

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE MENTOURI CONSTANTINE
FACULTE DES SCIENCES EXACTES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE**

**N° d'ordre :
Série:**

**THÈSE
PRESENTEE POUR OBTENIR LE DIPLOME DE DOCTORAT EN
PHYSIQUES**

OPTION

Physique Théorique

THEME

**PHENOMENOLOGIE DES NEUTRINOS ET APPLICATIONS AUX
EXTENSIONS DU MODELE L-R**

PAR

ACHIRI Leila

SOUTENUE LE : 07/ 01/2010

Devant le jury:

Président:	N. Mebarki	Prof. Univ. Mentouri
Rapporteur:	J. Mimouni	Prof. Univ. Mentouri
Examineurs:	A. Bouldjedri	Prof. Univ. Batna
	A. Boudine	M.C. Univ. Oum El-Bouaghi
	H. Aissaoui	M.C. Univ. Mentouri
	N. Boucerredj	M.C. Univ. Annaba

Remerciements

Je remercie Monsieur J. Mimouni, professeur à l'Université Mentouri- Constantine, de m'avoir dirigé durant ce travail, ses conseils avisés m'ont toujours éclairés dans les moments opportuns. Ils m'ont permis de m'enrichir grâce à ses qualités certaines aussi bien scientifiques qu'humaines. Pour tout cela, je voudrais lui exprimer ma profonde gratitude

J'adresse mes remerciements les plus respectueux à Monsieur, N. Mibarki, professeur à l'Université Mentouri- Constantine pour m'avoir encouragé durant les différentes étapes de ma thèse et d'avoir accepté de présider le jury.

Je remercie Monsieur Bouljedri, Pr. à l'Université de Batna. Monsieur A. Boudine, Mc. à l'Université de Oum el-Baoughi, Monsieur Boucerj, Mc. à l'Université de Annaba pour avoir si aimablement accepté de juger ce travail.

Je remercie Monsieur H. Aissaoui pour l'aide qu'il m'a apportée et pour avoir accepté de juger ce travail.

Je remercie très fort mes parents pour tout ce qu'ils ont fait pour moi. Il m'est aussi très agréable d'adresser mes remerciements sincères à mon mari pour m'avoir constamment aidé et soutenu pendant les moments les plus difficiles de la réalisation de cette thèse.

Table des matières

Chapitre		Page
I	Introduction générale.....	4
II	Le Neutrino.....	8
	1- Introduction	8
	2- Le neutrino dans la cosmologie.....	9

Partie I

La symétrie L-R q- déformée

I	Introduction à la théorie de déformation.....	11
II	Le modèle de la symétrie L-R q- déformée.....	13
	1- Formalisme.....	13
	1-1 Les calculs différentiels selon Woronowicz sur $SU_q(2)$	13
	1- 2 Le groupe quantique $SU_q(2)_L \times SU_q(2)_R$	14
	2- Le modèle.....	15
	2-1 Le mécanisme de Higgs	15
	2-2 Le terme de Yukawa et les masses de Fermions.....	20

Partie II

La symétrie Quarks- Leptons et La baryogenèse dans le modèle de quartification $SU_q(3) \times SU_l(3) \times SU_L(3) \times SU_R(3)$

Chapitre

I	1- Introduction	22
	2- Asymétrie baryonique et ses origines.....	24
	2-1 Introduction à la baryogénèse.....	24
	2-2 Les conditions de Sakharov.....	25
	2-3 Exemples de modèles de la baryogénèse.....	27
II	Le modèle de Quartification $[SU(3)]^4$	30
	1- Introduction.....	30
	2- La structure de groupe $[SU(3)]^4$	30
	3- Le potentiel de champs de Higgs.....	32

III	Solutions de type Monopoles dans le groupe $[SU(3)]^4$	33
	1- Les monopoles magnétiques.....	33
	1- 1 Prédiction de l'existence des monopoles magnétiques.....	33
	1- 1- 1 Le monopole de Dirac.....	33
	1- 1- 2 Le monopole de t'Hooft et Polyakov.....	34
	2- Solutions Monopoles dans le groupe de jauge $SU(3)$..	36
	2 -1 Monopole ponctuel.....	36
	2 -2 Calculs des solutions monopoles de $SU(3)$	39
	3- Solutions Monopoles dans le groupe de jauge $[SU(3)]^4$	41
	3 -1 Monopole ponctuel.....	41
	3 -2 Calculs des solutions monopoles de $[SU(3)]^4$	43
IV	La Leptogénèse dans le modèle de Quartification.....	43
V	Conclusion.....	44

Appendice A: Thermodynamique dans l'Univers Primordial.

A- 1 L'évolution de l'Univers.....	46
A- 2 L'équation de Boltzmann.....	53

Appendice B: La symétrie L- R.

B- 1 La brisure spontanée de la symétrie L- R.....	58
--	----

Appendice C: Calculs de monopoles solutions dans le groupe de quartification.....	62
---	----

References	65
-------------------------	----

Article : *A q-deformed left-right symmetric model, Czek.Journal of Physics, Vol 56 (2006), No 4, N.Mebarki, L.Achiri, J.Mimouni*

Chapitre I

Introduction générale

Si l'on veut aujourd'hui formuler une théorie des particules élémentaires et de leurs interactions, le modèle standard des interactions fortes et électrofaibles est un passage obligé. En dépit de ses défauts de principe, le modèle standard prédit de manière si précise la foule immense de données expérimentales que nous avons jusqu'à présent obtenues, qu'il ne fait plus aucun doute qu'il constitue la description adéquate des phénomènes ayant lieu jusqu'à une échelle d'énergie de l'ordre de quelques centaines de GeV.

De ce succès fantastique du modèle standard a résulté la triste situation dans laquelle se trouve la physique de particules. Les découvertes des bosons intermédiaires W^\pm , Z^0 et du quark t , ne sont d'un point de vue épistémologique que des anecdotes, puisque l'existence de ces particules avait été prédite bien auparavant. Depuis la découverte du quark b , aucune expérience n'est parvenue à mettre en évidence un phénomène imprévu!

Nous vivons en ce moment une époque malaisée de la physique des particules, où la théorie est en avance sur l'expérience, où les prédictions du modèle standard dictent la marche à suivre. Ceci n'est pas sans rappeler la situation de la fin du siècle passé, avant la découverte de la radioactivité. A cette époque beaucoup considéraient déjà la physique comme une science en déclin: tout avait été découvert et il ne suffisait plus que de "boucher les trous". On se souviendra qu'il fut conseillé à Max Planck de ne pas entamer des études de physique pour cette raison!....

Un siècle après Planck...

Un siècle plus tard, les conditions aux limites sont analogues, mais la réaction de la communauté scientifique est radicalement opposée. Plus personne ne songerait à affirmer aujourd'hui que notre description actuelle des phénomènes physiques constitue une explication complète de la réalité. Bien au contraire, l'absence de guide expérimental a permis et provoqué un impressionnant foisonnement de conjectures décrivant l'univers des distances inférieures à l'Otto-mètre ($1 \text{ om} = 10^{-18} \text{ m}$). Tous ces modèles sont basés sur le modèle standard, tout comme la relativité

générale est basée sur la gravitation de Newton, mais au-delà d'une énergie d'environ 100 GeV leurs prédictions divergent du tout au tout.

Un exemple de ces modèles est le modèle symétrique gauche-droite qui élargit de manière très naturelle et élégante la symétrie de jauge du modèle standard.

Une des caractéristiques les plus singulières du modèle standard est le fait que les interactions électrofaibles traitent très différemment les fermions gauches et les fermions droite. Mohapatra et Pati proposèrent une extension très naturelle du groupe électrofaible [1], qui restaure la symétrie de parité, du moins aux hautes énergies. Pour des raisons évidentes, on l'appelle le modèle symétrique gauche-droite [1]. Il est basé sur la symétrie de jauge $G = SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$.

Les conséquences du facteur $SU(2)_R$ supplémentaire sont considérables et profondes. Le modèle prédit non seulement l'existence de nouveaux scalaires, fermions et vecteurs de jauge, mais il génère aussi des masses de Majorana pour les neutrinos, avec tout ce que cela implique pour la conservation du nombre leptonique!

L'ajoute du facteur $SU(2)_R$ au groupe de jauge électrofaible implique l'existence de trois bosons de jauge supplémentaires correspondants aux trois générateurs du groupe. Par analogie avec les bosons électrofaibles qui nous sont familiers, on les appelle communément W' et Z' . Le facteur abélien $U(1)_{B-L}$ correspond à une symétrie qui conserve la différence entre le nombre baryonique B et le nombre leptonique L .

On observe clairement, jusqu'aux énergies les plus élevées que l'on ait pu atteindre jusqu'à ce jour, que les fermions gauches se comportent différemment des fermions droits. S'il y a une symétrie gauche-droite, elle doit donc être brisée à une échelle d'énergie non encore explorée. Pour obtenir cette brisure de symétrie on doit invoquer un nouveau secteur de Higgs, qui fournit aux bosons de jauge W' et Z' une masse suffisamment élevée, pour rendre ces derniers invisibles aux basses énergies.

Le modèle LR comme fil conducteur de ce travail

Ce travail se base donc sur l'idée d'étendre la structure de groupe du Modèle standard en invoquant une symétrie Left-Right et d'étudier ses implications. Nous considérerons dans cette thèse deux champs distincts de la physique théorique, celui de la physique de particules élémentaires et celui de la cosmologie du Big-Bang. L'idée directrice est d'amplifier le groupe de symétrie $SU(2) \times U(1)$ en imposant une symétrie supplémentaire pour la chiralité.

Le succès que l'on connaît du modèle de Weinberg et Salam pour le secteur électro-faible, lui-même provenant d'une extension de la théorie V-A, est comme il est bien connu, dû à la distinction entre la chiralité droite et celle gauche des champs fermioniques fondamentaux. Ainsi, les particules chargées sont agencées dans des doublets et des singlets de SU(2) suivant leur chiralité, tandis que les fermions neutres sont arrangés dans des singlets.

L'idée révolutionnaire dont on espère que la Nature a su utiliser à bon escient, est que fondamentalement il n'y a pas d'asymétrie LR et que celle observée à basse énergie n'est qu'un accident d'un processus de brisure spontanée intervenue à plus haute énergie. On se débarrasserait ainsi de cette laideur du SM en invoquant cette symétrie chirale des champs de matière.

Cette idée aussi lumineuse soit-elle n'a pas eu le succès escompté vu que rien n'est venu la conforter expérimentalement sans pour autant qu'elle ne soit disqualifier. Pourtant, en tant que concept heuristique elle est d'un grand intérêt, notamment pour nous guider dans la manière d'étendre le modèle de Weinberg et Salam qui, rappelons le, sont nécessaires. En effet l'expérience de Sudbury au Canada conclut en 2002 et de manière définitive à la nécessité pour les neutrinos d'avoir une masse, chose que l'on soupçonner d'ailleurs depuis les expériences de Davis à Homestakes depuis 1969. Donc la formulation minimale du modèle de WS est inadéquate et il faut de toute façon l'étendre. Ce faisant, il n'y a aucune raison pour garder la structure minimale pour le nombre de bassons de jauge et même pour le nombre de champs fermioniques fondamentaux. Ceci dit, des contraintes existent pour ces champs et notamment leurs masses, ainsi que le nombre permis de générations de quarks et de leptons établi à trois tant dans les expériences des accélérateurs de particules que par les déductions basées sur les abondances des éléments produit lors de la nucléosynthèse primordiale.

Nous avons dans ce travail considéré une idée audacieuse qu'est la déformation des groupes quantiques qui permet d'aller au-delà des relations de commutation usuelles de la mécanique quantique et l'avons appliquée dans la première partie de ce travail au groupe $SU(2)_L \times SU(2)_R$. Nous avons vu que cela correspond en fait à une « Non Manifest LR Symmetry » qui nous permet en dernière analyse de gagner un paramètre supplémentaire et nous avons su en tirer les conséquences nécessaires.

Dans la deuxième partie, nous l'avons appliquée cette symétrie LR à un problème de cosmologie, celui de la Baryogénèse dans l'Univers primordial. Comment expliquer en effet cette dissymétrie fondamentale que nous observons aujourd'hui quant au contenu baryonique de l'Univers, Univers où domine les baryons au dépend des anti-baryons. Autrement dit, par quel mécanisme physique fondamental est en jeu pour

effacer le nombre anti-baryonique et ne laisser après la grande hécatombe qui suivit le « lepton era » que de la matière ?

Les différents scénarios, tous très spéculatif on en convient, tentent de retrouver ce fait observationnel fondamental. Notre modèle s'inscrit dans cette démarche.

Chapitre II

Le Neutrino

1- Introduction

En 1930, confronté au problème du spectre en énergie de la désintégration β , Pauli invente le neutrino pour satisfaire le principe de conservation de l'énergie. Fermi lui donne le nom de neutrino en 1933 en l'incorporant dans sa théorie de l'interaction faible. Le neutrino est découvert en 1956, (en fait anti- ν_e).

Le neutrino est une particule élémentaire du modèle standard de la physique des particules, c'est un fermion de spin 1/2. Longtemps sa masse fut supposée nulle. Toutefois, des expériences récentes (Super-Kamiokande [2] et SNO[3]) ont montré que celle-ci, bien que très petite, est différente de zéro [4] [5].

Depuis que l'on sait que les neutrinos, ont une masse, les théoriciens ont développé de nombreuses théories dites "au-delà" du Modèle Standard afin d'expliquer cette masse. Un des modèles les plus prometteurs est le modèle du "see saw", ou "balançoire" en français. Dans ce modèle on introduit dans la théorie des neutrinos de chiralité droite (on étend donc le contenu en particules du Modèle Standard d'où l'appellation "au-delà") que l'on suppose très massifs (bien au-delà de l'échelle électrofaible). Cette dernière hypothèse est justifiée par le fait que l'on ne les ait jamais observés jusqu'à présent et par des considérations de système ? Ainsi, on arrive à expliquer la faible masse des neutrinos gauches, ceux que l'on observe jusqu'à présent. Il existe en effet un lien très fort entre la masse des neutrinos gauches et celle des neutrinos droits: elles sont inversement proportionnelles. Donc plus les neutrinos droits sont lourds, plus les neutrinos gauches sont légers.

Ce modèle repose sur le fait que l'on considère les neutrinos comme des particules de Majorana [6], fait qui sera infirmé ou confirmé dans les prochaines années par l'expérience NEMO étudiant la double désintégration β sans neutrino. L'un des attraits de ce modèle est qu'il pourrait permettre d'expliquer l'asymétrie matière/ antimatière de notre Univers. En effet, on se demande toujours pourquoi l'Univers contient de la matière sans antimatière. Des processus issus de la désintégration des neutrinos droits dans des périodes où l'Univers était très jeune permettent de comprendre ce phénomène. Les processus impliqués sont appelés la "leptogénèse" et la "baryogénèse".

2- Le neutrino dans la Cosmologie

Les trois espèces de neutrino peuvent être produites ou détruites à $T \sim \text{MeV}$ par la réaction:



Comme cette réaction est une interaction faible, la section efficace pour toutes les espèces est de l'ordre de

$$\sigma \approx G_F^2 E_\nu^2 \quad m_e \ll E_\nu \ll m_W$$

$$\sigma \approx \alpha^2 E_\nu^{-2} \quad E_\nu \gg m_W$$

Le taux d'annihilation est donc

$$\Gamma_{\nu \bar{\nu} \rightarrow e^+ e^-} = n_\nu \langle \sigma v \rangle \approx G_F^2 T^5 \quad m_e \ll T \ll m_W$$

Numériquement, on trouve que le taux d'annihilation est supérieur au taux d'expansion $H \sim T^2/m_{\text{pl}}$ pour $T > 1 \text{ MeV}$, et nous pouvons en conclure que pour des températures supérieures à 1 MeV , les neutrinos étaient en équilibre chimique. Après le gel des réactions d'annihilation à $T_g \sim 1 \text{ MeV}$, les neutrinos se découplent et leur équations de Boltzmann devient

$$\frac{d n_\nu a^3}{d a^3} \approx 0 \quad T \ll 1 \text{ MeV}$$

Nous sommes maintenant en mesure de comprendre pourquoi la température des neutrinos de masse nulle est aujourd'hui inférieure à celle des photons. Pour $T > m_e$, les photons, les neutrinos, et les électrons- positrons étaient en équilibre thermique avec une température unique, $T_e = T_\gamma = T_\nu$. Mis à part les facteurs dus au principe de Pauli et la petite asymétrie électron- positron, les nombres d'électron, de positron, de neutrinos et de photons étaient les mêmes. Lorsque T_e et T_γ sont tombés au dessous de m_e les paires $e^+ e^-$ ont été transformées en photons (par $e^+ e^- \rightarrow \gamma\gamma$) mais pas en neutrinos découplés. Après ces annihilations, le nombre de photons était donc supérieur au nombre de neutrinos. Puisque les distributions sont thermiques avec $n \propto T^3$, il s'ensuit que $T_\gamma > T_\nu$ pour $T > m_e$.

Après l'annihilation électron- positron, les températures des photons et des neutrinos sont reliées par [7]:

$$T_\nu = (4.11)^{1/3} T_\gamma \dots\dots\dots(2.1)$$

Cela correspond à un nombre volumique de neutrinos pour chaque espèce de

$$n_\nu = \left(\frac{3}{11}\right) n_\gamma \dots\dots\dots(2.2)$$

Le rapport des températures (2.1) se maintenant tant que les neutrinos restent relativistes puisque dans ce cas les températures des photons et des neutrinos décroissent comme a^{-1} . Si les neutrinos ont des masses suffisamment petites $m_\nu \ll T_\gamma(t_0)$, ils sont encore relativistes et ont une température actuelle de

$$T_\nu(a_0) = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} T_\gamma(a_0) \approx 2 \text{ Kelvin} \quad (\text{si } m_\nu \ll 10^{-4} \text{ eV})$$

D'autre part, le rapport des densités (2.2) reste le même que les neutrinos demeurent ou non relativistes si bien que l'on s'attend aujourd'hui à une densité

$$n_\nu(a_0) = 1012 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$$

Une espèce de neutrinos avec $m \gg 10^{-4} \text{ eV}$ serait maintenant non-relativiste et son spectre ne serait pas un spectre thermique car, en l'absence de collisions, la forme d'un spectre thermique n'est pas conservée pendant l'époque où $T \sim m$. Si leur masse était $m > 10 \text{ eV}$ ils seraient suffisamment lents aujourd'hui pour être piégés dans les potentiels galactiques et pourraient constituer la matière noire galactique [8].

La Première Partie:

La Symétrie Left-Right dans le cadre de la Théorie de Déformation

Chapitre I

Introduction à la théorie de déformation

La géométrie non-commutative est devenue ces dernières années un sujet de recherche très actif, aussi bien en physique théorique qu'en mathématique. Cette dénomination (NCG) couvre en réalité un vaste domaine de recherches motivées par la constatation mathématique suivante: Certains types d'espace (topologiques, mesurables différentiables...) sont entièrement caractérisés par une de leurs algèbres de fonctions (fonctions continues, mesurables bornées, différentiables...). La géométrie non-commutative se donne pour but de trouver une version non commutative de ces espaces en considérant des algèbres non commutatives ayant de bonnes propriétés, en remplacement de ces algèbres de fonctions, les propriétés choisies sur ces algèbres non commutatives doivent caractériser complètement le type d'espace non commutatif qu'elles représentent. En particulier, dans le cas où une de ces algèbres est commutative, elle doit coïncider exactement avec la bonne algèbre de fonctions sur l'un des espaces de type considéré [9].

La géométrie ordinaire ne s'arrête cependant pas à la topologie et à la théorie de la mesure, en effet, nous ne pouvons ignorer une de ses branches les plus importantes, la géométrie différentielle et tout ce qu'elle introduit comme structures: variétés différentiable, groupes de Lie, fibres différentiables, connexions, métriques.... Aussi bien du point de vue des mathématiques que de la physique, ces structures sont d'une très grande utilité aujourd'hui. Il est donc naturel de vouloir considérer son équivalent non commutatif, qui devrait alors s'appeler plus correctement la géométrie différentielle non commutative. P. A. M. Dirac a été l'un des premiers à présenter la nécessité d'introduire de tels concepts pour la mécanique quantique, lorsqu'il a fait l'analogie entre les crochets de Poisson en mécanique classique et le commutateur en mécanique quantique. Cependant, mathématiquement, il est souvent admis que la géométrie différentielle non commutative est née avec les travaux d'A. Connes sur la cohomologie cyclique. Une façon naturelle pour introduire une algèbre non commutative est de déformer une algèbre (commutative) de fonctions. De telles déformations, reconnues maintenant comme des "groupes quantiques", ont été

obtenues par des physiciens lors de l'étude de modèles quantiques intégrables sur réseaux. Dans ce cas, le paramètre de déformation est $q=e^h$. On peut dire que l'une des branches de la géométrie non commutative est apparue en physique dans ce contexte [10].

D'une façon plus générale, l'introduction de groupes quantiques en physique est motivée par l'ambition de construire de nouvelles symétrie "quantique" que ces groupes généreraient. Il existe cependant des algèbres non commutatives qui ne sont pas des déformations d'algèbres de fonctions, comme par exemple l'algèbre des matrices.

On s'intéressera surtout à deux approches qui sont celles qui ont connus le plus de développements ces dernières années au regard surtout des applications possibles en physique théorique. Elles diffèrent dans leur façon de considérer l'algèbre; soit intrinsèquement (calcul différentiel basé sur les dérivations), soit comme algèbre d'opérateurs sur un espace de Hilbert (calcul différentiel basé sur un opérateur de Dirac). Nous constaterons que la première approche que j'exposerai, due à M. Dubois- Violette, permet de considérer la mécanique quantique comme une "mécanique classique non commutative", cette approche a été récemment enrichie par plusieurs considérations généralisant dans le cadre non commutatif des aspects de la géométrie différentielle ordinaire.

Il existe donc des algèbres non commutatives qui généralisent la notion de group de Lie. Ces algèbres sont en particulier des algèbres de Hopf. Dans ce cas, il est naturel d'introduire un complexe de de Rham qui fasse appel à cette structure supplémentaire [9]. Ce type de complexe de de Rham non commutatif a été introduit par S. L. Woronowicz sous le nom de calcul différentiel bi- covariant.

Le premier group quantique à être écrit est le groupe obtenu par analogie avec $SU(2)$ et ce par Kulish, Reshetikhin [11] et Sklyamin, Takhtajan et Faddeev [12]. Il était déjà connu que la condition suffisante pour résoudre le modèle d'Ising à deux dimensions dans la mécanique statistique était l'équation de Yang- Baxter [13][14], dont Faddeev a l'interprété quant au principe c'est comme elle a joué le rôle de la condition de Jacobi pour les groupes quantiques.

Comme une application de la théorie de déformation on va construire un nouveau modèle de la symétrie Left- Right basé sur le groupe quantique $SU_q(2)_R \otimes SU_q(2)_L$

Chapitre II

La symétrie L-R q- déformée

II- 1 Formalisme

II-1-1 Les calculs différentiels selon Woronowicz sur $SU_q(2)$ préservant les formes bilinéaires

Les groupes quantiques sont introduits à travers la matrice R qui contrôle la non commutativité de ses éléments, et qui obéit à l'équation de Yang- Baxter. L'algèbre des fonctions sur $SU_q(2)$ est générée par l'algèbre unitaire associative des matrices M_m^n ($n, m=1, 2$) qui vérifient les relations de commutation suivantes:

$$R^{p q}_{nm} M_k^n M_l^m = M_n^p M_m^q R^{n m}_{kl} \dots\dots\dots(2.1)$$

L'algèbre $\text{Fun}(SU_q(2))$ est une algèbre de Hopf avec le coproduit Δ , la counité ε et l'antipode S, définis par:

$$\begin{aligned} \Delta(M_m^n) &= M_k^n \otimes M_m^k, \quad \Delta(1) = 1 \otimes 1 \\ \varepsilon(M_m^n) &= \delta_m^n, \quad \varepsilon(1) = 1 \dots\dots\dots(2.2) \\ S(M_k^n) M_m^k &= M_k^n S(M_m^k) = \delta_m^n \end{aligned}$$

tel que:

$$S(M_m^n) = B^{nk} M_k^l B_{lm} \dots\dots\dots(2.3)$$

avec:

$$B^{nm} = \begin{pmatrix} 0 & -q^{-\frac{3}{2}} \\ q^{-\frac{1}{2}} & 0 \end{pmatrix}, \quad B_{nm} = \begin{pmatrix} 0 & -q^{\frac{1}{2}} \\ -q^{\frac{3}{2}} & 0 \end{pmatrix}$$

avec les formes bilinéaires B, la matrice R à la forme suivante:

$$R^{+nm}_{kl} = \delta^n_k \delta^m_l + q B^{nm} B_{kl} \dots\dots\dots(2.4)$$

$$R^{-nm}_{kl} = \delta^n_k \delta^m_l + q^{-1} B^{nm} B_{kl} \dots\dots\dots(2.5)$$

On obtient:

$$R^{-nm}_{kl} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-q^2 & q^{-1} & 0 \\ 0 & q^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R^{+nm}_{kl} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q & 0 \\ 0 & q & 1-q^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

II- 1-2 Le groupe quantique $SU_q(2)_L \times SU_q(2)_R$

D'après M. Dubois-Violette, les connexions A et les courbures F définis sur le groupe quantique $SU_q(2)_L \times SU_q(2)_R$, sont données par:

$$A^{ab} = A^{ab}_L + A^{ab}_R \dots\dots\dots(2.6)$$

$$F^{ab} = F^{ab}_L + F^{ab}_R \dots\dots\dots(2.7)$$

tel que:

$$A^{ab}_{L,R} = A^{Aab}_{L,R} + A^{S ab}_{L,R} \dots\dots\dots(2.8)$$

$$F^{ab}_{L,R} = F^{Aab}_{L,R} + F^{S ab}_{L,R} \dots\dots\dots(2.9)$$

avec:

$$F_i^{S11} = dA_i^{S11} + q^2(1+q^{-2}) \left[\begin{array}{c} -q^{-\frac{3}{2}} A_i^{S11} \wedge A_i^{S12} + -q^{\frac{1}{2}} A_i^{S12} \wedge A_i^{S11} \\ + -q^{\frac{3}{2}}(1-q^{-2}) A_i^{A12} \wedge A_i^{S11} \end{array} \right]$$

$$F_i^{S12} = dA_i^{S12} + q^2 \left[\begin{array}{c} -q^{-\frac{1}{2}} A_i^{S11} \wedge A_i^{S22} + -q^{\frac{1}{2}} A_i^{S22} \wedge A_i^{S11} \\ + -q^{\frac{1}{2}}(1-q^{-4})(A_i^{S12} + A_i^{A12}) \wedge A_i^{S12} \end{array} \right]$$

$$F_i^{S11} = dA_i^{S11} + q^2(1+q^{-2}) \left[\begin{array}{c} -q^{-\frac{3}{2}} A_i^{S11} \wedge A_i^{S12} + q^{\frac{1}{2}} A_i^{S12} \wedge A_i^{S11} \\ + q^{\frac{3}{2}} (1-q^{-2}) A_i^{A12} \wedge A_i^{S11} \end{array} \right]$$

$$F_i^{A12} = dA_i^{A12}$$

où les one-formes A_i^{Sab} et A_i^{Aab} sont définis par:

$$A_i^{S11} = A_i^{11}, A_i^{A11} = 0, A_i^{S22} = A_i^{22}, A_i^{S22} = 0$$

$$A_i^{S12} = \frac{1}{q+q^{-1}}(qA_i^{12} + A_i^{21}), \quad A_i^{S21} = q^{-1} A_i^{S12}$$

$$A_i^{A12} = \frac{-1}{q+q^{-1}}(A_i^{21} - q^{-1} A_i^{12}), \quad A_i^{A21} = -q A_i^{A12}$$

la dérivé covariante prend la forme suivante:

$$D = d + ig\Gamma_R^A fn(T_A) + ig\Gamma_L^A fn(T_A) \dots\dots\dots(2.10)$$

alors le groupe $SU_q(2)_L \times SU_q(2)_R$ à huit générateurs qui correspond à huit bosons de jauge représentés par les connexions Γ_R^A et Γ_L^A . Pour être plus proche du cas classique, il est important de mentionner qu'on peut choisir les one-formes $\Gamma^A \equiv \Gamma_{R,L}^A$ comme:

$$\Gamma_{R,L}^\pm = -ig\sqrt{2}W_{R,L}^\pm, \quad \Gamma_{R,L}^3 = -ig\sqrt{2}W_{R,L}^3, \quad \Gamma_{R,L}^0 = -ig\frac{1}{q-q^{-1}}\sqrt{\frac{[4]}{[2]^3[33]}}B_{R,L}$$

Avec g est la constante de couplage.

II- 2 Le modèle

II-2-1 Le mécanisme de Higgs

On a vu que le groupe $SU_q(2)$ à quatre générateurs, alors que notre stratégie est de briser spontanément la symétrie de jauge $SU_q(2)_L \times SU_q(2)_R$ pour avoir une symétrie résiduelle basée sur le groupe de jauge $U(1) \times U'(1)$. Comme conséquence, on peut s'attendre à avoir un nouveau boson de jauge Z' qui être considéré comme un signal supportant les prédictions du modèle.

Dans le cas classique, la brisure spontanée de la symétrie est faite à travers deux étapes: la première consiste à briser $SU_q(2)_R$ d'avoir $U'(1)$ par un triplet de Higgs Δ_R , tel que:

$$\Delta_R = \begin{pmatrix} \frac{\Delta_R^+}{\sqrt{2}} & \Delta_R^{++} \\ \Delta_R^0 & -\frac{\Delta_R^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad \langle \Delta_R \rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ v_R & 0 \end{pmatrix}$$

et donc générant les masses des trois bosons de jauge lourds W_R^\pm et Z_R . Dans la deuxième étape, $SU_q(2)_L \times U(1)$ sera brisé par un bi-doublet de Higgs Φ , tel que:

$$\langle \Phi \rangle = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k' \end{pmatrix}, \quad \Phi = \begin{pmatrix} \Phi_1^0 & \Phi_1^+ \\ \Phi_2^- & \Phi_2^0 \end{pmatrix}$$

et un triplet Δ_L :

$$\langle \Delta_L \rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ v_L & 0 \end{pmatrix}, \quad \Delta_L = \begin{pmatrix} \frac{\Delta_L^+}{\sqrt{2}} & \Delta_L^{++} \\ \Delta_L^0 & -\frac{\Delta_L^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Dans ce cas, on obtient trois bosons de jauge massifs W_L^\pm et Z_L . On utilise l'approximation $v_R^2 \gg k^2, k'^2$ et $v_L=0$. On définit ainsi $\tilde{\Phi}$:

$$\tilde{\Phi} = (T_+ + T_-)\Phi^*(T_+ + T_-) \dots\dots\dots(2.11)$$

alors:

$$\langle \tilde{\Phi} \rangle = \frac{1}{q^2} \begin{pmatrix} k' & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}, \quad \tilde{\Phi} = \frac{1}{q^2} \begin{pmatrix} (\Phi_2^0)^* & (\Phi_2^-)^* \\ (\Phi_1^+)^* & (\Phi_1^0)^* \end{pmatrix}$$

dans ce cas $(T_+ + T_-)$ joue le rôle joué par τ_2 dans le cas classique.

La première étape

Une série de calculs avec les redéfinitions des champs:

$$B_R = \lambda_1 A_R + \lambda_2 Z_R$$

$$W_R^3 = \alpha_1 A_R + \alpha_2 Z_R$$

Conduit aux termes de masse suivants:

$$\mathfrak{L}^{(1)mass} = \mathfrak{L}_{CC}^{(1)mass} + \mathfrak{L}_{NC}^{(1)mass}$$

avec:

$$\mathfrak{L}_{CC}^{(1)mass} = \Lambda_1 W_R^+ W_R^- \dots\dots\dots(2.12)$$

$$\mathfrak{L}_{NC}^{(1)mass} = \Lambda_1 \left\{ \begin{array}{l} \left[\Lambda_2^2 \lambda_1^2 + \frac{\alpha_1^2}{q^2} - \frac{2}{q} \Lambda_2 \lambda_1 \alpha_1 \right] A_R A_R \\ + \left[\Lambda_2^2 \lambda_2^2 + \frac{\alpha_2^2}{q^2} - \frac{2}{q} \Lambda_2 \lambda_2 \alpha_2 \right] Z_R Z_R \\ + \left[\Lambda_2^2 \lambda_2 \lambda_1 + \frac{1}{q^2} \alpha_2 \alpha_1 - \frac{1}{q} \Lambda_2 (\lambda_1 \alpha_2 + \lambda_2 \alpha_1) \right] A_R Z_R \end{array} \right\} \dots\dots\dots(2.13)$$

où

$$\Lambda_1 = \frac{g^2 v_R^2}{q^2 [2]^2}, \quad \Lambda_2 = \left[\frac{1}{2} \right] \left[\frac{3}{2} \right] \sqrt{\frac{[4]}{[2][3]}}$$

Si A_R est interprété comme le nouveau boson de jauge Z' (une particule sans masse) et par l'élimination des termes non physiques, c'est-à-dire le troisième terme dans l'expression de $\mathfrak{L}_{NC}^{(1)mass}$, on a $\alpha_1 = \lambda_2 \equiv \sin\theta_R$ et $\alpha_2 = -\lambda_1 \equiv \cos\theta_R$, tel que:

$$\tan\theta_R = q \left[\frac{1}{2} \right] \left[\frac{3}{2} \right] \sqrt{\frac{[4]}{[2][3]}} \dots\dots\dots(2.14)$$

Alors les masses de Z_R et W_R^\pm ont les expressions suivantes:

$$M_{Z_R}^2 = \frac{2g^2 v_R^2}{q^2 [2]^2 \cos^2 \theta_R} \dots\dots\dots(2.15)$$

$$M_{W_R}^2 = q^2 \cos^2 \theta_R M_{Z_R}^2 \dots\dots\dots(2.16)$$

La deuxième étape

D'une manière similaire à celle de la première étape et par les redéfinitions des champs

$$\begin{aligned}
B_L &= \lambda'_1 A_L + \lambda'_2 A_R + \lambda'_3 Z_L \\
B_R &= \gamma'_1 A_R + \gamma'_2 A_L \\
W_L^3 &= \alpha'_1 A_L + \alpha'_3 Z_L
\end{aligned}$$

on obtient les termes de masses suivantes:

$$\mathfrak{F}^{(2)mass} = \mathfrak{F}_{CC}^{(2)mass} + \mathfrak{F}_{NC}^{(2)mass} \dots\dots\dots(2.17)$$

tel que

$$\begin{aligned}
\mathfrak{F}_{NC}^{(2)mass} &= \Lambda_3 \left[\Lambda_2^2 \Lambda_4 \lambda_1'^2 + \Lambda_4 \alpha_1'^2 + \frac{1}{q} \Lambda_2 \Lambda_5 \lambda_1' \alpha_1' + \Lambda_6 \gamma_1'^2 \right] A_L A_L \\
&+ \Lambda_3 \left[\Lambda_2^2 \lambda_1' \lambda_2' + 2 \Lambda_6 \gamma_1' \gamma_2' \right] A_L A_R \\
&+ \Lambda_3 \left[2 \Lambda_2^2 \Lambda_4 \lambda_1' \lambda_3' + 2 \Lambda_4 \alpha_1' \alpha_3' + \Lambda_2 \Lambda_5 (\lambda_1' \alpha_3' + \alpha_1' \lambda_3') \right] A_L Z_L \\
&+ \Lambda_3 \left[\Lambda_2^2 \Lambda_4 \lambda_2'^2 + \frac{1}{q} \Lambda_2 \lambda_2' \alpha_1' + \Lambda_6 \gamma_1'^2 \right] A_R A_R \\
&+ \Lambda_3 \left[2 \Lambda_2^2 \Lambda_4 \lambda_2' \lambda_3' - \Lambda_2 \Lambda_5 \lambda_2' \alpha_3' \right] A_R Z_L \\
&+ \Lambda_3 \left[\Lambda_2^2 \Lambda_4 \lambda_3'^2 + \Lambda_4 \alpha_2'^2 + \Lambda_2 \Lambda_5 \lambda_3' \alpha_3' \right] Z_L Z_L
\end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}
\Lambda_4 &= \left(k'^2 + \frac{k^2}{q^2} \right), \quad \Lambda_3 = \frac{-g^2}{2q[2]^2} \\
\Lambda_4 &= 2(k^2 - k'^2), \quad \Lambda_4 = \left(k^2 + \frac{k'^2}{q^2} \right) \\
\Lambda_6 &= \frac{2q[4]}{(q - q^{-1})^2 [2]^3 [3]} \left(\frac{2k^2}{q^2} + \frac{q}{2} k'^2 \left(1 - \frac{1}{q^2} \right) \right)
\end{aligned}$$

et:

$$\mathfrak{F}_{CC}^{(2)mass} = 2 \Lambda_3 \Lambda_4 \left[\lambda_1'' \alpha_1'' W_1 W_1 + \lambda_2'' \alpha_2'' W_2 W_2 \right]$$

Utilisant les conditions suivantes de normalisation:

$$\begin{aligned}
\lambda_1'' \alpha_2'' + \lambda_2'' \alpha_1'' &= 0 \\
\lambda_1''^2 + \lambda_2''^2 &= 1 \dots\dots\dots(2.18)
\end{aligned}$$

$$\alpha_1'^2 + \alpha_2'^2 = 1$$

par la redéfinition des champs W_1 et W_2 :

$$W_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_L^- + W_L^+)$$

$$W_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_L^+ - W_L^-)$$

Dans $\mathcal{L}_{\text{NC}}^{(2)\text{mass}}$, si on élimine les termes non physiques et on interprète A_L comme un photon, on va obtenir les relations suivantes:

$$\begin{aligned} \Lambda_2^2 \Lambda_4 \lambda_1'^2 + \Lambda_4 \alpha_1'^2 + \frac{1}{q} \Lambda_2 \Lambda_5 \lambda_1' \alpha_1' + \Lambda_6 \gamma_1'^2 &= 0 \\ \Lambda_2^2 \lambda_1' \lambda_2' + 2\Lambda_6 \gamma_1' \gamma_2' &= 0 \\ 2\Lambda_2^2 \Lambda_4 \lambda_1' \lambda_3' + 2\Lambda_4 \alpha_1' \alpha_3' + \Lambda_2 \Lambda_5 (\lambda_1' \alpha_3' + \alpha_1' \lambda_3') &= 0 \end{aligned} \dots\dots\dots(2.19)$$

$$\begin{aligned} \Lambda_2^2 \Lambda_4 \lambda_2'^2 + \frac{1}{q} \Lambda_2 \Lambda_5 \lambda_2' \alpha_1' + \Lambda_6 \gamma_1'^2 &= 0 \\ 2\Lambda_2^2 \Lambda_4 \lambda_2' \lambda_3' - \Lambda_2 \Lambda_5 \lambda_2' \alpha_3' &= 0 \end{aligned}$$

Pour résoudre ces équations, on doit ajouter d'autres contraintes sur les paramètres, pour ce but on va considérer l'action fermionique:

$$\mathcal{L}_f^{(2)} = \bar{\Psi} i D_\mu \gamma^\mu \Psi \dots\dots\dots(2.20)$$

où :

$$\Psi = \Psi_L + \Psi_R$$

$$\Psi_R = \begin{pmatrix} \nu_R \\ e_R \end{pmatrix}, \quad \Psi_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$$

On élimine le terme d'interaction de Z' avec la matière, une solution simple de (1.19) est de prendre $\lambda_2' = \gamma_1' = 0$, de plus, si on prend $\gamma_2 = 1$, $\alpha_1 = \sin\theta_L$, on obtient la relation [35]:

$$\tan\theta_L \equiv \frac{(1-3q^2)}{q(q^2-3)} \left[\frac{1}{2} \right] \left[\frac{3}{2} \right] \sqrt{\frac{[4]}{[2][3]}} \dots\dots\dots(2.21)$$

les masses de Z_L et W_L^\pm valent, alors:

$$M_{Z_L}^2 = \frac{q(q^2 - 3)^2 g^2 \cos^2 \theta_L}{[2]^2 (1 - 3q^2)^2} \left\{ \begin{aligned} &\left(k'^2 + \frac{k^2}{q^2}\right) \tan^4 \theta_L - \frac{2(1 - 3q^2)}{q^2(q^2 - 3)} (k^2 - k'^2) \tan^2 \theta_L \\ &+ \frac{(1 - 3q^2)}{q^2(q^2 - 3)} \left(k'^2 + \frac{k^2}{q^2}\right) \end{aligned} \right\} \dots (2.22)$$

$$M_{W_L}^2 = \frac{g^2}{2q[2]^2} \left(k'^2 + \frac{k^2}{q^2}\right) \dots (2.23)$$

On note que si $v_R^2 \gg k^2, k'^2$, on a $M_{Z_R} \gg M_{Z_L}$ et $M_{W_R} \gg M_{W_L}$, alors il y a une violation de parité comme celle dans le cas de la symétrie gauche-droite ordinaire [5].

A partir de l'action fermionique on peut avoir le terme d'interaction:

$$T = \frac{g(q^2 + 1)}{2[2](3q^2 - 1)} \left(1 - \frac{1}{q^2}\right) \sin \theta_L [\bar{e}_L A_L e_L + \bar{e}_R A_L e_R] \dots (2.24)$$

et comme A_L est interprété comme un photon, on obtient l'expression de la charge électrique suivante:

$$e = \frac{g(q^2 + 1)}{2[2](3q^2 - 1)} \left(1 - \frac{1}{q^2}\right) \sin \theta_L \dots (2.25)$$

On remarque qu'on ne peut pas avoir l'équivalent classique.

2-2 Le terme de Yukawa et les masses des fermions

La forme la plus générale des couplages de Yukawa est donnée par:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{yukawa} = & h_1 \bar{\Psi}_L \Phi \Psi_R + h_2 \bar{\Psi}_L \tilde{\Phi} \Psi_R \\ & + h[\Psi_L^T C(T_+ + T_-) \Delta_L \Psi_L + \Psi_R^T C(T_+ + T_-) \Delta_R \Psi_R] + c.c. \end{aligned} \dots (2.26)$$

avec:

$$\tilde{\Phi} = (T_+ + T_-)\Phi^*(T_+ + T_-)$$

où c est l'opérateur de conjugaison de charge. Après la brisure spontanée de la symétrie et la redéfinition de neutrinos légers et ceux lourds ν et N , tels que:

$$\begin{aligned}\nu &= \nu_e \cos \xi + N_e \sin \xi \\ N &= -\nu_e \sin \xi + N_e \cos \xi\end{aligned}$$

avec $\nu \equiv \nu_L$, $N \equiv c(\nu_R)$, on déduit:

$$m_{\nu_e}^2 = \Omega \left[qh_1^2 k^2 + \left(1 + \frac{1}{q}\right) h_1 h_2 k k' + h_2^2 k'^2 + \frac{h^2}{q} \nu_R^2 \right] \dots\dots\dots(2.27)$$

$$m_{N_e}^2 = \Omega \left[\left(1 - \frac{1}{q}\right) h_1 h_2 k k' + h_2^2 k'^2 \right] \nu_R \dots\dots\dots(2.28)$$

$$\Omega = \frac{h}{\left[q^2 + \left(k + \frac{k'}{q} \right)^2 \right] \nu_R^2}$$

avec:

$$\tan^2 \xi \equiv -\frac{q \left(h_1 k + h_2 \frac{k'}{q^2} \right)}{\nu_R h} \dots\dots\dots(2.29)$$

Considérant le secteur électronique,

$$\mathcal{L}_{mass}^{ele} = \left(h_1 k + h_2 \frac{k'}{q^2} \right) \bar{e}_L e_R$$

on déduit la masse de l'électron:

$$m_e^2 = h_1 k + h_2 \frac{k'}{q^2} \dots\dots\dots(2.30)$$

La Deuxième Partie

La Baryogénèse dans le Modèle de Quartification [SU(3)]⁴

Chapitre I

Baryogénèse et Leptogénèse

I- 1 Introduction

L'antimatière a été postulée par P. A. M Dirac en 1931. A l'époque, il cherchait les solutions de l'équation:

$$(i \partial^\mu \partial_\mu - m)\Psi = 0 \dots\dots\dots(1.1)$$

équation qu'il avait proposée pour le mouvement d'une particule relativiste dotée d'un spin 1/2 et en particulier pour l'électron. Il constate que pour une impulsion donnée deux solutions d'énergie sont possibles, une solution positive et une autre négative. Ces solutions d'énergie négative ne peuvent être ignorées et demandent une interprétation physique. Dirac émet l'idée que cette solution peut être visualisée comme une particule qui possède les mêmes propriétés que l'électron mais dont la charge est opposée; qui nommée l'antiparticule. La première détection confirmée des antiparticules prédites par Dirac et cela à valu à Anderson, en tandem avec V. F. Hess. Anderson et Hess travaillaient sur la composition du rayonnement cosmique mais depuis cette époque, le développement des grands accélérateurs a permis à l'homme de produire d'autres antiparticules.

Très vite, il devient clair qu'à toute particule on peut associer une antiparticule qui diffère uniquement par le signe de la charge. Cette conjugaison particule- antiparticule existe au niveau fondamental. Aux quarks correspondent les anti-quarks et si le proton est constitué de quarks, l'antiproton est construit à partir d'anti-quarks. Pour les particules neutres, l'antiparticule peut être identique à la particule ou encore, pour les neutrinos, l'antiparticule n'existe pas.

Si on considère les couples particule- antiparticule, on peut s'apercevoir que seul un des deux partenaires est présent sur Terre (proton, neutron et électron). Il semble que ce soit aussi le cas pour tout l'Univers. Ceci est d'au tout plus étrange que les interactions fondamentales ne font pas de différence entre les particules et les antiparticules. Les lois qui régissent les interactions fondamentales ne font

aucune différence entre particules et antiparticules, entre matière et antimatière. C'est donc seulement la composition asymétrique de notre monde' qui nous a permis d'attribuer les mots matière et particules aux éléments que l'on trouve sur Terre (par exemple μ , e et p) et plus généralement aux baryons et aux leptons.

En effet, comme les interactions fondamentales ne distinguent pas particules et antiparticules, on peut penser qu'elles ont été produites en quantités égales au début de l'Univers. Si, à présent, celui-ci ne contient plus que de la matière, il faut trouver les mécanismes qui permettent de générer un surplus de particules.

En effet, du point de vue théorique, il existe deux principaux modèles d'Univers: Un modèle symétrique qui contient autant de baryons que d'antibaryons et un modèle asymétrique qui présente un excès d'une des deux quantités. Dans ce travail, on va décrire un modèle asymétrique basé sur le groupe $[SU(3)]^4$, pour le but de donner une explication pour l'excès des baryons dans notre Univers.

Les Grandes Questions En Cosmologie

De nos jours, l'univers proche est plus ou moins bien compris et expliqué, du moins dans sa partie apparente. Il reste alors la question fondamentale à résoudre: Pourquoi notre Univers est-il fabriqué de cette façon?

Le modèle cosmologique le plus communément admis est le modèle de la Cosmologie Standard du Big-Bang. Il présuppose trois points [15]:

- 1) La validité du Principe cosmologique qui dit que l'Univers est homogène et isotrope [16] et que les lois de la physique y sont les mêmes en tout point.
- 2) Les lois de la physique sont invariantes dans le temps.
- 3) L'Univers a été créé à un instant précis dans le passé par une formidable explosion, le Big-Bang, après lequel il est en expansion.

La cosmologie du Big-Bang explique un grand nombre d'observations actuelles comme d'abondance des éléments par la nucléosynthèse primordiale et prédit le rayonnement de fond cosmique (CMB) tout en intégrant de façon naturelle l'expansion de l'Univers. Cependant, la théorie n'a pas répondu à toutes les questions et, par exemple: Notre Univers semble totalement dominé par la matière et contient très peu de baryons en comparaison au nombre de photons [16][17]. On définit:

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} = \frac{n_b - n_{\bar{b}}}{n_\gamma}$$

où n_B est la différence entre le nombre de baryons et d'antibaryons par unité de volume, η observé est de l'ordre de 10^{-10} [18].

Question: Pourquoi la densité de baryons est-elle si faible et quelle est l'origine de l'asymétrie baryonique?

Cette question est toujours sans réponse. L'objet de cette partie de thèse est alors de rassembler des explications possibles et plausibles à cet excès de baryons observé.

Un Univers actuel asymétrique:

Les différentes observations directes ou indirectes, laissent penser que notre Univers actuel est asymétrique, c'est-à-dire contient un nombre de baryons plus important que le nombre d'antibaryons. Le plupart des théoriciens cherchent donc une théorie capable d'expliquer correctement et complètement l'asymétrie baryonique observée et l'énorme différence entre densité de baryons et de photons. Définissons d'abord le nœud du problème: l'asymétrie actuelle est observée et la question est de savoir si cette symétrie était présent initialement ou si elle a été générée à partir d'un mécanisme physique.

I- 2 Asymétrie baryonique et ses origines:

Les théories de Big-bang a été construite à partir de la relativité générale d'Einstein et sur des observations directes de notre univers: la fuite des galaxies comme une conséquence de l'expansion de l'univers, la nucléosynthèse primordial et le rayonnement de fond cosmique. Si nous considérons que les lois de la physique appliquées à l'infiniment petit sont identiques à celle de l'infiniment grand, et cela malgré l'énorme changement d'échelle, alors nous devons conclure que matière et antimatière devaient exister en importance égale au début de notre univers. Cependant, il ne semble pas y avoir d'indication à la présence substantielle d'antimatière dans notre Univers actuel ni même dans la période correspondant à la nucléosynthèse primordiale, c'est-à-dire avant trois minutes après le Big-Bang!

I- 2-1 Introduction à la baryogenese:

La question qui se pose est: Comment générer cette asymétrie matière-antimatière? Ou, en d'autres termes, comment générer un nombre baryonique non nul à partir d'un Univers primordial symétrique et comment le conserver jusqu'à notre époque? Les scénarii répondant à cette question décrivent la baryogenèse.

I- 2- 2 Les conditions de Sakharov:

Actuellement, l'explication la plus prometteuse à la disparition de l'antimatière dans les premiers moments de vie de notre Univers semble être la Baryogénèse, le scénario de la génération du nombre baryonique.

Considérons un Univers primordial symétrique et donc de nombre baryonique nul issu du Big- Bang. Cet Univers se dilate en se refroidissant et sa densité diminue. Il finit par atteindre les températures auxquelles différentes symétries sont brisées et l'équilibre est rompu, c'est à ce moment que la génération d'un nombre baryonique devient possible. Nous sommes à l'ère hadronique de l'Univers: il est $t \approx 10^{-33}$ second après le Big-bang et l'idée est que l'asymétrie de notre univers provienne de la non- conservation du nombre baryonique dans les interactions entre particules élémentaires. En 1967, Andrei Sakharov formule trois conditions à un tel scénario [19], conditions cumulatives mais qui ne doivent pas forcément apparaître au même moment dans l'évolution de l'Univers:

- 1- Violation du nombre baryonique.
- 2- Violation des symétries C et CP.
- 3- Processus hors équilibre.

Pour donner un exemple concret du pourquoi de ces trois conditions, donnons un exemple simple de Baryogénèse connu sous le nom de Désintégration de particules lourdes hors équilibre. Imaginons un boson lourd appelé X, de masse m_X qui peut se désintégrer selon deux schémas possibles et dont le taux de désintégration totale vaut Γ^{tot}_X . Pour un Univers dont la température est telle que $T \gg m_X$, toutes les particules présentes sont à l'équilibre thermique, soit que $n_X \approx n_{\bar{X}} \approx n_\gamma$. Le nombre baryonique de l'Univers vaut donc zéro. Si $T < m_X$ la condition d'équilibre est

$$\frac{n_X}{n_\gamma} \approx \frac{n_{\bar{X}}}{n_\gamma} \approx \left(\frac{m_X}{T}\right)^{3/2} e^{-m_X/T} \dots\dots\dots(2.1)$$

Ce qui se traduit par le fait que pour maintenir l'équilibre, les particules doivent se désintégrer plus vite que le taux d'expansion de l'Univers donné par le taux d'expansion de Hubble $H(T)$. Si ce n'est pas le cas, c'est-à-dire si $\Gamma^{\text{tot}}_X < H(m_X)$ la particule ne se désintègre pas à temps et son abondance dans l'Univers est plus importante qu'à l'équilibre. C'est cette particularité qui fait que l'on peut obtenir un excès de baryons, $n_B \neq 0$ et nous pouvons montrer que les conditions de Sakharov sont nécessaires. En effet, si nous permettons au bosons X de se désintégrer selon deux schémas a ou b de taux respectifs

$\Gamma_{X \rightarrow a}$ et $\Gamma_{X \rightarrow b}$ où au moins l'un des deux nombres baryoniques B_a et B_b , caractérisant les états finaux, est différent de zéro. Définissons les taux :

$$1 - r = \frac{\Gamma_{X \rightarrow b}}{\Gamma_X^{\text{tot}}} \quad , \quad r = \frac{\Gamma_{X \rightarrow a}}{\Gamma_X^{\text{tot}}}$$

Nous pouvons écrire les mêmes relations pour l'antiparticules du X soit pour X' :

$$1 - \bar{r} = \frac{\Gamma_{\bar{X} \rightarrow b}}{\Gamma_{\bar{X}}^{\text{tot}}} \quad , \quad \bar{r} = \frac{\Gamma_{\bar{X} \rightarrow a}}{\Gamma_{\bar{X}}^{\text{tot}}}$$

Le nombre baryonique total créé par désintégration d'un X et d'un X' est:

$$\Delta B = (r - \bar{r})B_a + [(1 - r) - (1 - \bar{r})]B_b = (r - \bar{r})(B_a - B_b)$$

Si les désintégrations sont plus rapides que l'expansion, cette variation du nombre baryonique B va être exactement compensée par les réactions inverses régénérant les X et X' , de sorte que la condition (2.1) soit toujours garantie. A l'inverse, si les désintégrations sont lentes, nous arrivons à une situation où la température de l'univers est devenue trop basse pour que d'autres mécanismes d'interaction ramènent le nombre baryonique total ainsi créé à zéro en recombinant les résultats de la désintégration. Nous pouvons donc voir tout de suite la pertinence des conditions de Sakharov puisque

- Si le nombre baryonique est conservé alors $B_a = B_b = \Delta B = 0$.
- Si C et CP sont conservés alors $r = \bar{r}$ et à nouveau $\Delta B = 0$.
 - A l'équilibre thermique, les interactions violant le nombre baryonique ramènent toujours $\Delta B = 0$.

Il est utile de remarquer qu'il faut que les particules X possèdent deux modes de désintégration. En effet, le théorème CPT exige que $\Gamma_X^{\text{tot}} = \Gamma_{X'}^{\text{tot}}$, et cela même si CP est violé, impliquant alors $r = \bar{r}$. C'est pourquoi nous avons compté la contribution des désintégrations de X et de X' à ΔB avec le même poids. Enfin, la violation C n'est pas suffisante pour garantir $r \neq \bar{r}$. Elle indique seulement que la distribution angulaire des processus conjugués n'est pas la même.

Il reste alors à déterminer d'où provient la violation du nombre baryonique et de CP, pour cela il existe différents scénarii possibles:

I- 2-3 Exemple de modèle

* Baryogenèse en théorie de Grande Unification

Un modèle simple de Baryogénèse s'appuie sur les bases des théories de grande Unification (GUTs) [20]. Le scénario est simple et décrit la désintégration hors- équilibre d'une particule lourde pendant la période de l'Univers correspondant à la grande unification, l'unification des trois forces non gravitationnelles.

La théorie prédit l'unification des forces électrofaible et forte durant la phase chaude de l'univers, les interactions sont en équilibre et les symétries sont exactes. L'unification se situerait à une période de l'Univers correspondant aux températures de l'ordre de la masse du boson de jauge X transportant l'interaction unifiée et de l'ordre de $M_{\text{GUTs}} \approx 10^{16} \text{ GeV}$ en accord avec la plupart des références.

Lorsque la température diminue, les symétries sont brisées une à une et les forces se découplent passant (dans le cadre du modèle le plus simple) d'une symétrie SU(5) à la symétrie du Modèle Standard SU(3)×SU(2)×U(1). Les GUTs sont caractérisées par un couplage fermions/quarks et la violation du nombre baryonique. Le modèle postule l'existence de bosons de jauge superlourd: le boson X qui transporte l'interaction unifiée et se désintègre en violant la conservation du nombre baryonique selon deux canaux possibles:

$$X \rightarrow qq \quad \text{où} \quad X \rightarrow \bar{q}l$$

où q est un quark et l un lepton. A cause d'une possible violation de la symétrie CP, les taux de désintégration $\Gamma_{X \rightarrow qq}$ et $\Gamma_{X \rightarrow \bar{q}l}$ peuvent être différents et, hors équilibre, de tels taux peuvent produire un excès de baryons où d'antibaryons (suivant le signe de la violation de CP dans la GUTs). Pour maintenir l'asymétrie, les bosons X doivent se désintégrer moins vite que la constante de Hubble, $H(t)$, quand la température de l'univers est proche de la masse des bosons. Ainsi, si la particule lourde a un temps de vie long par rapport à la vitesse d'expansion de l'univers, il arrive un moment où la température passe en dessous de m_X . La particule X devient une particule relique et lorsqu'elle se désintègre enfin, les produits de désintégration interagissent avec un milieu froid et perdent rapidement leur énergie. La recombinaison en une particule X devient impossible et une asymétrie peut être générée. La déviation par rapport à l'équilibre est déterminée par:

$$\varepsilon = \frac{H(T = m_X)}{\Gamma_X}$$

Les données récentes semblent conférer à ce boson X une masse de l'ordre de 10^{16} GeV ce qui permet d'obtenir une déviation à l'équilibre suffisamment grande pour produire l'asymétrie baryonique observée. Le modèle SU(5) de grande Unification recèle cependant une faiblesse: la prédiction sur la durée de vie du proton est en totale contradiction avec les mesures expérimentales. En effet, le proton est une particule très stable puisque les mesures lui donnent une durée de vie supérieure à 10^{32} ans. Cette stabilité extrême est due au fait que les interactions forte et faible respectent la conservation du nombre baryonique B et leptonique L qui n'autorisent pas le proton à se désintégrer puisqu'il n'existe pas de particule plus légère que le proton et de nombre baryonique égal à un.

Le modèle de la consistance entre théorie et expérience dans le cas de la stabilité du proton apporte une contrainte importante sur ce modèle de GUT. Les théories de grande unification ont suivi l'exemple donné par Glashow, Salam et Weinberg qui avaient établi pour la première fois une relation fondamentale entre les forces faibles et électromagnétique. Le concept d'unification des forces aux grandes énergies est le modèle de la physique des hautes énergies. Il présente encore quelques problèmes comme la stabilité du proton mais semble prometteur.

Quand au problème de la génération du nombre baryonique, nous pouvons remarquer que l'amplitude de la violation de CP est ajustée à la main pour résoudre au besoin et que les mécanismes de brisure de symétrie attendus à haute température sont mal connus. De plus, il faut s'assurer que l'univers a atteint une telle température et que de tels bosons étaient présents à ce moment-là. Rappelons aussi que la Baryogénèse par les théories de grande unification n'a pas encore été testée en raison des immenses énergies mises en œuvres.

**** Baryogénèse électrofaible:**

Kuz'min, Rubakov et Shaposhnikov [21] ont suggéré que l'asymétrie des baryons peut être générée à des températures de l'ordre du TeV, en se basant sur la théorie électrofaible (EW).

Cette théorie contient toutes les caractéristiques nécessaires à la baryogénèse: Violation de la symétrie CP, non- conservation de la charge baryonique due aux anomalies chirales et brisure de l'équilibre thermique lors de la transition de phase du premier ordre correspondant au passage de symétrie non- brisée à brisée de la théorie EW.

Cependant, la valeur calculée de l'asymétrie est encore trop faible et la théorie présente deux problèmes majeurs:

- Violation CP insuffisante:

En théorie EW la seule source de violation CP est issue de la phase complexe de la matrice de CKM et elle est beaucoup trop faible pour générer l'asymétrie observée.

- Transition de phase du premier ordre:

Dans le modèle Standard, la gamme de masse autorisée pour le boson de Higgs (de 50 à 60 GeV) ne permet pas d'envisager des transitions de phase du premier ordre. La transition serait typiquement du second ordre est donc beaucoup plus douce, ce qui est insuffisant pour créer le déséquilibre nécessaire.

- Violation du nombre baryonique mal connue:

Le processus par Sphaléron n'est pour l'instant que théorique et la valeur attendue pour sa masse montre qu'il serait observable au LHC. La confirmation de son existence est donc toujours attendue.

Cependant, beaucoup de physiciens actuels pensent que nous avons en la théorie électrofaible un bon candidat demandant encore quelques améliorations.

***** Baryogénèse via Leptogénèse:**

Un des scénarii possibles sur base de la conservation de la quantité B-L du Modèle Standard suggère que l'origine de l'asymétrie baryonique se trouve dans une asymétrie leptonique suivie d'un échange de boson de jauge transformant les leptons en baryons.

Violation du nombre baryonique est rendue possible par la désintégration d'un neutrino lourd dit de Majorana, soit décrit par un Lagrangien couplant particule et antiparticule dont les états propres de masse sont des superpositions de champs lévogyre et dextrogyre de masse différent.

Tout au long de ce chapitre nous avons donc décrit, de façon sommaires, les différentes possibilités qui nous offertes pour résoudre le mystère de l'asymétrie baryonique observée dans l'univers. Notons aussi qu'il existe d'autres mécanismes de Baryogénèse, comme l'extension super-symétrique de la théorie EW, et le mécanisme d'Affleck-Dine on la théorie des cordes. De ces modèles se dégage la Leptogénèse qui semble le moyen le plus simple et le plus élégant depuis que les théories électrofaibles ont montré leur faiblesse dans la condition de transition de phase du premier ordre. Cependant, la particularité de chacun de ces mécanismes qui est d'opérer tôt dans l'Univers c'est-à-dire à des échelles d'énergies très grandes, fait qu'il ne nous est pas encore possible de vérifier leur validité.

Chapitre II

Le Modèle de Quartification [SU(3)]⁴

II- 1 Introduction

Les leptons sont différents des quarks de deux manières importantes: i) Les quarks viennent en trois couleurs et ils interagissent comme des triplets sous le groupe de jauge SU(3), par contre les leptons sont des singlets et l'interaction entre les leptons ne respecte pas cette symétrie. ii) Les quarks ont des charges électriques fractionnelles, alors que les leptons ont des charges entières. Ces différences sont évidentes mais peuvent être également superficielles.

L'universalité de Quark- Lepton aux énergies élevées a été préconisée en tant qu'une des extensions possibles au Modèle Standard. Dans cette classe d'extensions, une symétrie discrète Quark- Lepton est imposée en ajoutant aux leptons de nouveaux degrés de liberté de couleur décrits par la symétrie de jauge séparée SU(3)_l. Cette idée a été explorée pour la première fois par Foot et Lew [22]. Dans ce contexte, la symétrie discrète Quark- Lepton n'exige pas l'unification des constantes de couplage. Pour obtenir une unification, la symétrie q-l de jauge peut être agrandi au groupe de quartification "SU(3)_q × SU(3)_L × SU(3)_l × SU(3)_R [23] [24] par une symétrie discrète reliant les quatre facteurs SU(3). Ce groupe de jauge a été exploré par Volkas et Joshi [23] ainsi que Babu, Ma et Willenbrock [24]. La symétrie SU(3)_l a comme symétrie résiduelle la symétrie SU(2)_l. Deux des composants de triplet de lepton de couleur sont lourds (et confinés par l'interaction résiduelle de jauge SU(2)_l), et le troisième n'est pas confiné, et c'est ce que nous observons à basses énergies. La brisure partielle de la symétrie leptonique de couleur SU(3)_l nous permet de comprendre les différences dans les charges électriques entre les quarks et les leptons observés.

II- 2 La structure de modèle [SU(3)]⁴

Sous le groupe $G_4 = SU(3)_q \times SU(3)_L \times SU(3)_l \times SU(3)_R$ les quarks et les leptons ont les représentations suivantes [24]:

$$q \approx (3, 3^*, 1, 1) \quad , \quad q^c \approx (3^*, 1, 1, 3) \quad \dots\dots\dots(2.1)$$

$$l \approx (1, 3, 3^*, 1) \quad , \quad l^c \approx (1, 1, 3, 3^*) \quad \dots\dots\dots(2.2)$$

L'opérateur de la charge électrique est [24]:

$$Q = I_{3L} - Y_L/2 + I_{3R} - Y_R/2 - Y_1/2 \quad \dots\dots\dots(2.3)$$

Les matrices représentant l et l^c sont

$$l \approx \begin{pmatrix} x_1^c & y_2^c & z_1^c \\ x_2^c & y_2^c & z_2^c \\ \nu^c & e^c & N \end{pmatrix}, \quad l \approx \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \nu \\ y_1 & y_2 & e \\ z_1 & z_2 & N \end{pmatrix} \dots\dots\dots(2.4)$$

et la matrice représentant les quarks est

$$q^c \approx \begin{pmatrix} d^c & d^c & d^c \\ u^c & u^c & u^c \\ h^c & h^c & h^c \end{pmatrix}, \quad q \approx \begin{pmatrix} d & u & h \\ d & u & h \\ d & u & h \end{pmatrix} \dots\dots\dots(2.5)$$

où les colonnes de l ont Y_l=(-1/3, -1/3, 2/3) et les rangées de l^c ont Y_{l^c}=(-1/3, -1/3, 2/3). En utilisant l'équation (2.3), nous trouvons que N et N^c sont neutres, et les leptons exotiques de doublet de SU(2)_l (x, y, z) ont les charges (1/2, -1/2, 1/2) et (x^c, y^c, z^c) ont les charges (-1/2, 1/2, -1/2), respectivement. En raison de leurs charges de valeurs demi-entier, nous appelons les doublets de SU(2)_l les "hemions". Pour obtenir les masses des leptons et des quarks, nous avons besoin des multiplets scalaires Φ_a

$$\Phi_a \sim (1, 3^*, 1, 3) \quad (a=1, 2) \quad \dots\dots\dots(2.6)$$

qui permettent les termes de Yukawa Tr(l l^c Φ_a) et Tr(q q^c Φ⁺_a). Comme dans le cas du trinification [24], deux champs tels que Φ sont nécessaires pour générer des masses des quarks et des angles de mixage non nuls. Deux autres multiplets scalaires:

$$\Phi_L \sim (1, 3, 3^*, 1) \sim 1, \quad \Phi_R \sim (1, 1, 3, 3^*) \sim l^c \quad \dots\dots\dots(2.7)$$

sont également assumés, par lesquels SU(3)_l peut être brisé en SU(2)_l. Considérons les composants neutres de Φ_L, Φ_R et Φ qui sont des singuliers sous SU(3)_q × SU(2)_L × SU(2)_l × U(1)_Y. Il y a cinq champs: Φ_L^N, Φ_R^{N_c}, Φ_R^{ν_c}, Φ₁₃ et Φ₃₃. Ils sont reliés par le couplage scalaire tri-linéaire Φ_LΦ_RΦ dans la combinaison Φ_L^N Φ_R^{ν_c} Φ₁₃ + Φ_L^N Φ_R^{N_c} Φ₃₃. Ceci signifie que leurs valeurs d'expectation de volume sont de même ordre de grandeur, dans ce cas [SU(3)]⁴ brisé complètement à SU(3)_q × SU(2)_L × SU(2)_l × U(1)_Y [25]. Des masses lourdes de Dirac sont générées pour h, N, Z.

II- 3 Le potentiel de Higgs

Les champs de Higgs sont contenus dans les deux représentations différentes de G_4

$$\Phi \equiv \{\Phi_a \sim (1, 3^*, 1, 3), \Phi_b \sim (3, 1, 3^*, 1), \Phi_c \sim (1, 3, 1, 3^*), \Phi_d \sim (3, 1, 3, 1)\}$$

$$\chi \equiv \{\Phi_1 \sim (1, 3, 3^*, 1), \Phi_1^c \sim (1, 1, 3, 3^*), \Phi_q^c \sim (3^*, 1, 1, 3), \Phi_q \sim (3, 3^*, 1, 1)\}$$

Ces champs sont fermés sous la symétrie Z_4 , et ils sont suffisant pour générer les masses et les mixages pour les fermions, par le couplage avec les fermions décrit par le lagrangien \mathcal{L}_{Yuk} invariant sous Z_4 :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Yuk} = & Y_1 Tr(l l^c \Phi_a + l^c q^c \Phi_b + q^c q \Phi_c + q l \Phi_d) \\ & + Y_2 Tr(l l^c \Phi_c^+ + l^c q^c \Phi_d^+ + q^c q \Phi_a^+ + q l \Phi_b^+) \\ & Y_L \varepsilon^{jkm} \varepsilon^{npr} \left(l^{jn} l^{kp} (\Phi_l)^{mr} + (l^c)^{jn} (l^c)^{kp} (\Phi_{l^c})^{mr} \right. \\ & \left. + (q^c)^{jn} (q^c)^{kp} (\Phi_{q^c})^{mr} + (q)^{jn} (q)^{kp} (\Phi_q)^{mr} \right) + H.C. \end{aligned}$$

Les champs de Higgs sont suffisants pour obtenir la brisure de la symétrie nécessaire.

Le potentiel de Higgs prend la forme suivante:

$$\begin{aligned} V_1(\Phi) = Z_4 \left\{ -\mu_1^2 Tr(\bar{\Phi}_1 \Phi_1) + \alpha_1 (Tr(\bar{\Phi}_1 \Phi_1))^2 + \alpha_2 Tr(\bar{\Phi}_1 \Phi_1 \bar{\Phi}_1 \Phi_1) + \alpha_3 Tr(\bar{\Phi}_1 \Phi_1) Tr(\bar{\Phi}_2 \Phi_2) \right\} \\ \left\{ \alpha_4 Tr(\bar{\Phi}_1 \Phi_2 \bar{\Phi}_2 \Phi_1) + [\alpha_5 (\Phi_1)_\alpha^i (\Phi_1)_\beta^j (\bar{\Phi}_2)_\gamma^m (\bar{\Phi}_L)_m^k \varepsilon_{ijk} \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} + H.C.] \right\} \\ Z_4 \left\{ \lambda_1 Tr(\bar{\Phi}_1 \Phi_1) Tr(\bar{\chi}_1 \chi_1) + \lambda_1 Tr(\bar{\Phi}_1 \Phi_1) Tr(\bar{\chi}_2 \chi_2) + \lambda_3 Tr(\bar{\Phi}_1 \Phi_1) Tr(\bar{\chi}_L \chi_L) \right. \\ + \lambda_4 Tr(\bar{\Phi}_1 \Phi_1) Tr(\bar{\chi}_R \chi_R) + \lambda_5 Tr(\bar{\Phi}_1 \chi_1) Tr(\bar{\chi}_1 \Phi_1) + [\lambda_6 (Tr(\bar{\Phi}_1 \chi_1))^2 + H.C.] \\ \left. [\lambda_7 Tr(\bar{\Phi}_1 \chi_1) Tr(\bar{\Phi}_2 \chi_2) + H.C.] + [\lambda_8 Tr(\bar{\Phi}_1 \chi_1) Tr(\bar{\chi}_2 \Phi_2) + H.C.] + \lambda_9 Tr(\bar{\Phi}_1 \Phi_1 \bar{\chi}_1 \chi_1) \right\} \\ + \lambda_{10} Tr(\bar{\Phi}_1 \chi_1 \bar{\chi}_1 \Phi_1) + \lambda_{11} Tr(\bar{\Phi}_1 \Phi_1 \bar{\chi}_2 \chi_2) + \lambda_{12} Tr(\bar{\Phi}_1 \Phi_1 \bar{\chi}_L \chi_L) \\ + \lambda_{13} Tr(\bar{\Phi}_1 \Phi_1 \bar{\chi}_R \chi_R) + [\lambda_{14} Tr(\bar{\Phi}_1 \bar{\chi}_1 \bar{\Phi}_1 \bar{\chi}_1) + H.C.] + [\lambda_{15} Tr(\bar{\Phi}_1 \bar{\chi}_1 \bar{\Phi}_2 \bar{\chi}_2) + H.C.] \\ + [\lambda_{16} Tr(\bar{\Phi}_1 \chi_1 \bar{\chi}_2 \Phi_2) + H.C.] + [\lambda_{17} (\Phi_1)_j^i (\Phi_1)_l^k (\bar{\chi}_2)_\beta^m (\bar{\chi}_L)_m^\alpha \varepsilon_{ik\alpha} \varepsilon^{j\beta} + h.c.] \\ + [\lambda_{18} (\chi_1)_j^i (\chi_1)_l^k (\bar{\Phi}_2)_\beta^m (\bar{\Phi}_L)_m^\alpha \varepsilon_{ik\alpha} \varepsilon^{j\beta} + H.C.] \end{aligned}$$

Chapitre III

Solutions de Type Monopoles dans le Groupe [SU(3)]⁴

III- 1 Les monopoles magnétiques

Il y a actuellement de bonnes raisons de penser que les particules élémentaires et leurs interactions sont décrites par une théorie de jauge brisée spontanément [25]. L'hypothèse de l'unification des interactions faibles, électromagnétique et forte à extrêmement haute énergie est très attirante. Nous n'avons pas accès, expérimentalement, aux domaines d'énergie de la grande unification, ce qui fait que nous ne sommes pas en mesure de déterminer la physique à ce niveau, autrement que par ses conséquences à bases énergies, pour lesquelles beaucoup de théories prédisent les mêmes résultats. Néanmoins, les transitions de phase qui résultent des brisures de symétrie, qui ont dû avoir lieu dans l'Univers primordial, peuvent avoir laissé des traces encore visibles sous la forme de défauts topologiques.

Parmi ces défaut, il pourrait exister des particules générant des champs magnétiques radiaux: les monopoles magnétiques. Leur charge magnétique leur permet d'interagir avec la matière et l'existence d'un seul monopole conduirait à résoudre l'un des grands mystères de la physique moderne, à savoir la quantification de la charge électrique.

III-1-1 Prédiction de l'existence des monopoles magnétiques:

III-1-1-1 Le monopole de Dirac:

L'étrange manque de symétrie entre les champs électrique et magnétique, dans la théorie classique de l'électromagnétisme, a conduit Dirac en 1931 [26] à postuler l'existence de nouvelles particules massives: les monopoles magnétiques, générant des champs magnétiques radiaux

$$\vec{B} = g \frac{\vec{r}}{r^3} \dots\dots\dots(3.1)$$

où g est la charge magnétique. Les équations de Maxwell prennent alors une forme symétrique pour les deux champs. Dirac a montré que l'existence d'une charge magnétique impliquait la relation [26] [27]:

$$eg = k \frac{\hbar c}{2} \dots\dots\dots(3.2)$$

où e est la charge électrique élémentaire, \hbar la constante de Planck-Dirac et k un entier. Ceci implique la quantification de la charge électrique.

III- 1-1-2 Le monopole de 't Hooft-Polyakov:

La situation change radicalement en 1974, quand 't Hooft [27] et Polyakov [28] découvrent, indépendamment, des solutions non perturbatives dans des théories de jauge non abéliennes, qui peuvent être interprétées comme des monopoles magnétiques. Ils montrent, en fait, que ces solutions sont inévitables dans le cadre de ces théories de jauge, si le groupe $U(1)$ de l'électromagnétisme est conservé lors de la brisure de symétrie d'un groupe de jauge compact plus large [27] (ce qui doit être le cas puisque le photon est de masse nulle).

L'exemple le plus simple qui illustre la solution du monopole magnétique, bien qu'il ne décrive pas les champs physiques ni les symétries connues de la physique des particules, est celui du groupe de jauge $SO(3)$, où le champ de jauge W^μ interagit avec un champ de Higgs $\Phi = (\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3)$. Le Lagrangien choisi est celui de Yang-Mills auquel on ajoute un terme de potentiel V :

$$L = -\frac{1}{4} G_a^{\mu\nu} G_{a\mu\nu} + \frac{1}{2} D^\mu \Phi D_\mu \Phi - V(\Phi) \quad \dots\dots\dots(3.3)$$

où les termes représentent

- le terme cinétique du champ de jauge donné en fonction de :

$$G_a^{\mu\nu} = \partial^\mu W_a^\nu - \partial^\nu W_a^\mu - q \varepsilon_c^{ab} W_b^\mu W_c^\nu \quad \dots\dots\dots(3.4)$$

- le terme cinétique du champ de Higgs donné en fonction de la dérivée covariante

$$(D^\mu \Phi)_a = \partial^\mu \Phi_a - q \varepsilon_c^{ab} W_b^\mu \Phi^c \quad \dots\dots\dots(3.5)$$

le potentiel dans lequel évolue le champ de Higgs

$$V(\Phi) = \frac{1}{4} \lambda (\Phi^a \Phi^a - \eta^2)^2 \quad \dots\dots\dots(3.6)$$

La densité d'énergie correspondante vaut:

$$\theta_{00} = \frac{1}{2} \left\{ (\varepsilon_a^i)^2 + (B_a^i)^2 + (\Pi_a)^2 + [(D^i \Phi)_a]^2 \right\} + V(\Phi) \quad \dots\dots\dots(3.7)$$

où $G_a^{0i} = -\varepsilon_a^i$, $G_a^{ij} = -\varepsilon_{ij}^k B_a^k$ et $\Pi_a = (D\Phi)_a$.

L'effet du potentiel est de briser SO(3) en U(1) par un mécanisme de Higgs. En effet une solution particulière, de l'équation $V=0$ vérifie $\Phi_H^2 = \eta^2$, et n'est pas invariante sous l'action de l'ensemble du groupe SO(3), mais seulement sous l'action d'un sous groupe de SO(3), celui des rotations autour de la direction Φ_H . Ce sous groupe est isomorphe à U(1). Physiquement ce groupe est d'une importance primordiale: c'est le groupe de symétrie exacte de la théorie.

Le groupe U(1), ainsi obtenu, est identique à celui des transformations de jauge de l'électromagnétisme et l'on peut faire une analogie entre les champs "électrique" et "magnétique" du modèle et les champs physiques, de manière à présenter la démarche à suivre et les résultats que l'on obtiendrait à partir d'un modèle décrivant les symétries réelles de la physique des particules.

Si T_a ($a=1, 2, 3$) sont les générateurs de SO(3), ce groupe U(1) est généré par $\Phi_H \cdot T / \eta$ qui est proportionnel à la charge "électromagnétique" [29]. Les champs électriques et magnétiques sont donnés par $E^i = \varepsilon_a^i \Phi_a / \eta$ et $B^i = B_a^i \Phi_a / \eta$.

Notons qu'une conséquence du mécanisme de Higgs est de donner une masse $M_W = \eta q \hbar$ à deux des bosons de jauge et une au champ scalaire restant, alors que « le photon » de masse $M_H = \eta \sqrt{2\lambda} \hbar$ reste sans masse [28]. En cherchant une solution particulière des équations du mouvement, sous la forme

$$\Phi_a = \frac{r^a}{qr^2} H(\eta qr) \dots\dots\dots(3.8)$$

$$W_a^i = -\varepsilon_{aij} \frac{r^j}{qr^2} [1 - K(\eta qr)] \dots\dots\dots(3.9)$$

$$W_a^i = 0 \dots\dots\dots(3.10)$$

On obtient les nouvelles équations du mouvement en fonction de H et K [29]

$$\xi^2 \frac{d^2 K}{d\xi^2} = KH^2 + K(K^2 - 1) \dots\dots\dots(3.11)$$

$$\xi^2 \frac{d^2 H}{d\xi^2} = 2K^2 H + \frac{\lambda}{q^2} H(H^2 - \xi^2) \dots\dots\dots(3.12)$$

où l'on a posé $\xi = \eta qr$. Quand à l'énergie, déduite de l'hamiltonien elle s'écrit [29]:

$$E = \frac{4\pi a}{q} \int_0^\infty \frac{d\xi}{\xi^2} \left[\left(\frac{dK}{d\xi} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\xi \frac{dH}{d\xi} - H \right)^2 + \frac{1}{2} (K^2 - 1)^2 + K^2 H^2 + \frac{\lambda}{4q} (H^2 - \xi^2)^2 \right] \quad (3.13)$$

On peut montrer que les équations (3.11) et (3.12) possèdent des solutions d'énergie finie [30]. L'énergie étant finie, il faut que la solution soit dans le vide de Higgs à l'infini, $V(\Phi)=0$, soit $\Phi^2=\eta^2$ et l'on peut déduire de l'équation (3.13), des conditions aux limites sur H et K pour que l'intégrale converge à l'infini $H \approx \zeta$ et $K \rightarrow 0$, en 0 $H \approx \zeta$ et $K-1 \geq O(\zeta)$.

En utilisant ces comportements à l'infini, on obtient celui de

$$G_a^{ij} \approx \frac{1}{\eta q r^3} \varepsilon_{ijk} r^k \Phi_a \quad \dots\dots\dots(3.14)$$

au premier ordre, qui conduit à un champ magnétique

$$B^i = -\frac{1}{q} \frac{r^i}{r^3} \quad \dots\dots\dots(3.15)$$

Des solutions monopoles identiques peuvent être obtenues pour tout groupe de jauge semi- simple brisé spontanément en un sous- groupe qui contient explicitement un facteur U(1).

III- 2 Solutions Monopoles dans le Groupe de Jauge SU(3)

III 2-1 Monopole Ponctuel

La solution monopole de 't Hooft et Polyakov a la propriété que les champs sont invariants sous les rotations combinées spatiale et d'isospin, nous appelons cette propriété "symétrie sphérique", qui nous permet de réduire les équations de mouvement aux équations de la variable radiale.

Si nous considérons que SU(2) est un sous- groupe d'un groupe compact semi simple G, nous pouvons généraliser l'ansatz de monopole proposé par 't Hooft et Polyakov comme solutions de SU(2), pour déduire les solutions monopoles de G. La forme spécifique de cet "ansatz" doit être telle qu'il se conforme aux conditions aux limites de la théorie. Quand le rayon devient asymptotiquement grand, le champ de Higgs devrait approcher sa configuration d'énergie la plus basse possible, "le volume". Ces conditions peuvent être exprimées par [31]:

$$D^\mu \Phi \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0 \quad \dots\dots\dots(3.16)$$

$$\frac{\delta V}{\delta \Phi} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0 \quad \dots\dots\dots(3.17)$$

Une configuration des champs qui satisfait ces conditions dans l'espace sauf à l'origine est connu sous le nom de "monopole de point".

Nous représentons nos champs par des matrices 3×3 hermitiennes et de trace nul:

$$\Phi = \frac{1}{2} \lambda_a \Phi^a \dots\dots\dots(3.18)$$

$$A^\mu = \frac{1}{2} \lambda_a A^{\mu\nu} \dots\dots\dots(3.19)$$

$$F_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \lambda_a F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ie[A_\mu, A_\nu] \dots\dots\dots(3.20)$$

$$D_\mu \Phi = \partial_\mu \Phi - ie[A_\mu, \Phi] \dots\dots\dots(3.21)$$

$a = 1, 2, \dots, 8$

Les matrices λ forment une représentation des générateurs de SU(3), qui ont les propriétés suivantes:

$$Tr(\lambda_a \lambda_b) = 2\delta_{ab}$$

$$[\lambda_a, \lambda_b] = 2if_{abc} \lambda_c \dots\dots\dots(3.22)$$

$$\{\lambda_a, \lambda_b\} = \frac{4}{3} \delta_{ab} 1 + d_{abc} \lambda_c$$

où les constantes de structure f_{abc} sont réelles et totalement antisymétriques, et d_{abc} sont réelles et totalement symétriques. C'est le potentiel scalaire $V(\Phi)$ qui détermine les valeurs propres de Φ dans le volume. La forme d'un potentiel renormalisable et invariant de jauge le plus générale est:

$$V(\Phi) = -\mu^2 Tr\Phi^2 + \lambda (Tr\Phi^2)^2 + \alpha_3 Tr\Phi^3 + constante \dots\dots\dots(3.23)$$

Puisque Φ est une matrice hermitienne de trace nul, elle peut être diagonalisée par une transformation unitaire tels que:

$$\Phi \rightarrow \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & -(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 \end{pmatrix} \quad \varepsilon_1 \text{ et } \varepsilon_2 \text{ sont réels} \dots\dots\dots(3.24)$$

$$V = -2\mu^2(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_1\varepsilon_2) + 4\lambda(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_1\varepsilon_2)^2 - 3\alpha_3\varepsilon_1\varepsilon_2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + \text{constante} \quad \dots\dots\dots(3.25)$$

Pour obtenu les valeurs de volume ou de "monopole point", il faut minimiser le potentiel

$$\frac{\partial V}{\partial \varepsilon_1} = \frac{\partial V}{\partial \varepsilon_2} = 0 \quad \dots\dots\dots(3.26)$$

Si on suppose que [31]: $2\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0$

on obtient comme solution à (3.26):

$$\varepsilon_1 = \frac{\alpha_3 \pm \sqrt{\alpha_3^2 + \frac{64}{3}\mu^2\lambda}}{16\lambda} \quad \dots\dots\dots(3.27)$$

et la valeur du volume de champ de Higgs a la forme diagonale:

$$\Phi_{vac} = \varepsilon_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(3.28)$$

qui est une multiple de la huitième matrice de Gell-Mann:

$$\lambda_8 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-2}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(3.29)$$

Nous voyons que λ_8 commute avec $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ et c. Φ_{vac} est ainsi invariant sous des transformations impliquant exponentiation de ces matrices. A partir des relations de commutation, on conclut que λ_8 généré un groupe U(1) un sous-groupe de SU(3), tandis que $(\lambda_1/2, \lambda_2/2, \lambda_3/2)$ généré le sous groupe SU(2). Nous disons que le groupe de symétrie non brisée de Φ est le groupe SU(2)×U(1). Il est d'intérêt de noter que pour SU(2), le volume a la forme:

$$\Phi_{vac} = \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 \\ 0 & -\varepsilon \end{pmatrix} \dots\dots\dots(3.30)$$

qui commute avec le générateur de SU(2)

$$T^3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(3.31)$$

alors le volume de SU(2) a la symétrie U(1).

III 2-2 Calcul des solutions monopoles de SU(3):

Il y a huit champs scalaires indépendants qui transforment comme octet de SU(3). Si nous considérons que SU(2) est le sous groupe enfoncé de SU(3), alors nous pouvons construire les champs de Higgs Φ avec les composants qui transforment sous le sous groupe SU(2) comme des états d'isospin 1, 1/2, 1/2 et 0 [31].

Supposons que le potentiel de Higgs prend la forme:

$$V(\Phi) = \frac{\lambda}{4} (\Phi^a \Phi^a - v^2)^2 = \frac{\lambda}{4} (2Tr\Phi^2 - v^2)^2 \dots\dots\dots(3.32)$$

où a=1, 2, 3 dans le cas de SU(2) et a=1, 2, ..., 8 pour SU(3).

Comme une solution monopole on prend la forme de Φ

$$\Phi(x) = af(r)\Psi_1 + bg(r)\Psi_2 \dots\dots\dots(3.33)$$

où f(r) et g(r) sont des fonctions réelles et a et b sont des constantes réelles, choisies tels que:

$$a^2 + b^2 = 1, \quad n^i = x^i / |x|$$

$$\Psi_1 \equiv \sum_{i=1}^3 \frac{\lambda_i}{2} n^i \dots\dots\dots(3.34)$$

$$\Psi_2 \equiv \frac{\lambda_8}{2} \dots\dots\dots(3.35)$$

et pour le champ de jauge A_μ ,

$$A_\mu(x) = (1 - h(r))B_\mu(x) \dots\dots\dots(3.36)$$

$$B_\mu(x) = -\sum_{i=1}^3 \frac{\lambda_i}{2} \varepsilon_{\mu ij} \frac{n^j}{er} \dots\dots\dots(3.37)$$

($\epsilon_{ij\mu}$ est le symbole habituel pour $\mu=1, 2, 3$ est $\epsilon_{0ij}=0$).

La dérivée covariante de champ de Higgs serait:

$$D_k \Phi = \frac{a}{2r} [\lambda_k - n_k (n^j \lambda_j)] h(r) f(r) + a n^k f'(r) \frac{(n^j \lambda_j)}{2} + b \frac{\lambda_8}{2} n^k g'(r) \dots \dots \dots (3.38)$$

Le potentiel de Higgs (3.32) sera:

$$V(\Phi) = \frac{\lambda}{4} (a^2 f^2(r) + b^2 g^2(r) - v^2)^2 \dots \dots \dots (3.39)$$

Nous supposons que tous les dérivés de temps nuls, et que la jauge est telle que:

$$A_0 = 0 \dots \dots \dots (3.40)$$

Dans ce cas la densité Hamiltonienne est simplement:

$$H(x) = -L(x)$$

où L(x) est la densité de Lagrange, et on déduit les équations de mouvement par réduire au minimum l'énergie totale. On a:

$$L(x) = -\frac{1}{2} Tr(F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}) + Tr(D_\mu \Phi D^\mu \Phi) - V(\Phi) \dots \dots \dots (3.41)$$

et par l'utilisation de tous ansatz, on obtient:

$$H(r) = -L(r) = \frac{1}{e^2 r^2} \left[\frac{(h^2(r) - 1)^2}{2r^2} + h^2(r) \right] + \frac{1}{r^2} \left[a^2 f^2(r) h^2(r) + \frac{r^2}{2} (a^2 f'^2(r) + b^2 g'^2(r)) + \frac{\lambda}{4} (a^2 f^2(r) + b^2 g^2(r) - v^2)^2 \right] \dots \dots \dots (3.42)$$

L'énergie totale de monopole (ou la masse de monopole) est donc:

$$M = \int_0^\infty H(x) d^3x = 4\pi \int_0^\infty r^2 H(r) dr$$

pour rendre les calculs un peu simple, on va supposer que:

$$z = evr, \quad f \equiv vF, \quad g = vG, \quad h = H$$

$$M_w = ev, \quad \alpha = \frac{e^2}{4\pi}, \quad \beta = \frac{\lambda}{e^2}$$

Les équations de mouvements sont obtenues par les équations d'Euler-Lagrange:

$$\begin{aligned} z^2 H'' &= H(H^2 + a^2 z^2 F^2 - 1) \\ (z^2 F') &= F(2H + \beta z^2(a^2 F^2 + b^2 G^2 - 1)) \\ (z^2 G') &= \beta z^2(a^2 F^2 + b^2 G^2 - 1) \end{aligned}$$

Les conditions aux limites sur H, F et G sont:

$$\begin{aligned} H(0) &= 1, \quad H(\infty) = 0 \\ G'(0) &= 0, \quad G(\infty) = 1 \\ F(0) &= 0, \quad F(\infty) = 0 \end{aligned}$$

3- Solutions monopoles dans le groupe [SU(3)]⁴:

3-1 Monopole ponctuel:

la forme de potentiel renormalisable et invariant sous les transformations de jauge est donnée par:

$$V(\Phi) = -\mu_1^2 \text{Tr} \Phi^2 + \alpha_2 (\text{Tr} \Phi^2)^2 + \alpha_3 \text{Tr} \Phi^3 + \text{cte} \dots \dots \dots (3.43)$$

$$\Phi = \lambda^a \phi^a \quad \text{où: } \lambda^a \text{ les matrices de Gell - Mann.}$$

$$\phi^a \text{ les champs de Higgs.}$$

Avec

$$\phi^a = (\phi, \chi) \begin{cases} \phi_1, \phi_2, \phi_L, \phi_R \\ \chi_1, \chi_2, \chi_L, \chi_R \end{cases}$$

dans ce cas:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_L + \frac{1}{\sqrt{3}}\chi_R & \phi_1 - i\phi_2 & \phi_R - i\chi_1 \\ \phi_1 + i\phi_2 & -\phi_L + \frac{1}{\sqrt{3}}\chi_R & \chi_2 - i\chi_L \\ \phi_R + i\chi_1 & \chi_2 + i\chi_L & \frac{-2}{\sqrt{3}}\chi_R \end{pmatrix} \dots\dots\dots(3.44)$$

on voit que $\text{Tr}\Phi=0$.

$$\text{Tr}\Phi^2 = 2(\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_L^2 + \phi_R^2 + \chi_1^2 + \chi_2^2 + \chi_L^2 + \chi_R^2)$$

$$(\text{Tr}\Phi^2)^2 = 4 \left\{ \begin{array}{l} \phi_1^4 + \phi_2^4 + \phi_L^4 + \phi_R^4 + \chi_1^4 + \chi_2^4 + \chi_L^4 + \chi_R^4 + 2\phi_1^2\phi_2^2 + 2\phi_L^2\phi_R^2 \\ + 2\phi_1^2\phi_L^2 + 2\phi_1^2\phi_R^2 + 2\phi_2^2\phi_L^2 + 2\phi_2^2\phi_R^2 + 2\chi_1^2\chi_2^2 + 2\chi_L^2\chi_R^2 \\ + 2\chi_1^2\chi_L^2 + 2\chi_1^2\chi_R^2 + 2\chi_2^2\chi_L^2 + 2\chi_2^2\chi_R^2 + 2\phi_1^2\chi_1^2 + 2\phi_1^2\chi_2^2 \\ + 2\phi_1^2\chi_L^2 + 2\phi_1^2\chi_R^2 + 2\phi_2^2\chi_1^2 + 2\phi_2^2\chi_2^2 + 2\phi_2^2\chi_L^2 + 2\phi_2^2\chi_R^2 \\ + 2\phi_L^2\chi_1^2 + 2\phi_L^2\chi_2^2 + 2\phi_L^2\chi_L^2 + 2\phi_L^2\chi_R^2 + 2\phi_R^2\chi_1^2 + 2\phi_R^2\chi_2^2 \\ + 2\phi_R^2\chi_L^2 + 2\phi_R^2\chi_R^2 \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}\Phi^3 &= 2\sqrt{3}\phi_L^2\chi_R + 2\sqrt{3}\phi_1^2\chi_R + 2\sqrt{3}\phi_2^2\chi_R + 3\phi_R^2\phi_L - \sqrt{3}\phi_R^2\chi_R + 3\chi_1^2\phi_L \\ &\quad - \sqrt{3}\chi_1^2\chi_R - \frac{2}{\sqrt{3}}\chi_R^3 + 6\phi_R\chi_2\chi_1 - 6\phi_R\chi_L\phi_2 + 6\chi_1\chi_2\phi_2 + 6\chi_1\chi_L\phi_1 \\ &\quad - 3\chi_2^2\phi_L - \sqrt{3}\chi_2^2\chi_R - 3\chi_L^2\phi_L - \sqrt{3}\chi_L^2\chi_R. \end{aligned}$$

Pour obtenir l'état de volume il faut minimiser le potentiel, dans ce cas on va obtenir les équations suivantes:

$$\frac{\partial V}{\partial \phi_1} = \frac{\partial V}{\partial \phi_2} = \frac{\partial V}{\partial \phi_L} = \frac{\partial V}{\partial \phi_R} = \frac{\partial V}{\partial \chi_1} = \frac{\partial V}{\partial \chi_2} = \frac{\partial V}{\partial \chi_L} = \frac{\partial V}{\partial \chi_R} = 0$$

Après quelques manipulations simples, ces équations deviennent:

$$-4\mu_1^2\chi_R + 16\alpha_2\{\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_L^2 + \chi_R^2\}\chi_R + 4\sqrt{3}\alpha_3\chi_R^2 = 0$$

$$-4\mu_1^2\chi_R + 16\alpha_2\{\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_L^2 + \chi_R^2\}\chi_R - 2\sqrt{3}\alpha_3\chi_R^2 + 2\sqrt{3}\alpha_3(\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_L^2) = 0$$

qui impliquent:

$$3\chi_R^2 = \phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_L^2 \quad \text{et} \quad \chi_{R(1,2)} = \frac{-\sqrt{3}\alpha_3 \pm \sqrt{3\alpha_3^2 + 64\alpha_2\mu_1^2}}{32\alpha_2} \dots\dots\dots(3.45)$$

Donc l'état de vide doit prendre la forme suivante:

$$\Phi_{vac} = \phi_L \lambda_3 + \phi_1 \lambda_1 + \phi_2 \lambda_2 + \chi_R \lambda_8 \dots\dots\dots(3.46)$$

3-2 Calcul des solutions monopoles de [SU(3)]⁴:

Comme une solution monopole on prend la forme de Φ

$$\Phi(x) = af(r)\Psi_1 + bg(r)\Psi_2 \dots\dots\dots(3.47)$$

où f(r) et g(r) sont des fonctions réelles et a et b sont des constantes réelles, choisies tels que:

$$a^2 + b^2 = 1, \quad n^i = x^i / |x|$$

$$\Psi_1 \equiv \sum_{i=1}^3 \frac{\lambda_i}{2} n^i \dots\dots\dots(3.48)$$

$$\Psi_2 \equiv \frac{1}{2}(\lambda_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_8) \dots\dots\dots(3.49)$$

et pour le champ de jauge A_μ ,

$$A_\mu(x) = (1 - h(r))B_\mu(x) \dots\dots\dots(3.36)$$

$$B_\mu(x) = -\sum_{i=1}^3 \frac{\lambda_i}{2} \varepsilon_{\mu ij} \frac{n^j}{er} \dots\dots\dots(3.37)$$

($\varepsilon_{ij\mu}$ est le symbole habituel pour $\mu=1, 2, 3$ est $\varepsilon_{0ij}=0$).

on a vu que le monopole affecté par $SU(2)_1$ peut être transmis à un lepton par le boson de jauge de $SU(2)_1$. Ce processus peut violer le nombre leptonique qui est une condition nécessaire pour la leptogénèse. Le nombre leptonique va convertit à un nombre baryonique par les transitions des Sphalerons.

4- La leptogénèse dans le groupe [SU(3)]⁴:

On a étudié que le monopole effect par $SU(2)_1$ peut être transmise à un lepton par le boson de jauge de $SU(2)_1$. Ce processus peut violer le nombre leptonique qui est une condition nécessaire pour la leptogénèse. Le nombre leptonique va convertit à un nombre baryonique par les transitions des Sphalerons.

V- Conclusion:

Ce travail se base donc sur l'idée d'étendre la structure de groupe du Modèle standard en invoquant une symétrie Left-Right et d'étudier ses implications. Nous avons considéré dans cette thèse deux champs distincts de la physique théorique, celui de la physique de particules élémentaires et celui de la cosmologie du Big-Bang. L'idée directrice est d'amplifier le groupe de symétrie $SU(2) \times U(1)$ en imposant une symétrie supplémentaire pour la chiralité .

Nous avons dans ce travail considéré une idée audacieuse qu'est la déformation des groupes quantiques qui permet d'aller au-delà des relations de commutation usuelles de la mécanique quantique et l'avons appliquée dans la première partie de ce travail au groupe $SU(2)_L \times SU(2)_R$. A travers ce travail, on a construit un nouveau modèle de la symétrie Left-Right basé sur le groupe quantique $SU_q(2)_L \times SU_q(2)_R$ avec une seule constante de couplage et qui n'a pas d'équivalent classique. De plus, les angles de mixage θ_L et θ_R ainsi que Z_R , W^\pm_R , Z_L , W^\pm_L sont obtenus en fonction d'un paramètre de déformation q . On note que $\theta_L \neq \theta_R$ ce qui est la différence avec le modèle de la symétrie Left-Right ordinaire, ainsi que la différence entre les masses de Z_R et Z_L et les masses de W^\pm_L et W^\pm_R conduit à la violation de parité. A partir de l'action fermionique et les termes de masse on a dérivé une expression pour la charge électrique et la masse du neutrino léger et celui lourd, ainsi que l'angle de mixage ξ . De plus, des investigations phénoménologiques sont possibles et feront le sujet d'une étude, spécialement celles concernant le nouveau boson de jauge Z' qui peut être considéré comme un signal supportant ce travail.

Dans la deuxième partie, nous l'avons appliqué cette symétrie LR à un problème de cosmologie, celui de la Baryogénèse dans l'Univers primordial. Comment expliquer en effet cette dissymétrie fondamentale que nous observons aujourd'hui quant au contenu baryonique de l'Univers, Univers où domine les baryons au dépend des anti-baryons. Autrement dit, par quel mécanisme physique fondamental est en jeu pour effacer le nombre anti-baryonique et ne laisser après la grande hécatombe qui suivit le « lepton era » que de la matière ?

Les différents scénarios, tous très spéculatif on en convient, tentent de retrouver ce fait observationnel fondamental. Notre modèle s'inscrit dans cette démarche. Dans ce travail, on a décrit un modèle asymétrique basé sur le groupe $[SU(3)]^4 = SU(3)_q \times SU(3)_l \times SU(3)_L \times SU(3)_R$, pour le but de donner une explication pour l'excès des baryons dans notre Univers passant par l'idée de l'existence d'un monopole dans le groupe $[SU(3)]^4$. Pour ce but on a cherché des monopoles comme solutions dans le modèle de quartification basé sur le groupe $[SU(3)]^4$, ensuite, on a étudié l'effet de monopole à partir du $SU(2)_l$ qui peut-être transmis à un lepton par le boson de jauge de $SU(2)_l$ ". Ce processus peut violer le nombre

leptonique qui est une condition nécessaire pour la Leptogénèse. Le nombre leptonique va être converti à un nombre baryonique par les transitions des Sphalerons.

Appendice A

Thermodynamique dans l'Univers Primordial

1- L'évolution de l'Univers:

1- 1. Le paramètre d'échelle $a(t)$:

Il est commode de paramétrer l'expansion de l'Univers par une fonction du temps proportionnelle à la distance entre les galaxies. Cette fonction est appelée "le paramètre d'échelle $a(t)$ ":

$a(t) \propto$ (distances intergalactiques).

La loi de Hubble dit que la dérivée logarithmique de $a(t)$ est, à l'heure actuelle, égale à H_0 [32]:

$$H_0 = \left[\frac{\dot{a}}{a} \right]_{t_0} \quad t_0 \equiv \text{aujourd'hui} \dots\dots\dots (A.1)$$

L'évolution temporelle des densités d'énergie dans l'univers s'exprime simplement à partir du paramètre d'échelle. La densité $\rho_M(t)$ associée à des particules non-relativistes est proportionnelle au nombre volumique de particules. Il s'ensuit que:

$$\rho_M(t) = \rho_M(t_0) \left(\frac{a_0}{a(t)} \right)^3 \dots\dots\dots (A.2)$$

1- 2 L'équation de FRW (Friedmann- Robertson- Walker):

Les équations des champs gravitationnels:

L'évolution du paramètre d'échelle $a(t)$ est régie par la gravitation au travers de l'équation de Friedmann. On peut obtenir cette équation avec des arguments newtoniens [33]. Ici on peut redémontrer cette équation dans le contexte de la théorie relativiste de la gravitation, c'est-à-dire la relativité générale. Dans cette théorie, les

Paramètres de la métrique sont contraints par l'équation des champs d'Einstein

$$G^{\mu\nu} = -8\pi G T_{\mu\nu} \dots\dots\dots (A.3)$$

Le membre de droite est proportionnel au tenseur d'énergie – impulsion qui est la source de la gravitation. Le membre de gauche est le tenseur d'Einstein $G^{\mu\nu}$ qui est fonction des paramètres de la métrique. La composante 00 de l'équation des champs pour la métrique de Robertson- Walker est appelée l'équation de Friedmann.

La forme générale de $G^{\mu\nu}$ est déterminée par la conservation locale de l'énergie:

$$\frac{\partial T^{\mu\nu}}{\partial x^\mu} = 0 \Rightarrow \frac{\partial G^{\mu\nu}}{\partial x^\mu} = 0 \dots\dots\dots(A.4)$$

Cette forme de l'équation de conservation s'applique à l'origine d'un système de coordonnées localement lorentzien.

On utilise en général des coordonnées co-mobiles (t, r, θ , φ) avec la métrique de Robertson- Walker [34]:

$$d\tau^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1-r^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right] \dots\dots\dots(A.5)$$

L'équation de Friedmann soit la seule nécessaire pour faire de la cosmologie homogène. Malgré l'utilité des coordonnées co-mobiles, la dynamique de l'Univers, c'est-à-dire la dépendance en temps de a(t), peut se comprendre plus facilement si l'on choisit un ensemble de coordonnées en chute libre (livre de cosmologie) (\tilde{x}^μ , $\mu = 0, 1, 2, 3$) avec une métrique localement lorentzienne près de l'origine $\tilde{x}^\mu=0$:

$$g_{\mu\nu} \equiv \eta_{\mu\nu} + \frac{1}{2} g_{\mu\nu,\alpha\beta}(0) \tilde{x}^\alpha \tilde{x}^\beta \dots\dots\dots(A.6)$$

Ici $\eta_{\mu\nu}$ est la métrique d'un espace-temps plat: $\eta_{00}=-\eta_{11}=-\eta_{22}=-\eta_{33}=1$, $\eta_{\mu\neq\nu}=0$, et

$$g_{\mu\nu,\alpha\beta} \equiv \frac{\partial^2 g_{\mu\nu}}{\partial \tilde{x}^\alpha \partial \tilde{x}^\beta} \dots\dots\dots(A.7)$$

1- 3 Le tenseur énergie- impulsion:

Les composantes générales de $T^{\mu\nu}$ pour un ensemble de particules monocinétiques sont:

$$T^{\mu\nu} = n(\tilde{x}) \frac{P^\mu P^\nu}{E}$$

Le comportement de cet objet par transformation de Lorentz et par rotations spatiales entièrement déterminé par la quantité $p^\mu p^\nu$ puisque n/E est invariant.

Puisque la somme de deux tenseurs est un tenseur, pour un ensemble polycinétique de particule, l'énergie- impulsion se calcule en intégrant (A.8) sur

l'impulsion

$$T^{\mu\nu} = \int \frac{d^3 p}{E} F(\vec{p}, \tilde{x}) p^\mu p^\nu = n(\tilde{x}) \left\langle \frac{p^\mu p^\nu}{E} \right\rangle \dots \dots \dots (A.8)$$

où $F(\vec{p}, \tilde{x}) = \frac{dN}{d^3 p d^3 x}$ est la densité de particules dans l'espace des phases et $n(\tilde{x})$ est la densité de particule dans l'espace. On voit que la composante 00 est $n(\tilde{x})$ la densité d'énergie, $T^{00} = \rho = n \langle E \rangle$.

Nous allons maintenant calculer $T^{\mu\nu}$ dans le système de coordonnées en chute libre. Pour l'équation des champs d'Einstein à l'origine, nous avons seulement besoin de $T^{\mu\nu}$ à l'origine. En ce point, la vitesse de Hubble est nulle et les galaxies (ou particules) dans une petite boîte auront une distribution en impulsion isotrope, c'est-à-dire une distribution dominée par les vitesses particulières. Il s'ensuit qu'à l'origine $\langle p^i \rangle = \langle p^i p^{j \neq i} \rangle = 0$ et les éléments non diagonaux de $T^{\mu\nu}$ s'annulent à l'origine.

$$T^{\mu \neq \nu}(\tilde{x}^1 = \tilde{x}^2 = \tilde{x}^3 = 0) = 0$$

La composante 00 est, comme toujours,

$$T^{00}(\tilde{x}^1 = \tilde{x}^2 = \tilde{x}^3 = 0) = \rho$$

où ρ est la densité d'énergie. Les composantes espace- espace à l'origine sont:

$$T^{11}(0) = T^{22}(0) = T^{33}(0) = n(\tilde{x}) \left\langle \frac{|\vec{p}|^2}{3E} \right\rangle \equiv P$$

où cette équation définit la "pression" p . Cette définition est en accord avec la définition habituelle pour un gaz parfait à la température T aussi bien dans la limite non relativiste ($T \ll m$) que relativiste ($T \gg m$). Notons que la définition (A.8) implique les relations suivantes entre densité d'énergie et pression ("équation d'état"):

$|p| \ll \rho$ particules non relativistes.

$p = \rho/3$ particules relativistes.

$P = -\rho$ vide.

La pression du vide est négative si la densité d'énergie du vide est positive. Une pression négative peut paraître étrange mais c'est le prix à payer pour avoir une densité d'énergie invariante de Lorentz.

Avant d'écrire les équations des champs, il est utile d'étudier la conservation locale de l'énergie (A.4). Pour un système de particules avec $T^{\mu\nu}$ donné par (A.8), la composante 00 de (A.4) est:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j}_E = 0$$

où le "courant d'énergie" a la forme attendue:

$$\vec{v} = \frac{\vec{p}}{E} \quad \text{et} \quad \vec{j}_E = n \langle E \vec{v} \rangle$$

Pour appliquer la conservation locale de l'énergie (A.4) au système \tilde{x} , nous avons besoin de $T^{\mu\nu}$ hors de l'origine est de prendre le $T^{\mu\nu}$ vu par un observateur comobile et d'en faire la transformation de Lorentz, on trouve:

$$T^{00}(\tilde{x}) = \rho \dots\dots\dots (A.9)$$

$$T^{ij}(\tilde{x}) = p \delta_{i,j} \quad i, j = 1, 2, 3 \dots\dots\dots (A.10)$$

$$T^{i0}(\tilde{x}) = (\rho + p) H_0 \tilde{x}^i \quad i = 1, 2, 3 \dots\dots\dots (A.11)$$

Il est important d'insister sur le fait que ρ et p sont la densité d'énergie et la pression mesurées localement par un observateur co-mobile, c'est-à-dire un observateur co-mobile utilisant son référentiel de Lorentz local.

En prenant la quadri-divergence de $T^{\mu\nu}$ donné par (A.9), (A.10) et (A.11) nous trouvons l'équation de conservation locale de l'énergie:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -3(\rho + p) \frac{\dot{a}}{a} \dots\dots\dots (A.12)$$

où nous avons fait usage de ce que $\tilde{x}^0 = T = t$ à l'origine. Les solutions de cette équation pour l'énergie de la matière, du rayonnement et du vide sont:

- matière non relativiste $\rho_M(a) = \rho_M(a_0) \hat{a}^{-3} \quad |p| \ll \rho$

- matière relativiste $\rho_R(a) = \rho_R(a_0)\hat{a}^{-4}$ $P = \rho/3$

- vide $\rho_V(a) = \rho_V(a_0)$ $p = -\rho$

et

$$\hat{a}(t) = \frac{a(t)}{a_0}$$

La densité d'énergie du vide soit une constante est du à ce que sa valeur est indépendante du nombre de particules en présence. A cause de leur mouvement aléatoire, les particules massives vont quitter la région autour de l'origine. Elles ne sont pas remplacées par d'autres particules à cause de la vitesse de Hubble des particules lointaines. Il ne reste que le vide.

L'équation (A.12) équivaut à:

$$\frac{d(\rho a^3)}{da^3} = -p$$

qui équivaut, à son tour, au premier principe de la thermodynamique pour une expansion adiabatique:

$$d(\rho a^3) = -p da^3 \Rightarrow dE = -p dV \dots\dots\dots(A.13)$$

où E est l'énergie contenue dans un volume fixe co-mobile, c'est-à-dire un volume borné par des coordonnées co-mobiles fixes.

L'équation de Friedmann:

La forme du tenseur d'Einstein $G^{\mu\nu}$ va être déterminé par la conservation de l'énergie (A.4) qui implique que la quadri-divergence de $G^{\mu\nu}$ s'annule. Il n'est donc pas étonnant que nous puissions trouver directement l'équation de Friedmann en imposant la conservation locale de l'énergie sans nous préoccuper de la forme générale de $G^{\mu\nu}$. Pour le faire, nous allons supposer que l'équation des champs pour un univers homogène, les composantes de $T^{\mu\nu}$ sont des fonctions linéaires des paramètres de la métrique $g_{\mu\nu}$ [33]. Dans ce cas les équations des champs deviennent:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G\rho}{3} \quad (\text{équation de Friedmann})\dots\dots\dots(A.14)$$

$$-\frac{2\ddot{a}}{a} - \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - \frac{k}{a^2} = 8\pi G\rho \quad \dots\dots\dots(A.15)$$

Distribution à l'équilibre:

On va étudier la distribution dans l'espace des phases de chaque espèce de particule $i = \gamma, \epsilon, \dots$:

$$F_i(\vec{r}, \vec{p}, t) = \frac{dN_i}{d^3r d^3p} \dots\dots\dots(A.16)$$

Dans certains cas, il est commode de re-normaliser la distribution à la quantité sans dimension:

$$f_i(\vec{r}, \vec{p}, t) = \frac{F_i}{g_i (2\pi\hbar)^3} \dots\dots\dots(A.17)$$

où g_i est le nombre d'états de spin de l'espèce.

La renormalisation de f_i est telle que $f_i = 1$ correspond à la densité maximum dans l'espace des phases permise par le principe de Pauli pour un fermion, $F_i = g_i / (2\pi\hbar)^3$.

Hormis les contraintes du principe de Pauli pour les fermions, les distributions f_i sont a priori arbitraires. Les distributions thermiques à l'équilibre sont, toutefois, particulièrement importantes:

$$f_i(\vec{p}_i) = \frac{1}{\exp\left[\frac{(E_p - \mu_i)}{T}\right] \pm 1} \dots\dots\dots(A.18)$$

où T et μ_i sont la température et le potentiel chimique et où le signe $+$ ($-$) correspond aux fermions (bosons). Dans les applications cosmologiques, le potentiel chimique est en général déterminé par le nombre de particule (si ce nombre est fixe) ou par la différence entre le nombre de particules et d'antiparticules.

Le nombre volumique n_i , la densité d'énergie ρ_i , et la pression partielle p_i sont déterminés par f_i :

$$n_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int d^3p f_i(\vec{p}) \dots\dots\dots(A.19)$$

$$\rho_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int d^3p E_p f_i(\vec{p}) \dots\dots\dots(A.20)$$

$$p_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int d^3 p \frac{|\vec{p}|^2}{3E} f_i(\vec{p}) \dots\dots\dots(A.21)$$

A l'équilibre thermique, f_i est donné par (A.18), et les trois quantités sont fonction de T et μ . Dans les limites relativiste et non relativistes, il est facile de faire les intégrations:

- La limite relativiste ($T \gg m$) avec ($T \gg \mu$). Nous ne considérons que le cas $\mu \sim 0$ car il correspond à un nombre de particules presque égal au nombre d'antiparticules comme c'était le cas, par exemple pour les électrons et positrons lorsque $T \gg m_e$. Le principe de Pauli impose dans ce cas $f_i \leq 1$.

- La limite non relativiste ($m - \mu \gg T$) ce qui implique $f \ll 1$. Dans ce cas, le facteur de Boltzmann $\exp(-m/T)$ diminue radicalement le nombre de particules. Pour $\mu = 0$, il n'y a ni particules ni antiparticules si la température s'annule, $n(T=0, \mu=0) = 0$.

A l'équilibre thermique, la densité d'entropie S est donnée par:

$$S(T, \mu) = \frac{\rho + p - \mu n}{T} \dots\dots\dots(A.22)$$

La densité d'entropie est proportionnelle au nombre de particules. Parce que leur nombre n'est pas limité par un facteur de Boltzmann, les espèces relativistes dominant en général la densité d'entropie. Aujourd'hui, elle est dominée par les photons et les neutrinos. Aux températures plus élevées, elle était dominée par des particules en équilibre thermique avec $m < T$. En supposant une température unique T et des potentiels chimiques nuls, la densité d'entropie est donnée par:

$$s(T) = g_s(T) \frac{2\pi^2}{45} T^3 \dots\dots\dots(A.23)$$

$g_s(T)$ est le nombre effectifs d'états de spin donné par:

$$g_s(T) = \sum_{\text{bosons}} g_i \theta(T - m_i) + \frac{7}{8} \sum_{\text{fermions}} g_i \theta(T - m_i) \dots\dots\dots(A.24)$$

où θ est la fonction de Heaviside.

Pour calculer g_s il faut se souvenir que pour les neutrinos et antineutrinos, un seul des deux états d'hélicité interagit et peut être en équilibre thermique.

Pendant l'époque du rayonnement, la densité d'énergie est dominée par des espèces relativistes. Pour $T > 1 \text{ MeV}$, il y a une température unique et la densité d'énergie est:

$$\rho(T) = g_E(T) \frac{\pi^2}{30} T^4 \dots\dots\dots (A.25)$$

et $g_E(T) = g_s(T)$ ($T > m_e$).

L'importance de la densité d'entropie $s(T, \mu)$ vient de ce que si l'univers est en équilibre thermique, l'expansion est en bonne approximation adiabatique.

En supposant que les potentiels chimiques sont négligeables, c'est-à-dire que les symétries particule- antiparticule sont négligeables, il s'ensuit que:

$$s(T)a^3 = g_s(T)T^3 a^3 = \text{constante} \dots\dots\dots (A.26)$$

Pour le domaine de températures où $g_s(T)$ est constante, (A.26) implique:

$$T \propto \frac{1}{a}$$

L'équation de Boltzmann:

En l'absence de collisions, les particules se propagent librement dans l'espace des phases suivant l'équation de Liouville. Dans un univers homogène, l'équation de Liouville pour une particule d'espèce i de masse nulle est:

$$\frac{\partial F_i}{\partial t} = \frac{\dot{a}}{a} \vec{p} \cdot \vec{\nabla}_p F_i \Rightarrow a \frac{\partial F_i}{\partial a} = \vec{p} \cdot \vec{\nabla}_p F \dots\dots\dots (A.27)$$

De fait, on peut montrer que cette équation s'applique aussi aux particules massives. La solution générale est:

$$F(\vec{p}, a) = F\left(\vec{p} \frac{a}{a_0}, a_0\right) \dots\dots\dots (A.28)$$

L'évolution du nombre volumique n_i en l'absence de collisions se trouve en intégrant (A.27) sur l'impulsion:

$$\frac{dn_i(t)}{dt} = -3 \frac{\dot{a}}{a} n_i \Rightarrow \frac{dn_i a^3}{dt} = 0 \dots\dots\dots (A.29)$$

avec comme solution:

$$n_i = n_i(a_0) \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 \dots\dots\dots (A.30)$$

En présence de collisions, les particules se déplacent dans l'espace des phases non seulement continûment par propagation libre, mais aussi de façon discontinue par collisions discrètes. Nous voulons obtenir les généralisations de (A.25) et de (A.26) qui tiennent compte des réactions élastiques et inélastiques. Pour simplifier, considérons simplement des réactions du type:

$$i + j \leftrightarrow k + l$$

où i, j, k et l désignent des espèces de particules. Nous commençons avec la généralisation de (A.27) en écrivant symboliquement

$$\frac{dn_i}{dt} = -3 \frac{\dot{a}}{a} n_i - c(ij \rightarrow kl) + c(kl \rightarrow ij) \quad (A.31)$$

où les deux termes que nous avons ajoutés tiennent compte de la perte et de gain des particules i dans les réactions. On s'attend à ce que ces termes soient proportionnels aux densités des particules dans l'état initial:

$$c(kl \rightarrow ij) \equiv n_k n_l \gamma_{kl \rightarrow ij}, \quad c(ij \rightarrow kl) \equiv n_i n_j \gamma_{ij \rightarrow kl}$$

Les constantes de proportionnalité, γ , ont la dimension d'un volume divisé par un temps et sont en général interprétés comme des "sections efficaces moyennes multipliées par la vitesse relative" (ou encore des taux de réaction par paires):

$$\gamma_{kl \rightarrow ij} = \langle \sigma_{kl \rightarrow ij} v_{kl} \rangle, \quad \gamma_{ij \rightarrow kl} = \langle \sigma_{ij \rightarrow kl} v_{ij} \rangle$$

Il est utile de définir le taux de réaction par particule i

$$F_{ij \rightarrow kl} \equiv n_j \langle \sigma_{ij \rightarrow kl} v \rangle$$

Nous remarquons que $\Gamma_{ij \rightarrow kl} \neq \Gamma_{ji \rightarrow kl}$. C'est simplement dû à ce que le taux de réaction par particule i est proportionnel au nombre de particule j et vice versa. L'équation (A.31) devient:

$$\begin{aligned} \frac{dn_i}{dt} &= -3 \frac{\dot{a}}{a} n_i + n_k \Gamma_{kl \rightarrow ij} - n_i \Gamma_{ij \rightarrow kl} \\ &= -3 \frac{\dot{a}}{a} n_i + n_k n_l \langle \sigma_{kl \rightarrow ij} v \rangle - n_i n_j \langle \sigma_{ij \rightarrow kl} v \rangle \end{aligned} \dots\dots\dots (A.32)$$

Les trois termes de cette équation décrivent les trois effets qui changent n_i : l'expansion de l'univers, la création des particules i , et la destruction des particules i . Par exemple, si nous ne tenons pas compte des deux premiers termes dans (A.30), la solution est $n_i \propto \exp(-t/\tau_i)$ où $\tau_i = 1/\Gamma(ij \rightarrow kl)$ est la vie moyenne des particules i par $(ij \rightarrow kl)$.

On sait que l'équilibre s'obtient si les taux de réaction sont plus élevés que les taux d'expansion. La présence de ces taux dans (A.30) nous donne une indication préliminaire de la façon dont ce résultat apparaîtra. Si le taux d'expansion est beaucoup plus grand que le taux de réactions, le premier terme domine. Dans le cas inverse, le terme de collision conduit le système à l'équilibre thermique.

Le terme d'expansion peut être combiné avec les termes de diffusion dans (A.30) en calculant $d(na^3)/dt$ puis $d(na^3)/da^3$:

$$\begin{aligned} \frac{dn_i a^3}{da^3} &= \frac{1}{3} \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^{-1} \left(n_k \Gamma_{kl \rightarrow ij} - n_i \Gamma_{ij \rightarrow kl} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^{-1} \left(n_k n_l \langle \sigma_{kl \rightarrow ij} v \rangle - n_i n_j \langle \sigma_{ij \rightarrow kl} v \rangle \right) \end{aligned}$$

Il est utile de trouver la généralisation de l'équation de Liouville (A.24). Comme avec la généralisation de (A.26), on écrit formellement

$$\frac{\partial F_i(\vec{p}_i, t)}{\partial t} = \frac{\dot{a}}{a} \vec{p}_i \cdot \vec{\nabla}_p F_i(\vec{p}_i, t) - C(ij \rightarrow kl) + C(kl \rightarrow ij)$$

Le terme de collision $C(ij \rightarrow kl)$ s'obtient en sommant sur toutes les façons de perdre une particule i d'impulsion \vec{p}_i :

$$\begin{aligned} C(ij \rightarrow kl) &= F_i(\vec{p}_i) \int d^3 p_j F_j(\vec{p}_j) \int g_k d^3 p_k g_l d^3 p_l \frac{d\sigma_{ij}}{d^3 p_k d^3 p_l} v_{ij} \\ &\quad \times (1 \mp f_k(\vec{p}_k))(1 \mp f_l(\vec{p}_l)) \end{aligned}$$

Les intégrales sur les impulsions de particule de type j , k et l , et les facteurs g_j , g_k et g_l , font la somme voulue. Les facteurs $F_i(\vec{p}_i)$ et $F_j(\vec{p}_j)$ reflètent que le taux de $ij \rightarrow kl$ est proportionnel au nombre de particules i et j présentes initialement. Les facteurs $(1 \pm f(p))$ font respecter le principe de Pauli (signe $-$ pour les fermions) ou permettent l'émission stimulée (signe $+$ pour les bosons).

Le terme de collision $C(kl \rightarrow ij)$ est évidemment

$$C(ij \rightarrow kl) = \int F_k(\vec{p}_k) d^3 p_k F_l(\vec{p}_l) d^3 p_l \frac{d\sigma(kl \rightarrow ij)}{d^3 p_i d^3 p_j} v_{kl} g_j d^3 p_j \\ \times (1 \mp f_i(\vec{p}_i))(1 \mp f_j(\vec{p}_j))$$

L'équation de Boltzmann se simplifie si l'on tient compte du fait qu'on bonne approximation les interactions des particules respectent l'invariance par renversement du sens du temps. On s'attend donc à ce que le film d'un processus individuel de collision ait l'air aussi physique que le film projeté en sens inverse. Cela implique que le produit de la section efficace par la vitesse d'une réaction directe soit égal au même produit pour la réaction inverse:

$$v_{ij} \frac{d\sigma(ij \rightarrow kl)}{d^3 p_k d^3 p_l} = v_{jk} \frac{d\sigma(kl \rightarrow ij)}{d^3 p_i d^3 p_j}$$

Dans cette approximation, nous pouvons combiner les deux termes de collision pour trouver:

$$\frac{\partial F_i(\vec{p}_i, t)}{\partial t} = \frac{\dot{a}}{a} \vec{p}_i \cdot \vec{\nabla}_p F_i(\vec{p}_i, t) \\ + \frac{1}{(2\pi)^3} \int g_j d^3 p_j g_k d^3 p_k g_l d^3 p_l v_{ij} \frac{d\sigma(ij \rightarrow kl)}{d^3 p_k d^3 p_l} \\ \times [f_k f_l (1 \mp f_i)(1 \mp f_j) - f_i f_j (1 \mp f_k)(1 \mp f_l)]$$

Dans le cas général, il y a une équation de Boltzmann pour chaque espèce i , chaque équation contenant un terme de collision pour chaque type de réaction $ijk \dots \rightarrow \lambda\mu\nu \dots$. L'équation de Boltzmann couplée à l'équation de Friedmann forme un ensemble d'équations intégral-différentielles qui déterminent l'évolution de l'univers.

Etant donné la complexité de l'équation de Boltzmann, il n'est pas surprenant qu'il n'existe pas de solution explicite et que les équations doivent être intégrées numériquement afin de trouver des solutions approximatives. Cette procédure ne pose pas de problème car toutes les équations se ramènent, au bout du compte, à un système d'équations différentielles couplées du premier ordre.

Deux cas limites ont des solutions approximatives intéressantes qui aident à comprendre les solutions numériques. Le premier est celui de l'absence de collision ($\Gamma \ll H$) dans quel cas la solution de l'équation de Boltzmann est donnée par (A.35) et (A.35). La seconde est celle d'un grand nombre de collisions pendant un temps de Hubble. On s'attend à pouvoir, en première approximation, négliger le terme \dot{a}/a dans (A.32). Dans ce cas, une solution

dépendant du temps ($\partial f/\partial t=0$) est telle que, pour chaque combinaison d'impulsions p_i, p_j, p_k, p_l qui conserve l'impulsion et l'énergie, la distribution satisfait

$$f_k f_l (1 \mp f_i)(1 \mp f_j) = f_i f_j (1 \mp f_k)(1 \mp f_l)$$

c'est-à-dire

$$\frac{f_k}{1 \mp f_k} \frac{f_l}{1 \mp f_l} = \frac{f_i}{1 \mp f_i} \frac{f_j}{1 \mp f_j}$$

Cette condition est satisfaite si pour chaque espèce on a:

$$\frac{f_i}{1 \mp f_i} = \exp[(E_p - \mu_i)/T] \dots\dots\dots(A.33)$$

avec

$$\mu_i + \mu_j = \mu_k + \mu_l \dots\dots\dots(A.34)$$

L'équation (A.33) donne la distribution à l'équilibre thermique de Fermi- Dirac ou de Bose- Einstein

$$f_i(\vec{p}_i) = \frac{1}{\exp[(E_p - \mu_i)/T] \pm 1}$$

où le signe + (-) correspond au fermions (bosons). Test évidemment la température et les μ_i sont les potentiels chimiques pour chaque espèce. Notons que le terme de collision dans l'équation de Boltzmann pousse les distributions vers leur valeur à l'équilibre. Cela se produit effectivement car si les f_i sont supérieurs (inférieurs) à leur valeur à l'équilibre, le terme de collision est négatif (positif).

L'effet de la contrainte chimique (A.34) dépend du type de réaction. La diffusion élastique ne met évidemment aucune contrainte sur les potentiels chimiques. Les réactions inélastiques donnent des contraintes non- triviales. Par exemple, la réaction de bremsstrahlung $e^+e^- \leftrightarrow \gamma$ impose que le potentiel chimique des photons s'annule: $\mu_\gamma=0$.

Cela veut dire que la distribution de photons à l'équilibre est la distribution de Planck. De la même façon, le potentiel chimique de n'importe quelle espèce dont la distribution n'est pas contrainte par la conservation d'un nombre quantique s'annule à l'équilibre thermique.

La réaction $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ impose qu'à l'équilibre thermique

$$\mu_{e^-} = -\mu_{e^+}$$

C'est également vrai de toute particule x en équilibre avec son antiparticule x':

$$\mu_x = -\mu_{\bar{x}}$$

Appendice B

La symétrie L- R

1- La brisure de la Symétrie L-R

La façon la plus simple de briser la symétrie gauche- droite du groupe $G=SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ vers la symétrie électrofaible, est de laisser en un premier temps la symétrie $SU(2)_L$ intacte comme suit

$$\begin{array}{ccccc}
 SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L} & \xrightarrow{\Delta} & SU(2)_L \otimes U(1)_Y & & \\
 \downarrow & & \downarrow & & \\
 W_{L\mu}^i & W_{R\mu}^i & C_\mu & W_{L\mu}^i & B_\mu \dots\dots\dots(B.1) \\
 g_L & g_R & g' & g_L & g_Y
 \end{array}$$

Les bosons de jauge associés à chaque groupe sont indiqués sur la deuxième ligne de l'équation (B.1). Il s'agit bien des états propres de jauge et non nécessairement des états propres de masse. Les membres électriquement neutres de ces derniers sont le photon A, le Z et un Z' lourd. Les deux bases sont reliées par les transformations unitaires:

$$\begin{cases} B = \cos\theta_w A - \sin\theta_w Z \\ W_L^3 = \sin\theta_w A + \cos\theta_w Z \end{cases} \quad \begin{cases} C = \cos\theta_s B - \sin\theta_s Z' \\ W_R^3 = \sin\theta_s B + \cos\theta_s Z' \end{cases} \dots\dots\dots(B.2)$$

où θ_w est l'angle de mélange électrofaible et θ_s est un nouvel angle qui détermine le mélange entre les bosons de jauge de $SU(2)_R$ et de $U(1)_{B-L}$. Cette séparation de la matrice de transformation unitaire 3x3 qui relie la base de jauge à la base de masse en une combinaison de deux transformations 2x2 est dictée par la chaîne de brisure de symétrie (B.1). On peut on principe concevoir un mécanisme plus compliquer, brisant simultanément la symétrie $SU(2)_L$. Dans ce cas il faut introduire un troisième angle de mélange ZZ' ainsi qu'une phase complexe qui brise la symétrie CP. Toutefois, les résultats obtenus sur la résonance Z^0 restreignent sévèrement les valeurs admissibles de ces paramètres. J'ai spécifiée dans la troisième ligne de l'équation (B.1) les constantes de couplage associés à chaque groupe de jauge. Comme nous identifions la symétrie $SU(2)_L$ du groupe de la symétrie gauche- droite avec la symétrie $SU(2)_L$ du modèle standard, sa constante de couplage est celle des interactions électrofaibles $g_L = g = e/\sin\theta_w$, où e est la charge de l'électron. L'un des deux autres couplages, g_R ou g' , peut être choisi arbitrairement. L'autre est alors déterminé de manière unique.

En principe, si $g_R \neq g_L$ on ne peut pas vraiment qualifier ce modèle de symétrie gauche- droite. Le choix $g_R = g_L$ n'est en fait absolument pas l'option

préférée des théoriciens. En effet, même si cette égalité est imposée à une quelconque haute énergie, les constantes de couplages évolueront fatalement différemment vers les basses énergies. Ceci est inéluctable, puisque deux différentes échelles d'énergies sont impliquées, celle de la brisure de $SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ et celle de la brisure de $SU(2)_L \times U(1)_Y$.

Par analogie avec la brisure de la symétrie $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM}$ qui donne l'expression $Q = T_L^3 + Y$ pour l'opérateur de charge électromagnétique, la brisure de la symétrie $SU(2)_R \times U(1)_{B-L} \rightarrow U(1)_Y$ donne $Y = T_R^3 + (B-L)/2$ pour l'opérateur d'hypercharge. Dans le cadre du modèle symétrique gauche-droite, l'opérateur de charge électromagnétique s'écrit donc:

$$Q = T_L^3 + T_R^3 + \frac{B-L}{2} \dots\dots\dots(B.3)$$

La symétrie $SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ est brisée dans l'équation (B.1) à l'aide d'un champ de Higgs Δ :

$$\Delta(1,3,2) \equiv \begin{pmatrix} \delta^{++} \\ \delta^+ \\ \delta^0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(B.4)$$

qui porte la charge $B-L=2$ et se transforme comme un singulet de $SU(2)_L$ et un triplet de $SU(2)_R$. L'ensemble de trois nombres quantiques qui sont indiqués entre parenthèse derrière le Δ permet une classification commode des particules. Les deux premiers chiffres indiquent la dimension des représentations $SU(2)_L$ et $SU(2)_R$ auxquelles elles appartiennent. Le troisième nombre quantique est la différence de leurs nombres baryonique et leptonique $B-L$.

Lorsque l'élément neutre du triplet Δ (B.4) acquière une valeur moyenne dans le vide:

$$\langle \Delta \rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v \end{pmatrix} \dots\dots\dots(B.5)$$

La partie cinétique du lagrangien de Higgs prend la forme suivante en fonction de la dérivée covariante D_μ :

$$\begin{aligned} |D_\mu \Delta|^2 &= \left| \left(\partial_\mu - igT^a W_{R\mu}^a - ig' \frac{B-L}{2} C_\mu \right) \Delta \right|^2 \\ &= \dots + \frac{1}{2} |v|^2 g_R^2 W_\mu^+ W_\mu^- + |v|^2 (g_R W_{R\mu}^3 - g' C_\mu)^2 \\ &= \dots + \frac{1}{2} |v|^2 g_R^2 W_\mu^+ W_\mu^- + |v|^2 [(g_R \cos \theta_s + g' \sin \theta_s) Z'_\mu - (g_R \sin \theta_s - g' \cos \theta_s) B_\mu]^2 \\ &= \dots + \frac{1}{2} |v|^2 g_R^2 W_\mu^+ W_\mu^- + |v|^2 [(g_R \cos \theta_s + g' \sin \theta_s) Z'_\mu]^2 \end{aligned}$$

On conserve que les termes contenant la valeur moyenne dans le vide v , parce que eux seuls sont responsables de la brisure de symétrie. Comme à ce stade la symétrie $SU(2)_L \times U(1)_Y$ doit rester conservée, la masse du boson B (associé à la symétrie $U(1)_Y$) doit être nulle. Ce fait implique une intéressante relation entre l'angle de mélange θ_s et les constantes de couplage g_R et g' . La masse du Z' est proportionnelle au carré de la norme de la valeur moyenne dans le vide v et reste donc un paramètre libre.

2- Les fermions:

Par définition du modèle symétrique gauche- droite, les quarks et les leptons se transforment comme des doublets de $SU(2)_L$ et $SU(2)_R$, nous avons pour chaque génération:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_L \left(2, 1, \frac{1}{3} \right) \equiv \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \\ Q_R \left(1, 2, \frac{1}{3} \right) \equiv \begin{pmatrix} u_R \\ d_R \end{pmatrix} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} L_L (2, 1, -1) \equiv \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \\ L_R (1, 2, -1) \equiv \begin{pmatrix} \nu_R \\ e_R \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

Nous remarquons que nous avons introduit un neutrino droit ν_R . La conséquence est que les neutrinos peuvent ainsi développer une masse et cela a un sens de se demander si ce sont des fermions de Majorana ou de Dirac.

2-1 Les Neutrinos de Majorana:

Les neutrinos droits peuvent acquérir une masse de Majorana au travers de la valeur moyenne dans le vide du triplet de Higgs Δ (B.5). En effet, on peut écrire une interaction de Yukawa invariante de jauge liant le doublet de lepton droits au triplet de Higgs sous la forme:

$$\mathcal{L}_Y = \lambda \bar{L}_R^c i \sigma_2 \vec{\sigma} \cdot \vec{\Delta} L_R \dots\dots\dots(B.6)$$

où L_R^c représente les fermions conjugués de charge et où σ est un vecteur formé des trois matrices de Pauli, dont le produit scalaire avec le triplet de Higgs Δ donne une matrice 2×2 .

En écrivant explicitement les composantes des différents multiplets dans le lagrangien \mathcal{L}_Y , et en nous concentrant uniquement sur les termes qui impliquent la valeur moyenne dans le vide du Higgs, nous obtenons le lagrangien de masse du neutrino:

$$\mathcal{L}_Y^{\text{mass}} = \lambda \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_R^c & \bar{l}_R^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_R \\ l_R \end{pmatrix} + \dots \dots \dots \text{(B.7)}$$

Le neutrino droit acquiert ainsi une masse de Majorana $m_{\nu R} = (2)^{1/2} \lambda v$ qui doit être très lourde puisqu'elle est proportionnelle à la valeur moyenne dans le vide du Higgs responsable de la brisure spontanée de symétrie gauche-droite. Ce terme de masse est très particulier, car il ne conserve aucun nombre quantique additif. En particulier, puisque la charge électromagnétique n'est pas conservée, les particules chargées peuvent que développer une masse de Dirac du type

$$m(\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L)$$

Par contre, les fermions neutres ne sont pas soumis à cette contrainte.

Le terme de massa de Majorana permet toutes sortes de processus qui ne conservent pas le nombre leptonique, tel la fameuse "double désintégration β sans neutrino". Il permet aussi des collisions d'une saveur de neutrino à une autre. Toutes ces implications sont passionnantes, aussi bien du point théorique que phénoménologique.

Appendice C: Calculs de monopoles solutions de $(SU(3))^4$

On considère la forme la plus générale d'un potentiel renormalisable et invariant de jauge de champs de Higgs:

$$(C.1) \quad V(\Phi) = -\mu^2 \text{Tr}\Phi^2 + \alpha_1 (\text{Tr}\Phi^2) + \alpha_3 \text{Tr}\Phi^3 + \text{constante}$$

avec

$$\Phi = \lambda^a \phi^a$$

λ^a et ϕ^a sont les matrices de Gell-Mann et les champs de Higgs, respectivement.

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

les champs de Higgs sont: $\phi_1, \phi_2, \phi_L, \phi_R$ et $\chi_1, \chi_2, \chi_L, \chi_R$, on obtient:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_L + \frac{1}{\sqrt{3}} \chi_R & \phi_1 - i\phi_2 & \phi_R - i\chi_1 \\ \phi_1 + i\phi_2 & -\phi_L + \frac{1}{\sqrt{3}} \chi_R & \chi_2 - i\chi_L \\ \phi_R + i\chi_1 & \chi_2 + i\chi_L & -\frac{2}{\sqrt{3}} \chi_R \end{pmatrix}$$

Par la substitution de Φ dans (C.1) on va trouver l'expression de $V(\Phi)$. Pour trouver le monopole ponctuel il suffit de minimiser $V(\Phi)$ par rapport chaque champ de Higgs, on obtient les équations suivantes:

$$\frac{\partial V}{\partial \phi_1} = -4\mu_1^2 \phi_1 + 16\alpha_2 [\phi_1^2 + \phi_L^2 + \phi_2^2 + \phi_R^2 + \chi_1^2 + \chi_2^2 + \chi_L^2 + \chi_R^2] \phi_1 \\ + \alpha_3 \left[\frac{12}{\sqrt{3}} \chi_R \phi_1 + 2\chi_2 \phi_1 + i\phi_L \phi_2 - \frac{2i}{\sqrt{3}} \chi_R \phi_2 + 2\phi_L \phi_2 + 3\phi_R \chi_2 + 6\chi_L \chi_1 \right] = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \phi_2} = & -4\mu_1^2 \phi_2 + 16\alpha_2 [\phi_2^2 + \phi_L^2 + \phi_1^2 + \phi_R^2 + \chi_1^2 + \chi_2^2 + \chi_L^2 + \chi_R^2] \phi_2 \\ & + \alpha_3 \left[-\frac{2i}{\sqrt{3}} \phi_1 \chi_R + \frac{12}{\sqrt{3}} \phi_2 \chi_R + 2\phi_1 \phi_L - i\phi_1 \phi_L + i\phi_L^2 + 6\chi_1 \chi_2 - 2i\phi_2 \phi_R - 3\chi_L \phi_R \right. \\ & \left. + i\chi_1 \chi_2 + i\chi_2 \phi_R - \chi_L \chi_R - i\chi_1 \chi_L \right] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \phi_1} = & -4\mu_1^2 \phi_L + 16\alpha_2 [\phi_L^2 + \chi_R^2 + \phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_R^2 + \chi_1^2 + \chi_2^2 + \chi_L^2] \phi_L \\ & + \alpha_2 \left[\frac{12}{\sqrt{3}} \chi_R \phi_L + 2i\phi_2 \phi_L + 3\phi_R^2 + 3\chi_1^2 - 2\chi_2^2 + 2\phi_1 \phi_2 - i\phi_1 \phi_2 + i\chi_1 \phi_R \right. \\ & \left. - i\chi_2 \phi_R + i\chi_2 \chi_L - 2\chi_L^2 \right] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \phi_R} = & -4\mu_1^2 \phi_R + 16\alpha_2 [\phi_R^2 + \phi_L^2 + \phi_1^2 + \phi_2^2 + \chi_R^2 + 2\chi_2^2 + 2\chi_L^2 + \chi_1^2] \phi_R \\ & + \alpha_3 \left[6\phi_R \phi_L - \frac{6}{\sqrt{3}} \phi_R \chi_R + \chi_2 \phi_1 + 2\chi_2 \phi_2 - 6\chi_L \phi_2 + \frac{2i}{\sqrt{3}} \chi_1 \chi_R - i\phi_2^2 \right. \\ & \left. - i\phi_L \chi_2 + i\chi_1 \phi_L - i\phi_2 \chi_2 \right] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \chi_1} = & -4\mu_1^2 \chi_1 + 16\alpha_2 [2\phi_R^2 + \phi_L^2 + \phi_1^2 + \phi_2^2 + \chi_R^2 + \chi_2^2 + \chi_L^2 + \chi_1^2] \chi_1 \\ & + \alpha_3 \left[6\chi_1 \phi_L - \frac{6}{\sqrt{3}} \chi_1 \chi_R + 4\chi_2 \phi_2 + 6\chi_L \phi_1 + i\phi_2 \chi_2 + i\phi_L \phi_R - i\phi_2 \chi_L \right] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \chi_2} = & -4\mu_1^2 \chi_2 + 16\alpha_2 [\phi_R^2 + \phi_L^2 + \phi_1^2 + \phi_2^2 + \chi_R^2 + \chi_2^2 + \chi_L^2 + \chi_1^2] \chi_2 \\ & + \alpha_3 \left[4\phi_R \phi_1 + i\phi_2 \phi_R + 6\chi_1 \phi_2 + \phi_1 \chi_R + i\phi_2 \chi_1 - 4\phi_L \chi_2 + 2i\phi_L \chi_L \right. \\ & \left. - \frac{8}{\sqrt{3}} \chi_2 \chi_R - i\phi_R \phi_L + \phi_1^2 - i\chi_L \phi_L - \frac{2i}{\sqrt{3}} \chi_L \chi_R \right] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \chi_L} = & -4\mu_1^2 \chi_L + 16\alpha_1 [2\phi_R^2 + \phi_L^2 + \phi_1^2 + \phi_2^2 + \chi_2^2 + \chi_L^2 + \chi_1^2] \chi_L \\ & + \alpha_3 \left[-6\phi_R \phi_2 + i\chi_1 \phi_1 + 6\phi_1 \chi_1 + \frac{i}{\sqrt{3}} \chi_2 \chi_R - \chi_2^2 - 4\phi_L \chi_L - \frac{8}{\sqrt{3}} \chi_L \chi_R \right. \\ & \left. + i\chi_2 \phi_L - i\chi_1 \phi_2 \right] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \chi_R} = & -4\mu_1^2 \chi_R + 16\alpha_2 [\phi_R^2 + \phi_L^2 + \phi_1^2 + \phi_2^2 + \chi_R^2 + \chi_1^2] \chi_R \\ & + \alpha_3 \left[\frac{6}{\sqrt{3}} \phi_L^2 - \frac{22}{\sqrt{3}} \chi_R^2 + \frac{6}{\sqrt{3}} \phi_1^2 - \frac{2i}{\sqrt{3}} \phi_2 \phi_1 + \frac{6}{\sqrt{3}} \phi_2^2 - \sqrt{3} \phi_R^2 - \sqrt{3} \chi_1^2 \right. \\ & \left. + \phi_1 \chi_2 - \frac{4}{\sqrt{3}} \chi_2^2 - \frac{4}{\sqrt{3}} \chi_L^2 \right] = 0 \end{aligned}$$

Références

- [1] R. N. Mohapatra, J. C. Pati, Phys. Rev. D 11 (1975) 566.
- [2] Super- Kamiokande Collaboration, Y. Fukuda, et al. Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 1158;
Super- Kamiokande Collaboration, Y. Fukuda, et al. Phys. Rev. Lett. 82 (1999) 1810.
- [3] SNO Collaboration, Q. R. Ahmed, et al., nucl- ex / 0204008.
- [4] "Neutrino masses and mixing parameters in Left- Right model with mirror fermions". R. Gaitan, A. Hernandez-Galeana, J. M. Rivera-Rebolledo and P. Fernandez de Cordoba. "Interdisciplinary Modeling Group, InterTech".
- [5] B. Pontecorvo, Sov. Phys. JETP7(1958) 172, Zh. Eksp. Teor Fiz. 34(1957) 247; Z. Maki, M. Nakagawa, S. Sakata, Prog. Theor. Phys. 28 (1962) 870.
- [6] T. Yanagida, in Proceedings of the Workshop on the Unified Theory and the Baryon Number in the Universe, (O. Sawada and A. Sugamoto, eds.), KEK, Tsukuba, Japan, 1979, p. 95; M. Gell-Mann, P. Ramond, and S. Slansky, Complex spinors and unified theories, in Supergravity (P. Van Nieuwenhuizen and D. Z. Freedmann, eds), North Holland, Amsterdam, 1979, p. 315; R. N. Mohapatra and G. Senjanovic, Phys. Rev. Lett 44, 912 (1980).
- [7] Lars Bergstrom and Ariel Goobar, "Cosmology and Particle Astrophysics, Department of Physics, Stockholm University, Sweden.
- [8] M. Fukugita and T. Yanagida, Phys, Lett. B 174, 45 (1986).
- [9] T. Masson, "Géométrie non- commutative et applications à la théorie des champs". Vienna, Preprint ESI 296 (1996)
- [10] L. C. Biedenharn, "Quantum group symmetry and q- tensor algebras", Univ. Texas, Aust. M. A. Lohe, Northern Territory, Australia.
- [11] P. Kulish and N. Reshtikhin, "Quantum linear problem for the Sine-Gordan equation and higher representations", Zap. Nauch. Seminarov LOMI, 101 (1981) 101 110, (J. Soviet Math. 23 (1983) 2435441.
- [12] L. D. Faddeev, "Integrable models in (1+1) dimensional quantum field theory", in Les Houches lectures XXXIX, 1982, Elsevier Science publishers B. V, North- Holland, Amsterdam (1984) 563-608; E. Sklyanib, L. Takhtajan, Phys. 40 (1979) 688-706.
- [13] G. Senjanovic R. N. Mohapatra, Phys. Rev. D 12 (1975) 1502; R. N. Mohapatra and R. E. Marshak, Phys. Lett 91 B (1980) 222.
- [14] J. B. McGuire, "Study of exactly soluble one dimensional N.body problems", J. Math. Phys. 5 (1964) 622. 636; C. N. Yang, "Some exact results

for the many-body problem into one dimension with repulsive Delta function interaction", *Phys. Rev. Lett.* 19 (1967) 1312- 1314.

[15] F.- Xavier Désert, "Cours de Cosmologie", Laboratoire D'Astrophysique Observatoire De Grenoble.

[16] E. W. Kolb, M. S. Turner, "the Early Universe", Addison- Wesley, Reading, MA, 1989.

[17] Pour des revues récentes, voir M. Dine, A. Kusenko, *Rev. Mod. Phys.* 76 (2004)1; K. Enqvist, A. Mazumdar, *Phys. Rep.* 380 (2003) 99.

[18] Y. V. Galaktionov, "Antimatter in cosmic rays, *Rept. Prog. Phys.* 65 (2002) 1243.

[19] A. D. Sakharov, "Violation of CP invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the Universe". *Pisma Zh. Eksp. Theor. Fiz.* 5:32-35, (1967).

[20] "Baryon Asymmetry, Neutrino mixing and Supersymmetric SO(10) unification", M. Plumacker, Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY, Notkestr. 85, D-22603

[21] V. A. Kuzmin, V. A. Rubacov and M. E. Shaposhnikov, "Electroweak baryogenesis", Moscow 1991, Proceedings, "Sakharov memorial lectures in physics (1991) 2, 779.

[22] R. Foot and H. Lew, *Phys. Rev. D* 41, 3502 (1990); *Nuovo Cirn. A* 104, 167 (1991); R. Foot, H. Lew and R. R. Volkas, *Phys. Rev. D* 44, 1531 (1991).

[23] G. C. Joshi and R. R. Volkas, *Phys. Rev. D* 45, 1711 (1992).

[24] K. S. Babu, E. Ma and S. Willenbrock, *Phys. Rev. D* 69, 051301 (2004).

[25] D. I. Kazakov, "Beyond the standard model (in search of supersymmetry)", hep- ph / 0012288 (2000).

[26] R. A. M. Dirac, *Proc. R. Soc. A* 133, 60 (1931).

[27] G. t'Hooft, *Nucl. Phys. B* 79, 276 (1974).

[28] A. M. Polyakov, *Sov. Phys. JETP Lett.* 20, 194 (1974).

[29] P. Goddard and D. I. Olive, *Rep. Prog. Phys* 41, 1357 (1978).

[30] A. S. Schwarz, *Nucl. Phys. B* 112, 358 (1976).

[31] Kirk O. Olynyk, "Spherically- Symmetric Monopole Solutions in SU(2) and SU(3) Gauge Theories", B. Sc., Simon Fraser University, 1976.

[32] Cas Zwaneveld, "Baryogenesis and Leptogenesis", Master thesis, Institute for Theoretical Physics, University of Amsterdam, Valckenierstraat 65, 1018 XE Amsterdam, the Netherlands.

[33] S. Weinberg, "Gravitation and Cosmology". Wiley, (1972).

- [34] A. Leike, S. Riemann, T. Riemann, Phys. Lett. B 291 (1992) 187
- [35] N.Mebarki, L.Achiri, J.Mimouni, A q-deformed left-right symmetric model, Czech.Journal of Physics, Vol56 (2006), No 4

Abstract

The standard model of particle physics has been tested experimentally up to energies of about 100 GeV. But there are good reasons to believe that it is not an ultimate theory, there is no doubt that it is only an approximation to "low" energy of a reality more complex and symmetrical which will occur at higher energies.

The idea is to amplify the symmetry group $SU(2) \times U(1)$ by imposing an additional symmetry for the chirality.

We have first considered the quantum deformation of groups and have applied in the first part of this working group $SU(2)_L \times SU(2)_R$. Through this work, we built a new model of symmetry Left-Right group based on the quantum $SU_q(2)_L \times SU_q(2)_R$ with a single coupling constant and has no equivalent classic.

In the second part, we have applied this symmetry LR a problem of cosmology, that of baryogenesis in the early universe. How to explain this effect, the fundamental baryonic asymmetry that we see today for the content of the Universe, where the baryons dominates the universe at the expense of anti-baryons. Our model fits into this approach. In this work, we described a model based on the asymmetrical $[SU(3)]^4 = SU(3)_q \times SU(3)_l \times SU(3)_L \times SU(3)_R$, for the purpose of providing an explanation for the excess of baryons in our universe via the idea of the existence of a monopole in the $[SU(3)]^4$. For this purpose we seek solutions as monopoles in the quartification model based on the $[SU(3)]^4$ group, then we studied how the monopole effects from $SU(2)_l$ may be transmitted to lepton by the $SU(2)_l$ gauge boson. This process violates the leptonic number which is a necessary condition for leptogenesis. The leptonic number will be converted to a baryonic number by transitions to sphalerons and could thus explain the baryonic asymmetry.

Passwords: deformed theory, left-right symmetry, matter-antimatter.

ملخص

الهدف من خلال هذا العمل هو دراسة احد النماذج الناتجة عن تمديد النموذج القياسي ل Weinberg-Salam الذي يعتمد على حقل جوج $SU(2)_L \times U(1)_Y$ وهو نموذج التناظر شمال-يمين. في القسم الأول من هذا العمل درسنا هذا الأخير في إطار نظرية التشوه. اين وجدنا انه يمكننا توحيد ثوابت الإتران g_L و g_R اذا درسنا نموذج التناظر شمال-يمين اعتمادا على الحقل الكوانتي $SU_q(2)_L \times SU_q(2)_R$ ومن خلال النتائج المحصل عليها وجدنا كذلك أن زوايا الربط θ_L و θ_R مختلفة مع وجود جسيمة جديدة 'Z'. اما في القسم الثاني درسنا التناظر بين الكواركات والبتونات في اطار النموذج المعتمد على حقل جوج $SU(2)_R \times SU(2)_L \times SU(2)_1 \times SU(2)_q$ وكتطبيق حاولنا تفسير عدم التناظر مادة-ضد مادة اعتمادا على نتائج الدراسات السابقة والتي تنص على ان انشطار جسيمة ثقيلة يؤدي الى تغير العدد الكوانتي L , حيث اعتبرنا أن هذه الجسيمة هي الأحادي القطب.

المفاتيح: نظرية التشوه ، التناظر يسار-يمين ، مادة – ضد مادة .

Résumé

Dans ce travail on a étudié deux modèles de la symétrie L-R, dont le travail était divisé en deux parties. Dans la première partie, on a étudié le modèle de la symétrie L-R dans le cadre de la théorie de déformation, ce modèle est basé sur le groupe de jauge $SU_q(2)_L \times SU_q(2)_R$, comme résultat obtenu à travers ce travail on voit qu'on peut unifier les constantes de couplage g_L et g_R dans le cadre de ce modèle, ainsi que les angles de mixage θ_L et θ_R sont différents. Dans la deuxième partie on a étudié la symétrie entre les quarks et les leptons dans le cadre de modèle de quantification basé sur le groupe de jauge $SU(3)_q \times SU(3)_l \times SU(3)_L \times SU(3)_R$. Comme application dans ce modèle on a essayé d'étudier la théorie de la baryogenèse qui peut être expliquée par la désintégration d'un monopôle solution de $(SU(3))^4$.

Les mots clés: La théorie de déformation, la symétrie gauche-droite, matière- antimatière.