankar, *Numerical Heat Transfer in Fluid Flow*. Press Roman, EM Sparrows editors, 1980.
- [34] S.D. Hwang, I.H. Jang and H.H. Cho, Experimental Study on Flow and Local Heat / Mass Transfer Characteristics inside Corrugated Duct. *Int. Journal of Heat and Fluid Flow* 27 (2006) 21-32.
- [35] B. Thonon, Echangeurs à plaques : Dix ans de recherche au Greth. Partie I : Ecoulement et transferts de chaleur en simple phase et double phase. *Revue Générale de Thermique*, pp 77-90, 1995.