

**RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET**  
**DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITÉ DES FRÈRES MENTOURI CONSTANTINE 1**  
**FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES**  
**DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE**

N° d'ordre :...../Doct/2016.  
Série :...../physique/2016.

**THESE**

Présentée pour obtenir le diplôme de Doctorat en Sciences en  
Physique Energétique

**Transfert Convectif dans une Cavité Totalement ou Partiellement  
Occupée par une Matrice Poreuse en ETL ou HETL**

Par : **Abderrahim BOUROUIS**

Soutenue le: 15 / 12 / 2016

Devant le jury composé de :

Président : Mr. L. BAHY, Prof Université Frères Mentouri Constantine 1

Rapporteur : Mr. A. OMARA, Prof Université Frères Mentouri Constantine 1

Examineurs : Mr. C. BOUGRIOU, Prof Université Batna 2

Mr. E. MEZAACHE, Prof Université 20 Août 1955-Skikda

Mr. A. LAOUIR, Prof Université Mohamad Sadik Ben Yahia-Jijel

## Remerciements

Je remercie tout d'abord, **ALLAH**, le tout puissant qui nous éclaire le bon chemin et qui nous donne le courage et le pouvoir pour réaliser ce travail.

Je remercie vivement et chaleureusement mon encadreur Monsieur A. OMARA professeur à l'université Mentouri Constantine1. Je le remercie pour son aide et ses conseils qui ont contribué à la réalisation de ce travail.

J'exprime ma gratitude à L. BAHI, professeur à l'université Mentouri Constantine, pour avoir accepté de présider le jury de ma soutenance.

J'exprime aussi mes remerciements aux membres de jury ; E. MEZAACHE, professeur à l'université 20 août 1955, Skikda, C. BOUGRIOU, professeur à l'université Hadj Lakhdar, Batna, et A. LAOUIR, professeur à l'université Mohamad Sadik ben Yahya, Jijel, pour m'avoir fait l'honneur de juger et mettre en valeur ce travail.

A tous, je tiens à exprimer mes sincères remerciements.

# Dédicace

A mon père et ma très chère maman, qui m'ont éclairés le chemin en me donnant la main tout au long de mes années d'étude

« Que ALLAH me les gardes »

A mes frères.

A mes sœurs.

A ma femme.

A mes enfants

A tous mes maîtres

A tous les scientifiques

A tous mes amis sans exception.

# Sommaire

Abstract	I
Résumé	II
ملخص	III
Remerciements	IV
Dédicace	V
Sommaire	VI
Nomenclature	X
Liste des figures	XIII
Liste des tableaux	XIX
Introduction générale	01

## Chapitre I

### Généralités et Recherche Bibliographique

I.1. Introduction	03
I.2. Volume élémentaire représentatif	03
I.3. Modèle d'écoulement dans les milieux poreux	05
I.3.1. Modèle de Darcy	05
I.3.2. Modèle Darcy-Brinkman	05

---

I.3.3. Modèle Brinkman-Wooding	05
I.3.4. Modèle Forchheimer	06
I.3.5. Modèle Darcy-Brinkman -Forchheimer	06
I.4. Revue bibliographique	06
I.5. Conclusion	28

## **Chapitre II**

### **Modèle physique**

II.1. Introduction	29
II.2. Modélisation mathématique	29
II.2.1. Convection mixte conjuguée dans une cavité occupée par une couche poreuse verticale	29
II.2.2. Convection naturelle dans une cavité poreuse en hors équilibre thermique local	35
II.3. Conclusion	38

## **Chapitre III**

### **Modélisation numérique**

III.1. Introduction	39
III.2. Equation générales de transport	39
III.3. Linéarisation de terme source	40
III.4. Maillage	41
III.5. Discrétisation des équations mathématiques	44
III.5.1. Schémas numériques	46
III.5.2. Fonction d'interpolation $A( P )$ pour différents schémas numériques	47

---

III.6. Discrétisation des équations de transport (Convection mixte en ETL).	47
III.6.1. Équation de quantité de mouvement suivant X	47
III.6.2. Équation de quantité de mouvement suivant Y	49
III.6.3. Équation d'énergie	50
III.7. Discrétisation des équations de transport (Convection naturelle en HETL).	51
III.7.1. Équation de quantité de mouvement suivant X	51
III.7.2. Équation de quantité de mouvement suivant Y	52
III.7.3. Équation d'énergie pour la phase fluide	53
III.7.4. Équation d'énergie pour la phase solide	54
III. 8. Discrétisation des conditions aux limites	55
III.8.1. Discrétisation des conditions aux limites (Convection mixte conjuguée)	55
III.8.2. Discrétisation des conditions aux limites (Convection naturelle en HETL.).	56
III.9. Algorithme SIMPLE (Patankar [77])	59
III.10. Détails du calcul	59
III.10.1. La sous relaxation	59
III.10.2. Critère de convergence	60

## **Chapitre IV**

### **Résultats et discussion**

#### **Application « A »**

#### **Convection mixte conjuguée dans une cavité carrée occupée par une couche poreuse verticale.**

IV.A.1. Introduction	63
IV.A.2. Influence du maillage	64

---

IV.A.3. Validation du code	66
IV.A.4. Résultats et discussion.	70
IV.A.4.1. Mouvement de la paroi vers le haut (mouvement ascendant)	71
IV.A.4.2. Mouvement de la paroi vers le bas (mouvement descendant)	85
IV.A.5. Conclusion	101

### **Application « B »**

#### **Convection naturelle dans une cavité poreuse hors équilibre thermique local avec des parois partiellement actives**

IV.B.1. Introduction	102
IV.B.2. Effet du maillage et validation du code	102
IV.B.3. Résultats et discussion	104
IV.B.3.1. Effet de paramètres d' hors équilibre thermique local	104
IV.B.3.2. Effet du nombre de Rayleigh et de Darcy	115
IV.B.4. Conclusion	118
Conclusion générale	119
Liste des publications	121
Références bibliographique	123

# Nomenclature

Symbols	Definition	Unités
A	coefficients dans le système d'équations algébriques discrétisées	—
A P	fonction d'un schéma numérique en fonction du nombre de Peclet	—
B	terme source dans le système d'équations algébriques discrétisées	—
C <sub>p</sub> f	capacité calorifique du fluide	J/kg. K
D	terme de diffusion dans le système d'équations algébriques discrétisées	—
Da	nombre de Darcy, ( $= K/L^2$ )	—
dX <sub>e</sub> , dX <sub>w</sub> , dY <sub>n</sub> , dY <sub>s</sub>	distances entre le nœud considéré P et les nœuds E, W, N, S.	—
F	nombre de Forchheimer, ( $= C_F L / \sqrt{K}$ )	—
F <sub>C</sub>	coefficient de Forchheimer, ( $= 1.75 / \sqrt{150 \epsilon^{3/2}}$ )	—
G	accélération de la pesanteur	m. s <sup>-2</sup>
Gr	nombre de Grashof, ( $= g\beta\Delta TL^3 / \nu^2$ )	—
H	épaisseur de la couche poreuse	m
h'	coefficient volumétrique d'échange interphase	W. m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup>
H	coefficient d'échange interphase, ( $= h' L^2 / \epsilon k_f$ )	—
K	permiabilité	m <sup>-1</sup>
L	hauteur de la cavité	m
Nu	nombre du Nusselt local ( $= -(\partial\theta/\partial x)$ )	—

$Nu_{moy}$	nombre du Nusselt moyen ( $= \int Nu \partial Y$ )	—
$p$	pression	Pascal
$P$	pression adimensionnelle, ( $= p / \rho V_{ref}^2$ )	—
$Pe$	nombre de Peclet, ( $= \rho C_p v L / k$ )	—
$Pr$	nombre de Prandtl, ( $= \mu C_p / k$ )	—
$Ra$	nombre de Rayleigh, ( $= g \beta \Delta T L^3 / \nu \alpha$ )	—
$R_K$	rapport de conductivité thermique, ( $= k_{eff} / k_f$ )	—
$R_\mu$	rapport de la viscosité dynamique, ( $= \mu_{eff} / \mu_f$ )	—
$Re$	nombre de Reynolds, ( $= \rho L V_{ref} / \mu$ )	—
$Ri$	nombre de Richardson, ( $= g \beta \Delta T L / v^2$ )	—
$S_\emptyset$	terme source	—
$T$	température	K
$t$	épaisseur	s
$T_C$	température de la paroi chaude	K
$T_F$	température de la paroi froide	K
$U$	composante de la vitesse suivant la direction x	$m \cdot s^{-1}$
$U$	composante adimensionnelle de la vitesse axiale	—
$u_i$	composante de la vitesse suivant la direction i (U, V)	$m \cdot s^{-1}$
$v$	composante de la vitesse suivant la direction y	$m \cdot s^{-1}$
$v_P$	vitesse à la paroi	$m \cdot s^{-1}$
$V$	composante adimensionnelle de la vitesse transversale	—
$V_P$	vitesse adimensionnelle à la paroi	—
$X$	direction longitudinale	m
$Y$	Direction transversale	m

**Symboles Grecs**

$\alpha_e$	coefficient de diffusion thermique effective	$m^2 \cdot s^{-1}$
$\beta$	coefficient d'expansion thermique à pression constante	$K^{-1}$

$\Phi$	variable de l'équation générale du transport (pression, ....)	—
$K$	conductivité thermique	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
$\mu$	viscosité dynamique	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
$\gamma$	viscosité cinématique	$m^2 \cdot s^{-1}$
$\theta$	température adimensionnelle, $(= (T - T_C)/(T_H - T_C))$	—
$\gamma$	rapport de la conductivité thermique modifié, $(= \varepsilon k_f / (1 - \varepsilon) k_s)$	—
$\Psi$	fonction du courant adimensionnelle	—
$\Gamma$	coefficient de diffusion de l'équation générale du transport	—
$\Delta$	épaisseur adimensionnelle de la couche poreuse, $(= h/L)$	—
$\varepsilon$	porosité	—
$\Delta X, \Delta Y$	dimensions du volume de contrôle considéré	—
$P$	masse volumique	$kg \cdot m^{-3}$
$\delta$	constant ( $\delta = 0$ : milieu fluide, $\delta = 1$ : milieu poreux)	—

**Indices**

Eff	effectif
F	fluide
S	solide
Ch	chaude
Int	interface

**Abréviations**

V. E. R.	Volume Élémentaire Représentatif
ETL	Equilibre Thermique Local
HETL	Hors Equilibre Thermique Local



## Liste des figures

<b>Figure I.1</b> : L'évaluation du V.E.R. (volume élémentaire représentatif)	4
<b>Figure I.2</b> : Configuration étudiée par <b>Pakdee et Rattanadecho [11]</b>	7
<b>Figure I.3</b> : Configurations étudiées par <b>Basak et Roy [14]</b>	8
<b>Figure I.4</b> : Géométrie étudiées par <b>Beckermann et al. [25]</b>	12
<b>Figure I.5</b> : Schéma considérée par <b>Baytas et al. [32]</b>	14
<b>Figure I.6</b> : Configuration étudiée par <b>Bourouis et al. [35]</b>	15
<b>Figure I.7</b> : Schéma du problème étudié par <b>Varol et al. [36]</b>	16
<b>Figure I.8</b> : Schématisation du problème étudié par <b>Nawaf [37]</b>	16
<b>Figure I.9</b> : Schématisation du problème considéré par <b>Mbaye et al. [40]</b>	18
<b>Figure I.10</b> : Configurations étudiées par <b>Varol et al. [42]</b>	19
<b>Figure I.11</b> : Cavité du problème étudié par <b>Oztop et al. [46]</b>	20
<b>Figure I.12</b> : Configurations étudiées par <b>Bensouici et Bessaïh [49]</b>	22
<b>Figure I.13</b> : Schéma étudié par <b>Huang et Chen [49]</b>	23
<b>Figure I.14</b> : Configurations étudiées par <b>Guerroudj et Kahalerras [51]</b>	23
<b>Figure I.15</b> : Schématisation de la conduite étudiée par <b>Yucel et Guv [52]</b>	24
<b>Figure I.16</b> : Configurations étudiées par <b>Tzeng [53]</b>	24
<b>Figure II.1</b> : Géométrie du problème considéré (convection mixte conjuguée)	30
<b>Figure II.2</b> : Géométrie du problème physique étudié (convection naturelle HETL)	35

<b>Figure III.1:</b> Description du maillage	42
<b>Figure III.2 :</b> volume de contrôle typique	42
<b>Figure III.3 :</b> Volume de contrôle décalé	43
<b>Figure III.4 :</b> Evolution des résidus en fonction des itérations	61
<b>Figure IV.A.1 :</b> Maillage utilisé	65
<b>Figure IV.A. 2 :</b> Effets du maillage	65
<b>Figure IV.A.3 :</b> Comparaison des contours de la fonction de courant et des isothermes avec celles de <b>Bhuvanewari et al. [12]</b>	67
<b>Figure. IV.A.4 :</b> Comparaison des contours de la fonction de courant et des isothermes avec celles de <b>Beckermann et al. [25]</b>	68
<b>Figure. IV.A.5 :</b> Comparaison du nombre de Nusselt moyen en fonction de l'épaisseur de la couche fluide avec celui de <b>Beckermann et al. [25]</b>	69
<b>Figure. IV.A.6 :</b> Comparaison des contours de la fonction de courant et des isothermes avec ceux d' <b>Oztop et al. [46]</b>	70
<b>Figure IV.A.7 :</b> Fonction de courant (a) et Isothermes (b) pour $Ri = 0.1$ , $Da = 10^{-3}$ , $\Delta = 0.3$ et $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement ascendant)	74
<b>Figure IV.A.8 :</b> Fonction de courant (a) et Isothermes (b) pour $Ri = 1$ , $Da = 10^{-3}$ , $\Delta = 0.3$ et $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement ascendant)	75
<b>Figure IV.A.9 :</b> Fonction de courant (a) et Isothermes (b) pour $Ri = 10$ , $Da = 10^{-3}$ , $\Delta = 0.3$ et $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement ascendant)	76
<b>Figure IV.A.10 :</b> Nusselt local de la paroi chaude pour différent rapport de la conductivité thermique, $Da = 10^{-3}$ , $\Delta = 0.3$ et $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement ascendant)	78
<b>Figure IV.A.11 :</b> Nusselt local de l'interface fluide-couche poreuse pour différent rapport de la conductivité thermique, $Da = 10^{-3}$ , $\Delta = 0.3$ et $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement ascendant)	79

- Figure IV.A.12** : Vitesse horizontale à l'interface fluide-couche poreuse pour différent rapport de la conductivité thermique,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement ascendant) 81
- Figure IV.A.13** : Vitesse verticale au plan medium pour différent rapport de la conductivité thermique,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement ascendant) 82
- Figure IV.A.14** : Température de l'interface fluide-couche poreuse pour différent rapport de la conductivité thermique,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement ascendant) 84
- Figure IV.A.15** : Fonction de courant (a) et Isothermes (b) pour  $Ri = 0.1$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement descendant) 87
- Figure IV.A.16** : Fonction de courant (a) et Isothermes (b) pour  $Ri = 1$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement descendant) 88
- Figure IV.A.17** : Fonction de courant (a) et Isothermes (b) pour  $Ri = 10$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement descendant) 89
- Figure IV.A.18** : Nusselt local de la paroi chaude pour différent rapport de la conductivité thermique,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement descendant) 91
- Figure IV.A.19** : Nusselt local de l'interface fluide-couche poreuse pour différent rapport de la conductivité thermique,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement descendant) 92
- Figure IV.A.20** : Vitesse horizontale à l'interface fluide-couche poreuse pour différent rapport de la conductivité thermique,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement descendant) 94
- Figure IV.A.21** : Vitesse verticale au plan medium pour différent rapport de la conductivité thermique,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement descendant) 95
- Figure IV.A.22** : Température de l'interface fluide-couche poreuse pour différent

rapport de la conductivité thermique, $Da = 10^{-3}$ , $\Delta = 0.3$ et $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement descendant)	97
<b>Figure IV.A.23</b> : Nusselt moyen de la paroi chaude en fonction du rapport de la conductivité thermique, $Da = 10^{-3}$ , $\Delta = 0.3$ et $\varepsilon = 0.6$	99
<b>Figure IV.A.24</b> : Nusselt moyen de l'interface fluide-couche poreuse en fonction du rapport de la conductivité thermique, $Da = 10^{-3}$ , $\Delta = 0.3$ et $\varepsilon = 0.6$	100
<b>Figure IV.B.1</b> : Comparaison des contours de la fonction de courant et des isothermes avec celles de <b>Bera et al. [71]</b> : $Ra=10^6$ , $Da=10^{-4}$ , $Le=0.1$ , $N=1$ , $\gamma = 10$ , $H=10$	103
<b>Figure IV.B.2</b> : Foction de courant et les isothermes du fluide et du solide pour diferentes valeurs de $H$ , $Da = 10^{-3}$ , $Ra = 10^6$ , $\gamma = 1$ , $\varepsilon = 0.97$ , Configuration : Bas-Haut	107
<b>Figure IV.B.3</b> : Fonction de courant et les isothermes du fluide et du solide pour diferentes valeurs de $H$ , $Da = 10^{-3}$ , $Ra = 10^6$ , $\gamma = 1$ , $\varepsilon = 0.97$ , Configuration : Haut-Bas	108
<b>Figure IV.B.4</b> : Nusselt local le long de la zone active, $Da = 10^{-3}$ , $Ra = 10^6$ , $\gamma = 1$ , $\varepsilon =$ $0.97$ , Configuration : Bas-Haut	109
<b>Figure IV.B.5</b> : Nusselt local le long de la zone active. Configuration : Haut -Bas. $Da =$ $10^{-3}$ , $Ra = 10^6$ , $\gamma = 1$ , $\varepsilon = 0.97$ , $F=1$	109
<b>Figure IV.B.6</b> : Différences de températures ( $\theta_f - \theta_s$ ) en $Y=1/2$ et en $X=1/2$ , $Da = 10^{-3}$ , $Ra = 10^6$ , $\gamma = 1$ , $\varepsilon = 0.97$	110
<b>Figure IV.B.7</b> : Evolution de : (a) Nombres de Nusselt moyens, (b) ecart maximum de température en fonction de $H$ pour différents valeurs de $\gamma$ , $Da = 10^{-3}$ , $Ra = 10^6$ , $\varepsilon = 0.97$ , Configuration : Bas-Haut	113
<b>Figure IV.B.8</b> : Evolution de : (a) Nombres de Nusselt moyens, (b) ecart maximum de température en fonction de $H$ pour différents valeurs de $\gamma$ , $Da = 10^{-3}$ , $Ra = 10^6$ , $\varepsilon = 0.97$ , Configuration : Haut-Bas	113
<b>Figure IV.B.9</b> : Evolution de : (a) Nombres de Nusselt moyens, (b) ecart maximum de	

température en fonction de H pour différents valeurs de  $\gamma$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  
 $Ra = 10^6$ ,  $\varepsilon = 0.97$ , Chauffage Total 114

**Figure IV.B.10 :** Influence du nombre de Rayleigh sur les nombres de Nusselt moyens  
pour différentes valeurs de  $\gamma$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  $H=10$ ,  $\varepsilon = 0.97$  116

**Figure IV.B.11 :** Influence du nombre de Darcy sur les nombres de Nusselt moyens  
pour différentes valeurs de  $\gamma$ .  $Ra = 10^6$ ,  $H=10$ ,  $\varepsilon = 0.97$  117

## Liste des tableaux

<b>Tableaux II.1 :</b> Variables et coefficients des équations de transport (convection mixte conjuguée)	33
<b>Tableaux II.2 :</b> Conditions aux limites (convection mixte conjuguée)	34
<b>Tableaux II.3 :</b> Variables et coefficients des équations de transport adimensionnelles convection naturelle HETL.	37
<b>Tableaux II.4 :</b> Conditions aux limites (convection naturelle HETL)	38
<b>Tableau III.1 :</b> Linéarisation des termes source (convection mixte conjuguée)	40
<b>Tableau III.2 :</b> Linéarisation des termes source (convection naturelle HETL)	41
<b>Tableau III.3 :</b> Fonction $A( P )$ pour différents schémas numériques ( <b>Patankar [77]</b> )	47
<b>Tableau IV.A.1 :</b> Comparaison du nombre de Nusselt moyen avec celui de <b>Chu-Hua Zhang et al. [31]</b>	66
<b>Tableau IV.B.1 :</b> Dépendance des nombres de Nusselt moyens (fluide et solide) du nombres de volume de contrile	103
<b>Tableau IV.B.2 :</b> Comparaisons des nombres de Nusselt (fluide et solide) et de Sherwood	104

# **Introduction générale**

## Introduction générale

Le phénomène de transfert de chaleur par convection dans les milieux poreux est un domaine de recherche très actif à cause de ces multiples applications industrielle tel que : l'isolation thermique, les échangeurs de chaleur, le refroidissement des composants électroniques, le séchage, les réacteurs nucléaires, l'énergie solaire, les piles à combustibles,...Etc. Au cours de ces dernières années, l'importance du transfert de chaleur par convection dans les milieux poreux a attiré des études numériques, analytiques et expérimentales afin d'améliorer les performances de leurs utilisations dans les domaines d'applications industrielles.

En réalité, le transfert de chaleur dans un milieu poreux saturé par un fluide est effectué essentiellement selon deux modes: la **conduction** à travers la matrice solide composant le milieu poreux sous l'effet des gradients de température, et la **convection** qui permet de transfère de l'énergie par le mouvement de fluide saturant le milieu poreux.

La transmission d'énergie par convection est désignée selon le régime d'écoulement du fluide: la convection naturelle, la convection forcée et la convection mixte.

**Convection naturelle** : le mouvement de fluide est déclenché sous le seul effet de différence de masse volumique résultante des différences de température et d'une force externe (la pesanteur).

**Convection forcée** : le fluide est mis en mouvement par une force externe indépendante de différences de masse volumique (pompe, ventilateur,...etc.).

**Convection mixte** : ce type de convection est résultant de la combinaison entre les deux modes précédents (convection naturelle + convection forcée).

On dit que le transfert de chaleur dans un milieu poreux saturé par un fluide est effectué en équilibre thermique local (ETL) quand les températures de la phase solide et la phase fluide sont identiques dans tout le domaine d'étude. Sinon, le transfert de chaleur dans le milieu poreux est effectué en hors de l'équilibre thermique local (HETL).

Le présent travail concerne:

- Le transfert de chaleur par convection mixte conjuguée dans une cavité carré occupée par une couche poreuse verticale en équilibre thermique local (ETL). Dans ce cas, l'influence du nombre de Richardson, du rapport de la conductivité thermique fluide-couche poreuse, du nombre de Darcy et de l'épaisseur de la couche poreuse est analysée.
- Le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité totalement poreuse hors équilibre thermique local (HETL). L'influence du rapport de la conductivité thermique modifiée, du coefficient d'échange entre la phase solide et la phase liquide, du nombre de Rayleigh et du nombre de Darcy est examinée.

Le présent mémoire est organisé comme suite :

Dans le premier chapitre, nous présentons des généralités sur les milieux poreux et ces caractéristiques. Ensuite, nous exposons les travaux expérimentaux, théoriques et numériques antérieurs en relation avec notre étude.

Le deuxième chapitre concerne expose:

- Les deux géométries étudiées (convection mixte et convection naturelle).
- La modélisation mathématique des deux problèmes physiques et les conditions aux limites associées.

Dans le troisième chapitre, nous présentons la méthode numérique utilisée (volumes finis) pour discrétiser les équations conservation régissant le modèle physique. L'algorithme SIMPLE est utilisé pour traiter le couplage pression vitesse

Dans le quatrième chapitre, nous présentons la dépendance de la solution numérique du maillage du domaine physique et la validation du code de calcul élaboré. Ensuite, nous présentons les résultats numériques relatifs aux deux problèmes physiques étudiés, en l'occurrence.

- Convection mixte dans une cavité occupée partiellement par une couche poreuse verticale où nous avons mis l'accent sur l'influence du nombre de Richardson, du rapport de la conductivité thermique.
- Convection naturelle dans une cavité poreuse hors équilibre thermique local avec des parois verticales partiellement actives où nous avons mis l'accent sur les conditions qui mène le système vers un état d'équilibre thermique local.

Ce mémoire est terminé par une conclusion générale.

# **Chapitre I**

## **Généralité et étude bibliographique**

## Généralités et étude bibliographique

### I.1. Introduction

Un milieu poreux est un matériau constitué d'une matrice solide et des nombreux espaces vides distribués d'une façon désordonnée dans tout le milieu. Ces espaces vides qui peuvent être connectés ou déconnectés sont appelés pores. Plusieurs exemples de milieux poreux existent dans la nature et dans l'industrie, tel que: les panneaux de fibre de verre, le béton, les gisements de pétrole, le sable, les roches ...etc. L'écoulement d'un fluide dans un milieu poreux est possible en fonction du degré d'interconnexion des espaces vides.

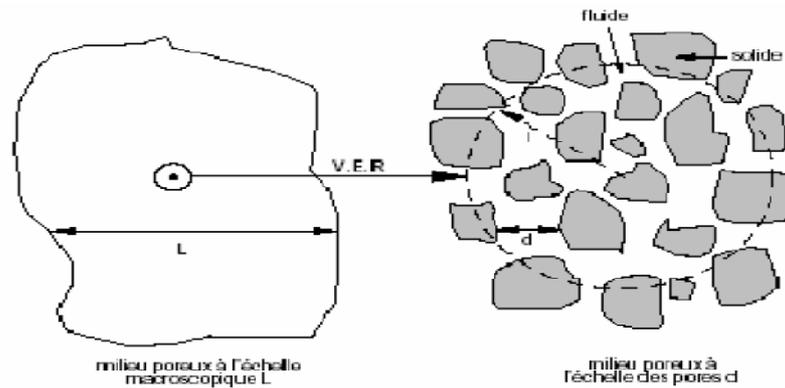
Un milieu poreux est dit homogène si ses propriétés géométriques moyennes ont les mêmes valeurs en tout point. En d'autres termes, si ses propriétés géométriques sont invariantes par translation. Dans un milieu hétérogène, les coefficients de transfert des équations obtenues par une prise de moyenne spatiale dépendent de la position dans ce milieu.

Un milieu poreux est dit isotrope par rapport à une propriété, si cette propriété ne varie pas suivant les directions. Par contre, si cette dernière est variable suivant les directions on dit alors que le milieu est anisotrope par rapport à cette propriété.

### I.2. Volume élémentaire représentatif (V. E. R.)

Dans un milieu poreux, les propriétés physiques (porosité, perméabilité,...) sont des fonctions discontinues au niveau microscopique (à l'échelle des pores). La dérivation de la solution du problème d'écoulement doit donc définir la notion d'un volume élémentaire représentatif (V. E. R.).

Donc un V. E. R. est un volume pour lequel les propriétés caractéristiques du milieu poreux (comme la porosité, la perméabilité) peuvent être déduites par une prise de moyennes (**Delache, [1]**). Ce volume doit être suffisamment grand pour contenir beaucoup de pores et assez petit pour rendre compte des variations des grandeurs physiques étudiées par des fonctions continues.



**Figure I.1:** Diagramme schématisé d'un milieu poreux et d'un volume élémentaire représentatif.

Un milieu poreux est caractérisé principalement par deux propriétés macroscopiques qui sont la porosité et la perméabilité.

- La porosité

La porosité est définie comme étant le rapport du volume occupé par ces pores (espaces vides) au volume du milieu poreux.

$$\varepsilon = \frac{\text{volume des pores}}{\text{volume total du milieu poreux}} \quad (\text{I. 1})$$

- La perméabilité

La perméabilité est une grandeur intrinsèque du matériau. Elle traduit la facilité avec laquelle le fluide s'écoule dans le milieu poreux sous l'effet d'un gradient de pression. La perméabilité  $K$ , peut-être donnée par les relations empiriques suivantes :

- La relation de Kozeny-Carman (1937)

$$K = \frac{d_p^2 \varepsilon^3}{36C_0(1 - \varepsilon)^2} \quad (\text{I. 2})$$

- La relation d'Ergun [2]

$$K = \frac{d_p^2 \varepsilon^3}{150(1 - \varepsilon)^2} \quad (\text{I. 3})$$

Où  $d$  désigne une dimension caractéristique des éléments constituant la matrice poreuse (diamètre pour les billes, arêtes pour les cubes, ...),  $\varepsilon$  la porosité effective du milieu poreux,  $C_0$  une constante dépendant de la forme des grains ( $3,6 < C_0 < 5$ ).

### I.3. Modèles d'écoulement dans les milieux poreux

La formulation adoptée dans les études antérieures repose en majorité sur la validité de la loi de Darcy pour décrire l'écoulement au sein du milieu poreux. Cette loi n'est valable que pour des écoulements à faibles vitesses et pour des milieux poreux de porosité pas trop élevée. En effet, avec l'augmentation des vitesses de filtration, les effets d'inertie deviennent de plus en plus importants. Plusieurs extensions de la loi de Darcy ont été proposées afin de permettre une meilleure description et prendre en considération tous les paramètres qui interviennent dans un écoulement en milieux poreux.

#### I.3.1. Modèle de Darcy

En 1856, **Darcy** [3] a proposé une loi expérimentale pour décrire la dynamique des fluides homogènes dans les milieux poreux qui s'écrit :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{K} \vec{V} \quad (I.4)$$

Où  $\vec{V}$  est la vitesse de filtration,  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide,  $K$  est la perméabilité du milieu poreux et  $\vec{\nabla}P$  le gradient de pression appliqué.

La loi de Darcy ne tient pas en compte les effets de diffusion visqueuse créés par le frottement fluide-parois ainsi que les effets inertiels. Pour cela, d'autres modèles plus complets sont utilisés. Parmi ces modèles, nous citons:

#### I.3.2. Modèle de Darcy-Brinkman

Brinkman (1947) a étendu la loi de Darcy en introduisant un terme équivalent au terme de diffusion visqueuse dans l'équation de Stokes.

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{K} \vec{V} + \mu_{\text{eff}} \vec{\nabla}^2 V \quad (I.5)$$

Où le premier terme de second membre de droite est le terme de Darcy et le deuxième et appelé le terme de Brinkman.

#### I.3.3. Modèle de Brinkman-Wooding

En 1957 **Wooding** [4] a proposé une extension de l'équation de Darcy-Brinkman en introduisant un terme convectif par analogie avec les équations de Navier-Stokes.

$$\frac{\rho}{\varepsilon^2} (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = -\vec{\nabla}P - \frac{\mu}{K} \vec{V} + \mu_{\text{eff}} \vec{\nabla}^2 V \quad (I.6)$$

Le terme de gauche de l'équation (I. 6) est le terme de convection qui tient compte des effets inertiels quand les vitesses sont importantes.

### I.3.4. Modèle de Forchheimer

Pour des vitesses de filtration assez élevées, l'effet inertiel non linéaire devient important et l'équation de Darcy est insuffisante pour décrire l'écoulement dans un milieu poreux. **Ward [5]** (1964) a proposé le modèle suivant:

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{K}\vec{V} + \frac{\rho \cdot F}{\sqrt{K}}|\vec{V}|\vec{V} \quad (I. 7)$$

Où F est la constante adimensionnelle de Forchheimer.

### I.3.5. Modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer

Les modifications initialement proposées par Forchheimer et Brinkman ont conduit au modèle générale suivant:

$$\frac{\rho}{\varepsilon^2}(\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} = -\vec{\nabla}P + \mu_{\text{eff}}\nabla^2\vec{V} - \frac{\mu}{K}\vec{V} - \rho\frac{F}{\sqrt{K}}|\vec{V}|\vec{V} \quad (I. 8)$$

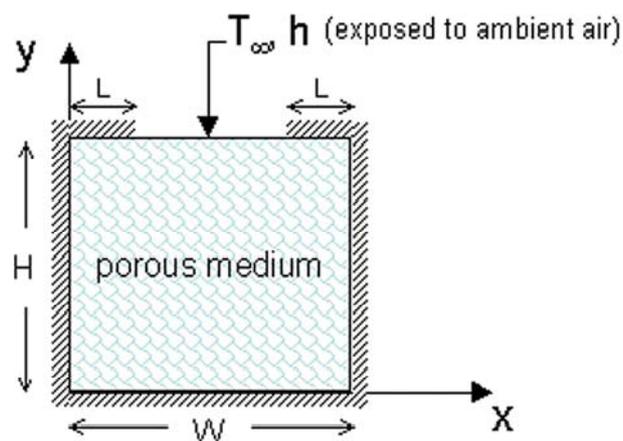
## I.4. Revue bibliographique :

Vu de multiples applications du transfert de chaleur par convection dans les milieux poreux tels que: l'isolation thermique, les échangeurs de chaleur, le refroidissement des composantes électroniques, le séchage, les réacteurs nucléaires, l'énergie solaire, ...etc. [6-9]. Beaucoup des travaux numériques, analytiques et expérimentaux ont été réalisés afin de comprendre le mécanisme de transfert de chaleur par convection à l'intérieur des cavités totalement ou partiellement poreuse saturées par un fluide. Dans cet inventaire, nous exposons un ensemble de travaux en relation avec notre étude.

**Basak et al. [10]** se sont intéressés au transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité poreuse dont les parois gauche et inférieure, sont soumises à une température uniforme ou sinusoïdale. La méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre les équations de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Ils ont constaté que le chauffage sinusoïdal produit un régime de transfert de chaleur plus important au centre de la paroi inférieure comparativement à un chauffage uniforme pour toute la gamme des valeurs du nombre de Rayleigh utilisée. De plus, le régime devient conductif pour les faibles valeurs du nombre de

Darcy. Des corrélations du nombre de Nusselt moyen sont présentées en fonction du nombre de Rayleigh.

**Pakdee** et **Rattanadecho** [11] ont également étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité isolée thermiquement à l'exception de la paroi supérieure qui est partiellement exposé à un flux de chaleur convectif. La méthode des différences finies est employée pour résoudre les équations de Darcy-Brinkmann. Ils ont observé que l'écoulement est caractérisé principalement par deux cellules symétriques résultantes de l'effet de flottabilité. Pour les faibles valeurs de Darcy, ces cellules sont situées au voisinage de la surface supérieure de la cavité dont l'écoulement s'effectue à une faible vitesse. Cependant, pour des valeurs élevées du nombre de Rayleigh, les cellules de circulation occupent une zone importante dans la cavité. De plus, l'augmentation du coefficient de convection avec le milieu extérieure améliore le transfert de chaleur.



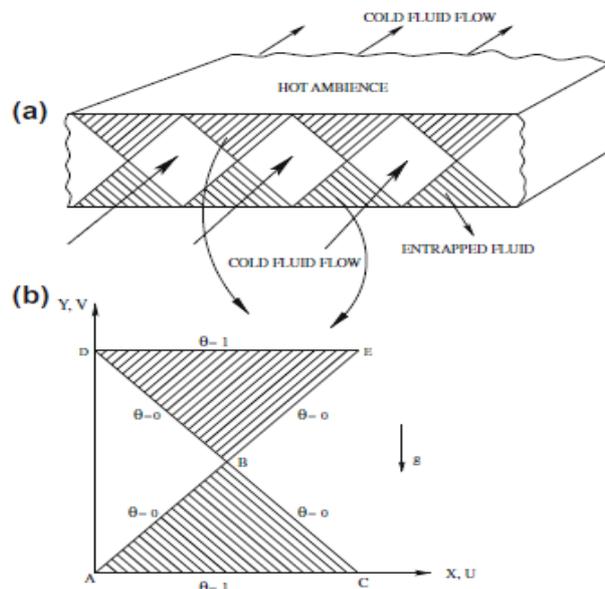
**Figure I.2** : Configuration étudiée par **Pakdee** et **Rattanadecho** [11].

L'influence du rapport d'aspect sur la convection naturelle dans une cavité poreuse avec des parois verticales partiellement actives a été examinée par **Bhuvaneswari** et **al.** [12]. La formulation mathématique des équations est basée sur le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Cinq positions de chauffage/refroidissement sont considérées, (bas-bas, haut-haut, milieu-milieu, bas-haut et haut-bas). Leurs résultats montrent que la position de la zone chauffage/refroidissement a une influence considérable sur la structure de l'écoulement et le taux de transfert de chaleur. Par ailleurs, ils ont constaté que le taux de transfert diminue avec l'augmentation de rapport d'aspect.

L'influence de l'inclinaison d'un champ magnétique sur la convection naturelle dans une cavité poreuse en présence d'une génération interne de chaleur a été étudiée par **Grosan**

et al. [13]. Les parois horizontales sont maintenues à la même température, par contre, les parois verticales sont adiabatiques. Les auteurs ont constaté que l'application d'un champ magnétique organise l'écoulement dans l'enceinte, ce qui engendre une décélération des vitesses et une diminution considérable du transfert de chaleur. L'effet du champ magnétique vertical est plus important que celui d'un champ magnétique horizontal.

**Basak et Roy [14]** ont étudié la convection naturelle dans deux cavités triangulaires poreuse (**Figure I.3**). Les équations de Brinkman-Wooding sont résolues numériquement par la méthode des éléments finis. Leur étude est basée sur la variation du nombre de Darcy, du nombre de Prandtl et du nombre de Rayleigh. Ils ont constaté qu'aux faibles valeurs du nombre de Darcy, le transfert de chaleur est globalement conductif. Cependant, pour des valeurs élevées du nombre de Darcy, le régime d'écoulement devient multicellulaire dans la cavité triangulaire inférieure. Par contre, dans la cavité triangulaire supérieure, pratiquement aucun changement qualitatif n'est observé dans le transfert de chaleur et la structure de l'écoulement.



**Figure I.3 :** Configurations étudiées par **Basak et Roy [14]**.

L'étude du transfert de chaleur et de masse par convection naturelle dans une cavité poreuse a été réalisée numériquement et analytiquement par **Bennacer et Tobbal [15]**. Le milieu étudié est globalement homogène et présente une anisotropie thermique. Le modèle mathématique qui gouverne l'écoulement est celui de Darcy-Brinkman. Le système

d'équations couplées est résolu par la méthode des volumes finis. L'existence d'une situation où le transfert de masse est maximal a été établie pour une valeur critique du taux d'anisotropie thermique. Une corrélation globale a été établie permettant de prédire le transfert de masse pour les milieux poreux thermiquement anisotropes.

$$\text{Sh} = 0,325\text{Ra}^{*0,57}\text{Le}^{0,5}(1 + \lambda_{cr}^r/\lambda^r)^{0,58} \quad (\text{I.9})$$

Le problème du transfert de chaleur par convection mixte dans les cavités poreuses a été aussi abordé par plusieurs auteurs.

**Khanafer** et **chamkha** [16] ont étudié numériquement le problème de la convection mixte à l'intérieur d'une cavité poreuse en présence d'une génération interne de chaleur et dont la paroi supérieure est mobile. Ils observent une suppression des lignes du courant par la présence d'un milieu poreux (diminution du nombre de Darcy). Pour des faibles valeurs de Richardson, l'effet du nombre de Rayleigh interne devient insignifiant sur la structure d'écoulement alors que les isothermes sont fortement affectées. Les auteurs ont élaboré la corrélation suivante pour estimer le transfert de chaleur pour  $10^{-4} \leq \text{Da} \leq 10^{-1}$  :

$$\overline{\text{Nu}} = \frac{1.6064}{(1 + \text{Da}^{-1})^{0.1659}} (\text{Ri})^{-0.1593} \quad (\text{I.10})$$

La convection mixte double diffusive dans une cavité rectangulaire poreuse saturée par un fluide est étudiée numériquement par **Khanafer** et **Vafai** [17]. Les deux parois horizontales sont fixes et maintenues à des températures et des concentrations différentes. Par contre les deux parois verticales sont adiabatiques et se déplacent par une vitesse constante. La méthode des volumes finis est utilisée pour discrétiser les équations de transport. Les résultats indiquent que le nombre de Darcy, le nombre de Lewis et le nombre de Richardson ont un grand effet sur le transfert de chaleur et de masse.

**Elaprolu** et **Das** [18] ont réalisé une étude numérique de la convection mixte dans une cavité poreuse. Les parois verticales sont maintenues respectivement à des températures constantes froide et chaude et se déplacent vers le haut par la même vitesse. Quant aux parois horizontales sont fixes et adiabatiques. Les auteurs ont utilisé le modèle de Brinkman-Wooding. Les principaux résultats montrent que la diminution du nombre de Darcy engendre une suppression des cellules de convection près des parois verticales. De plus, le nombre de Nusselt moyen diminue avec l'augmentation du nombre de Ri. Les auteurs ont proposé la

corrélation suivante pour l'évaluation du nombre de Nusselt moyen :

$$\overline{Nu} = 1 + \frac{0,0363}{(1 + Da^{-1})^{0.266}} (Ri)^{-0.3897} (Gr)^{0.4521} \quad (I.11)$$

**Oztop et Varol [19]** ils ont étudié le problème de la convection mixte dans une cavité poreuse inclinée. La paroi supérieure maintenue à une température froide et se déplace par une vitesse constante. La paroi inférieure fixe et maintenue à une température sinusoïdale. Les parois verticales sont également fixes et adiabatiques. Ils ont adopté le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer pour écrire les équations régissant. Une étude paramétrique détaillée a été présentée pour différents nombre de Reynolds ( $10 \leq Re \leq 1000$ ), nombre de Grashof ( $10^4 \leq Re \leq 10^5$ ), nombre de Darcy ( $0.01 \leq Da \leq 0.1$ ) et l'angle d'inclinaison ( $0 \leq \alpha \leq 180$ ). Ils ont constaté que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de  $Re$ ,  $Gr$  et  $\alpha$ . En plus, le nombre des cellules de recirculation d'écoulement augmente avec l'angle d'inclinaison,  $\alpha$ .

L'analyse du transfert de chaleur par convection mixte dans la même configuration avec une génération interne de chaleur a été effectuée numériquement par **Muthamilselvan et al. [20]**. Les parois inférieure et supérieure maintenues respectivement à des températures chaude (constante ou sinusoïdale) et froide et se déplacent inversement avec la même vitesse. Les parois verticales sont fixes et adiabatiques. L'étude est basée sur la variation du nombre de Darcy ( $10^{-4} \leq Da \leq 10^{-1}$ ) et du nombre de Rayleigh interne ( $0 \leq Ra_1 \leq 10^5$ ). Ils ont constaté que le passage d'un régime conductif à un régime convectif est obtenu au-delà de  $Da > 10^{-3}$ . En plus, en l'absence de la source de chaleur ( $Ra_1 = 0$ ), le taux de transfert augmente avec le nombre de Darcy. Cependant, pour des valeurs élevées de Rayleigh interne, l'échange de chaleur devient une fonction décroissante avec le nombre de Darcy.

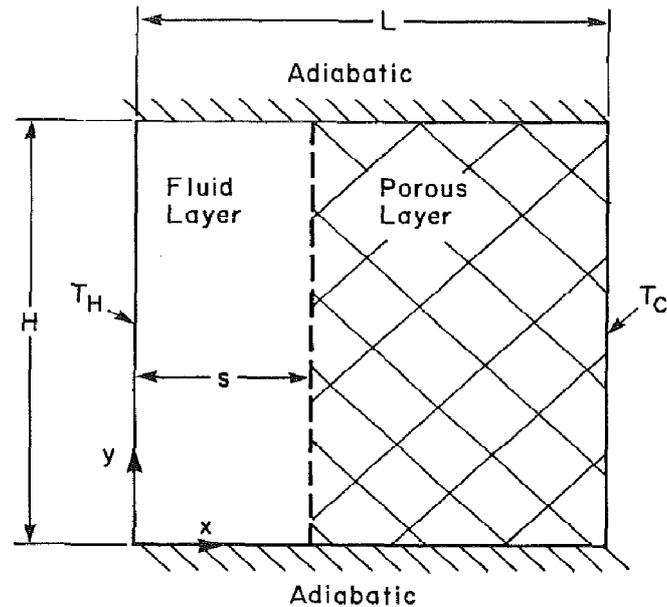
**Basak et al. [21]** ont également étudié la convection mixte dans une cavité poreuse en se basant sur le modèle de Brinkman-Wooding et la méthode numérique des éléments finis. Les parois verticales de la cavité sont fixes et maintenues à une distribution linéaire de température. La paroi supérieure adiabatique et mobile avec une vitesse constante. Leur étude est basée sur l'effet du nombre de Darcy, de Grashof, de Prandtl et le nombre de Reynolds. Ils ont observé que l'intensité de l'écoulement est faible pour les faibles valeurs du nombre de Darcy et de Prandtl. En plus, l'effet du nombre de Grashof est insignifiant sur le taux de transfert de chaleur aux faibles valeurs du nombre de Darcy.

L'effet d'une distribution sinusoïdale de température aux parois verticales sur la convection mixte dans une cavité poreuse a été examiné par **Sivasankaran et Pan [22]**. L'étude est réalisée pour différentes valeurs du rapport d'amplitude, de l'écart de phase, de la porosité, du nombre de Richardson et du nombre de Darcy. Les résultats montrent que le taux de transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du rapport d'amplitude et la porosité du milieu poreux. En plus, ils ont montré que le chauffage non uniforme sur les deux parois permet d'obtenir un taux de transfert de chaleur plus élevé comparativement avec celui d'un chauffage non uniforme sur une seule paroi.

**Mahmud et al. [23]** ont étudié numériquement la convection mixte dans une cavité poreuse ventilée. Ils ont examiné l'influence du nombre de Péclet, du nombre de Rayleigh et de la largeur d'admission ( $D/H$ ) sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur. Les résultats montrent que la largeur d'admission a un effet considérable sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur. De plus, l'augmentation du nombre de Péclet et de Rayleigh conduit à une transformation du régime d'écoulement unicellulaire en régime multicellulaire.

L'effet de l'intensité du milieu poreux sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur par convection mixte dans une cavité poreuse a été réalisé par **Bourouis et Mezaache [24]**. Ils ont observé que l'intensité de l'écoulement et le transfert de chaleur diminuent avec l'atténuation du nombre de Darcy.

L'étude de la convection conjuguée dans les cavités contenant simultanément une couche fluide et une couche poreuse ou solide a été l'objet de beaucoup de travaux expérimentaux et théoriques vus son intérêt pour la résolution de certains problèmes technologiques. Parmi ces travaux, **Beckermann et al. [25]** ont étudié numériquement et expérimentalement la convection naturelle dans une cavité rectangulaire partiellement occupée par une couche poreuse verticale. Les parois verticales sont maintenues sous l'effet d'un gradient de température tandis que les parois horizontales sont adiabatiques (**Figure I.4**). L'écoulement dans la couche poreuse est modélisé par les équations de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Le modèle numérique est vérifié par certains nombres d'expériences en utilisant les grains de verre sphériques comme milieu poreux et l'eau ou la glycérine comme fluide. Ils ont constaté que la pénétration de l'écoulement dans la couche poreuse dépend fortement des nombres de Darcy et de Rayleigh et que le taux de transfert de chaleur augmente avec l'épaisseur de la couche fluide.



**Figure I.4 :** Géométrie étudiées par **Beckermann et al. [25]**.

Dans la même configuration **Chen et Chen [26]** ont réalisé une étude théorique de la convection naturelle par une analyse de stabilité linéaire. Ces auteurs adoptent l'équation de Navier–Stokes dans la couche fluide et celle de Darcy dans le milieu poreux en utilisant les conditions de raccordement à l'interface. L'influence du rapport de l'épaisseur de la couche fluide et de la couche poreuse a été présentée. Ils ont montré que l'écoulement se développe essentiellement dans la couche poreuse pour une valeur du rapport d'épaisseur au-dessous de 0.13. Au-delà de cette valeur, l'écoulement est confiné dans la couche fluide.

En plus, et dans la même configuration, **Sathe et Tong [27]** ont examiné numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité rectangulaire partiellement occupée par une couche poreuse verticale. En utilisant le modèle de Darcy-Brinkman dans la couche poreuse et l'équation de Navier-Stokes dans le milieu fluide. Il a été montré que le transfert de chaleur diminue fortement en présence de la couche poreuse.

**Le Breton et al. [28]** ont étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité dont les parois verticales sont chauffées par un gradient de température et bordées par deux fines couches poreuses. La formulation à un seul domaine a été utilisée. L'effet des différents paramètres du problème tel que l'épaisseur de la couche poreuse, la perméabilité ainsi que le nombre de Rayleigh a été considéré. Les auteurs ont montré que le transfert de chaleur décroît considérablement en introduisant deux couches poreuses symétriques. Cette décroissance

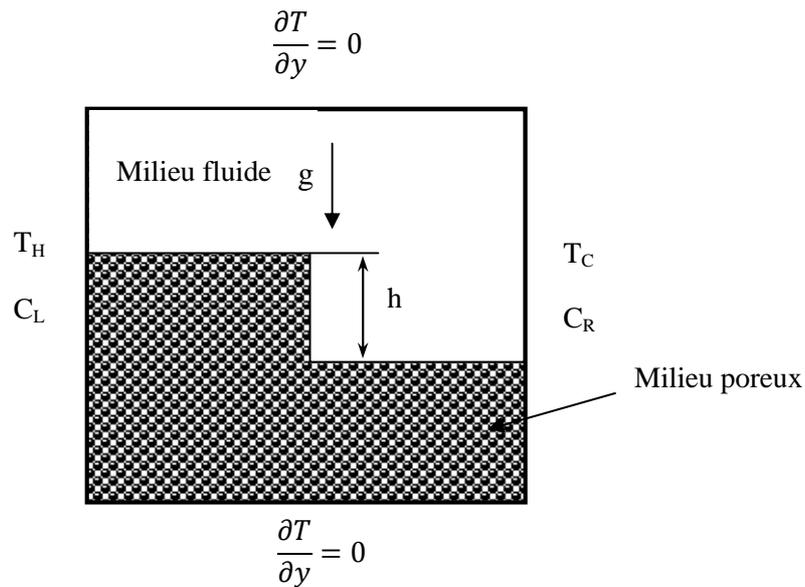
devient de plus en plus importante au fur et à mesure que le nombre de Rayleigh augmente, notamment pour les faibles valeurs de la perméabilité.

**Kaminski et Prakash [29]** ont étudié la convection naturelle conjuguée dans une cavité où la paroi supérieure est épaisse. Ils ont étudié trois modèles différents de la conduction au niveau de cette paroi: conduction bidimensionnelle, conduction unidimensionnelle et une distribution uniforme de température à l'interface solide-fluide. Les résultats obtenus indiquent que pour  $Gr \geq 10^5$ , la distribution de la température dans la paroi épaisse montre les effets significatifs de la conduction bidimensionnels et la température à l'interface solide-fluide devient non uniforme.

Dans la même configuration, **Younsi et al. [30]** ont analysé la convection naturelle double diffusive dans une cavité partiellement poreuse. Les auteurs ont combiné la formulation de Darcy-Brinkman-Forchheimer dans le milieu poreux et l'équation de Navier-Stokes dans le milieu fluide pour obtenir une seule équation valable dans toute la cavité. Ils ont montré que pour une couche poreuse de faible perméabilité induit une chute brusque des transferts et un écoulement confiné dans la couche fluide indépendamment de son épaisseur.

En utilisant la méthode pseudo-spectrale multi domaine, **Chu-Hua Zhang et al. [31]**, ont étudié le problème de la convection naturelle conjuguée dans une cavité. Cette méthode est validée par trois problèmes de transfert thermique: convection naturelle dans une cavité, convection naturelle conjuguée dans une cavité avec l'une des parois verticales épaisse et finalement convection naturelle conjuguée dans une cavité en présence d'une source de chaleur interne. Dans cette étude, l'effet du rapport de la conductivité thermique, l'épaisseur de la paroi et le nombre de Rayleigh est examiné.

**Baytas et al. [32]** ont mené une étude numérique de la convection naturelle double diffusive dans une cavité carrée munie d'une couche poreuse horizontale. Les parois verticales sont maintenues à un gradient de température et de concentration tandis que les parois horizontales sont adiabatiques et imperméables. L'interface fluide-couche poreuse prend la forme d'une marche au milieu de la cavité comme représentée sur la **Figure I.5**. Ils ont constaté que la hauteur de la marche a un effet significatif sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur et de masse.



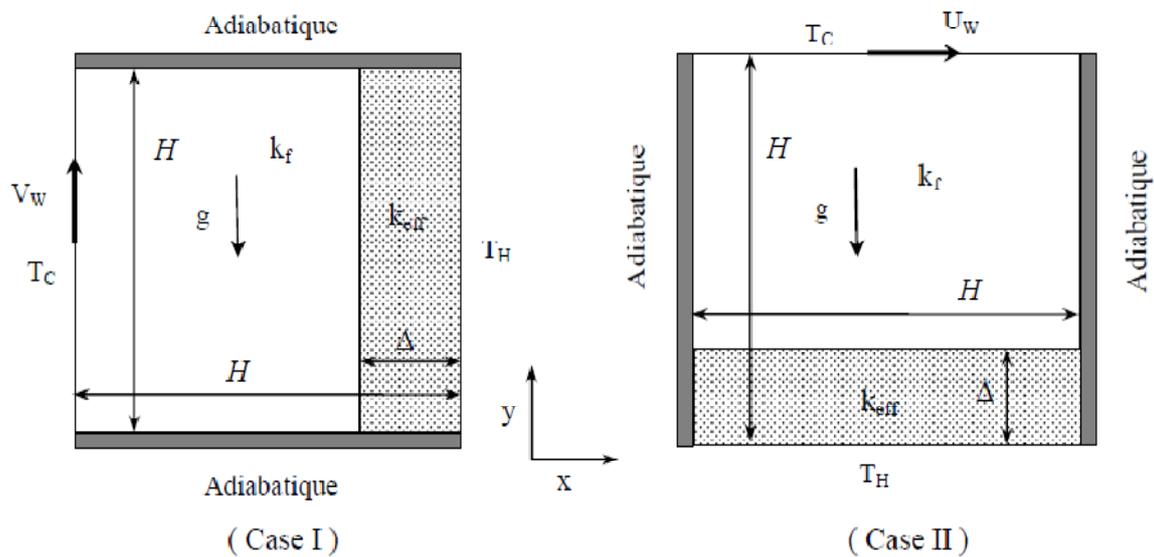
**Figure I.5 :** Schéma considérée par **Baytas et al. [32]**.

La convection naturelle double diffusive dans une cavité rectangulaire occupée par une couche poreuse verticale ou horizontale à été traitée numériquement par **Gobin et Goyeau [33]**. Dans cette étude, le modèle de Darcy-Brinkman est utilisé. Ils ont analysé l'effet de plusieurs paramètres. Les principaux résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur et de masse sont favorisés par l'augmentation de l'épaisseur de la couche fluide et du nombre de Darcy. Par contre, l'augmentation des paramètres doubles diffusifs ( $Le$  et  $N$ ) diminuent le transfert de chaleur et de masse.

Dans une étude récente, **Martyushev et al. [34]**, se sont intéressé au transfert de chaleur par conduction, convection et par rayonnement dans une cavité carrée avec des parois épaisses. Ils ont constaté que le taux de transfert de chaleur augmente avec le nombre de Rayleigh et le rapport de la conductivité thermique et diminue avec l'émissivité et l'épaisseur de la paroi.

**Bourouis et al. [35]**. Ont analysé numériquement la convection mixte conjuguée dans une cavité partiellement occupée par une couche poreuse verticale ou horizontale. Le modèle de Brinkman-Wooding est utilisé pour décrire l'écoulement dans la couche poreuse. L'effet du nombre de Richardson (0.1, 1, 10) et du rapport de la conductivité thermique milieu poreux-fluide (0.1, 1, 10) est examiné. Ils ont conclu que le taux de transfert de chaleur le long de la paroi chaude est une fonction décroissante du rapport de la conductivité thermique,

contrairement à celui le long de l'interface fluide-couche poreuse qui est une fonction croissante avec le rapport de la conductivité thermique.



**Figure I.6 :** Configuration étudiée par **Bourouis et al.** [35].

La convection naturelle conjuguée dans une cavité poreuse carrée diagonalement séparée par une partition solide est réalisée par **Varol et al.** [36]. Les parois gauche et droite sont maintenues respectivement à des températures chaude et froide. Les parois supérieure et inférieure sont adiabatiques (**Figure I.7**). La méthode des différences finies est employée pour résoudre les équations du modèle de Darcy. L'effet du nombre de Rayleigh et du rapport de la conductivité thermique est examiné pour les deux positions de la partition solide ( $45^\circ$ ,  $135^\circ$ ). Dans ce travail, les auteurs concluent que ;

- L'insertion de la partition solide diminue le transfert de chaleur.
- La position  $45^\circ$  offre un bon échange de chaleur comparativement avec celui de la position  $135^\circ$ .
- Le transfert de chaleur augmente avec le rapport de la conductivité thermique et le nombre de Rayleigh.
- Une symétrie totale du champ dynamique par rapport à la partition solide est observée pour tous les paramètres et dans les deux positions de la partition.

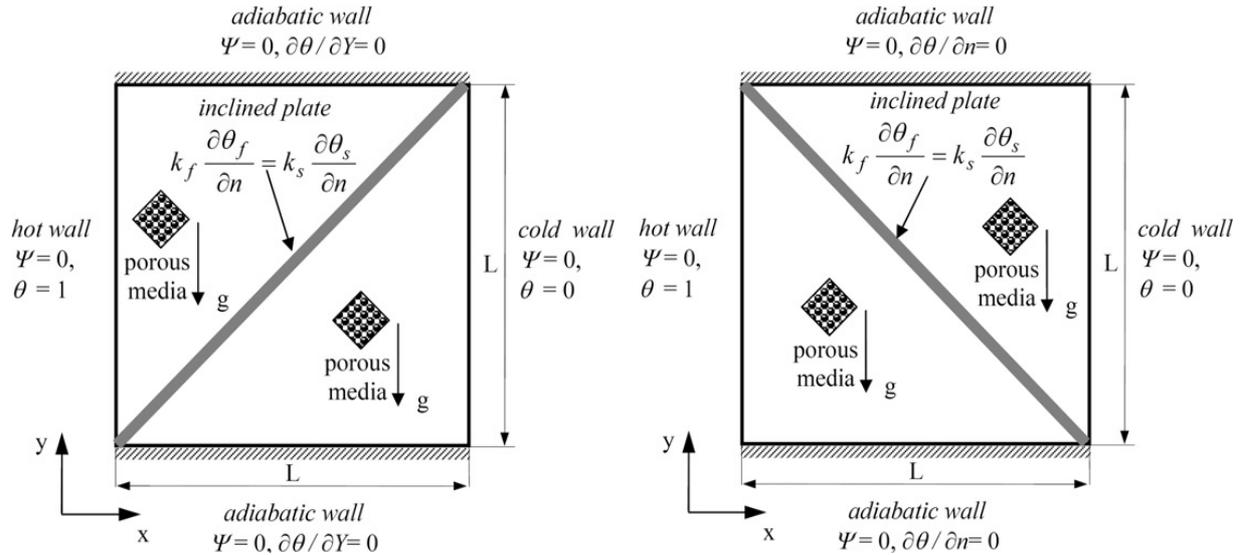


Figure I.7 : Schéma du problème étudié par Varol et al. [36].

Nawaf [37] a présenté une étude de la convection naturelle conjuguée dans une cavité poreuse avec une couche solide installée sur la paroi gauche (Figure I.8). Le modèle de Darcy est employé pour former les équations dans le milieu poreux. L'étude est basée sur la variation du nombre de Rayleigh ( $10 \leq Ra \leq 10^3$ ), du rapport de la conductivité thermique solide-milieu poreux ( $0.1 \leq Kr \leq 10$ ) et de l'épaisseur de la couche solide ( $0.02 \leq D \leq 0.5$ ).

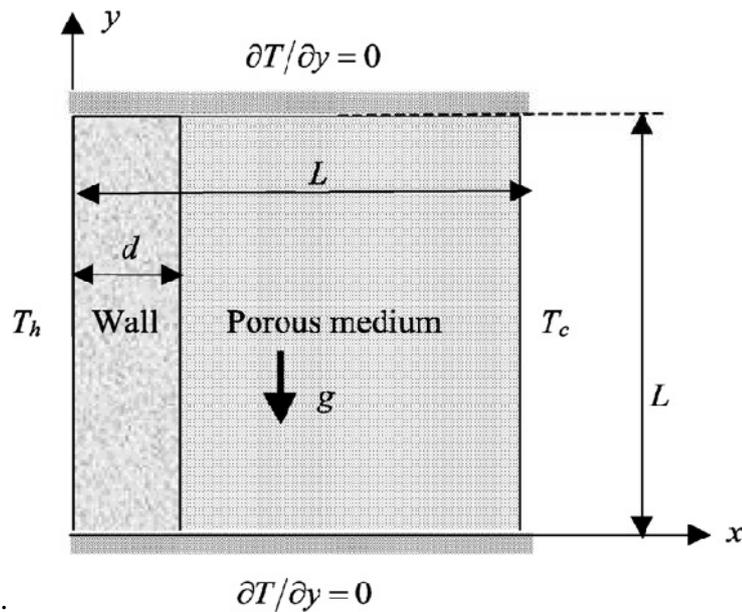


Figure I.8 : Schématisation du problème étudié par Nawaf [37].

Il a observé que le taux de transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et du rapport de conductivité et avec la diminution de l'épaisseur de la couche solide. Il a montré aussi que :

$$Nu_w = Nu_p / Kr \quad (I. 12)$$

Avec  $Nu_w$  et  $Nu_p$  sont respectivement les nombres de Nusselt moyens à la paroi solide et à l'interface solide-poreux.

**Al-Amiri et al. [38]** ont utilisé le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer pour étudier le problème de la convection naturelle dans la même configuration proposée par **Nawaf [37]**. Les principales observations de cette étude sont :

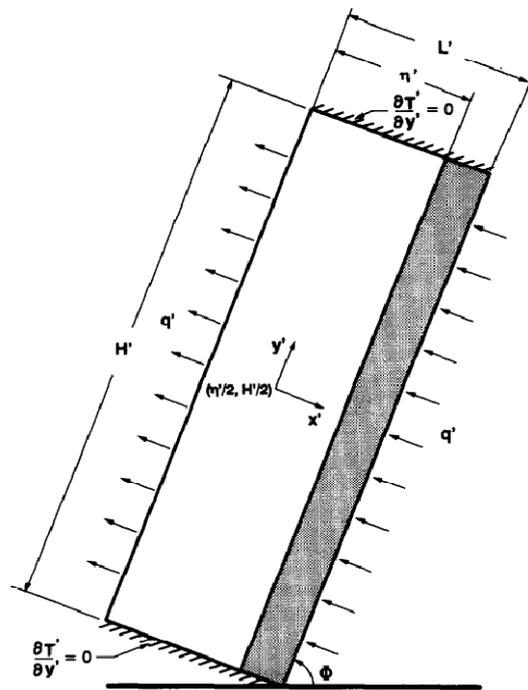
- L'augmentation de l'épaisseur de la couche solide diminue le taux de transfert de chaleur.
- Une forte intensité de l'écoulement est observée pour une mince épaisseur de la couche solide, un rapport élevé de la conductivité thermique couche solide-fluide ( $K_r$ ) et des valeurs élevées du rapport d'aspect ( $AR=L/H$ ).
- L'augmentation du rapport de la conductivité thermique solide-fluide ( $k_s/k_f$ ) améliore d'une manière considérable le transfert de chaleur.
- Une corrélation a été établie pour évaluer le nombre de Nusselt moyen en fonction des paramètres précédents :

$$\overline{Nu} = 0.0606(W.AR)^{-0.1422}(AR.k_s/k_f)^{0.444}(K_r)^{0.4348}(Ra)^{0.1587}(AR)^{0.0752} \quad (I. 13)$$

Une étude numérique de la convection naturelle conjuguée dans la même configuration proposée par **Al-Amiri et al. [38]** avec la présence d'une génération interne de chaleur non uniforme au niveau de la zone poreuse est réalisée par **Saleh et Hashim[39]**. L'étude est basée sur le modèle de Darcy pour écrire l'écoulement dans le milieu poreux. Ils ont constaté que l'intensité de l'écoulement et la température maximale du milieu poreux augmentent relativement avec l'intensité du chauffage interne et le rapport de la conductivité thermique solide-poreux. De plus, aux faibles valeurs de Rayleigh, le taux de transfert de chaleur est invariant avec le rapport de la conductivité thermique.

**Mbaye et al. [40]** ont étudié numériquement et analytiquement la convection naturelle dans une cavité rectangulaire poreuse inclinée avec la paroi droite épaisse. Les parois

horizontales sont thermiquement adiabatiques et les parois verticales sont soumises à un flux de chaleur constant (**Figure I.9**). Plusieurs modèles d'écoulement dans le milieu poreux sont utilisés. Ils ont constaté que la solution analytique actuelle est limitée au modèle de Darcy. L'effet d'inertie du modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer mène à une réduction du taux de transfert de chaleur. Ce dernier augmente avec l'augmentation du rapport de la conductivité thermique ainsi que l'angle optimal où le transfert de chaleur est maximum varie d'un modèle à l'autre.



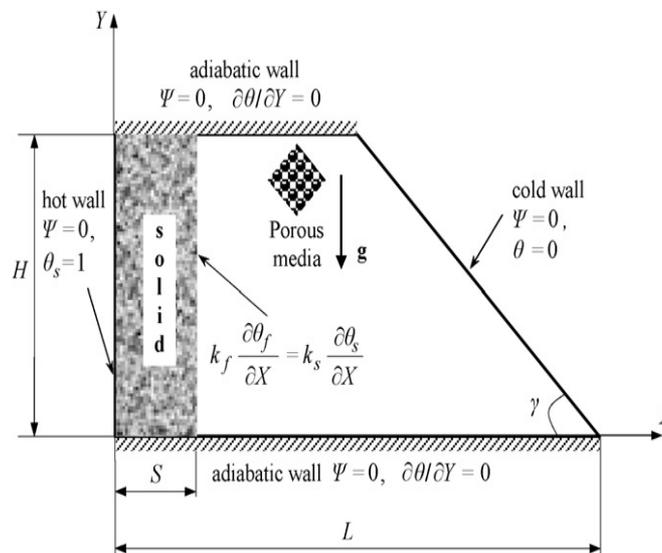
**Figure I.9** : Schématisation du problème considéré par Mbaye et al. [40].

L'effet de la conduction dans les parois épaisses horizontales sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité carrée est étudié par **Mobedi** [41]. Les parois horizontales sont thermiquement isolées contrairement aux parois verticales qui sont soumises à un gradient de température. La méthode des différences finies est utilisée pour résoudre les équations régissant. L'étude est réalisée pour une épaisseur des parois égal 0.1. L'auteur a constaté que :

- L'augmentation du nombre de Rayleigh et du rapport de la conductivité thermique, augmentent l'échange de chaleur à l'interface solide-fluide.
- Le taux de transfert de chaleur devient invariant pour un rapport de la conductivité thermique au-delà 10.

- Pour les faibles valeurs de Ra ( $10^3$ - $10^4$ ), le transfert de chaleur n'est pas considérablement influencé par le rapport de la conductivité thermique.

**Varol et al. [42]** ont réalisé une étude de la convection naturelle conjuguée dans une cavité poreuse trapézoïdale au niveau de la paroi froide droite (**Figure I.10**). La paroi gauche épaisse est maintenue à une température chaude et les parois horizontales sont thermiquement adiabatiques. Les auteurs concluent que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et la diminution de l'épaisseur de la paroi. De plus, l'effet de l'angle d'inclinaison de la paroi droite est insignifiant sur le transfert de chaleur pour les faibles valeurs du rapport de la conductivité thermique.



**Figure I.10** : Configurations étudiées par **Varol et al. [42]**.

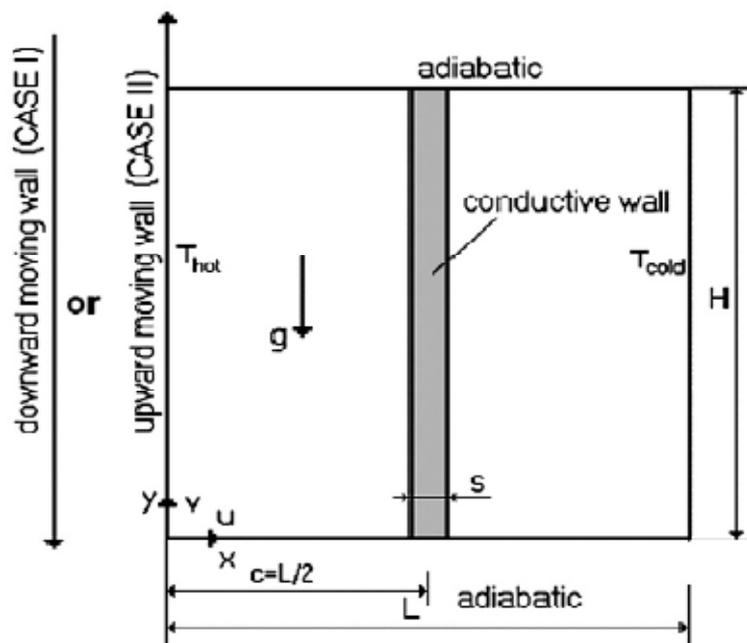
La génération d'entropie due à la convection naturelle dans une cavité avec des parois verticales épaisses est étudiée par **Varol et al. [43]**. Dans cette étude, la méthode numérique des différences finies est utilisée pour résoudre les équations régissant. Ils ont constaté que la génération d'entropie augmente avec le rapport de conductivité thermique et de l'épaisseur des parois verticales.

**Bourouis et al. [44]** ont présenté une étude numérique de l'écoulement et du transfert de chaleur à l'intérieur d'une cavité carrée partiellement occupée par une couche poreuse verticale d'épaisseur variable. La paroi gauche maintenue à une température froide et se déplace vers le haut avec une vitesse constante. La paroi droite immobile et maintenue à une

température linéaire. Dans le milieu poreux le modèle de Brinkman-Wooding est utilisé. Les résultats obtenus montrent que l'augmentation de l'épaisseur de la couche poreuse engendre une diminution de l'intensité de l'écoulement. De plus, l'échange de chaleur à l'interface fluide-couche poreuse augmente avec l'épaisseur de la couche poreuse.

Une étude de la convection naturelle conjuguée dans une cavité verticalement séparée par une partition solide est réalisée numériquement par **Ho et Yih [45]**. La convection est déclenchée par un gradient de température appliqué au niveau des parois verticales. Les parois horizontales sont thermiquement isolées. L'effet de rapport d'aspect (1-10), le nombre de Rayleigh ( $10^3$ - $10^6$ ) et le rapport de la conductivité thermique solide-fluide (20-50000) sont examinés. Ils ont montré que l'insertion de la partition solide atténue le taux de transfert de chaleur dans la cavité. Par contre, l'augmentation du rapport de la conductivité thermique favorise le taux du transfert de chaleur. Par ailleurs, ce dernier est une fonction décroissante avec le rapport d'aspect.

**Oztop et al. [46]** ont étudié numériquement la convection mixte dans la même configuration étudiée par **Ho et Yih [45]**. Dans cette étude la convection mixte est assurée par l'effet d'entraînement de la paroi gauche (vers le bas ou vers le haut) comme illustrée par la figure suivante.



**Figure I.11** : Cavité du problème étudié par **Oztop et al. [46]**.

Leur étude est basée sur l'effet du rapport de la conductivité thermique fluide-solide (0.001, 1, 10), du nombre de Richardson (0.1, 1, 10) pour une épaisseur de la couche solide 0.1. Les résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur diminue avec l'augmentation du rapport de la conductivité thermique pour toutes les valeurs de  $Ri$ . Pour les faibles valeurs de  $Ri$ , l'effet du rapport de la conductivité thermique est insignifiant sur le nombre de Nusselt moyen.

**Bourouis et al. [47]** ont remplacé la partition solide par une partition poreuse dans la configuration étudiée par **Oztop et al. [46]**. Dans cette partition poreuse, la formulation mathématique du problème repose sur le modèle général de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Ils ont analysé l'effet du rapport de la conductivité thermique milieu poreux-fluide ( $R_k = 0.1, 1$  et 10) et du nombre de Richardson ( $Ri = 0.1, 1, 10$ ) pour une épaisseur de la couche poreuse égale 0.2. Les résultats obtenus montrent que :

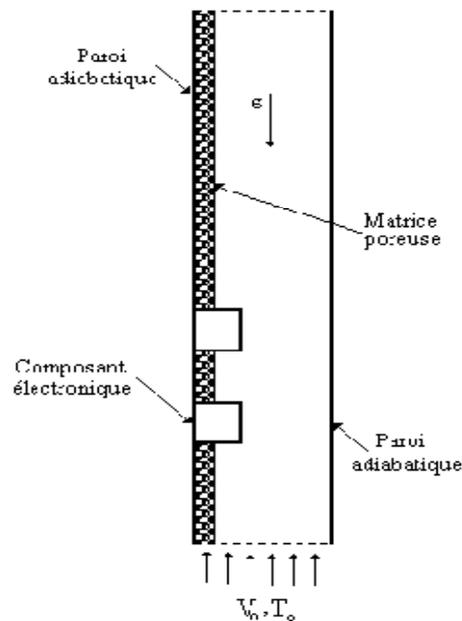
- Pour les faibles valeurs de  $R_k$ , la partition poreuse est supposée comme une isolation thermique.
- Une distribution uniforme de température au niveau de la partition poreuse est observée pour les valeurs élevées de  $R_k$ .
- L'effet de  $R_k$  devient insignifiant sur le champ dynamique pour les faibles valeurs du nombre de  $Ri$ .
- Pour les valeurs élevées de  $Ri$ , l'intensité de l'écoulement générée par la cellule de la convection naturelle augmente respectivement avec  $R_k$ .

**Oztop et al. [48]** ont présenté une étude numérique de la convection mixte conjuguée dans une cavité carrée avec la paroi inférieure épaisse et maintenue à une température chaude. La paroi supérieure est en mouvement et maintenue à une température froide, tandis que les parois verticales sont fixes et adiabatiques. Ils ont montré que le transfert de chaleur diminue avec l'augmentation du rapport de la conductivité thermique fluide-solide, le nombre de Richardson et l'épaisseur de la paroi.

Dans le cas des écoulements ouverts, l'amélioration du transfert de chaleur dans les conduites est effectuée par l'insertion des blocs poreux ou solide enveloppé par une matrice poreuse. L'intérêt de cette procédure est d'augmenter la surface d'échange du transfert de chaleur. Donc c'est la convection conjuguée dans un milieu composite. L'application de ce

type d'écoulement se trouve généralement dans le cas de refroidissement des composants électroniques.

**Bensouici et Bessaïh [49]** ont étudié numériquement le refroidissement de deux sources de chaleur identiques installées dans un canal vertical, avec une couche poreuse montée sur la paroi gauche comme représentée sur la **Figure I.12**. Les effets du nombre de Richardson, de Darcy, de la conductivité thermique de la matrice poreuse, et celle de la source de chaleur sont examinés. Les résultats montrent que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Aussi, ils ont montré que l'insertion de la matrice poreuse avec une conductivité thermique élevée améliore le refroidissement des sources de chaleur.



**Figure I.12** : Configuration étudiée par **Bensouici et Bessaïh [49]**.

**Huang et Chen [50]** ont réalisé une étude numérique la convection mixte laminaire d'un écoulement ascendant dans une conduite verticale munie par plusieurs sources de chaleur enveloppées par un matériau poreux. L'étude est basée sur l'effet du nombre de Darcy, du nombre de Reynolds, du nombre de Grashof et du rapport de conductivité sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur. Ils ont constaté que l'insertion de l'enveloppe poreuse entraîne un bon refroidissement des sources de chaleur. Ils ont constaté

aussi l'existence d'une valeur critique du nombre de Darcy pour laquelle le transfert de chaleur est maximal.

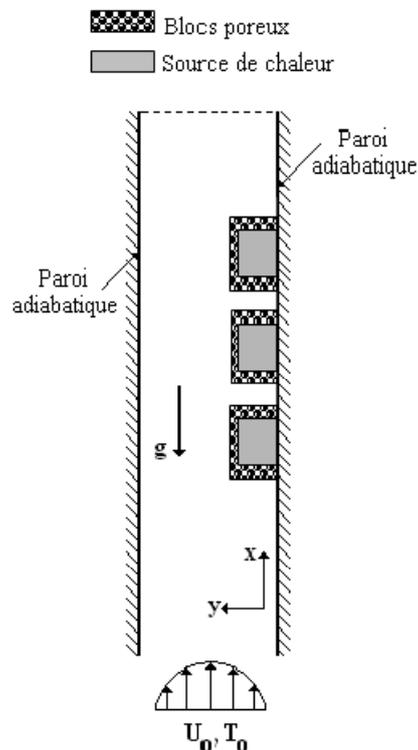


Figure I.13 : Schéma étudié par Huang et Chen [50].

Guerroudj et Kahalerras [51] ont étudié numériquement la convection mixte laminaire dans un canal horizontal bidimensionnel équipé de blocs poreux de diverses formes (Figure I.14). Les résultats obtenus montrent que la forme des blocs poreux peut changer sensiblement les caractéristiques d'écoulement et du transfert thermique. En outre, un choix judicieux de ces paramètres peut mener à des taux élevés de transfert thermique accompagné d'une augmentation modérée de la chute de pression.

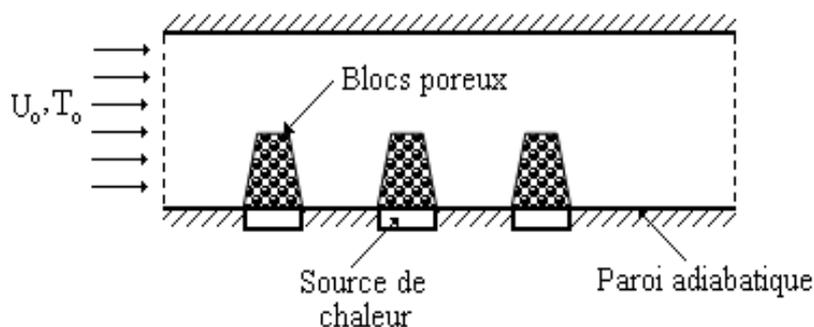
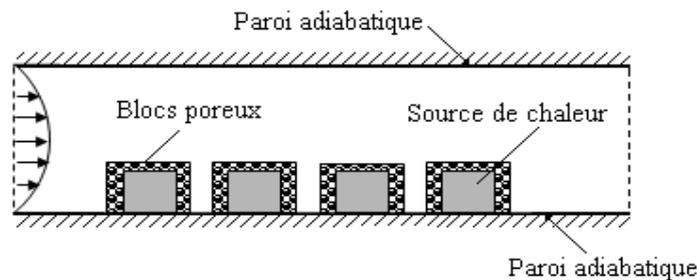


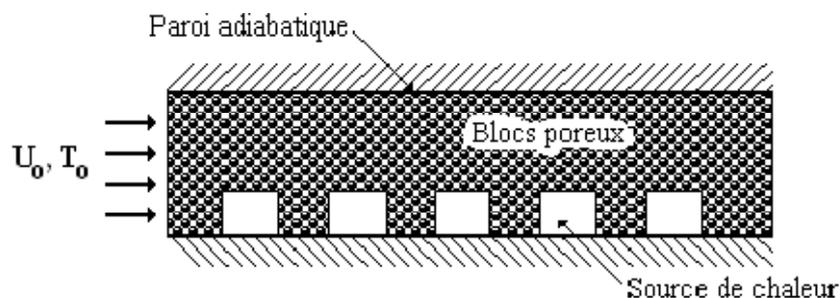
Figure I.14 : Configuration étudiée par Guerroudj et Kahalerras [51].

Le problème de la convection forcée dans un canal horizontal, contenant des blocs chauffés couverts par un milieu poreux à été étudié numériquement par **Yucel et Guven [52]** (**Figure I.15**). L'influence du nombre de Reynolds, du nombre de Prandtl et la conductivité thermique du milieu poreux est examinée. Les résultats montrent que la couverture poreuse avec une grande conductivité thermique améliore le transfert de chaleur des blocs. Pa ailleurs, ils ont constaté une amélioration du refroidissement des blocs avec l'augmentation des valeurs des nombres de Reynolds et de Prandtl.



**Figure I.15** : Schématisation de la conduite étudiée par **Yucel et Guven [52]**.

**Tzeng [53]** a étudié numériquement le transfert de chaleur par convection forcée dans un canal horizontal rempli totalement par un matériau poreux et contenant cinq sources de chaleur placées sur la paroi inférieure. Les effets du nombre de Reynolds, des dimensions des sources de chaleur et de l'espacement entre les sources ont été considérés. Les résultats montrent que l'augmentation du nombre de Reynolds entraîne un bon refroidissement des sources de chaleur. En plus, l'échange du transfert de chaleur augmente avec le nombre de Reynolds et diminue avec la largeur des sources de chaleur.



**Figure I.16** : Configuration étudiée par **Tzeng [53]**.

D'autres études portant sur le problème de la convection conjuguée (naturelle, forcée, mixte) dans différentes configurations géométriques peuvent être consultées dans les références [54-63].

Dans la plupart des applications de transfert de chaleur dans les milieux poreux, l'échange de chaleur entre les deux phases solide et fluide est négligeable, c'est-à-dire les particules fluides sont en équilibre thermique local avec celles du solide (ETL). Quand la vitesse de filtration du fluide dans la matrice poreuse est importante, l'échange de chaleur entre les deux phases devient très rapide. En conséquence, la température de la phase solide et celle de la phase fluide ne sont plus identiques. Cette théorie est appelée: hors d'équilibre thermique local (HETL). D'un point de vue pratique la théorie hors équilibre thermique local joue un rôle important dans les milieux poreux, tels que les microprocesseurs des ordinateurs en utilisant de mousses métalliques poreuse [64], séchage/congélation d'aliments [65], chauffage à micro-ondes [66],... etc.

L'adaptation du modèle hors équilibre thermique local (HETL) entre les particules fluides et solides dans les milieux poreux suscite l'intérêt des études récentes.

**Khadrawi et Al-Nimr [67]** ont présenté une étude numérique de la convection naturelle dans une conduite poreuse hors équilibre thermique local. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer est employé pour modéliser l'écoulement dans le milieu poreux. Ils ont constaté que le modèle d'équilibre thermique locale (ETL) est valable pour des valeurs élevées du coefficient d'échange interphase, de rapport de la conductivité thermique modifiée et pour des faibles valeurs du nombre de Darcy.

La combinaison entre les trois modes du transfert de chaleur (convection, conduction et rayonnement) dans une cavité poreuse hors équilibre thermique local a été réalisée par **Badruddin et al. [68]**. La méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre les équations mathématiques. Ils ont examiné l'effet du rapport de la conductivité thermique modifié ( $\gamma$ ), du coefficient d'échange interphase( $H$ ), du paramètre de rayonnement( $d$ ) et du nombre de Rayleigh ( $Ra$ ). Ils ont montré que l'augmentation du coefficient d'échange interphase diminue le nombre de Nusselt moyen de fluide et augmente celui du solide. De plus, l'augmentation du paramètre de rayonnement améliore l'échange de chaleur entre les deux phases.

**Khashan et al. [69]** ont mené une étude de la convection naturelle de Rayleigh Bénard dans une cavité rectangulaire poreuse. Dans cette étude les auteurs ont adopté le modèle hors équilibre thermique local entre les particules de fluide et celles de solide. Plusieurs modèles d'écoulement dans le milieu poreux sont employés. Ils ont constaté que l'intensité d'écoulement est faible en utilisant le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer

comparativement avec celle des autres modèles. En plus, l'état d'équilibre thermique locale peut être applicable pour :

- Faibles valeurs du nombre de Darcy et de Rayleigh.
- Valeurs élevées de coefficient d'échange interphase et de rapport de la conductivité thermique modifiée.

Une étude numérique de l'effet de l'état HETL sur la convection naturelle dans une cavité poreuse est menée par **Pippal et Bera [70]** avec un flux de chaleur imposé sur les parois verticales. Les parois horizontales sont thermiquement adiabatiques. La résolution des équations est effectuée numériquement par la méthode A.D.I pour une cavité rectangulaire et analytiquement par la théorie de flux parallèle pour une cavité mince. Les auteurs ont conclu que pour les très faibles valeurs du rapport de la conductivité thermique, le Nusselt moyen de fluide est une fonction décroissante avec le coefficient d'échange interphase pour une cavité mince. Cependant, pour une cavité rectangulaire le Nusselt moyen du fluide est invariant par rapport au coefficient d'échange interphase. Ils ont constaté aussi que l'écart de température entre les deux phases est négligeable pour des valeurs élevées du coefficient d'échange interphase et du rapport de la conductivité thermique modifiée. De plus, le transfert de chaleur est maximum (dans les deux phases) pour un rapport d'aspect  $A_0$  appartenant à l'intervalle [1, 1.5] dans le cas ETL et  $A_0 = 6$  dans le cas HETL.

Une investigation récente porte sur la convection naturelle double diffusive dans une cavité poreuse hors équilibre thermique local a été faite par **Bera et al. [71]**. Dans cette étude, le modèle général de Darcy-Brinkman-Forchheimer et la méthode de volumes finis sont utilisés. Les auteurs ont observé qu'aux faibles valeurs de  $\gamma$ , l'augmentation du coefficient d'échange interphase engendre une diminution du Nusselt moyen du fluide et une augmentation de celui du solide. Néanmoins, pour des valeurs élevées de  $\gamma$ , l'échange de chaleur dans les deux phases est invariant en fonction de  $H$ .

**Bourouis et al. [72,73]** ont présenté deux études numériques du transfert de chaleur par convection naturelle à l'intérieur d'une cavité poreuse hors équilibre thermique local. L'écoulement est déclenché en maintenant partiellement les deux parois verticales à des températures constantes et les deux parois horizontales isolées. Cet écoulement est régi par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. La première étude s'intéresse à l'effet des paramètres de HETL ( $H$  et  $\gamma$ ), du nombre de Rayleigh et de Darcy. Par contre, la deuxième étude est consacrée pour examiner l'effet de l'inclinaison de la cavité. Ils ont conclu que :

- La position de la zone de chauffage/refroidissement et l'angle d'inclinaison de la cavité ont une influence considérable sur le taux de transfert et sur l'écart entre les deux nombres de Nusselt moyens du fluide et du solide.
- Les nombres de Nusselt moyens du fluide et du solide augmentent avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et de Darcy.
- Aux faibles valeurs de ces deux nombres l'équilibre thermique entre les deux phases est valide, par contre en augmentant  $Ra$  et  $Da$ , le modèle hors équilibre thermique domine.

L'application du modèle hors équilibre thermique local aux problèmes du transfert de chaleur par convection dans les conduites poreuses (écoulement ouvert) a aussi suscité l'intérêt de plusieurs chercheurs. **Khashan et al. [74]** ont réalisé une étude numérique de transfert de chaleur par convection forcée d'un écoulement stationnaire dans un tube rempli par un milieu poreux en utilisant le modèle à deux équations (HETL). Dans cette étude, les effets inertiels non linéaires de Forchheimer ont été pris en considération. Ils ont montré que le modèle ETL est presque dominant sur tout le domaine étudié quand le nombre de Péclet diminue et le nombre de Biot augmente. En plus, l'augmentation du rapport de la conductivité thermique entre la phase fluide et solide engendre une extension de la région de HETL.

**Mehmoudi [75]** a présenté une étude numérique de la convection forcée dans une conduite poreuse HETL. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer est utilisé pour représenter l'écoulement dans le milieu poreux. L'effet du transfert de chaleur par rayonnement de la phase solide sur la phase fluide est examiné. Il a constaté que la température de la phase solide et celle de la phase fluide obtenues en présence du rayonnement est sensiblement inférieure à celles obtenues en l'absence du rayonnement. De plus, l'effet du rayonnement thermique de la phase solide mène les deux champs de température à l'état d'équilibre thermique local, notamment aux faibles valeurs de la porosité.

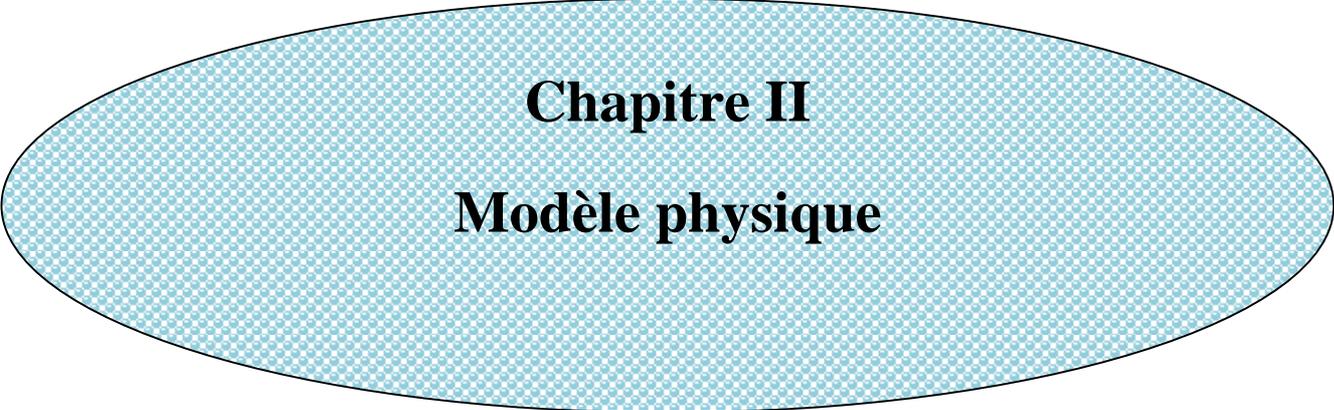
**Ting et al. [76]** ont étudié analytiquement l'effet de la dissipation visqueuse sur la performance thermique de la convection forcée dans un micro-canal poreux saturé par un nano-fluide (eau- $Al_2O_3$ ) hors équilibre thermique local. Les auteurs ont montré que l'effet de la dissipation visqueuse devient important avec la présence du milieu poreux et augmente davantage en ajoutant des nanoparticules.

## I.5. Conclusion

A travers cette étude bibliographique, on constate, à notre connaissance, que les études concernant : (i) le transfert de chaleur par convection mixte conjuguée dans les cavités partiellement occupées par un milieu poreux, (ii) le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité poreuse hors équilibre thermique local avec des parois partiellement actives sont quasiment inexistantes.

L'objectif principal de cette étude en premier lieu, est d'étudier l'effet du rapport de la conductivité thermique et du nombre de Richardson sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur par convection mixte conjuguée dans une cavité carrée occupée par une couche poreuse verticale en équilibre thermique local (ETL).

Ensuite, on s'intéresse aux paramètres de HETL et la position de la zone active sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité totalement poreuse hors équilibre thermique local.



## **Chapitre II**

### **Modèle physique**

## Modèle physique

### II.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons la géométrie des deux problèmes étudiés, les hypothèses simplificatrices et les équations mathématiques de conservation. Ensuite, nous posons les équations différentielles et les conditions aux limites sous forme adimensionnelle.

### II.2. Modélisation mathématique

D'une manière générale, l'expression mathématique de l'équation générale de transport d'une variable physique ( $\phi$ ), peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i \phi) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) + S \quad (\text{II.1})$$

Où

$\frac{\partial \phi}{\partial t}$  : Terme transitoire.

$\frac{\partial}{\partial x_i} (u_i \phi)$  : Terme convectif.

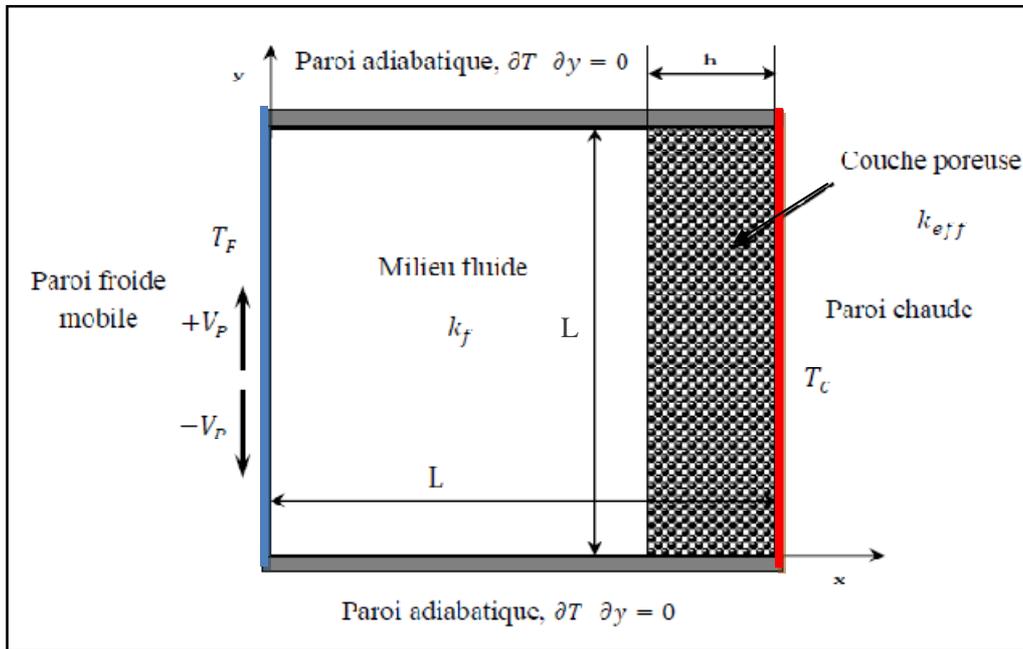
$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)$  : Terme diffusif.

$S$  : Terme source.

#### II.2.1. Convection mixte conjuguée dans une cavité occupée par une couche poreuse verticale

La géométrie du problème étudié est schématisée par la **Figure II.1**. Il s'agit d'une cavité carrée ( $L \times L$ ). Une couche poreuse d'épaisseur variable ( $h$ ) est collée verticalement à la paroi droite. La paroi gauche maintenue à la température froide subit un déplacement dans

son propre plan avec une vitesse constante et uniforme. La paroi verticale de droite immobile et maintenue à la température chaude. Les parois horizontales sont immobiles et adiabatiques.



**Figure II.1 :** Géométrie du problème considéré (convection mixte conjuguée).

Pour la modélisation du problème physique de la convection mixte dans une cavité carrée occupée par une couche poreuse, nous adoptons les hypothèses simplificatrices suivantes :

1. Fluide Newtonien, visqueux, incompressible.
2. Régime d'écoulement laminaire bidimensionnel et stationnaire.
3. Le milieu poreux est supposé isotrope, homogène et saturé par le fluide.
4. Les particules fluides sont en équilibre thermique avec celles composant la matrice poreuse.
5. La dissipation visqueuse dans l'équation d'énergie est négligeable.
6. Absence de source de chaleur.
7. Les propriétés thermo-physiques du fluide sont constantes et sont déterminées à partir de la température de référence  $T_F$ . Par contre, la masse volumique du fluide dans le terme des forces de volume suit une loi de variation linéaire avec la température  $T_F$  selon l'approximation de Boussinesq:

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_F)]$$

En se basant sur ces hypothèses simplificatrices, l'ensemble des équations de conservation sont comme suit [50]:

Équation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.2})$$

Équation de quantité de mouvement

$$\frac{1}{\varepsilon} \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{\varepsilon} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \delta \left( \frac{\nu}{K} u + \frac{Fc}{K^{1/2}} u \sqrt{u^2 + v^2} \right) \quad (\text{II.3})$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\nu}{\varepsilon} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \delta \left( \frac{\nu}{K} v + \frac{Fc}{K^{1/2}} v \sqrt{u^2 + v^2} \right) + \rho g \quad (\text{II.4})$$

Équation d'énergie

$$(\rho C_p)_f \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.5})$$

Où:

$$k = \begin{cases} k_f & \text{milieu fluide} \\ k_{eff} & \text{milieu poreux} \end{cases}$$

$k_f$  Conductivité thermique de fluide

$k_{eff}$  Conductivité thermique effective

$C_p$  Capacité calorifique

$\mu_f$  Viscosité dynamique de fluide

$\mu_{eff}$  Viscosité dynamique effective

$\nu$  Viscosité cinématique

$\rho$  Masse volumique

$\varepsilon$  Porosité

En utilisant les variables caractéristiques suivantes:

$$(X, Y) = (x, y)/L, \quad \Delta = h/L, \quad (U, V) = (u, v)/V_p, \quad (II.6)$$

$$\theta = (T - T_C)/(T_H - T_C), \quad P = p/V_p^2$$

L'ensemble des équations de conservation précédentes peuvent être mise sous forme adimensionnelle :

Équation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (II.7)$$

Équations de conservation de la quantité de mouvement suivant X et Y

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left( U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{R_\mu}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \delta \left( \frac{1}{\text{ReDa}} U + \frac{\text{Fc}}{\sqrt{\text{Da}}} |\vec{V}| U \right) \quad (II.8)$$

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left( U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{R_\mu}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \delta \left( \frac{1}{\text{ReDa}} V + \frac{\text{Fc}}{\sqrt{\text{Da}}} |\vec{V}| V \right) + \text{Ri} \theta \quad (II.9)$$

Équation de conservation de l'énergie

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{R_K}{\text{Pe}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (II.10)$$

Avec:

$$|\vec{V}| = \sqrt{U^2 + V^2}$$

$$\text{Fc} = \frac{1.75}{\sqrt{150\varepsilon}^{3/2}} : \text{coefficient de Forchheimer.}$$

$R_\mu, R_K$  : rapports des viscosités dynamiques et des conductivités thermiques.

$R_\mu = \mu_{\text{eff}} / \mu_f$ , dans cette étude  $R_\mu = 1$  (Naele et Nader [55], Lundgren [62]).

$$R_k = \begin{cases} 1 & \text{dans le milieu fluide.} \\ \frac{k_{eff}}{k_f} & \text{dans le milieu poreux.} \end{cases}$$

$Ri$  ,  $Pe$  ,  $Da$  et  $Re$  : sont respectivement les nombres de Richardson, de Péclet, de Darcy et de Reynolds .

D'une manière générale, l'ensemble des variables et des coefficients de l'équation générale de transport (II.1) peuvent être résumés dans le tableau ci-dessous

Quantité Équations	$\phi$	$\Gamma$	$S$
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement suivant OX	U	$\frac{\varepsilon^2 R_\mu}{Re}$	$-\varepsilon^2 \left( \frac{\partial P}{\partial X} + \delta \left( \frac{1}{Da \cdot Re} + \frac{Fc}{\sqrt{Da}}  \vec{V}  \right) U \right)$
Quantité de mouvement suivant OY	V	$\frac{\varepsilon^2 R_\mu}{Re}$	$-\varepsilon^2 \left( \frac{\partial P}{\partial Y} + \delta \left( \frac{1}{Da \cdot Re} + \frac{Fc}{\sqrt{Da}}  \vec{V}  \right) V - Ri\theta \right)$
Énergie	$\theta$	$R_k/Pe$	0

**Tableaux II.1 :** Variables et coefficients des équations de transport ; (convection mixte conjuguée).

**Condition aux limites**

Les conditions aux limites dynamiques et thermiques sous forme adimensionnelles sont données dans le tableau suivant :

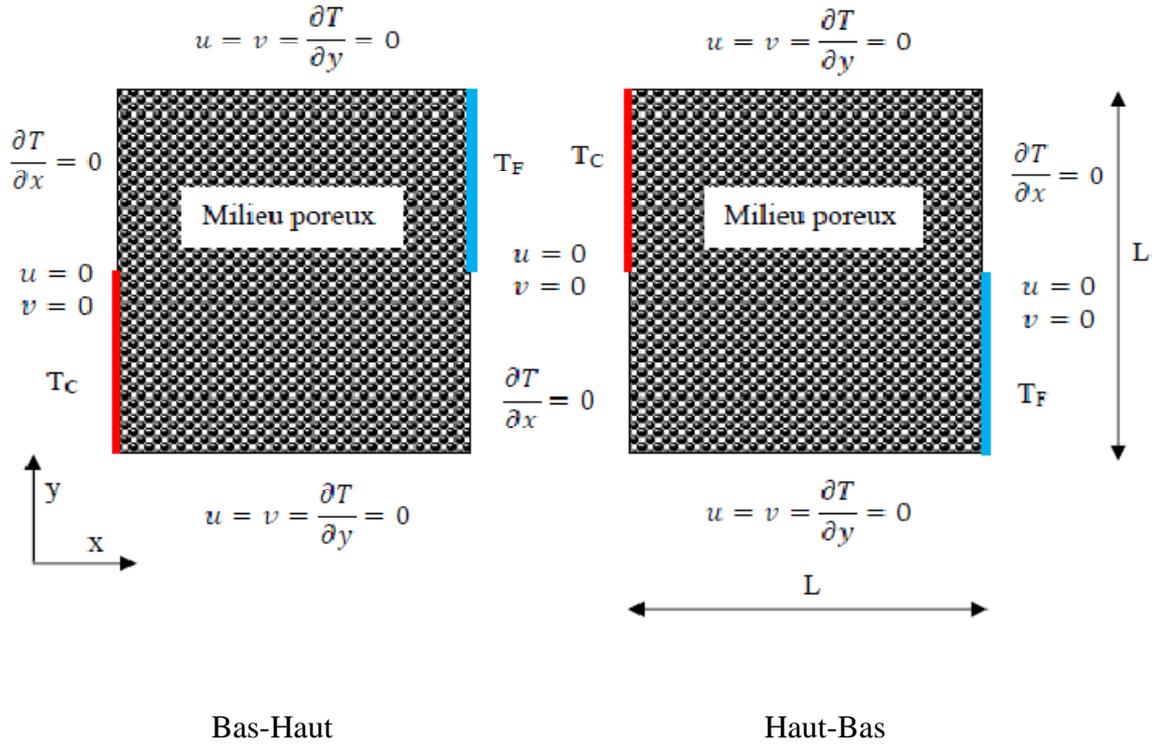
Limites	Conditions dynamiques	Conditions thermiques
X=0, 0 ≤ Y ≤ 1 Paroi gauche	U = 0, V = 1 ou V = -1	θ = 0
X=1, 0 ≤ Y ≤ 1 Paroi droite	U = 0, V = 0	θ = 1
Y=0, 0 ≤ X ≤ 1 Paroi inferieure	U = 0, V = 0	∂θ/∂Y = 0
Y=1, 0 ≤ X ≤ 1 Paroi supérieure	U = 0, V = 0	∂θ/∂Y = 0
X=0.7, 0 ≤ Y ≤ 1 A l'interface	$U_f = U_p$	$\theta_f = \theta_p$
	$(\partial U / \partial x)_f = R_\mu (\partial U / \partial x)_p$	$(\partial \theta / \partial x)_f = R_K (\partial \theta / \partial x)_p$

**Tableaux II.2 :** Conditions aux limites (convection mixte conjugée).

**II.2.2. Convection naturelle à l'intérieur d'une cavité poreuse HETL**

Dans ce cas, nous avons gardé les mêmes hypothèses simplificatrices relatives au cas précédent sauf la condition relative à l'équilibre thermique entre le fluide saturant le milieu poreux et les particules solides constituant la matrice solide où nous supposons que les particules fluides sont en hors équilibre thermique local avec celles qui composent la matrice poreuse.

La géométrie du problème étudié est schématisée sur la **Figure II.2**. Les parois, supérieure et inferieure sont thermiquement isolées, tandis que les parois verticales gauche et droite sont maintenues partiellement à des températures chaude et froide respectivement (les deux phases sont soumises aux mêmes conditions aux limites).



**Figure II.2 :** Géométrie du problème physique étudié (convection naturelle HETL)

Les équations générales gouvernant le problème de la convection naturelle dans une cavité carrée totalement poreuse avec l'application du modèle hors équilibre thermique local entre les deux phases sont les suivantes (modèle général de Darcy-Brinkman-Forchheimer).

Équation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{II.11}$$

Équations de conservation de la quantité de mouvement suivant x et y

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{\varepsilon} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\nu}{K} u - \frac{C_F}{K^{1/2}} u \sqrt{u^2 + v^2} \tag{II.12}$$

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\nu}{\varepsilon} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{\nu}{K} v - \frac{C_F}{K^{1/2}} v \sqrt{u^2 + v^2} + \rho g \tag{II.13}$$

Équation de conservation de l'énergie [71]

Phase fluide

$$(\rho C_p)_f \left( u \frac{\partial T_f}{\partial x} + v \frac{\partial T_f}{\partial y} \right) = \varepsilon k_f \left( \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} \right) + h(T_s - T_f) \quad (\text{II.14})$$

Phase solide

$$(1 - \varepsilon) k_s \left( \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} \right) + h(T_f - T_s) = 0 \quad (\text{II.15})$$

$h$ ,  $\varepsilon$  : sont respectivement le coefficient d'échange interphase et la porosité de milieu poreux.

Les équations (II.12 - II.15) sont mises sous forme adimensionnelle en utilisant les variables caractéristiques suivantes :

$$(X, Y) = (x, y)/L, \quad (U, V) = L(C_p)_f (u, v)/\varepsilon_f, \quad (\theta_f, \theta_s) = (T_{f,s} - T_F)/(T_H - T_F)$$

$$P = \rho_f L^2 / \alpha^2, \quad \alpha = k_f / (C_p)_f$$

Le système d'équations adimensionnelles s'écrit alors sous la forme suivante:

Équation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.16})$$

Équation de conservation de la quantité de mouvement suivant X et Y

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \varepsilon \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{\varepsilon \text{Pr}}{Da} U - \frac{\varepsilon^2 F}{\sqrt{Da}} |\vec{V}| U \quad (\text{II.17})$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \varepsilon \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{\varepsilon \text{Pr}}{Da} V - \frac{\varepsilon^2 F}{\sqrt{Da}} |\vec{V}| V + \varepsilon Ra \text{Pr} \theta_f \quad (\text{II.18})$$

Équation de conservation de l'énergie de la phase fluide

$$U \frac{\partial \theta_f}{\partial X} + V \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} = \left( \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial Y^2} \right) + H(\theta_s - \theta_f) \quad (\text{II.19})$$

Équation de conservation de l'énergie de la phase solide

$$0 = \left( \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial Y^2} \right) + \gamma H (\theta_f - \theta_s) \tag{II.20}$$

avec :

$$Ra = g\beta\Delta\theta L^3 / (\nu\alpha)_f : \text{nombre de Rayleigh}$$

$$\gamma = \varepsilon k_f / (1 - \varepsilon) k_s : \text{conductivité thermique modifiée}$$

$$H = h' L^2 / \varepsilon k_f : \text{coefficient d'échange adimensionnel interphase.}$$

$$F = C_F L / \sqrt{K} : \text{nombre de Forchheimer}$$

Les variables et les coefficients de l'équation générale de transport pour ce cas sont résumés dans le tableau ci-dessous :

Quantité		$\phi$	$\Gamma$	$S$
Équations				
Continuité		1	0	0
Quantité de mouvement suivant OX		U	$\varepsilon Pr$	$-\frac{\partial P}{\partial X} - \left( \frac{\varepsilon Pr}{Da} + \frac{\varepsilon^2 Fc}{\sqrt{Da}}  \vec{V}  \right) U$
Quantité de mouvement suivant OY		V	$\varepsilon Pr$	$-\frac{\partial P}{\partial Y} - \left( \frac{\varepsilon Pr}{Da} + \frac{\varepsilon^2 Fc}{\sqrt{Da}}  \vec{V}  \right) V + \varepsilon Ra Pr \theta_f$
Énergie	fluide	$\theta_f$	1	$H(\theta_s - \theta_f)$
	Solide	$\theta_s$	1	$\gamma H(\theta_f - \theta_s)$

**Tableaux II.3 :** Variables et coefficients des équations de transport : (convection naturelle HETL).

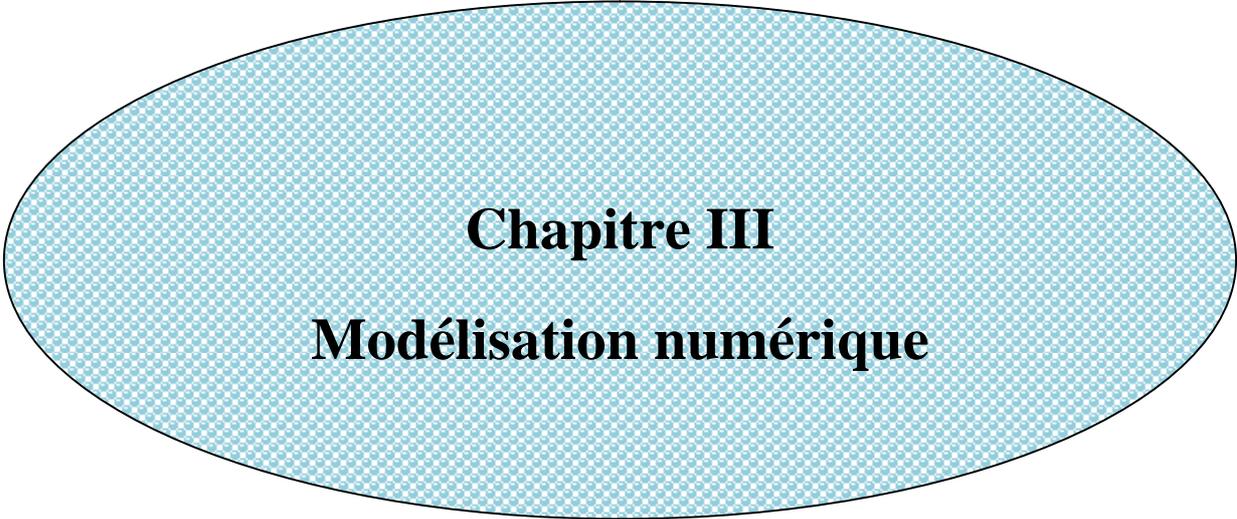
**Condition aux limites**

Les conditions aux limites dynamiques et thermiques sous forme adimensionnelles sont données dans le tableau suivant :

**Remarque :** dans le tableau ci-dessous, les températures à la frontière des deux phases sont identiques ( $\theta_f = \theta_s = \theta$ )

Conditions dynamiques		Conditions thermiques	
Limites	Conditions	Limites	Conditions
X=0, $0 \leq Y \leq 1$ Paroi gauche	U = 0, V = 0	X=0, $0 \leq Y \leq 1/2$	$\theta = 1$ ou $\partial\theta/\partial X = 0$
		X=0, $1/2 \leq Y \leq 1$	$\partial\theta/\partial X = 0$ ou $\theta = 1$
X=1, $0 \leq Y \leq 1$ Paroi droite	U = 0, V = 0	X=1, $0 \leq Y \leq 1/2$	$\theta = 0$ ou $\partial\theta/\partial X = 0$
		X=1, $1/2 \leq Y \leq 1$	$\partial\theta/\partial X = 0$ ou $\theta = 0$
Y=0, $0 \leq X \leq 1$ Paroi inferieure	U = 0, V = 0	Y=0, $0 \leq X \leq 1$	$\partial\theta/\partial Y = 0$
Y=1, $0 \leq X \leq 1$ Paroi supérieure	U = 0, V = 0	Y=1, $0 \leq X \leq 1$	$\partial\theta/\partial Y = 0$

**Tableaux II.4 :** Conditions aux limites (convection naturelle HETL).



## **Chapitre III**

### **Modélisation numérique**

## Modélisation numérique

### III.1. Introduction

Les équations de conservation de quantité de mouvement et de l'énergie régissant le phénomène de convection naturelle ou mixte dans une cavité, sont des équations différentielles aux dérivées partielles elliptiques et non-linéaires d'une part, et complexes et couplées d'autre part. Vu la complexité de l'obtention d'une solution analytique, une solution par voie numérique s'impose. Il s'agit de transformer l'ensemble des équations différentielles en un système d'équations algébriques par une méthode de discrétisation. Il existe plusieurs méthodes numériques de discrétisation telles que : la méthode des volumes finis, la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis, ..., etc. Parmi ces méthodes, nous avons choisi la méthode des volumes finis à cause de ces nombreux avantages, en particulier des bilans de quantités de mouvement et de l'énergie.

Le principe de la méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations de transport sur un ensemble discret de volumes finis élémentaires couvrant le domaine physique. Le résultat de la discrétisation en un point est une équation algébrique liant la valeur d'une variable aux valeurs des variables des points voisins.

### III.2. Équation générale de transport

L'équation générale de transport d'une variable  $\phi$  pour un écoulement bidimensionnel et incompressible s'écrit dans le système cartésien comme suit :

$$\underbrace{\frac{\partial (U_i \phi)}{\partial X_i}}_1 = \underbrace{\frac{\partial}{\partial X_i} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X_i} \right)}_2 + \underbrace{S}_3 \quad (\text{III. 1})$$

1 : terme de transport par convectif.

2 : terme de transport par diffusif.

3 : terme de source.

Avec :

$U, V$  : composantes axiale et verticale de la vitesse.

$\Gamma$  : coefficient de diffusion.

$i$  : indice désignant la somme ( $i=1,2$ ).

$\phi, \Gamma$  et  $S$  : variable physiques définies dans le **Tableau II.1**

### III.3. Linéarisation du terme source

La formule de linéarisation peut s'écrire sous la forme suivante (**Patankar [77]**):

$$S = S_C + S_P \phi_P$$

$S_P$  est le coefficient de  $\phi_P$  est  $S_C$  est la partie de  $S$  qui ne dépend pas explicitement de la variable  $\phi_P$ .

Les valeurs des termes sources linéarisés ( $S_C$  et  $S_P$ ) pour les différentes équations sont résumées dans les tableaux suivant :

Quantité Équations	$S_C$	$S_P$
Continuité	0	0
Quantité de mouvement suivant OX	$\delta \varepsilon^2 \frac{F_c U^3}{\sqrt{Da}  \vec{V} }$	$-\delta \varepsilon^2 \left( \frac{1}{Da \cdot Re} + \frac{F_c}{\sqrt{Da}} \left(  \vec{V}  + \frac{U^2}{ \vec{V} } \right) \right)$
Quantité de mouvement suivant OY	$\varepsilon^2 \left( \delta \frac{F_c V^3}{\sqrt{Da}  \vec{V} } + Ri\theta \right)$	$-\delta \varepsilon^2 \left( \frac{1}{Da \cdot Re} + \frac{F_c}{\sqrt{Da}} \left(  \vec{V}  + \frac{V^2}{ \vec{V} } \right) \right)$
Énergie	0	0

**Tableau III.1** : Linéarisation des termes source (convection mixte conjuguée).

Quantité		$S_C$	$S_P$
Équations			
continuité		0	0
Quantité de mouvement suivant OX		$\varepsilon^2 \frac{F_c U^3}{\sqrt{Da}  \vec{V} }$	$-\left(\frac{\varepsilon Pr}{Da} + \frac{\varepsilon^2 F_c}{\sqrt{Da}} \left( \vec{V}  + \frac{U^2}{ \vec{V} }\right)\right)$
Quantité de mouvement suivant OY		$\varepsilon^2 \frac{F_c V^3}{\sqrt{Da}  \vec{V} } + \varepsilon Ra Pr \theta_f$	$-\left(\frac{\varepsilon Pr}{Da} + \frac{\varepsilon^2 F_c}{\sqrt{Da}} \left( \vec{V}  + \frac{V^2}{ \vec{V} }\right)\right)$
Énergie	fluide	$H\theta_s$	$-H$
	solide	$H\gamma\theta_f$	$-H\gamma$

**Tableau III.2 :** Linéarisation des termes source (convection naturelle HETL).

### III.4. Maillage

Le domaine physique est divisé en un ensemble de volumes élémentaires. Les faces du volume de contrôle typique sont localisées au point e, w, n, s (**Figure III.1**). Notons que le nœud P est le centre du volume de contrôle considéré, et les nœuds E, W, N, S sont les centres des volumes de contrôles adjacents situés respectivement à l'Est, Ouest, Nord et Sud. Les quantités scalaires (pression et température) sont stockées aux centres des volumes finis, par contre, les composantes de la vitesse sont localisées aux faces des volumes finis.

Ce volume de contrôle est utilisé pour l'expression des bilans des grandeurs scalaires, appelé volume de contrôle typique (**Figure III.1**), et pour l'expression des grandeurs vectorielles, un volume de contrôle décalé est utilisé (**Figure III.3a et III.3b**), Patankar [77].

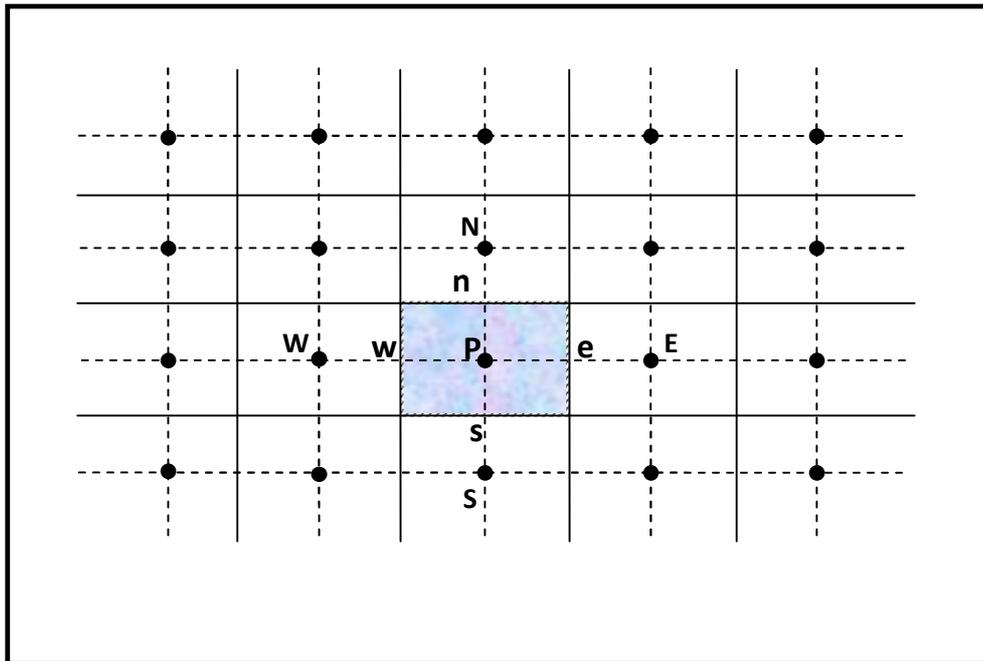


Figure III.1 : Description du maillage (volume de contrôle typique)

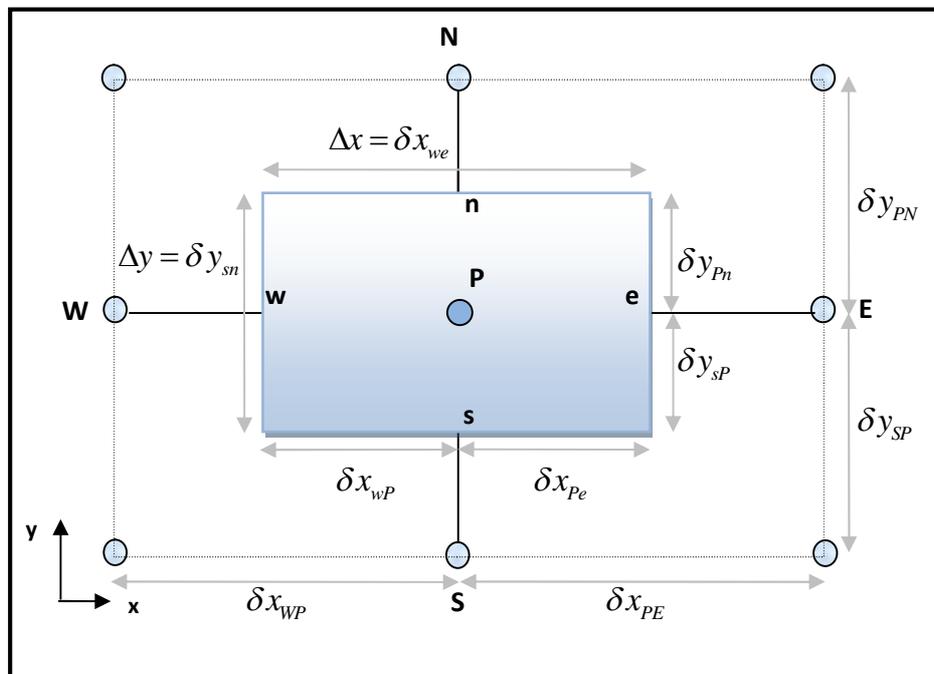


Figure III.2 : Volume de contrôle typique

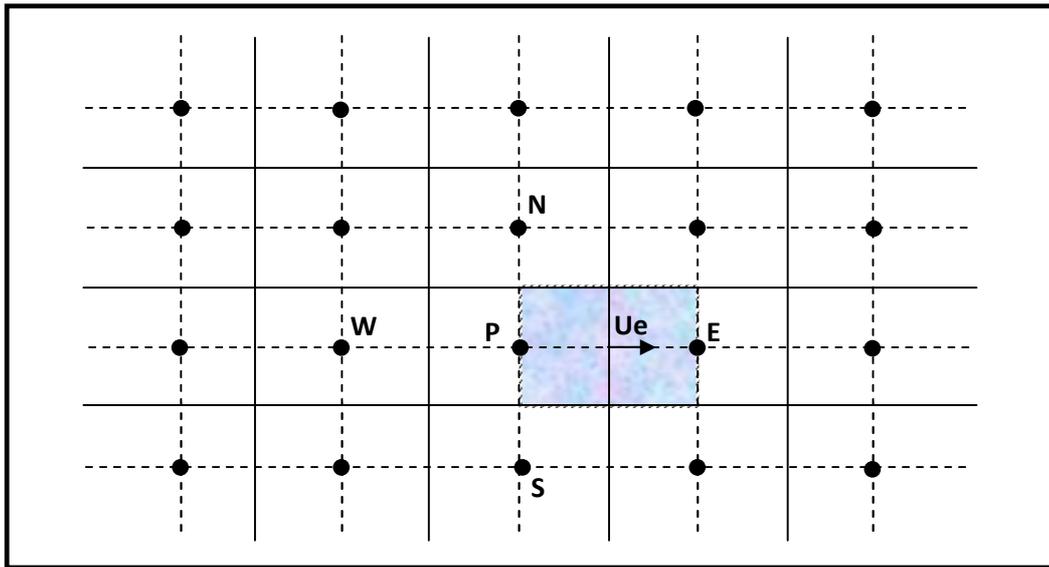


Figure III.3a : Volume de contrôle décalé vers la droite.

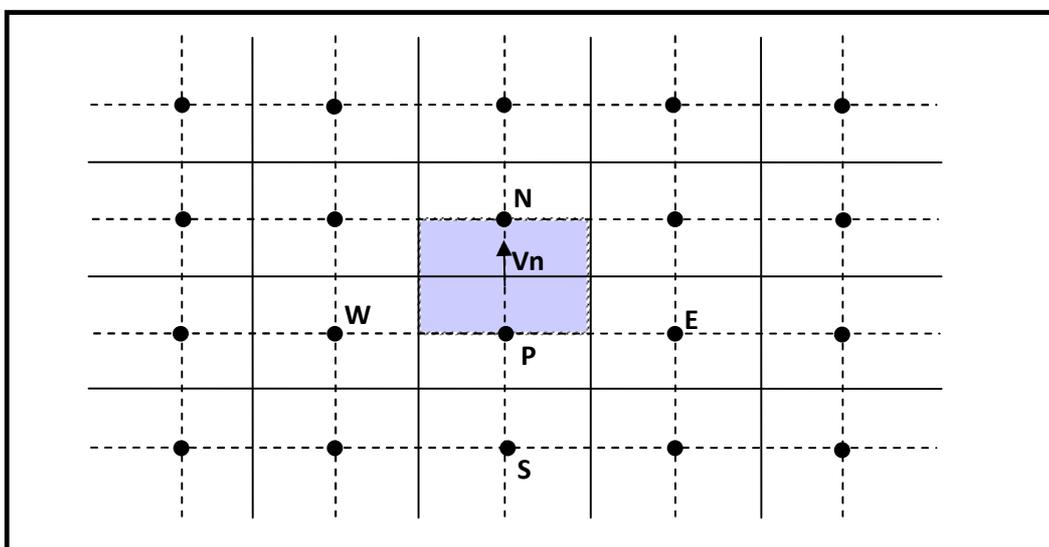


Figure III.3b : Volume de contrôle décalé vers le haut.

### III.5. Discrétisation des équations mathématiques

L'équation de la variable  $\phi$  est intégrée sur le volume de contrôle typique (**Figure III.2**). L'intégration de l'équation III.1, nous donne :

$$\begin{aligned} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial X} (U \cdot \phi) dXdY + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} (V \cdot \phi) dXdY &= \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial X} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) dXdY \\ &+ \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) dXdY + \int_s^n \int_w^e S_\phi dXdY \end{aligned} \quad (\text{III. 2})$$

Le terme convectif :

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial X} (U \cdot \phi) dXdY = \int_s^n [U \cdot \phi]_w^e dY = [(U \cdot \phi)_e - (U \cdot \phi)_w] \Delta Y \quad (\text{III. 3. a})$$

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} (V \cdot \phi) dXdY = \int_w^e [V \cdot \phi]_s^n dX = [(V \cdot \phi)_n - (V \cdot \phi)_s] \Delta X \quad (\text{III. 3. b})$$

Le terme diffusif :

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial X} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) dXdY = \int_s^n \left[ \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right]_w^e dY = \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_e - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_w \right] \Delta Y \quad (\text{III. 4. a})$$

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) dXdY = \int_w^e \left[ \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right]_s^n dX = \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_n - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_s \right] \Delta X \quad (\text{III. 4. b})$$

Le terme source :

$$\int_s^n \int_w^e S_\phi dXdY = \bar{S}_\phi \cdot \Delta X \Delta Y \quad (\text{III. 5})$$

L'équation III.2 s'écrira alors :

$$\begin{aligned}
 & [(U.\phi)_e - (U.\phi)_w]\Delta Y + [(V.\phi)_n - (V.\phi)_s]\Delta X \\
 & = \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_e - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_w \right] \Delta Y + \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_n - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_s \right] \Delta X \\
 & + \overline{S_\phi} \Delta X
 \end{aligned} \tag{III. 6}$$

En utilisant les différences centrées :

$$(U.\phi)_e = U_e \left( \frac{\phi_P + \phi_E}{2} \right), \quad (U.\phi)_w = U_w \left( \frac{\phi_P + \phi_W}{2} \right)$$

$$(V.\phi)_n = V_n \left( \frac{\phi_P + \phi_N}{2} \right), \quad (V.\phi)_s = V_s \left( \frac{\phi_P + \phi_S}{2} \right)$$

$$\left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_e = \Gamma_e \left( \frac{\phi_E - \phi_P}{(dX)_e} \right), \quad \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_w = \Gamma_w \left( \frac{\phi_P - \phi_W}{(dX)_w} \right)$$

$$\left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_n = \Gamma_n \left( \frac{\phi_N - \phi_P}{(dY)_n} \right), \quad \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_s = \Gamma_s \left( \frac{\phi_P - \phi_S}{(dY)_s} \right)$$

L'équation discrétisée s'exprime ainsi :

$$\begin{aligned}
 & \left[ U_e \left( \frac{\phi_P + \phi_E}{2} \right) - U_w \left( \frac{\phi_P + \phi_W}{2} \right) \right] \Delta Y + \left[ V_n \left( \frac{\phi_P + \phi_N}{2} \right) - V_s \left( \frac{\phi_P + \phi_S}{2} \right) \right] \Delta X \\
 & = \left[ \Gamma_e \left( \frac{\phi_E - \phi_P}{(dX)_e} \right) - \Gamma_w \left( \frac{\phi_P - \phi_W}{(dX)_w} \right) \right] \Delta Y + \left[ \Gamma_n \left( \frac{\phi_N - \phi_P}{(dY)_n} \right) - \Gamma_s \left( \frac{\phi_P - \phi_S}{(dY)_s} \right) \right] \Delta X \\
 & + \overline{S_\phi} \Delta X \cdot \Delta Y
 \end{aligned} \tag{III. 7}$$

L'étape suivante consiste à discrétiser les termes des flux convectifs et diffusifs aux interfaces du volume de contrôle. Afin de réaliser cette opération, on fait appel aux schémas de discrétisation (différences centrées, exponentiel, Power Law, hybride, ...). Ces schémas se

différencient par la façon avec laquelle on procède à la discrétisation des termes convectifs et diffusifs. Dans notre étude, le schéma de différences centrées est appliqué.

### III.5.1. Schémas numériques

La présentation générale de l'équation algébrique discrétisée où le flux total de convection et diffusion est calculé par une fonction  $A(|P|)$  (**Tableau III.2**), s'écrit comme suit :

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + b \quad (\text{III. 8})$$

Les coefficients de linéarisations sont donnés par :

$$\begin{aligned} A_E &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \end{aligned} \quad (\text{III. 9})$$

$$A_N = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0)$$

$$A_S = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0)$$

$$b = (S_C) \Delta X \Delta Y \quad (\text{III. 10})$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S - S_P \Delta X \Delta Y \quad (\text{III. 11})$$

$$F_e = U_e \Delta Y, \quad F_w = U_w \Delta Y, \quad F_n = V_n \Delta X, \quad F_s = V_s \Delta X \quad (\text{III. 12})$$

$$D_e = \frac{\Gamma_e}{dX_e} \Delta Y, \quad D_w = \frac{\Gamma_w}{dX_w} \Delta Y, \quad D_n = \frac{\Gamma_n}{dY_n} \Delta X, \quad D_s = \frac{\Gamma_s}{dY_s} \Delta X \quad (\text{III. 13})$$

$$P_e = \frac{F_e}{D_e}, \quad P_w = \frac{F_w}{D_w}, \quad P_n = \frac{F_n}{D_n}, \quad P_s = \frac{F_s}{D_s} \quad (\text{III. 14})$$

Notons que  $A_E, A_W, A_N, A_S, A_P$  sont les coefficients correspondants, respectivement, aux nœuds Est, Ouest, Nord, Sud et Centre du volume. Le coefficient  $b$  est un terme source supposé être constant dans le volume de contrôle. Les coefficients  $F_e, F_w, F_n, F_s$  et  $D_e, D_w, D_n, D_s$  sont respectivement les termes convectifs et diffusifs aux faces Est, Ouest, Nord et Sud. Les coefficients  $P_e, P_w, P_n, P_s$  désignent le rapport du flux convectif au flux diffusif aux différentes faces du volume de contrôle (nombres de Péclet).

### III.5.2. Fonction d'interpolation $A(|P|)$ pour différents schémas numériques

Le tableau ci-dessous donne les expressions de la fonction  $A(|P|)$  pour différents schémas numériques.

Schéma numérique	$A( P )$
Centré	$1 - 0.5 P $
Upwind	1
Hybrid	$\text{Max}(0, 1 - 0.5 P )$
Power law	$\text{Max}\left[0, (1 - 0.5 P )^5\right]$
Exponentiel	$\frac{ P }{\text{Exp}( P ) - 1}$

**Tableau III.3 :** Fonction  $A(|P|)$  pour différents schémas numériques (**Patankar [77]**).

### III.6. Discrétisation des équations de transport (convection mixte conjuguée)

L'intégration de l'équation de transport d'une variable  $\phi$  sur un volume de contrôle décalé vers la droite (**Figure III.3**) donne l'équation algébrique suivante :

$$A_P(i, j)\phi(i, j) = A_E(i, j)\phi(i + 1, j) + A_W(i, j)\phi(i - 1, j) + A_N(i, j)\phi(i, j + 1) + A_S(i, j)\phi(i, j - 1) + b(i, j) \quad (\text{III. 15})$$

#### III.6.1. Équation de quantité de mouvement suivant X

Les coefficients de l'équation de quantité de mouvement suivant X sont :

$$A_E = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$$

$$A_W = D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0)$$

$$A_N = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \quad (\text{III. 16})$$

$$A_S = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0)$$

$$b(i, j) = [P(i, j) - P(i + 1, j)] \varepsilon^2 \Delta Y(j) + \delta \varepsilon^2 \frac{F_c}{\sqrt{Da}} \frac{U(i, j)^3}{|\vec{V}|} dX(i) \Delta Y(j) \quad (\text{III. 17})$$

$$A_P(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) + \delta \left( \frac{1}{Da \cdot Re} + \frac{F_c}{\sqrt{Da}} \left( |\vec{V}| + \frac{U(i, j)^2}{|\vec{V}|} \right) \right) \varepsilon^2 dX(i) \cdot \Delta Y(j) \quad (\text{III. 18})$$

Les termes convectifs :

$$F_e = \frac{1}{2} [U(i + 1, j) + U(i, j)] \Delta Y(j)$$

$$F_w = \frac{1}{2} [U(i - 1, j) + U(i, j)] \Delta Y(j)$$

$$F_n = [V(i, j) + V(i + 1, j)] dX(i) \quad (\text{III. 19})$$

$$F_s = \frac{1}{2} [V(i, j - 1) + V(i + 1, j - 1)] dX(i)$$

Les termes diffusifs :

$$D_e = \frac{\varepsilon^2 R_\mu}{Re} \frac{\Delta Y(j)}{\Delta X(i + 1)}$$

$$D_w = \frac{\varepsilon^2 R_\mu}{Re} \frac{\Delta Y(j)}{\Delta X(i)} \quad (\text{III. 20})$$

$$D_n = \frac{\varepsilon^2 R_\mu}{Re} \frac{dX(i)}{dY(j)}$$

$$D_s = \frac{\varepsilon^2 R_\mu}{Re} \frac{dX(i)}{dY(j - 1)}$$

### III.6.2. Équation de quantité de mouvement suivant Y

De la même manière, on trouve les coefficients de l'équation de quantité de mouvement suivant Y :

$$A_E = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$$

$$A_W = D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \quad (\text{III. 21})$$

$$A_N = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0)$$

$$A_S = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0)$$

$$\begin{aligned} b(i, j) = & [P(i, j) - P(i, j + 1)] \varepsilon^2 \Delta x(i) + (\delta \varepsilon^2 \frac{F_c}{\sqrt{Da}} \frac{V(i, j)^3}{|\vec{V}|} \\ & + \frac{Ri}{2} [\theta(i, j) + \theta(i, j + 1)]) \Delta X(i) \cdot dY(j) \end{aligned} \quad (\text{III. 22})$$

$$\begin{aligned} A_P(i, j) = & A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) + \delta \varepsilon^2 \left( \frac{1}{Da \cdot Re} + \frac{F_c}{\sqrt{Da}} (|\vec{V}| \right. \\ & \left. + \frac{V^2}{|\vec{V}|}) \right) \Delta X(i) \cdot dY(j) \end{aligned} \quad (\text{III. 23})$$

Les termes convectifs :

$$F_e = \frac{1}{2} [U(i, j) + U(i, j + 1)] dY(j)$$

$$F_w = \frac{1}{2} [U(i - 1, j) + U(i - 1, j + 1)] dY(j)$$

$$F_n = \frac{1}{2} [V(i, j + 1) + V(i, j)] \Delta X(i) \quad (\text{III. 24})$$

$$F_s = \frac{1}{2} [V(i, j - 1) + V(i, j)] \Delta X(i)$$

Les termes diffusifs :

$$D_e = \frac{\varepsilon^2 R_\mu}{Re} \frac{dY(j)}{dX(i)}$$

$$D_w = \frac{\varepsilon^2 R_\mu}{Re} \frac{dY(j)}{dX(i-1)} \quad (\text{III.25})$$

$$D_n = \frac{\varepsilon^2 R_\mu}{Re} \frac{\Delta X(i)}{\Delta Y(j+1)}$$

$$D_s = \frac{\varepsilon^2 R_\mu}{Re} \frac{\Delta X(i)}{\Delta Y(j)}$$

### III.6.3. Équation d'énergie

Les coefficients de l'équation d'énergie sont :

$$A_E = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$$

$$A_W = D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \quad (\text{III.26})$$

$$A_N = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0)$$

$$A_S = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0)$$

$$b(i, j) = 0 \quad (\text{III.27})$$

$$A_P(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) \quad (\text{III.28})$$

Termes convectifs :

$$F_e = U(i, j) \Delta Y(j)$$

$$F_w = U(i-1, j) \Delta Y(j) \quad (\text{III.29})$$

$$F_n = V(i, j) \Delta X(i)$$

$$F_s = V(i, j-1) \Delta X(i)$$

Termes diffusifs :

$$D_e = \frac{R_K}{Pe} \frac{\Delta Y(j)}{dX(i)}$$

$$D_w = \frac{R_K}{Pe} \frac{\Delta Y(j)}{dX(i-1)} \quad (\text{III.30})$$

$$D_n = \frac{R_K \Delta X(i)}{Pe dY(j)}$$

$$D_s = \frac{R_K \Delta X(i)}{Pe dY(j-1)}$$

### III.7. Discrétisation des équations de transport (convection naturelle HETL)

#### III.7.1. Équation de quantité de mouvement suivant X

Les coefficients de l'équation de quantité de mouvement suivant X sont :

$$A_E = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$$

$$A_W = D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0)$$

$$A_N = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \quad (III.31)$$

$$A_S = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0)$$

$$b(i, j) = [P(i, j) - P(i + 1, j)] \Delta Y(j) + \varepsilon^2 \frac{Fc}{\sqrt{Da}} \frac{U(i, j)^3}{|\vec{V}|} dX(i) \Delta Y(j) \quad (III.32)$$

$$A_P(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) + \left( \frac{\varepsilon Pr}{Da} + \frac{\varepsilon^2 Fc}{\sqrt{Da}} (|\vec{V}| + \frac{U(i, j)^2}{|\vec{V}|}) \right) dX(i) \cdot \Delta Y(j) \quad (III.33)$$

Les termes convectifs :

$$F_e = \frac{1}{2} [U(i + 1, j) + U(i, j)] \Delta Y(j)$$

$$F_w = \frac{1}{2} [U(i - 1, j) + U(i, j)] \Delta Y(j)$$

$$F_n = [V(i, j) + V(i + 1, j)] dX(i) \quad (III.34)$$

$$F_s = \frac{1}{2} [V(i, j - 1) + V(i + 1, j - 1)] dX(i)$$

Les termes diffusifs :

$$\begin{aligned}
 D_e &= \varepsilon \text{Pr} \frac{\Delta Y(j)}{\Delta X(i+1)} \\
 D_w &= \varepsilon \text{Pr} \frac{\Delta Y(j)}{\Delta X(i)} \\
 D_n &= \varepsilon \text{Pr} \frac{dX(i)}{dY(j)} \\
 D_s &= \varepsilon \text{Pr} \frac{dX(i)}{dY(j-1)}
 \end{aligned}
 \tag{III.35}$$

### III.7.2. Équation de quantité de mouvement suivant Y

Les coefficients de l'équation de quantité de mouvement suivant Y sont :

$$\begin{aligned}
 A_E &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\
 A_W &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\
 A_N &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\
 A_S &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \\
 b(i, j) &= [P(i, j) - P(i, j + 1)] \Delta x(i) + \left( \varepsilon^2 \frac{F_c}{\sqrt{Da}} \frac{V(i, j)^3}{|\vec{V}|} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\varepsilon \text{RaPr}}{2} [\theta(i, j) + \theta(i, j + 1)] \right) \Delta X(i) \cdot dY(j)
 \end{aligned}
 \tag{III.37}$$

$$\begin{aligned}
 A_P(i, j) &= A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) + \left( \frac{\varepsilon \text{Pr}}{Da \cdot \text{Re}} + \frac{\varepsilon^2 F_c}{\sqrt{Da}} (|\vec{V}| \right. \\
 &\quad \left. + \frac{V(i, j)^2}{|\vec{V}|}) \right) \Delta X(i) \cdot dY(j)
 \end{aligned}
 \tag{III.38}$$

Les termes convectifs :

$$\begin{aligned}
 F_e &= \frac{1}{2} [U(i, j) + U(i, j + 1)] dY(j) \\
 F_w &= \frac{1}{2} [U(i - 1, j) + U(i - 1, j + 1)] dY(j)
 \end{aligned}$$

$$F_n = \frac{1}{2} [V(i, j + 1) + V(i, j)] \Delta X(i) \quad (\text{III.39})$$

$$F_s = \frac{1}{2} [V(i, j - 1) + V(i, j)] \Delta X(i)$$

Les termes diffusifs :

$$D_e = \varepsilon \text{Pr} \frac{dY(j)}{dX(i)}$$

$$D_w = \varepsilon \text{Pr} \frac{dY(j)}{dX(i - 1)} \quad (\text{III. 40})$$

$$D_n = \varepsilon \text{Pr} \frac{\Delta X(i)}{\Delta Y(j + 1)}$$

$$D_s = \varepsilon \text{Pr} \frac{\Delta X(i)}{\Delta Y(j)}$$

### III.7.3. Équation d'énergie pour la phase fluide

Les coefficients de l'équation d'énergie pour la phase fluide sont :

$$A_E = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$$

$$A_W = D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \quad (\text{III.41})$$

$$A_N = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0)$$

$$A_S = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0)$$

$$b(i, j) = H \theta_s(i, j) \Delta X(i) \Delta Y(j) \quad (\text{III. 42})$$

$$A_P(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) + H \Delta X(i) \Delta Y(j) \quad (\text{III. 43})$$

Termes convectifs :

$$F_e = U(i, j) \Delta Y(j)$$

$$F_w = U(i - 1, j) \Delta Y(j) \quad (\text{III. 44})$$

$$F_n = V(i, j) \Delta X(i)$$

$$F_s = V(i, j - 1) \Delta X(i)$$

Termes diffusifs :

$$D_e = \frac{\Delta Y(j)}{dX(i)}$$

$$D_w = \frac{\Delta Y(j)}{dX(i-1)} \quad (\text{III. 45})$$

$$D_n = \frac{\Delta X(i)}{dY(j)}$$

$$D_s = \frac{\Delta X(i)}{dY(j-1)}$$

#### III.7.4. Équation d'énergie pour la phase solide

Pour la phase fluide, les coefficients de l'équation d'énergie sont :

$$A_E = D_e, A_W = D_w, A_N = D_n, A_S = D_s \quad (\text{III. 46})$$

$$b(i, j) = H\gamma\theta_f(i, j)\Delta X(i)\Delta Y(j) \quad (\text{III. 47})$$

$$A_P(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) + H\gamma \Delta X(i)\Delta Y(j) \quad (\text{III. 48})$$

Termes convectifs :

$$F_e = F_w = F_n = F_s = 0 \quad (\text{III. 49})$$

Termes diffusifs :

$$D_e = \frac{\Delta Y(j)}{dX(i)}$$

$$D_w = \frac{\Delta Y(j)}{dX(i-1)} \quad (\text{III. 50})$$

$$D_n = \frac{\Delta X(i)}{dY(j)}$$

$$D_s = \frac{\Delta X(i)}{dY(j-1)}$$

### III.8. Discrétisation des conditions aux limites

#### III.8.1. Discrétisation des conditions aux limites (convection mixte conjuguée)

- Discrétisation de la condition  $U = 0$  à  $X = 0$  pour  $(1 \leq j \leq NJ)$  :

$$A_p(1, j) = 1, A_E(1, j) = 0, A_W(1, j) = 0, A_N(1, j) = 0, A_S(1, j) = 0, b(1, j) = 0 \quad (\text{III. 51})$$

- Discrétisation de la condition  $U = 0$  à  $X = 1$  pour  $(1 \leq j \leq NJ)$  :

$$A_p(NI-1, j) = 1, A_E(NI-1, j) = 0, A_W(NI-1, j) = 0, A_N(NI-1, j) = 0, A_S(NI-1, j) = 0, \\ b(NI-1, j) = 0 \quad (\text{III. 52})$$

- Discrétisation de la condition  $U = 0$  à  $Y = 0$  pour  $(1 \leq i \leq NI-1)$  :

$$A_p(i, 1) = 1, A_E(i, 1) = 0, A_W(i, 1) = 0, A_N(i, 1) = 0, A_S(i, 1) = 0, b(i, 1) = 0 \quad (\text{III. 53})$$

- Discrétisation de la condition  $U = 0$  à  $Y = 1$  pour  $(1 \leq i \leq NI-1)$  :

$$A_p(i, NJ) = 1, A_E(i, NJ) = 0, A_W(i, NJ) = 0, A_N(i, NJ) = 0, A_S(i, NJ) = 0, \\ b(i, NJ) = 0 \quad (\text{III. 54})$$

- Discrétisation de la condition  $V = \pm 1$  à  $X = 0$  pour  $(2 \leq j \leq NJ-1)$  :

$$A_p(1, j) = 1, A_E(1, j) = 0, A_W(1, j) = 0, A_N(1, j) = 0, A_S(1, j) = 0, b(1, j) \\ = \pm 1 \quad (\text{III. 55})$$

- Discrétisation de la condition  $V = 0$  à  $X = 1$  pour  $(2 \leq j \leq NJ-1)$  :

$$A_p(NI, j) = 1, A_E(NI, j) = 0, A_W(NI, j) = 0, A_N(NI, j) = 0, A_S(NI, j) = 0, \\ b(NI, j) = 0 \quad (\text{III. 56})$$

- Discrétisation de la condition  $V = 0$  à  $Y = 0$  pour  $(1 \leq i \leq NI)$  :

$$A_p(i, 1) = 1, A_E(i, 1) = 0, A_W(i, 1) = 0, A_N(i, 1) = 0, A_S(i, 1) = 0, b(i, 1) = 0 \quad (\text{III. 57})$$

- Discrétisation de la condition  $V = 0$  à  $Y = 1$  pour  $(1 \leq i \leq NI)$  :

$$A_p(i, NJ-1) = 1, A_E(i, NJ-1) = 0, A_W(i, NJ-1) = 0, A_N(i, NJ-1) = 0, A_S(i, NJ-1) = 0, \\ b(i, NJ-1) = 0 \quad (\text{III. 58})$$

- Discrétisation de la condition  $\theta = 0$  à  $X = 0$  pour  $(1 \leq j \leq NJ)$  :

$$A_p(1, j) = 1, A_E(1, j) = 0, A_W(1, j) = 0, A_N(1, j) = 0, A_S(1, j) = 0, b(1, j) = 0 \quad (\text{III. 59})$$

- Discrétisation de la condition  $\theta = 1$  à  $X = 1$  pour  $(1 \leq j \leq NJ)$  :

$$A_p(NI, j) = 1, A_E(NI, j) = 0, A_W(NI, j) = 0, A_N(NI, j) = 0, A_S(NI, j) = 0, \\ b(NI, j) = 1 \quad (\text{III. 60})$$

- Discrétisation de la condition  $\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$  à  $Y = 0$  pour  $(1 \leq i \leq NI)$  :

$$A_p(i, 1) = 1, A_E(i, 1) = 0, A_W(i, 1) = 0, A_N(i, 1) = 1, A_S(i, 1) = 0, b(i, 1) = 0 \quad (\text{III. 61})$$

- Discrétisation de la condition  $\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$  à  $Y = 1$  pour  $(1 \leq i \leq NI)$  :

$$A_p(i, NJ) = 1, A_E(i, NJ) = 0, A_W(i, NJ) = 0, A_N(i, NJ) = 0, A_S(i, NJ) = 1, \\ b(i, NJ) = 0 \quad (\text{III. 62})$$

### III.8.2. Discrétisation des conditions aux limites (convection naturelle HETL)

- Discrétisation de la condition  $U = 0$  à  $X = 0$  pour  $(2 \leq j \leq NJ-1)$  :

$$A_p(1, j) = 1, A_E(1, j) = 0, A_W(1, j) = 0, A_N(1, j) = 0, A_S(1, j) = 0, b(1, j) = 0 \quad (\text{III. 63})$$

- Discrétisation de la condition  $U = 0$  à  $X = 1$  pour  $(1 \leq j \leq NJ)$  :

$$A_p(NI-1, j) = 1, A_E(NI-1, j) = 0, A_W(NI-1, j) = 0, A_N(NI-1, j) = 0, A_S(NI-1, j) = 0, \\ b(NI-1, j) = 0 \quad (\text{III. 64})$$

- Discrétisation de la condition  $U = 0$  à  $Y = 0$  pour  $(1 \leq i \leq NI-1)$  :

$$A_p(i, 1) = 1, A_E(i, 1) = 0, A_W(i, 1) = 0, A_N(i, 1) = 0, A_S(i, 1) = 0, b(i, 1) = 0 \quad (\text{III. 65})$$

- Discrétisation de la condition  $U = 0$  à  $Y = 1$  pour  $(1 \leq i \leq NI-1)$  :

$$A_p(i, NJ) = 1, A_E(i, NJ) = 0, A_W(i, NJ) = 0, A_N(i, NJ) = 0, A_S(i, NJ) = 0,$$

$$b(i, NJ) = 0 \quad (\text{III. 66})$$

- Discrétisation de la condition  $V = 0$  à  $X = 0$  pour  $(2 \leq j \leq NJ - 1)$  :

$$A_p(1, j) = 1, A_E(1, j) = 0, A_W(1, j) = 0, A_N(1, j) = 0, A_S(1, j) = 0, b(1, j) = 0 \quad (\text{III. 67})$$

- Discrétisation de la condition  $V = 0$  à  $X = 24$  pour  $(1 \leq j \leq NJ)$  :

$$A_p(NI, j) = 1, A_E(NI, j) = 0, A_W(NI, j) = 0, A_N(NI, j) = 0, A_S(NI, j) = 0,$$

$$b(NI, j) = 0 \quad (\text{III. 68})$$

- Discrétisation de la condition  $V = 0$  à  $Y = 0$  pour  $(1 \leq i \leq NI)$  :

$$A_p(i, 1) = 1, A_E(i, 1) = 0, A_W(i, 1) = 0, A_N(i, 1) = 0, A_S(i, 1) = 0, b(i, 1) = 0 \quad (\text{III. 69})$$

- Discrétisation de la condition  $V = 0$  à  $Y = 1$  pour  $(1 \leq i \leq NI)$  :

$$A_p(i, NJ - 1) = 1, A_E(i, NJ - 1) = 0, A_W(i, NJ - 1) = 0, A_N(i, NJ - 1) = 0, A_S(i, NJ - 1) = 0,$$

$$b(i, NJ - 1) = 0 \quad (\text{III. 70})$$

### Condition aux limites thermique configuration : Bas-Haut

- Discrétisation de la condition  $\theta = 1$  à  $X = 0$  pour  $(1 \leq j \leq NJ/2)$  :

$$A_p(1, j) = 1, A_E(1, j) = 0, A_W(1, j) = 0, A_N(1, j) = 0, A_S(1, j) = 0, b(1, j) = 1 \quad (\text{III. 71})$$

- Discrétisation de la condition  $\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$  à  $X = 0$  pour  $(NJ/2 \leq j \leq NJ)$  :

$$A_p(NI, j) = 1, A_E(NI, j) = 1, A_W(NI, j) = 0, A_N(NI, j) = 0, A_S(NI, j) = 0,$$

$$b(NI, j) = 0 \quad (\text{III. 72})$$

- Discrétisation de la condition  $\theta = 0$  à  $X = 1$  pour  $(NJ/2 \leq j \leq NJ)$  :

$$A_p(1, j) = 1, A_E(1, j) = 0, A_W(1, j) = 0, A_N(1, j) = 0, A_S(1, j) = 0, b(1, j) = 0 \quad (\text{III. 73})$$

- Discrétisation de la condition  $\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$  à  $X = 1$  pour  $(1 \leq j \leq NJ/2)$  :

$$A_p(NI, j) = 1, A_E(NI, j) = 0, A_w(NI, j) = 1, A_N(NI, j) = 0, A_s(NI, j) = 0,$$

$$b(NI, j) = 0 \quad (\text{III. 74})$$

- Discrétisation de la condition  $\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$  à  $Y = 0$  pour  $(1 \leq i \leq NI)$  :

$$A_p(i, 1) = 1, A_E(i, 1) = 0, A_w(i, 1) = 0, A_N(i, 1) = 1, A_s(i, 1) = 0, b(i, 1) = 0 \quad (\text{III. 75})$$

- Discrétisation de la condition  $\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$  à  $Y = 1$  pour  $(1 \leq i \leq NI)$  :

$$A_p(i, 1) = 1, A_E(i, 1) = 0, A_w(i, 1) = 0, A_N(i, 1) = 0, A_s(i, 1) = 1, b(i, 1) = 0 \quad (\text{III. 76})$$

#### Condition aux limites thermique configuration : Haut-Bas

- Discrétisation de la condition  $\theta = 1$  à  $X = 0$  pour  $(NJ/2 \leq j \leq NJ)$  :

$$A_p(1, j) = 1, A_E(1, j) = 0, A_w(1, j) = 0, A_N(1, j) = 0, A_s(1, j) = 0, b(1, j) = 1 \quad (\text{III. 77})$$

- Discrétisation de la condition  $\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$  à  $X = 0$  pour  $(1 \leq j \leq NJ/2)$  :

$$A_p(NI, j) = 1, A_E(NI, j) = 1, A_w(NI, j) = 0, A_N(NI, j) = 0, A_s(NI, j) = 0,$$

$$b(NI, j) = 0 \quad (\text{III. 78})$$

- Discrétisation de la condition  $\theta = 0$  à  $X = 1$  pour  $(1 \leq j \leq NJ/2)$  :

$$A_p(1, j) = 1, A_E(1, j) = 0, A_w(1, j) = 0, A_N(1, j) = 0, A_s(1, j) = 0, b(1, j) = 0 \quad (\text{III. 79})$$

- Discrétisation de la condition  $\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$  à  $X = 1$  pour  $(NJ/2 \leq j \leq NJ)$  :

$$A_p(NI, j) = 1, A_E(NI, j) = 0, A_w(NI, j) = 1, A_N(NI, j) = 0, A_s(NI, j) = 0,$$

$$b(NI, j) = 0 \quad (\text{III. 80})$$

- Discrétisation de la condition  $\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$  à  $Y = 0$  pour  $(1 \leq i \leq NI)$  :

$$A_p(i,1) = 1, A_E(i,1) = 0, A_W(i,1) = 0, A_N(i,1) = 1, A_S(i,1) = 0, b(i,1) = 0 \quad (\text{III. 81})$$

- Discrétisation de la condition  $\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$  à  $Y = 1$  pour  $(1 \leq i \leq NI)$  :

$$A_p(i,1) = 1, A_E(i,1) = 0, A_W(i,1) = 0, A_N(i,1) = 0, A_S(i,1) = 1, b(i,1) = 0 \quad (\text{III. 82})$$

### III.9. Algorithme SIMPLE (Patankar [77])

L'algorithme SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation) a été utilisé pour sa simplicité et son efficacité. L'idée générale de cet algorithme est de prédire et corriger la pression et les vitesses dans un procédé itératif jusqu'à ce que ces dernières vérifient les équations de conservation. La séquence des opérations essentielles constituant l'algorithme SIMPLE est la suivante :

- donner un champ de pression  $P^*$  ;
- résoudre les équations de quantité de mouvement pour obtenir les vitesses  $U^*$  et  $V^*$  ;
- résoudre l'équation de correction de pression  $P'$  ;
- corriger la pression  $P = P^* + P'$  ;
- corriger les vitesses ;
- résoudre l'équation d'énergie ;
- remplacement de l'ancien champ de pression par le nouveau champ et retourné à deuxième étape.

Les calculs seront répétés jusqu'à atteindre à la convergence de toutes les variables.

### III.10. Détails du calcul

En général, les programmes de calcul basés sur l'algorithme SIMPLE comportent différents détails de calcul qui méritent d'être mentionnés, particulièrement :

#### III.10.1. La sous relaxation

Elle est utilisée dans ce programme pour éviter la divergence du processus itératif décrit précédemment. Elle consiste à atténuer l'amplification des variables physiques  $\phi$  d'une

itération à l'autre par l'introduction d'un coefficient de sous relaxation  $\alpha_\phi$ . L'ensemble des équations de transport discrétisées sont mises sous la forme générale suivante:

$$a_P \phi_P = \sum a_{nb} \phi_{nb} + S_\emptyset \quad (\text{III. 83})$$

Qu'en peut aussi mettre sous la forme:

$$\phi_P = \phi_P^* + \left( \frac{\sum a_{nb} \phi_{nb} + S_\emptyset}{a_P} - \phi_P^* \right) \quad (\text{III. 84})$$

Où le terme entre parenthèses représente la variation de  $\phi_P$  pendant une itération. Cette variation peut alors être amortie par l'introduction d'un facteur de sous relaxation  $\alpha_\phi$  :

$$\phi_P = \phi_P^* + \alpha_\phi \left( \frac{\sum a_{nb} \phi_{nb} + S_u}{a_P} - \phi_P^* \right) \quad (\text{III. 85})$$

Concernant la pression, la sous relaxation s'effectue d'une manière un peu différente compte tenu de l'existence de l'algorithme de couplage pression- vitesse. Elle est simplement introduite dans la correction de pression  $p$  sous la forme suivante :

$$p = p^* + \alpha_p p' \quad (\text{III. 86})$$

Tous les facteurs de sous relaxation doivent être compris entre 0 et 1. Le choix d'une valeur optimale est essentiel pour la procédure itérative.

### III.10.2. Critère de convergence

Une procédure itérative est convergente si toutes erreurs tendent à décroître au cours des itérations. Elle est convergente lorsque les itérations ne produisent pas de changement significatif sur les variables selon des critères de convergence définis par l'utilisateur.

Le critère de convergence utilisé dans notre programme de calcul repose sur les résidus des équations du problème. Le résidu correspond à la somme, sur toutes les mailles, des erreurs effectuées sur l'équation discrétisée en question lorsque les variables déterminées par le processus sont réintégrées dans l'équation discrétisée.

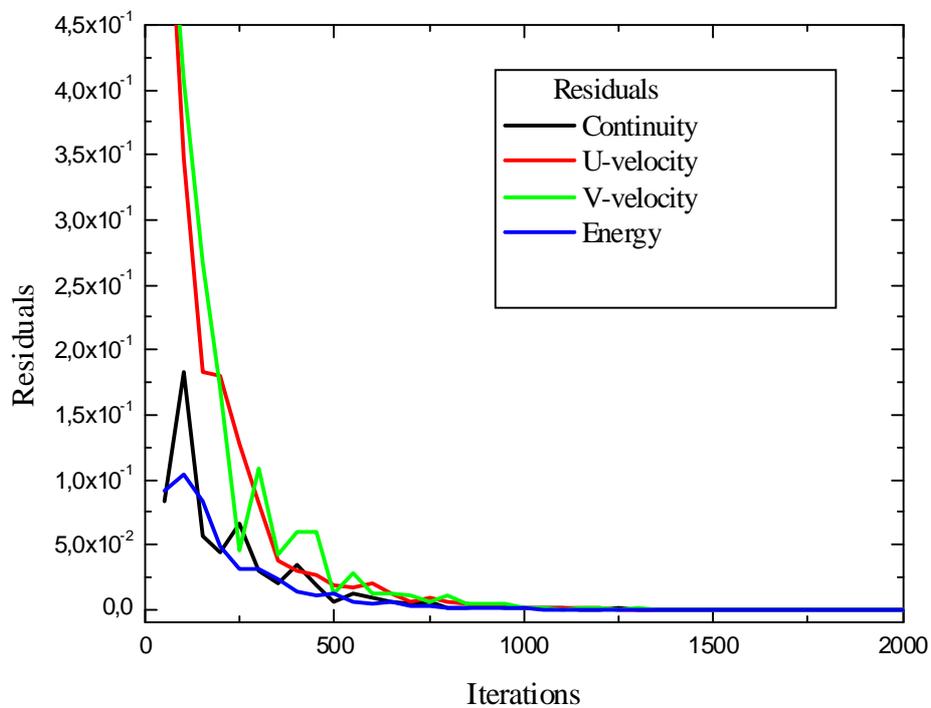
Par définition :

$$R = \sum_{\text{maille}} \left( \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + S_\emptyset - a_P \phi_P \right) \quad (\text{III. 87})$$

Pour l'équation de la pression le résidu correspondant porte sur la conservation de la masse. Sa valeur est donnée par la relation suivante :

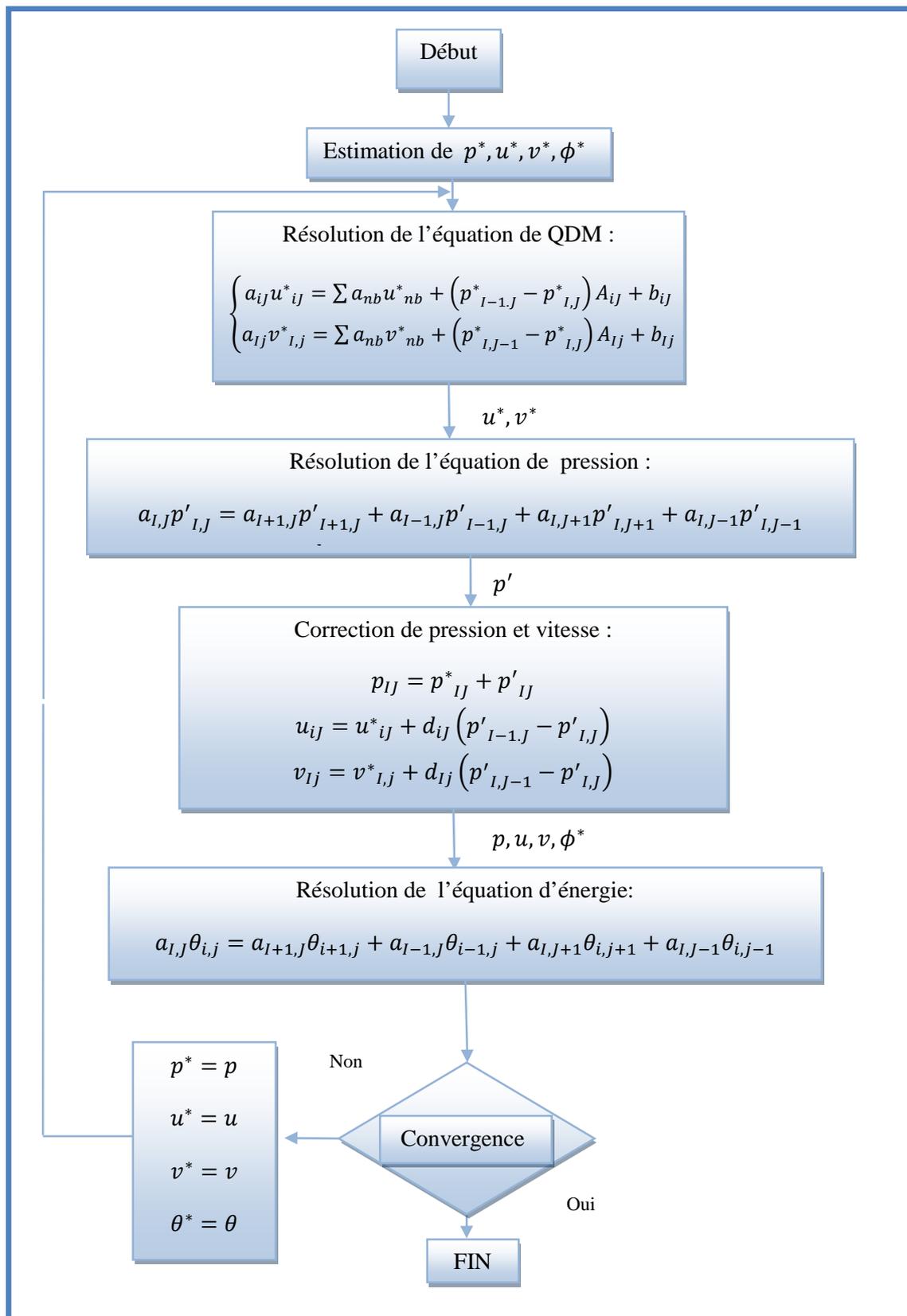
$$R = \sum_{\text{noeud } P} |(\rho u A)_e - (\rho u A)_w + (\rho u A)_n - (\rho u A)_s| \quad (\text{III. 88})$$

Pour montrer la stabilité du code de calcul, nous présentons sur la **Figure III.4**, l'évolution des résidus en fonction des itérations des équations de conservation du problème physique étudié.

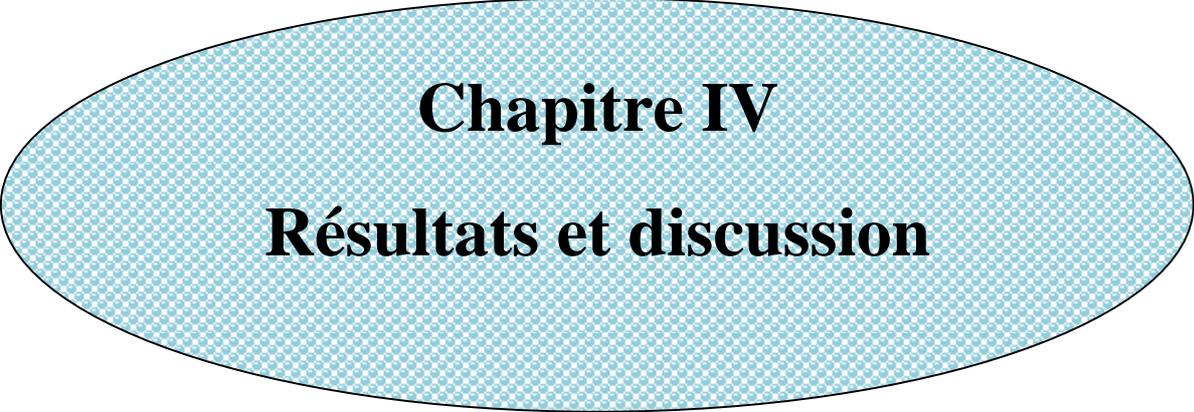


**Figure III.4** : Évolution des résidus en fonction des itérations.

L'algorithme SIMPLE est itératif et doit être exécuté séquentiellement.



Organigramme de l'algorithme SIMPLE



**Chapitre IV**  
**Résultats et discussion**

## **Application « A »**

**Convection mixte conjuguée dans  
une cavité occupée par une couche  
poreuse verticale**

### IV.A.1. Introduction

Dans cette partie, nous nous sommes intéressés à la simulation numérique de l'écoulement et du transfert de chaleur par convection mixte laminaire stationnaire dans une cavité carrée occupée par une couche poreuse verticale pour deux situations en fonction de la direction du mouvement de la paroi mobile:

- Cas I : paroi mobile vers le haut (paroi ascendante).
- Cas II : paroi mobile vers le bas (paroi descendante).

En effet, suivant le sens du mouvement de la paroi mobile on est en présence d'une convection mixte aidée (cas II) ou contrariée (cas I).

Dans cette première partie, on s'intéresse à l'influence des paramètres de contrôles suivants :

- nombre de Richardson ( $0.1 \leq Ri \leq 10$ );
- rapport de la conductivité thermique fluide-couche poreuse  $0.1 \leq R_K \leq 100$ .

Pour toutes les simulations réalisées dans cette partie, les valeurs du nombre de Prandtl, de Reynolds, de Darcy, du coefficient de Forchheimer, de l'épaisseur de la couche poreuse et de la porosité sont fixées à : 0.71, 100,  $10^{-3}$ , 0.53, 0.3 et 0.6, respectivement.

Les résultats obtenus sont présentés en terme:

- des lignes de courant et d'isothermes;
- des nombres de Nusselt local et moyen à la paroi chaude et à l'interface fluide couche poreuse;
- de la composante horizontale de la vitesse le long de l'interface fluide-couche poreuse pour montrer l'intensité d'infiltration du fluide à l'intérieur de la couche poreuse et de la composante verticale de la vitesse au plan médian;
- de la température à l'interface fluide-couche poreuse.

Les lignes de courant sont obtenues à l'aide de la fonction de courant  $\psi$  définie comme suit:

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (\text{IV. A. 1})$$

Physiquement la différence entre deux lignes de courant représente le débit du fluide à travers la distance séparant ces deux lignes.

$$\Delta\Psi = \Psi_2 - \Psi_1 = U \cdot \Delta Y \quad (\text{IV. A. 2})$$

Le nombre de Nusselt est défini par le rapport du flux de chaleur convectif sur le flux de chaleur diffusif. Ce nombre caractérise le taux de transfert de chaleur au niveau de la paroi chaude et de l'interface (fluide – couche poreuse).

Les nombres de Nusselt locaux, le long de la paroi chaude  $Nu_{ch}$  et le long de l'interface fluide- couche poreuse  $Nu_{int}$  sont définis comme suit:

$$Nu_{ch} = -\left(\frac{\partial\theta}{\partial X}\right)_{X=1}, \quad Nu_{int} = -\left(\frac{\partial\theta}{\partial X}\right)_{X=1-\Delta} \quad (\text{IV.A. 3})$$

Avec  $\Delta = h / L$  : l'épaisseur adimensionnelle de la couche poreuse.

Les nombres de Nusselt moyens correspondants  $Nu_{moy-ch}$  et  $Nu_{moy-int}$  sont obtenus en faisant l'intégrale le long de la paroi chaude et de l'interface fluide-couche poreuse, respectivement:

$$Nu_{moy-ch} = \int_0^1 Nu_{ch} dY, \quad Nu_{moy-int} = \int_0^1 Nu_{int} dY \quad (\text{IV.A. 4})$$

#### IV.A.2. Influence du maillage

Avant de présenter les résultats obtenus, nous avons analysé l'indépendance de la solution numérique du maillage. Pour cela, diverses grilles non uniformes ( $41 \times 41$ ,  $61 \times 61$ ,  $81 \times 81$  et  $101 \times 101$ ) raffinées près des parois et à l'interface fluide-couche poreuse sont examinées, Figure IV. 1. L'influence de ces différentes grilles sur le nombre de Nusselt moyen et local à la paroi chaude et à l'interface fluide-couche poreuse est présentée sur la **Figure IV.A.2** pour le cas:  $Ri= 10$ ,  $Re= 100$ ,  $Pr= 0.71$ ,  $R_k= 10$  et  $Da=10^{-3}$ . En se basant sur ces résultats, on constate que la grille ( $81 \times 81$ ) est largement suffisante pour prédire la solution numérique du problème physique étudié.

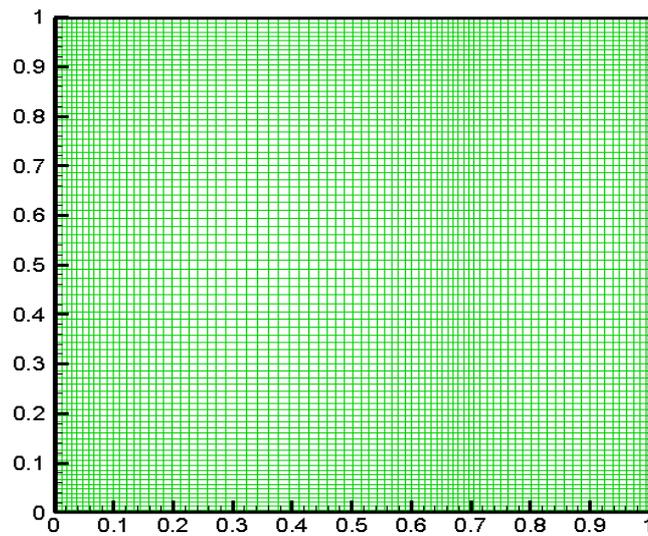


Figure IV.A.1 : Maillage utilisé.

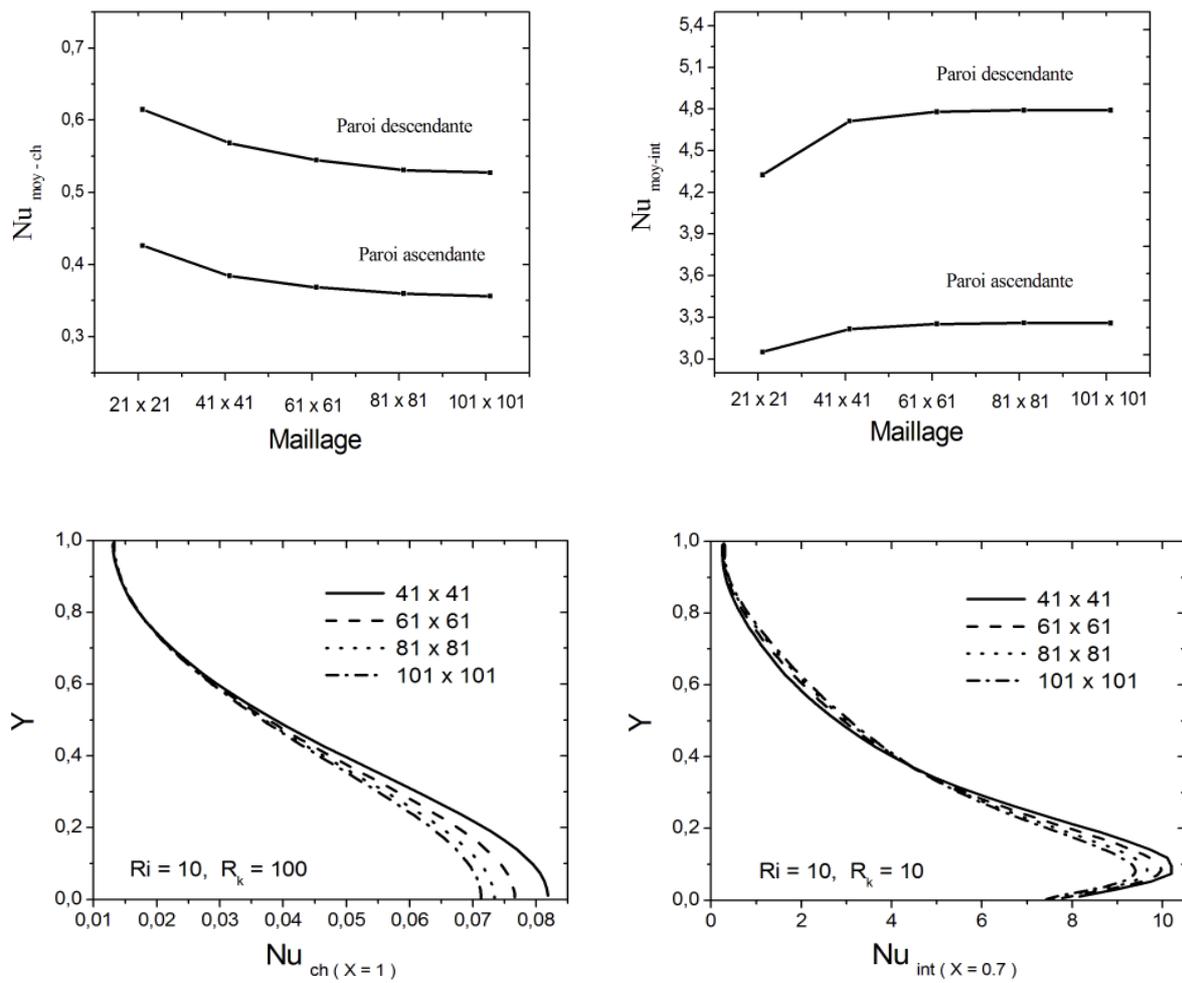


Figure IV.A.2 : Effets du maillage.

### IV.A. 3. Validation du code de calcul

Afin de vérifier l'exactitude des résultats numériques obtenus par le code élaboré, nous avons fait plusieurs comparaisons avec les résultats numériques et expérimentales trouvés dans la littérature.

#### 1<sup>er</sup> Test de validation : convection naturelle conjuguée dans une cavité avec une paroi épaisse

Dans le cas de la convection naturelle conjuguée dans une cavité où l'une des parois de la cavité a une épaisseur finie, le **Tableau IV.A.1** montre un bon accord entre le nombre de Nusselt moyen obtenu par notre code de calcul et celui obtenu par **Chu-Hua Zhang et al. [31]** pour différents rapports de la conductivité thermique, différents nombres de Ra et différentes épaisseurs de la paroi.

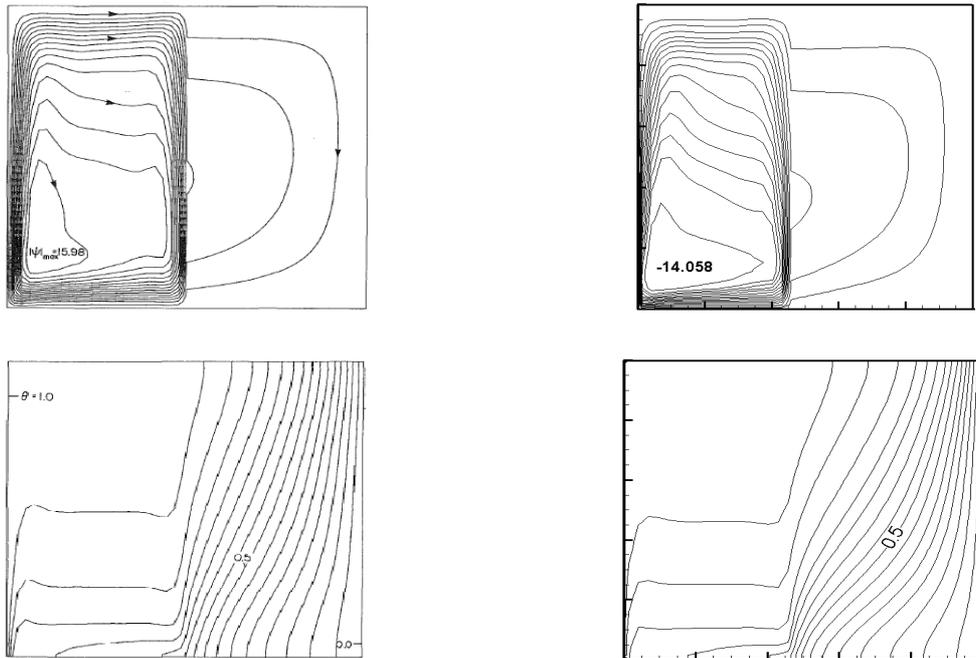
#### 2<sup>ème</sup> Test de validation : convection naturelle dans une cavité poreuse

La deuxième validation est effectuée par comparaison de nos résultats numériques avec celles de **Bhuvaneswari et al. [12]**. Les auteurs traitent le problème de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire totalement poreuse chauffée partiellement par un gradient de température (cas d'un chauffage milieu-milieu) en fonction du nombre de Darcy et de la porosité avec un rapport d'aspect  $Ar = 3$  et  $Gr = 10^6$ . Comme nous le constatons dans la **Figure IV.A.3**, un bon accord est observé entre les lignes de courant et les isothermes obtenus par notre code de calcul et ceux obtenus par **Bhuvaneswari et al. [12]** pour des différentes valeurs du nombre de Darcy et de la porosité

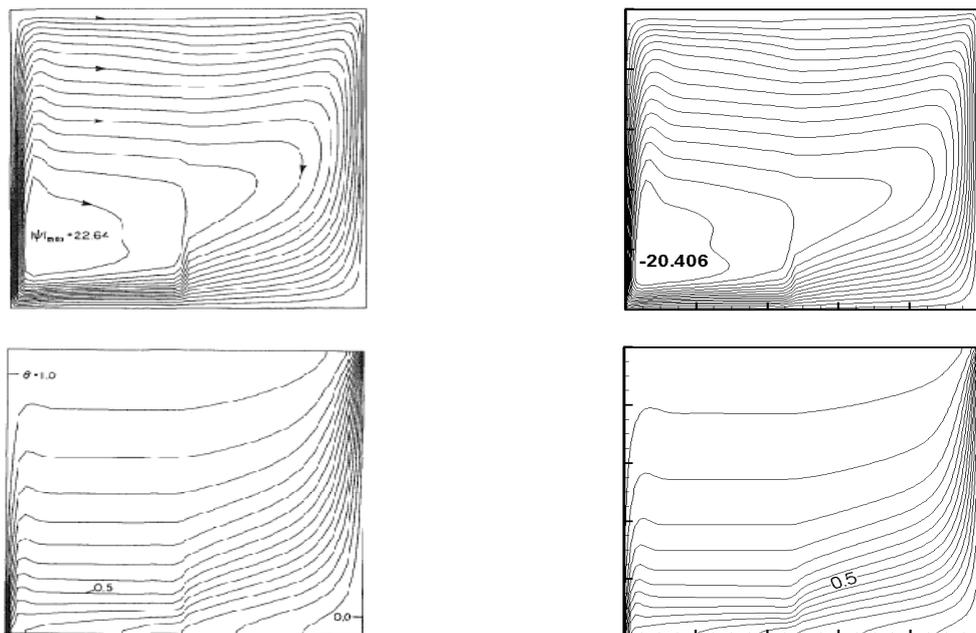
Epaisseur	$t_1 = 0.2$				$t_2 = 0.4$			
	$Ra = 10^4$		$Ra = 10^6$		$Ra = 10^4$		$Ra = 10^6$	
Ra	[31]	Nos résultats						
$R_k = 1$	-1.761	-1.722	-4.407	-4.196	-1.082	-1.067	-1.805	-1.763
$R_k = 10$	-2.184	-2.189	-8.032	-8.065	-2.019	-2.025	-6.270	-6.305
$R_k = 100$	-2.237	-2.249	-8.734	-8.862	-2.218	-2.235	-8.874	-8.774

**Tableau IV.A.1** : Comparaison du nombre de Nusselt moyen avec celui de **Chu-Hua Zhang et al. [31]**.





Expérience 1 :  $Ra = 3.028 \times 10^7$ ,  $Da = 7.354 \times 10^{-7}$ ,  $Pr = 6.67$ ,  $R_k = 1.397$ ,  $C = 0.612$

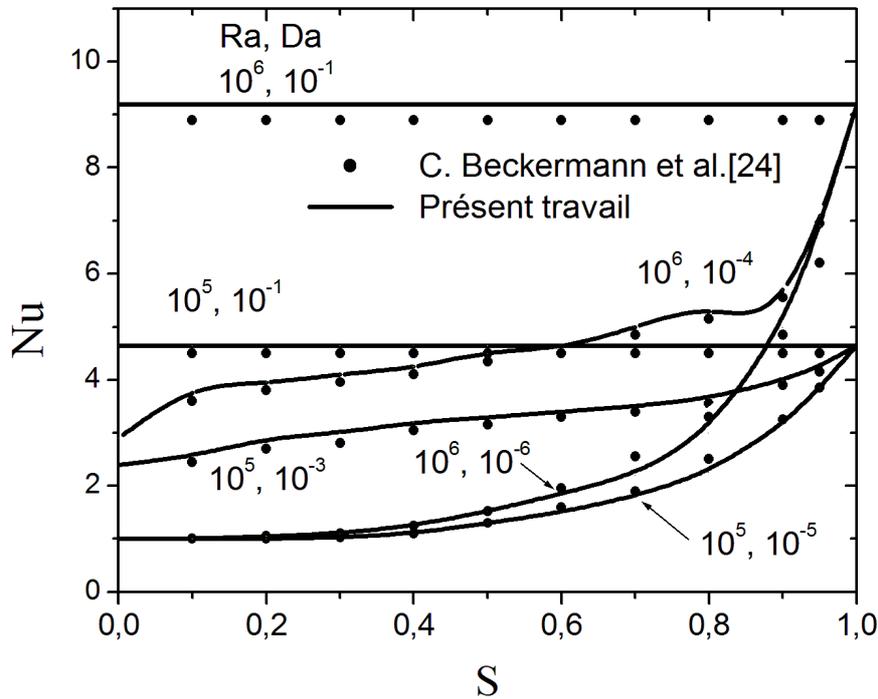


Expérience 2 :  $Ra = 3.028 \times 10^7$ ,  $Da = 1.296 \times 10^{-5}$ ,  $Pr = 6.67$ ,  $R_k = 1.383$ ,  $C = 0.5647$

Beckermann et al. [25]

Present travail

Figure IV.A.4 : Comparaison des contours de la fonction de courant et des isothermes avec celles de Beckermann et al. [25].

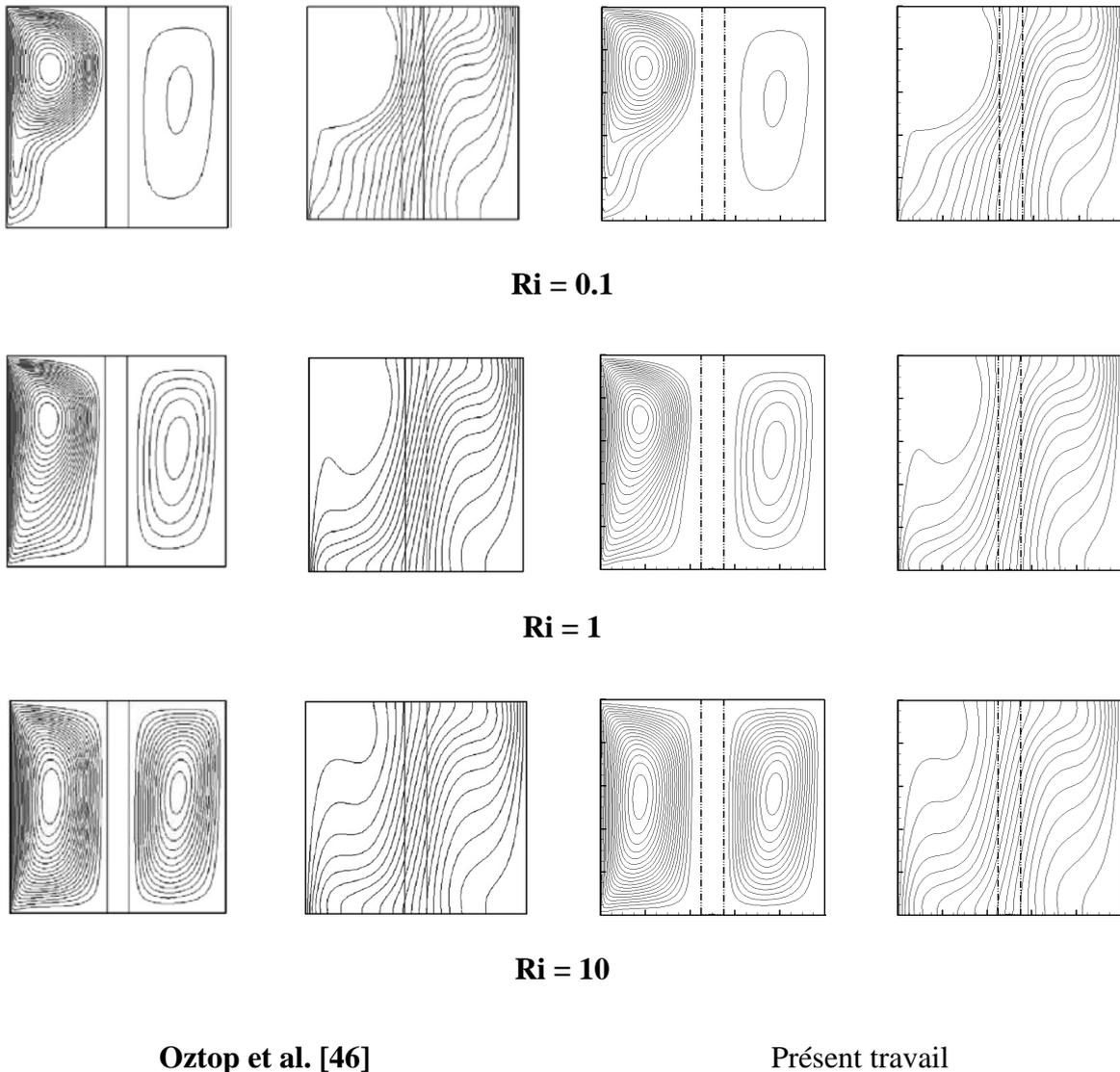


**Figure IV.A.5 :** Comparaison du nombre de Nusselt moyen en fonction de l'épaisseur de la couche fluide avec celui de **Beckermann et al. [25]**.

#### 4<sup>ème</sup> Test de validation: convection mixte conjuguée dans une cavité carrée séparée en deux par une partition solide verticale.

Dans le cas de la convection mixte conjuguée dans une cavité carrée séparée verticalement par une partition solide, nous avons effectué une validation qualitative par comparaison des lignes de courant et des isothermes obtenues par notre code de calcul et celles obtenus par **Oztop et al. [46]** pour différentes valeurs du nombre Richardson et un rapport de la conductivité thermique,  $R_k = 1$ . Comme la montre la **Figure IV.A.6**, une bonne concordance est observée.

En se basant sur ces quatre tests de confrontations de nos résultats avec ceux de la littérature, nous concluons que les résultats obtenus par le programme numérique développé dans la présente thèse sont fiables.



**Figure IV.A.6 :** Comparaison des contours de la fonction de courant et des isothermes avec ceux d'Oztop et al. [46]

#### IV.A.4. Résultats et discussion

Pour examiner l'influence du rapport de la conductivité thermique (fluide-milieu poreux) sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur en convection mixte dans une cavité carrée occupée par une couche poreuse verticale, nous avons varié ce rapport dans la gamme  $0.1 \leq R_K \leq 100$  pour trois valeurs du nombre de Richardson (0.1, 1 et 10) et pour les deux directions de mouvement de la paroi mobile gauche. Le nombre de Darcy, l'épaisseur de la couche poreuse et la porosité sont respectivement fixés à  $10^{-3}$ , 0.3 et 0.6.

#### IV.A.4.1. Mouvement de la paroi vers le haut (mouvement ascendant)

##### *Champs dynamique et thermique*

Les **Figures IV.A.7-9**, montrent l'influence du rapport de la conductivité thermique sur les contours de la fonction de courant et le champ thermique en fonction du nombre de Richardson,  $Ri= 0.1, 1$  et  $10$ , pour le cas où la direction du mouvement de la paroi mobile est dirigé vers le haut.

Pour une faible valeur de Richardson, **Figure IV.A.7a**, la structure de l'écoulement est représentée par une cellule de recirculation dans le sens horaire, s'étalant jusqu'à la couche poreuse, due à l'effet d'entraînement de la paroi mobile gauche (convection forcée). Une sensible diminution de l'intensité de l'écoulement est observée avec l'augmentation du rapport de la conductivité thermique.

Avec l'augmentation du nombre de Richardson, les forces de flottabilité prennent de plus en plus le dessus ce qui donne lieu à la naissance d'une cellule secondaire contrarotative, **Figure IV.A.8a** pour  $Ri= 1$ . Contrairement au cas de la **Figure IV.A.7a**, l'influence du rapport de conductivité  $R_K$  dans ce cas est plus visible. En effet, au fur et à mesure que  $R_K$  augmente, la taille de la cellule secondaire augmente et occupe de plus en plus une zone importante dans le milieu fluide, en particulier pour  $R_K=10$  et  $100$ . Il en résulte une diminution de la taille et de l'intensité de la cellule due à l'effet d'entraînement de fluide par la paroi mobile.

En augmentant davantage le nombre de Richardson,  $Ri= 10$ , les forces de flottabilité deviennent très importantes, ce qui se traduit par une augmentation importante de la taille et de l'intensité de la cellule secondaire contrarotative comme le montre la **Figure IV.A.9a** (régime de convection naturelle dominante).

Avec les valeurs de  $R_K$ , la cellule de recirculation secondaire montre une augmentation conséquente de son intensité et un étendu sur presque la totalité de la cavité. La cellule de recirculation due à l'entraînement de la paroi mobile occupe une faible zone et reste adhérente près de la paroi mobile. Par ailleurs, l'écoulement est toujours représenté par une faible intensité au niveau de la couche poreuse pour les trois valeurs de Richardson.

En examinant le champ thermique, on constate qu'aux faibles valeurs de Richardson ( $Ri=0.1$ , **Figure IV.A.7b**), les isothermes sont concentrées au niveau de la couche poreuse

sous forme des lignes verticales pour  $R_K = 0.1$ , indiquant la dominance du régime de transfert de chaleur par conduction. Il en résulte une distribution de température presque uniforme dans le milieu fluide. Lorsqu'on augmente le rapport de conductivité thermique à 1, les isothermes subissent une déformation considérable donnant lieu à une variation considérable de la température dans le milieu fluide. Dans la couche poreuse, une déformation localisée des isothermes et une augmentation de la température sont observées. En effet, la déformation des isothermes dans le milieu fluide traduit la dominance du régime convectif sous l'effet d'entraînement de la paroi mobile (convection forcée).

En faisant varier le rapport de conductivité thermique effective ( $R_K = 10$  et  $100$ ), les isothermes s'étalent de plus en plus dans le milieu fluide et montrent une concentration notable à la partie supérieure de l'interface fluide-couche poreuse et à la partie inférieure de la paroi froide gauche. En effet, cette concentration des isothermes à ces deux endroits est due au fait que ces endroits sont les lieux de rencontres du fluide froid avec la couche poreuse chaude et du fluide chaud avec la paroi froide gauche. Il en résulte un échange de chaleur important dans ces deux zones. Lorsque  $R_K = 100$ , la distribution de température à l'intérieur de la couche poreuse devient uniforme.

En augmentant le nombre de Richardson  $Ri = 1$ , **Figure IV.A.8b**, on constate qu'aux faibles valeurs de  $R_K$  ( $R_K = 0.1$ ), les isothermes au niveau de la couche poreuse sont serrées au coin supérieur droit et au coin inférieur gauche. Ceci est expliqué par le sens antihoraire de la cellule secondaire contrarotative. Avec l'augmentation de  $R_K$ , la distribution de la température devient uniforme dans la couche poreuse. Dans le milieu fluide, on constate l'absence de la concentration des isothermes dans la partie supérieure de l'interface paroi-fluide constaté dans la **Figure IV.A.7b**. Dans ce cas, la concentration des isothermes est observée au lieu de rencontre des deux cellules de recirculation (cellule principale et cellule secondaire) dans la partie supérieure de la cavité et dans la partie inférieure de la cavité à l'interface fluide-couche poreuse. Il faut noter que dans ce cas que l'énergie est véhiculée de la couche poreuse par la cellule secondaire antihoraire qui est par la suite récupérée par la cellule due à la paroi mobile (dans le sens horaire) ce qui explique la concentration des isothermes aux endroits mentionnés ci-dessus.

En augmentant davantage le nombre de Richardson ( $Ri = 10$ ), on constate que la cellule secondaire (antihoraire) devient plus intense et occupe presque la totalité de la zone fluide indépendamment du rapport de conductivité thermique  $R_K$ . En conséquence, les isothermes se

concentrant de plus en plus au niveau de la partie supérieure de la paroi gauche et de la partie inférieure de l'interface fluide-couche poreuse, indiquant que l'énergie thermique est véhiculée par convection naturelle de la paroi chaude à la paroi froide, (**Figure IV.A.9b**).

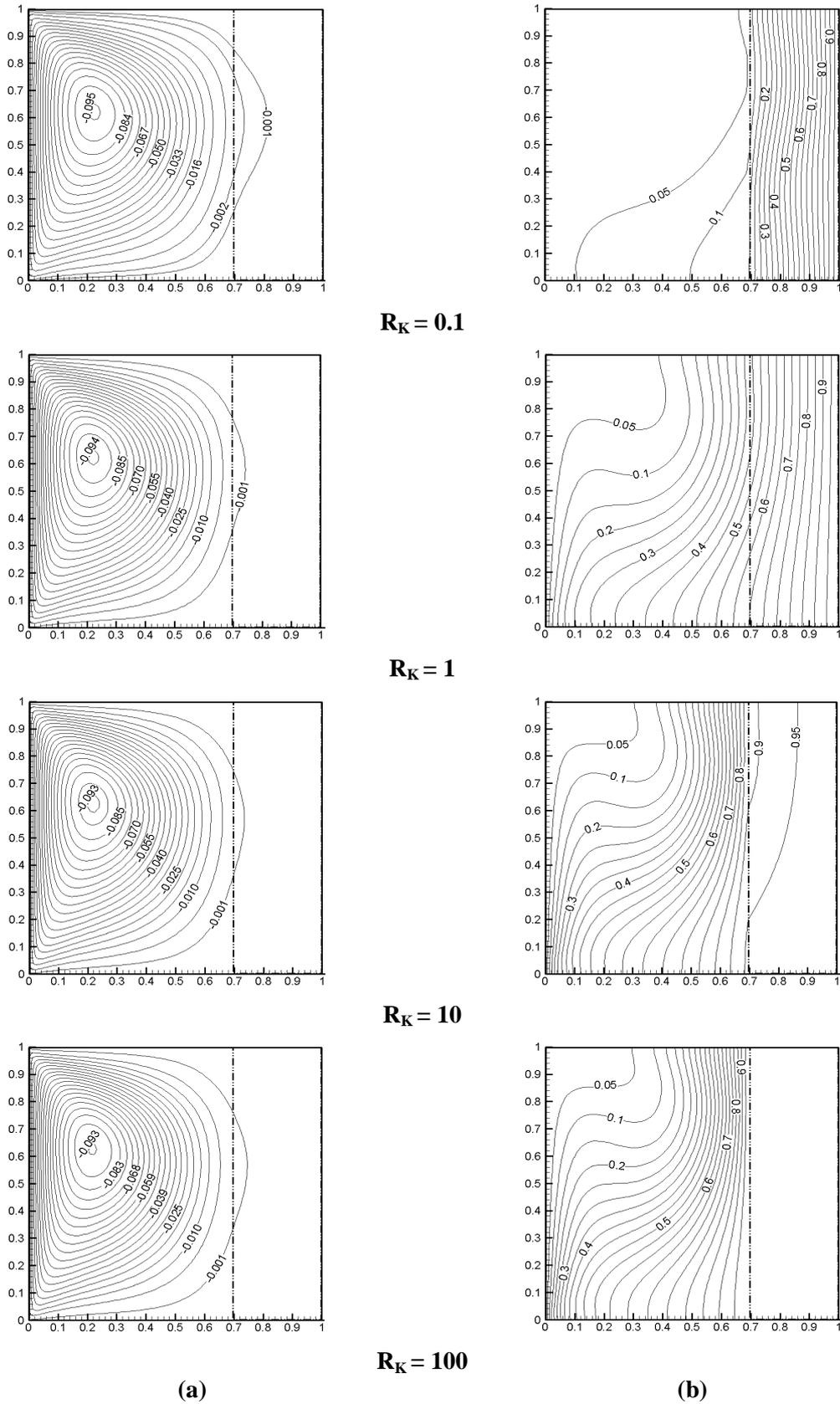
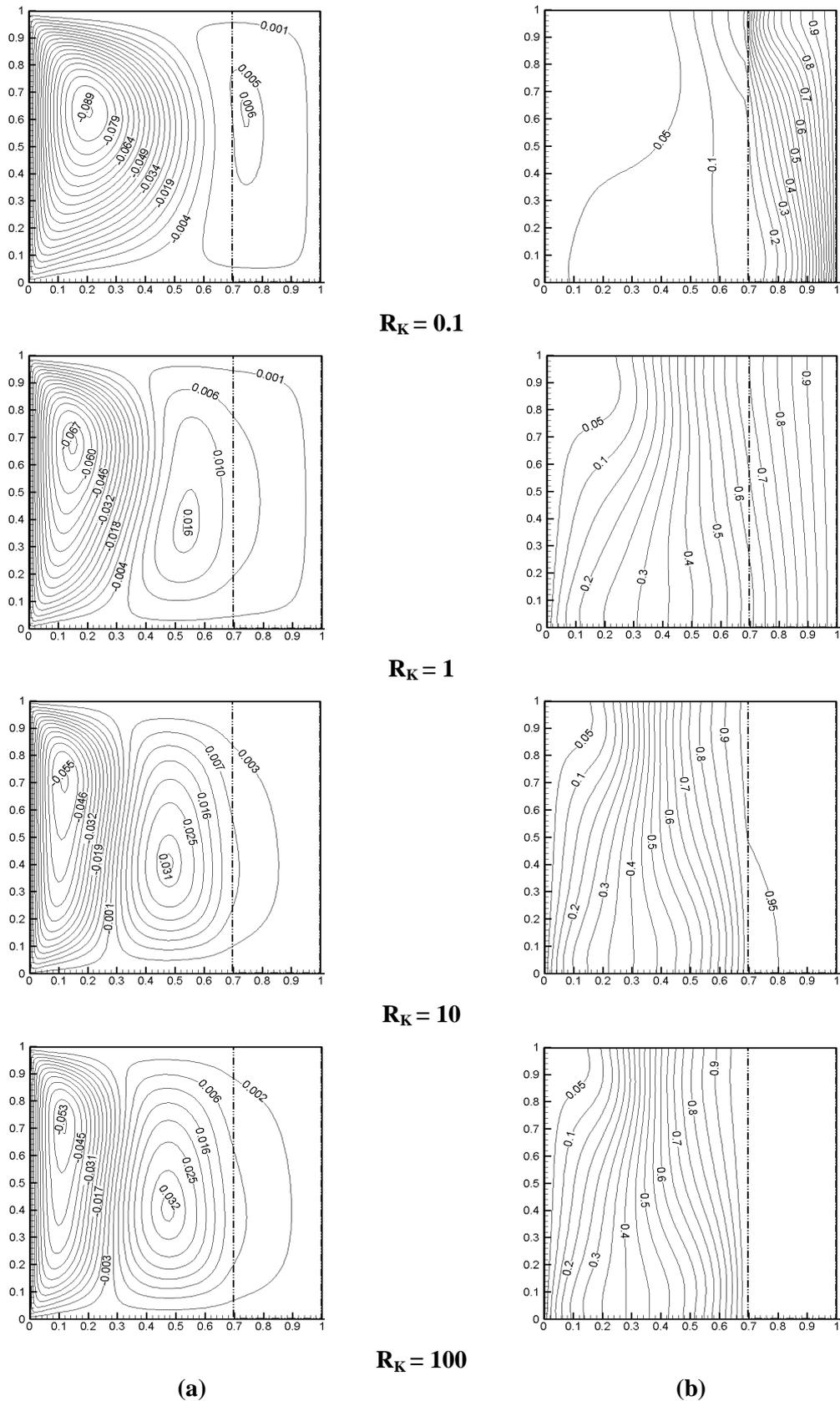
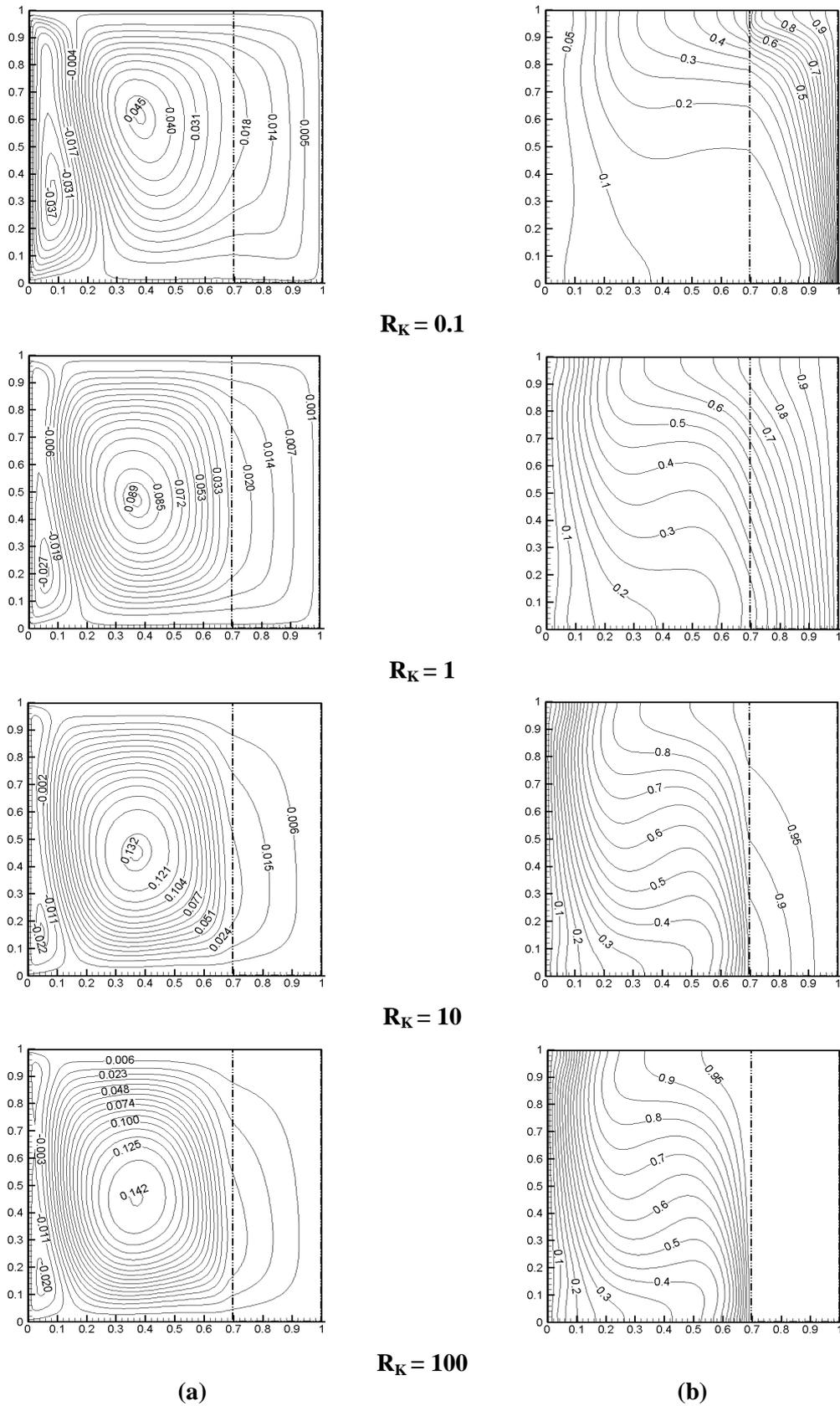


Figure IV.A.7 : Fonction de courant (a) et Isothermes (b) pour  $Ri = 0.1$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\epsilon = 0.6$ , (mouvement ascendant).



**Figure IV.A.8** : Fonction de courant (a) et Isothermes (b) pour  $Ri = 1$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement ascendant).

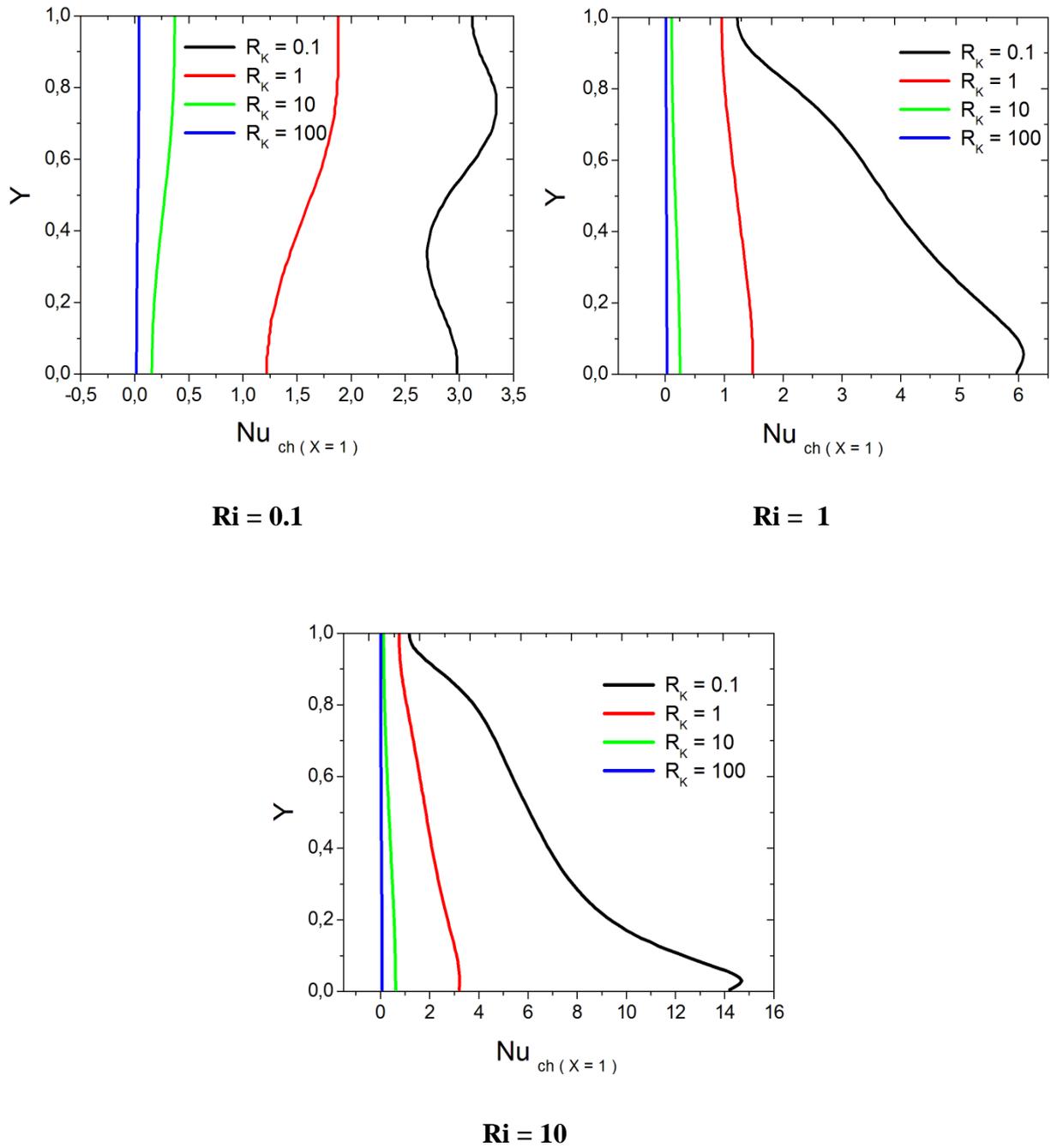


**Figure IV.A.9 :** Fonction de courant (a) et Isothermes (b) pour  $Ri = 10$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement ascendant).

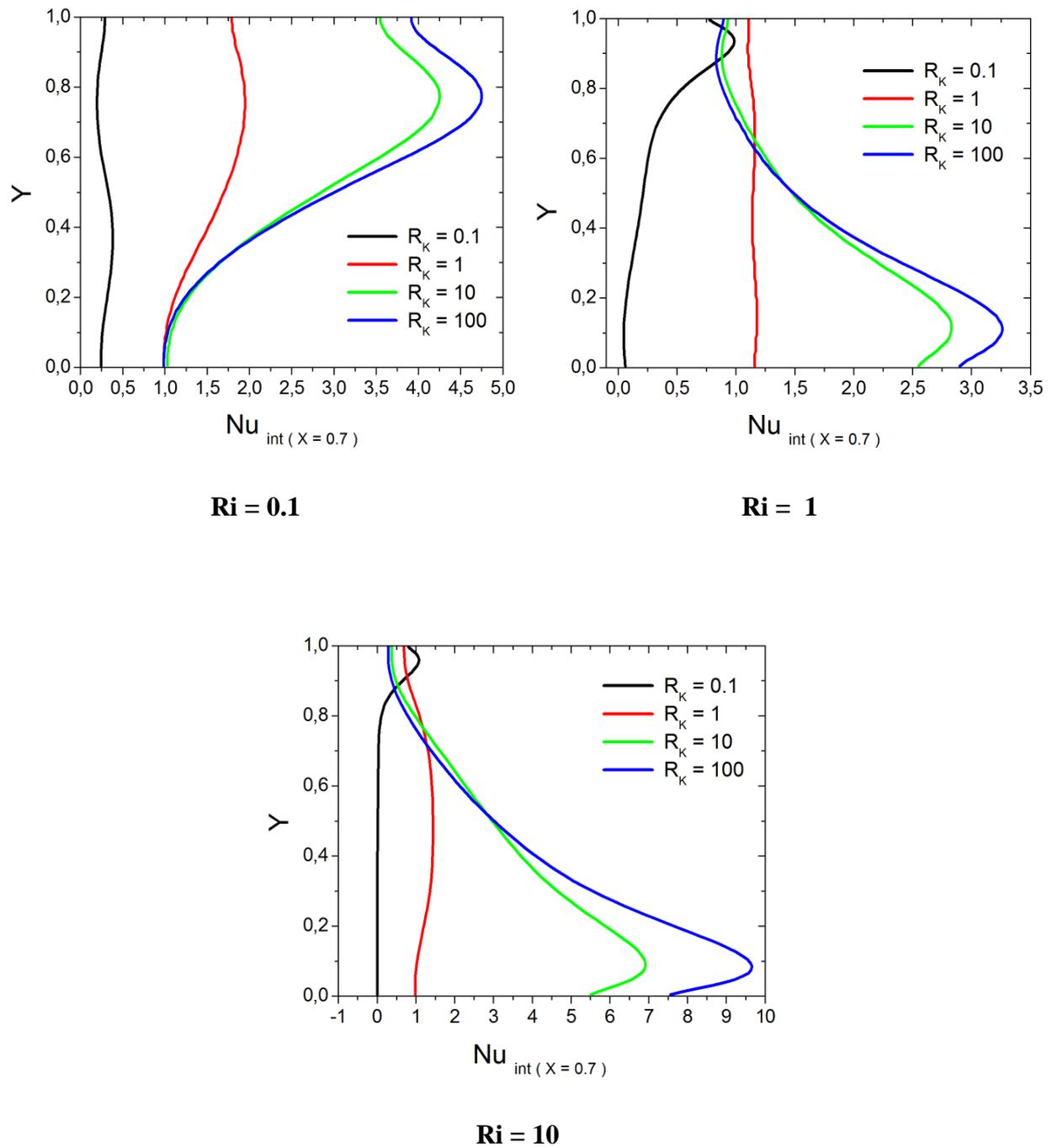
### *Nombre de Nusselt local*

L'influence de la conductivité thermique effective  $R_K$  et du nombre de Richardson sur le nombre de Nusselt local à la paroi chaude ( $Nu_{ch}$ ), et à l'interface fluide-couche poreuse ( $Nu_{int}$ ) est illustrée respectivement sur les **Figures IV.A.10** et **IV.A.11**. On constate que les courbes du nombre de Nusselt présentent différents comportements en fonction des valeurs de la conductivité thermique effective ( $R_K$ ) et du nombre de Richardson ( $Ri$ ). Sur la **Figure IV.A.10**, on constate que le taux d'échange au niveau de la paroi chaude diminue avec l'augmentation des valeurs de la conductivité thermique effective,  $R_K$  indépendamment des valeurs de Richardson. Pour  $Ri = 0.1$ , le nombre de Nusselt présente un comportement sinusoïdale pour  $R_K = 0.1$ . Par ailleurs, une décroissance quasi-linéaire le long de la direction verticale est observée lorsque  $R_K = 0.1$  pour  $Ri = 1$  et  $10$ . On constate aussi que le taux de décroissance de  $Nu_{ch}$  le long de la distance verticale décroît en fonction de Richardson. Aux valeurs élevées de  $R_K$ ,  $Nu_{ch}$  présente des valeurs proches de zéro indépendamment des valeurs du nombre de Richardson. Ce comportement est justifié par les **Figures IV.A.7b**, **IV.A.8b** et **IV.A.9b**, montrant l'influence de  $R_K$  et de  $Ri$  sur la distribution des isothermes. Il est intéressant de noter que pour les valeurs de Richardson supérieures à 1 les maxima et les minima de  $Nu_{ch}$  sont observés respectivement dans la partie inférieure et la partie supérieure de la paroi chaude indépendamment de la valeur de  $R_K$ .

La **Figure IV.A.11** illustre l'influences de  $R_K$  et de  $Ri$  sur l'évolution du nombre de Nusselt le long de l'interface fluide-couche poreuse,  $Nu_{int}$ , où on constate un comportement inverse de celui relatif à la paroi chaude. En effet,  $Nu_{int}$  augmente avec l'augmentation de la conductivité effective  $R_K$  indépendamment des valeurs de Richardson. Par ailleurs, pour  $R_K \geq 10$  et  $Ri = 0.1$ , il augmente d'une manière linéaire le long de l'interface, présente un maximum dans la moitié supérieure de la cavité suivie d'une faible décroissance à partir des valeurs de  $Y \geq 0.8$ . Pour  $Ri \geq 1$ ,  $Nu_{int}$  présente une faible augmentation linéaire à partir de  $Y = 0$ , passe par un maximum au voisinage de  $Y = 0.1$ . Par la suite, il entame une décroissance quasi-linéaire jusqu'à la paroi horizontale supérieure ( $Y = 1$ ) où il présente de faibles valeurs. En effet, ces différents comportements de  $Nu_{int}$  sont une conséquence directe de la distribution des isothermes dans la couche poreuse et dans le milieu fluide. La compression des isothermes, synonyme d'un taux de transfert de chaleur important, a été observée dans la moitié supérieure de l'interface pour  $Ri = 0.1$  alors que pour  $Ri \geq 1$ , la compression des isothermes est observée dans la moitié inférieure de l'interface, comme nous l'avons pu constater lors de l'examen des **Figures IV.A.7b**, **IV.A.8b** et **IV.A.9b**.



**Figure IV.A.10 :** Nusselt local de la paroi chaude pour différent rapport de la conductivité thermique,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement ascendant).

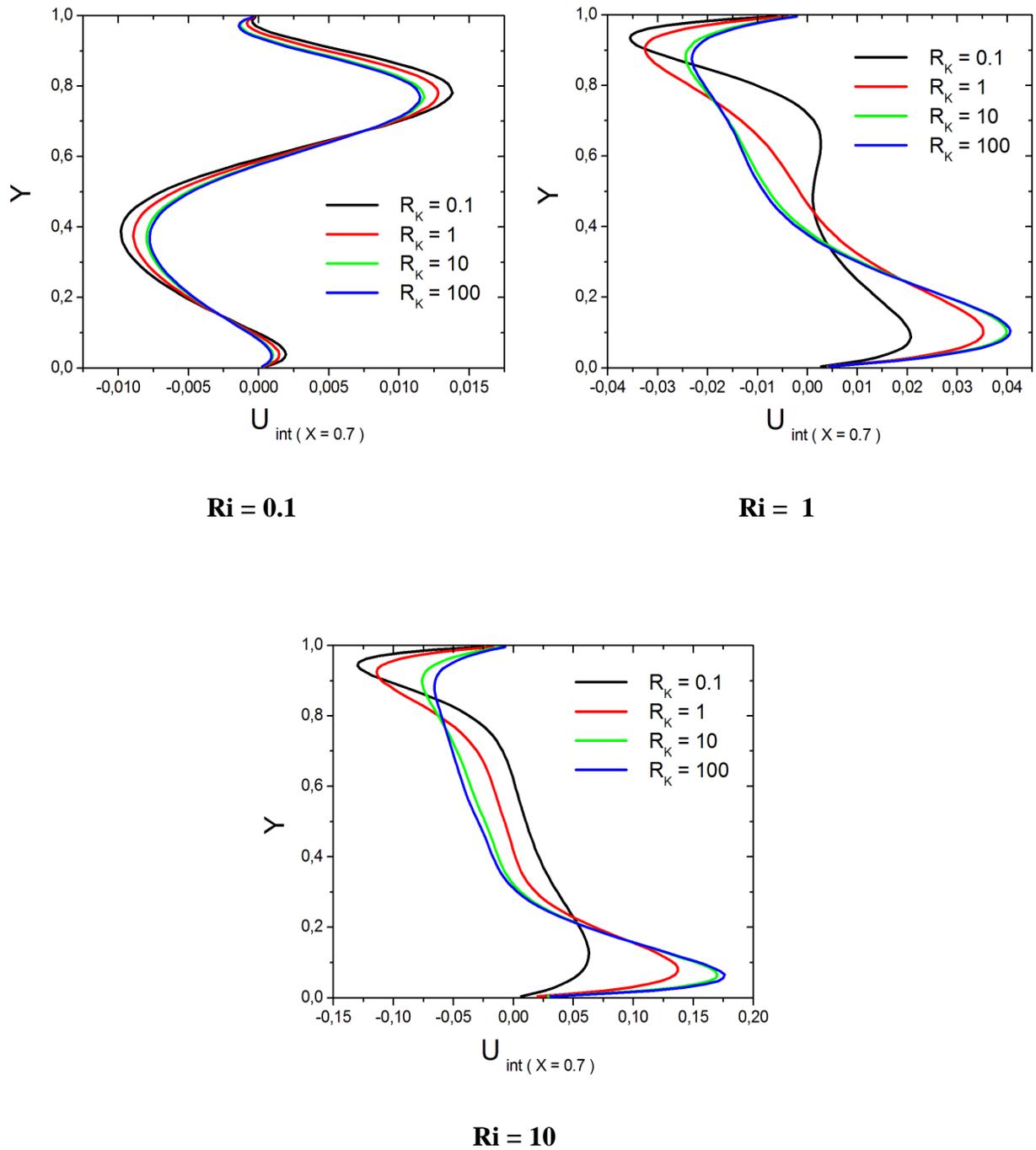


**Figure IV.A.11** : Nusselt local de l'interface fluide-couche poreuse pour différent rapport de la conductivité thermique,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement ascendant).

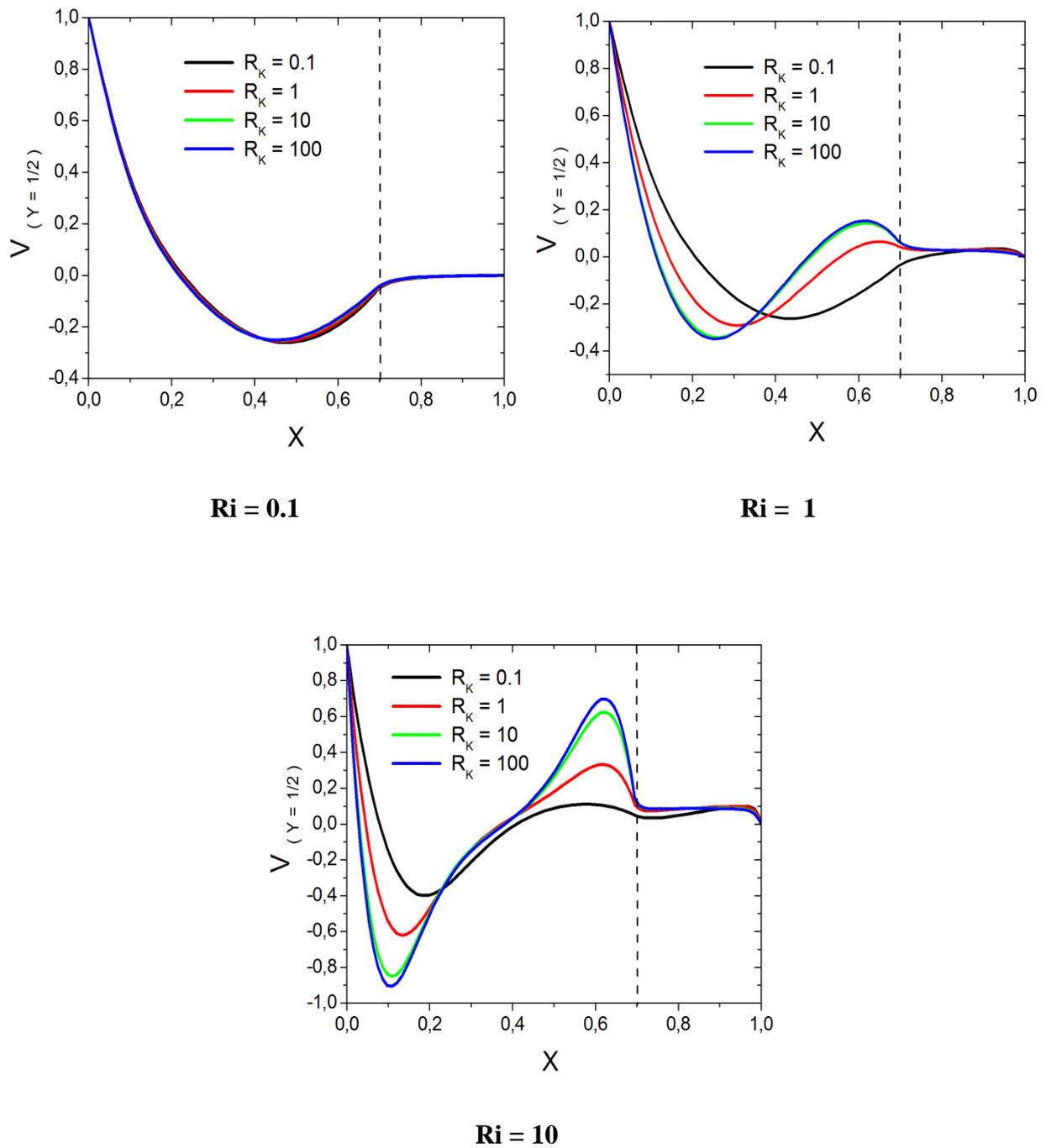
### *Vitesses de l'écoulement*

Les composantes horizontale de la vitesse au niveau de l'interface fluide-couche poreuse en fonction de la distance verticale  $Y$ ,  $U(X = 0.7, Y)$  et verticale au plan médian,  $V(X, Y = 0.5)$  pour différentes valeurs de  $R_K$  ( $R_K = 0.1, 1, 10$  et  $100$ ) et pour  $Ri = 0.1, 1$  et  $100$  sont présentées sur les **Figures IV.A.12** et **IV.A.13**, respectivement. Les profils de vitesse bidirectionnelle indiquent clairement l'écoulement bicellulaire à l'intérieur de la cavité. Par ailleurs, une inspection globale de ces figures montre que la variation des valeurs de  $R_K$  et de  $Ri$  affectent d'une manière considérable les deux composantes des vitesses. La composante horizontale de la vitesse au niveau de l'interface fluide-couche poreuse pour  $Ri = 0.1$  est plus faible que celle relative à  $Ri = 1$  ou  $Ri = 10$ . Pour  $Ri = 0.1$  l'écoulement est dominé par la convection forcée et la présence de la cellule primaire est évident à partir des deux profils de vitesses indépendamment des valeurs de  $R_K$ . La composante verticale de la vitesse ( $V(X, Y = 0.5)$ ) démarre de la valeur 1 en  $X = 0$  (valeur adimensionnelle de la vitesse d'entraînement de la paroi mobile) indépendamment des valeurs de  $R_K$  et de  $Ri$ , présente un minimum négatif et des valeurs nulles dans la couche poreuse. La composante horizontale de la vitesse ( $U(X = 0.7, Y)$ ) présente un profil sinusoïdale avec un maximum positif et un minimum négatif localisés dans la moitié supérieure et dans la moitié inférieure de la cavité, respectivement. En conséquence, le fluide pénètre dans la couche poreuse par la moitié supérieure et en sort de la moitié inférieure.

Lorsque les valeurs du nombre de Richardson augmentent, les deux composantes de vitesse deviennent sensibles à la variation de  $R_K$ . Dans ce cas la cellule de recirculation secondaire, générée par convection naturelle, augmente au détriment de celle générée convection forcée (celle due à l'entraînement de la paroi mobile). Par conséquent, le fluide pénètre à l'intérieur de la couche poreuse par le bas et en sort par le haut. On constate aussi que l'intensité de la cellule secondaire augmente avec les valeurs de  $R_K$ . Il en résulte une augmentation du dédit de fluide à l'intérieur de la couche poreuse. Ainsi, le taux de transfert de chaleur entre la couche poreuse en contact direct avec la paroi chaude et le milieu fluide est amélioré.



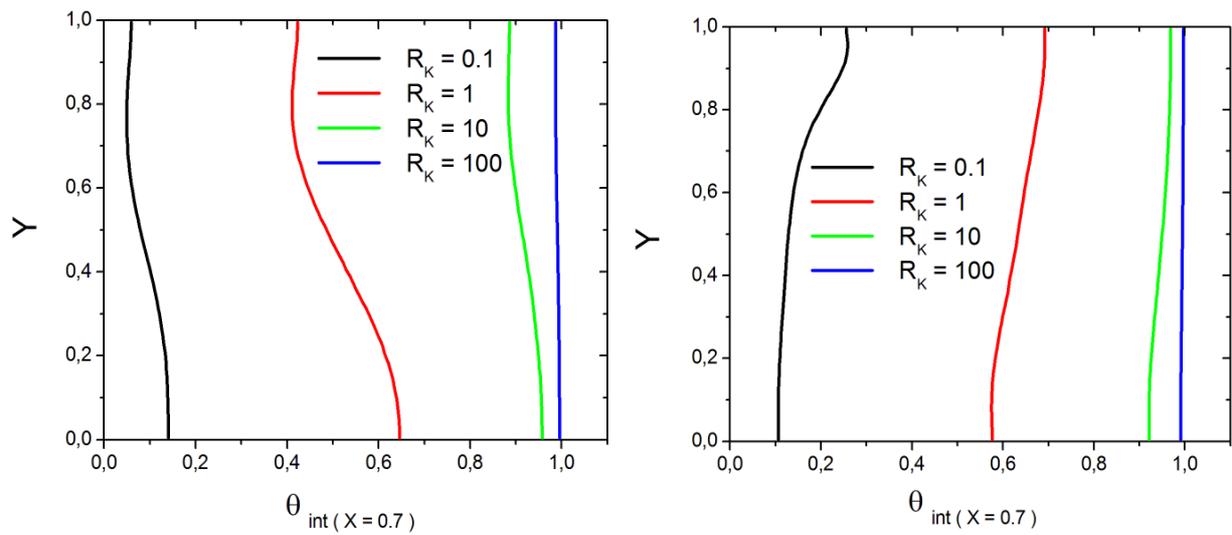
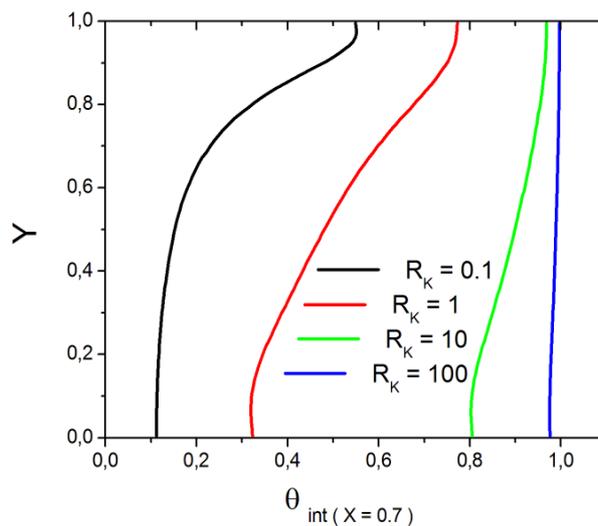
**Figure IV.A.12 :** Vitesse horizontale à l'interface fluide-couche poreuse pour différent rapport de la conductivité thermique,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement ascendant).



**Figure IV.A.13 :** Vitesse verticale au plan médium pour différent rapport de la conductivité thermique,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement ascendant).

***Température à l'interface fluide-couche poreuse***

L'influence de  $R_K$  et de  $Ri$  sur la distribution de la température au niveau de l'interface fluide-couche poreuse est présentée sur la **Figure IV.A.14**. Comme on peut le constater sur cette figure, la température le long de l'interface fluide-couche poreuse augmente avec l'augmentation des valeurs de  $R_K$  jusqu'à ce qu'elle devient égale à celle imposée sur la surface extérieure de la paroi chaude, et ce indépendamment des valeurs du nombre de Richardson. De même, une décroissance notable le long de l'interface est observée pour  $Ri=0.1$ , alors que pour  $Ri=1$  et  $10$  on s'aperçoit que la température montre une croissance notable, en particulier pour  $Ri=10$ .

**Ri = 0.1****Ri = 1****Ri = 10**

**Figure IV.A.14 :** Température de l'interface fluide-couche poreuse pour différent rapport de la conductivité thermique,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement ascendant).

#### IV.A.4.2. Mouvement de la paroi vers le bas (mouvement descendant)

##### *Champs dynamique et thermique*

Les **Figures IV.A.15-17**, montrent l'influence du rapport de la conductivité thermique,  $R_K$ , sur les contours de la fonction de courant, et le champ thermique pour les mêmes valeurs du nombre de Richardson que le précédent cas (mouvement ascendant de la paroi gauche), en l'occurrence,  $Ri = 0.1, 1$  et  $10$ .

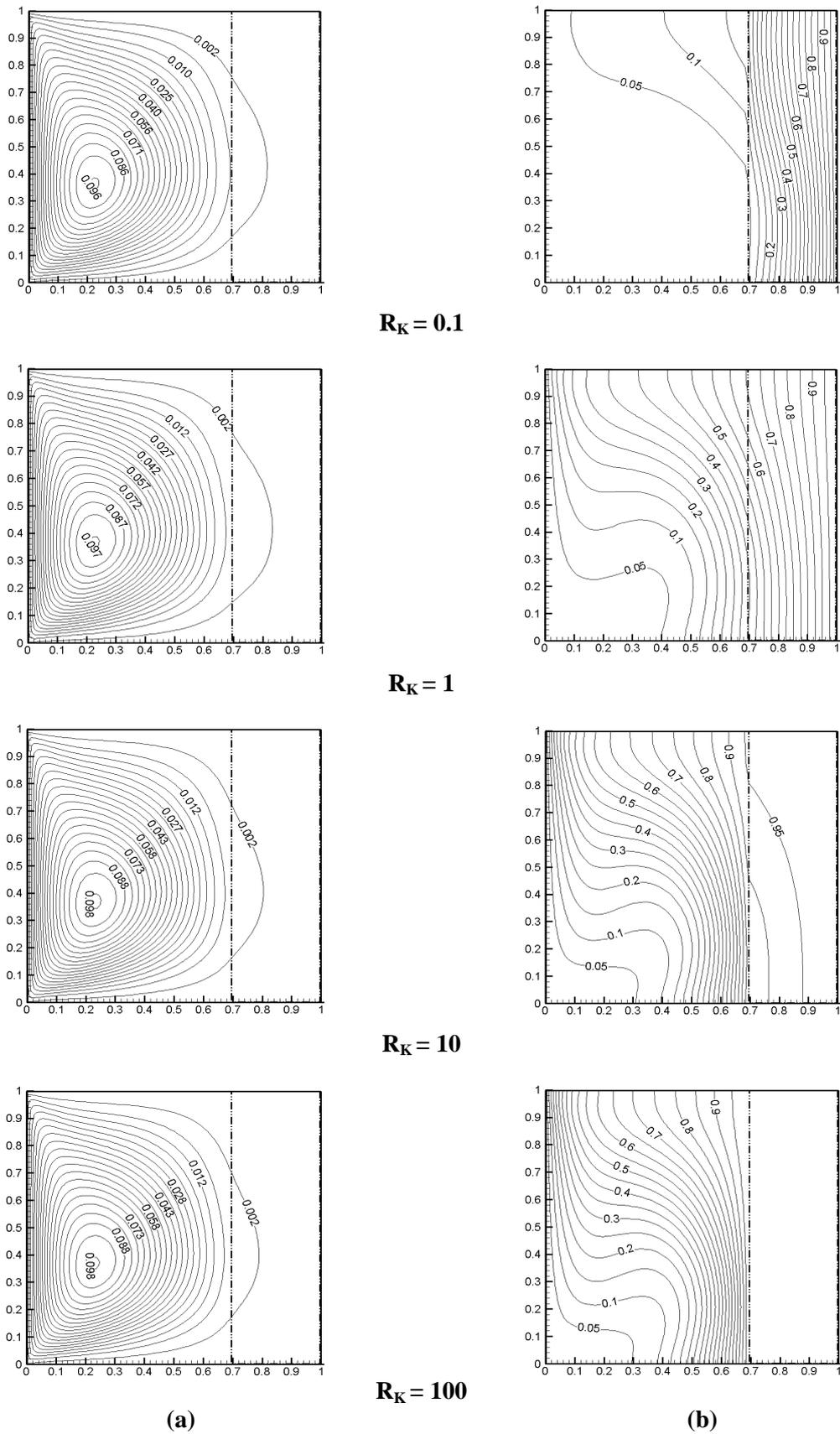
Sur ces **Figures (IV.A.15a-17a)**, relative aux lignes de la fonction de courant, on remarque que l'écoulement conserve une structure monocellulaire localisée dans le milieu fluide, et ce indépendamment des valeurs du nombre de Richardson et du rapport de la conductivité thermique. Ceci est dû au fait que dans ce cas on est en présence d'une convection mixte aidée (la force d'entraînement du fluide et celle de flottabilité dans le même sens).

Aux faibles valeurs de Richardson ( $Ri = 0.1$ : régime dominé par la convection forcée), l'écoulement est entraîné globalement par le mouvement de la paroi mobile, (**Figure IV.A.15a**). Il en résulte une faible pénétration de l'écoulement dans la couche poreuse à cause de la faible intensité de la cellule de recirculation. Ainsi, la cellule reste confinée à l'intérieur du milieu fluide. On note aussi que l'augmentation des valeurs du rapport des conductivités thermiques de  $0.1$  à  $100$  n'entraîne qu'une faible augmentation de l'intensité de cette cellule.

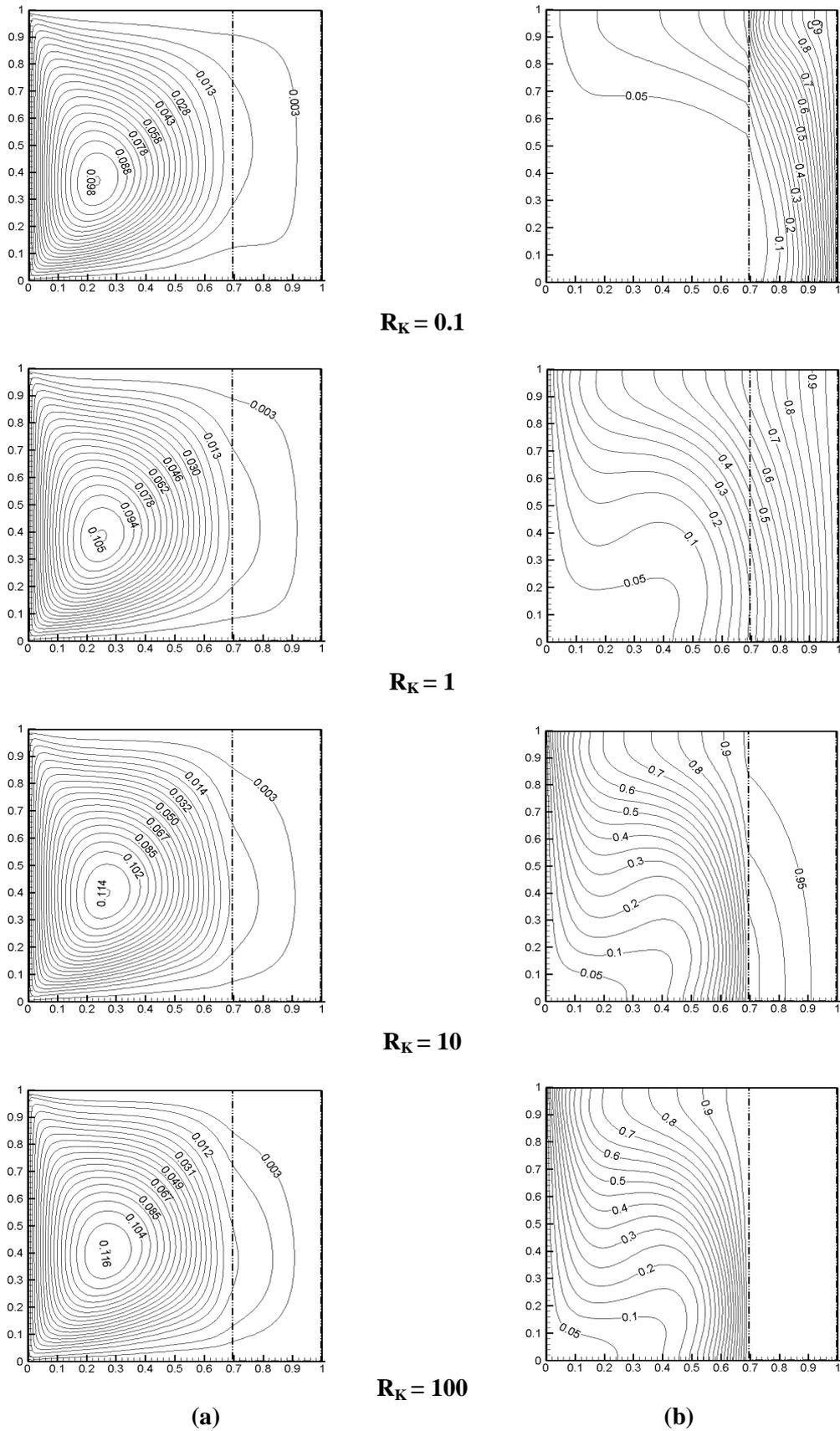
En augmentant la valeur du nombre de Richardson à  $1$  et  $10$ , le rôle du terme de la convection naturelle dans la formation de la structure de l'écoulement devient prépondérant et l'intensité de la cellule de recirculation devient très sensible à la variation de la conductivité thermique effective,  $R_K$ . En conséquence, la cellule s'étale dans la couche poreuse entraînant la pénétration du fluide à l'intérieur de la couche poreuse comme on peut le constater sur les **Figures IV.A.16a** et **IV.A.17a**. Sur ces figures on voit bien que lorsque  $R_K$  varie entre  $0.1$  et  $100$ ,  $\psi_{\max}$  passe de  $0.098$  à  $0.116$  pour  $Ri = 1$  et  $0.098$  à  $0.157$  pour  $Ri = 10$ .

Les **Figures IV.A.15b-17b**, montrent que la distribution de température pour  $R_K = 0.1$  et  $Ri = 0.1$  et  $1$  est semblable à celle relative au cas où le mouvement de la paroi mobile est ascendant, à l'exception du fait que dans ce cas la zone froide est localisée au coin inférieur gauche contrairement au cas où la paroi gauche est entraînée vers le haut où cette dernière est

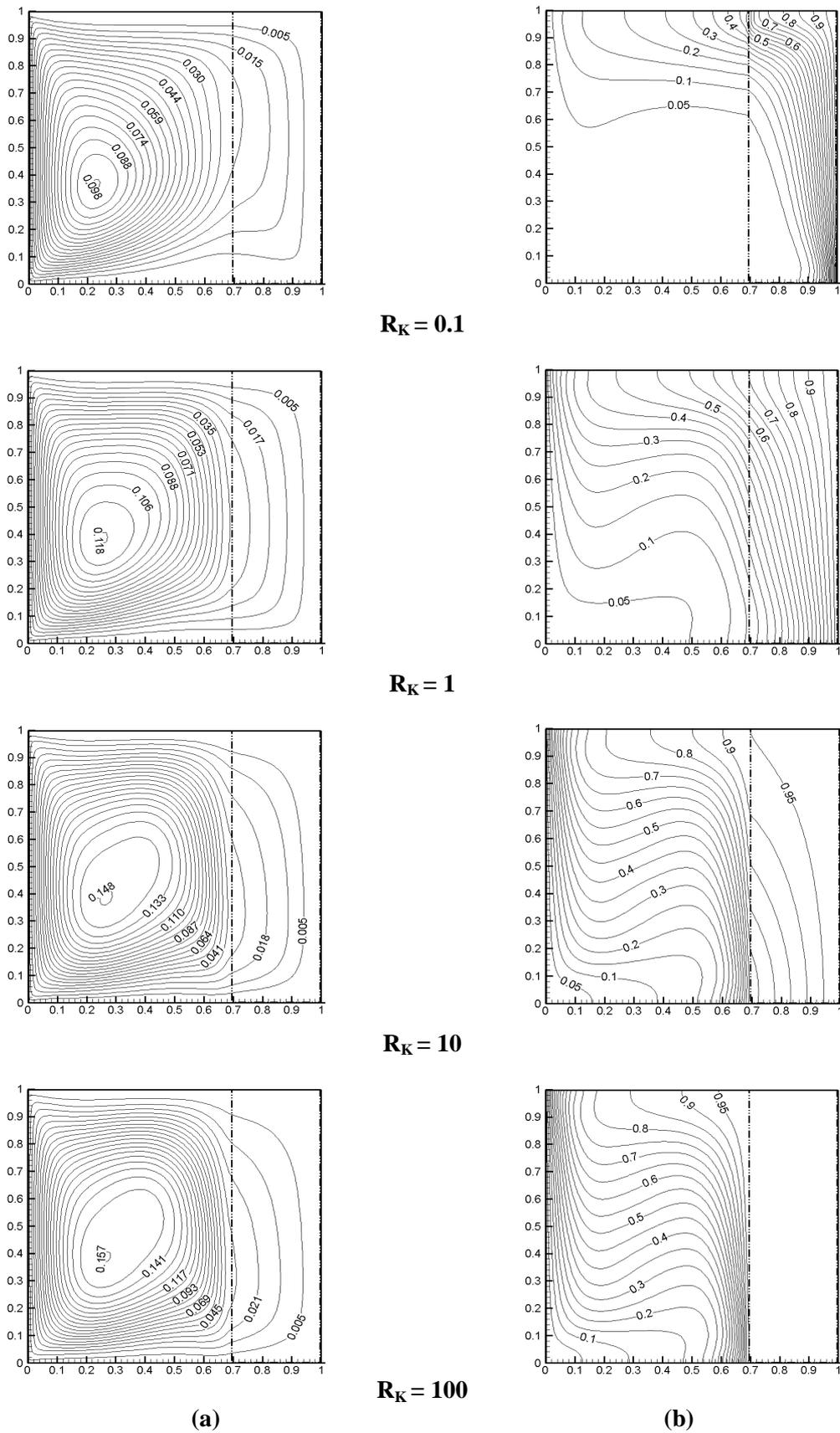
localisée au coin supérieure gauche de la zone fluide. On constate également une distribution quasi-uniforme de la température dans la zone fluide lorsque  $R_K = 0.1$  indépendamment de Richardson. Une distorsion importante dans la zone fluide ainsi qu'un niveau de compression remarquable des isothermes dans la moitié inférieure de l'interface fluide-couche poreuse et au voisinage de la moitié supérieure de la paroi mobile sont observée pour  $R_K \geq 10$ , indépendamment de la valeur du nombre de Richardson.



**Figure IV.A.15 :** Fonction de courant (a) et Isothermes (b) pour  $Ri = 0.1$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement descendant).



**Figure IV.A.16 :** Fonction de courant (a) et Isothermes (b) pour  $Ri = 1$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement descendant).



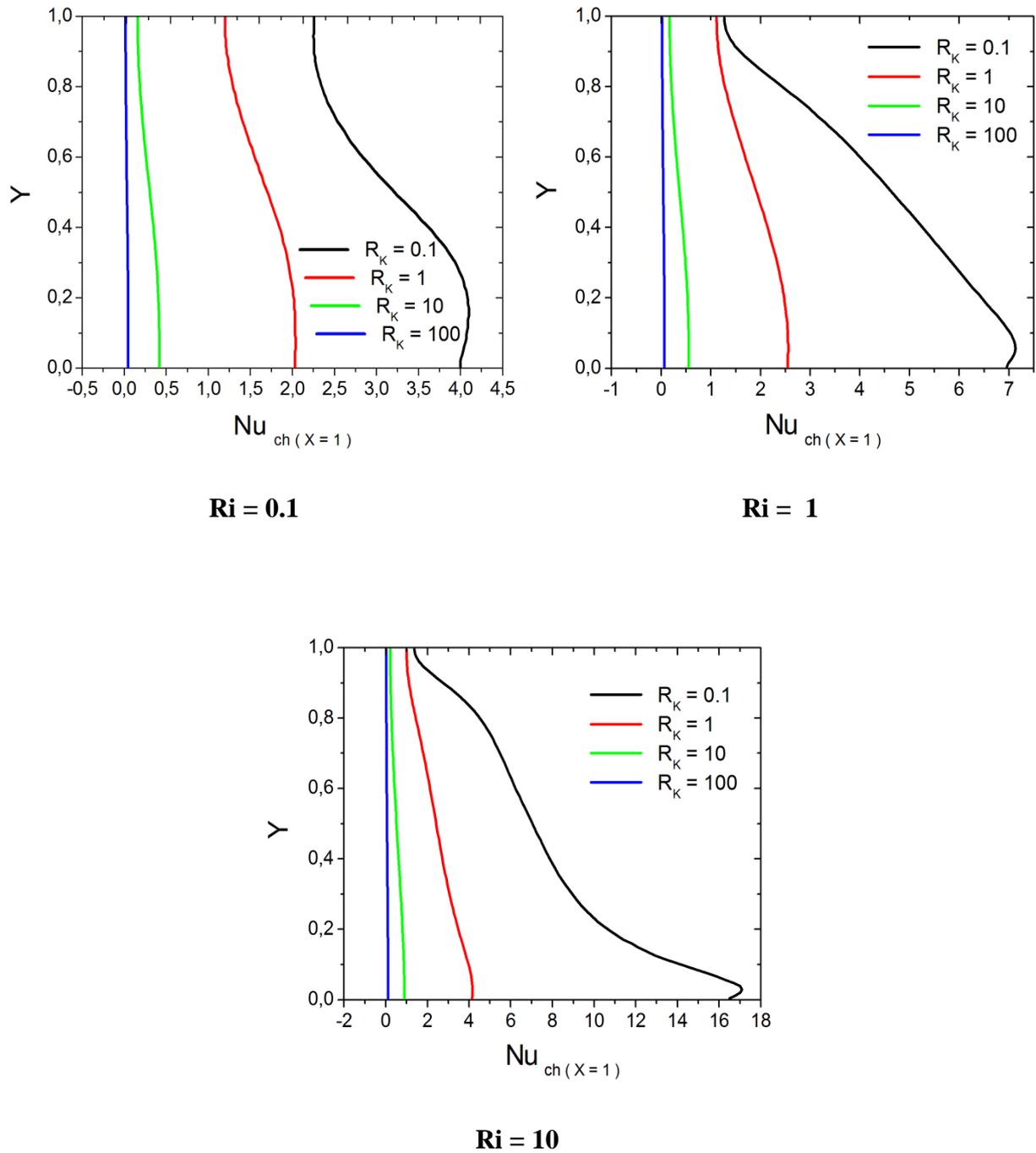
**Figure IV.A.17 :** Fonction de courant (a) et Isothermes (b) pour  $Ri = 10$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement descendant).

### *Nombre de Nusselt local*

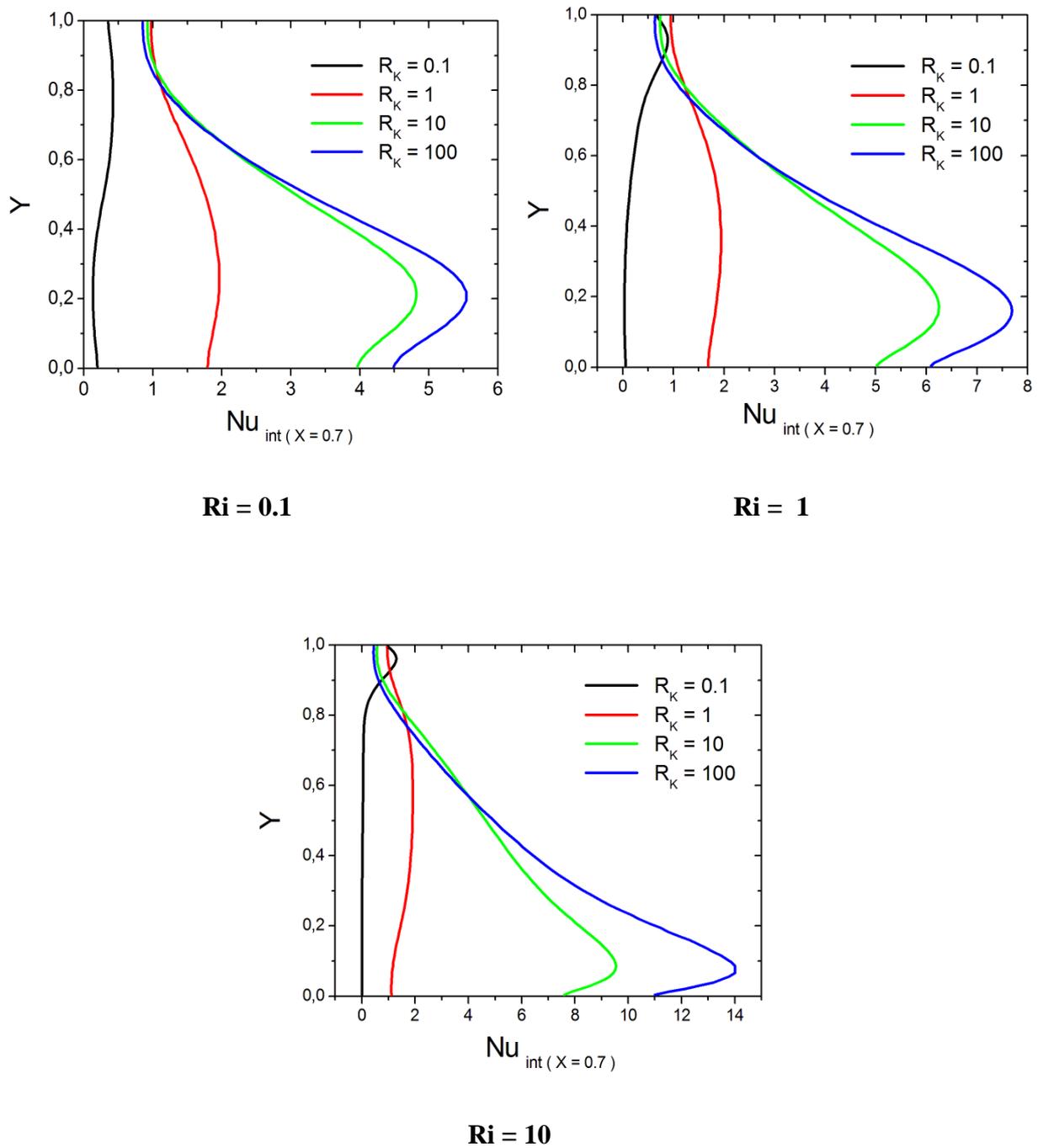
Afin de pouvoir comparer le taux de transfert de chaleur au niveau de la paroi chaude et de l'interface fluide-couche poreuse dans ce cas avec celui relatif au cas où la paroi gauche est animée d'un mouvement de translation vers le haut, nous présentons sur les **Figure IV.A.18** et **IV.A.19**, l'évolution, le long de la direction verticale  $Y$ , du nombre de Nusselt au niveau de la paroi chaude ( $Nu_{ch}$ ) et de l'interface fluide-couche poreuse  $Nu_{int}$ ). On constate que  $Nu_{ch}$  est une fonction croissante avec la distance verticale  $Y$  et le rapport de conductivités thermiques (conductivité thermique effective). Comme prévu, le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation du nombre de Richardson mais le taux d'augmentation dans ce cas est supérieur à celui relatif au cas précédent (mouvement de translation de la paroi gauche vers le haut). On constate aussi que  $Nu_{ch}$  est pratiquement nul aux valeurs élevée de  $R_K$ , (**Figure IV.A.18**).

Au niveau de l'interface fluide-couche poreuse,  $Nu_{int}$  présente des valeurs presque nulles jusqu'à  $Y=0.8$  pour  $R_K = 0.1$  indépendamment de  $Ri$ . Au delà de cette valeur de  $Y$ ,  $Nu_{int}$  montre un faible maximum. En augmentant les valeurs de  $R_K$ ,  $Nu_{int}$  présente une tendance inverse à celle relative au cas où le mouvement de la paroi est dirigé vers le haut dans le cas où le régime d'écoulement est dominé par le terme de la convection forcée ( $Ri = 0.1$ ). En effet,  $Nu_{int}$  augmente jusqu'à  $Y = 0.2$  où il présente un maximum dont la valeur augmente avec les valeurs du rapport  $R_K$ . Ensuite, il entame une décroissance monotone vers de faibles valeurs en  $Y=1$  (au niveau de la paroi supérieure horizontale).

En augmentant les valeurs de Richardson de 1 à 10,  $Nu_{int}$  montre une tendance similaire à celle relative au cas où est animée d'un mouvement de translation vers le haut. Cependant, les maxima obtenus par  $Nu_{int}$  pour  $R_K = 10$  et 100 sont plus important que ceux relatifs au cas de la **Figure IV.A.11**. Ceci est du au fait que dans ce cas les cellules de recirculation générées respectivement par le mouvement de la paroi de gauche et par les forces d'Archimède sont dans le même sens.



**Figure IV.A.18 :** Nusselt local de la paroi chaude pour différent rapport de la conductivité thermique,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement descendant).



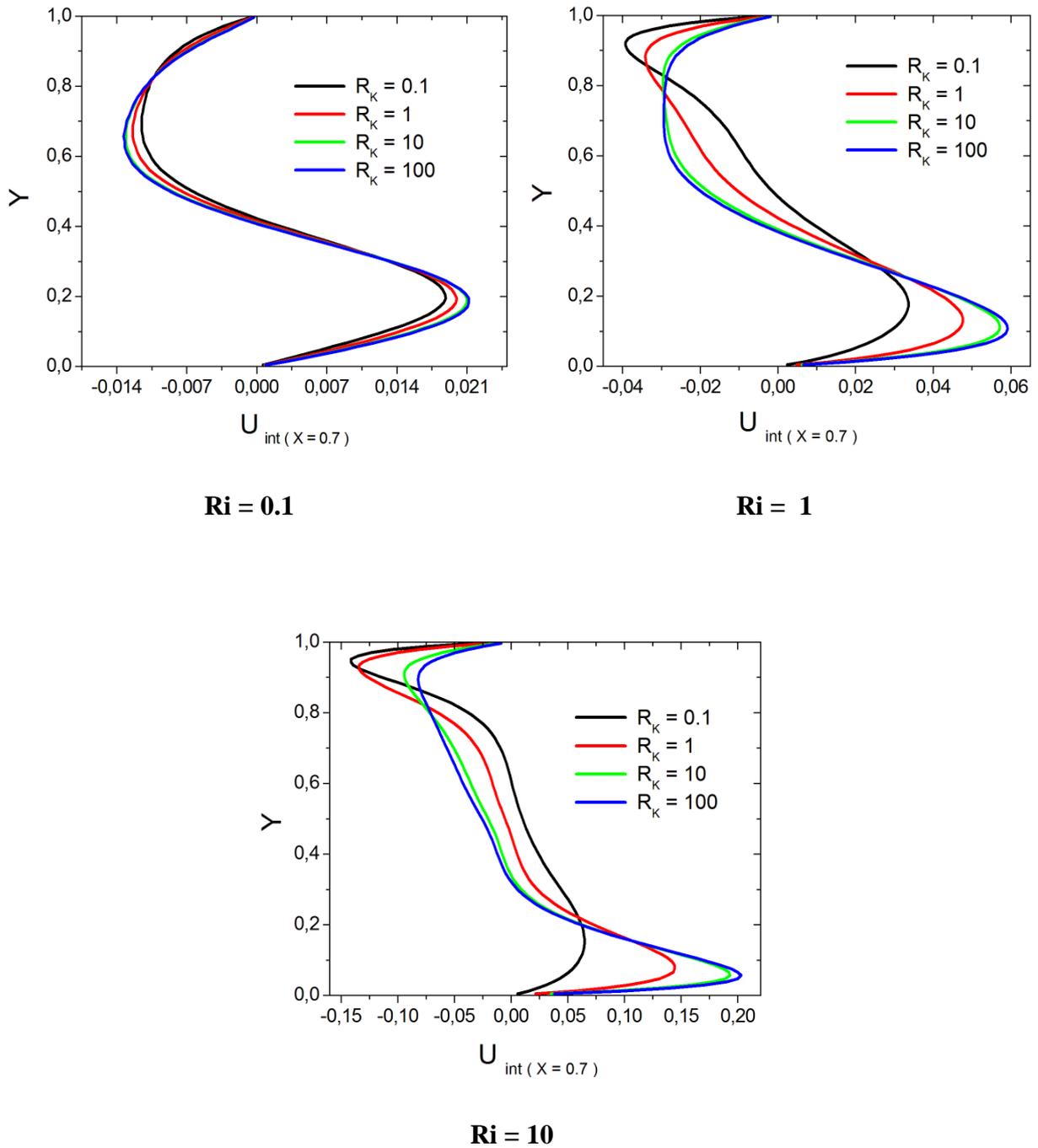
**Figure IV.A.19 :** Nusselt local de l'interface fluide-couche poreuse pour différent rapport de la conductivité thermique,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement descendant).

### *Vitesses de l'écoulement*

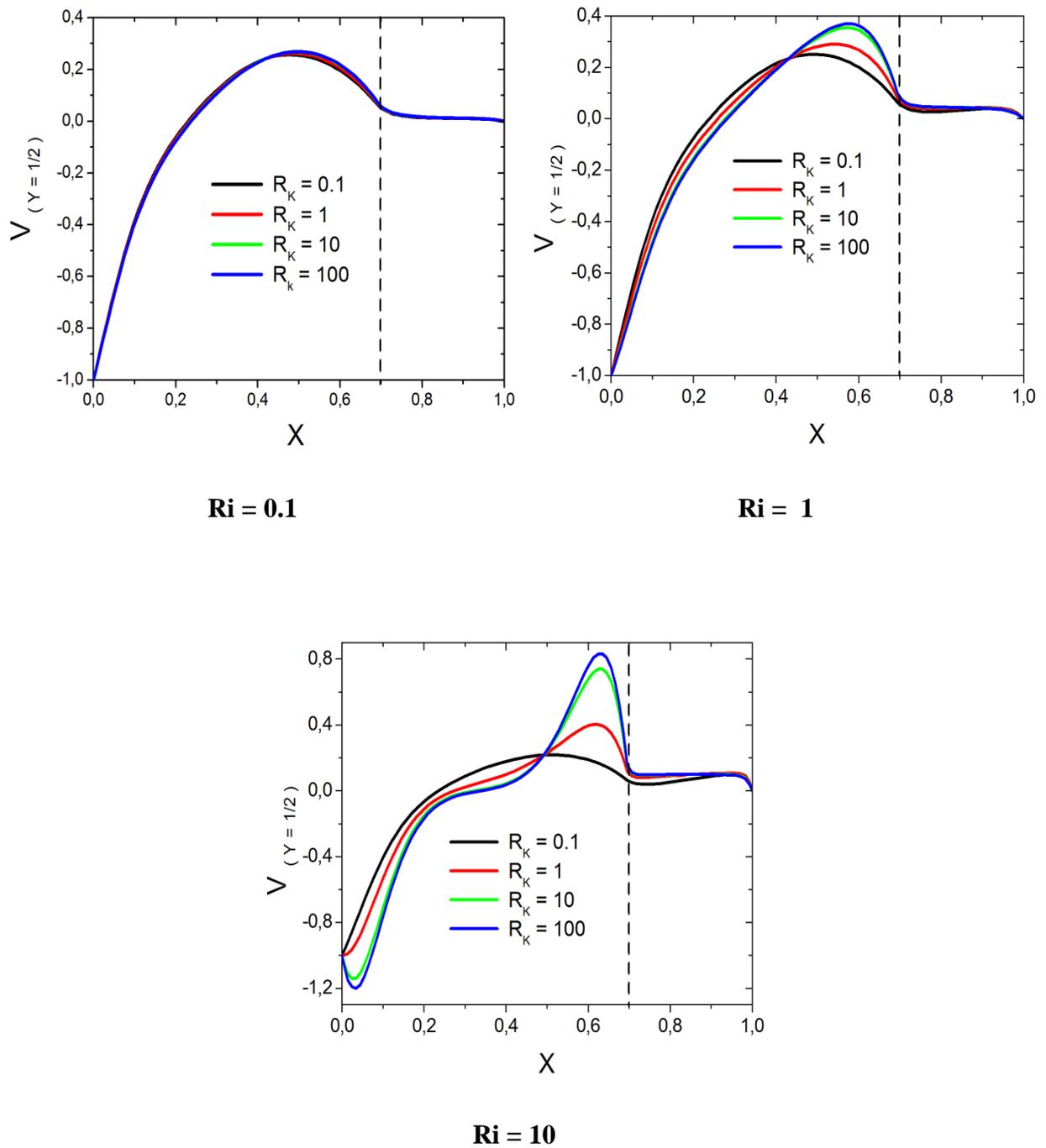
L'influence du rapport des conductivités thermiques et du nombre de Richardson sur les deux composantes de vitesses citées ci-dessus est présentée sur les **Figures IV.A.20** pour la composante horizontale ( $U(X = 0.7, Y)$ ) et **IV.A.21** pour la composante verticale ( $V(X, Y = 0.5)$ ). Tout d'abord, il convient de rappeler que la composante de vitesse verticale caractérise à la fois le mouvement ascendant du fluide du côté de la couche poreuse et descendant du côté de la paroi gauche mobile. Quand à la composante de vitesse horizontale, elle caractérise la force de pénétration du fluide à l'intérieure de la couche poreuse.

Aux faibles valeurs de Richardson ( $Ri = 0.1$ ), la composante de vitesse  $U(X = 0.7, Y)$  montre une très faible sensibilité aux variations de  $R_K$ , alors que les différents profils de  $V(X, Y=0.5)$  relatifs aux différents rapports de  $R_K$  sont superposés. Il est intéressant de noter que dans ce cas, le fluide pénètre dans la couche poreuse, sous l'effet de la cellule de recirculation, par le bas et en sort par le haut indépendamment du nombre de Richardson.

En augmentant le nombre de Richardson à 1 et 10, les deux composantes de vitesses montrent une remarquable sensibilité aux variations de  $R_K$  au point où la composante  $V(X, Y = 0.5)$  au voisinage de la paroi mobile ( $X \rightarrow 0$ ), présente des valeurs supérieures à la vitesse d'entraînement de la paroi à  $Ri = 10$  lorsque  $R_K = 10$  et 100.



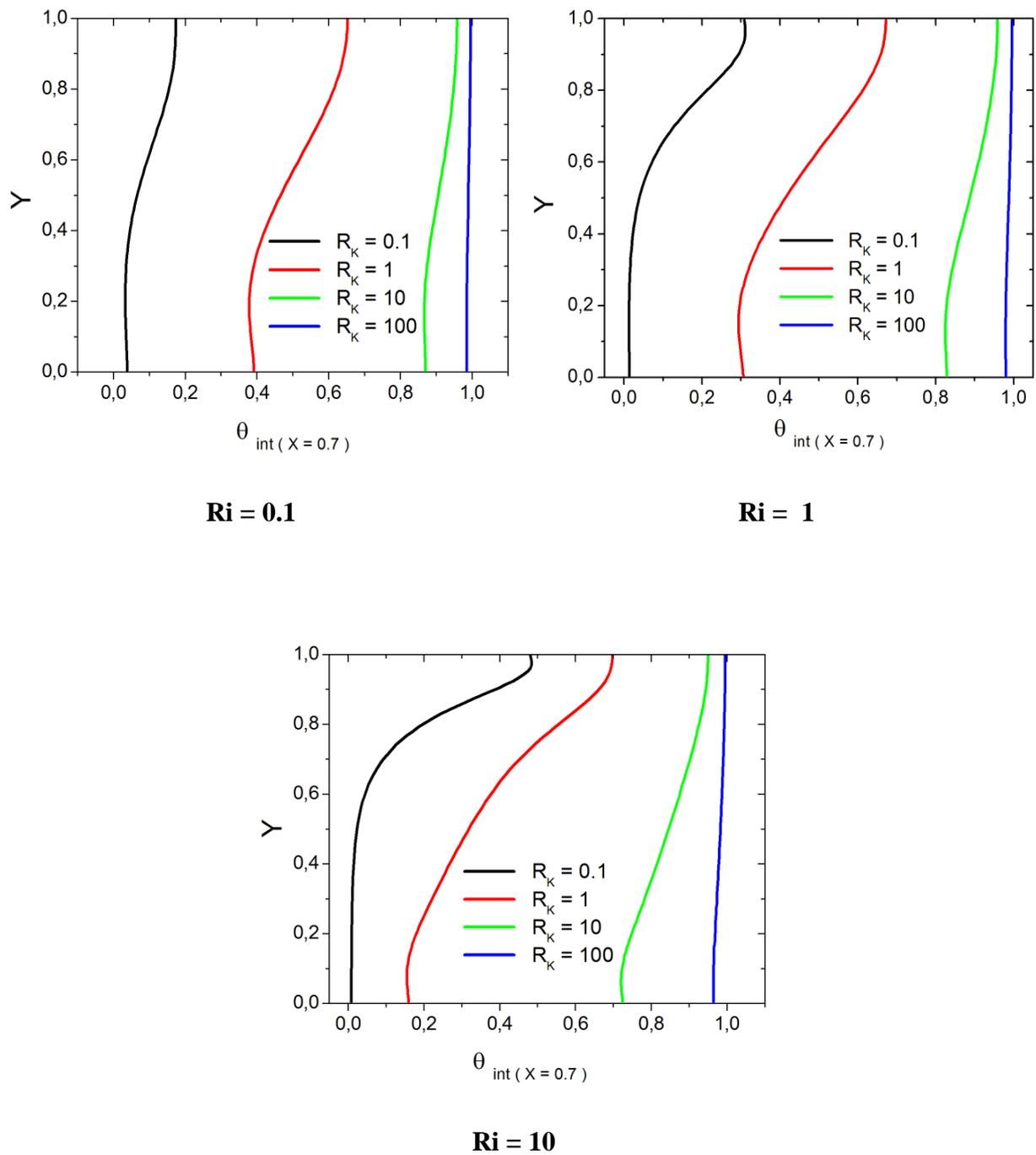
**Figure IV.A.20 :** Vitesse horizontale à l'interface fluide-couche poreuse pour différent rapport de la conductivité thermique,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement descendant).



**Figure IV.A.21 :** Vitesse verticale au plan médium pour différents rapports de la conductivité thermique,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement descendant).

***Température à l'interface fluide-couche poreuse***

La variation de la température le long de l'interface fluide-couche poreuse pour les mêmes valeurs des paramètres de contrôles  $Ri$  et  $R_K$  est présentée sur la **Figure IV.A.22**. Comme on peut le constater sur cette figure, une augmentation de la température le long de cette interface avec l'augmentation de  $R_K$  est observée. Par ailleurs, des valeurs proches de zéro sont observées sur la majeure partie de l'interface pour  $R_K = 0.1$ , indépendamment des valeurs de Richardson.



**Figure IV.A.22** : Température de l'interface fluide-couche poreuse pour différent rapport de la conductivité thermique,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ , (mouvement descendant).

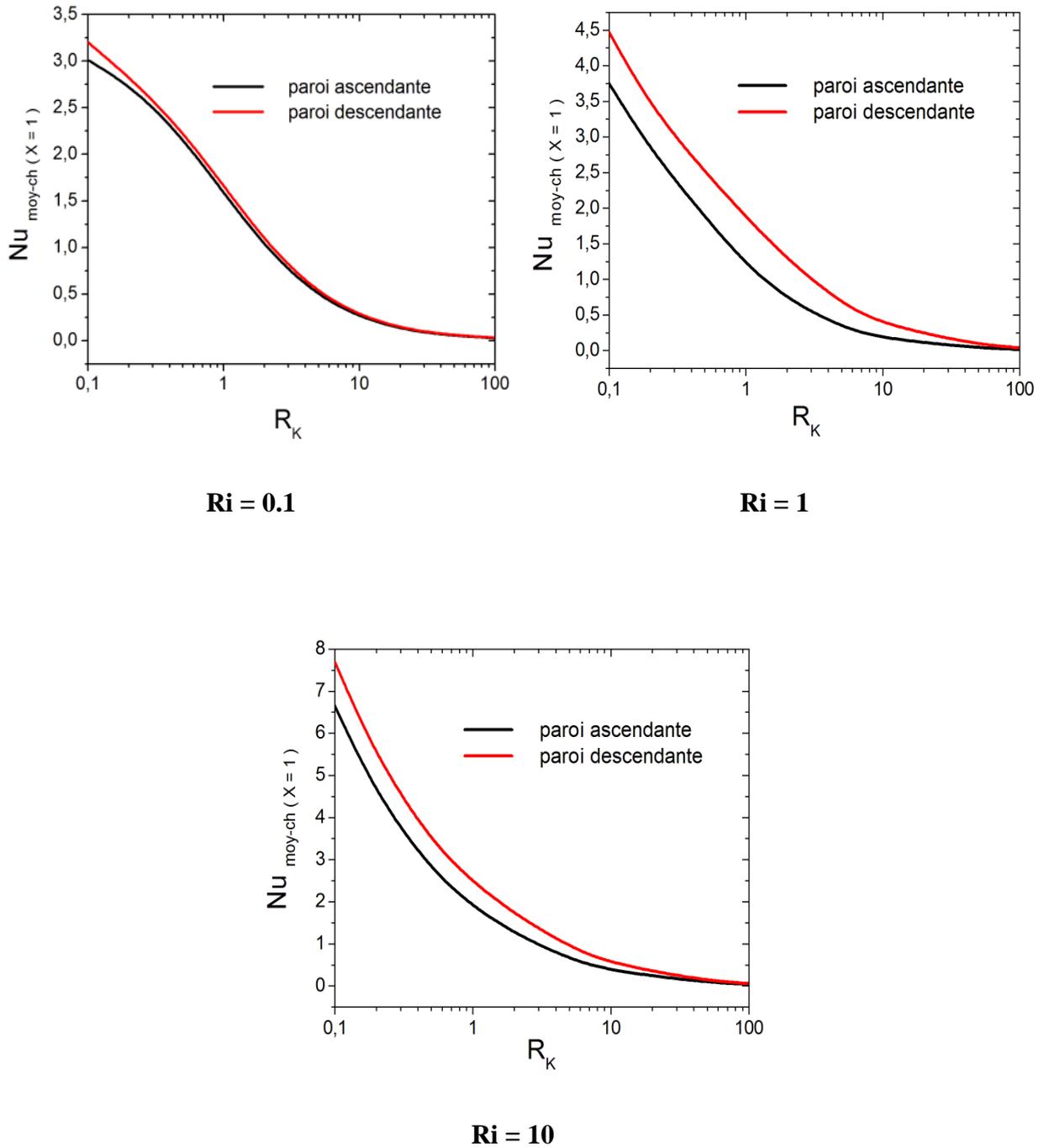
### *Nombre de Nusselt moyen*

Les **Figures IV.A.23** et **IV.A.24** montrent la dépendance de la représentation graphique des deux nombres de Nusselt moyens, respectivement à la paroi chaude ( $Nu_{\text{moy-ch}}$ ) et à l'interface fluide-couche poreuse ( $Nu_{\text{moy-int}}$ ) du rapport des conductivités thermiques ( $R_K$ ) et du nombre de Richardson ( $Ri$ ) pour les deux directions du mouvement de la paroi mobile (vers le haut ou vers le bas).

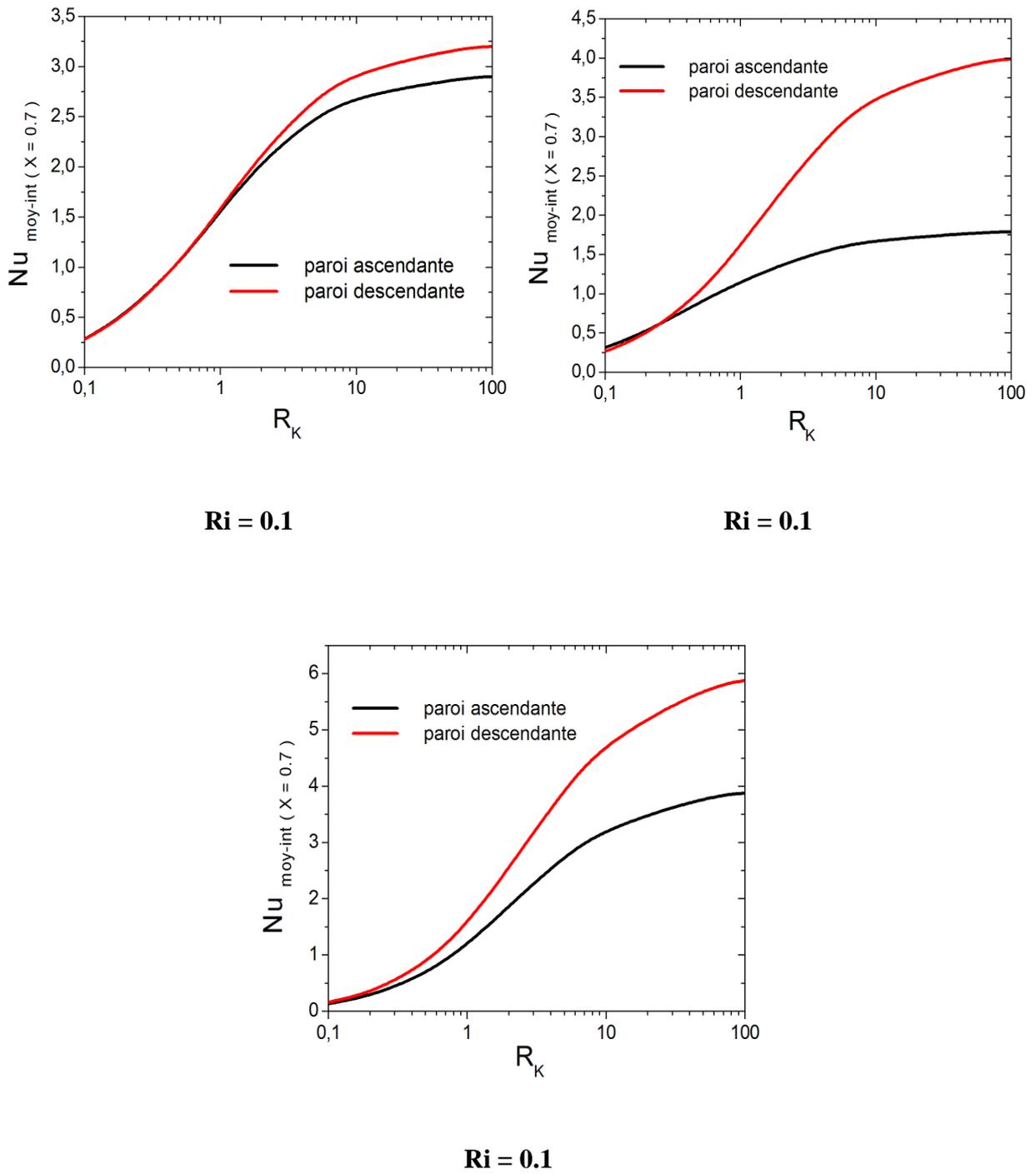
Sur la **Figure IV.A.23**, on constate que  $Nu_{\text{moy-ch}}$  présente une décroissance rapide vers une valeur nulle avec l'augmentation de  $R_K$  indépendamment des valeurs de Richardson. Cependant, lorsque  $Ri$  augmente il présente une augmentation significative aux valeurs de  $R_K \leq 10$ . On constate aussi qu'aux faibles valeurs de Richardson, les deux nombres de Nusselt moyens, relatif aux deux directions de mouvement de la paroi mobile, sont essentiellement superposés. Avec l'augmentation des valeurs du nombre de Richardson, l'écart entre les deux courbes augmente. On constate également que le cas où le mouvement de la paroi mobile est dirigé vers le bas présente le meilleur taux de transfert de chaleur. Ceci est dû au fait que dans ce cas, les deux cellules de recirculation générées respectivement par l'entraînement de la paroi mobile et par le terme de convection naturelle sont dans le même sens (la convection mixte aidée). En conséquence, le flux de chaleur transféré de la paroi chaude vers la couche poreuse est par la suite au milieu fluide est plus important.

Sur la **Figure IV.A.24** on s'aperçoit que  $Nu_{\text{moy-int}}$  augmente avec l'augmentation de  $Ri$  et de  $R_K$  contrairement au cas du nombre de Nusselt moyen à la paroi chaude (**Figure IV.A.23**), et ce indépendamment de la direction du mouvement de la paroi mobile. Le meilleur taux de transfert est obtenu aux larges valeurs de  $R_K$  et de  $Ri$ . Un faible écart entre les deux nombres de Nusselt relatifs aux deux directions du mouvement de la paroi mobile est obtenu lorsque le régime de convection forcée est dominant.

Sur les deux figures, on constate aussi que les deux nombres de Nusselt moyens à la paroi chaude et à l'interface fluide-couche poreuse tendent vers zéro, respectivement aux valeurs élevées et aux faibles valeurs de  $R_K$ .



**Figure IV.A.23** : Nusselt moyen de la paroi chaude en fonction du rapport de la conductivité thermique,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ .



**Figure IV.A.24 :** Nusselt moyen de l'interface fluide-couche poreuse en fonction du rapport de la conductivité thermique,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\Delta = 0.3$  et  $\varepsilon = 0.6$ .

#### IV.A.5. Conclusion

L'effet du rapport des conductivités thermique,  $R_K$  (ou de la conductivité thermique effective) et du nombre de Richardson,  $Ri$ , sur le transfert de chaleur par convection mixte conjuguée à l'intérieur d'une cavité entraînée partiellement poreuse a été étudié par voie numérique en utilisant la méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLE.

A travers cette étude il a été constaté, pour les directions de mouvement de la paroi mobile, que le taux de transfert de chaleur au niveau de la paroi chaude est une fonction décroissante du rapport des conductivités thermiques indépendamment de la valeur du nombre de Richardson. Au niveau de l'interface fluide-couche poreuse ce dernier est une fonction croissante du rapport des conductivités thermiques.

Lorsque le transfert de chaleur à l'intérieur de la cavité est dominé par le terme de la convection forcée, l'écart entre les taux de transfert de chaleur relatifs aux deux directions du mouvement de la paroi mobile est insensible à la variation du paramètre  $R_K$ .

Nous avons aussi constaté que le cas où le mouvement de translation la paroi mobile est dirigé vers le bas offre le meilleur taux de transfert de chaleur comparé à celui où la paroi mobile est animé d'un mouvement de translation vers le haut et ce indépendamment des valeurs de  $R_K$  et de  $Ri$ .

## **Application «B »**

**Convection naturelle dans une  
cavité poreuse hors équilibre  
thermique local avec des parois  
partiellement actives**

### IV.B.1. Introduction

Le problème de la convection naturelle dans des cavités remplies par des milieux poreux avec l'application du modèle hors équilibre thermique local (modèle de deux équations) entre la phase fluide et solide a fait l'objet de peu de recherches, bien que ce type de problème se rencontre dans de nombreuses applications industrielles, [63-65].

Dans cette partie, on s'intéresse au transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité totalement poreuse hors équilibre thermique local avec des parois verticales partiellement actives. Pour cela, nous étudions les effets des paramètres d'hors équilibre thermique local (coefficient d'échange interphase, rapport de la conductivité thermique modifiée), le nombre de Rayleigh et le nombre de Darcy.

Le taux du transfert de chaleur pour les deux phases (fluide et solide) est défini par le nombre de Nusselt local suivant :

$$Nu_f = -(\partial\theta_f/\partial X)_{X=0}, \quad Nu_s = -(\partial\theta_s/\partial X)_{X=0} \quad (\text{IV.B. 1})$$

Le nombre de Nusselt moyen de la phase liquide et de la phase solide est donné par la relation suivante :

$$Nu_{mf} = \int -(\partial\theta_f/\partial X)_{X=0} dy, \quad Nu_{ms} = \int -(\partial\theta_s/\partial X)_{X=0} dy \quad (\text{IV.B. 2})$$

### IV.B.2. Effet du maillage et validation du code

Avant de présenter les résultats obtenus, nous avons examiné l'influence du maillage sur la solution numérique, pour cela plusieurs maillages non uniformes sont pris en compte (21x21, 41x41, 61x61, 81x81, 101x101) et leurs effet sur le taux de transfert de chaleur des deux phase est représenté par le **Tableau IV.B.1** pour  $Ra=10^6$ ,  $H=10$ ,  $\gamma=1$ , En se basant sur ces résultats, nous constatons que la grille 81x81 est largement suffisante.

De manière à vérifier l'exactitude des résultats numériques obtenus dans le présent travail, nous avons comparé les résultats obtenus par notre code de calcul avec ceux de **Bera et al. [70]** pour le cas de la convection naturelle doublement diffusive à l'intérieur d'une cavité carrée poreuse hors équilibre thermique local. Les contours de la fonction du courant, de la concentration et les isothermes du fluide et ceux du solide sont présentés sur la **Figure IV.B.1**. Par ailleurs, nous présentons dans le **Tableau IV.B.2**, le nombre de Nusselt du fluide

et celui du solide ainsi que le nombre de Sherwood obtenus par notre code et ceux obtenus par **Bera et al. [70]**. On se basant sur cette comparaison, on constate un bon accord entre nos résultats et ceux de **Bera et al. [70]**.

Maillage	$Nu_f$	Variation %	$Nu_s$	Variation %
21x21	4.553	3.05	2.154	0.86
41x41	4.417	1.51	2.089	0.33
61x61	4.286	0.81	2.071	0.19
81x81	4.222	0.48	2.064	0.19
101x101	4.168	-	2.056	-

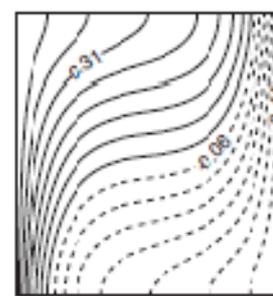
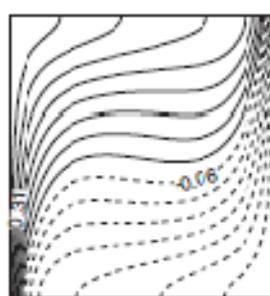
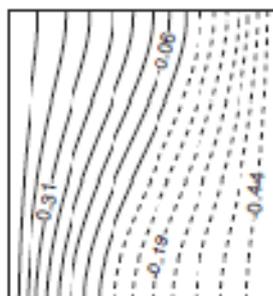
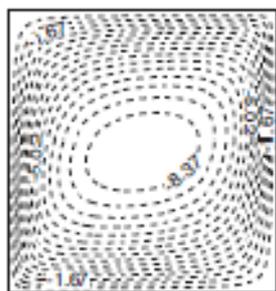
**Tableau IV.B.1** : Dépendance des nombres de Nusselt moyens (fluide et solide) du nombres de volume de contrile.

Fonction de courant

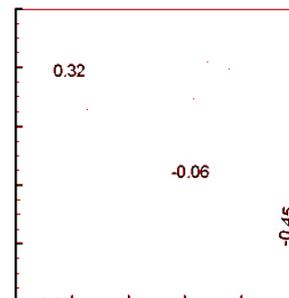
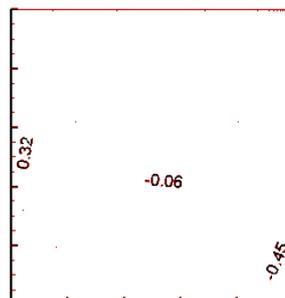
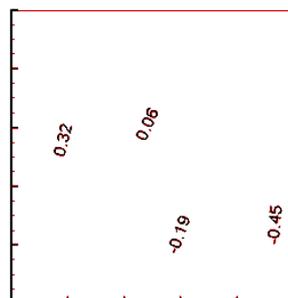
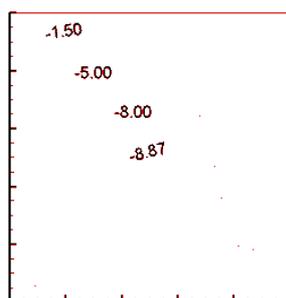
concentration

Isothermes-fluide

Isothermes-solide



**Bera et al. [70].**



Présent travail

**Figure IV.B.1** : Comparaison des contours de la fonction de courant et des isothermes avec celles de **Bera et al. [70]**,  $Ra = 10^6$ ,  $Da = 10^{-4}$ ,  $Le = 0.1$ ,  $N = 1$ ,  $\gamma = 10$ ,  $H = 10$ .

H	Da	Ra	$Nu_f$		$Nu_s$		$Sh$	
			Présent travail	<b>Bera et al. [70]</b>	Présent travail	<b>Bera et al. [70]</b>	Présent travail	<b>Bera et al. [70]</b>
0.1	$10^{-2}$	$10^4$	2.48977	2.4916	1.03201	1.0321	1.0380	1.0393
	$10^{-4}$	$10^6$	4.7366	4.8110	1.0470	1.0472	1.1351	1.1359
1	$10^{-2}$	$10^4$	2.4680	2.4698	1.2608	1.2617	1.0387	1.0397
	$10^{-4}$	$10^6$	4.7039	4.7774	1.3926	1.3948	1.1361	1.1369
10	$10^{-2}$	$10^4$	2.4300	2.4195	1.9507	1.9514	1.0411	1.0406
	$10^{-4}$	$10^6$	4.6166	4.6882	2.6266	2.6429	1.1387	1.1393

**Tableau IV.B.2** : Comparaisons des nombres de Nusselt (fluide et solide) et de Sherwood avec ceux de **Bera et al. [70]**.

### IV.B.3. Résultats et discussion

#### IV.B.3.1. Effet des paramètres vérifiant l'état de l'hors équilibre thermique local (H et $\gamma$ )

Nous portons dans cette section notre attention sur l'effet du coefficient d'échange interphase ( $H=1, 10, 100, 1000$ ) et le rapport de la conductivité thermique modifié ( $\gamma=0.1, 1, 10, 100$ ) sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur dans les deux phases. Le nombre de Darcy, Rayleigh thermique, Forchheimer et la porosité sont respectivement fixés à  $10^{-3}, 10^5, 1, 0.98$ .

La **Figure IV.B.2**, présente l'influence du coefficient d'échange interphase (configuration: *Bas-Haut*) sur les isothermes (fluide et solide) et les lignes de courant pour  $Da = 10^{-3}$ ,  $Ra = 10^6$ ,  $\gamma = 1$ . Pour différentes valeurs de H, ( $H = 1, 10, 100$  et  $1000$ ). Sur cette figure, il est clair que l'influence du non équilibre thermique local est très marqué aux faibles valeurs de H. Les isothermes du fluide (au milieu) semble peu affectés alors que ceux relatifs au solide (à droite) sont très marquées par l'augmentation de H. Ils se rapprochent de plus en plus vers les zones actives avec l'augmentation de H. Il convient de noter que l'augmentation de H est associée à une augmentation du transfert de chaleur de la phase fluide à la phase solide. Il en résulte des températures des deux phases très proches, indiquant que les deux

phases sont en équilibre thermique local. Ce qui justifie la similarité des isothermes des deux phases pour  $H = 1000$ .

La cellule de recirculation présente une augmentation notable de son intensité en faisant varier  $H$  de 1 à 1000. Ce qui se traduit par une diminution de  $Nu_f$  compensé par une augmentation de  $Nu_s$  comme nous pouvons le constater sur la **Figure IV.B.4**. Le nombre de Nusselt local du fluide révèle une tendance à la hausse au début de la zone chauffée, puis subit une diminution monotone jusqu'à la fin de la zone chauffée où il montre une faible augmentation. Par contre celui relatif au solide présente une variation quasi-uniforme aux faibles valeurs de  $H$  sur une large partie de la zone chauffée et termine avec une sensible augmentation à la fin de la zone chauffée.

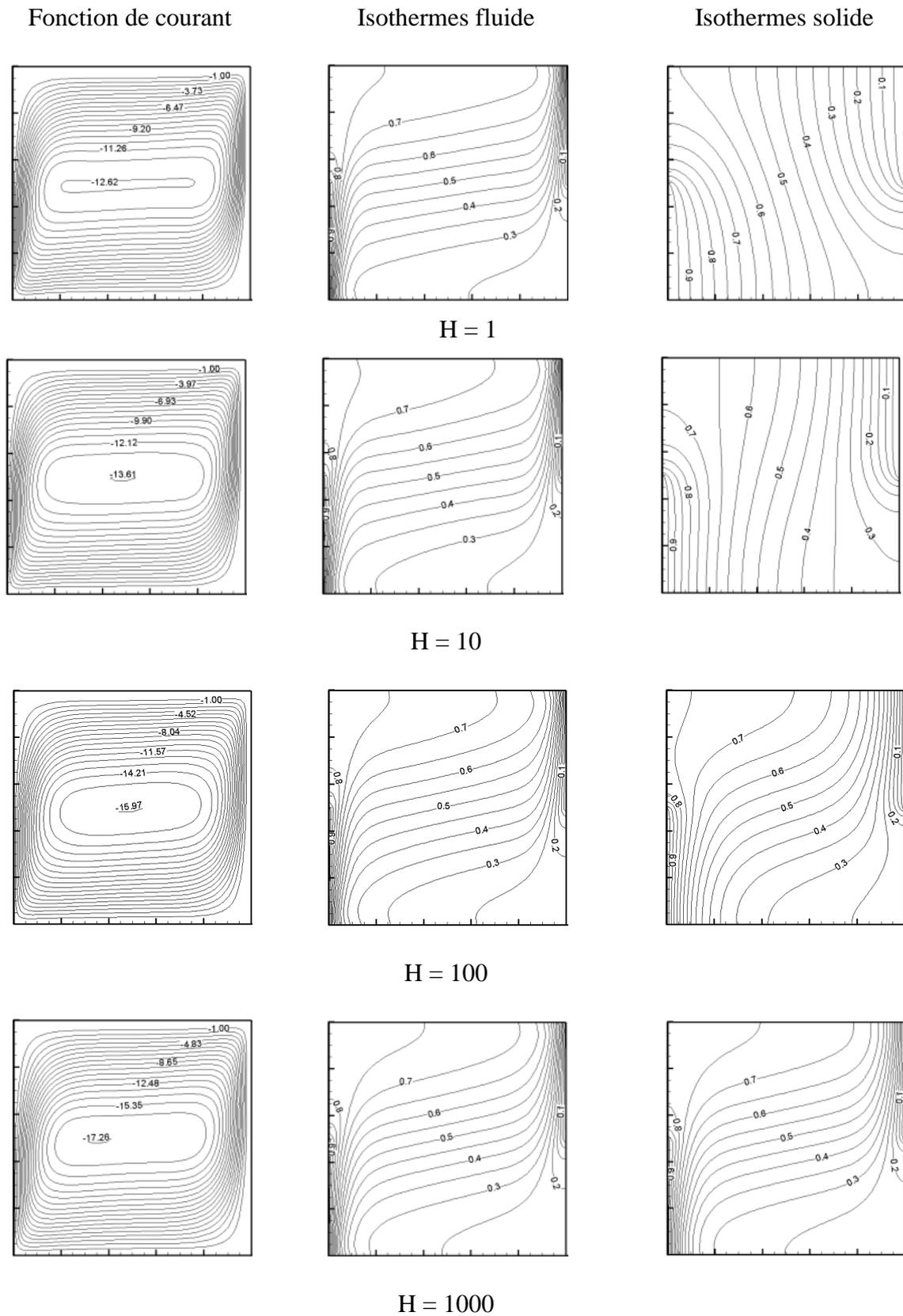
L'influence de  $H$  sur les isothermes et les lignes de courant pour le cas où les zones actives sont localisées en haut et en bas (configuration Haut-Bas) est présentée sur la **Figure IV.B.3**. La distribution de la température du fluide (au milieu) et du solide (à droite) est similaire à celle de la configuration Bas-Haut. Cependant, on note la présence d'une stratification partielle localisée au cœur de la cavité pour le fluide et pour le solide à  $H = 1000$ . Le champ dynamique montre un comportement différent. On constate un changement du noyau intérieur unicellulaire (configuration Bas-Haut) à un noyau multicellulaire contenant deux vortex avec une inclinaison par rapport à l'horizontale. Toutefois, l'intensité de la cellule de recirculation de cette configuration reste inférieure à celle relative à la configuration Bas-Haut.

L'évolution des nombres de Nusselt (fluide et solide) en fonction de  $H$  pour  $Da = 10^{-3}$ ,  $Ra = 10^6$ ,  $\gamma = 1$  est présentée sur la **Figure IV.B.5**. Par comparaison avec la **Figure IV.B.4**, cette figure montre une dépendance relativement faible de  $H$ , en particulier  $Nu_f$ . Ceci est le résultat direct de la position de la zone active chaude. Pour ce cas, les deux nombres de Nusselt décroissent à partir du début jusqu'à la fin de la zone active.

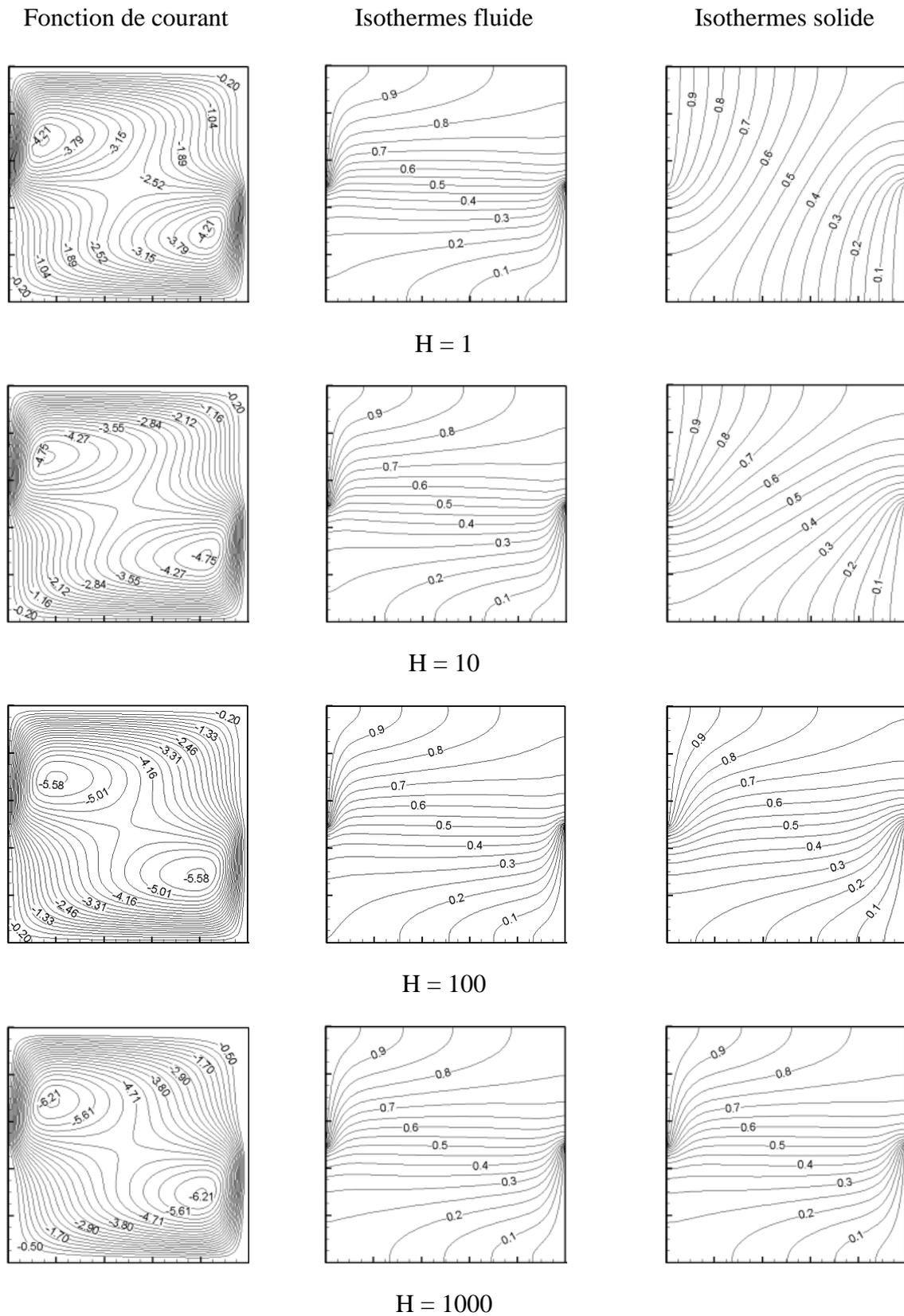
Sur les **Figure IV.B.4** et **IV.B.5**, on note qu'à  $H = 1$ ,  $Nu_s$  est égale à l'unité sur une large partie de la zone active indiquant que le transfert de chaleur est purement conductif.

Sur la **Figure IV.B.6** on présente l'influence de  $H$  sur la différence de températures ( $\theta_f - \theta_s$ ) le long de l'axe  $X = 1/2$  et de l'axe  $Y = 1/2$  pour les deux configurations étudiées et à titre de comparaison, nous avons rajouté la configuration du chauffage total. On constate que ( $\theta_f - \theta_s$ ) présente une symétrie par rapport à  $X = 1/2$  et à  $Y = 1/2$  avec des valeurs nulles au centre

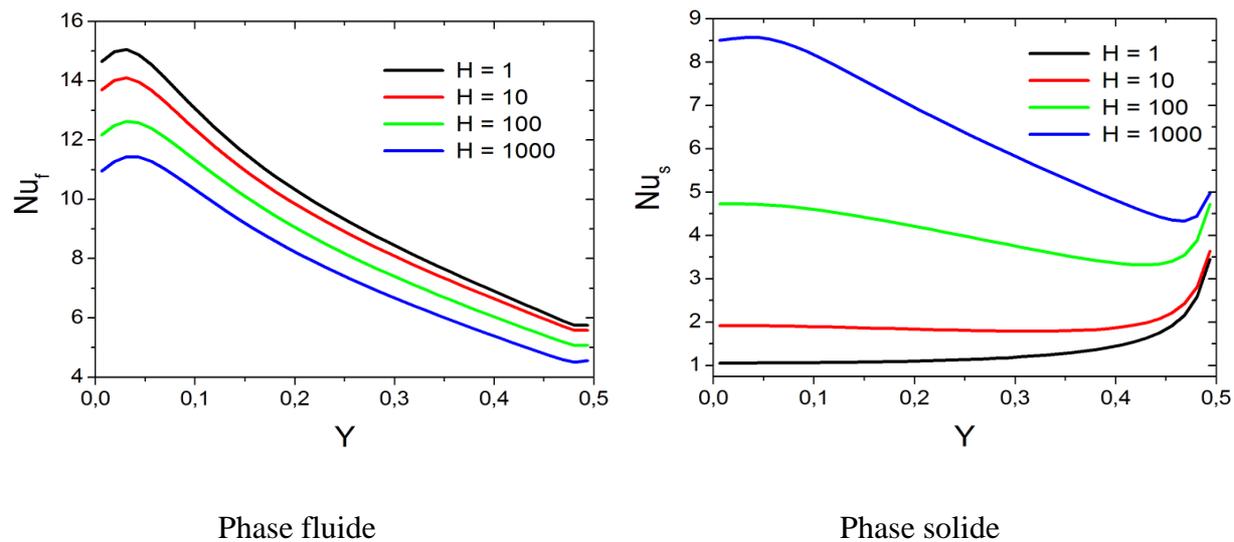
de la cavité indépendamment de la valeur du coefficient d'échange interphase  $H$ . Par ailleurs, cet écart tend vers zéro avec les valeurs de  $H$ , en particulier le long de  $Y$  en  $X = 1/2$ , ce qui prouve que le modèle est équivalent à celui de l'équilibre thermique local. Par comparaison avec le cas du chauffage total, on constate que la symétrie observée pour le cas du chauffage partiel est rompue au plan médian horizontal et que cet écart tend vers une valeur nulle en  $Y = 1$  indépendamment de  $H$ . Au plan médian vertical, on constate une évolution similaire à celle du chauffage local.



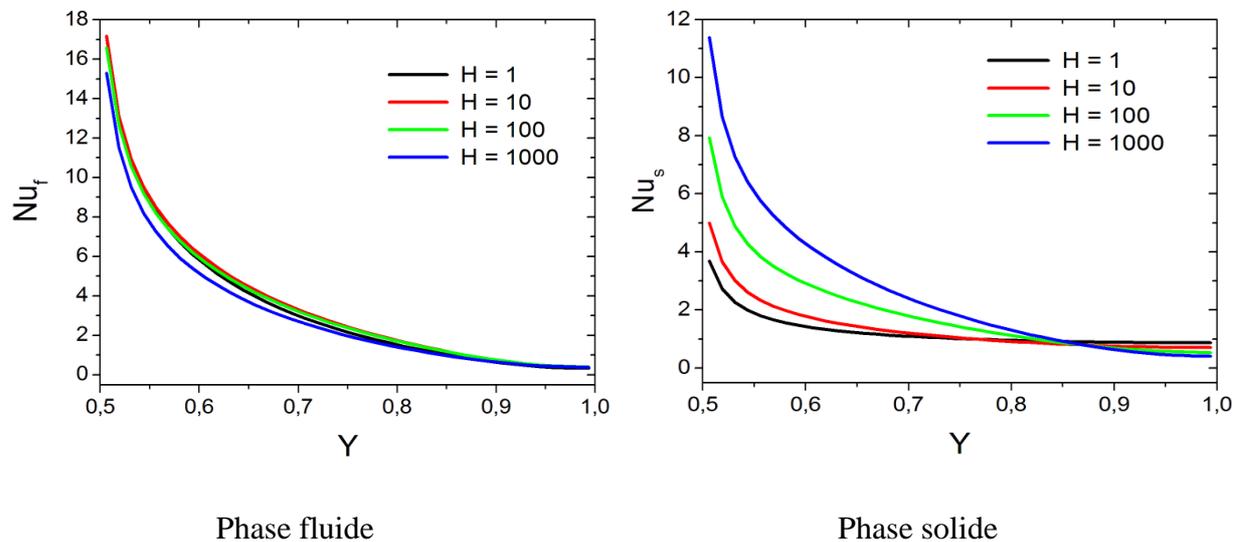
**Figure IV.B.2 :** Fonction de courant et les isothermes du fluide et du solide pour différentes valeurs de  $H$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  $Ra = 10^6$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\varepsilon = 0.97$ , Configuration : Bas-Haut.



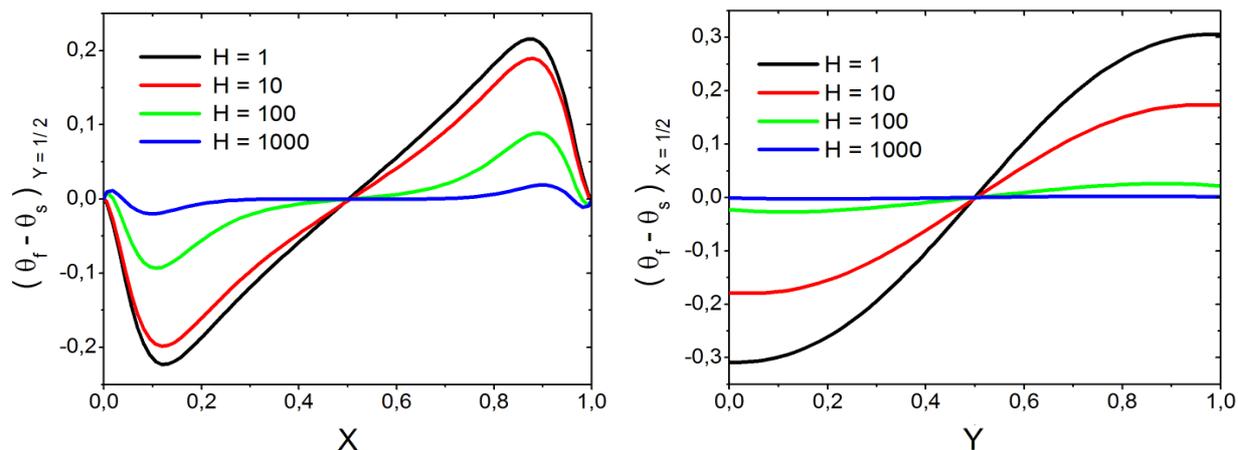
**Figure IV.B.3 :** Fonction de courant et les isothermes du fluide et du solide pour différentes valeurs de  $H$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  $Ra = 10^6$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\varepsilon = 0.97$ , Configuration : Haut -Bas.



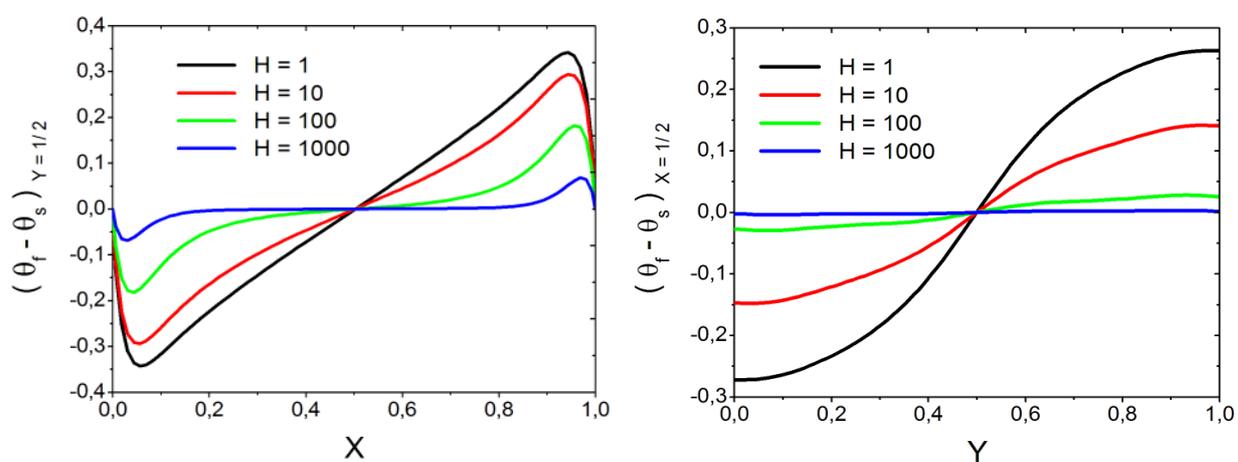
**Figure IV.B.4 :** Evolution des nombres de Nusselt le long de la zone active,  $Da = 10^{-3}$ ,  $Ra = 10^6$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\varepsilon = 0.97$ , Configuration : Bas-Haut.



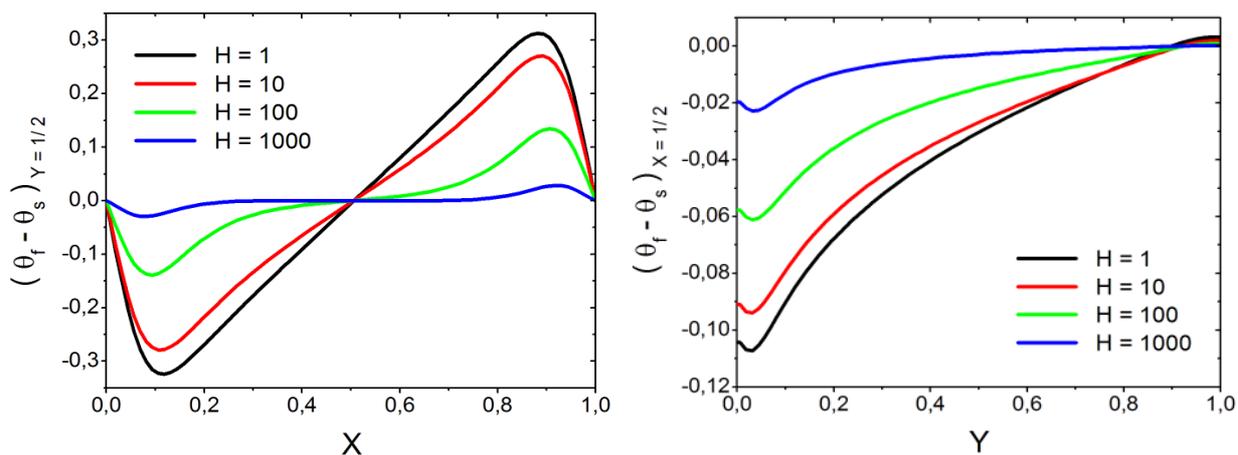
**Figure IV.B.5 :** Evolution des nombres de Nusselt le long de la zone active,  $Da = 10^{-3}$ ,  $Ra = 10^6$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\varepsilon = 0.97$ , Configuration : Haut-Bas.



Configuration : Bas-Haut.



Configuration : Haut-Bas



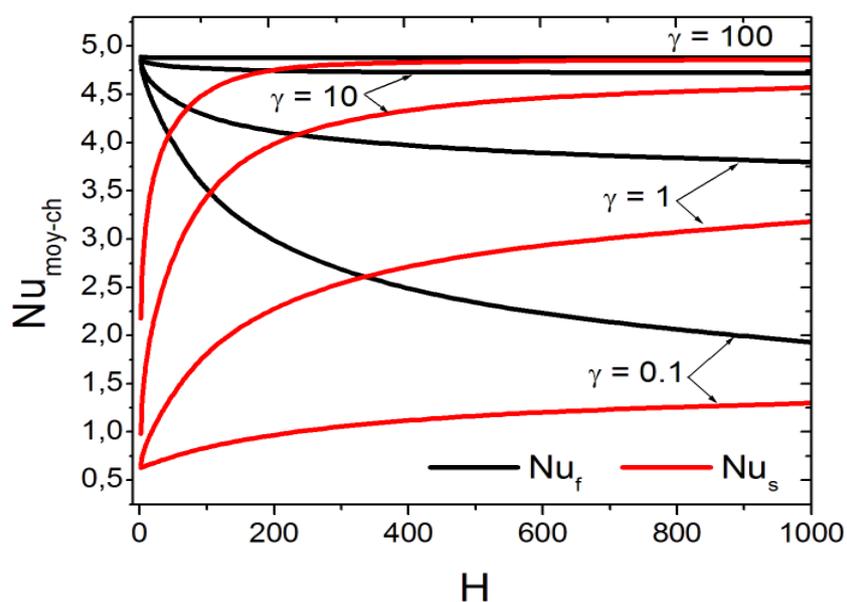
Chauffage Total

**Figure IV.B.6** : Différences de températures  $(\theta_f - \theta_s)$  en  $Y=1/2$  et en  $X=1/2$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  $Ra = 10^6$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\varepsilon = 0.97$ .

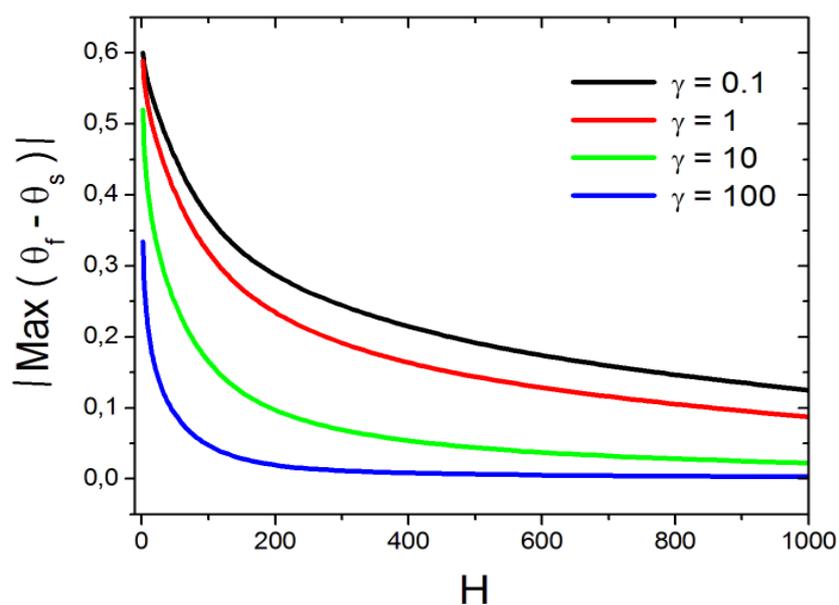
L'influence du coefficient d'échange,  $H$ , pour différentes valeurs du rapport des conductivités thermiques,  $\gamma$  sur les nombres de Nusselt moyens du fluide et du solide ainsi que sur l'écart maximum de températures à l'intérieur de la cavité pour chaque position du chauffage sont présentées sur les **Figure IV.B.7**, **IV.B.8** et **IV.B.9**.

A travers cette figure on s'aperçoit qu'aux faibles valeurs de  $\gamma$ , le nombre de Nusselt moyen du fluide subit une décroissance rapide avec les valeurs de  $H$ , alors celui relatif au solide suit un comportement inverse, et ce pour les deux positions des zones actives: Bat-Haut (**Figure IV.B.7**) et Haut-Bas (**Figure IV.B.8**). Une très faible variation du nombre de Nusselt moyen du fluide en fonction de  $H$  est observée pour  $\geq 10$ , contrairement à celui du solide. On constate aussi que la différence entre les deux nombres de Nusselt diminue avec les valeurs de  $H$  et de  $\gamma$ . Aux valeurs élevées de  $\gamma$  l'équilibre thermique local est atteint aux faibles valeurs de  $H$ .

Par ailleurs, on constate que le nombre de Nusselt moyen du fluide relatif à la position Haut-Bas (**Figure IV.B.8**) présente un maximum aux faibles valeurs de  $H$  pour  $\gamma$  0.1 et 1. En outre, il est évident que la configuration Bat-Haut (**Figure IV.B.7**) montre un meilleur taux de transfert de chaleur et un faible écart entre les deux nombres de Nusselt. On présente aussi, à titre de comparaison, le cas du chauffage total (**Figure IV.B.9**). On s'aperçoit que le taux de transfert de chaleur produit est comparable à celui de la configuration Bat-Haut. Les figures présentant l'écart maximum de températures à l'intérieur de la cavité confirment ce que nous venons de constater.

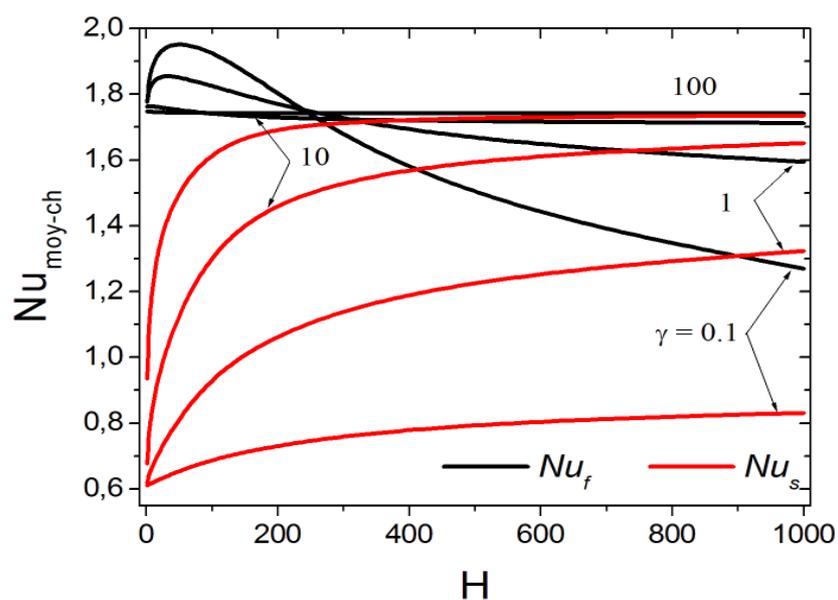


(a)

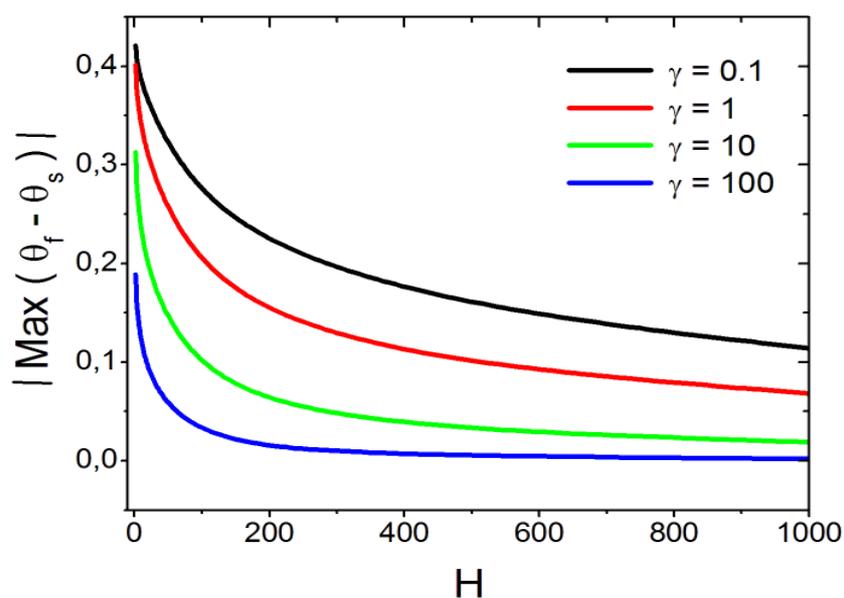


(b)

**Figure IV.B.7 :** Evolution de : (a) Nombres de Nusselt moyens, (b) ecart maximum de température en fonction de  $H$  pour différents valeurs de  $\gamma$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  $Ra = 10^6$ ,  $\varepsilon = 0.97$ , Configuration : Bas-Haut.

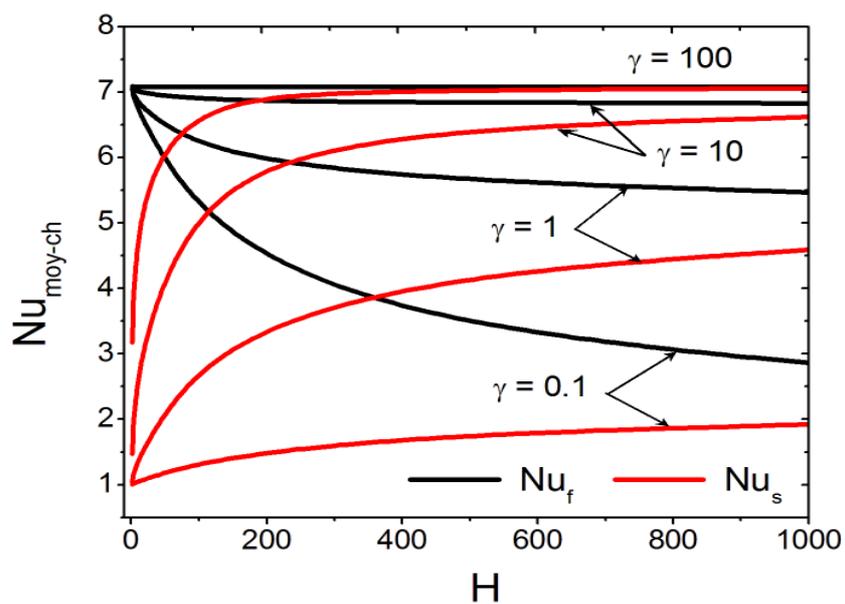


(a)

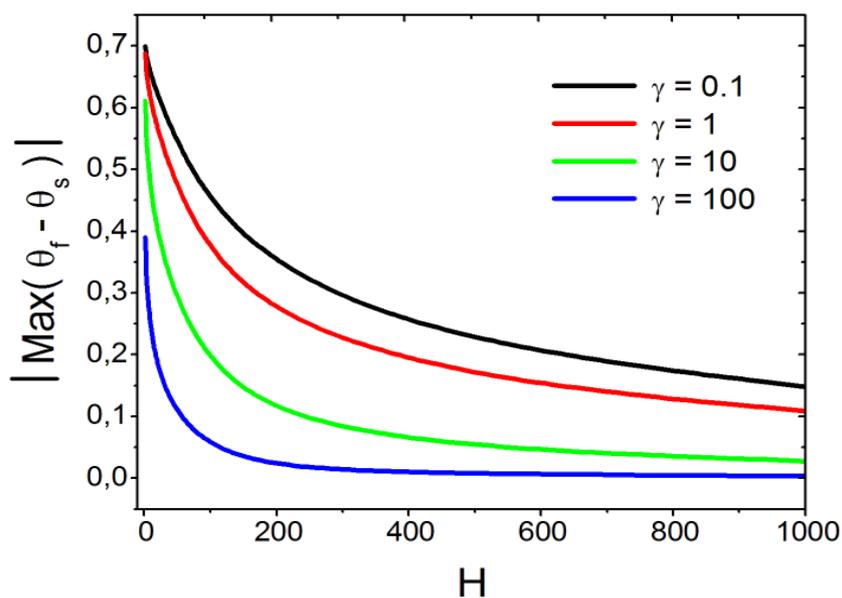


(b)

**Figure IV.B.8 :** Evolution de : (a) Nombres de Nusselt moyens, (b) ecart maximum de température en fonction de  $H$  pour différents valeurs de  $\gamma$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  $Ra = 10^6$ ,  $\varepsilon = 0.97$ , Configuration Haut-Bas.



(a)



(b)

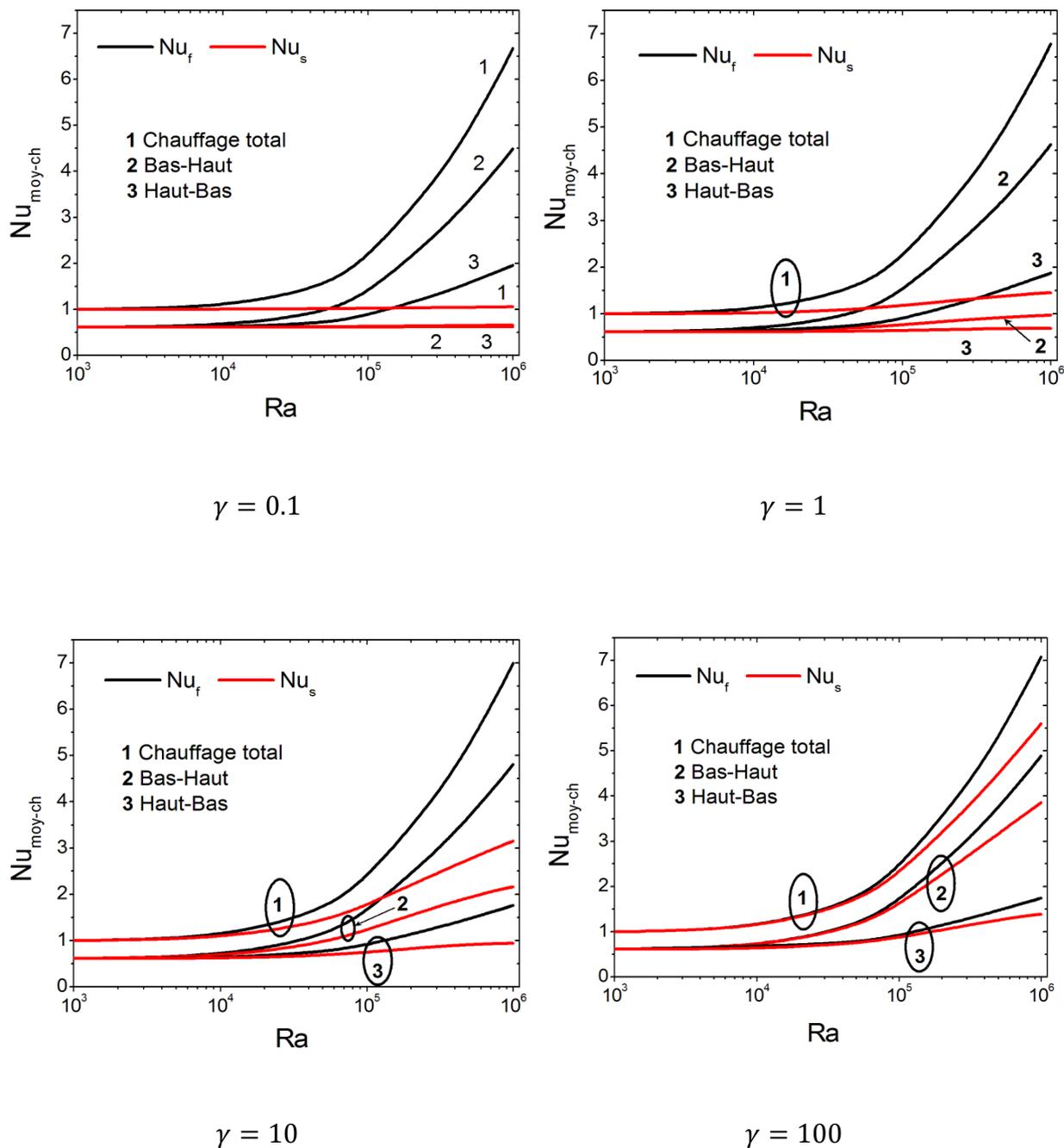
**Figure IV.B.9 :** Evolution de : (a) Nombres de Nusselt moyens, (b) écart maximum de température en fonction de  $H$  pour différents valeurs de  $\gamma$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  $Ra = 10^6$ ,  $\varepsilon = 0.97$ , Chauffage Total.

### IV.B.3.2. Effet du nombre de Rayleigh et de Darcy

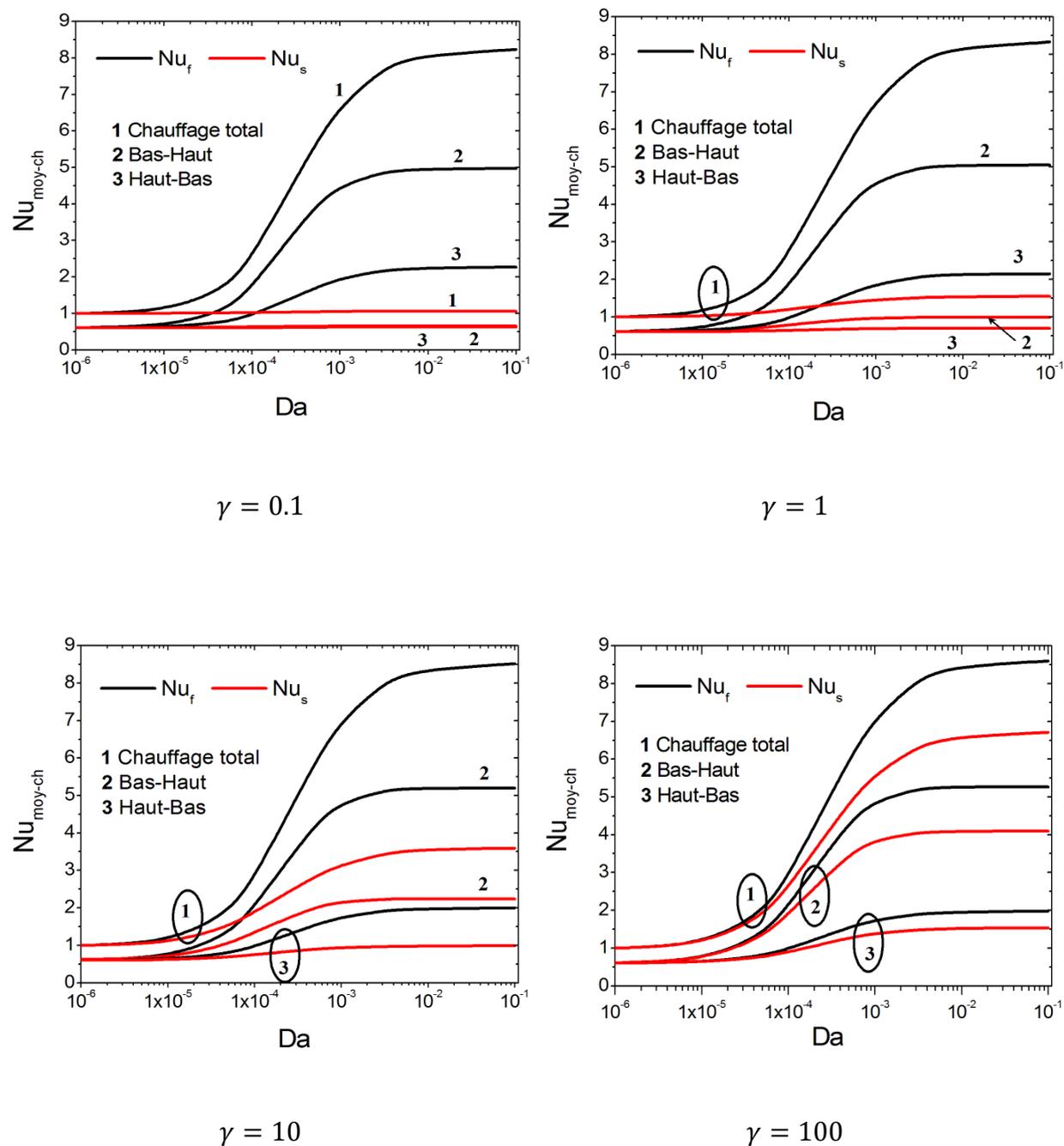
La **Figure IV.B.10** illustre l'influence du nombre de Rayleigh,  $Ra$ , pour différentes valeurs de  $\gamma$  sur les deux nombres de Nusselt moyens du fluide et du solide. Cette figure est présentée pour  $Da = 10^{-3}$ ,  $H = 10$ ,  $\varepsilon = 0.97$ ,  $F = 1$ . Comme prévue, les nombres de Nusselt du fluide et du solide augmentent avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Lorsque  $Ra$  est inférieur ou égale à  $10^4$  les deux nombres de Nusselt relatifs aux trois types de chauffage gardent une valeur constante et uniforme indiquant la dominance du mode conductif. Avec l'augmentation du rapport des conductivités thermique, la différence entre les deux nombres de Nusselt tend vers zéro.

Cependant, la différence relative à la configuration Haut-Bas reste la plus faible indépendamment de la valeur de  $\gamma$  et de  $Ra$ . Cette figure montre aussi que la configuration Bas-Haut est proche du cas d'un chauffage total.

L'influence du nombre de Darcy sur les taux de transfert de chaleur moyens du fluide et du solide pour quatre valeurs du rapport de conductivité thermiques,  $\gamma$  est présentée sur la **Figure IV.B.11**. On constate qu'aux faibles valeurs du nombre de Darcy le mode de transfert de chaleur dominant est la conduction indépendamment de la valeur de  $\gamma$  et de la position des deux zones actives et que le modèle d'équilibre thermique local est valide. L'augmentation du nombre de Darcy entraîne la transition du transfert de chaleur du mode conductif au mode convectif conduisant ainsi à l'augmentation du taux de transfert de chaleur et le modèle d'équilibre thermique local n'est plus valide dans ce cas. En outre, on constate que le modèle hors équilibre thermique est prononcé aux faibles valeurs de  $\gamma$  indépendamment du type de chauffage. Avec l'augmentation de  $\gamma$  l'écart entre les deux nombres de Nusselt diminue indépendamment du nombre de Darcy, en particulier pour la configuration Bat-Haut.



**Figure IV.B.10 :** Influence du nombre de Rayleigh sur les nombres de Nusselt moyens (fluide et solide) pour différentes valeurs de  $\gamma$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  $H=10$ ,  $\varepsilon = 0.97$ .



**Figure IV.B.11 :** Influence du nombre de Darcy sur les nombres de Nusselt moyenspour différentes valeurs de  $\gamma$ .  $Ra = 10^6$ ,  $H=10$ ,  $\varepsilon = 0.97$ .

#### IV.B.4. Conclusion

Une étude numérique du transfert de chaleur par convection naturelle à l'intérieur d'une cavité poreuse hors équilibre thermique local avec des parois verticales partiellement isothermes est mise en oeuvre. L'analyse porte principalement sur l'influence de la position des zones de chauffage/refroidissement sur la convection naturelle à l'intérieur de la cavité en fonction des paramètres de contrôle, tels que le coefficient d'échange interphase, les nombres de Darcy et de Rayleigh et le rapport de conductivité modifié. Les principales conclusions de la seconde étude sont les suivantes :

- La position de la zone de chauffage/refroidissement a une influence considérable sur le taux de transfert et sur l'écart entre les deux nombres de Nusselt moyens du fluide et du solide.
- Les nombres de Nusselt moyens du fluide et du solide augmentent avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et du nombre de Darcy.
- Aux faibles valeurs de  $Ra$  et  $Da$  l'équilibre thermique entre les deux phases est valide, par contre en augmentant ces deux nombres, le modèle hors équilibre thermique domine.

## Conclusion générale

Dans ce travail, nous avons présenté une étude numérique du transfert de chaleur en premier lieu, par convection mixte dans une cavité carrée occupée par une couche poreuse verticale, dans laquelle nous avons examiné l'effet des forces de flottabilité par la variation du nombre de Richardson, et l'effet du rapport de la conductivité thermique fluide-couche poreuse pour les deux directions de la paroi gauche(vers le haut et vers le bas). Ensuite, une étude du transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité poreuse hors équilibre thermique local avec les parois verticales partiellement actives. L'effet de : paramètres d'hors équilibre thermique ( $H$  et  $\gamma$ ), nombre de Rayleigh et le nombre de Darcy ont été examiné pour deux position de la zone active (Bas-Haut et Haut-Bas).

La formulation mathématique du problème physique repose sur le modèle général de Darcy-Brinkman-Forchémer qui tien compte les effets inertiels quand les vitesses des filtrations sont importantes. Les équations gouvernant sont résolues numériquement par la méthode des volumes finis, et l'algorithme SIMPLE pour traiter le couplage pression vitesse. Le code de calcul utilisé dans ce travail a été validé par plusieurs comparaisons avec des données numériques et expérimentales trouvées dans la littérature.

Dans la première partie (convection mixte conjugué), nous avons constaté, pour les directions du mouvement de la paroi mobile, que le taux de transfert de chaleur au niveau de la paroi chaude est une fonction décroissante du rapport des conductivités thermiques indépendamment de la valeur du nombre de Richardson. Au niveau de l'interface fluide-couche poreuse ce dernier est une fonction croissante du rapport des conductivités thermiques.

Lorsque le transfert de chaleur à l'intérieur de la cavité est dominé par le terme de la convection forcée, l'écart entre les taux de transfert de chaleur relatifs aux deux directions du mouvement de la paroi mobile est insensible à la variation du paramètre  $R_K$ .

Nous avons aussi constaté que le cas où le mouvement de translation de la paroi mobile est dirigé vers le bas offre le meilleur taux de transfert de chaleur comparé à celui où la paroi mobile est animé d'un mouvement de translation vers le haut et ce indépendamment des valeurs de  $R_K$  et de  $Ri$ . De plus, nous avons observé que pour les faibles valeurs du rapport de la conductivité thermique, la couche poreuse est supposée comme un isolant thermique notamment aux faibles valeurs du nombre de Richardson.

A travers l'étude de la convection naturelle dans une cavité carrée poreuse hors équilibre thermique local, nous avons constaté que :

La position de la zone de chauffage/refroidissement a une influence considérable sur le taux de transfert et sur l'écart entre les deux nombres de Nusselt moyens du fluide et du solide.

Pour les valeurs élevées du coefficient d'échange interphase et du rapport de la conductivité thermique modifié, l'équilibre thermique local entre les deux phases est valide indépendamment du nombre de Rayleigh et de Darcy.

Les nombres de Nusselt moyens du fluide et du solide augmentent avec le nombre de Rayleigh et de Darcy. Aux faibles valeurs de ces deux nombres l'équilibre thermique entre les deux phases est valide. Par contre, en augmentant  $Ra$  et  $Da$ , le modèle hors équilibre thermique est dominé.

## Liste des publications

### Revue internationale

- 1 **Abderrahim Bourouis, Abdeslam Omara and Said Abboudi**, “Upward and downward conjugate mixed convection heat transfer in a partially porous cavity”, *Int. Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 26 Iss 1 pp. 159–188, 2016
- 2 **Abdeslam Omara, Abderrahim Bourouis and Said Abboudi**, “Numerical Approach of Thermal non Equilibrium Natural Convection in a Square Porous Cavity with Partially Thermally Active Side Walls”, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, Vol. 09, Iss. 02, pp. 223-233, 2016.

### Conférences internationales avec publications d'actes

- 1 **Abderrahim Bourouis, Abdeslam Omara et Said Abboudi**, “transfert convectif à l'intérieur d'une cavité partiellement occupée par une couche poreuse verticale”, *XI<sup>ème</sup> Colloque Interuniversitaire Franco-Québécois sur la Thermique des Systèmes (CIFQ 2013)*. France.
- 2 **Abderrahim Bourouis, Abdeslam Omara et Said Abboudi**, “transfert convectif dans une cavité occupée par une couche poreuse verticale d'épaisseur variable”, *16<sup>ème</sup> édition des Journées Internationales de Thermique, JITH-2013*, Maroc.
- 3 **Abderrahim Bourouis, Abdeslam Omara et Said Abboudi**, “Conjugate mixed convection heat transfer in a lid-driven cavity partially occupied by a vertical or horizontal porous medium”, *Int. Symposium on Convective Heat and Mass Transfer, CONV-2014*, Turkey.

- 4 **Abderrahim Bourouis, Abdeslam Omara et Said Abboudi** “Convection mixte dans une cavité séparée verticalement par une partition poreuse”, *Deuxième Conférence Internationale sur l’Énergétique Appliquée et la Pollution, CIEAP, 2014, Constantine.*
  
- 5 **Abderrahim Bourouis, Abdeslam Omara et Said Abboudi**, “convection naturelle dans une cavité poreuse hors équilibre thermique local avec des parois partiellement actives”, *XII<sup>ème</sup> Colloque Interuniversitaire Franco-Québécois sur la Thermique des Systèmes, CIFQ 2015, Canada.*
  
- 6 **Abderrahim Bourouis, Abdeslam Omara et Said Abboudi**, “influence d’angle d’inclinaison sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité poreuse hors équilibre thermique local”, *17<sup>ème</sup> édition des Journées Internationales de Thermique, JITH-2015, France*

## Références

- [1] **A. Delache**, Etude analytique et numérique des instabilités spation temperelles des écoulements de convection mixte en milieux poreux : comparaison avec l'expérience, *Thèse de Doctorat, de l'Université des Sciences et Technologie de Lille*. (2005).
- [2] **S. Ergun**, Fluid flow through packed columns, *Chem. Eng. Progr.*, vol. **48**, pp. 88-94 (1988).
- [3] **H. Darcy**, Les fontaines publiques de la ville de Dijon, *Paris, Victor Dalmont (1856)*.
- [4] **R. A. Wooding**, Steady state free thermal convection of liquid in a saturated permeable medium. *Journal Fluid Mech.*, vol. **2**, pp. 273-285, 1957.
- [5] **J. C. Ward**, Turbulent flow in porous media, *J. Hyd. Div. ASCE*, vol. **90**, pp. 1-12, 1964.
- [6] **M. Kaviany**, Principles of heat transfer in porous media, *Mechanical Engineering Series*, New York, 2001.
- [7] **K. Vafai**, Handbook of porous media, *Second edition*, New York, 2005.
- [8] **A. Nield, A. Bejan**, convection in porous media, *2<sup>nd</sup> ed., Verlag, New York, 1999*.
- [9] **E. Zoltán**, "fluid flow in porous media", *Textbook Series, vol1, 2003*.
- [10] **T. Basak, , S. Roy, et H.S. Takhar**, Effect of nonuniformly heated wall(s) on a natural-convection flow in a square cavity filled with a porous medium, *Numerical Heat Transfer: Part-A*, vol. **51**,pp. 959–978, 2007.
- [11] **W. Pakdee et P. Rattanadecho**, Unsteady effects on natural convective heat transfer through porous media in cavity due to top surface partial convection, *Applied Thermal Engineering*, Vol. **26**, pp. 2316-2326, 2006.
- [12] **M. Bhuvaneswari, S. Sivasankaran, et Y.J. Kim**, Effect of aspect ratio on convection in a porous enclosure with partially active thermal walls, *Computers and Mathematics with Applications*, vol.**62**, pp. 3844-3856, 2006.
- [13] **T. Grosan, C. Revnic, I. Pop et D. Ingham**, Magnetic field and internal heat generation effects on the free convection in a rectangular cavity filled with a porous medium, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. **52**, pp. 1525-1533, 2009.
- [14] **T. Basak, S. Roy, D.Ramakrishna et I. Pop**, Visualization of heat transport due to

- natural convection for hot materials confined within two entrapped porous triangular cavities via heatline concept, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. **53**, pp.2100-2112, 2010.
- [15] **R. Bennacer, A. Tobbal et H. Beji**, Convection naturelle thermosolutale dans une cavité poreuse anisotrope”, *Revue des Energies renouvelables*, vol. **5**, pp.1-21, 2002.
- [16] **K.M. Khanfar, et Ali. J. Chamkha**, Mixed convection in a lid-driven enclosure filled with a fluid-saturated porous medium”, *Int. Journal of Heat Mass Transfer*, vol. **42**, pp.2465-2481, 1999.
- [17] **K, Khanafer et K. Vafai**, Double-diffusive mixed convection in a lid-driven enclosure filled with a fluid-saturated porous medium, *Numerical Heat transfer, Part A*, vol. **42**, pp. 465-486, 2002.
- [18] **V. Elaprolu, M. Das**, Laminar mixed convection in a parallel two-sided lid-driven differentially heated square cavity fluid with a fluid-saturated porous medium, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, vol. **53**:1, pp. 88-110, 2008.
- [19] **H.F. Oztop, et A. Varol**, Combined convection in inclined porous lid-driven enclosures with sinusoidal thermal boundary condition on one wall, *Progress in Computational Fluid Dynamics*, vol. **9**, No. 2, pp. 127–131, 2009.
- [20] **M. Muthamilselvan M. Das et P. Kandaswamy**, Convection in a Lid-Driven Heat-Generating Porous Cavity with Alternative Thermal Boundary Conditions, *Transp. Porous Media*, vol. **82**, 337–346, 2010.
- [21] **T. Basak, S. Roy, S. Kumar et I. Pop**, Analysis of mixed convection in a lid-driven porous square cavity with linearly heated side wall(s), *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. **53**, pp.1819-1840, 2010.
- [22] **S. Sivasankaran, et K.L. Pan**, Numerical simulation on mixed convection in a porous lid-driven cavity with non-uniform heating on both side walls, *Numerical Heat Transfer: Part-A*, vol. 61, pp. 101-1210, 2012.
- [23] **S. Mahmud et I. Pop**, Mixed convection in a square vented enclosure filled with a porous medium, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. **49**, pp. 2190-2206, 2006.
- [24] **A. Bourouis, E. Mezaache**, Etude théorique et numérique de l’écoulement et du transfert de chaleur dans un milieu poreux, *Thèse de Magistère, de l’Université 20 août 1955 Skikda*, 2011.
- [25] **C. Beckermann, S. Ramadhyani et R. Viskanta**, Natural convection flow and Heat Transfer between a fluid layer and a porous layer inside a rectangular enclosure, *Journal of Heat Transfer*, vol.**109**, pp. 363-370, 1987.
- [26] **T.M. Chen, et C.K. Chen**, Analysis of the conjugate transient natural convection-conduction heat transfer of a fin array in a cavity, *Int. Journal of Heat and Fluid Flow*, vol.**12** No.1, pp. 29-35, 1991.

- [27] **S. B. Sathe et T. W. Tong**, Measurements of natural convection in partially porous rectangular enclosures of aspect ratio 5. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, vol. **15**, pp. 203-212, 1988.
- [28] **P. Le Breton, J. P. Caltagirone et E. Arquis**, Natural convection in a square cavity with thin porous layers on its vertical walls, *Journal. Heat Transfer*, vol. **113**, pp. 892-898, 1991.
- [29] **D. A. Kaminski, et C. Prakash**, Conjugate natural convection in square enclosure: effect of conduction in one of the walls, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. **29**:12, pp. 1979-1988, 1986.
- [30] **R. Younsi, A. Harkati et D. Kalache**. Heat and mass transfer in composite fluid-porous layer: Effect of permeability. *Arabian Journal for Sc. and Eng.*, vol. **27**(2c), pp. 145-155, 2001.
- [31] **C. Zhang, W. Zhang et G. Xi**, A pseudospectral multidomain method for conjugate conduction-convection in enclosures, *Numerical Heat Transfer: Part-B*, vol.**57**, pp. 260–282, 2010.
- [32] **A. C. Baytas, A.F. Baytas, D.B. Ingham et I. Pop**, Double diffusive natural convection in an enclosure filled with a step type porous layer Non-Darcy flow, *Int. Journal of Thermal Sciences*, vol. **48**, pp. 665–673, 2009.
- [33] **D. Gobin et B. Goyeau**, Thermosolutal Natural Convection in Partially Porous Domains, *Journal of Heat Transfer*, vol.134, pp. 1-10, 2012.
- [34] **S. G. Martyushev and M .A. Sheremet**, Conjugate natural convection combined with surface thermal radiation in an air filled cavity with internal heat source, *Int. Journal of Thermal Sciences*, vol. 76, pp.51-67, 2014.
- [35] **A. Bourouis, A. Omara, et S. Abboudi**, Conjugate mixed convection heat transfer in a lid-driven cavity partially occupied by a vertical or horizontal porous medium, *Int. Symp. on Convective Heat and Mass Transfer (Actes on CD)*, June 8–13, Kusudasi, Turkey, 2014.
- [36] **Y.Varol, H. F. Oztop, et I. Pop**, Natural convection in a diagonally divided square cavity filled with a porous medium, *Int. Journal of Thermal Sciences*, vol. **48**, pp. 1405–1415, 2009.
- [37] **H. S. Nawef**, Conjugate natural convection in a porous enclosure: effect of conduction in one of the vertical walls, *Int. Journal of Thermal Sciences*, vol. **46**, pp. 531-539, 2007.
- [38] **A. Al-Amiri, K. Khanafer et I. Pop**, Steady-state conjugate natural convection in a fluid-saturated porous cavity, *Int. Journal of Heat Mass Transfer*, vol. **51**, pp. 4260–4275, 2008.
- [39] **H. Saleh, et I. Hashim**, Conjugate Natural Convection in a Porous Enclosure with

- Non-Uniform Heat Generation, *Transp. Porous Media*, vol. **94**, pp.759–774, 2012.
- [40] **M. Mbaye, E. Bilgen et P. Vasseur**, Natural-convection heat transfer in an inclined porous layer boarded by a finite-thickness wall, *Int. Journal. Heat and Fluid Flow*, vol. **14**, pp. 244-291, 1993.
- [41] **M. Mobedi**, Conjugate natural convection in a square cavity with finite thickness horizontal walls, *Int. Communication in Heat and Mass Transfer*, vol. **35**, pp.503-513, 2008.
- [42] **Y. Varol, H. F. Oztop, et I. Pop**, Conjugate heat transfer in porous triangular enclosures with bottom thick wall, *Int. Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, vol. **19** No.5, pp. 650-664, 2009.
- [43] **Y. Varol, , H. F. Oztop , et I. Pop**, Entropy analysis due to conjugate-buoyant flow in a right-angle trapezoidal enclosure filled with a porous medium bounded by a solid vertical wall, *Int. Journal of Thermal Sciences*, vol. **48**, pp.1161–1175, 2009.
- [44] **A. Bourouis, A. Omara, et S. Abboudi**, Transfert convectif dans une cavité occupée par une couche poreuse verticale d'épaisseur variable, *16<sup>èmes</sup> Journées Internationales de Thermique (Actes on CD)*, 13-15 novembre, Marrakech, Maroc 2010.
- [45] **C. J. Ho et Y.L. Yih**, conjugate natural convection heat transfer in an air-filled rectangular cavity, *Int. comm. Heat mass transfer*, vol. **14**, pp. 91-100, 1987.
- [46] **H. F.Oztop, Z. Zhao, et Yu. Bo**, Conduction-combined forced and natural convection in lid-driven enclosures divided by a vertical solid partition, *Int. Communication in Heat Mass Transfer*, vol. 36, pp. 661-668, 2009.
- [47] **A. Bourouis, A. Omara, et S. Abboudi**, Convection mixte dans une cavité séparée verticalement par une partition poreuse, *Conférence Internationale sur l'Énergétique Appliquée et la Pollution, organisée par le laboratoire LEAP*, Décembre 14-15, 2014, Constantine, Algérie, 2014.
- [48] **H. F. Oztop, C. Sun, et B. Yu**, Conjugate-mixed convection heat transfer in a lid-driven enclosure with thick bottom wall, *Int. Communication in Heat Mass Transfer*, vol. **35**, pp. 779-785, 2008.
- [49] **M. Bensouici et R. Bessaïh**, Mixed convection in a vertical channel with discrete heat sources using a porous matrix, *Numerical Heat Transfer, Part. A*, vol. **58**, pp. 581–604, 2010.
- [50] **P. Huang et C. Chen**, Simulation of mixed convection in a vertical channel containing discrete porous-covering heat blocks, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. **55**, pp. 3147-3159, 2012.
- [51] **N. Guerroudj et H. Kahalerras**, Mixed convection in a channel provided with heated porous blocks of various shapes, *Energy Conversion and Management*, vol. **51**, pp. 505–517, 2010.
- [52] **N. Yucel et R. Guven**, Numerical study of heat transfer in a rectangular channel with

- porous covering obstacles, *Transport in Porous Media*, vol. **77**, pp. 41-58, 2009.
- [53] **S. Tzeng**, Convective heat transfer in a rectangular channel filled with sintered Bronze Beads and periodically spaced heated blocks, *ASME Journal of Heat Transfer*, vol. **128**, pp. 453-464, 2006.
- [54] **E. Papanicolaou, et Y. Jaluria**, Mixed convection from a localized heat source in a cavity with conducting walls, *Numerical Heat Transfer: Part-A*, vol. **23**, pp. 463-484, 1993.
- [55] **R. Ben Yeder, et E. Bilgen**, Laminar natural convection in inclined enclosures bounded by a solid wall, *Heat and Mass Transfer*, vol. **32**, pp. 455-462, 1997.
- [56] **A. Ben-Nakhi et Ali. J. Chamkha**, Natural convection in inclined partitioned enclosures, *Heat Mass Transfer*, vol. **42**, pp. 311-321, 2006.
- [57] **O. Polat, et E. Bilgen**, Natural convection and conduction heat transfer in open shallow cavities with bounding walls, *Heat and Mass Transfer*, vol. **41**, pp. 931-939, 2005.
- [58] **Z.G. Du, et E. Bilgen**, Coupling of wall conduction with natural convection in a rectangular enclosure, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. **35** No.8, pp.1969-1975, 1992.
- [59] **T. Basak, R. Anandalakshmi et A.K. Singh**, Heat line analysis on thermal management with conjugate natural convection in a square cavity, *Chemical Engineering Sciences*, vol. **93**, pp. 67- 90, 2013.
- [60] **A.C. Baytas, A. Liaqat, T. Gorsan, et I. Pop**, Conjugate natural convection in a square porous cavity, *Heat and Mass Transfer*, vol. **37**, pp. 467-473, 2001.
- [61] **G. Naele et W. Nader**, Practical significance of Brinkman's extension of Darcy's law: coupled parallel flows within channel and a bounding porous medium, *Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. **52**, pp. 475-478, 1974.
- [62] **T.S. Lundgren**, Slow flow through stationary random beds and suspensions of spheres, *Journal of Fluid Mechanics*, vol.**51**, pp. 273-299, 1972.
- [63] **A. Bourouis, A. Omara et S. Abboudi**, Transfert convectif à l'intérieur d'une cavité partiellement occupée par une couche poreuse verticale, *XI Colloque Interuniversitaire Franco-Québécois sur la Thermique des Systèmes*, pp. 441-446, 2013.
- [64] **V.V. Calmidi, et R.L. Mahajan**, Forced convection in high porosity foams, *Transactions of the ASME Journal of Heat Transfer*, vol. **122**, pp. 557-565, 2000.
- [65] **S.E. Zorilla, et A.C. Rubiolo**, Mathematical modeling for immersion chilling and freezing of foods. *Part I. Model development*, *Journal of Food Engineering*, vol. **66**, pp.329-338, 2005.
- [66] **D.D. Dincov, K.A. Parrott, et K.A. Pericleous**, Heat and mass transfer in two-phase

- porous materials under intensive microwave heating , *Journal of Food Engineering*, vol. **65**, pp. 403-412, 2004.
- [67] **A. F. Khadrawi, et M. A. Al-Nimr**, Examination of the Thermal Equilibrium Assumption in Transient Natural Convection Flow in Porous Channel, *Transport in Porous Media*, vol.**53**. pp. 317–329, 2003.
- [68] **I. A. Badruddin, Z.A. Zainal, P. A. A. Narayana, et K. N. Seetharamu**, Numerical analysis of convection conduction and radiation using a non-equilibrium model in a square porous cavity, *Int. Journal of Thermal Sciences*, vol. **46**, pp. 20–29, 2007.
- [69] **S. A. Khashan, A. M. Al-Amiri, et I. Pop**, Numerical simulation of natural convection heat transfer in a porous cavity heated from below using a non-Darcian and thermal non-equilibrium model, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol.**49**, pp. 1039–1049, 2006.
- [70] **S. Pippal, et P. Bera**, A thermal non-equilibrium approach for 2D natural convection due to lateral heat flux: Square as well as slender enclosure, *Int. Journal. Heat Mass Transfer*, vol. **56**, pp. 501–515, 2013.
- [71] **P. Bera, S. Pippal, et A. K. Sharma**, A thermal non-equilibrium approach on double diffusive natural convection in a square porous-medium cavity, *Int. Journal Heat Mass Transfer*, vol. **78**, pp. 1080-1094, 2014.
- [72] **A. Bourouis, A. Omara, et S. Abboudi**, convection naturelle dans une cavité poreuse hors équilibre thermique local avec des parois partiellement actives, *XII<sup>ème</sup> Colloqui Interuniversitaire Franco-Québécois sur la Thermique des Systèmes*, 8-10 juin 2015 Sherbrooke Québec (Canada), 2015.
- [73] **A. Bourouis, A. Omara, et S. Abboudi**, Influence de l'angle d'inclinaison sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité poreuse hors équilibre thermique, *17<sup>èmes</sup> Journées Internationales de Thermique (Actes on CD)*, 28-30 octobre 2015 Marseille (France), 2015.
- [74] **S.A. Khashan, , A.M. Al-Amiri, et M.A. Al-Nimr**, Assessment of the local thermal non-equilibrium condition in developing forced convection flows through fluid-saturated porous tubes, *Applied Thermal Engineering*, vol. **25**, pp.1429–1445, 2005.
- [75] **Y. Mahmoudi**, Effect of thermal radiation on temperature differential in a porous medium under local thermal non-equilibrium condition, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. **76**, pp. 105–121, 2014.
- [76] **T.W. Ting, Y.M. Hung, et N. Guo**, Viscous dissipative forced convection in thermal non-equilibrium nanofluid-saturated porous media embedded in microchannels, *Int. Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. **57**, pp.309–318, 2014.
- [77] **S.V. Patankar**, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, *Hemisphere, Washington, DC, Company, New York*. 1980.

# Convective Heat Transfer in a Cavity Completely or Partially Occupied by a Porous Matrix in LTE or LTNE

## Abstract

In this work, a numerical study of convective heat transfer in confined fluid and porous media was considered. The fluid flow is governed by the Navier–Stokes equations in the fluid region whereas the Darcy–Brinkman–Forchheimer model in the porous region. The finite volume method is used in order to discretize the governing equations, and the SIMPLE algorithm is used to treat the coupling pressure-velocity.

Initially, the first application is to examine the effects of the Richardson number ( $Ri = 0.1, 1, 10$ ) and thermal conductivity ratio ( $R_k = 0.1, 1, 10, 100$ ) on the heat transfer by conjugate mixed convection and conduction in a lid-driven enclosure with thick vertical porous layer. The left vertical moving wall of enclosure takes two different directions, (upward or downward moving wall). In this study, the compression of isotherms in the porous layer is observed at low conductivity ratio, while at large conductivity ratio, isotherms span the fluid filled part of the enclosure. It is also observed that average Nusselt numbers along the right hot wall and along the fluid-porous layer interface tend to zero at large and low thermal conductivity ratio, respectively.

For the second application, we have considered a thermal non-equilibrium approach on natural convection in a square porous cavity with partial active vertical walls. Depending on the location of hot part and cold part, respectively on the left and right side walls, two cases are considered: Upper-Lower and Lower-Upper active walls. The two equations model is used to take into account separately local temperatures of the fluid and the solid. The effect of the Rayleigh number, Darcy number, inter-phase heat transfer coefficient and modified conductivity ratio is examined. The obtained results reveal that the location of the hot and cold parts on the vertical side walls has a significant influence on the flow structure and the rate of heat transfer within the enclosure.

**Keywords:** Conjugate Mixed Convection, Natural Convection, Porous Medium, Local Thermal non Equilibrium, Solid Phase, Fluid Phase, Finite-Volume Method.

## نقل الحمل الحراري داخل حجرة مملوءة كلياً أو جزئياً بوسط مسامي في حالة توازن أو عدم توازن حراري

### ملخص

في هذا العمل قدمنا دراسة عددية للحمل الحراري في حالته المستقرة في وسط مركب (مائع و مسامي). في الوسط المائع قمنا باستعمال معادلات Navier–Stokes، بينما في الوسط المسامي استعملنا نموذج Darcy–Brinkman–Forchheimer و الحقل الحراري مسير بمعادلة الطاقة. وقد استعملت الطريقة العددية للحجوم المنتهية لحل المعادلات التي تصف الظاهرة، وخوارزمية SIMPLE لمعالجة التزاوج بين السرعة و الضغط.

التطبيق الأول يتمثل في دراسة مدى تأثير عدد Richardson و نسبة الناقلية الحرارية للوسطين المائع و المسامي على الحمل الحراري المختلط داخل حجرة مربعة الشكل تحتوي على طبقة مسامية ملتصقة بالجدار الأيمن الساخن. في هذه الدراسة اقترحنا اتجاهين متعاكسين لحركة انتقال الجدار الأيسر البارد (اتجاه للأعلى و اتجاه للأسفل). أظهرت النتائج المتحصل عليها على انضغاط خطوط درجة الحرارة المتساوية في الطبقة المسامية عند القيم الصغيرة لنسبة الناقلية الحرارية، بالمقابل، لوحظ توزيع منتظم لدرجة الحرارة في الوسط المائع. كما بينت النتائج أيضاً أن قيم عدد Nusselt المتوسط للجدار الساخن وكذا للحد الفاصل بين الوسطين يتجهان إلى الانعدام على التوالي مع القيم الكبيرة و القيم الصغيرة لنسبة الناقلية الحرارية.

في التطبيق الثاني، قمنا بدراسة الحمل الحراري الطبيعي للهواء داخل حجرة مربعة الشكل مملوءة كلياً بوسط مسامي في حالة عدم التوازن الحراري الموضعي. ينتج جريان المائع بتسخين جزئي للسطح الأيسر و تبريد جزئي للسطح الأيمن. كما اخترنا وضعيتين مختلفتين للجزئين، الساخن و البارد: وضعية تحت- فوق و وضعية فوق- تحت. في هذه المرحلة قمنا بدراسة تأثيرات قيم عدد Rayleigh، عدد Darcy، معامل التحويل الحراري بين الوسطين و كذا نسبة الناقلية الحرارية المعدلة. أثبتت النتائج المتحصل عليها أن وضعية الجزئين الساخن و البارد لها تأثير كبير على شكل تدفق المائع و نسبة انتقال الحرارة.

### كلمات المفتاحية

حمل حراري مختلط، حمل حراري طبيعي، وسط مسامي، عدم التوازن الحراري الموضعي، طور مائع، طور صلب، الحجوم المنتهية.

## Résumé

Dans le présent travail, une étude numérique du transfert de chaleur par convection à l'intérieure d'une cavité partiellement ou totalement poreuse a été considérée. Dans la zone fluide, l'écoulement est gouverné par les équations de Navier–Stokes, alors que le modèle de Darcy–Brinkman–Forchheimer est utilisé dans la zone poreuse. La méthode des volumes finis est utilisée pour discrétiser les équations de conservation et l'algorithme SIMPLE pour traiter le couplage pression-vitesse.

La première application consiste à examiner les effets du nombre de Richardson ( $Ri = 0.1, 1, 10$ ) et le rapport de la conductivité thermique ( $R_k = 0.1, 1, 10, 100$ ) sur le transfert de chaleur par convection mixte conjuguée dans une cavité carrée occupée par une couche poreuse verticale. Deux orientations du mouvement de la paroi gauche sont considérées ; (i) paroi mobile vers le haut, (ii) paroi mobile vers le bas. Dans cette partie, une compression des isothermes dans la couche poreuse est observée aux faibles valeurs du rapport de la conductivité thermique, par contre, une distribution uniforme de température dans le milieu fluide. Les deux nombres de Nusselt moyens à la paroi chaude et à l'interface fluide-couche poreuse tendent vers zéro, respectivement aux valeurs élevées et aux faibles valeurs de rapport de la conductivité thermique  $R_k$ .

Dans la deuxième application, nous avons intéressé au transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité poreuse en hors équilibre thermique local. L'écoulement bidimensionnel stationnaire est déclenché en maintenant partiellement les deux parois verticales à des températures constantes chaude  $T_C$  et froide  $T_F$ . Deux positions des parties actives sont considérées : Bas-Haut et Haut-Bas. Les effets du nombre de Rayleigh, nombre de Darcy, coefficient d'échange interphase et le rapport de la conductivité thermique modifiée sont examinées. Les résultats obtenus montrent que la position de la zone de chauffage/refroidissement a une influence considérable sur la structure de l'écoulement et le taux de transfert de chaleur.

**Mots clefs :** Convection Mixte Conjuguée, Convection Naturelle, Milieu Poreux, Hors Équilibre Thermique Local, Phase Solide, Phase Fluide, Volumes Finis.