

Phy

# THÈSE

PRESENTEE A

L'UNIVERSITE DES SCIENCES  
ET TECHNIQUES D'ALGER

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

FEL/28

Mohamed FELLAH



SUJET... INFLUENCE DE LA FLUCTUATION DU NOMBRE DE NUCLEONS DANS LA THEORIE BCS  
SUR LES TRANSITIONS  $\gamma$  ET  $\beta$  DANS LES NOYAUX DE LA REGION DES TERRES RARES.

SOUTENUE LE MAI 1975 DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN

D. ALLAB .....  
J. YOCCOZ .....  
T. HAMMANN .....  
H. BEAUMEVIEILLE .....

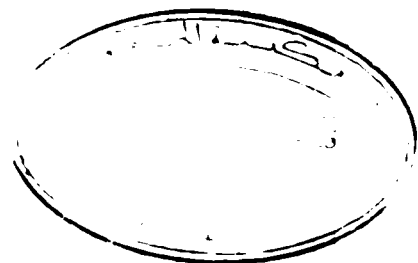


PRESIDENT

EXAMINATEURS



ST4/846



# THÈSE

PRESENTEE A

L'UNIVERSITE DES SCIENCES  
ET TECHNIQUES D'ALGER

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Mohamed FELLAH

ST4/846



**SUJET** ... INFLUENCE DE LA FLUCTUATION DU NOMBRE DE NUCLEONS DANS LA THEORIE BCS  
SUR LES TRANSITIONS  $\gamma$  ET  $\beta$  DANS LES NOYAUX DE LA REGION DES TERRES RARES.

SOUTENUE LE MAI 1975 DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN

D. ALLAB .....  
J. YOCCOZ .....  
T.F. HAMMANN .....  
H. BEAUMEVIEILLE .....

PRESIDENT

EXAMINATEURS



**A la memoire de Habib FELLAH  
et du chahid Kouider FELLAH**

## R E M E R C I E M E N T S

=====

Je prie Monsieur le Professeur D. ALLAB, Doyen de la Faculté des Sciences et Directeur de l'Institut d'Etudes Nucléaires d'Alger de bien vouloir trouver ici l'expression de ma profonde reconnaissance pour avoir accepté la présidence du jury de cette thèse.

J'exprime ma gratitude à Monsieur le Professeur J. YOCCOZ, Directeur de l'Institut National de Physique Nucléaire et de Physique des Particules, Paris, pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à ce travail en acceptant de faire partie du jury.

Je remercie mon ami et collègue Monsieur T.P. HAMMANN, Maître de Conférences, pour les nombreux conseils dont il m'a fait bénéficier et l'intérêt qu'il a constamment apporté à ce travail. Je remercie également Monsieur le Professeur H. BEAUMEVIEILLE qui a bien voulu participer au jury.

Je remercie Sincèrement MM. D.E. MEDJANI, S. BENDJABALLAH et Y. RHET pour les discussions auxquelles ils ont pris part.

Enfin mes remerciements vont à tout le personnel Technique de l'Institut d'Etudes Nucléaires et plus particulièrement à MM. DJILLALI et BERBAU pour le soin apporté à

la réalisation et la reproduction des dessins, à Mr. DJENOURI  
qui a dactylographié le texte et à Mr. LAZIB pour avoir as-  
suré l'impression et la mise en page de cette thèse.

**TABLE DES MATIERES**  
 =====

	<b>Pages</b>
INTRODUCTION .....	1
<b><u>CHAPITRE I. FLUCTUATION DU NOMBRE DE PARTICULES DANS LA THEORIE</u></b>	
<b><u>THEORIE BCS.</u></b>	
I.1.Origines et caractéristiques de la force d'appariement..	10
I.2.Théorie BCS. Transformation de Bogoliubov-Valatin.....	15
I.3.L'état BCS.....	21
I.4.Traitement des systèmes de masse impaire.....	23
I.5.Discussion des équations du gap.....	26
I.6.Effet d'appariement et probabilités de transitions.....	28
<b><u>CHAPITRE II. LES FONCTIONS D'ONDE SBCS.</u></b>	
II.1.Introduction.....	37
II.2.Projection des états BCS dans l'espace nombre d'occupa- tion.....	42
II.3.Calcul des éléments de matrice à l'aide des états pro- jetés pour un système de masse impaire.....	47
II.4.Valeur moyenne de l'opérateur nombre de particules.....	54
II.5.Convergence de la méthode de projection.....	55
<b><u>CHAPITRE III. INFLUENCE DE LA FLUCTUATION DU NOMBRE DE PAR-</u></b>	
<b><u>TICULES SUR LES TRANSITIONS ELECTROMAGNETIQUES.</u></b>	
III.1.Introduction.....	58
III.2.Facteurs de réduction.....	64
III.3.Le modèle nucléaire.....	68

III.4. Les probabilités de transitions électromagnétiques.....	77
III.5. Résultats numériques.....	83
<u>CHAPITRE IV. LES TRANSITIONS BETA DANS LA THEORIE SBCS.</u>	
IV.1. Introduction.....	127
IV.2. Le facteur de réduction.....	129
IV.3. Les valeurs $f_t$ .....	140
IV.4. Résultats numériques.....	142
<u>CHAPITRE V. DOUBLE PROJECTION DES ETATS BCS</u>	
V.1. Introduction.....	160
V.2. Projection sur les états propres du moment angulaire...	161
V.3. L'approximation adiabatique.....	168
V.4. Application à un modèle simple.....	174
<u>CONCLUSION</u> .....	182
<u>REFERENCES</u> .....	185

# I N T R O D U C T I O N

=====

Le problème de trois particules classiques en interaction n'admettant déjà plus de solution exacte, il est bien compréhensible qu'il n'existe pas de théorie cohérente et complète de systèmes aussi compliqués que les noyaux atomiques dans lesquels les nucléons interagissent par des forces surprenantes, bizarres et pour tout dire, inconnues. A défaut d'une théorie expliquant la multitude des propriétés d'un noyau à partir de l'interaction à deux corps, il existe plusieurs modèles nucléaires expliquant avec plus ou moins de bonheur certains aspects du comportement déroutant des noyaux.

Un des modèles les plus féconds a été sans conteste le modèle en couches dans lequel on postule que l'effet ressenti par chacun des  $A$  nucléons du noyau, effet dû à la présence des  $A-1$  autres nucléons, peut être approximé par un potentiel moyen dans lequel il se meut indépendamment des autres nucléons. Ce potentiel est calculable en principe, par des méthodes self-consistantes itératives de type Hartree-Fock, Hartree-Bogoliubov, ..., si l'interaction de deux nucléons dans le noyau est connue. Cette dernière interaction diffère de l'interaction nucléon-nucléon libres par le fait que les deux nucléons "sentent" la présence des autres nucléons du noyau.



Les théories de BRÜCKNER-BETHE-GOLDSTONE permettent également, en principe, de calculer la "réaction" entre deux nucléons du noyau, à partir de l'interaction nucléon-nucléon libres. Mais cette dernière est également inconnue.

Il apparaît ainsi qu'il est tout aussi valable de se donner à priori un champ nucléaire moyen en accord avec les lois de symétries et d'invariances nucléaires, champ moyen qu'on complète par une interaction résiduelle entre nucléons, aussi faible que possible. Cette interaction à deux corps détermine la position exacte des niveaux d'énergies, la valeur des probabilités de transitions, la déformation du noyau....

En notant par  $H_0$  l'hamiltonien à particules indépendantes et par  $V_{ij}$  l'interaction résiduelle entre les nucléons  $i$  et  $j$ , l'hamiltonien du noyau s'écrit :

$$H = H_0 + \sum_{i < j} V_{ij} = H_0 + V$$

Il est logique de prendre pour  $V$  la matrice de réaction de BRÜCKNER-BETHE-GOLDSTONE, obtenue en sommant tous les diagrammes de FEYNMAN d'une interaction à deux corps, c'est à dire en tenant compte de la diffusion simple, double, ..., à tous les ordres, chaque diffusion étant influencée par la présence des nucléons spectateurs.

La matrice de réaction ainsi obtenue est si compliquée (HA70) qu'il est illusoire de vouloir l'utiliser pour des noyaux autres qu'à couches fermées ou presque fermées. De plus le potentiel nucléon-nucléon libres n'est pas connu.

Il semble donc légitime d'utiliser des forces résiduelles phénoménologiques capables d'expliquer les phénomènes les plus importants tels que l'appariement des nucléons se trouvant dans des états déduits l'un de l'autre par renversement du sens du temps, la supraconductivité, la déformation d'équilibre, les effets collectifs dus à la partie "longue portée" des interactions,.... Les forces résiduelles avant permis d'obtenir les meilleurs résultats avec le minimum d'effort sont la force d'appariement de BARDEEN-COOPER-SCHRIEFFER et la force quadrupole-quadrupole. Ces forces permettent de bien rendre compte du gap d'énergie des noyaux pair-pairs entre le fondamental et les premiers états excités intrinsèques, des effets collectifs de rotation et de vibration,.... La première interprétation du gap d'énergie dans les noyaux pair-pairs, par une interaction d'appariement fut proposée par BOHR, MOTTELSON et PINES (B058) puis BELYAEV (BE59) et SOLOVIEV (S059). Ces auteurs, ont adapté à la physique nucléaire les méthodes développées par BARDEEN, COOPER et SCHRIEFFER (BA57) pour expliquer le phénomène de la supraconductivité dans les systèmes infinis. Cette interaction est à courte

portée et à tendance à créer un effet de corrélations d'appariement entre deux nucléons de moments angulaires opposés, c'est à dire, occupant des états  $|jm\rangle$  et  $(-1)^{j-m}|j-m\rangle$ . Le facteur de phase est choisi de façon à pouvoir coupler effectivement de telles paires à un spin total  $J=0^+$ . On dit généralement que le couplage s'effectue entre états qui se déduisent l'un de l'autre par renversement du sens du temps. Ceci est une conséquence directe du choix du facteur de phase. Les corrélations engendrées par cet effet d'appariement se manifestent effectivement par l'existence d'un gap en énergie entre l'état fondamental et les premiers états excités et par une amélioration par rapport à l'expérience de la densité des niveaux au voisinage de la mer de Fermi (qui devient plus diffuse). En effet, dans le cas du modèle de NILSSON (NI55), la densité des niveaux théoriques est deux fois plus petite que la densité réelle.

Pour décrire correctement dans le cadre du modèle en couches les propriétés des noyaux loin d'une couche fermée, l'hamiltonien total  $H$  doit être diagonalisé dans un espace engendré par l'ensemble des configurations possibles des nucléons occupant la couche supérieure non remplie. Il est bien connu qu'une base orthonormée d'un tel espace peut être obtenue dans le cadre du schéma de la séniorité. Mais dans

la plupart des calculs numériques, une diagonalisation exacte des interactions résiduelles, devient impossible à cause du grand nombre de configurations possibles pour les quelques nucléons occupant la couche non remplie. En induisant un mélange considérable de ces configurations, la théorie BCS (BE59) permet de surmonter ces difficultés ; mais la fonction d'onde d'essai utilisée dans le calcul variationnel n'est pas fonction propre du nombre de particules. En effet dans la représentation "quasi-particule" définie par la transformation canonique de BOGOLIUBOV-VALATIN, l'hamiltonien nucléaire ne commute pas avec l'opérateur nombre de particules. La dispersion du nombre de particules qui est du même ordre de grandeur que la racine carrée de ce nombre, est pratiquement négligeable dans la théorie de la supraconductivité. En physique nucléaire, les erreurs dues à la non conservation du nombre de particules sont considérables parce que la densité relative des niveaux du champ nucléaire moyen est plus petite. C'est pourquoi l'approximation BCS conduit à des résultats pauvres à la fois pour l'énergie du fondamental et celle du premier état excité. Ceci est sans aucun doute dû aux composantes non physiques contenues dans la fonction d'onde BCS. De plus, la présence de ces composantes non physiques semble être la raison de l'existence d'une valeur critique non

physique  $G_C$  de la force d'appariement en dessous de laquelle il n'existe pas de solution pour les équations BCS, autre que la solution triviale qui ne conduit pas du tout à un mélange des configurations.

Plusieurs méthodes concernant le problème de la conservation du nombre de particules ont été proposées :

- 1) La méthode du gradient de BAYMAN (BA60) qui se réduit dans sa formulation la plus simple, à l'habituelle approximation de BCS ; et les améliorations apportées à cette approche par IWAMOTO et ONISHI (IW67) avec l'approximation des larges fluctuations ;
- 2) La méthode de LIPKIN de la courbature de l'énergie de séparation en tant que fonction du nombre de particules (LI60, N064) ;
- 3) Les méthodes de projection comme la méthode de diagonalisation exacte de KERMAN, LAWSON et MACFARLANE (KE61) ou les méthodes PBCS et FBCS (DI64) qui diffèrent par l'ordre dans lequel sont faites la variation et la projection ;
- 4) Les méthodes des équations du mouvement ont été abondamment discutées par SALUSTI (SA65), JEAN (JE65) et KLEIN et ses collaborateurs (KL66). MAUGER et EVANS développant

- une idée de COVELLO et SALUSTI (CO67), tiennent compte aussi du principe de PAULI (MA71) ;
- 5) Il a été montré que les méthodes algébriques conservant approximativement le nombre de particules sont valables pour l'étude des corrélations d'appariement (DR69, PA72) ;
  - 6) Les effets non physiques dus à la dispersion du nombre de particules, peuvent grossièrement être réduits dans le cadre de la RPA (random-phase approximation) (UN65, DO66) et la BPA (broken-pair approximation) qui utilise la méthode TDA (Tamm-Dancoff approximation) (GA69) ;
  - 7) SORENSEN et KLEBER ont utilisé la méthode des bosons (SO69) ;
  - 8) La théorie des perturbations au second ordre conduit à de bons résultats numériques pour les faibles valeurs de la constante d'appariement (BI71) ;
  - 9) Les méthodes variationnelles (MA69, DR69) et
  - 10) La méthode des coordonnées génératrices (ON66, SI70) ont été utilisées dans l'étude des corrélations d'appariement. Mentionnons aussi la méthode des fonctions propres conservant strictement le nombre de particules (RI64). Nous remarquons finalement que la méthode de LIPKIN et NOGAMI (NO65) récemment reprise dans ses différentes applications (PR73) avec ou sans projection ou orthogonalisation, semble être valable

pour n'importe quelle valeur de la force de couplage  $G$  bien qu'elle soit moins précise que la théorie des perturbations pour  $G \ll G_C$  (BI 71).

Nous nous proposons, dans le présent travail, d'étudier l'influence de la non conservation du nombre de particules dans la théorie de BCS habituelle sur certaines propriétés de la structure nucléaire. Pour cela nous utilisons la méthode de projection dans l'espace nombre d'occupation proposée par FOMENKO (F070). Cette méthode consiste essentiellement à remplacer les intégrales de type Fowler-Darwin habituellement utilisées dans les méthodes de projection, par des sommes discrètes et finies. Cette méthode, que nous appellerons dans toute la suite méthode SBCS, tout en permettant de construire une suite de fonctions convergeant rapidement vers l'état projeté, se prête mieux aux calculs numériques. Après avoir rappelé les principaux résultats de la théorie BCS au chapitre I, nous décrirons la méthode de projection discrète au chapitre II où nous mettrons en évidence, à l'aide d'un modèle théorique simple, la convergence rapide de la méthode. Dans les chapitres III et IV, nous étudierons, en utilisant la dernière version du modèle de NILSSON (NI69), l'influence de la dispersion du nombre de particules sur les transitions électromagnétiques usuelles ( $E1$ ,  $E2$  et  $M1$ ) et les transitions  $\beta$  pour quelques noyaux de la région des terres rares et nous

établirons en particulier, à l'aide des fonctions d'onde BCS projetées, le facteur de réduction pour n'importe quelle transition. Dans le dernier chapitre, nous exposerons une méthode générale de double projection des états BCS : la première projection est faite sur les états propres du nombre de particules, la seconde sur les états propres du moment cinétique.



thèse de la superfluidité des noyaux en introduisant un nouveau type d'interaction résiduelle : l'interaction résiduelle d'appariement. Cette hypothèse de la superfluidité des noyaux se fondait sur une interprétation analogue à celle de la théorie de la supraconductivité de BARDEEN, COOPER et SCHRIEFFER (BA57). En effet dans les supraconducteurs les électrons qui interagissent avec le milieu, ont tendance à former des paires occupant des états ayant des impulsions et des projections de spin opposées au voisinage de la Mer de Fermi. Dans le cas des noyaux une corrélation identique est supposée exister uniquement entre les nucléons occupant des états se déduisant l'un de l'autre par renversement du sens du temps. L'extension à la physique nucléaire des méthodes de BOGOLIUBOV (BOG58) de la théorie de la supraconductivité, a été faite par BELYAEV (BE59) pour étudier les noyaux sphériques.

En considérant le noyau formé de protons et de neutrons , dans le formalisme du spin isotopique, l'effet d'appariement existe pour  $T=0$  et  $T=1$ . Le cas  $T=0$  contient l'appariement proton-neutron et le cas  $T=1$  inclut en plus l'appariement entre particules identiques (neutron-neutron et proton-proton). Les effets d'appariement entre particules non identiques ont été étudiés par plusieurs méthodes n'avant

## CHAPITRE I

=====

### FLUCTUATION DU NOMBRE DE PARTICULES DANS

#### LA THEORIE BCS

##### I.1. ORIGINE ET CARACTERISTIQUES DE LA FORCE D'APPARIEMENT.

La notion d'énergie d'appariement est apparue dès les premiers calculs de l'énergie de liaison du noyau. L'énergie d'appariement de deux protons dans l'état fondamental d'un noyau ayant un nombre de protons  $Z$  pair est donnée par :

$$P(Z) = B(N,Z) + B(N,Z+2) - 2B(N,Z-1)$$

où  $B(N,Z)$  est l'énergie de liaison d'un noyau à  $N$  neutrons et  $Z$  protons. Une expression analogue existe pour l'énergie d'appariement des neutrons.

La comparaison des spectres d'énergie des noyaux pair-pair à ceux des noyaux de masse impaire, montre l'existence d'un gap en énergie entre l'état fondamental et les premiers états excités. Ce gap en énergie a été interprété par MAYER et JENSEN (MA50) comme dû à l'effet d'appariement de l'interaction nucléon-nucléon. Pour tenir compte de cet effet, BOHR, MOTTELSON et PINES (BO58) ont suggéré l'hypo-

souvent en commun que l'énormité des approximations, et il s'est avéré que ces effets sont généralement faibles. Dans les noyaux de la région des terres rares qui font l'objet du présent travail, les niveaux de Fermi neutron et proton sont énergétiquement fort distants, en sorte que neutrons et protons ne peuvent pas interagir vigoureusement. De plus la force de pairing entre particules identiques est considérable pour les terres rares, en sorte que le pairing n-p devient vraiment négligeable. Compte tenu, par ailleurs des difficultés de calcul associées à ce type de pairing, il sera négligé systématiquement dans toute la suite de ce travail.

Sur la base complète des fonctions d'ondes de particules indépendantes que nous fournit le champ moyen obtenu soit à partir d'un calcul Hartree-Fock, soit à partir d'un potentiel phénoménologique comme celui de Nilsson, l'hamiltonien d'un système de particules identiques, s'écrit dans le formalisme de la seconde quantification :

$$H = \sum_{\nu} \epsilon_{\nu} a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} + \frac{1}{4} \sum_{\nu\mu\lambda\sigma} \langle \nu\mu | \nu | \lambda\sigma \rangle a_{\nu}^{\dagger} a_{\mu}^{\dagger} a_{\sigma} a_{\lambda} \quad (I.1)$$

où les  $\epsilon_{\nu}$  sont les énergies propres du champ moyen et les quantités  $\langle \nu\mu | \nu | \lambda\sigma \rangle$  sont les éléments de matrice antisymé-

trisé de l'interaction résiduelle  $v$  que l'on suppose invariante par rotation et par renversement du sens du temps. Cette dernière propriété est très importante car il apparaîtra que ce sont les états qui se déduisent par renversement du sens du temps qui s'apparient. Explicitement, l'invariance de  $v$  par renversement du sens du temps s'écrit :

$$\langle u\mu | v | \lambda\rho \rangle = s_u s_\mu s_\lambda s_\rho \langle -\lambda-\rho | v | -u-\mu \rangle = \langle \tilde{\lambda}\tilde{\rho} | v | \tilde{u}\tilde{\mu} \rangle \quad (\text{I.2})$$

où  $|\tilde{u}\rangle = s_u | -u \rangle$  est le renversé par rapport au sens du temps de l'état  $|u\rangle$  et  $s_u$  est un facteur de phase défini par  $s_u = (-)^{j_u - m_u}$  ;  $j_u$  et  $m_u$  étant le moment angulaire et sa projection, de l'état  $|u\rangle$ . Ce facteur de phase vérifie en outre les propriétés :

$$s_u^2 = 1 \quad ; \quad s_u^\vee = -s_u$$

on suppose également que le modèle à particules indépendantes est invariant par renversement du sens du temps, ce qui signifie :

$$\epsilon_u^\vee = \epsilon_u$$

Pour rendre compte de l'effet d'appariement dans les noyaux, BELYAEV (BE59) a introduit comme interaction résiduelle, la force d'appariement de l'interaction nucléon-nucléon. Cette force est effective pour des paires de nucléons

occupant des états ( $|\nu\rangle, |\tilde{\nu}\rangle$ ). En raison de l'isotropie de l'espace cette force diffuse avec une égale probabilité une paire de nucléons des états ( $|\nu\rangle, |\tilde{\nu}\rangle$ ) vers tous les états du même type ( $|\mu\rangle, |\tilde{\mu}\rangle$ ). Cette force est définie par ses éléments de matrice :

$$\langle \nu\mu | \nu | \lambda\rho \rangle = - 4G \delta_{\nu\tilde{\mu}} \delta_{\lambda\tilde{\rho}} = - 4G s_{\nu} s_{\lambda} \delta_{\nu-\mu} \delta_{\lambda-\rho} \quad (\text{I.4})$$

où  $G$  est une constante positive. Un système composé de particules toutes appariées est donc décrit par l'hamiltonien :

$$H = \sum_{\nu} \epsilon_{\nu} a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} - G \sum_{\nu\mu}, s_{\nu} s_{\mu}, a_{\nu}^{\dagger} a_{-\nu}^{\dagger} a_{-\mu} a_{\mu}, \quad (\text{I.5})$$

Cette écriture de  $H$  en seconde quantification a l'avantage de tenir compte automatiquement du principe d'exclusion de PAULI. Ce principe est pris en compte grâce aux relations d'anticomutation des fermions auxquelles satisfont les opérations  $a_{\nu}^{\dagger}$  et  $a_{\nu}$ .

Il s'agit à présent de trouver les fonctions propres de cet hamiltonien qui soient en même temps fonctions propres de l'opérateur nombre de particules :

$$N = \sum_{\nu>0} ( a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} + a_{-\nu}^{\dagger} a_{-\nu} )$$

Ce problème n'admet pas de solution exacte simple dans le cas le plus général, il a cependant été approximativement résolu par BARDEEN, COOPER et SCHRIEFFER (BCS) (BA57) dans

la théorie de la supraconductivité qui porte leurs noms : les fonctions BCS sont fonctions propres de H, mais le nombre de particules n'est conservé qu'en moyenne :

$$\langle \text{BCS} | N | \text{BCS} \rangle = n_0 \quad (\text{I.7})$$

$n_0$  étant le nombre réel de particules du système. On tient compte de cette contrainte par l'introduction d'un paramètre de Lagrange  $\lambda$  qui jouera le rôle de potentiel chimique :

$$H' = H - \lambda N \quad (\text{I.8})$$

D'après l'éq. (I.7) les fonctions BCS décrivent non un noyau déterminé mais plusieurs noyaux différent d'un nombre entier de paires de nucléons. Il est clair que cet effet non physique aura de fâcheuses conséquences sur les valeurs propres de H et plus encore sur des phénomènes qui, tels les transitions électromagnétiques ou bêta, sont très sensibles aux détails des fonctions d'ondes nucléaires. Nous nous proposons dans ce travail d'élucider théoriquement et numériquement ce fascinant et important problème.

## 1.2. THEORIE BCS - TRANSFORMATION DE BOGOLIUBOV-VALATIN.

Dans le but de minimiser H', BOGOLIUBOV et VALATIN ont défini des opérateurs  $\alpha_u$  et  $\alpha_u^\dagger$  qui sont des

combinaisons linéaires des opérateurs de création et d'annihilation de vraies particules :

$$\alpha_{\nu} = u_{\nu} a_{\nu} - s_{\nu} v_{\nu} a_{-\nu}^{\dagger} \quad (\text{I.9})$$

$$\alpha_{\nu}^{\dagger} = u_{\nu} a_{\nu}^{\dagger} - s_{\nu} v_{\nu} a_{-\nu}$$

La pseudo-particule ou quasi-particule créée par  $\alpha_{\nu}^{\dagger}$  est une vraie particule avec une amplitude de probabilité  $u_{\nu}$  et un vrai trou avec une amplitude de probabilité  $v_{\nu}$  :

$$u_{-\nu} = u_{\nu} > 0 \text{ et } v_{-\nu} = v_{\nu} > 0 \quad (\text{I.10a})$$

$$u_{\nu}^2 + v_{\nu}^2 = 1 \quad (\text{I.10b})$$

Il est clair que les quasiparticules obéissent aux relations d'anticommutation des fermions. L'effet de la transformation (I.9) est de coupler les particules deux à deux dans l'état qui représente le vide de quasi-particules ou état BCS (défini par  $\alpha_{\nu} |BCS\rangle = 0, \forall \nu$ ). Dans la représentation quasi-particules les coefficients  $u_{\nu}$  et  $v_{\nu}$  sont choisis de façon à minimiser la valeur moyenne de l'énergie dans l'état  $|BCS\rangle$  d'une part, et de façon à égaliser la valeur moyenne de l'opérateur nombre de particules  $N$  au nombre réel de particules  $n_0$  du système, d'autre part. Pour cela on doit d'abord exprimer

l'hamiltonien auxiliaire H' en fonction des opérateurs de quasi-particules à l'aide de l'inverse de la transformation (I.9) donnée par :

$$a_{\nu} = u_{\nu} a_{\nu} + s_{\nu} v_{\nu} a_{-\nu}^{\dagger}$$

$$a_{\nu}^{\dagger} = u_{\nu} a_{\nu}^{\dagger} + s_{\nu} v_{\nu} a_{-\nu}$$

(I.11)

L'utilisation du théorème de Wick simplifie encore davantage le problème puisqu'il permet d'écrire pour le produit d'opérateurs :  $a_{\nu}^{\dagger} a_{-\nu}^{\dagger} a_{-\mu} a_{\mu}$  :

$$a_{\nu}^{\dagger} a_{-\nu}^{\dagger} a_{-\mu} a_{\mu} = a_{\nu}^{\dagger} a_{-\nu}^{\dagger} a_{-\mu} a_{\mu} = \langle a_{\nu}^{\dagger} a_{-\nu}^{\dagger} \rangle \langle a_{-\mu} a_{\mu} \rangle$$

$$- \langle a_{\nu}^{\dagger} a_{-\mu} \rangle \langle a_{-\nu}^{\dagger} a_{\mu} \rangle + \langle a_{\nu}^{\dagger} a_{\mu} \rangle \langle a_{-\nu}^{\dagger} a_{-\mu} \rangle$$

$$+ : a_{\nu}^{\dagger} a_{-\nu}^{\dagger} : \langle a_{-\mu} a_{\mu} \rangle - : a_{\nu}^{\dagger} a_{-\mu} : \langle a_{-\nu}^{\dagger} a_{\mu} \rangle$$

(I.12)

$$+ : a_{\nu}^{\dagger} a_{\mu} : \langle a_{-\nu}^{\dagger} a_{-\mu} \rangle + : a_{-\nu}^{\dagger} a_{-\mu} : \langle a_{\nu}^{\dagger} a_{\mu} \rangle$$

$$- : a_{-\nu}^{\dagger} a_{\mu} : \langle a_{\nu}^{\dagger} a_{-\mu} \rangle + : a_{-\mu} a_{\mu} : \langle a_{\nu}^{\dagger} a_{-\nu}^{\dagger} \rangle + : a_{\nu}^{\dagger} a_{-\nu}^{\dagger} a_{-\mu} a_{\mu} :$$

où la notation :  $a_{\nu}^{\dagger} a_{\mu}$  : par exemple, est utilisée pour le produit normal des opérateurs  $a_{\nu}^{\dagger}$  et  $a_{\mu}$  et la contraction



$\langle a_{\nu}^{\dagger} a_{\mu} \rangle$  est égale à la valeur moyenne du produit  $a_{\nu}^{\dagger} a_{\mu}$  calculée sur le vide de quasi-particules  $|BCS\rangle$ . Plus explicitement on obtient à l'aide de (I.11)

$$\langle BCS | a_{\nu}^{\dagger} a_{\mu} | BCS \rangle = v_{\nu}^2 \delta_{\nu\mu} \quad (I.13a)$$

$$\langle BCS | a_{\nu} a_{\mu} | BCS \rangle = \langle BCS | a_{\mu} a_{\nu} | BCS \rangle = s_{\nu} u_{\nu} v_{\nu} \delta_{\nu-\mu} \quad (I.13b)$$

En outre :

$$\begin{aligned} :a_{\nu}^{\dagger} a_{\mu} : &= u_{\nu} u_{\mu} a_{\nu}^{\dagger} a_{\mu} - s_{\nu} s_{\mu} v_{\nu} v_{\mu} a_{-\mu}^{\dagger} a_{-\nu} + s_{\mu} u_{\nu} v_{\mu} a_{\nu}^{\dagger} a_{-\mu}^{\dagger} + s_{\nu} u_{\mu} v_{\nu} a_{-\nu} a_{\mu} \\ :a_{\nu}^{\dagger} a_{\mu}^{\dagger} : &= u_{\nu} u_{\mu} a_{\nu}^{\dagger} a_{\mu}^{\dagger} + s_{\mu} u_{\nu} v_{\mu} a_{\nu}^{\dagger} a_{-\mu} - s_{\nu} u_{\mu} v_{\nu} a_{\mu}^{\dagger} a_{-\nu} + s_{\nu} s_{\mu} v_{\nu} v_{\mu} a_{-\nu} a_{-\mu} \end{aligned} \quad (I.14)$$

L'hamiltonien  $H'$  prend alors la forme :

$$H' = E_0 + H_{11} + H_2 + H_{\text{resid.}} \quad (I.15)$$

où  $E_0$  est une constante qui contient les termes complètement contractés :

$$E_0 = 2 \sum_{\nu} (\epsilon_{\nu} - \lambda - G v_{\nu}^2) v_{\nu}^2 - G (\sum_{\nu} u_{\nu} v_{\nu})^2 \quad (I.16)$$

Le terme  $H_{11}$  contient les produits normaux de deux opérateurs  $a^{\dagger}$  et  $a$  :

$$H_{11} = \sum_{\nu} \left\{ (\epsilon_{\nu} - \lambda - Gv_{\nu}^2)(u_{\nu}^2 - v_{\nu}^2) + 2Gu_{\nu}v_{\nu} \sum_{\mu} u_{\mu}v_{\mu} \right\} (a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} + a_{-\nu}^{\dagger} a_{-\nu}) \quad (I.17)$$

$H_2$  contient les termes en  $a^{\dagger} a^{\dagger}$  et  $aa$

$$H_2 = \sum_{\nu} \left\{ 2u_{\nu}v_{\nu}(\epsilon_{\nu} - \lambda - Gv_{\nu}^2) - G(u_{\nu}^2 - v_{\nu}^2) \sum_{\mu} u_{\mu}v_{\mu} \right\} (a_{\nu}^{\dagger} a_{-\nu}^{\dagger} + a_{-\nu} a_{\nu}) \quad (I.18)$$

et  $H_{\text{resid.}}$  contient le produit normal :  $a_{\nu}^{\dagger} a_{-\nu}^{\dagger} a_{-\mu} a_{\mu}$  :

$$H_{\text{resid.}} = G \sum_{\nu\mu} s_{\nu} s_{\mu} : a_{\nu}^{\dagger} a_{-\nu}^{\dagger} a_{-\mu} a_{\mu} : \quad (I.19)$$

La valeur moyenne de  $H'$  calculée sur le vide de quasi-particules  $|BCS\rangle$  est alors évidente puisque :

$$\langle BCS | H' | BCS \rangle = E_0 \quad (I.20)$$

La minimisation de cette expression conduit aux équations :

$$\frac{\partial E_0}{\partial u_{\nu}} = \frac{\partial E_0}{\partial v_{\nu}} = 0 \quad \forall \nu \quad (I.21)$$

dont les solutions sont données par les équations dites équations BCS :

$$u_u^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\epsilon_u - \lambda - Gv_u^2}{\sqrt{(\epsilon_u - \lambda - Gv_u^2)^2 + \Delta^2}} \right\} \quad (\text{I.22a})$$

$$v_u^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{\epsilon_u - \lambda - Gv_u^2}{\sqrt{(\epsilon_u - \lambda - Gv_u^2)^2 + \Delta^2}} \right\} \quad (\text{I.22b})$$

où la quantité  $\Delta$  mesure la demi-largeur du gap et est définie par :

$$\Delta = G \sum_{u>0} u_u v_u \quad (\text{I.22c})$$

La condition (I.7) permettant d'obtenir le potentiel chimique  $\lambda$ , devient :

$$n_0 = 2 \sum_{u>0} v_u^2 \quad \text{ou encore} \quad n_0 = \sum_{u>0} \left[ 1 - \frac{\epsilon_u - \lambda - Gv_u^2}{\sqrt{(\epsilon_u - \lambda - Gv_u^2)^2 + \Delta^2}} \right] \quad (\text{I.22d})$$

L'ensemble des équations (I.22) constitue ce que l'on appelle les équations du gap ou équations de la supraconductivité pour un système de particules dont l'énergie est représentée par  $E_0$  (I.16). Les coefficients  $u_u$  et  $v_u$  déterminés par le principe variationnel auraient pu être

établis d'une autre manière. En effet on remarque que ces coefficients annulent le terme  $H_2$ . Donc on obtiendrait les mêmes équations du gap en imposant l'identité  $H_2=0$ . Ceci est connu sous le nom de méthode "de la transformation canonique" de HARTREE-BOGOLIUBOV et qui a été introduite dans le but de réduire les effets non physiques dus à la non conservation stricte du nombre de particules. Les mêmes coefficients  $u_\nu$  et  $v_\nu$  remplacés par leurs formules (I.22a) et (I.22b) dans l'expression de  $H_{11}$ , permettent d'écrire ce dernier terme sous la forme très simple :

$$H_{11} = \sum_{\nu} E_{\nu} (a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} + a_{-\nu} a_{-\nu}) \quad \text{où} \quad E_{\nu} = \sqrt{(\epsilon_{\nu} - \lambda - Gv_{\nu}^2)^2 + \Delta^2} \quad (\text{I.23})$$

$H_{11}$  est alors un hamiltonien de quasi-particules indépendantes (sous forme diagonale) et l'interaction entre ces quasi-particules est décrite par le terme  $H_{\text{resid}}$ . L'approximation des quasi-particules indépendantes consiste à négliger cette interaction. C'est cette approximation, qui a été introduite par BCS pour étudier l'effet d'appariement en supraconductivité.

### I.3. ETAT BCS.

Dans l'approximation des quasi-particules indépendantes, l'état fondamental  $|\psi_0\rangle$  du système de particules

est le vide de quasi-particules. Il peut donc être obtenu à partir du vrai vide de particules  $|0\rangle$  par élimination dans ce dernier de toutes les quasi-particules. On peut donc écrire

$$|\psi_0\rangle = \prod_{\mathbf{u}} \alpha_{\mathbf{u}} \alpha_{-\mathbf{u}} |0\rangle \quad (\text{I.24a})$$

De la relation  $\alpha_{\mathbf{u}}^2 = 0$ , on voit que  $|\psi_0\rangle$  satisfait à  $\alpha_{\mathbf{u}} |\psi_0\rangle = 0$ ,  $\forall \mathbf{u}$ . En utilisant la transformation de Bogoliubov-Valatin (1.9) on obtient

$$\begin{aligned} |\psi_0\rangle &= \prod_{\mathbf{u}>0} (u_{\mathbf{u}} a_{\mathbf{u}} - s_{\mathbf{u}} v_{\mathbf{u}} a_{\mathbf{u}}^{\dagger} a_{-\mathbf{u}}^{\dagger}) (u_{\mathbf{u}} a_{-\mathbf{u}} + s_{\mathbf{u}} v_{\mathbf{u}} a_{\mathbf{u}}^{\dagger}) |0\rangle \\ &= \prod_{\mathbf{u}} (s_{\mathbf{u}} v_{\mathbf{u}}) \prod_{\mathbf{u}} (u_{\mathbf{u}} + s_{\mathbf{u}} v_{\mathbf{u}} a_{\mathbf{u}}^{\dagger} a_{-\mathbf{u}}^{\dagger}) |0\rangle \end{aligned} \quad (\text{I.24b})$$

Sachant que  $a_{\mathbf{u}} |0\rangle = 0$  et  $u_{\mathbf{u}}^2 + v_{\mathbf{u}}^2 = 1$ , la normalisation correcte  $\langle \psi_0 | \psi_0 \rangle = 1$  est obtenue si l'on pose :

$$|\psi_0\rangle = |\text{BCS}\rangle = \prod_{\mathbf{u}>0} (u_{\mathbf{u}} + s_{\mathbf{u}} v_{\mathbf{u}} a_{\mathbf{u}}^{\dagger} a_{-\mathbf{u}}^{\dagger}) |0\rangle \quad (\text{I.25c})$$

C'est l'expression usuelle de la fonction d'onde BCS. Il est intéressant de noter qu'après quelques transformations algébriques, on peut obtenir :

$$|\psi_0\rangle = |\text{BCS}\rangle = \left[ \prod_{\mathbf{u}>0} u_{\mathbf{u}} \right] \sum_{P=1}^{\infty} \frac{1}{P!} \left[ \sum_{\mathbf{u}>0} \frac{v_{\mathbf{u}}}{u_{\mathbf{u}}} s_{\mathbf{u}} a_{\mathbf{u}}^{\dagger} a_{-\mathbf{u}}^{\dagger} \right]^P |0\rangle \quad (\text{I.26})$$

Cette nouvelle expression nous donne la projection de l'état BCS sur un sous-espace d'un nombre donné  $P$  de paires de nucléons appariés. Il est clair que cet état BCS ne peut-être utilisé que pour la description de noyaux-pairs. Mais il est facile de voir que les noyaux impairs seront décrits par des états à nombre impair de quasi-particules. Un raisonnement analogue à celui qui a permis d'établir la formule (I.25c) donne la forme suivante pour les états à une quasi-particule :

$$a_{\mu}^{\dagger} |\psi_0\rangle = a_{\mu}^{\dagger} \prod_{\nu \neq \mu} (u_{\nu} + s_{\nu} v_{\nu} a_{\nu}^{\dagger} a_{-\nu}^{\dagger}) |0\rangle \quad (\text{I.27})$$

Il est manifeste sur cette expression que les états  $a_{\mu}^{\dagger} |\psi_0\rangle$  diffèrent de l'état BCS,  $|\psi_0\rangle$  par l'absence d'une particule dans l'état  $a_{\mu}^{\dagger} |0\rangle$ . Il représente donc un état à nombre impair de particules. Dans l'étude de l'effet d'appariement dans les systèmes ayant un nombre impair de particules, nous prendrons pour fonction d'onde d'essai pour le principe variationnel des états à une quasi-particule.

#### I.4. TRAITEMENT DES SYSTEMES DE MASSE IMPAIRE.

Souvent les mêmes équations du gap sont utilisées indifféremment dans l'étude des systèmes de masse impaire et des systèmes de masse paire. Cependant, pour être rigoureux il faudrait effectuer un calcul variationnel en utilisant

comme fonctions d'onde d'essai des états BCS à une quasi-particule. Comme dans l'étude précédente, pour trouver l'état de plus basse énergie dans un système impair, on doit minimiser l'expression :

$$\langle \psi_0 | \alpha_\mu H' \alpha_\mu^\dagger | \psi_0 \rangle \quad (\text{I.28})$$

où les coefficients  $u_\nu$  et  $v_\nu$ , rappelons-le, sont ceux de la fonction d'onde BCS décrivant l'état fondamental d'un système ayant un nombre pair de particules. Le principe variationnel conduit aux équations habituelles :

$$\frac{\partial}{\partial u_\nu} \left[ \langle \psi_0 | \alpha_\mu H' \alpha_\mu^\dagger | \psi_0 \rangle = \frac{\partial}{\partial v_\nu} \right] \langle \psi_0 | \alpha_\mu H' \alpha_\mu^\dagger | \psi_0 \rangle = 0 \quad \forall \nu, \nu \neq \mu. \quad (\text{I.29})$$

qui admettent pour solutions :

$$u_\nu^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\epsilon_\nu - \lambda - Gv_\nu^2}{\sqrt{(\epsilon_\nu - \lambda - Gv_\nu^2)^2 + \Delta_\nu^2}} \right\} \quad (\text{I.30a})$$

$$v_\nu^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{\epsilon_\nu - \lambda - Gv_\nu^2}{(\epsilon_\nu - \lambda - Gv_\nu^2)^2 + \Delta_\nu^2} \right\}$$

où  $\Delta_\mu$  est la fonction de corrélation habituelle donnée par :

$$\Delta_\mu = G \sum_{\nu \neq \mu} u_\nu v_\nu. \quad (\text{I.30b})$$

La conservation en moyenne du nombre de particules entraine :

$$n_0 = 1 + \sum_{\nu \neq \mu} \left[ 1 - \frac{\epsilon_\nu - \lambda - Gv_\nu^2}{\sqrt{(\epsilon_\nu - \lambda - Gv_\nu^2)^2 + \Delta_\nu^2}} \right] \quad (\text{I.30c})$$

L'ensemble de ces équations forme les équations du gap dans le cas d'un système impair. On constate donc, que du point de vue formalisme, le traitement des systèmes impairs est identique à celui des systèmes pairs mais les sommations intervenant dans les calculs doivent porter sur tous les niveaux du modèle à particules indépendantes sauf celui qui est occupé par la particule célibataire. Ceci est en parfait accord avec le principe de Pauli puisqu'aucune paire ne peut y être diffusée. On dit que l'état occupé par la particule impaire est bloqué (WA62). Cette minimisation donne des coefficients  $u_\nu$  et  $v_\nu$  différents de ceux correspondant à un système pair. Ces nouvelles expressions impliquent donc un réajustement de la fonction d'onde à une quasi-particule  $a_\mu^\dagger | \psi_0 \rangle$  pour chaque niveau  $a_\mu^\dagger | 0 \rangle$  occupé par la particule célibataire ainsi que pour l'énergie du fondamental :

$$E_\mu = \epsilon_\mu + 2 \sum_{\nu \neq \mu} (\epsilon_\nu - \lambda - Gv_\nu^2) v_\nu^2 - G \left( \sum_{\nu \neq \mu} u_\nu v_\nu \right)^2 \quad (\text{I.31})$$



I.5. DISCUSSION DES EQUATIONS DU GAP. EXISTANCE D'UNE VALEUR CRITIQUE  $G_c$  DU PARAMETRE  $G$ .

Les équations du gap (I.22) ou (I.30) forment un système self-consistent puisque tout couple de coefficients  $u_\nu$  et  $v_\nu$  dépend par l'intermédiaire de  $\Delta$  des autres  $u_\nu$  et  $v_\nu$ . Les équations n'ayant pas une forme algébrique simple, sont résolues par itération. Le système formé par les équations du gap peut se réduire à deux équations. Pour cela il suffit de remplacer les coefficients  $u_\nu$  et  $v_\nu$  donnés par (I.22a) (resp. I.30a) dans l'équation (I.22b) (resp. I.30b) donnant  $\Delta$  (respect.  $\Delta_\nu$ ). On obtient alors dans le cas d'un système pair par exemple :

$$\frac{2}{G} = \sum_{\nu} \frac{1}{\sqrt{(\epsilon_{\nu} - \lambda - Gv_{\nu}^2)^2 + \Delta^2}} \quad (I.32a)$$

$$n_0 = \sum_{\nu} \frac{\epsilon_{\nu} - \lambda - Gv_{\nu}^2}{\sqrt{(\epsilon_{\nu} - \lambda - Gv_{\nu}^2)^2 + \Delta^2}}$$

De la 1<sup>ère</sup> équation on déduit :

$$2 \leq \sum_{\nu} \frac{G}{|\epsilon_{\nu} - \lambda - Gv_{\nu}^2|} \quad (I.33)$$

Cette inégalité peut toujours être satisfaite en choisissant  $\lambda$  suffisamment voisin de  $\epsilon_{\nu} - Gv_{\nu}^2$ . Mais en général l'équation

(I.32b) fixe le choix de  $\lambda$ . En effet dans l'équation (I.32b), en recherchant l'extremum de  $G$ , on voit que ce dernier passe par un minimum pour  $\Delta=0$ . Soit  $G_c$  la valeur minimale de  $G$  appelée aussi valeur critique  $G_c$  et  $\lambda_c$  la valeur correspondante du potentiel chimique.  $G_c$  est déterminé par :

$$\frac{2}{G_c} \approx \sum_{\epsilon_U \leq \lambda} \frac{1}{\lambda - \epsilon_U} - \sum_{\epsilon_U > \lambda} \frac{1}{\lambda - \epsilon_U} \quad (\text{I.34})$$

$\lambda_c$  est obtenu par dérivation de l'équation précédente à  $G_c$  constant :

$$\sum_{\epsilon_U < \lambda} \frac{1}{(\lambda_c - \epsilon_U)^2} - \sum_{\epsilon_U > \lambda} \frac{1}{(\lambda_c - \epsilon_U)^2} = 0 \quad (\text{I.35})$$

Dans la recherche de ces valeurs critiques le terme  $Gv_U^2$  a été négligé étant généralement très petit. Pour  $\Delta=0$  on obtient la solution triviale correspondante à une surface de Fermi à coupure brutale. Dans ce cas le potentiel chimique  $\lambda$  coïncide avec l'énergie de Fermi : les niveaux ayant une énergie  $\epsilon_U \leq \lambda$  sont occupés et les autres inoccupés. Pour  $\Delta \neq 0$ , seuls les états proches de la surface de Fermi peuvent être diffusés vers des états inoccupés au-dessus de la Mer de Fermi. La diffusion dépend de l'intensité de la force d'appariement. En effet plus l'interaction est grande, plus la largeur du gap est grande et donc la surface de Fermi plus diffuse.

I.6. EFFET D'APPARIEMENT ET PROBABILITES DE TRANSITIONS.

I.6.1) Probabilités de transitions électromagnétiques.

Ces quantités sont généralement fortement modifiées par l'effet d'appariement. Si l'on suppose que la transition résulte d'un nucléon inapparié d'une état initial  $|\psi_i\rangle$  vers un état final  $|\psi_f\rangle$ , l'élément de matrice de la transition est représenté par :  $\langle \psi_f | B | \psi_i \rangle$  où B est l'opérateur de transition électromagnétique. En seconde quantification B s'écrit en fonction des opérateurs de création et d'annihilation :

$$B = \sum_{km} \langle k | B | m \rangle a_k^+ a_m \quad (I.36)$$

où  $\langle k | B | m \rangle$  est l'élément de matrice de la transition calculé sur la base des états du modèle à particules indépendantes. En représentation quasi-particules, nous obtenons à l'aide du théorème de Wick la décomposition suivante :

$$B = B^0 + \sum_{km} \left\{ B_{km}^{11} a_k^+ a_m + B_{km}^{20} a_k^+ a_m^+ + \overline{B_{km}^{20}} a_m a_k \right\} \quad (I.37)$$

où  $B^0$  est la composante scalaire de la transition donnée par :

$$R^0 = \sum_{k>0} \langle k|B|k\rangle \left\{ 1 + (-1)^T v_k^2 \right\} \quad (\text{I.38})$$

Les quantités  $B_{km}^{11}$  et  $B_{km}^{20}$  sont proportionnelles à l'élément de matrice  $\langle k|B|m\rangle$  et dépendent en plus des propriétés de l'opérateur  $B$  par rapport au renversement du temps. En général, pour tout opérateur à un corps  $B$ , les éléments de matrice d'une transition d'un état  $|k\rangle$  à un état  $|m\rangle$  satisfont soit à la propriété :

$$\langle k|B|m\rangle = \langle \tilde{m}|B|\tilde{k}\rangle \quad (\text{I.39a})$$

(Ceci est le cas des opérateurs induisant des transitions électriques par exemple) soit à la propriété :

$$\langle k|B|m\rangle = - \langle \tilde{m}|B|\tilde{k}\rangle \quad (\text{I.39})$$

(c'est le cas des opérateurs induisant des transitions magnétiques, ou le cas de l'opérateur moment angulaire... etc ...)

Plus généralement on peut écrire :

$$B_{km}^{11} = \left[ u_k u_m + (-1)^T v_k v_m \right] \cdot \langle k|B|m\rangle \quad (\text{I.40a})$$

$$B_{km}^{20} = \left[ v_k u_m - (-1)^T u_k v_m \right] \cdot \langle k|B|m\rangle \quad (\text{I.40b})$$

où  $T = 1$  si l'opérateur  $B$  satisfait à l'équation (I.39a) et  $T = -1$  si  $B$  satisfait à l'équation (27b). Les fonctions d'onde  $|\psi_i\rangle$  et  $|\psi_f\rangle$  étant des états à une quasi-particule, on aura si l'on suppose que la particule célibataire transite d'un état initial  $a_i^\dagger|0\rangle$  à un état final  $a_f^\dagger|0\rangle$  dans le schéma du modèle à particules indépendantes :

$$|\psi_i\rangle = a_i^\dagger|\psi_0\rangle = a_i^\dagger \prod_{v \neq i} (u_v(i) + v_v(i) a_v^\dagger a_{-v}^\dagger) |0\rangle \quad (\text{I.41a})$$

$$|\psi_f\rangle = a_f^\dagger|\psi_0\rangle = a_f^\dagger \prod_{v \neq f} (u_v(f) + v_v(f) a_v^\dagger a_{-v}^\dagger) |0\rangle \quad (\text{I.41b})$$

où la suite des paramètres  $u_v(i)$  et  $v_v(i)$  est calculée en bloquant l'état  $a_i^\dagger|0\rangle$  et la suite  $u_v(f)$  et  $v_v(f)$  en bloquant l'état  $a_f^\dagger|0\rangle$ . Tenant compte du fait que seule la composante à une quasi-particule  $B$ , lorsque celui-ci agit sur  $|\psi_i\rangle$  donne une contribution non nulle, il vient :

$$\langle \psi_f | B | \psi_i \rangle = \langle f | B | i \rangle \left\{ u_f(i) u_i(f) + (-1)^T v_f(i) v_i(f) \right\} \times \prod_{v \neq i, f} [u_v(i) u_v(f) + v_v(i) v_v(f)] \quad (\text{I.42})$$

On voit sur cette expression que les forces d'appariement se

manifestent sur les probabilités de transitions électromagnétiques par un facteur multiplicatif appelé souvent facteur de réduction donné par :

$$R = \left\{ u_f(i)u_i(f) + (-1)^T v_f(i)v_i(f) \right\}^2$$

$$\prod_{v \neq i, f} \left[ u_v(i)u_v(f) + v_v(i)v_v(f) \right]^2 \quad (\text{I.43})$$

Ce facteur, étant toujours inférieur ou égal à l'unité, a pour effet de réduire les valeurs des probabilités de transitions : d'où son nom facteur de réduction.

### I.6.2) Probabilités de Transitions $\beta$ .

Comme pour les probabilités de transitions électromagnétiques, l'effet d'appariement se traduit par un facteur de réduction multiplicatif dans les transitions  $\beta$ . Sans restreindre la généralité, on peut supposer que la particule transformée au cours de la transition est un neutron (transition  $\beta^-$ ) puisque la transition résultant de la transformation d'un proton en un neutron (transition  $\beta^+$ ) peut-être obtenue en étudiant l'opérateur hermitique adjoint correspondant au premier type de transition. Dans le cadre de cette hypothèse, il existe deux types de transitions  $\beta$  dans les noyaux de masse

impaire :

a) la transition  $\beta^-$  transforme un noyau parent ayant  $2N + 1$  neutrons et  $2Z$  protons en un noyau final à  $2N$  neutrons et  $2Z + 1$  protons.

b) la transition  $\beta^+$  transforme un noyau ayant  $2N$  neutrons et  $2Z + 1$  protons en un noyau à  $2N - 1$  neutrons et  $2Z + 2$  protons.

Dans le premier cas, comme pour les probabilités de transitions électromagnétiques, on suppose en général que le nucléon qui se transforme au cours de la transition est la particule non appariée. Quant au second cas la transition résulte de la cassure d'une paire de neutrons appariés dans le noyau parent et la création d'une paire appariée dans le noyau final.

Dans le but d'évaluer le facteur de réduction pour chaque type de transition, on désignera par la suite :

-  $a_{\nu}^{\dagger}$  et  $a_{\nu}$  (respectivement  $b_{\nu}^{\dagger}$  et  $b_{\nu}$ ) les opérateurs de création et d'annihilation d'un neutron (respectivement un proton) dans l'état  $|\nu\rangle$  ;

-  $|\mu_0\rangle$  (respectivement  $|\mu_1\rangle$ ) l'état occupé par la particule non appariée dans le noyau parent (respectivement noyau fils) ;

-  $u_{\nu}(N)$  et  $v_{\nu}(N)$  (respectivement  $u_{\nu}(Z)$  et  $v_{\nu}(Z)$ ) les amplitudes

d'inoccupation et d'occupation de l'état  $|v\rangle$  par une paire de neutrons (respectivement paire de protons) dans le noyau parent c'est à dire dans l'état initial ;

-  $A_{\nu}(N)$  et  $B_{\nu}(N)$  (respectivement  $A_{\nu}(Z)$  et  $B_{\nu}(Z)$ ) les amplitudes d'inoccupation et d'occupation de l'état  $|v\rangle$  par une paire de neutrons (respectivement paire de protons) dans le noyau fils c'est à dire dans l'état final.

I.6.2.1.) Cas d'un noyau parent avec N impair.

Soit  $\theta$  l'opérateur à un corps représentant la transition  $\beta^{-}$ . Avec les notations définies ci-dessus,  $\theta$  s'écrit dans le formalisme de la seconde quantification :

$$\theta = \sum_{ij} \langle i(Z) | \theta | j(N) \rangle b_i^{\dagger} a_j$$

Cet opérateur détruit un neutron dans l'état  $|j(N)\rangle$  et crée un proton dans l'état  $|i(Z)\rangle$ ; en supposant qu'il n'existe aucune corrélation entre protons et neutrons la fonction d'onde totale du noyau parent se factorise et s'écrit :

$$|\psi_i(2N + 1, 2Z)\rangle = |\psi_{\mu_0}(2N + 1)\rangle |\psi(2Z)\rangle \quad (I.44a)$$

de même pour le noyau résultant :

$$|\psi_f(2N, 2Z + 1)\rangle = |\psi(2N)\rangle |\psi_{\mu_1}(2Z + 1)\rangle \quad (I.44b)$$



où  $|\psi_{\mu_0}(2N+1)\rangle$  et  $|\psi(2N)\rangle$  (resp.  $|\psi(2Z)\rangle$  et  $|\psi_{\mu_1}(2Z+1)\rangle$ )  
représentent la fonction d'onde initiale et finale du sys-  
tème formé des neutrons (respectivement protons). Plus expli-  
citemment, on a :

$$|\psi_{\mu_0}(2N+1)\rangle = a_{\mu_0}^+ \prod_{\nu \neq \mu_0} (u_\nu(N) + s_\nu v_\nu(N) a_\nu^+ a_{-\nu}^+) |0\rangle \quad (\text{I.45a})$$

$$|\psi(2Z)\rangle = \prod_{\nu} (u_\nu(Z) + s_\nu v_\nu b_\nu^+ b_{-\nu}^+) |0\rangle \quad (\text{I.45b})$$

$$|\psi(2N)\rangle = \prod_{\nu} (A_\nu(N) + s_\nu B_\nu(N) a_\nu^+ a_{-\nu}^+) |0\rangle \quad (\text{I.45c})$$

$$|\psi_{\mu_1}(2Z+1)\rangle = b_{\mu_1}^+ \prod_{\nu \neq \mu_1} (A_\nu(Z) + s_\nu B_\nu(Z) b_\nu^+ b_{-\nu}^+) |0\rangle \quad (\text{I.45d})$$

Il vient alors pour l'élément de matrice de la transition  $\theta^-$

$$\langle \psi_f(2N, 2Z+1) | \theta | \psi_i(2N+1, 2Z) \rangle = \sum_{ij} \langle i(Z) | \theta | j(N) \rangle$$

$$\langle \psi_{\mu_1}(2Z+1) | b_i^+ | \psi(2Z) \rangle \cdot \langle \psi(2N) | a_j | \psi(2N+1) \rangle$$

$$= \langle \nu_1(Z) | \theta | \mu_0(N) \rangle R_Z \cdot R_N \quad (\text{I.46})$$

où

$$R_Z = u_{\mu_1}(Z) \prod_{\nu \neq \mu_1} [u_\nu(Z) A_\nu(Z) + v_\nu(Z) B_\nu(Z)] \quad (\text{I.47})$$

$$R_N = A_{\mu_0}(N) \prod_{\nu \neq \mu_0} [u_\nu(N) A_\nu(N) + v_\nu(N) B_\nu(N)] \quad (\text{I.48})$$

Les probabilités de transition  $\beta$  sont donc multipliées par le facteur de réduction :

$$R^\beta = \left[ R_N \cdot R_Z \right]^{1/2} \quad (\text{I.49})$$

I.6.2.2) Cas d'un noyau parent avec Z impair.

Dans ce cas le nombre de paires de Cooper de neutrons diminue d'une unité dans le noyau parent, tandis que celui des protons augmente d'une unité dans le noyau fils. La transition s'effectue entre l'état initial et final représentés par :

$$|\psi_i(2N, Z+1)\rangle = |\psi(2N)\rangle |\psi_{\mu_0}(2Z+1)\rangle \quad (\text{I.50a})$$

$$|\psi_f(2N-1, 2Z+2)\rangle = |\psi_{\mu_1}(2N-1)\rangle |\psi(2Z+2)\rangle \quad (\text{I.50b})$$

où

$$\left. \begin{aligned} |\psi(2N)\rangle &= \prod_u (u_u(N) + s_u v_u(N) a_u^\dagger a_{-u}^\dagger) |0\rangle ; \\ |\psi(2Z+1)\rangle &= b_{\mu_0}^\dagger \prod_{u \neq \mu_0} (u_u(Z) + s_u v_u b_u^\dagger b_{-u}^\dagger) |0\rangle \\ |\psi_{\mu_1}(2N-1)\rangle &= a_{\mu_1}^\dagger \prod_{u \neq \mu_1} (A_u(N) + s_u B_u(N) a_u^\dagger a_{-u}^\dagger) |0\rangle ; \\ |\psi(2Z+2)\rangle &= \prod_u (A_u(Z) + s_u B_u b_u^\dagger b_{-u}^\dagger) |0\rangle \end{aligned} \right\} (\text{I.51a,b,c,d})$$

$$\begin{aligned}
 & \langle \psi_f(2N-1, 2Z+2) | \theta | \psi_i(2N, 2Z+1) \rangle \sum_{ij} \langle i(Z) | \theta | j(N) \rangle \\
 & \langle \psi(2Z+2) | b_i^\dagger | \psi_{\mu_0}(2Z+1) \rangle \langle \psi_{\mu_0}(2Z+1) \rangle \langle \psi_{\mu_1}(2N-1) | a_j | \psi(2N) \rangle \\
 & = \langle \mu_0(Z) | \theta | \mu_1(N) \rangle R_Z \cdot R_N \tag{I.52}
 \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}
 R_Z &= B_{\mu_0}(Z) \prod_{\nu \neq \mu_0} \left[ u_\nu(Z) A_\nu(Z) + v_\nu(Z) B_\nu(Z) \right] \text{ et} \\
 R_N &= v_{\mu_1}(N) \prod_{\nu \neq \mu_1} \left[ u_\nu(N) A_\nu(N) + v_\nu(N) + v_\nu(N) B_\nu(N) \right] \tag{I.53a, b}
 \end{aligned}$$

et le facteur de réduction étant  $R = (R_Z \cdot R_N)^2$

Ainsi, on voit que les corrélations d'appariement se font essentiellement sentir dans les divers types de transition bêta ou gamma, par un facteur multiplicatif dans l'expression théorique de la probabilité de transition : le facteur de réduction qui dépend des paramètres d'occupation dans l'état initial et dans l'état final et dans l'état final, et donc de l'intensité de la force d'appariement et de la déformation du noyau dans ces états.

LES FONCTIONS D'ONDE SBCS

II. 1. INTRODUCTION.

La théorie BCS telle qu'elle a été décrite dans le chapitre précédant, nous a permis de tenir compte d'une part des effets d'appariement existant entre les nucléons du noyau et d'autre part de définir une représentation dans laquelle l'hamiltonien d'un système de particules appariées est sous forme diagonale en négligeant toutefois une interaction résiduelle entre les quasi-particules. Dans cette nouvelle représentation l'état fondamental du système de particules est représenté par le vide de quasi-particules. Ce dernier, dans la représentation des vraies particules (ou nombre d'occupation) est représenté par une fonction d'onde qui est une superposition d'états à 0, 2, 4, ...,  $2\Omega$  particules ;  $\Omega$  étant la dégénérescence totale de paires du système. Cette circonstance tient au fait que la transformation de Bogoliubov-Valatin définit des opérateurs de quasi-particules qui sont des combinaisons linéaires d'opérateurs de création et d'annihilation de particules. La transformation de Bogoliubov-Valatin qui est une généralisation de la méthode d'Hartree-Fock, se heurte ainsi que cette dernière au

## C H A P I T R E    I I \* \* \* \* \*

### LES FONCTIONS D'ONDE SBCS

#### II. 1. INTRODUCTION.

La théorie BCS telle qu'elle a été décrite dans le chapitre précédant, nous a permis de tenir compte d'une part des effets d'appariement existant entre les nucléons du noyau et d'autre part de définir une représentation dans laquelle l'hamiltonien d'un système de particules appariées est sous forme diagonale en négligeant toutefois une interaction résiduelle entre les quasi-particules. Dans cette nouvelle représentation l'état fondamental du système de particules est représenté par le vide de quasi-particules. Ce dernier, dans la représentation des vraies particules (ou nombre d'occupation) est représenté par une fonction d'onde qui est une superposition d'états à  $0, 2, 4, \dots, 2\Omega$  particules ;  $\Omega$  étant la dégénérescence totale de paires du système. Cette circonstance tient au fait que la transformation de Bogoliubov-Valatin définit des opérateurs de quasi-particules qui sont des combinaisons linéaires d'opérateurs de création et d'annihilation de particules. La transformation de Bogoliubov-Valatin qui est une généralisation de la méthode d'Hartree-Fock, se heurte ainsi que cette dernière au

problème des degrés de liberté redondants introduits par la non conservation d'un opérateur physique, dans notre cas, le nombre de particules. Bogoliubov (BOG 58) a montré que l'effet de la non conservation du nombre de particules sur les propriétés physiques d'un système ayant un grand nombre de particules était négligeable, mais que le désaccord devient important dans le cas d'un système possédant un nombre fini de particules tels que les noyaux atomiques.

En exprimant l'opérateur nombre de particules  $N$  dans la représentation quasi-particules :

$$N = 2 \sum_{\nu > 0} v_{\nu}^2 + \sum_{\nu > 0} \left\{ (u_{\nu}^2 - v_{\nu}^2) (a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} + a_{-\nu}^{\dagger} a_{-\nu}) + 2s_{\nu} u_{\nu} v_{\nu} (a_{-\nu} a_{\nu} + a_{\nu}^{\dagger} a_{-\nu}^{\dagger}) \right\} \quad (\text{II.1})$$

et en le faisant agir sur le vide  $|\psi_0\rangle$  on obtient :

$$N |\psi_0\rangle = N_0 |\psi_0\rangle + 2 \sum_{\nu > 0} \left( s_{\nu} u_{\nu} v_{\nu} a_{\nu}^{\dagger} a_{-\nu}^{\dagger} \right) |\psi_0\rangle \quad (\text{II.2})$$

où l'on a tenu compte de la relation  $N_0 = 2 \sum_{\nu > 0} v_{\nu}^2$ .

Cette expression montre que  $N |\psi_0\rangle$  est un mélange du vide et d'états à deux quasi-particules. Le fait que l'état BCS ne correspond pas à un nombre déterminé de particules, peut se voir directement dans la formule (I.26) puisque la

composante ayant P paires de particules est :

$$|\psi_P\rangle = \frac{1}{P!} \left( \prod_{\nu>0} u_\nu \right) \left( \sum_{\nu>0} \frac{v_\nu}{u_\nu} s_\nu a_\nu^\dagger a_{-\nu}^\dagger \right)^P |0\rangle \quad (\text{II.3})$$

Une autre forme de cette composante peut être obtenue en développant le produit figurant dans la formule (II.3).

$$|\psi_P\rangle = \left( \prod_{\nu>0} u_\nu \right) \sum_{\nu_1 \nu_2 \dots \nu_P} s_{\nu_1} s_{\nu_2} \dots s_{\nu_P} \frac{v_{\nu_1} v_{\nu_2} \dots v_{\nu_P}}{u_{\nu_1} u_{\nu_2} \dots u_{\nu_P}} a_{\nu_1}^\dagger a_{-\nu_1}^\dagger \dots a_{\nu_P}^\dagger a_{-\nu_P}^\dagger |0\rangle \quad (\text{II.4})$$

En général il est très difficile d'effectuer des calculs de spectroscopie nucléaire avec les états projetés (II.3) et (II.4). Pour éviter l'emploi de ces fonctions d'ondes, plusieurs méthodes ont été proposées ces dernières années pour imposer au moins approximativement la conservation du nombre de particules. La plupart sont des méthodes de projections dans l'espace nombre d'occupation. En utilisant des fonctions d'onde projetées correspondant à un nombre déterminé de particules, KERMAN, LAWSON et MACFARLANE (KE 61) ont montré que le désaccord entre les résultats exacts et ceux obtenus par l'approximation BCS est dû principalement à la non conservation du nombre de particules. BAYMAN (BA 60) a utilisé les fonctions projetées sur le nombre de paires de particules engendrées à partir des

fonctions d'onde BCS. Les états projetés décrivant un système ayant P paires de particules sont engendrés à partir de la fonction d'onde :

$$|\psi(z)\rangle = \prod_{\nu>0} (u_{\nu} + z s_{\nu} v_{\nu} a_{\nu}^{\dagger} a_{-\nu}^{\dagger}) |0\rangle \quad (\text{II.5})$$

Les coefficients de  $z^P$  dans l'expression de cette fonction génératrice représente alors la fonction d'onde du système à P paires de particules. Cet état projeté peut être également représenté à l'aide de l'intégrale de Fowler-Darwin bien connue en mécanique statistique :

$$|\psi_P\rangle = (2\pi)^{-1/2} \frac{\int (dz/z^{P+1}) \prod_{\nu>0} (u_{\nu} + z s_{\nu} v_{\nu} a_{\nu}^{\dagger} a_{-\nu}^{\dagger}) |0\rangle}{\left\{ \int (dz/z^{P+1}) \prod_{\nu>0} (u_{\nu}^2 + z v_{\nu}^2) \right\}^{1/2}} \quad (\text{II.6})$$

où l'intégrale est calculée le long d'un chemin contournant le point  $z = 0$  dans le plan complexe. Les éléments de matrice d'opérateurs physiques calculés à l'aide de ces états projetés sont également exprimés sous forme intégrale comme dans (II.6). Les intégrales obtenues ont été calculées approximativement par BAYMAN en excluant les composantes non physiques de l'état BCS qui conduisaient à une trop grande fluctuation du nombre de particules. Mais les résultats obtenus par cette méthode sont très voisins de ceux obtenus par l'approximation de BCS. Cette méthode d'approximation a été améliorée plus tard par IWAMOTO et al (IW 67). D'un autre côté, des fonctions d'onde conservant strictement le nombre de particules



construites à partir des états (II.4) ont été utilisées par CHASMAN (CH 63 , CH 64) et RICHARDSON (RI 64a , RI 64c) pour diagonaliser exactement l'hamiltonien d'un système de particules. Cette méthode est très compliquée et ne se généralise pas facilement dans le cas où les éléments de matrice de l'interaction d'appariement ne sont pas diagonaux. Les fluctuations du nombre de particules ont été complètement éliminées par DIETRICH et all (DI. 64) en calculant exactement les intégrales de Fowler-Darwin à l'aide de formules récurrentes. Cette dernière méthode est très générale mais son principal défaut provient du fait que les calculs deviennent très vite compliqués pour des systèmes présentant un grand nombre de particules. Plus récemment, dans une étude par la théorie de BCS des états excités, KRUTOV et FOMENKO (KR 70) ont utilisé pour le principe variationnel des fonctions d'onde d'essai obtenues par simple symétrisation des états BCS. Les résultats obtenus pour les énergies d'excitations et les probabilités d'occupation sont en bon accord avec les calculs exacts. Cette méthode a été ingénieusement généralisée par l'un des auteurs (FO 70). Contrairement aux méthodes citées ci-dessus, cette nouvelle méthode résout complètement le problème de la projection des états BCS sans faire appel aux intégrales de Fowler-Darwin. Les intégrales sont remplacées par des sommes discrètes et finies qui convergent rapidement dans tous les cas d'intérêt pratique .

II.2. PROJECTION DES ETATS BCS DANS L'ESPACE NOMBRE D'OCCUPATION :

L'état BCS (I.25c) peut s'écrire :

$$|\psi_0\rangle = \prod_{\nu>0} (u_\nu + s_\nu v_\nu a_\nu^\dagger a_{-\nu}^\dagger) |0\rangle = C \cdot \prod_{\nu>0} (1 + s_\nu \frac{v_\nu}{u_\nu} a_\nu^\dagger a_{-\nu}^\dagger) |0\rangle \quad (II.7)$$

où C est une constante. Cette seconde expression de l'état BCS montre que seul le rapport  $\frac{v_\nu}{u_\nu}$  peut être déterminé par les équations variationnelles. Ainsi en multipliant tous les rapports  $\frac{v_\nu}{u_\nu}$  par un même nombre complexe  $\alpha$  non nul, la composante à P paires de particules, qu'elle soit donnée par (II.3), (II.4) ou (II.6), se trouve multipliée par le facteur  $\alpha^P$ . Donc les états de la forme :

$$\alpha^{-P} \cdot \prod_{\nu>0} (u_\nu + \alpha s_\nu v_\nu a_\nu^\dagger a_{-\nu}^\dagger) |0\rangle \quad (II.8)$$

ont exactement les mêmes composantes physiques et possèdent les mêmes propriétés physiques que l'état BCS (II.7). Le degré de liberté relatif au choix de  $\alpha$  n'étant pas physique,  $\alpha$  est donc une variable redondante puisque les états (II.8) et l'état BCS conduisent aux mêmes équations du gap et laissent invariante l'énergie de l'état fondamental d'un système de particules, dès que la relation de normalisation :

$$u_u^2 + v_u^2 = u_u^2 + |\alpha|^2 v_u^2 = 1 \quad (\text{II.9})$$

est satisfaite. La condition (II.9) impose à  $\alpha$  d'appartenir au cercle de rayon unité du plan complexe. Cette remarque est très intéressante puisqu'elle met en défaut l'unicité de l'état vide de quasi-particules obtenu par le principe variationnel dans la théorie de BCS. Cet argument a été utilisé par FOMENKO (FO70) pour extraire la composante à  $P$  paires de particules de l'état BCS.

Considérons l'état :

$$|\psi_1\rangle = C \cdot \left\{ \prod_{u>0} (u_u + s_u v_u a_u^+ a_{-u}^+) + (-1)^P \prod_{u>0} (u_u - s_u v_u a_u^+ a_{-u}^+) \right\} |0\rangle \quad (\text{II.10})$$

où  $C$  est une constante de normalisation. On constate facilement que cet état comme l'état BCS, contient la composante à  $P$  paires de-particules. Cependant les composantes non physiques de l'état BCS correspondant à un nombre de paires de particules égal à  $P\pm 1$ ,  $P\pm 3$ ,  $P\pm 5, \dots$ , sont exclues de l'état (II.10). Ces composantes spurious sont plutôt décrites par l'état :

$$|\psi_1\rangle_{\text{spurious}} = C \left[ \prod_{u>0} (u_u + s_u v_u a_u^+ a_{-u}^+) - (-1)^P \prod_{u>0} (u_u - s_u v_u a_u^+ a_{-u}^+) \right] |0\rangle$$

qui est orthogonal à  $|\psi_1\rangle$ . L'état (II.10) contient donc la

composante à P paires de particules ainsi que toutes les composantes fantômes dont le nombre de paires est égal à :  $P \pm 2, P \pm 4, P \pm 6, \dots$  etc... Considérons à présent l'état :

$$|\psi_2\rangle = C \left[ \prod_{u>0} (u + s v a^+ a_-^+) + (-1)^P \prod_{u>0} (u - s v u a^+ a_{-u}^+) \right. \\ \left. + i^{-P} \prod_{u>0} (u + i s v u a^+ a_{-u}^+) + (-1)^P \prod_{u>0} (u - i s v u a^+ a_{-u}^+) \right] |0\rangle \quad (\text{II.12})$$

où  $i$  est l'imaginaire pur tel que  $i^2 = -1$ . Toutes les composantes dont le nombre de paires de particules est égal à  $P \pm 2, P \pm 6, P \pm 10, \dots$  Sont exclues de l'état (II.12). Ces composantes ont même amplitude mais sont de signe opposé dans chacune des deux lignes de (II.12). Cet état décrit uniquement les composantes dont le nombre de paires est de la forme  $P \pm 4n$  où  $n$  est un entier non négatif. En continuant ce procédé de symétrisation de l'état BCS, on est en mesure d'éliminer toutes les composantes non physiques. Cette méthode est très pratique et sa généralisation est immédiate. En effet soit :

$$|\psi_n\rangle = C \left[ \prod_{u>0} (u + s v u a^+ a_{-u}^+) + (-1)^P \prod_{u>0} (u - s v u a^+ a_{-u}^+) \right. \\ \left. + \left\{ \sum_{k=1}^n \eta_k^{-P} \prod_{u>0} (u + \eta_k s v u a^+ a_{-u}^+) + \text{C.C.} \right\} \right] |0\rangle \quad (\text{II.13})$$

où  $\eta_k = \exp(i\phi_k)$ ;  $\phi_k = k\pi/(n+1)$ ,  $n$  est un entier non négatif et C.C désigne la conjugaison complexe par rapport à  $k$ . Dans l'état (II.13) l'amplitude de la composante correspondante à  $Q$  paires de particules occupant les états  $|v_1\rangle; \dots; |v_Q\rangle$  dans le champ moyen, est de la forme :

$$C \left( \prod_v u_v \right) \sum_{v=1}^{v_Q} \frac{v_v}{u_v} \sum_{k=0}^{2(n+1)} \exp i\phi_k(Q-P)$$

mais sachant que :

$$\sum_{k=0}^{2(n+1)} \exp(ikM) = \begin{cases} 0 & \text{si } M \neq 2l(n+1) \\ 2(n+1) & \text{si } M=2l(n+1) \end{cases}$$

où  $l$  est un entier quelconque, il en résulte que seules les composantes dont le nombre de paires est égal à  $P \pm 2l(n+1)$ , ont une amplitude non nulle dans l'état  $|\psi_n\rangle$ . Si on désigne par  $\Omega$  la dégénérescence totale de paires du système, dès que l'inégalité  $2(n+1) > \max(P, \Omega - P)$  est satisfaite, les amplitudes des composantes fantômes sont toutes nulles et l'état  $|\psi_n\rangle$  coïncide avec la composante à  $P$  paires de particules. En fait dans les cas réels, il n'est pas nécessaire d'éliminer toutes les composantes non physiques car leurs amplitudes

deviennent négligeable au fur et à mesure que le nombre de paires de particules qu'elles décrivent s'éloignent du nombre réel de paires  $P$ . Dans toute la suite de notre étude nous supposerons que les amplitudes d'occupation et d'inoccupation  $v_v$  et  $u_v$  sont déterminés par variation de l'état BCS de manière que la suite des états  $|\psi_n\rangle$  converge vers l'état  $|\text{PBCS}\rangle$  (approximation PBCS). Notons que si l'on effectue la projection avant la variation, la suite d'états  $|\psi_n\rangle$  converge vers l'état  $|\text{FBCS}\rangle$  (approximation FBCS). Pour distinguer notre méthode de projection par sommation discrète des méthodes habituelles par intégration, nous la repérons par l'abréviation SBCS.

Il parait difficile à première vue d'utiliser cette expression de l'état projeté pour calculer les éléments de matrice d'opérateurs physiques. Mais en général ces opérateurs commutent avec l'opérateur nombre de particules, et de plus dans le calcul de leurs éléments de matrice ils ne connectent que les composantes ayant même nombre de particules. Par conséquent pour tout opérateur  $O$  conservant le nombre de particules on a :

$$\langle \psi_n | O | \eta_k^{-P} \prod_{v>0} (u_v + \eta_k v_v a_v^+ a_v^+) | 0 \rangle = \langle \psi_n | O | \psi_0 \rangle \quad (\text{II.16})$$

ce qui nous permet de remplacer l'élément de matrice  $\langle \psi_n | 0 | \psi_n \rangle$  par  $2(n+1)C \langle \psi_n | 0 | \psi_0 \rangle$ . Cette propriété parmi d'autres qui apparaitrons par la suite, rend très commode l'usage des états projetés  $|\psi_n\rangle$ .

### II.3. CALCUL DES ELEMENTS DE MATRICE A LAIDE DES ETATS PROJETES POUR UN SYSTEME DE MASSE PAIRE

Dans la représentation quasi-particules, l'état  $|\psi_n\rangle$  comme l'état  $|\psi_0\rangle$  décrit uniquement des composantes ayant un nombre pair de quasi-particules. On peut donc définir une nouvelle représentation dans laquelle les opérateurs de création et d'annihilation sont donnés en fonction des opérateurs  $\alpha_\nu$  et  $\alpha_\nu^\dagger$  par :

$$A_\nu = \alpha_\nu \alpha_\nu \quad \text{et} \quad A_\nu^\dagger = \alpha_\nu^\dagger \alpha_\nu^\dagger \quad (\text{II.17})$$

$|\psi_0\rangle$  serait alors le vide de cette représentation qu'on appellera dans toute la suite représentation de paires de quasi-particules. De plus si  $T$  désigne l'opérateur renversement du temps, des relations :

$$\alpha_\nu^\dagger = T \alpha_\nu^\dagger T^{-1} \quad ; \quad \alpha_\nu = T \alpha_\nu T^{-1} \quad \text{et} \quad \alpha_\nu = -T \alpha_\nu T^{-1} \quad (\text{II.18a})$$

on déduit les propriétés :

$$A_{\nu} = TA_{\nu}T \quad ; \quad A_{\nu}^{\dagger} = TA_{\nu}^{\dagger}T^{-1} \quad (\text{II.18b})$$

qui expriment l'invariance par renversement du sens du temps des opérateurs  $A_{\nu}$  et  $A_{\nu}^{\dagger}$ . Le passage de la représentation nombre d'occupation (définie par les opérateurs  $a_{\nu}$ ,  $a_{\nu}^{\dagger}$  et le vide  $|0\rangle$ ) à celles des paires de quasi-particules définie ci-dessus, est réalisé par le développement suivant :

$$\prod_{\nu>0} (u_{\nu} + \eta_k v_{\nu} a_{\nu}^{\dagger} a_{-\nu}^{\dagger}) |0\rangle = \prod_{\nu>0} (u_{\nu}^2 + \eta_k v_{\nu}^2) \left[ 1 + (\eta_k - 1) \sum_{\nu>0} \frac{u_{\nu} v_{\nu}}{(u_{\nu}^2 + \eta_k v_{\nu}^2)} A_{\nu}^{\dagger} + \frac{(\eta_k - 1)^2}{2} \sum_{\nu \neq \mu > 0} \frac{u_{\nu} v_{\nu} u_{\mu} v_{\mu}}{(u_{\nu}^2 + \eta_k v_{\nu}^2)(u_{\mu}^2 + \eta_k v_{\mu}^2)} A_{\nu}^{\dagger} A_{\mu}^{\dagger} + \dots \right] |\psi_0\rangle \quad (\text{II.19})$$

Cette relation jointe à la relation (II.16) nous permet de calculer facilement les éléments de matrice de n'importe quel opérateur préservant le nombre de particules. En particulier à l'aide des opérateurs  $a_{\nu}$  et  $a_{\nu}^{\dagger}$  l'hamiltonien associé  $H'$  du système de particules s'écrit :

$$H = H' - \lambda N = E_0 + H_{11} + H_{20} + H_{02} + H_{22} + H_{13} + H_{31} + H_{40} + H_{04} \quad (\text{II.20})$$



où  $H_{ik}$  désigne la composante de  $H$  contenant  $i$  opérateurs de création  $\alpha_v^\dagger$  et  $j$  opérateurs d'annihilation  $\alpha_v$ . Quand  $H$  agit sur  $|\psi_n\rangle$  ou sur  $|\psi_0\rangle$ ; les seules contributions non nulles proviennent des composantes  $E_0$ ,  $H_{20}$  et  $H_{40}$  contenant respectivement 0, 2 et 4 opérateurs de créations de quasi-particules dans la décomposition (II.20). Il vient alors :

$$\begin{aligned} \langle \psi_n | H | \psi_n \rangle &= E_0 + 2(n+1)C \langle \psi_n | H_{20} + H_{40} | \psi_n \rangle \\ &= E_0 + E_2(n) + E_4(n) \end{aligned}$$

$E_0$  est l'énergie BCS définie par (I.16) et  $E_2$  est nulle puisque la transformation de Hartree-Rogoliubov impose la contrainte  $H_{20} = H_{02} = 0$ . La conservation du nombre de particules se manifeste donc par une renormalisation de l'énergie de l'état fondamental. La contribution en énergie  $E_4(n)$  est donnée par (FE 73) :

$$E_4(n) = 2(n+1)C^2 \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k n_k^{-P} \prod_{v>0} (u_v^2 + \eta_k v^2) \frac{(\eta_k - 1)^2}{2} .$$

$$\sum_{v \neq \mu > 0} \frac{u_v v_\nu u_\mu v_\mu}{(u_v^2 + \eta_k v_\nu^2)(u_\mu^2 + \eta_k v_\mu^2)} .$$

$$+ C \sum_{\lambda \neq \rho > 0} u_\rho^2 v_\lambda^2 \langle \psi_0 | A_\mu A_\nu A_\rho^\dagger A_\lambda^\dagger | \psi_0 \rangle + C.C$$

Sachant que les opérateurs  $A_\mu^\dagger$  et  $A_\mu$  satisfont aux relations de commutation des bosons, il vient

$$\langle \psi_0 | A_\mu A_\nu A_\rho^\dagger A_\lambda^\dagger | \psi_0 \rangle = \delta_{\mu\lambda} \delta_{\nu\rho} + \delta_{\mu\rho} \delta_{\nu\lambda} \quad (\text{II.23})$$

En séparant la partie réelle de la partie imaginaire, la relation (II.22) s'écrit :

$$E_4^{(n)} = -G \sum_{\substack{\mu \neq \nu \\ \mu > 0}} A_n^{\mu\nu} u_\mu^2 v_\nu^2 \quad (\text{II.24a})$$

où l'on a posé :

$$A_n^{\mu\nu} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k R_k \text{Sin}^2 x_k \left\{ \begin{array}{l} \cos \psi_k \left[ 1 - 2 \left( \frac{u_\mu^2 u_\nu^2 + v_\mu^2 v_\nu^2}{u_\mu^2 u_\nu^2} \text{Sin}^2 x_k \right) \right. \\ \left. + \left( \frac{v_\mu^2 v_\nu^2 - u_\mu^2 u_\nu^2}{u_\mu^2 u_\nu^2} \right) \text{Sin} \psi_k \text{Sin}(2x_k) \right] \end{array} \right\} \frac{\gamma_\mu \gamma_\nu}{\rho_{\mu k}^2 \rho_{\nu k}^2} \quad (\text{II.24b})$$

avec les notations :

$$\sigma = \left[ \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k R_k \cos \psi_k \right]^{1/2} ; \zeta_k = \begin{cases} 1 & \text{Si } k=0 \text{ ou } n+1 \\ 1/2 & \text{Si } 0 < k < n+1 \end{cases} ;$$

$$\gamma_\mu = 2u_\mu v_\mu ; \delta_\mu = u_\mu^2 - v_\mu^2 ; x_k = \frac{k\pi}{2(n+1)} ; R_k = \prod_{\nu > 0} \rho_{\nu k} ;$$

$$\rho_{u_k} = \left[ 1 - \gamma_u^2 \sin^2 x_k \right]^{1/2} ; \psi_k = \sum_{u>0} \phi_{u_k} + (\Omega - 2P)x_k ;$$

$$\operatorname{tg} \phi_{u_k} = - \delta_u \operatorname{tg} x_k \quad \left[ |\phi_{u_k}| \leq \pi/2 \right]$$

#### II.4.) SYSTEME DE MASSE IMPAIRE.

Pour un système impair où la particule célibataire occupe l'état  $|\mu_0\rangle$  du modèle à particules indépendantes, l'état projeté correspondant à  $2P+1$  particules est :

$a_{\mu_0}^\dagger |\psi_n(\mu_0)\rangle$  où  $|\psi_n(\mu_0)\rangle$  décrit les  $P$  paires appariées. Explicitement, cet état s'écrit :

$$a_{\mu_0}^\dagger |\psi_n(\mu_0)\rangle = C \left[ \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k \eta_k^{-P} \prod_{u \neq \mu_0 > 0} \left[ u_u(\mu_0) + \eta_k v_u(\mu_0) a_u^\dagger a_u \right] + \text{C.C.} \right] |0\rangle \quad (1.25)$$

où la suite des  $u_u(\mu_0)$  et  $v_u(\mu_0)$  est calculée en bloquant l'état  $|\mu_0\rangle$ . Le conjugué de l'état fondamental du système est

représentée par l'expression :

$$\langle \psi_n(\mu_0) | a_{\mu_0} H a_{\mu_0}^\dagger | \psi_n(\mu_0) \rangle = 2(n+1)C \langle \psi_n(\mu_0) | a_{\mu_0} H a_{\mu_0}^\dagger | \psi_{\mu_0} \rangle \quad (\text{II.26a})$$

puisque l'opérateur  $a_{\mu_0} H a_{\mu_0}^\dagger$  commute avec l'opérateur nombre de particules. Un calcul analogue à celui des systèmes pairs nous conduit à l'expression :

$$\langle \psi_n(\mu_0) | a_{\mu_0} H a_{\mu_0}^\dagger | \psi_n(\mu_0) \rangle = E_{\mu_0}^{\text{BCS}} + E_n(\mu_0) \quad (\text{II.26b})$$

où  $E_{\mu_0}^{\text{BCS}}$  est l'énergie BCS calculée en bloquant l'état  $|\mu_0\rangle$  et la correction en énergie  $E_n(\mu_0)$  due à la projection est donnée par :

$$E_n(\mu_0) = -G \sum_{\nu \neq \mu \neq \mu_0} A_n^{\nu\mu}(\mu_0) u_\mu^2(\mu_0) v_\nu^2(\mu_0) \quad (\text{II.27a})$$

où

$$A_n^{\nu\mu}(\mu_0) = \frac{1}{\sigma^2(\mu_0)} \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k R_k(\mu_0) \sin^2 x_k \left\{ \cos \psi_k(\mu_0) \right.$$

$$\left[ 1 - 2 (u_\nu^2(\mu_0) u_\mu^2(\mu_0) + v_\nu^2(\mu_0) v_\mu^2(\mu_0) \sin^2 x_\nu) \right]$$

$$+ \frac{v_u^2(\mu_0)v_\mu^2(\mu_0) - u_\mu^2(\mu_0)u_u^2(\mu_0) \sin\psi_k(\mu_0)\sin(2x_k)}{\rho_{u_k}^2(\mu_0)\rho_{\mu k}^2(\mu_0)} \left. \vphantom{\frac{v_u^2(\mu_0)v_\mu^2(\mu_0) - u_\mu^2(\mu_0)u_u^2(\mu_0) \sin\psi_k(\mu_0)\sin(2x_k)}{\rho_{u_k}^2(\mu_0)\rho_{\mu k}^2(\mu_0)}}} \right\} \frac{\gamma_u(\mu_0)\gamma_\mu(\mu_0)}{\rho_{u_k}^2(\mu_0)\rho_{\mu k}^2(\mu_0)}$$

(II.27b)

avec les notations suivantes (lorsque l'état  $|\mu_0\rangle$  est bloqué) :

$$\sigma(\mu_0) = \left[ \sum_{k=0}^{n+1} \tau_k R_k(\mu_0) \cos\psi_k(\mu_0) \right]^{1/2} ; \quad \gamma_u(\mu_0) = 2u_u(u_0)v_u(\mu_0) ;$$

$$\delta_u(\mu_0) = u_u^2(\mu_0) - v_u^2(u_0) \quad (II.27c)$$

$$R_k(\mu_0) = \prod_{u \neq \mu_0} \rho_{u_k}(\mu_0) ; \quad \rho_{u_k}(\mu_0) = \left[ 1 - \gamma_u^2(\mu_0) \sin^2 x_k \right]^{1/2} ;$$

$$\psi_k(\mu_0) = \sum_{u \neq \mu_0} \phi_{u_k}(\mu_0) + (n-2p)x_k ;$$

$$\text{tg } \phi_{u_k}(\mu_0) = - \delta_u(\mu_0) \text{tg } x_k \left[ |\phi_{u_k}(\mu_0)| \leq \pi/2 \right]$$

II.4. VALEUR MOYENNE DE L'OPERATEUR NOMBRE DE PARTICULES.

En utilisant l'expression (II.1) de l'opérateur N, les seules contributions non nulles proviennent des termes ayant zéro et deux quasi-particules respectivement :

$$N_0 = 2 \sum_{u>0} v_u^2 \text{ et } 2 \sum_{u>0} s_u u v_u a_u^+ a_{-u}^+$$

il vient alors :

$$\langle \psi_n | N | \psi_n \rangle = 2(n+1)C \langle \psi_n | N | \psi_0 \rangle =$$

$$2(n+1)C^2 \left\{ \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k \eta_k^{-P} \prod_{u>0} (u^2 + \eta_k v_u^2) \left[ N_0 + (\eta_k - 1) \right. \right.$$

$$\left. \left. \sum_{u>0} \frac{u v_u \gamma_u}{(u^2 + \eta_k v_u^2)} s_{uu} + \text{C.C.} \right] \right\}$$

et après extraction de la partie réelle :

$$\langle \psi_n | N | \psi_n \rangle = N_0 - \left[ \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k R_k \cos \psi_k \right]^{-1} \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k R_k$$

$$\sum_{u>0} \left\{ 2 \cos \psi_k \sin^2 x_k \delta_u + \sin \psi_k \sin(2x_k) \right\} \left[ \frac{\gamma_u}{\rho_{uk}} \right]^2$$

La quantité  $\langle \psi_n | N | \psi_n \rangle - N_0$  mesure les fluctuations du nombre de particules dans cette méthode de projection pour un système à  $2P$  particules.

## II.5. CONVERGENCE DE LA METHODE DE PROJECTION.

Nous avons étudié la convergence de la méthode de projection sur les états propres du nombre de particules de trois systèmes en prenant comme paramètre  $P=4, G=0.8$  MeV ;  $P=8, G=0.475$  MeV et  $P=16, G=0.375$  MeV. Les systèmes de particules sont décrits par le modèle de RICHARDSON (RI66). Dans ce modèle les niveaux d'énergie, au nombre de  $2P$  ( $P$  étant le nombre de paires de particules), sont équidistants et doublement dégénérés (ce qui correspond à une dégénérescence totale de paires  $\Omega=2P$ ). Pour chaque système le niveau  $\nu$  a une énergie  $\epsilon_\nu = \nu$  MeV. Dans ces calculs nous nous sommes limités seulement à l'étude de la suite des énergies  $\langle \psi_n | H | \psi_n \rangle$  de l'état fondamental puisque la convergence des énergies des états excités est certainement plus rapide. Nous avons rassemblé dans le tableau I, en prenant comme niveau de référence l'énergie BCS, les valeurs des énergies de l'état fondamental pour  $n$  variant de 0 à 6. Nous obtenons une rapide convergence de la suite  $E_4(n) = \langle \psi_n | H | \psi_n \rangle - E_0$  vers la valeur exacte calculée à l'aide de l'état à  $P$  paires de particules (colonne PBCS). Pour chaque système, la suite atteint sa valeur limite pour  $n_0=2$  ou 3 ( $n_0$  étant le plus petit

entier tel que  $2(n_0+1) > \text{Max}(P, \Omega-P)$ . Nous avons également étudié les fluctuations du nombre de particules en calculant les valeurs de l'expression  $\langle \psi_n | N | \psi_n \rangle - N_0$  pour  $n$  variant de 0 à 6 les valeurs portées dans le tableau II pour les systèmes à 4 et 16 paires de particules, montrent également que la valeur exacte est atteinte pour  $n_0=2$  ou 3. Dans le cas des systèmes réels les valeurs des suites  $\langle \psi_n | H | \psi_n \rangle$  et  $\langle \psi_n | N | \psi_n \rangle$  correspondant à  $n=0$  sont pratiquement égales à celles calculées avec les fonctions d'onde BCS. Les effets non physiques sont donc dus principalement aux composantes non physiques exclues par l'état  $|\psi_{n=1}\rangle$ . Mais puisque ces composantes correspondent à un nombre de paires égal à  $P\pm 1, P\pm 3, P\pm 5, \dots$ ; il semble que les fluctuations du nombre de particules proviennent surtout des composantes à  $P\pm 1$  et  $P\pm 3$  paires de particules.



TABLEAU I : Convergence de la suite des énergies projetées du fondamental en fonction du degré d'extraction  $n$  des composantes non physiques

$n$	0	1	2	3	4	5	6	PBCS
P=4	-0.123	-0.1383	-0.410	-0.410	-0.410	-0.410	-0.410	-0.410
P=8	-0.144	-0.340	-0.395	-0.395	-0.395	-0.395	-0.395	-0.395
P=16	-0.074	-0.623	-0.882	-0.890	-0.890	-0.890	-0.890	-0.890

TABLEAU II : Convergence de la suite de nombres  $\langle \psi_n | N | \psi_n \rangle - N_0$ . La colonne PBCS représente les quantités  $\langle \text{PBCS} | N | \text{PBCS} \rangle - n_0$

$n$	0	1	2	3	4	5	6	PBCS
P=4	0.0488	0.3096	0.3136	0.3136	0.3136	0.3136	0.3136	0.3136
P=16	0.1312	0.0720	1.9720	1.0720	1.0720	1.0720	1.0720	1.0720

## C H A P I T R E   I I I

=====

### INFLUENCE DE LA FLUCTUATION DU NOMBRE DE PARTICULES SUR LES TRANSITIONS ELECTROMAGNETIQUES.

#### III.1. INTRODUCTION.

Si l'étude théorique des phénomènes de transitions électromagnétiques dans le noyau atomique a connu une période de gloire il y a une quinzaine d'années, très peu de méthodes ou de techniques nouvelles ont été proposées depuis et l'état de la théorie n'a pas beaucoup progressé depuis les calculs de WEISSKOPFF (WE51), MOSKOWSKI (MO53), BOHR et MOTTELSON (BO57) et NILSSON (NI55, NI58, BO59). Un manque d'informations expérimentales précises concernant les énergies du modèle à particules indépendantes ou les vibrations collectives ne semble pas être la seule raison pour le manque d'intérêt actuel pour la spectroscopie  $\beta$  et  $\gamma$ , puisque de nombreux travaux expérimentaux concernant plus spécialement les noyaux de la région des terres rares ont paru récemment (WE69, AN72, LO72, W072, LI73).

Les différentes approches théoriques peuvent être

résumées comme suit, sans prétention à l'exhaustivité :

- 1) Le modèle en couche habituel (HA71) et ses variantes plus ou moins raffinées (HE72) tenant compte des différentes sortes de polarisation du coeur, n'ont pas toujours donné des résultats à la mesure des efforts investis. Ils ont été seulement utilisés occasionnellement pour des noyaux autres que les noyaux légers et ne peuvent être appliqués à l'analyse systématique des transitions multipolaires qu'au prix de grands calculs numériques (GR73).
- 2) L'influence de l'interaction entre quasi-particules a été étudié dans le cadre de la théorie de MIGDAL des systèmes finis de FERMI (MI63). Cette approche peut expliquer plusieurs transitions, en particulier les transitions  $E1$ ,  $\Delta K = \pm 1$  (BI66, FE68). Par exemple dans la référence FE68 on note une amélioration des facteurs de réduction par rapport aux résultats de Nilsson dans 75% des cas. Ces résultats peuvent cependant être modifiés par l'effet de couplage de Coriolis dont il n'a pas été tenu compte et en outre cette approximation n'est pas exempte de phénoménologie.
- 3) Des règles de somme de transitions multipolaires ont été souvent utilisées dans l'étude des réactions photonucléaires.

Comme elle ne requiert aucune connaissance des fonctions d'onde des états excités, cette approche est un puissant banc d'essai des interactions à deux corps et semble particulièrement adaptée pour l'étude de l'effet de non localité des forces nucléaires réalistes sur les sections efficaces intégrées de photoabsorption. Des calculs effectués dans l'approximation dipolaire électrique et le modèle nucléaire du gaz de Fermi (MA70, WE66) donnent des résultats qui sont en bon accord avec les données expérimentales dans la région des noyaux lourds.

- 4) Un calcul d'Hartree-Fock basé sur une connaissance détaillée des forces nucléaires peut paraître plus intéressant que la méthode précédente. Cependant, spécialement dans le cas des noyaux non légers, le nombre excessivement élevé d'éléments de matrice de l'interaction à deux corps à calculer pour le grand nombre de particules mises en jeu, rend un tel calcul impraticable avec les ordinateurs qui existent actuellement. L'intéressante et puissante approximation d'Hartree-Fock généralisée de KERMAN et KLEIN, revue et améliorée par KLEIN et ses collaborateurs (KL63), a été appliquée avec succès dans plusieurs calculs numériques (LR68). Cependant la question de la conservation stricte du nombre

de particules reste ouverte. Récemment une méthode self consistante de couplage coeur-particule dérivée de l'approximation d'Hartree-Fock généralisée a été appliquée aux isotopes du Nickel (WU73). L'écart relativement important entre les résultats qui en découlent et les données expérimentales, est attribué par l'auteur à la non conservation du nombre de particules. Le problème de la non conservation du nombre de nucléons a été revu et discuté récemment, plus particulièrement en ce qui concerne les énergies de rotation, et il a été constaté que cette non conservation pouvait modifier d'une manière appréciable les énergies et les fonctions d'onde (FE73). Il est indéniable qu'en modifiant, même légèrement, les fonctions d'onde, l'effet considéré peut influencer des phénomènes qui, comme les transitions électromagnétiques, sont sensibles à de légères modifications des fonctions d'ondes. Une conclusion similaire a été récemment tirée d'un calcul d'Hartree-Bogoliubov pour plusieurs noyaux légers (G073).

- 5) Plus récemment, il a été prouvé que les fonctions d'onde BCS sont particulièrement adaptées à la projection dans l'espace nombre d'occupation (FE73, F070) à la place d'un potentiel d'Hartree-Fock nous employons un potentiel phéno-

ménologique à un corps dont les fonctions d'onde sont bien connues. Notre but est de calculer différentes transitions électromagnétiques avec les fonctions d'onde BCS et SBCS pour étudier l'importance des effets non physiques introduits par les fluctuations du nombre de particules.

Les résultats expérimentaux obtenus récemment pour les transitions électromagnétiques dans la région des terres rares justifient une étude plus approfondie de cette question. En fait une comparaison entre résultats expérimentaux et théoriques pourrait être faussée par les composantes non physiques dues aux fluctuations du nombre de particules. Une étude théorique des transitions électromagnétiques pourrait donner une information capitale sur la structure nucléaire, la déformation des noyaux dans différents états excités, la qualité des fonctions d'onde, les transitions  $\beta$ , ... etc... . Par exemple une méthode pour obtenir des informations sur la désintégration  $\beta$  en étudiant les transitions  $\gamma$  E1 d'un état analogue isobarique a été suggérée par FUJITA (FU67) et est très utilisée dans l'étude de la désintégration  $\beta$  une fois interdite dans les noyaux ayant un nombre magique de neutrons (EJ77) . Jusqu'à présent très peu de calculs tenant compte de la conservation du nombre de particules ont été effectués. Dans la référence G073 un petit nombre de moments quadripolaires et taux de

transition E2 on été calculés pour des noyaux légers avec les fonctions d'onde conservant approximativement le nombre de particules. Mais la projection sur les états propres du nombre de particules utilisée étant approximative, l'usage de cette méthode est incertain et donne lieu à des erreurs pour les noyaux non légers dont il est question dans cette étude. MIRANDA et PRESTON (MI63) ont utilisé les fonctions génératrices de BAYMAN (BA60). Cette méthode élimine les grandes fluctuations du nombre de particules par des méthodes d'approximation. Cependant dans sa forme la plus simple cette méthode se réduit à l'approximation 3CS habituelle. En général l'élimination des composantes non physiques affecte très diversement les facteurs de réduction calculés pour la désintégration  $\beta$  et les transitions magnétiques  $M4$ , mais toujours dans le sens d'un meilleur accord avec les résultats expérimentaux.

A notre connaissance la seule tentative faite pour étudier l'influence de la non conservation du nombre de particules sur les transitions électromagnétiques est le calcul de MONSONEGO et PIEPENBRING (MO64) qui utilisent également les fonctions d'onde génératrices de BAYMAN. Comme cela est discuté dans la référence FE73, cette technique n'est pas forcément la plus puissante et n'est certainement pas la plus facile à utiliser. Par ailleurs les désaccords généraux avec l'expérience

pourrait être partiellement expliqué par le fait que le couplage rotation-particule (RPC) a été complètement ignoré dans les calculs. De plus un grand nombre de nouvelles transitions ont été mises en évidence depuis expérimentalement dans la région des terres rares, ce qui justifie une nouvelle étude de ce problème. Entre temps la description du potentiel central à un corps a été considérablement perfectionné ; permettant par exemple une dépendance en isospin de la fréquence de l'oscillateur pour les neutrons et les protons dans le modèle de NILSSON (NI69). Pour toutes ces raisons il nous semble qu'une analyse nouvelle du problème est devenue indispensable. Nous nous proposons dans ce travail d'étudier l'influence de la non conservation du nombre de particules dans la théorie BCS traditionnelle, sur les probabilités de transitions électromagnétiques en particulier sur la base des fonctions d'onde BCS projetées, le facteur de réduction  $R_{SBCS}$  introduit par les corrélations d'appariement pour toute transition multipolaire.

### III. 2. FACTEURS DE REDUCTION.

On a vu au chapitre I que les corrélations d'appariement, dans la théorie BCS, se manifestent sur les probabilités de transition électromagnétiques par un facteur de réduction



multiplicatif  $R_{BCS}$ . En raison de la non conservation du nombre de particules  $R_{BCS}$  n'est pas un facteur de réduction correspondant à une transition donnée dans un noyau déterminé puisque la fonction d'onde BCS contient des composantes dues à d'autres noyaux. La présence des composantes non physiques dans les états BCS introduit des manifestations étrangères à la transition physique. On obtient une valeur intrinsèque du facteur de réduction en utilisant à la place des états BCS les états SBCS qui, eux, sont fonctions propres de l'opérateur nombre de particules (FE74, FE75a, FE75b).

L'élément de matrice de la transition électromagnétique d'un état initial  $|\nu_0\rangle$  à un état final  $|\mu_0\rangle$  du modèle à particules indépendantes est donné par :

$$\mathcal{B}_n(\nu_0, \mu_0) = \langle \psi_n(\nu_0) | a_{\nu_0} B a_{\mu_0}^+ | \psi_n(\mu_0) \rangle \quad (\text{III.1})$$

où B est l'opérateur de transition électromagnétique qui s'écrit dans la représentation quasi-particules :

$$B = \sum_{i,j=0}^2 B_{ij} \quad (\text{III.2})$$

$B_{ij}$  est la somme des composantes de B ayant i opérateurs de création et j opérateurs d'annihilation de quasi-particules. En

utilisant le développement (II.19) et la propriété (II.16) on voit que les composantes  $B_{00}$  et  $B_{20}$  ont une contribution nulle dans le calcul de l'élément de matrice (III.1). Cette remarque nous permet d'écrire :

$$B_n(\nu_0, \mu_0) = 2(n+1)C \left\{ \langle \psi_n(\nu_0) | a_{\nu_0} B_{11} a_{\mu_0}^+ | \psi(\mu_0) \rangle \right. \\ \left. + \langle \psi_n(\nu_0) | a_{\nu_0} B_{02} a_{\mu_0}^+ | \psi(\mu_0) \rangle \right\} + C.C. \quad (III.3)$$

Après avoir calculé chacun des deux éléments de matrice du second membre et éliminé la partie imaginaire, il vient (FE74)

$$B_n(\nu_0, \mu_0) = \frac{\sigma(\mu_0)}{\sigma(\nu_0)} B_{11}^{\nu_0 \mu_0} - \\ \sum_{k=0}^{n+1} \epsilon_k R_k(\mu_0) \left\{ 2\delta_{\nu_0}(\mu_0) \cos \psi_k(\mu_0) \sin^2 x_k + \right. \\ \left. \sin \psi_k(\mu_0) \sin(2x_k) \right\} \frac{\gamma_{\nu_0}(\mu_0)}{\rho_{\nu_0 k}^2(\mu_0)} B_{02}^{-\nu_0 \mu_0} \quad (III.4)$$

où les notations sont les mêmes que celles des équations (II.27)

et  $B_{11}^{-\nu_0 \mu_0}$ ,  $B_{02}^{-\nu_0 \mu_0}$  sont des éléments de matrice donnés par :

$$B_{11}^{\nu_0 \mu_0} = \left[ u_{\nu_0}(\mu_0) u_{\mu_0}(\nu_0) + (-)^T v_{\nu_0}(\mu_0) v_{\mu_0}(\nu_0) \right] \langle \nu_0 | B | \mu_0 \rangle \quad (\text{III.5a})$$

$$B_{02}^{-\nu_0 \mu_0} = \left[ v_{\nu_0}(\mu_0) u_{\mu_0}(\nu_0) - (-)^T u_{\nu_0}(\mu_0) v_{\mu_0}(\nu_0) \right] \langle \nu_0 | B | \mu_0 \rangle \quad (\text{III.5b})$$

où  $(-)^T = \pm 1$  selon que B est pair ou impair par renversement du sens du temps. L'élément de matrice de la transition s'écrit finalement :

$$\mathcal{B}_n(\nu_0, \mu_0) = r_n(\nu_0, \mu_0) \langle \nu_0 | B | \mu_0 \rangle$$

où  $r_n(\nu_0, \mu_0)$  est une intégrale provenant du recouvrement des fonctions d'onde SBCS représentant les états initial et final, et, est donnée par :

$$r_n(\nu_0, \mu_0) = \frac{\sigma(\mu_0)}{\sigma(\nu_0)} \left[ u_{\nu_0}(\mu_0) u_{\mu_0}(\nu_0) + (-)^T v_{\nu_0}(\mu_0) v_{\mu_0}(\nu_0) \right] -$$

$$\frac{1}{\sigma(\nu_0) \sigma(\mu_0)} \sum_{k=0}^{n+1} \epsilon_k R_k(\mu_0) \left\{ 2 \delta_{\nu}(\mu_0) \cos \psi_k(\mu_0) + \right.$$

$$\left. \sin \psi_k(\mu_0 \sin(2x_k)) \right\} \frac{\gamma_{\nu_0}(\mu_0)}{\rho_{\nu_0 k}^2(\mu_0)} \left[ v_{\mu_0}(\nu_0) u_{\mu_0}(\nu_0) - \right. \\ \left. (-)^T u_{\nu_0}(\mu_0) v_{\mu_0}(\nu_0) \right] \quad (III.6)$$

La conservation du nombre de particules se manifeste dans le calcul des probabilités de transitions électromagnétiques par un facteur de réduction multiplicatif donné par :

$$R_{SBCS}^{E/M} = \left[ r_n^{E/M}(\nu_0, \mu_0) \right]^2 \quad (III.7)$$

où l'exposant E caractérise les transitions électriques  $\left[ (-)^T = +1 \right]$  et M caractérise les transitions magnétiques  $\left[ (-)^T = -1 \right]$ .

### III.3. LE MODELE NUCLEAIRE.

Le modèle unifié de BOHR et MOTTELSON (B053) permet de tenir compte à la fois des aspects particules indépendantes et aspects collectifs des propriétés nucléaires. Ce modèle repose sur l'approximation adiabatique qui permet de justifier le découplage entre le mouvement des particules dans le noyau

et les mouvements collectifs de rotations et de vibrations. Le noyau est alors considéré comme un coeur déformé dont le mouvement est analogue à celui d'un corps rigide à symétrie ellipsoïdale en rotation autour de son centre d'inertie avec, à l'extérieur, un nucléon non apparié. Formellement l'hamiltonien nucléaire s'écrit :

$$H = H_{\text{Coll}} + H_{\text{int}} + H' \quad (\text{III.8})$$

où  $H_{\text{int}}$  décrit le mouvement intrinsèque des particules,  $H_{\text{coll}}$  décrit les mouvements collectifs de rotations et de vibrations du coeur et  $H'$  décrit les interactions entre les trois modes de mouvements : intrinsèque, rotationnel et vibrationnel (FA64, 65, 66).

Si l'on désigne par  $\hat{I}$  le moment angulaire total du noyau,  $\hat{j}$  celui du nucléon non apparié et  $\hat{R}$  le moment caractérisant la rotation globale du coeur ( $\hat{I} = \hat{R} + \hat{j}$ ), on a :

$$H_{\text{coll}} = \frac{\hbar^2}{2J} (\hat{I}_3^2 - I_3^2 - \hat{j}_3^2) + \frac{\hbar^2}{16Ba_2} \left[ (\hat{I}_3 - \hat{j}_3)^2 - 1 \right] - \frac{\hbar^2}{2B} \left[ \frac{\partial^2}{\partial a_0^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial a_2^2} \right] + \frac{1}{2} C_0 a_0^2 + C_2 a_2^2$$

où  $J = 3Bb_0^2$  est le moment d'inertie du noyau caractérisé par

la déformation  $\beta_0$ ,  $I_3$  et  $j_3$  sont les projections de  $\vec{I}$  et  $\vec{j}$  sur l'axe  $O_z$  du référentiel lié au noyau et  $C_0$ ,  $C_2$  sont les constantes décrivant les forces de rappel des vibrations  $\beta$  et  $\gamma$ . Ces vibrations ont pour coordonnées  $a_0$  et  $a_2$  et sont définies, dans le système intrinsèque, par un développement au second ordre en harmoniques sphériques de la surface nucléaire :

$$R = R_0 \left\{ 1 - (a_0^2 + 2a_2^2) + 4\pi + (\beta_0 + a_0) Y_{20}(\theta, \phi) + a_2 [Y_{22}(\theta, \phi) + Y_{2-2}(\theta, \phi)] \right\}$$

où  $R_0$  est donné avec une bonne approximation par  $R_0 = 1,24A^{1/3}$  fermis. En négligeant l'interaction rotation-vibration et la force centrifuge du nucléon non apparié,  $H'$  se réduit à la seule interaction de Coriolis :

$$H' = - \frac{\hbar^2}{2J} \left[ 1 + 3 \frac{a_0^2}{\beta_0} + 2 \frac{a_2^2}{\beta_0} \right] (I_+ j_- + I_- j_+) \quad (\text{III.9})$$

où  $I_{\pm} = I_x \pm iI_y$  et  $j_{\pm} = j_x \pm ij_y$ .

Nous admettrons également que le champ moyen déformé est décrit par l'hamiltonien de Nilsson (NI69) :

$$H^\pi = \frac{1}{2} \pi_{\omega_0}^\pi(\delta) \left[ -\nabla^2 + r^2 \right] - \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} \delta \pi_{\omega_0}^\pi(\delta) r^2 Y_{20} \\ - 2\kappa^\pi \pi_{\omega_0}^{\pi \vec{\ell} \vec{s}} - \mu^\pi \kappa^\pi \pi_{\omega_0}^{\pi \vec{\ell}^2} (\ell^2 - \langle \ell^2 \rangle_{\text{couche}}) \quad (\text{III.10})$$

Les distances radiales sont exprimées en unités  $\left[ \pi / m_{\omega_0}^{\pi} \right]^{1/2}$  et  $\pi$  indique la nature de la particule, neutron (n) et proton (p). Nous désignerons par  $|\nu N \Omega\rangle$  les fonctions propres de l'hamiltonien  $H^\pi$  dont les valeurs propres correspondantes sont données par :

$$E_{\nu}^{\pi N \Omega} = (N+3/2) \pi_{\omega_0}^{\pi}(\delta) + \kappa^\pi \pi_{\omega_0}^{\pi} \left[ r_{\nu}^{\pi N \Omega} - 1/2 \mu^\pi N(N+3) \right] \quad (\text{III.11})$$

l'indice  $\nu$  sert à distinguer les différents niveaux d'une même couche possédant les mêmes nombres quantiques  $N$  et  $\Omega$ . Les énergies (III.11) des orbitales d'une même couche  $\nu$ , ont été renormalisés par la quantité  $\kappa^\pi \mu^\pi \pi_{\omega_0}^{\pi} \langle \ell^2 \rangle_{\text{couche}} = 1/2 \kappa^\pi \mu^\pi \pi_{\omega_0}^{\pi} N(N+3)$  pour tenir compte de la distance des centres de gravité des couches successives. Les paramètres  $\kappa^\pi$  et  $\mu^\pi$  dépendent linéairement de la masse atomique du noyau (tableau III). Nous supposons également que le potentiel moyen dans lequel se meuvent les neutrons, diffère de celui dans lequel

se meuvent les protons en admettant que  $\hbar\omega_0^{on} \neq \hbar\omega_0^{op}$ . La valeur commune  $\hbar\omega_0^o = 41. A^{-1/3}$  MeV employée habituellement pour les deux types de particules, conduit à une valeur moyenne du carré du rayon plus petite pour les protons que pour les neutrons. L'énergie du quantum dépend linéairement de l'isospin et vaut respectivement pour les neutrons et les protons :

$$\hbar\omega_0^{on} = \hbar\omega_0^o \left[ 1 + \frac{1}{3} \frac{N-Z}{A} \right] \quad (\text{III.12a})$$

$$\hbar\omega_0^{op} = \hbar\omega_0^o \left[ 1 - \frac{1}{3} \frac{N-Z}{A} \right] \quad (\text{III.12b})$$

où  $\hbar\omega_0^o = 41. A^{-1/3}$  MeV. Nous supposons également que la constante d'appariement dépend linéairement de l'isospin :

$$G.A = g_0 \pm g_1 \frac{N-Z}{A} \quad (\text{III.12c})$$

où le signe + est valable pour les protons et le signe - pour les neutrons. Les constantes  $g_0$  et  $g_1$  donnant des valeurs du gap en énergie  $\Delta$  voisines des résultats expérimentaux pour les régions des terres rares que nous étudions, sont donnés par

$$g_0 = 19.2 \text{ MeV} \quad \text{et} \quad g_1 = 7.4 \text{ MeV}$$

Pour l'ensemble des noyaux que nous étudions, les paramètres



de déformation  $\delta$  employées sont celles de la référence L066 et les valeurs du moment d'inertie  $J$  sont prises de la référence BU71. Rappelons enfin la déformation  $\beta_0$  de BOHR est liée aux déformations  $\delta$  et  $\eta$  de NILSSON par :

$$\beta_0 = 1.05 \delta \left[ 1 + 0.51 \delta + 0(\delta^2) \right]$$

$$\eta = \frac{\delta}{\kappa} \left[ 1 - \frac{4}{3} \delta^2 - \frac{16}{27} \delta^3 \right]^{-1/6}$$

Comme notre but principal est l'étude de l'influence des fluctuations du nombre de particules sur les transitions électromagnétiques, nous ignorerons le couplage  $|\Delta N|=2$  entre états à une particules. Il est possible que cet effet soit notable sur les probabilités de transitions, plus particulièrement sur les transitions E2 des noyaux lourds de la région des terres rares aussi bien que des actinides (L070, AN72), mais il ne peut influencer les conclusions de notre étude (PI64). Nous négligerons également l'effet du couplage octupolaire. C'est un fait bien connu que la bande vibrationnelle octupolaire à basse énergie peut modifier les probabilités de transitions E1,  $\Delta k = 0$  à cause du mélange dQ à l'interaction particule-vibration (M066, FA66). Les probabilités de transitions E1,  $\Delta k = \pm 1$  sont très peu modifiées par les composantes octupolaires (M066).

En désignant par  $|uk\rangle$  et par  $E_u^{\pi k}$  les énergies propres correspondantes, les états propres normalisés et antisymétrisés de  $H_{int} + H_{col}$  peuvent s'écrire :

$$|I, kM, u\Omega, n_2 n_0\rangle = \left[ \frac{2I+1}{16\pi^2} \right]^{1/2} \left\{ D_{Mk}^I |uk\rangle + (-)^{I-k} D_{M-k}^I |u-k\rangle \right\} \left\{ ||k-\Omega|, n_2 n_0\rangle \right. \quad (III.13)$$

où  $||k-\Omega|, n_2 n_0\rangle$  est la fonction d'onde décrivant les vibrations  $\beta$  et  $\gamma$ . La symétrie axiale entraîne que  $k=\Omega$ . Nous supposerons aussi que les noyaux étudiés se trouvent dans l'état vibrationnel fondamental, soit que  $n_2 = n_0 = 0$ . Les valeurs propres associées aux fonctions propres (III.13), notés dans toute la suite  $|I, kM; u\rangle$  sont :

$$E_{Iu}^{\pi k} = E_u^{\pi k} + \frac{\pi^2}{2J} \left\{ I(I+1) - 2k^2 + \delta_{k, 1/2} a (-)^{I-1/2} (I - \frac{1}{2}) \right\} + \frac{1}{2} E_\beta + E_\gamma \quad (III.14)$$

où  $a$  est le paramètre de découplage habituel qui dépend de

l'état intrinsèque  $|uk\rangle$  et  $E_\beta$  et  $E_\gamma$  sont les énergies des vibrations  $\beta$  et  $\gamma$ .

L'interaction de Coriolis  $H'$  n'étant pas diagonale dans la base des états (III.13) nous écrivons la fonction d'onde décrivant le noyau comme une combinaison linéaire de ces états, soit :

$$|IM\rangle = \sum_{ku} |I, kM; u\rangle \langle ku | Ik\rangle \quad (\text{III.15})$$

ce qui a pour conséquence que  $k$  n'est plus un bon nombre quantique. Nous admettrons cependant que  $k$  reste approximativement une constante du mouvement et traitons  $H'$  comme terme perturbatif ; cette approximation est valable tant que le moment cinétique n'est pas trop grand. Les états propres  $|Ik\rangle$  de l'Hamiltonien total (III.8) sont alors :

$$|Ik\rangle = |I, kM; u\rangle + \sum_{k'=k\pm 1} |I, k'M; u\rangle \langle k'u | Ik\rangle \quad (\text{III.16a})$$

avec

$$\langle k'u | Ik\rangle = \frac{\langle I, k'M; u | H' | I, kM; u\rangle}{E_{Iu}^{k'} - E_{Iu}^k} \quad (\text{III.16b})$$

Les coefficients  $\langle k'u | Ik \rangle$  dépendent évidemment du choix de l'hamiltonien intrinsèque  $H_{int}$  donc des valeurs propres  $E_u^{\pi k}$  et fonctions propres correspondantes  $|uk\rangle$ . Plus précisément en désignant par  $\langle I, k'M; u | H' | I, kM; u \rangle_N$  les éléments de matrice de  $H'$  calculés avec les états (III.13) où les  $|uk\rangle$  sont les fonctions propres de NILSSON, nous avons (FA66) :

$$\langle k'u | Ik \rangle = \frac{\langle I, k'M; u | H' | I, kM; u \rangle_N}{E_{Iu}^{\pi k'} - E_{Iu}^{\pi k}} r(u, k', k) \quad (\text{III.17})$$

où

$$H_{RPC} = - \frac{\hbar^2}{2J} \left[ I_+ j_- + I_- j_+ \right]$$

Dans cette équation  $r(u, k', k)$  est l'intégrale de recouvrement des fonctions d'onde intrinsèques décrivant les états initial et final ; elle vaut 1 si  $|uk\rangle$  est un état de NILSSON,  $r_{BCS}^M$  si  $|uk\rangle$  est un état de BCS et  $r_{SBCS}^M$  si  $|uk\rangle$  est la composante de BCS correspondant à un nombre déterminé de particules (l'exposant  $M$  de l'intégrale de recouvrement indique que  $H_{RPC}$  est impair par renversement du temps).

### III.4. LES PROBABILITES DE TRANSITIONS ELECTROMAGNETIQUES.

La probabilité de transition  $\gamma$  d'un niveau initial  $|i\rangle$  d'énergie  $E_i$  à un niveau final  $|f\rangle$  d'énergie  $E_f$  est donnée par :

$$T(\lambda) = \frac{8\pi(\lambda+1)}{\lambda[(2\lambda+1)!!]} \frac{1}{\hbar} \left[ \frac{E_i - E_f}{\hbar c} \right]^{2\lambda+1} B(\lambda, i \rightarrow f) \quad (\text{III.18})$$

où  $B(\lambda, i \rightarrow f)$  est la probabilité de transition réduite et  $\lambda$  la multipolarité de la radiation  $\gamma$ . Dans le modèle décrit ci-dessus, les états  $|i\rangle$  et  $|f\rangle$  sont représentés par les fonctions d'onde (III.16) :

$$|i\rangle = |I_i k_i\rangle$$

$$|f\rangle = |I_f k_f\rangle$$

Après avoir exprimé l'opérateur de moment magnétique ou électrique multipolaire  $O_{\lambda\mu}$  dans le système intrinsèque lié au noyau et séparé les parties intrinsèque et collective, la probabilité de transition réduite s'écrit :

$$B(\lambda, I_i k_i \rightarrow I_f k_f) = \left[ B(\lambda, I_i k_i \rightarrow I_f k_f)_{\text{coll}} + B(\lambda, I_i k_i \rightarrow I_f k_f)_{\text{int}} \right]^2 \quad (\text{III.19})$$

Dans ce travail nous nous limiterons seulement à l'étude des transitions les plus usuelles :  $E_1$ ,  $E_2$  et  $M_1$ . Pour un noyau

possédant  $A$  nucléons dont  $Z$  protons, les opérateurs correspondants à ces transitions s'écrivent respectivement (NI55):

$$\mathcal{E}_{1\mu} = e_{ef}^{\pi} r Y_{1\mu}(\theta, \phi) \quad (\text{III.20a})$$

$$\mathcal{E}_{2\mu} = g_{ef}^{\pi} r^2 Y_{2\mu} + \frac{3}{4\pi} Z R_O \alpha_{2\mu} \quad (\text{III.20b})$$

$$M_{1\mu} = \frac{3}{4\pi} \left[ g_R \hat{I} + (g_S - g_K) \hat{S} + (g_K - g_R) \hat{J} \right] \quad (\text{III.20c})$$

où l'on a posé :

$$e_{ef}^n = - e Z/A \quad ; \quad e_{ef}^p = e \frac{A-Z}{A}$$

$$q_{ef}^n = e \frac{Z}{A^2} \quad ; \quad q_{ef}^p = e \left[ 1 + \frac{Z}{A^2} \right]$$

Dans l'expression (III.20c)  $g_K, g_S$  et  $g_R$  sont les rapports gyromagnétiques orbital, de spin et collectif respectivement. Pour le nucléon célibataire nous avons adopté dans nos calculs les valeurs suivantes :

$$g_K = 0 \quad ; \quad g_S = - 3.83 \quad \text{s'il est un neutron}$$

$$g_K = 5.59 \quad ; \quad g_S = 1,0 \quad \text{s'il est un proton.}$$

4.1. PROBABILITE DE TRANSITION DIPOLAIRE ELECTRIQUE E1.

La comparaison des prédictions théoriques du modèle de NILSSON aux résultats expérimentaux, a permis (VE62) de mettre en évidence deux sortes de transition E1 :

- a) La première classe est celle des transitions E2 avec  $\Delta k = |k_f - k_i| = 0$  qui sont en général en bon accord avec les calculs théoriques utilisant les fonctions d'onde de NILSSON
- b) La seconde classe est celle des transitions E1 avec  $\Delta k = |k_f - k_i| = 1$ . Pour cette dernière classe, les transitions déterminées expérimentalement sont ralenties par rapport aux valeurs théoriques (VE62, M066).

Nous aurons donc à distinguer dans nos calculs les taux relatifs au deux sortes de transition. L'effet du couplage de Coriolis étant nul pour les transitions E1,  $\Delta k = 0$ , on obtient:

$$B(E1, \Delta k = 0)_{int} = \langle I_f, k_f M_f; v_f | \mathcal{E}(1, k_f - k_i) | I_i, k_i M_i; v_i \rangle \quad (III.21)$$

et à l'aide des états (III.16) permettant de tenir compte de l'interaction de Coriolis :

$$B(E1, |\Delta k| = 1)_{int} = \langle I_f, k_f M_f; v_f | \mathcal{E}(1, k_f - k_i) | I_i, k_i M_i; v_i \rangle + \sum_k \langle I_f, k_f M_f; v_f | \mathcal{E}(1, k_f - k) | I_i, k M_i; v_i \rangle \langle k v_i | I_i, k_i \rangle$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{k'} \langle k' u_f | I_f k_f \rangle \langle I_f, k' M_f; u_f | \mathcal{E}(1, k' - k_i) | I_i, k_i M_i; u_i \rangle + \\
 & \sum_{kk'} \langle k' u_f | I_f k_f \rangle \langle I_f, k' M_f; u_f | \mathcal{E}(1, k' - k) | I_i, k M_i; u_i \rangle \langle k u_i | I_i k_i \rangle \quad (\text{III.22})
 \end{aligned}$$

avec  $k = k_i \pm 1$  ;  $k' = k_f \pm 1$

Les éléments de matrice de l'opérateur  $\mathcal{E}(1, \mu)$  exprimé dans le référentiel lié au noyau sont donnés par :

$$\begin{aligned}
 \langle I', k' M'; u' | \mathcal{E}(1, \mu) | I; k M; u \rangle &= | I k, \rangle \langle u' k' | \mathcal{E}(1, k' - k) | u k \rangle \\
 &+ (-)^{I+k} \langle I k, 1 k' + k | I' k' \rangle \langle I' k' | \mathcal{E}(1, k' + k) | u k \rangle
 \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

Dans cette expression, l'élément de matrice  $\langle u' k' | \mathcal{E}(1, \mu) | u k \rangle$  dépend du choix des fonctions d'onde intrinsèques des états initial et final. Si on désigne par  $\langle u' k' | \mathcal{E}(1, \mu) | u k \rangle_N$  cet élément de matrice calculé avec les fonctions d'onde de NILSSON, alors les éléments de matrice calculés avec les fonctions d'onde BCS et SBCS sont donnés respectivement par :

$$\langle u' k' | \mathcal{E}(1, \mu) | u k \rangle_{\text{BCS}} = \langle u' k' | \mathcal{E}(1, \mu) | u k \rangle_N r_{\text{BCS}}^E \quad (\text{III.24a})$$

$$\langle u' k' | \mathcal{E}(1, \mu) | u k \rangle_{\text{SBCS}} = \langle u' k' | \mathcal{E}(1, \mu) | u k \rangle_N r_{\text{SBCS}}^E \quad (\text{III.24b})$$



l'intégrale de recouvrement ( $r_{BCS}^E$  et  $r_{SBCS}^E$ ) correspondant à des opérateurs à un corps invariants par renversement du sens du temps (transitions de type électrique). Dans l'expression (III.19) la contribution collective  $B(E1)_{coll}$  étant nulle ; la probabilité de transition E1 devient :

$$T(E1) = \frac{16\pi}{9\pi} \frac{1}{\hbar} \left[ \frac{E_f - E_i}{\hbar c} \right]^3 |B(E1)_{int}|^2 \quad (III.25)$$

#### 4.2. PROBABILITE DE TRANSITION QUADRUPOLAIRE ELECTRIQUE E2.

La probabilité de transition quadrupolaire P(E2) est :

$$P(E2) = \frac{4\pi}{75} \frac{1}{\hbar} \left[ \frac{E_f - E_i}{\hbar c} \right]^5 B(E2) \quad (III.26)$$

La contribution collective s'obtient à partir de l'expression (III.20b) de  $\mathcal{G}(2, \nu)$ . Elle s'écrit :

$$B(E2, I_i k_i \rightarrow I_f k_f)_{coll} =$$

$$Q_0 \sqrt{\frac{5}{16\pi}} \frac{1}{kk'} \langle i \nu_i | I_i k_i \rangle \langle I_i 2k_i' 0 | I_f k_f \rangle \langle k' \nu_f | I_f \nu_f \rangle \quad (III.27)$$

où

$$k' = k_f, k_f \pm 1; k = k_i, k_i \pm 1 \text{ et } Q_0 = \sqrt{\frac{3}{5\pi}} Z R^2 B_0 (1 + 0.16R)$$

La contribution de la partie intrinsèque de  $\xi(2,\nu)$  exprimée également dans le référentiel lié au noyau, est donnée par des expressions analogues aux expressions (III.21) et (III.22) pour les transitions E2 avec  $|\Delta k|=0$  d'une part et d'autre part pour les transitions E2 avec  $|\Delta k|=1$  et  $|\Delta k|=2$ . Pour cette dernière classe de transitions l'effet de Coriolis est également présent bien qu'il soit négligeable au premier ordre. Les éléments de matrice intrinsèques de  $\xi(2,\nu)$  calculés avec les fonctions d'onde BCS et SBCS vérifient des équations similaires aux équations (III.24).

#### 4.3.) PROBABILITE DE TRANSITION DIPOLAIRE MAGNETIQUE M1.

La probabilité de transition M1 :

$$P(M1) = \frac{16\pi}{9\pi} \left[ \frac{E_f - E_i}{\hbar c} \right]^3 B(M1)$$

n'a pas de composante collective. La probabilité de transition réduite B(M1), d'origine intrinsèque seulement, est donnée par :

$$B(M1) = |\langle I_f, k_f M_f; \nu_f | M(1, k_f - k_i) | I_i, k_i M_i; \nu_i \rangle|^2$$

Les éléments de matrice de l'opérateur  $M(1,\nu)$ , dans le référen-

ciel lié au noyau, sont donnés par une équation similaire à l'équation (III.23). Les différents types d'éléments de matrices intrinsèques considérés, sont liés par les relations :

$$\langle u'k' | M(1, \mu) | uk \rangle_{BCS} = \langle u'k' | M(1, \mu) | uk \rangle_N r_{BCS}^M$$

$$\langle u'k' | M(1, \mu) | uk \rangle_{SBCS} = \langle u'k' | M(1, \mu) | uk \rangle_N r_{SBCS}^M$$

les amplitudes de réduction  $r_{BCS}^M$  et  $r_{SBCS}^M$  étant maintenant de type magnétique.

Lorsque la transition s'effectue entre états d'une même bande rotationnelle, la probabilité de transition réduite se simplifie en :

$$B(M1, I_i k \rightarrow I_f k) = \frac{3}{4\pi} k^2 |\langle I_i 1 k 0 | I_f k \rangle|^2 (g_k - g_R)^2$$

### III.5. RESULTATS NUMERIQUES.

Une étude numérique de la convergence des suites des facteurs d'appariement  $r_n$  et  $R_n$  donnés par les équations (III.6) et (III.7) en fonction du degré d'extraction  $n$  des composantes non physiques, met en lumière l'importance de la projection sur les états propres de l'opérateur nombre de particules. Le tableau IV montre l'évolution en fonction de l'en-

tier  $n$  ( $n$  variant de 0 à 7) des facteurs de réduction électrique  $R_n^E$  et magnétique  $R_n^M$  pour huit transitions  $E1, |\Delta k| = 1$  dont quatre sont des transitions proton et quatre des transitions neutron. Le tableau V illustre le comportement du recouvrement des fonctions d'onde projetées SBCS. Les deux symétries possibles par renversement du sens du temps ont été envisagées pour six transitions  $E2$  et  $M1$  dont trois sont de type neutron et trois de type proton. Pour les transitions  $E1, |\Delta k| = 0$ , les seuls facteurs de réduction intervenant dans le calcul des probabilités de transition étant de type électrique, nous avons porté dans le tableau VI les valeurs de  $R_n^E$  ( $n=0,7$ ) pour l'ensemble des transitions étudiées. Nous pouvons noter, dans la majorité des cas présentés dans ces trois tableaux, que les deux types de facteurs de réduction et plus spécialement le facteur de type électrique  $R_n^E$ , diffèrent considérablement selon qu'ils sont calculés dans l'approximation BCS ou SBCS. On remarque également l'importance de la projection et la rapidité de la convergence des suites  $R_n^{E/M}$  : la projection est pratiquement exacte pour  $n$  compris entre 3 et 5. Nous notons en passant que  $R_{n=0}^{E/M}$  est toujours très voisin de  $R_{BCS}^{E/M}$ . L'évolution des facteurs d'appariement de type électrique et magnétique a été étudiée numériquement en fonction des deux paramètres du modèle, la constante d'appariement  $G$  et la déformation nucléaire. On a trouvé que le facteur de réduction peut varier dans des proportions considérables en fonction de ces deux

paramètres. La figure 1 montre la grande sensibilité de  $R_{BCS}^E$  et  $R_{SBCS}^E$  à  $G$  et  $\delta$  pour une transition E1-neutron dans le noyau  $^{169}_{70}\text{Tb}_{99}$  et une transition E1-proton dans le noyau  $^{157}_{65}\text{Tb}_{92}$ . Pour les transitions E2 et M1, nous avons également étudié dans les figures 2 et 3 l'évolution des facteurs de réduction  $R_{BCS}^{E/M}$  et  $R_{SBCS}^{E/M}$  en fonction des paramètres  $G$  et  $n$  pour une transition proton dans le noyau  $^{155}_{63}\text{Eu}_{92}$  et une transition neutron dans le noyau  $^{161}_{66}\text{Dy}_{95}$  respectivement. Les différences considérables qui existent entre  $R_{BCS}$  et  $R_{SBCS}$  sauf pour certaines zones bien localisées de la déformation, montrent à l'évidence la nécessité d'éliminer les composantes non physiques dans la fonction d'onde BCS. Ces différences sont particulièrement importantes pour les facteurs d'appariement de type magnétique, où, contrairement à  $R_{BCS}^M$ , le facteur projeté  $R_{SBCS}^M$  peut s'éloigner notablement de l'unité. On remarque finalement que les figures (1a), (1b), (2d), (3b) et (3d) dénotent un comportement exponentiel de  $R_{SBCS}^{E/M}$  en fonction de  $G$  dès que  $G.A > 2.2$  et les figures (1b), (1d), (2a), (2c), (3a) et (3c) montrent que le facteur de réduction, tracé en fonction de la déformation  $\delta$ , a une forme approximativement gaussienne au voisinage de la déformation d'équilibre.

a) Les transitions E1 avec  $\Delta k=0$ .

-----

Les demi-durées de vie théoriques ont été calculées (FE73b) à l'aide de la relation  $T = \text{Log } 2/P$  (où P est la probabilité de transition théorique donnée par III.25) et comparées aux demi-durées de vie expérimentales  $T_{1/2}(\text{exp})$  données par la référence L066 par l'intermédiaire des facteurs de retardement définis par :

$$F_N = \frac{T_{1/2}(\text{exp})}{T_N}, \quad F_{\text{BCS}} = \frac{T_{1/2}(\text{exp})}{T_{\text{BCS}}} \quad \text{et} \quad F_{\text{SBCS}} = \frac{T_{1/2}(\text{exp})}{T_{\text{SBCS}}}$$

où  $T_N$ ,  $T_{\text{BCS}}$  et  $T_{\text{SBCS}}$  sont les demi-durées de vie théoriques calculées avec les fonctions d'onde de NILSSON, BCS et SBCS respectivement. Les transitions que nous avons étudiées ainsi que les résultats des calculs sont rassemblés dans le tableau VII. Dans le calcul des facteurs de retardement nous avons supposé que les noyaux avaient une déformation permanente dans leurs différents états (colonne 4). Les colonnes 2 et 4 indiquent les états entre lesquels la transition a lieu, dans la notation asymptotique usuelle  $Ik^{\pi}(NnzA)$ , et l'énergie de la transition (en keV) respectivement. La plupart des facteurs  $F_N$  (colonne 5) calculés avec la nouvelle paramétrisation du modèle de NILSSON sont beaucoup plus proches de l'unité que

les facteurs calculés avec les fonctions d'onde BCS et SBCS. Se fait n'est pas surprenant puisque plusieurs auteurs (PI66, GA65, VE65) ont déjà montré que le bon accord, entre l'expérience et les résultats théoriques obtenus dans le cadre du modèle de NILSSON, est détruit lorsqu'on inclut, dans l'étude des transitions dipolaires  $E1, \Delta k=0$ , les effets des corrélations d'appariement. L'accord n'est rétablit que si l'on tient compte des excitations collectives octupolaires du noyau. L'interaction du nucléon dont résulte la transition avec ces excitations collectives est en général petite mais peut influencer profondément les facteurs de retardements (M066). Mais cela n'est pas notre but étant donné que nous étudions les effets provoqués par la dispersion du nombre de particules dans la théorie de BCS.

L'examen des résultats contenus dans les colonnes 9 et 10 montrent nettement la nécessité de l'élimination des composantes non physiques contenues dans les fonctions d'onde BCS. Pour les quatre premières réduction du tableau VII,  $R_{SBCS}^E$  est pratiquement dix fois plus grand que  $R_{BCS}^E$ . Dans les autres transitions, le facteur de transition projeté  $R_{SBCS}^E$  est pratiquement le double du facteur  $R_{BCS}^E$ , à l'exception des trois transitions  $\frac{7}{2} \frac{7}{2}^- (523) \rightarrow \frac{7}{2} \frac{7}{2}^+ (404)$  dans  ${}^{169}_{98}\text{Tm}_{71}$ ,

$\frac{5}{2} \frac{5^+}{2} (642) \rightarrow \frac{5}{2} \frac{5^-}{2} (523)$  dans  ${}^{165}_{97}\text{Er}_{68}$  et  $\frac{7}{2} \frac{7^-}{2} (514) \rightarrow \frac{7}{2} \frac{7^+}{2} (404)$   
 dans  ${}^{169}_{98}\text{Tm}_{71}$ ,  $\frac{5}{2} \frac{5^+}{2} (642) \rightarrow \frac{5}{2} \frac{5^-}{2} (523)$  dans  ${}^{165}_{97}\text{Er}_{68}$  et  
 $\frac{7}{2} \frac{7^-}{2} (514) \rightarrow \frac{7}{2} \frac{7^+}{2} (633)$  dans  ${}^{173}_{103}\text{Yb}_{70}$  pour les quelles  $R_{\text{BCS}}^E$  et  
 $R_{\text{SBCS}}^E$  sont du même ordre de grandeur.

b) LES TRANSITIONS E1 avec  $|\Delta k|=1$ .

Les demi-durées de vie, calculées avec les fonctions d'onde de NILSSON ( $T_N$ ), BCS ( $T_{\text{BCS}}$ ) et SBCS ( $T_{\text{SBCS}}$ ) avec ou sans interaction de Coriolis (FE74a) sont rassemblées dans le tableau VIII et comparées aux valeurs expérimentales de la référence L066. Si l'on tient compte des corrélations d'appariement, le carré de chaque élément de matrice de Coriolis est multiplié par  $R_{\text{BCS}}^M$  ou  $R_{\text{SBCS}}^M$  selon que cet élément de matrice est calculé dans l'approximation BCS ou SBCS étant donné que l'interaction  $H'$  (Eq. III.9) est impaire par renversement du sens du temps. Pour l'ensemble des transitions étudiées, le facteur de réduction  $R_{\text{BCS}}^M$  est voisin de l'unité et par conséquent ne modifie pratiquement pas les éléments de matrice de Coriolis intervenant dans le calcul des demi-durées de vie  $T_{\text{BCS}}$ . D'autre part, le facteur  $R_{\text{SBCS}}^M$  s'éloigne généralement de l'unité et rend donc les demi-durées  $T_{\text{SBCS}}$  plus sensibles aux éléments de matrice de Coriolis calculés avec les fonctions d'onde projetées. Les plus petites valeurs



de  $R_{SBCS}^M$  rencontrées dans cette étude, ont été obtenues pour les cinq transitions :

$$\frac{5}{2} \frac{3^+}{2} (411) \rightarrow \frac{5}{2} \frac{5^-}{2} (532) \text{ dans } {}^{153}_{63}\text{Eu}_{90} ; \frac{7}{2} \frac{7^-}{2} (523) \rightarrow \frac{5}{2} \frac{5^-}{2} (411)$$

$$\text{dans } {}^{161}_{65}\text{Tb}_{96} ; \frac{9}{2} \frac{9^-}{2} (514) \rightarrow \frac{7}{2} \frac{7^+}{2} (404) \text{ dans } {}^{177}_{71}\text{Lu}_{106} \text{ et}$$

$$\frac{5}{2} \frac{5^-}{2} (512) \rightarrow \frac{7}{2} \frac{7^+}{2} (633) \text{ dans } {}^{169}_{70}\text{Yb}_{99} \text{ et } {}^{171}_{70}\text{Yb}_{101}, \text{ pour les-}$$

quels les valeurs de  $R_{SBCS}^M$  sont, respectivement, 0.7, 0.49, 0.34 et 0.067 et les valeurs correspondantes de  $R_{BCS}^M$  sont 0.94, 0.90, 0.96, 0.90 et 0.74. Le tableau VIII montre également que, dans la majorité des cas, les demi-durées de vie calculées en imposant la conservation du nombre de particules, sont nettement plus proche des valeurs expérimentales que celles calculées avec la théorie BCS. Pour les transitions E1 avec  $|\Delta k|=1$  s'effectuant entre états intrinsèques, l'accord relativement bon avec l'expérience, tend également à se détruire quand on tient compte des corrélations d'appariement. Il semble à première vue que ce désaccord est partiellement dû aux effets non physiques induits par la non conservation du nombre de particules.

Les facteurs d'interdiction  $F_N$ ,  $F_{BCS}$  et  $F_{SBCS}$

calculés avec ou sans l'effet de couplage de Coriolis sont comparés aux facteurs  $F_N$  de LÖBNER et MALMSKOG (L066) dans le tableau IX pour 10 transitions neutron et quatre transitions proton. Les résultats sont assez significatifs pour ne pas nécessiter de commentaire. Les transitions s'effectuant d'un état initial intrinsèque aux différents états d'une même bande rotationnelle ( $I_i = k_i$ ,  $I_f = k_f + 1$  ou  $k_f + 2$ ) sont moins retardées que les prédictions théoriques et sont en bon accord avec l'expérience. Les facteurs de retardement correspondant sont tous compris entre 0.1 et 10 à l'exception de la transition de l'état intrinsèque  $\frac{5}{2} \frac{5^-}{2}$  (532) aux états  $\frac{5}{2} \frac{3^-}{2}$  (411) et  $\frac{7}{2} \frac{3^-}{2}$  (411) dans le noyau  $^{159}_{65}\text{Tb}_{94}$ .

L'évolution des facteurs de retardement  $F_{BCS}$  et  $F_{SBCS}$ , avec ou sans l'effet de couplage de Coriolis, en fonction du nombre de masse des noyaux étudiés, est illustrée par la figure 4. Cette figure montre, qu'en moyenne, l'approximation SBCS ajuste mieux les résultats expérimentaux que l'approximation BCS à l'exception du noyau  $^{173}_{103}\text{Yb}_{70}$ .

### 5.3. LES PROBABILITES DES TRANSITIONS QUADRUPOLAIRES ELECTRIQUES.

Les effets non physiques dus à la non conservation du nombre de particules dans la théorie BCS, ont été étudiés récemment (FE75a) pour plusieurs transitions quadrupolaires

électriques dans les terres rares. Ces transitions ainsi que leurs caractéristiques expérimentales (énergie de la transition, demi-durée de vie expérimentale, ..., etc, ...) sont rassemblées dans les six premières colonnes des tableaux Xa et Xb. Dans ces tableaux, la numérotation de la première colonne sert à repérer les mêmes transitions pour les tableaux Xc et Xd. En ne considérant que la partie intrinsèque de l'opérateur quadrupolaire E2, toutes les demi-durées de vie théoriques (des trois dernières colonnes des tableaux Xa et Xb) calculées avec les fonctions d'onde de NILSSON ( $T_N$ ), BCS ( $T_{BCS}$ ) sont fort éloignées des valeurs expérimentales  $T_{1/2}(\text{exp})$ . Ce fait souligne le rôle important joué par la partie collective.

lorsque l'interaction de Coriolis est prise en considération (tableaux Xc et Xd), les demi-durées de vie théoriques, obtenues par les trois modèles, sont comparables et proches des valeurs expérimentales. Lorsqu'on tient compte en plus des vibrations  $\beta$  et  $\gamma$  les résultats sont peu changés d'une manière générale à l'exception des trois transitions :  $\frac{5}{2} \frac{5}{2}^+$  (402)  $\rightarrow \frac{9}{2} \frac{7}{2}^+$  (405) dans le  $^{181}_{73}\text{Ta}_{108}$  ;  $\frac{5}{2} \frac{5}{2}^+$  (642)  $\rightarrow \frac{3}{2} \frac{3}{2}^+$  (651) dans le  $^{155}_{64}\text{Gd}_{91}$  et  $\frac{5}{2} \frac{5}{2}^-$  (512)  $\rightarrow \frac{1}{2} \frac{1}{2}^-$  (521) dans le  $^{171}_{70}\text{Yb}_{101}$ . L'amélioration de nos résultats par rapport à ceux de la référence FA66 est partiellement due à la nouvelle paramétrisation et à la dépendance du modèle de NILSSON, et, plus fondamentalement à

la conservation du nombre de particules imposée à nos fonctions d'onde intrinsèques. Si FAESSLER (FA66) a pu négliger l'influence du facteur de recouvrement  $r_{BCS}^M$  sur les éléments de matrice de Coriolis, du fait qu'il est toujours voisin de l'unité, il n'en est plus de même dans le formalisme SBCS où les facteurs  $r_{SBCS}^M$  sont loin d'avoir un effet négligeable (cf. figures 3 et 4). Pour les transitions E2,  $\Delta k=0$ , s'effectuant entre états d'une même bande rotationnelle, les effets des corrélations, de l'interaction de Coriolis et les effets vibrationnels sont évidemment nuls. Pour les transitions E2,  $\Delta k=2$ , l'interaction de Coriolis et les effets des vibrations  $\beta$  et  $\gamma$  sont négligeables ; leur contribution étant du second ordre seulement. Un calcul exact nous conduit à des résultats voisins de ceux de LÖBNER et MALMSKOG (L066) pour les quatre transitions E2,  $\Delta k=2$  des noyaux  ${}_{70}^{169}\text{Yb}_{99}$  et  ${}_{70}^{171}\text{Yb}_{101}$ . Dans l'ensemble, les tableaux Xa, b, c, d montrent que les composantes collectives sont plus importantes que les divers types de corrélations d'appariement.

#### 5.4. LES PROBABILITES DES TRANSITIONS DIPOLAIRES MAGNETIQUES.

Les probabilités de transitions dipolaires magnétiques d'une douzaine de noyaux, calculées avec et sans couplage de Coriolis, ont été rassemblées dans les tableaux XIa,b,c,d.

il semble que le bon accord général avec l'expérience soit dû davantage au modèle de NILSSON utilisé qu'aux corrélations d'appariement ou même au couplage de Coriolis. Il est manifeste cependant que les effets non physiques dus à la non conservation stricte du nombre de nucléons, existent dans les transitions étudiées (FE74b, FE75b) et il nous **semble** que dans un calcul précis, il faille en tenir compte. La méthode de projection discrète que nous avons proposée nous semble convenir parfaitement.

LEGENDE DES TABLEAUX  
=====

TABLEAU III. Dépendance linéaire en fonction de la masse atomique  $A$  du noyau des paramètres  $\kappa^{\pi}$  et  $\mu^{\pi}$  du modèle de NILSSON.

TABLEAU IV. Transitions  $E1, |\Delta K|=1$ . Evolution du facteur de réduction de types électriques (E) et magnétique (M) en fonction du degré d'extraction  $n$  des composantes non physiques des fonctions d'onde BCS et BCS projetées.

TABLEAU V. Transitions  $E1, |\Delta K|=0$ . Evolution du facteur de réduction de type (E) en fonction du degré  $n$  d'extraction des composantes non physiques des fonctions SBCS.

TABLEAU VI. Transitions  $E2$  et  $M1$ . Evolution des intégrales de recouvrement de types électriques (E) et magnétique (M) en fonction du degré  $n$  d'extraction des composantes non physiques des fonctions SBCS.

TABLEAU VII. Transitions  $E1, |\Delta K|=0$ . Facteurs de retardement de quelques transitions  $E1, |\Delta K|=0$  calculés avec les fonctions d'onde de NILSSON ( $F_N$ ), BCS ( $F_{BCS}$ ), et SBCS ( $F_{SBCS}$ ).

TABLEAU VIII. Transitions  $E1, |\Delta K|=1$ . Facteurs de réduction de types électrique ( $R^E$ ) ou magnétique ( $R^M$ ) calculés avec les BCS ( $R_{BCS}$ ) et SBCS ( $R_{SBCS}$ ). Les demi-durées de vie théoriques ( $T_N, T_{BCS}, T_{SBCS}$ ) calculées avec ou

sans Coriolis sont comparées aux demi-durées de vie expérimentales  $T_{\frac{1}{2}}(\text{exp})$  .

Les états sont repérés par les nombres quantiques asymptotiques  $IK^{\pi}(Nn_z\Lambda)$  .

TABLEAU IX. Transitions E1,  $|\Delta K|=1$ . Les facteurs de retardement calculés avec les fonctions d'onde de NILSSON ( $F_N$ ), BCS ( $F_{\text{BCS}}$ ) et SBCS ( $F_{\text{SBCS}}$ ) avec ou sans couplage de Coriolis sont comparés aux facteurs de retardement donnés par LÖBNER et MALMSKOG (LÖ66)

TABLEAU X. Transitions E2. Les demi-durées de vie calculées avec les fonctions d'onde BCS et SBCS avec ou sans effets de Coriolis ou vibrationnels, sont comparées aux résultats expérimentaux.

TABLEAU XI. Transitions M1. Comparaison avec l'expérience des demi-durées de vie calculées avec les fonctions d'onde de NILSSON, BCS ou SBCS avec ou sans couplage de Coriolis (voir texte).

TABLEAU III

	NEUTRONS	PROTONS
X	$0.0641 - 0.0026 \frac{A}{1000}$	$0.0779 - 0.0779 \frac{A}{1000}$
Y	$0.624 - 1.234 \frac{A}{1000}$	$0.493 - 0.649 \frac{A}{1000}$





**TABLEAU V**

NOYAU	ETATS		$\sum$ RSBCS								$\sum$ R <sub>BCS</sub>
	INITIAL	FINAL	n=0	1	2	3	4	5	6	7	
$^{153}_{63}\text{Bu}_{90}$	$\frac{5}{2} \bar{5}(532) \longrightarrow$	$\frac{5}{2} \bar{5}^+(413)$	0.041	0.330	0.373	0.378	0.381	0.383	0.384	0.384	0.041
$^{161}_{65}\text{Tb}_{96}$	$\frac{5}{2} \bar{5}^-(532) \longrightarrow$	$\frac{5}{2} \bar{5}^+(413)$	0.439	0.463	0.469	0.468	0.467	0.467	0.467	0.467	0.435
$^{169}_{69}\text{Tm}_{100}$	$\frac{7}{2} \bar{7}^-(523) \longrightarrow$	$\frac{7}{2} \bar{7}^+(404)$	0.040	0.027	0.051	0.052	0.053	0.054	0.054	0.054	0.038
$^{155}_{64}\text{Gd}_{91}$	$\frac{3}{2} \bar{3}^+(651) \longrightarrow$	$\frac{3}{2} \bar{3}^-(521)$	0.375	0.703	0.747	0.749	0.751	0.752	0.752	0.752	0.354
$^{161}_{66}\text{Dy}_{95}$	$\frac{5}{2} \bar{5}^-(523) \longrightarrow$	$\frac{7}{2} \bar{7}^+(642)$	0.637	0.930	0.936	0.937	0.938	0.939	0.939	0.939	0.495
$^{165}_{68}\text{Er}_{97}$	$\frac{5}{2} \bar{5}^+(642) \longrightarrow$	$\frac{5}{2} \bar{5}^-(523)$	0.761	0.644	0.633	0.630	0.628	0.627	0.627	0.627	0.756



TABLEAU VII

NOYAU	INITIAL	ETATS FINAL	$\eta$	Energie de la transition	$T_{1/2}(\text{exp})$	$F_N$	$F_{BCS}$	$F_{SBCS}$	$F_{RCS}$	$F_{RSBCS}$
$^{153}_{68}\text{Eu}_{90}$	$5 \frac{5^-}{2} (532) \longrightarrow$	$5 \frac{5^+}{2} (413)$	4.8	97.43	$2.0 \times 10^{-10}$	0.057	0.002	0.022	0.041	0.384
$^{153}_{63}\text{Eu}_{90}$	$5 \frac{5^-}{2} (532) \longrightarrow$	$3 \frac{5^+}{2} (413)$	4.8	14.03	$2.7 \times 10^{-7}$	0.091	0.004	0.035	0.042	0.384
$^{155}_{63}\text{Eu}_{92}$	$5 \frac{5^-}{2} (532) \longrightarrow$	$3 \frac{5^+}{2} (413)$	4.9	104.35	$2.6 \times 10^{-10}$	0.094	0.004	0.036	0.042	0.385
$^{155}_{63}\text{Eu}_{92}$	$5 \frac{5^-}{2} (532) \longrightarrow$	$7 \frac{5^+}{2} (413)$	4.9	30.0	$2.4 \times 10^{-8}$	0.082	0.003	0.032	0.042	0.385
$^{161}_{65}\text{Tb}_{96}$	$5 \frac{5^-}{2} (532) \longrightarrow$	$5 \frac{5^+}{2} (413)$	5.0	165.3	$6.6 \times 10^{-10}$	0.987	0.434	0.461	0.436	0.467
$^{169}_{69}\text{Tm}_{100}$	$7 \frac{7^-}{2} (532) \longrightarrow$	$7 \frac{7^+}{2} (404)$	4.5	63.1	$9.6 \times 10^{-8}$	1.820	0.073	0.100	0.038	0.054
$^{167}_{68}\text{Tm}_{98}$	$7 \frac{7^-}{2} (523) \longrightarrow$	$7 \frac{7^+}{2} (404)$	4.6	113.3	$1.4 \times 10^{-6}$	149.9	7.64	5.42	0.048	0.036
$^{155}_{64}\text{Gd}_{91}$	$3 \frac{3^+}{2} (651) \longrightarrow$	$3 \frac{3^-}{2} (521)$	6.2	86.54	$1.0 \times 10^{-8}$	1.00	0.376	0.754	0.354	0.752
$^{155}_{64}\text{Gd}_{91}$	$3 \frac{3^+}{2} (651) \longrightarrow$	$5 \frac{3^-}{2} (521)$	6.2	26.5	$1.3 \times 10^{-6}$	2.49	0.938	1.880	0.354	0.752
$^{161}_{66}\text{Dy}_{95}$	$5 \frac{5^-}{2} (523) \longrightarrow$	$5 \frac{5^+}{2} (642)$	6.0	25.7	$9.0 \times 10^{-8}$	0.240	0.153	0.213	0.495	0.895
$^{165}_{67}\text{Er}_{68}$	$5 \frac{5^+}{2} (642) \longrightarrow$	$5 \frac{5^+}{2} (523)$	5.9	47.15	$4.8 \times 10^{-9}$	0.080	0.061	0.050	0.756	0.626
$^{173}_{103}\text{Yb}_{70}$	$7 \frac{7^-}{2} (514) \longrightarrow$	$7 \frac{7^+}{2} (633)$	5.6	60.2	$6.3 \times 10^{-10}$	0.906	0.015	0.007	0.009	0.007

TABLEAU VIIIa

	NOYAU	$\delta$	ETATS		Energie de la transition (KeV)	$T_{1/2}(\text{exp})$	$R_{BCS}^E$	$R_{BCS}^M$	$R_{SBCS}^E$	$R_{SBCS}^M$
			INITIAL	FINAL						
1	$^{153}_{63}\text{Eu}_{90}$	0.30	$5 \frac{3^+}{2} (411)$	$\rightarrow \frac{5}{2} \frac{5^-}{2} (532)$	75.4	$3.3 \times 10^{-8}$	$5.8 \times 10^{-4}$	0.8900	0.1182	0.7019
2	$^{153}_{63}\text{Eu}_{92}$	0.30	$3 \frac{3^+}{2} (411)$	$\rightarrow \frac{5}{2} \frac{5^-}{2} (532)$	141	$5.3 \times 10^{-9}$	$1.8 \times 10^{-4}$	0.8755	0.1177	0.6933
3	$^{159}_{65}\text{Tb}_{94}$	0.31	$5 \frac{5^-}{2} (532)$	$\rightarrow \frac{3}{2} \frac{3^+}{2} (411)$	363	$1.7 \times 10^{-10}$	0.2807	0.8834	0.4580	0.8227
4	$^{159}_{65}\text{Tb}_{94}$	0.31	$5 \frac{5^-}{2} (532)$	$\rightarrow \frac{5}{2} \frac{3^+}{2} (411)$	305	$2.4 \times 10^{-8}$	0.2807	0.8834	0.4580	0.8227
5	$^{159}_{65}\text{Tb}_{94}$	0.31	$5 \frac{5^-}{2} (532)$	$\rightarrow \frac{7}{2} \frac{3^+}{2} (411)$	225	$7.6 \times 10^{-9}$	0.2807	0.8834	0.4580	0.8227
6	$^{161}_{65}\text{Tb}_{96}$	0.31	$7 \frac{7^-}{2} (523)$	$\rightarrow \frac{5}{2} \frac{5^+}{2} (411)$	102.4	$6.9 \times 10^{-9}$	0.0221	0.7953	0.0480	0.4932
7	$^{161}_{65}\text{Tb}_{96}$	0.31	$5 \frac{5^-}{2} (532)$	$\rightarrow \frac{3}{2} \frac{3^+}{2} (411)$	482	$3.0 \times 10^{-10}$	0.2820	0.8849	0.4598	0.8232
8	$^{175}_{71}\text{Lu}_{104}$	0.28	$9 \frac{9^-}{2} (514)$	$\rightarrow \frac{7}{2} \frac{7^+}{2} (404)$	396.3	$6.6 \times 10^{-9}$	0.3241	0.9539	0.0380	0.7140
9	$^{175}_{71}\text{Lu}_{104}$	0.28	$9 \frac{9^-}{2} (514)$	$\rightarrow \frac{9}{2} \frac{7^+}{2} (404)$	282.6	$9.3 \times 10^{-9}$	0.3241	0.9539	0.0380	0.7140
10	$^{175}_{71}\text{Lu}_{104}$	0.28	$9 \frac{9^-}{2} (514)$	$\rightarrow \frac{11}{2} \frac{7^+}{2} (404)$	144.8	$9.7 \times 10^{-8}$	0.3241	0.9539	0.0380	0.7140
11	$^{177}_{71}\text{Lu}_{106}$	0.26	$9 \frac{9^-}{2} (514)$	$\rightarrow \frac{7}{2} \frac{7^+}{2} (404)$	147	$1.7 \times 10^{-7}$	0.2254	0.9306	0.0054	0.6496
12	$^{179}_{73}\text{Ta}_{106}$	0.25	$9 \frac{9^-}{2} (514)$	$\rightarrow \frac{7}{2} \frac{7^+}{2} (404)$	30.7	$7.3 \times 10^{-6}$	$9.9 \times 10^{-4}$	0.8900	0.0680	0.7944
13	$^{181}_{73}\text{Ta}_{108}$	0.23	$9 \frac{9^-}{2} (514)$	$\rightarrow \frac{7}{2} \frac{7^+}{2} (404)$	6.3	$3.1 \times 10^{-5}$	0.0181	0.8691	0.1171	0.7786
14	$^{155}_{64}\text{Gd}_{91}$	0.38	$5 \frac{5^+}{2} (642)$	$\rightarrow \frac{3}{2} \frac{3^-}{2} (521)$	105.3	$1.7 \times 10^{-9}$	0.0961	0.8684	0.5959	0.9999
15	$^{155}_{64}\text{Gd}_{91}$	0.38	$5 \frac{5^+}{2} (642)$	$\rightarrow \frac{5}{2} \frac{3^-}{2} (521)$	45.3	$2.4 \times 10^{-8}$	0.0961	0.8684	0.5959	0.9999

TABLEAU VIIID

	NOYAU	$\delta$	ETATS		Energie de la transition (Kev)	$T_{1/2}^{(exp)}$	$R_{BCS}^P$	$M_{BCS}^M$	$R_{SBCS}^E$	$M_{SBCS}^M$
			INITIAL	FINAL						
16	$^{157}_{64}\text{Gd}_{93}$	0.38	$5 \frac{5^+}{2}$ (642)	$\rightarrow 3 \frac{3^-}{2}$ (521)	64.0	$1.8 \times 10^{-6}$	0.5160	0.9260	0.6121	0.8266
17	$^{161}_{66}\text{Dy}_{95}$	0.37	$3 \frac{3^-}{2}$ (521)	$\rightarrow 5 \frac{5^+}{2}$ (642)	74.5	$2.9 \times 10^{-8}$	0.8118	0.9846	0.9235	0.9999
18	$^{169}_{70}\text{Yb}_{99}$	0.34	$5 \frac{5^-}{2}$ (512)	$\rightarrow 7 \frac{7^+}{2}$ (633)	191.4	$4.2 \times 10^{-9}$	0.5498	0.8146	0.0904	0.3533
19	$^{171}_{70}\text{Yb}_{101}$	0.34	$5 \frac{5^-}{2}$ (512)	$\rightarrow 7 \frac{7^+}{2}$ (633)	27.0	$8.1 \times 10^{-6}$	0.2336	0.3844	0.0115	0.0046
20	$^{173}_{70}\text{Yb}_{103}$	0.34	$7 \frac{7^+}{2}$ (633)	$\rightarrow 5 \frac{5^-}{2}$ (512)	351.2	$2.3 \times 10^{-8}$	0.0394	0.2582	0.9999	0.9999
21	$^{173}_{70}\text{Yb}_{103}$	0.34	$7 \frac{7^+}{2}$ (633)	$\rightarrow 7 \frac{7^-}{2}$ (512)	272.4	$6.2 \times 10^{-10}$	0.0394	0.2582	0.9999	0.9999
22	$^{173}_{70}\text{Yb}_{103}$	0.34	$7 \frac{7^+}{2}$ (633)	$\rightarrow 9 \frac{5^-}{2}$ (512)	171.5	$2.9 \times 10^{-9}$	0.0394	0.2582	0.9999	0.9999
23	$^{177}_{70}\text{Yb}_{107}$	0.34	$7 \frac{7^-}{2}$ (514)	$\rightarrow 9 \frac{9^+}{2}$ (624)	104	$6.6 \times 10^{-9}$	0.9449	0.9970	0.9999	0.9999
24	$^{175}_{72}\text{Hf}_{103}$	0.34	$7 \frac{7^+}{2}$ (633)	$\rightarrow 5 \frac{5^-}{2}$ (512)	207.4	$2.1 \times 10^{-9}$	0.0883	0.3003	0.9258	0.9999
25	$^{175}_{72}\text{Hf}_{103}$	0.34	$7 \frac{7^+}{2}$ (633)	$\rightarrow 7 \frac{5^-}{2}$ (512)	125.9	$4.9 \times 10^{-9}$	0.0883	0.3003	0.9258	0.9999
26	$^{177}_{72}\text{Hf}_{105}$	0.33	$9 \frac{9^+}{2}$ (624)	$\rightarrow 7 \frac{7^-}{2}$ (514)	321.4	$1.2 \times 10^{-7}$	0.8469	0.9968	0.6245	0.9514
27	$^{177}_{72}\text{Hf}_{105}$	0.33	$9 \frac{9^+}{2}$ (624)	$\rightarrow 9 \frac{7^-}{2}$ (514)	208.4	$7.3 \times 10^{-10}$	0.8469	0.9968	0.6245	0.9514
28	$^{177}_{72}\text{Hf}_{105}$	0.33	$9 \frac{9^+}{2}$ (624)	$\rightarrow 11 \frac{7^-}{2}$ (514)	71.6	$9.8 \times 10^{-8}$	0.8469	0.9968	0.6245	0.9514
29	$^{179}_{72}\text{Hf}_{107}$	0.32	$7 \frac{7^-}{2}$ (514)	$\rightarrow 9 \frac{3^+}{2}$ (624)	215	$1.6 \times 10^{-9}$	0.8713	0.8843	0.6702	0.9999

TABLEAU VIIIc

	SANS CORIOLIS			AVEC CORIOLIS		
	$T_N$	$T_{BCS}$	$T_{SBCS}$	$T_N$	$T_{BCS}$	$T_{SBCS}$
1	$5.21 \times 10^{-9}$	$8.87 \times 10^{-6}$	$4.40 \times 10^{-8}$	$1.74 \times 10^{-9}$	$1.02 \times 10^{-8}$	$5.28 \times 10^{-8}$
2	$2.25 \times 10^{-10}$	$1.21 \times 10^{-6}$	$1.91 \times 10^{-9}$	$5.14 \times 10^{-11}$	$2.09 \times 10^{-11}$	$7.01 \times 10^{-10}$
3	$1.90 \times 10^{-11}$	$6.76 \times 10^{-11}$	$4.14 \times 10^{-11}$	$4.20 \times 10^{-12}$	$6.76 \times 10^{-10}$	$1.58 \times 10^{-10}$
4	$7.47 \times 10^{-11}$	$2.66 \times 10^{-10}$	$1.63 \times 10^{-10}$	$7.84 \times 10^{-12}$	$3.65 \times 10^{-11}$	$5.05 \times 10^{-11}$
5	$1.11 \times 10^{-9}$	$3.97 \times 10^{-9}$	$2.43 \times 10^{-9}$	$3.94 \times 10^{-10}$	$8.66 \times 10^{-8}$	$3.60 \times 10^{-7}$
6	$1.18 \times 10^{-9}$	$5.33 \times 10^{-9}$	$2.45 \times 10^{-9}$	$2.81 \times 10^{-10}$	$9.99 \times 10^{-10}$	$4.38 \times 10^{-9}$
7	$7.90 \times 10^{-12}$	$2.80 \times 10^{-11}$	$1.71 \times 10^{-11}$	$1.74 \times 10^{-12}$	$2.80 \times 10^{-11}$	$6.59 \times 10^{-11}$
8	$5.25 \times 10^{-11}$	$1.62 \times 10^{-10}$	$1.37 \times 10^{-9}$	$1.50 \times 10^{-11}$	$2.75 \times 10^{-10}$	$7.92 \times 10^{-9}$
9	$6.38 \times 10^{-10}$	$1.96 \times 10^{-9}$	$1.66 \times 10^{-8}$	$1.35 \times 10^{-10}$	$2.16 \times 10^{-10}$	$4.52 \times 10^{-10}$
10	$4.74 \times 10^{-8}$	$1.45 \times 10^{-7}$	$1.23 \times 10^{-6}$	$2.66 \times 10^{-8}$	$5.89 \times 10^{-8}$	$2.07 \times 10^{-7}$
11	$1.07 \times 10^{-9}$	$4.74 \times 10^{-9}$	$1.97 \times 10^{-7}$	$3.07 \times 10^{-10}$	$6.22 \times 10^{-10}$	$1.80 \times 10^{-9}$
12	$1.25 \times 10^{-7}$	$1.26 \times 10^{-6}$	$3.70 \times 10^{-6}$	$1.83 \times 10^{-10}$	$3.27 \times 10^{-6}$	$7.23 \times 10^{-5}$
13	$1.35 \times 10^{-5}$	$8.45 \times 10^{-4}$	$1.31 \times 10^{-4}$	$4.58 \times 10^{-6}$	$3.75 \times 10^{-5}$	$1.00 \times 10^{-4}$
14	$1.67 \times 10^{-9}$	$1.74 \times 10^{-8}$	$2.81 \times 10^{-9}$	$8.32 \times 10^{-10}$	$4.04 \times 10^{-9}$	$3.08 \times 10^{-9}$
15	$4.91 \times 10^{-8}$	$5.10 \times 10^{-7}$	$8.24 \times 10^{-8}$	$3.48 \times 10^{-9}$	$9.61 \times 10^{-9}$	$1.01 \times 10^{-8}$

TABLEAU VIIIId

	SANS		CORIOLIS		AVEC		CORIOLIS	
	$T_N$	$T_{BCS}$	$T_{SBCS}$	$T_N$	$T_{BCS}$	$T_{SBCS}$	$T_N$	$T_{SBCS}$
16	$7.73 \times 10^{-9}$	$1.50 \times 10^{-8}$	$1.26 \times 10^{-8}$	$1.83 \times 10^{-9}$	$1.78 \times 10^{-8}$	$1.47 \times 10^{-8}$	$1.83 \times 10^{-9}$	$1.78 \times 10^{-8}$
17	$3.35 \times 10^{-9}$	$4.13 \times 10^{-9}$	$3.63 \times 10^{-9}$	$7.41 \times 10^{-10}$	$4.65 \times 10^{-9}$	$4.09 \times 10^{-9}$	$7.41 \times 10^{-10}$	$4.65 \times 10^{-9}$
18	$4.49 \times 10^{-10}$	$8.17 \times 10^{-10}$	$4.97 \times 10^{-9}$	$1.08 \times 10^{-10}$	$1.58 \times 10^{-10}$	$5.27 \times 10^{-10}$	$1.08 \times 10^{-10}$	$1.58 \times 10^{-10}$
19	$1.65 \times 10^{-7}$	$7.09 \times 10^{-7}$	$1.43 \times 10^{-5}$	$3.97 \times 10^{-8}$	$1.30 \times 10^{-7}$	$1.25 \times 10^{-5}$	$3.97 \times 10^{-8}$	$1.30 \times 10^{-7}$
20	$1.04 \times 10^{-10}$	$2.64 \times 10^{-9}$	$3.97 \times 10^{-9}$	$2.42 \times 10^{-9}$	$8.63 \times 10^{-10}$	$2.42 \times 10^{-9}$	$2.42 \times 10^{-9}$	$8.63 \times 10^{-10}$
21	$7.50 \times 10^{-10}$	$1.91 \times 10^{-8}$	$7.21 \times 10^{-10}$	$1.03 \times 10^{-10}$	$1.70 \times 10^{-9}$	$1.03 \times 10^{-10}$	$1.03 \times 10^{-10}$	$1.70 \times 10^{-9}$
22	$2.41 \times 10^{-6}$	$6.12 \times 10^{-7}$	$2.31 \times 10^{-8}$	$5.90 \times 10^{-10}$	$1.54 \times 10^{-9}$	$5.90 \times 10^{-10}$	$5.90 \times 10^{-10}$	$1.54 \times 10^{-9}$
23	$2.81 \times 10^{-9}$	$7.97 \times 10^{-9}$	$3.18 \times 10^{-9}$	$6.91 \times 10^{-10}$	$2.51 \times 10^{-9}$	$2.66 \times 10^{-9}$	$6.91 \times 10^{-10}$	$2.51 \times 10^{-9}$
24	$4.97 \times 10^{-10}$	$5.62 \times 10^{-9}$	$5.37 \times 10^{-10}$	$1.11 \times 10^{-10}$	$4.93 \times 10^{-9}$	$1.66 \times 10^{-10}$	$1.11 \times 10^{-10}$	$4.93 \times 10^{-9}$
25	$7.50 \times 10^{-9}$	$8.49 \times 10^{-8}$	$8.10 \times 10^{-9}$	$1.03 \times 10^{-9}$	$1.87 \times 10^{-8}$	$1.32 \times 10^{-9}$	$1.03 \times 10^{-9}$	$1.87 \times 10^{-8}$
26	$1.15 \times 10^{-10}$	$1.35 \times 10^{-10}$	$1.83 \times 10^{-10}$	$2.65 \times 10^{-11}$	$8.287 \times 10^{-11}$	$3.36 \times 10^{-11}$	$2.65 \times 10^{-11}$	$8.287 \times 10^{-11}$
27	$1.84 \times 10^{-9}$	$2.18 \times 10^{-9}$	$2.95 \times 10^{-9}$	$4.98 \times 10^{-10}$	$5.31 \times 10^{-10}$	$4.30 \times 10^{-10}$	$4.98 \times 10^{-10}$	$5.31 \times 10^{-10}$
28	$4.55 \times 10^{-7}$	$5.37 \times 10^{-7}$	$7.29 \times 10^{-7}$	$1.43 \times 10^{-7}$	$1.43 \times 10^{-7}$	$1.87 \times 10^{-7}$	$1.43 \times 10^{-7}$	$1.43 \times 10^{-7}$
29	$2.19 \times 10^{-10}$	$4.77 \times 10^{-10}$	$4.73 \times 10^{-10}$	$7.85 \times 10^{-11}$	$3.75 \times 10^{-10}$	$3.44 \times 10^{-10}$	$7.85 \times 10^{-11}$	$3.75 \times 10^{-10}$



TABLEAU IX

	AVEC CORIOLIS			SANS CORIOLIS			L M
	F <sub>N</sub>	F <sub>BCS</sub>	F <sub>SBCS</sub>	F <sub>N</sub>	F <sub>BCS</sub>	F <sub>SBCS</sub>	F <sub>N</sub>
$\frac{5}{2} \frac{5}{2}^+ (642) \longrightarrow \frac{3}{2} \frac{3}{2}^- (521)$							
$^{155}_{64}\text{Gd}_{91}$	4.45	0.42	0.43	1.0	0.10	0.60	3.8
$^{157}_{64}\text{Gd}_{93}$	9.85	100.8	122.50	232	120	142	920
$^{161}_{66}\text{Dy}_{95}$	39.1	6.22	7.07	9.0	7.0	8.0	31
$\frac{7}{2} \frac{7}{2}^+ (633) \longrightarrow \frac{5}{2} \frac{5}{2}^- (512)$							
$^{169}_{66}\text{Yb}_{99}$	11	6.3	1.17	9.3	5.0	0.8	36
$^{171}_{70}\text{Yb}_{101}$	58	14	0.5	48.8	11.4	5.6	180
$^{173}_{70}\text{Yb}_{103}$	256	5.56	191	220	8.7	163	880
$^{175}_{72}\text{Hf}_{103}$	5.4	0.2	2.8	4.2	0.37	3.9	18
$\frac{7}{2} \frac{7}{2}^- (514) \longrightarrow \frac{9}{2} \frac{9}{2}^+ (624)$							
$^{177}_{72}\text{Hf}_{105}$	1242	1067	806	1047	887	654	3000
$^{179}_{70}\text{Yb}_{107}$	2.7	2.62	2.58	2.3	22	2	8
$^{179}_{72}\text{Hf}_{107}$	6	0.29	2.16	5	3.4	3.4	16
$\frac{9}{2} \frac{9}{2}^- (514) \longrightarrow \frac{7}{2} \frac{7}{2}^+ (404)$							
$^{175}_{71}\text{Lu}_{104}$	93.8	3.67	4.34	125	40.6	4.8	165
$^{177}_{71}\text{Lu}_{106}$	115	17.4	0.35	259	35.8	0.86	207
$^{179}_{73}\text{Ta}_{106}$	39.6	2.2	1.0	58	0.06	4.0	77
$^{181}_{73}\text{Ta}_{108}$	1.3	0.2	0.53	2	0.04	0.3	25

TABLEAU Xa

	NOYAU	n	ETATS		Energie de la transition (Kev)	$T_{\frac{1}{2}}(\text{exp})$	SANS			CORIOLIS	
			INITIAL	FINAL			$T_N$	$T_{BCS}$	$T_{SBCS}$		
1	$^{153}_{63}\text{Eu}_{90}$	4.8	$\frac{3}{2} \frac{3^+}{2} (411)$	$\frac{5}{2} \frac{5^+}{2} (413)$	103.2	$5.9 \times 10^{-7}$	$2.77 \times 10^{-3}$	$2.15 \times 10^{-2}$	$4.74 \times 10^{-2}$		
2			$\frac{7}{2} \frac{5^+}{2} (413)$		19.63	?	8.012	62.208	136.84		
3			$\frac{5}{2} \frac{3^+}{2} (411)$	$\frac{5}{2} \frac{5^+}{2} (413)$	172.85	$1.5 \times 10^{-5}$	$2.10 \times 10^{-4}$	$1.63 \times 10^{-3}$	$3.59 \times 10^{-3}$		
4			$\frac{7}{2} \frac{5^+}{2} (413)$		89.48	$1.0 \times 10^{-4}$	0.152	1.18	2.61		
5			$\frac{3}{2} \frac{3^+}{2} (411)$		69.7	$5.6 \times 10^{-8}$	$2.04 \times 10^{-7}$	$2.04 \times 10^{-7}$	$2.04 \times 10^{-4}$		
6	$^{155}_{63}\text{Eu}_{92}$	4.9	$\frac{3}{2} \frac{3^+}{2} (411)$	$\frac{5}{2} \frac{5^+}{2} (413)$	246.0	$3.4 \times 10^{-9}$	$3.61 \times 10^{-5}$	$2.51 \times 10^{-4}$	$6.68 \times 10^{-4}$		
7	$^{155}_{65}\text{Tb}_{90}$	5.0	$\frac{7}{2} \frac{3^+}{2} (411)$	$\frac{3}{2} \frac{3^+}{2} (411)$	156.0	?	$3.89 \times 10^{-5}$	$3.89 \times 10^{-5}$	$3.89 \times 10^{-5}$		
8	$^{157}_{65}\text{Tb}_{92}$	5.0	$\frac{7}{2} \frac{3^+}{2} (411)$	$\frac{3}{2} \frac{3^+}{2} (411)$	144.0	?	$4.21 \times 10^{-3}$	$4.21 \times 10^{-3}$	$4.21 \times 10^{-3}$		
9	$^{159}_{65}\text{Tb}_{94}$	5.0	$\frac{5}{2} \frac{5^+}{2} (413)$	$\frac{5}{2} \frac{3^+}{2} (411)$	289.0	?	$1.56 \times 10^{-5}$	$1.20 \times 10^{-4}$	$3.76 \times 10^{-5}$		
10			$\frac{3}{2} \frac{3^+}{2} (411)$		348.0	?	$9.27 \times 10^{-6}$	$7.11 \times 10^{-5}$	$2.23 \times 10^{-5}$		
11			$\frac{7}{2} \frac{5^+}{2} (413)$	$\frac{3}{2} \frac{3^+}{2} (411)$	429.0	?	$3.26 \times 10^{-6}$	$2.49 \times 10^{-5}$	$7.83 \times 10^{-6}$		
12			$\frac{5}{2} \frac{3^+}{2} (411)$		371.0	?	$1.61 \times 10^{-4}$	$1.24 \times 10^{-3}$	$3.68 \times 10^{-4}$		
13	$^{169}_{69}\text{Tm}_{100}$	4.5	$\frac{5}{2} \frac{3^+}{2} (411)$	$\frac{1}{2} \frac{1^+}{2} (411)$	633.0	?	$1.71 \times 10^{-7}$	$1.71 \times 10^{-7}$	$1.71 \times 10^{-7}$		
14	$^{175}_{71}\text{Lu}_{104}$	4.5	$\frac{5}{2} \frac{5^+}{2} (402)$	$\frac{7}{2} \frac{7^+}{2} (404)$	343.4	$5.6 \times 10^{-10}$	$2.19 \times 10^{-6}$	$7.17 \times 10^{-6}$	$7.41 \times 10^{-5}$		
15			$\frac{9}{2} \frac{7^+}{2} (404)$		230.0	$3.8 \times 10^{-8}$	$2.03 \times 10^{-5}$	$6.65 \times 10^{-5}$	$6.88 \times 10^{-4}$		

TABLEAU 20

	NOYAU	$\eta$	ETATS		Energie de la transition (Kev)	$T_{\frac{1}{2}}(\text{exp})$	SANS CORIOLIS		
			INITIAL	FINAL			$T_N$	$T_{SCS}$	$T_{SBCS}$
16	$^{181}_{73}\text{Ta}_{108}$	3.7	$5 \frac{5}{2}^+(402)$	$\rightarrow 7 \frac{7}{2}^+(404)$	482.0	$1.3 \times 10^{-8}$	$2.41 \times 10^{-7}$	$2.90 \times 10^{-6}$	$1.12 \times 10^{-6}$
17				$\rightarrow 9 \frac{7}{2}^+(404)$	346.0	$7.9 \times 10^{-8}$	$1.58 \times 10^{-6}$	$1.90 \times 10^{-5}$	$7.31 \times 10^{-6}$
18			$1 \frac{1}{2}^+(411)$	$\rightarrow 3 \frac{5}{2}^+(402)$	133.0	$4.0 \times 10^{-8}$	$1.58 \times 10^{-6}$	$1.90 \times 10^{-5}$	$7.31 \times 10^{-6}$
19	$^{155}_{64}\text{Gd}_{91}$	6.2	$5 \frac{5}{2}^+(642)$	$\rightarrow 3 \frac{3}{2}^+(651)$	18.4	$2.8 \times 10^{-5}$	$3.05 \times 10^{-5}$	$6.33 \times 10^{-5}$	$3.71 \times 10^{-5}$
20	$^{161}_{66}\text{Dy}_{95}$	6.0	$5 \frac{3}{2}^-(521)$	$\rightarrow 5 \frac{5}{2}^-(523)$	106.15	$8.4 \times 10^{-8}$	$1.12 \times 10^{-4}$	$2.42 \times 10^{-4}$	$2.47 \times 10^{-4}$
21				$\rightarrow 3 \frac{3}{2}^-(521)$	57.20	$5.6 \times 10^{-8}$	$5.79 \times 10^{-4}$	$5.79 \times 10^{-4}$	$5.79 \times 10^{-4}$
22			$3 \frac{3}{2}^-(521)$	$\rightarrow 5 \frac{5}{2}^-(523)$	48.92	$5.0 \times 10^{-6}$	$5.79 \times 10^{-4}$	$1.17 \times 10^{-4}$	$1.19 \times 10^{-4}$
23	$^{165}_{68}\text{Er}_{97}$	5.8	$3 \frac{3}{2}^-(521)$	$\rightarrow 7 \frac{5}{2}^-(532)$	165.5	$8.9 \times 10^{-8}$	8.25	11.40	13.44
24			$5 \frac{3}{2}^-(521)$	$\rightarrow 7 \frac{5}{2}^-(523)$	218.8	$1.6 \times 10^{-8}$	73.59	$1.01 \times 10^{-2}$	$1.19 \times 10^{-2}$
25			$1 \frac{1}{2}^-(521)$	$\rightarrow 5 \frac{5}{2}^-(523)$	297.4	$2.3 \times 10^{-9}$	$8.42 \times 10^{-4}$	$2.57 \times 10^{-2}$	$5.48 \times 10^{-3}$
26			$3 \frac{1}{2}^-(521)$	$\rightarrow 7 \frac{5}{2}^-(523)$	279.2	$1.3 \times 10^{-8}$	$2.69 \times 10^{-3}$	$8.24 \times 10^{-2}$	$1.75 \times 10^{-2}$
27				$\rightarrow 5 \frac{5}{2}^-(523)$	279.2	$1.3 \times 10^{-8}$	$2.69 \times 10^{-3}$	$8.24 \times 10^{-2}$	$3.87 \times 10^{-3}$
28	$^{169}_{70}\text{Yb}_{99}$	5.6	$5 \frac{5}{2}^-(512)$	$\rightarrow 1 \frac{1}{2}^-(521)$	191.4	$3.2 \times 10^{-7}$	2.86	4.87	42.45
29	$^{171}_{70}\text{Yb}_{101}$	5.6	$5 \frac{5}{2}^-(512)$	$\rightarrow 1 \frac{1}{2}^-(521)$	?	?	27.26	$1.56 \times 10^{-2}$	$3.29 \times 10^{-3}$
30				$\rightarrow 5 \frac{1}{2}^-(521)$		$3.1 \times 10^{-4}$	$3.1 \times 10^{-4}$	$3.05 \times 10^{-4}$	$6.64 \times 10^{-5}$

**TABLEAU XC**

	AVEC CORIOLIS			CORIOLIS			ET VIBRATIONS			$E_{R_{BCS}}$	$E_{R_{SBCS}}$
	$T_N$	$T_{BCS}$	$T_{SBCS}$	$T_N$	$T_{BCS}$	$T_{SBCS}$	$T_{BCS}$	$T_{SBCS}$			
1	$8.44 \times 10^{-7}$	$8.80 \times 10^{-7}$	$1.17 \times 10^{-7}$	$6.04 \times 10^{-7}$	$6.05 \times 10^{-7}$	$7.76 \times 10^{-7}$			0.358	0.242	
2	$2.53 \times 10^{-3}$	$2.64 \times 10^{-3}$	$3.54 \times 10^{-3}$	$1.81 \times 10^{-3}$	$1.93 \times 10^{-3}$	$2.33 \times 10^{-3}$			0.358	0.242	
3	$8.22 \times 10^{-8}$	$8.60 \times 10^{-8}$	$1.15 \times 10^{-7}$	$6.19 \times 10^{-8}$	$6.24 \times 10^{-8}$	$7.91 \times 10^{-8}$			0.358	0.242	
4	$2.01 \times 10^{-5}$	$2.08 \times 10^{-5}$	$2.77 \times 10^{-5}$	$1.22 \times 10^{-5}$	$1.34 \times 10^{-5}$	$1.59 \times 10^{-5}$			0.358	0.242	
5	$2.04 \times 10^{-7}$	$2.04 \times 10^{-7}$	$2.04 \times 10^{-7}$	$2.04 \times 10^{-7}$	$2.04 \times 10^{-7}$	$2.04 \times 10^{-7}$			1.	1.	
6	$1.28 \times 10^{-8}$	$1.34 \times 10^{-8}$	$1.83 \times 10^{-8}$	$1.18 \times 10^{-8}$	$1.35 \times 10^{-8}$	$1.53 \times 10^{-8}$			0.379	0.232	
7	$3.89 \times 10^{-5}$	$3.89 \times 10^{-5}$	$3.89 \times 10^{-5}$	$3.89 \times 10^{-5}$	$3.89 \times 10^{-5}$	$3.89 \times 10^{-5}$			1.0	1.0	
8	$4.21 \times 10^{-3}$	$4.21 \times 10^{-3}$	$4.21 \times 10^{-3}$	$4.21 \times 10^{-3}$	$4.21 \times 10^{-3}$	$4.21 \times 10^{-3}$			0.361	0.644	
9	$5.92 \times 10^{-9}$	$6.42 \times 10^{-9}$	$6.61 \times 10^{-9}$	$5.41 \times 10^{-9}$	$5.29 \times 10^{-9}$	$5.33 \times 10^{-9}$			0.361	0.644	
10	$3.51 \times 10^{-9}$	$3.80 \times 10^{-9}$	$3.92 \times 10^{-9}$	$3.21 \times 10^{-9}$	$3.13 \times 10^{-9}$	$3.15 \times 10^{-9}$			0.361	0.644	
11	$1.23 \times 10^{-9}$	$1.34 \times 10^{-9}$	$1.38 \times 10^{-9}$	$1.12 \times 10^{-9}$	$1.10 \times 10^{-9}$	$1.11 \times 10^{-9}$			0.361	0.644	
12	$6.12 \times 10^{-8}$	$6.64 \times 10^{-8}$	$6.83 \times 10^{-8}$	$5.59 \times 10^{-8}$	$5.47 \times 10^{-8}$	$5.50 \times 10^{-8}$			0.361	0.644	
13	$1.71 \times 10^{-7}$	$1.71 \times 10^{-7}$	$1.71 \times 10^{-7}$	$1.71 \times 10^{-7}$	$1.71 \times 10^{-7}$	$1.71 \times 10^{-7}$			1.0	1.0	
14	$6.32 \times 10^{-9}$	$7.57 \times 10^{-9}$	$1.03 \times 10^{-8}$	$7.35 \times 10^{-9}$	$7.28 \times 10^{-9}$	$9.14 \times 10^{-9}$			0.553	0.172	
15	$6.45 \times 10^{-8}$	$7.06 \times 10^{-8}$	$9.62 \times 10^{-8}$	$6.85 \times 10^{-8}$	$6.76 \times 10^{-8}$	$8.51 \times 10^{-8}$			0.553	0.172	

TABLEAU xd

	AVEC CORIOLIS			CORIOLIS ET VIBRATIONS			$E_{SBCS}$	$E_{SBCS}$
	CORIOLIS		$T_{SBCS}$	CORIOLIS ET VIBRATIONS		$T_{SBCS}$		
	$T_N$	$T_{BCS}$		$T_N$	$T_{BCS}$			
16	$1.22 \times 10^{-9}$	$1.59 \times 10^{-9}$	$1.61 \times 10^{-9}$	$1.18 \times 10^{-9}$	$1.06 \times 10^{-9}$	$1.02 \times 10^{-9}$	-0.288	-0.465
17	$8.23 \times 10^{-9}$	$1.07 \times 10^{-8}$	$1.08 \times 10^{-8}$	$7.96 \times 10^{-9}$	$7.18 \times 10^{-9}$	$6.88 \times 10^{-9}$	-0.288	-0.465
18	$2.28 \times 10^{-5}$	$2.31 \times 10^{-4}$	$6.03 \times 10^{-5}$	$2.27 \times 10^{-5}$	$2.30 \times 10^{-4}$	$6.02 \times 10^{-5}$	-0.314	-0.615
19	$7.32 \times 10^{-4}$	$1.84 \times 10^{-3}$	$1.60 \times 10^{-3}$	$1.25 \times 10^{-3}$	$8.43 \times 10^{-4}$	$5.54 \times 10^{-4}$	-0.838	-0.907
20	$4.53 \times 10^{-7}$	$3.45 \times 10^{-5}$	$3.39 \times 10^{-7}$	$4.15 \times 10^{-7}$	$5.11 \times 10^{-7}$	$6.81 \times 10^{-7}$	-0.681	0.863
21	$5.79 \times 10^{-4}$	$5.79 \times 10^{-4}$	$5.79 \times 10^{-4}$	$5.79 \times 10^{-4}$	$5.79 \times 10^{-4}$	$5.79 \times 10^{-4}$	1.	1.
22	$2.09 \times 10^{-5}$	$3.07 \times 10^{-5}$	$4.13 \times 10^{-5}$	$1.98 \times 10^{-5}$	$2.45 \times 10^{-5}$	$3.27 \times 10^{-5}$	0.766	0.259
23	$4.04 \times 10^{-8}$	$4.62 \times 10^{-8}$	$5.33 \times 10^{-8}$	$3.64 \times 10^{-8}$	$3.39 \times 10^{-8}$	$3.91 \times 10^{-8}$	-0.850	-0.783
24	$5.77 \times 10^{-7}$	$6.60 \times 10^{-7}$	$7.83 \times 10^{-7}$	$5.65 \times 10^{-7}$	$5.11 \times 10^{-7}$	$5.90 \times 10^{-7}$	-0.850	-0.783
25	$5.25 \times 10^{-9}$	$1.60 \times 10^{-8}$	$3.42 \times 10^{-9}$	$5.24 \times 10^{-9}$	$1.56 \times 10^{-8}$	$3.39 \times 10^{-9}$	-0.180	-0.92
26	$1.68 \times 10^{-8}$	$5.14 \times 10^{-7}$	$1.09 \times 10^{-7}$	$1.70 \times 10^{-8}$	$5.11 \times 10^{-7}$	$1.05 \times 10^{-7}$	-0.180	-0.392
27	$3.71 \times 10^{-9}$	$1.13 \times 10^{-7}$	$2.41 \times 10^{-8}$	$3.71 \times 10^{-9}$	$1.33 \times 10^{-7}$	$2.41 \times 10^{-8}$	-0.180	-0.392
28	$1.71 \times 10^{-5}$	$2.92 \times 10^{-5}$	$2.55 \times 10^{-5}$	$1.71 \times 10^{-5}$	$2.92 \times 10^{-4}$	$2.54 \times 10^{-5}$	0.766	0.259
29	$1.56 \times 10^{-4}$	$8.99 \times 10^{-4}$	$1.88 \times 10^{-2}$	$1.56 \times 10^{-4}$	$8.79 \times 10^{-2}$	$1.88 \times 10^{-2}$	0.416	-0.091
30	$1.17 \times 10^{-4}$	$3.68 \times 10^{-4}$	$3.68 \times 10^{-3}$	$3.06 \times 10^{-5}$	$1.20 \times 10^{-4}$	$3.74 \times 10^{-3}$	0.416	-0.091

**TABLEAU XIa**

	NOYAU	$\eta$	ETATS		Energie de la transition (Kev)	$T_{1/2}^{(exp)}$
			INITIAL	FINAL		
1	$^{153}_{63}\text{Eu}_{90}$	4.8	$\frac{3}{2} 3^+(411)$	$\longrightarrow \frac{5}{2} 5^+(413)$	103.2	$8.9 \times 10^{-8}$
2			$\frac{5}{2} 3^+(411)$	$\longrightarrow \frac{5}{2} 5^+(413)$	172.85	$8.7 \times 10^{-8}$
3			$\frac{5}{2} 3^+(411)$	$\longrightarrow \frac{7}{2} 5^+(413)$	89.48	$2.0 \times 10^{-8}$
4			$\frac{5}{2} 3^+(411)$	$\longrightarrow \frac{3}{2} 3^+(411)$	69.7	$9.4 \times 10^{-10}$
5	$^{155}_{63}\text{Eu}_{92}$	4.9	$\frac{3}{2} 3^+(411)$	$\longrightarrow \frac{5}{2} 5^+(413)$	246.0	$5.1 \times 10^{-9}$
6	$^{155}_{65}\text{Tb}_{90}$	5.0	$\frac{5}{2} 3^+(411)$	$\longrightarrow \frac{3}{2} 3^+(411)$	65.0	?
7			$\frac{7}{2} 3^+(411)$	$\longrightarrow \frac{5}{2} 3^+(411)$	91.0	?
8	$^{157}_{65}\text{Tb}_{92}$	5.0	$\frac{5}{2} 3^+(411)$	$\longrightarrow \frac{3}{2} 3^+(411)$	61.0	?
9			$\frac{7}{2} 3^+(411)$	$\longrightarrow \frac{5}{2} 3^+(411)$	83.0	?
10	$^{159}_{65}\text{Tb}_{94}$	5.0	$\frac{5}{2} 5^+(413)$	$\longrightarrow \frac{5}{2} 3^+(411)$	289.0	?
11			$\frac{5}{2} 5^+(413)$	$\longrightarrow \frac{3}{2} 3^+(411)$	348.0	?
12			$\frac{7}{2} 5^+(413)$	$\longrightarrow \frac{3}{2} 3^+(411)$	429.0	?
13	$^{169}_{69}\text{Tm}_{100}$	4.5	$\frac{3}{2} 3^+(411)$	$\longrightarrow \frac{1}{2} 1^+(411)$	570.0	?
14			$\frac{3}{2} 3^+(411)$	$\longrightarrow \frac{3}{2} 1^+(411)$	562.0	?

**TABEAU XIB**

	NOYAU	$\eta$	ETATS	Energie de la transition (KeV)	$T_{\frac{1}{2}}$ (exp)
			INITIAL → FINAL		
15	$^{175}_{71}\text{Lu}_{104}$	4.5	$5 \frac{5^+}{2} (402) \rightarrow 7 \frac{7^+}{2} (404)$	343.4	$7.8 \times 10^{-10}$
16	$^{181}_{73}\text{Ta}_{108}$	3.7	$5 \frac{5^+}{2} (402) \rightarrow 7 \frac{7^+}{2} (404)$	482.0	$5.1 \times 10^{-7}$
17	$^{155}_{64}\text{Gd}_{91}$	6.2	$5 \frac{5^+}{2} (642) \rightarrow 3 \frac{3^+}{2} (651)$	18.7	$1.7 \times 10^{-6}$
18	$^{161}_{66}\text{Dy}_{95}$	6.0	$3 \frac{3^-}{2} (521) \rightarrow 5 \frac{5^-}{2} (523)$	106.15	$5.7 \times 10^{-7}$
19			$5 \frac{3^-}{2} (521) \rightarrow 7 \frac{5^-}{2} (523)$	27.72	$1.7 \times 10^{-7}$
20			$3 \frac{3^-}{2} (521) \rightarrow 5 \frac{5^-}{2} (523)$	48.92	$1.9 \times 10^{-8}$
21	$^{167}_{68}\text{Er}_{97}$	5.8	$1 \frac{1^-}{2} (521) \rightarrow 3 \frac{3^-}{2} (521)$	54.5	$4.0 \times 10^{-9}$
22			$3 \frac{1^-}{2} (521) \rightarrow 5 \frac{3^-}{2} (521)$	60.4	$9.1 \times 10^{-9}$
23			$3 \frac{1^-}{2} (521) \rightarrow 3 \frac{3^-}{2} (521)$	113.6	$5.2 \times 10^{-9}$
24			$3 \frac{3^-}{2} (521) \rightarrow 5 \frac{5^-}{2} (523)$	242.9	$3.8 \times 10^{-10}$
25			$5 \frac{3^-}{2} (521) \rightarrow 7 \frac{5^-}{2} (523)$	218.8	$1.0 \times 10^{-9}$
26			$5 \frac{3^-}{2} (521) \rightarrow 5 \frac{5^-}{2} (523)$	296.1	$8.5 \times 10^{-10}$
27	$^{173}_{70}\text{Yb}_{103}$	5.6	$3 \frac{1^-}{2} (521) \rightarrow 1 \frac{1^-}{2} (521)$	66.0	$1.4 \times 10^{-8}$

**TABLEAU XIC**

	SANS CORIOLIS				AVEC CORIOLIS				$M_R^{M}$ SBCS	$M_R^{M}$ SBCS	
	$T_N$	$T_{BCS}$	$T_{SBCS}$	$T_N$	$T_{BCS}$	$T_{SBCS}$	$T_N$	$T_{BCS}$			$T_{SBCS}$
1	$2.27 \times 10^{-9}$	$2.32 \times 10^{-9}$	$3.03 \times 10^{-9}$	$3.21 \times 10^{-9}$	$4.01 \times 10^{-9}$	$4.01 \times 10^{-9}$	$4.01 \times 10^{-9}$	$4.01 \times 10^{-9}$	$4.01 \times 10^{-9}$	0.990	0.865
2	$1.09 \times 10^{-8}$	$1.11 \times 10^{-8}$	$1.46 \times 10^{-8}$	$2.72 \times 10^{-9}$	$4.14 \times 10^{-9}$	$4.14 \times 10^{-9}$	$4.14 \times 10^{-9}$	$4.14 \times 10^{-9}$	$4.14 \times 10^{-9}$	0.990	0.865
3	$1.58 \times 10^{-8}$	$1.61 \times 10^{-8}$	$2.10 \times 10^{-8}$	$5.75 \times 10^{-9}$	$8.29 \times 10^{-9}$	$8.26 \times 10^{-9}$	$8.26 \times 10^{-9}$	$8.26 \times 10^{-9}$	$8.26 \times 10^{-9}$	0.990	0.865
4	$6.38 \times 10^{-11}$	$6.38 \times 10^{-11}$	$6.38 \times 10^{-11}$	$6.38 \times 10^{-11}$	$6.38 \times 10^{-11}$	$6.38 \times 10^{-11}$	$6.38 \times 10^{-11}$	$6.38 \times 10^{-11}$	$6.38 \times 10^{-11}$	1.0	1.0
5	$1.11 \times 10^{-10}$	$1.13 \times 10^{-10}$	$1.51 \times 10^{-10}$	$3.11 \times 10^{-10}$	$3.94 \times 10^{-10}$	$3.94 \times 10^{-10}$	$3.94 \times 10^{-10}$	$3.94 \times 10^{-10}$	$3.94 \times 10^{-10}$	0.989	0.858
6	$5.71 \times 10^{-11}$	$6.71 \times 10^{-11}$	$8.71 \times 10^{-11}$	$8.71 \times 10^{-11}$	$8.71 \times 10^{-11}$	$8.71 \times 10^{-11}$	$8.71 \times 10^{-11}$	$8.71 \times 10^{-11}$	$8.71 \times 10^{-11}$	1.0	1.0
7	$2.25 \times 10^{-11}$	$2.25 \times 10^{-11}$	$2.25 \times 10^{-11}$	$2.25 \times 10^{-11}$	$2.25 \times 10^{-11}$	$2.25 \times 10^{-11}$	$2.25 \times 10^{-11}$	$2.25 \times 10^{-11}$	$2.25 \times 10^{-11}$	1.0	1.0
8	$9.63 \times 10^{-11}$	$9.63 \times 10^{-11}$	$9.63 \times 10^{-11}$	$9.63 \times 10^{-11}$	$9.63 \times 10^{-11}$	$9.63 \times 10^{-11}$	$9.63 \times 10^{-11}$	$9.63 \times 10^{-11}$	$9.63 \times 10^{-11}$	1.0	1.0
9	$2.85 \times 10^{-11}$	$2.85 \times 10^{-11}$	$2.95 \times 10^{-11}$	$2.85 \times 10^{-11}$	$2.85 \times 10^{-11}$	$2.85 \times 10^{-11}$	$2.85 \times 10^{-11}$	$2.85 \times 10^{-11}$	$2.85 \times 10^{-11}$	1.0	1.0
10	$2.95 \times 10^{-11}$	$3.04 \times 10^{-11}$	$3.09 \times 10^{-11}$	$3.37 \times 10^{-10}$	$8.91 \times 10^{-9}$	$8.91 \times 10^{-9}$	$8.91 \times 10^{-9}$	$8.91 \times 10^{-9}$	$8.91 \times 10^{-9}$	0.986	0.977
11	$2.76 \times 10^{-10}$	$2.84 \times 10^{-10}$	$2.89 \times 10^{-10}$	$8.97 \times 10^{-10}$	$5.46 \times 10^{-10}$	$5.46 \times 10^{-10}$	$5.46 \times 10^{-10}$	$5.46 \times 10^{-10}$	$5.46 \times 10^{-10}$	0.986	0.977
12	$2.72 \times 10^{-10}$	$2.80 \times 10^{-10}$	$2.84 \times 10^{-10}$	$3.62 \times 10^{-10}$	$1.45 \times 10^{-9}$	$1.45 \times 10^{-9}$	$1.45 \times 10^{-9}$	$1.45 \times 10^{-9}$	$1.45 \times 10^{-9}$	0.986	0.977
13	$2.86 \times 10^{-12}$	$3.75 \times 10^{-12}$	$3.60 \times 10^{-12}$	$3.75 \times 10^{-12}$	$4.95 \times 10^{-12}$	$4.95 \times 10^{-12}$	$4.95 \times 10^{-12}$	$4.95 \times 10^{-12}$	$4.95 \times 10^{-12}$	0.873	0.892
14	$1.50 \times 10^{-10}$	$1.97 \times 10^{-10}$	$1.92 \times 10^{-10}$	$1.54 \times 10^{-11}$	$1.98 \times 10^{-11}$	$1.98 \times 10^{-11}$	$1.98 \times 10^{-11}$	$1.98 \times 10^{-11}$	$1.98 \times 10^{-11}$	0.873	0.882



**TABEAU XI<sub>d</sub>**

	SANS CORIOLIS				AVEC CORIOLIS				$R_{BCS}^M$	$R_{SBCS}^M$
	$T_N$	$T_{BCS}$	$T_{SBCS}$	$T_N$	$T_{BCS}$	$T_{SBCS}$	$T_N$	$T_{BCS}$		
15	$1.64 \times 10^{-10}$	$1.71 \times 10^{-10}$	$2.23 \times 10^{-10}$	$1.29 \times 10^{-10}$	$1.62 \times 10^{-10}$	$1.83 \times 10^{-10}$			0.980	0.857
16	$4.86 \times 10^{-10}$	$5.23 \times 10^{-10}$	$5.13 \times 10^{-10}$	$3.74 \times 10^{-10}$	$4.53 \times 10^{-10}$	$3.92 \times 10^{-10}$			0.964	0.974
17	$1.90 \times 10^{-7}$	$2.06 \times 10^{-7}$	$2.22 \times 10^{-7}$	$2.41 \times 10^{-7}$	$3.84 \times 10^{-10}$	$3.02 \times 10^{-7}$			0.861	0.926
18	$1.46 \times 10^{-9}$	$1.96 \times 10^{-9}$	$2.63 \times 10^{-9}$	$6.87 \times 10^{-9}$	$9.04 \times 10^{-9}$	$1.01 \times 10^{-8}$			0.883	0.746
19	$3.14 \times 10^{-8}$	$4.22 \times 10^{-8}$	$5.64 \times 10^{-8}$	$1.91 \times 10^{-8}$	$2.15 \times 10^{-8}$	$3.44 \times 10^{-8}$			0.883	0.746
20	$3.05 \times 10^{-9}$	$4.09 \times 10^{-9}$	$5.47 \times 10^{-9}$	$4.63 \times 10^{-9}$	$5.48 \times 10^{-9}$	$8.97 \times 10^{-9}$			0.883	0.746
21	$1.84 \times 10^{-9}$	$4.43 \times 10^{-9}$	$1.94 \times 10^{-9}$	$1.68 \times 10^{-9}$	$4.08 \times 10^{-9}$	$1.63 \times 10^{-9}$			0.645	0.571
22	$1.88 \times 10^{-9}$	$4.52 \times 10^{-9}$	$1.98 \times 10^{-9}$	$1.36 \times 10^{-9}$	$4.06 \times 10^{-9}$	$2.78 \times 10^{-9}$			0.645	0.571
23	$5.58 \times 10^{-9}$	$1.33 \times 10^{-9}$	$5.83 \times 10^{-9}$	$5.22 \times 10^{-9}$	$2.01 \times 10^{-9}$	$5.36 \times 10^{-9}$			0.645	0.571
24	$4.57 \times 10^{-10}$	$4.70 \times 10^{-10}$	$4.57 \times 10^{-10}$	$2.87 \times 10^{-10}$	$2.86 \times 10^{-10}$	$3.47 \times 10^{-9}$			0.850	0.998
25	$3.03 \times 10^{-10}$	$3.11 \times 10^{-10}$	$3.04 \times 10^{-10}$	$5.01 \times 10^{-10}$	$4.86 \times 10^{-10}$	$6.02 \times 10^{-10}$			0.850	0.998
26	$6.98 \times 10^{-11}$	$7.17 \times 10^{-11}$	$6.99 \times 10^{-10}$	$5.73 \times 10^{-10}$	$5.76 \times 10^{-10}$	$6.49 \times 10^{-10}$			0.850	0.998
27	$2.16 \times 10^{-8}$	$2.16 \times 10^{-8}$	$2.16 \times 10^{-8}$	$2.16 \times 10^{-8}$	$2.16 \times 10^{-8}$	$2.16 \times 10^{-8}$			1.0	1.0

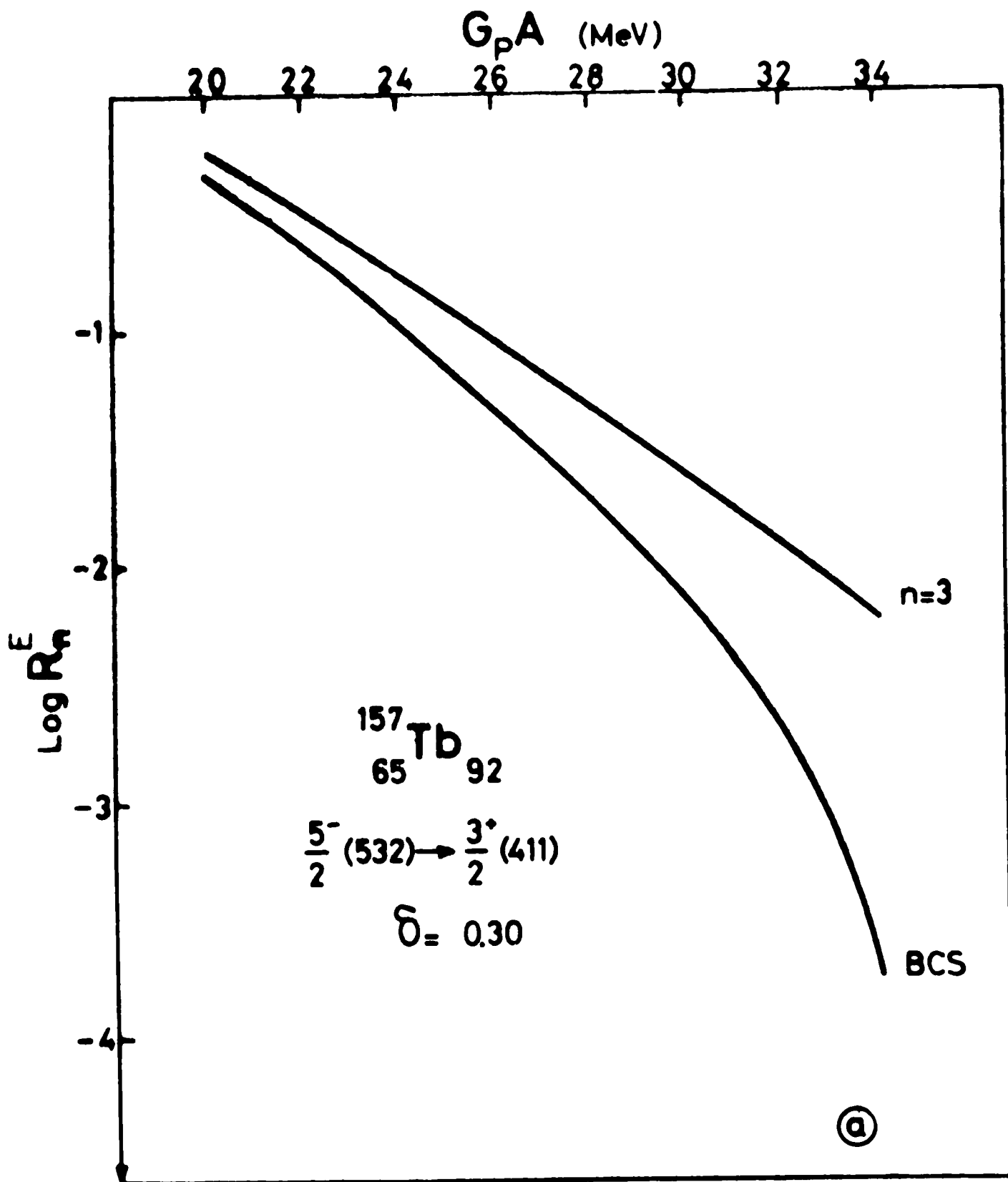


FIG. 1 a : Evolution du facteur de réduction en fonction du paramètre  $G$  pour une transition E 1

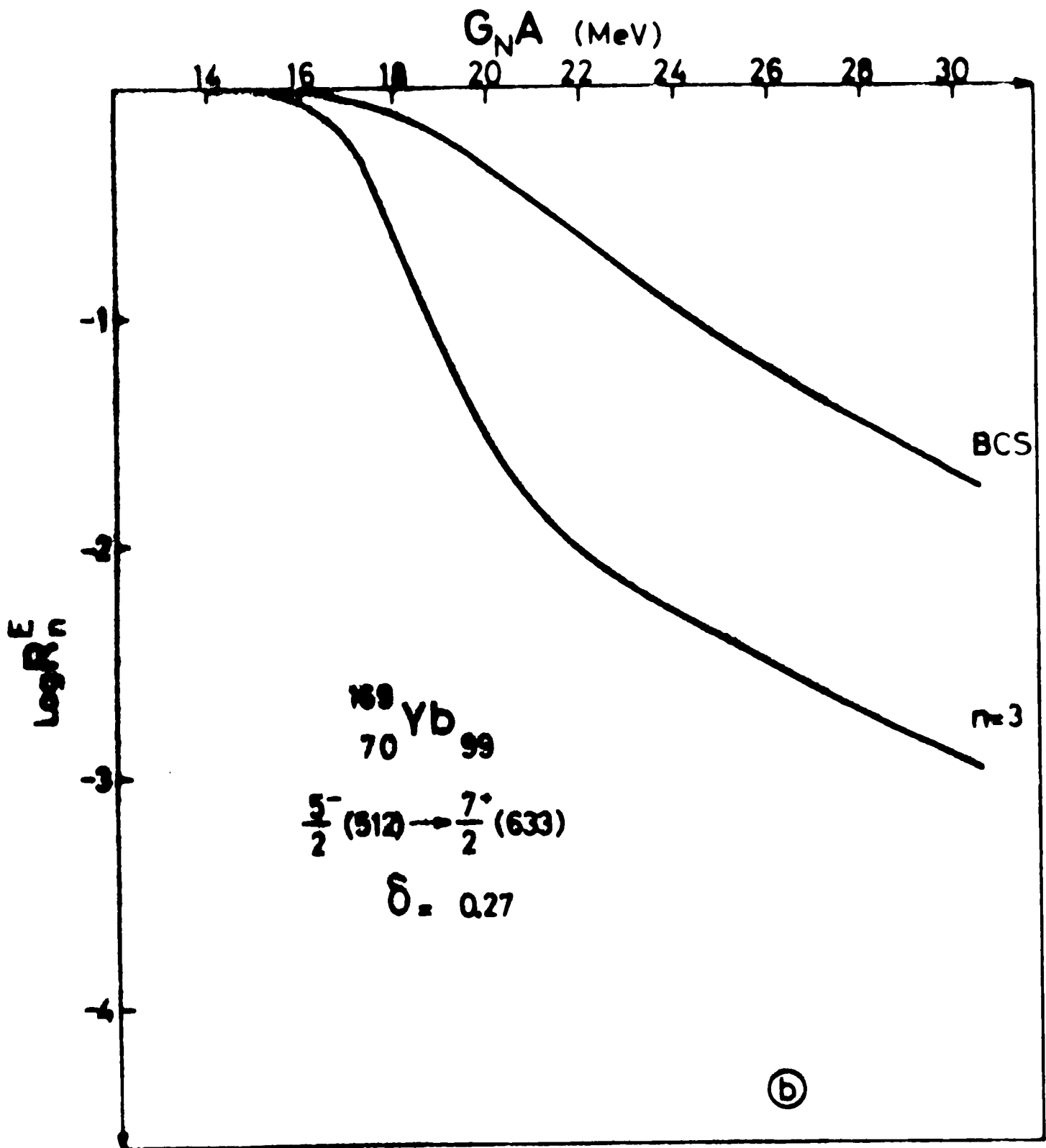


FIG. 1 b : Evolution du facteur de réduction en fonction du paramètre d'appariement  $G$  pour une transition  $5^-1$

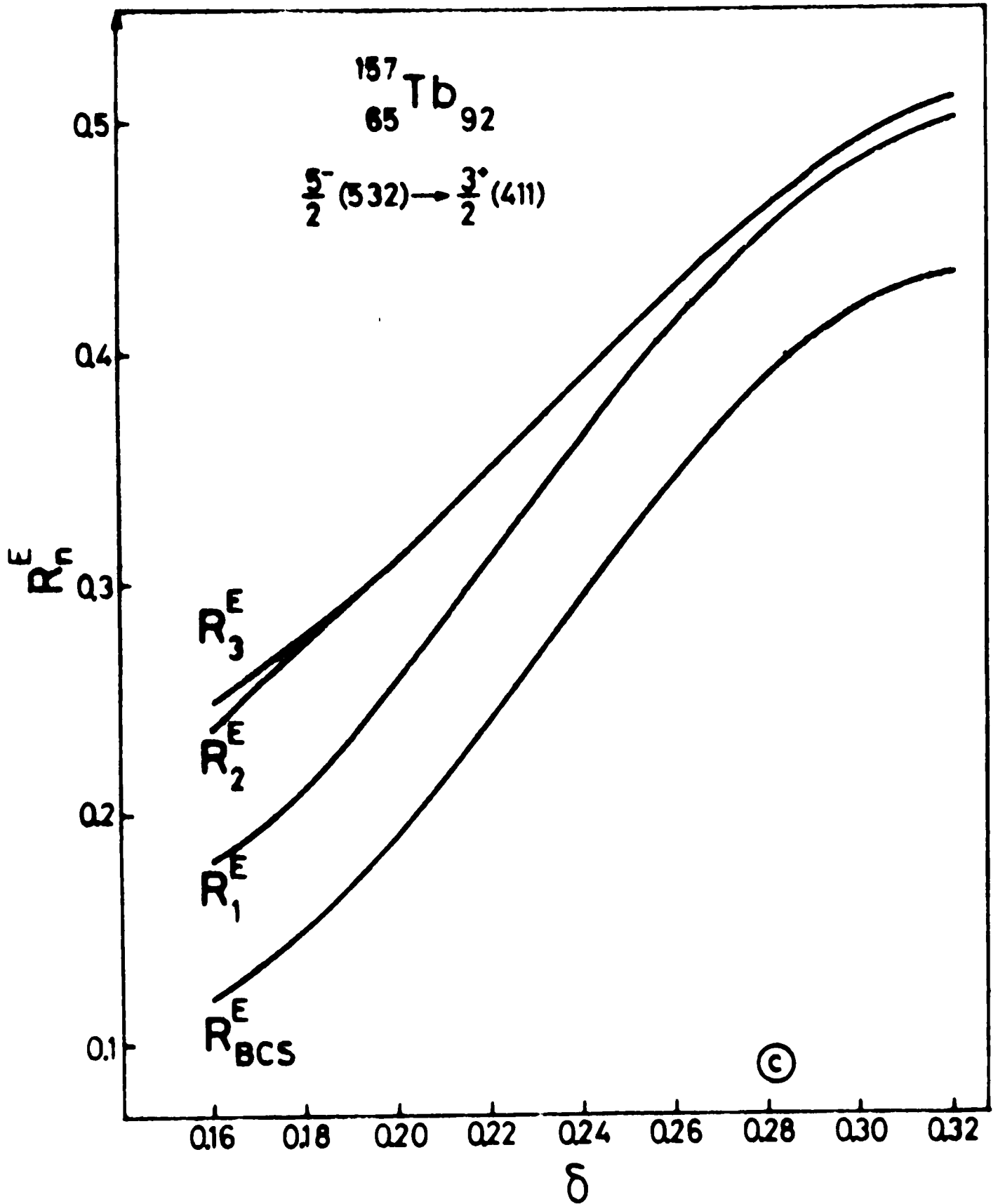


FIG. 1 c : Evolution du facteur de réduction en fonction de la déformation nucléaire  $\delta$  pour une transition E 1

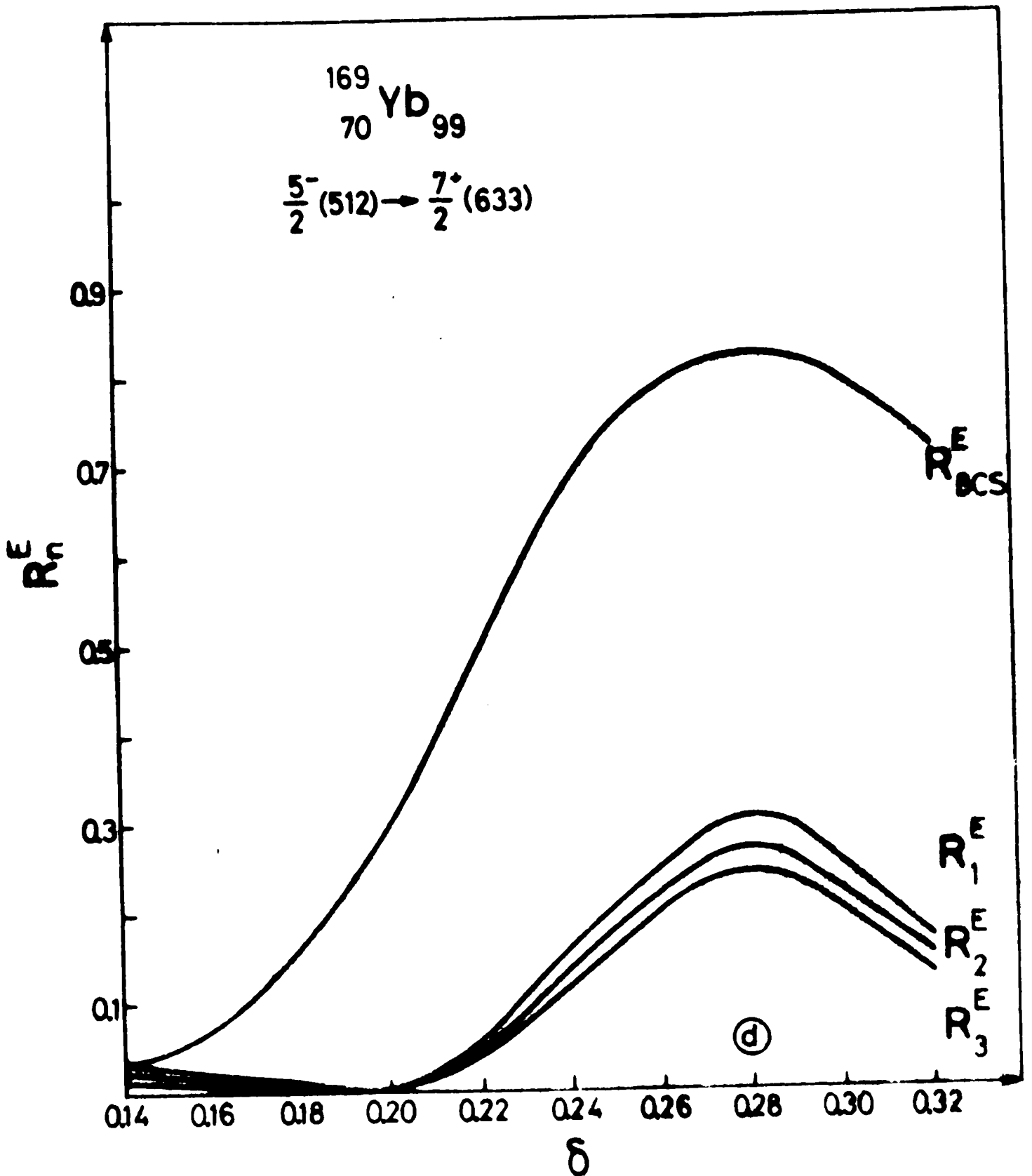


FIG. 1 d : Evolution du facteur de réduction en fonction de la déformation nucléaire  $\delta$  pour une transition E 1

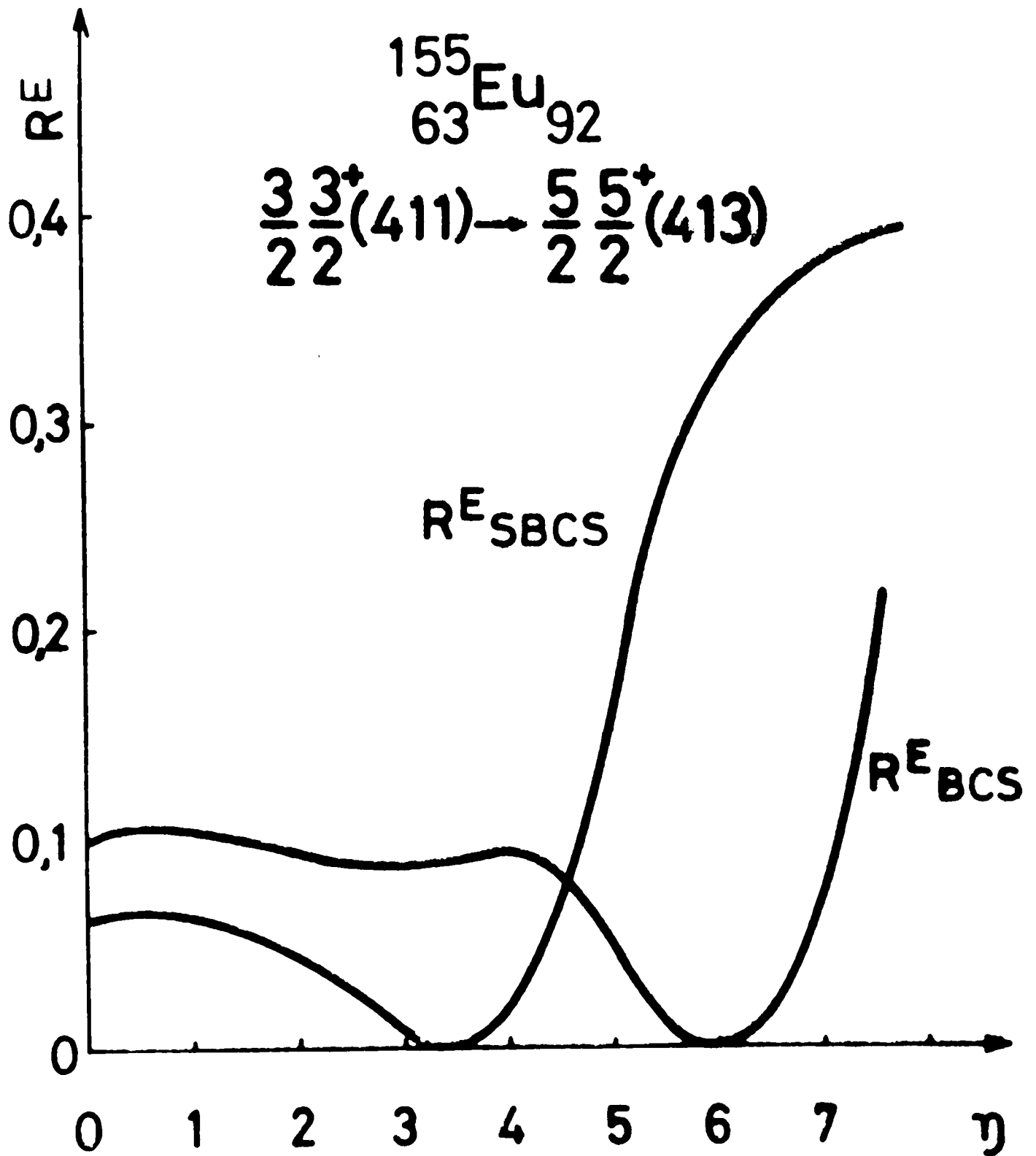


FIG. 2 a : Evolution du facteur de réduction en fonction de la déformation nucléaire  $\eta$  pour une transition E 2

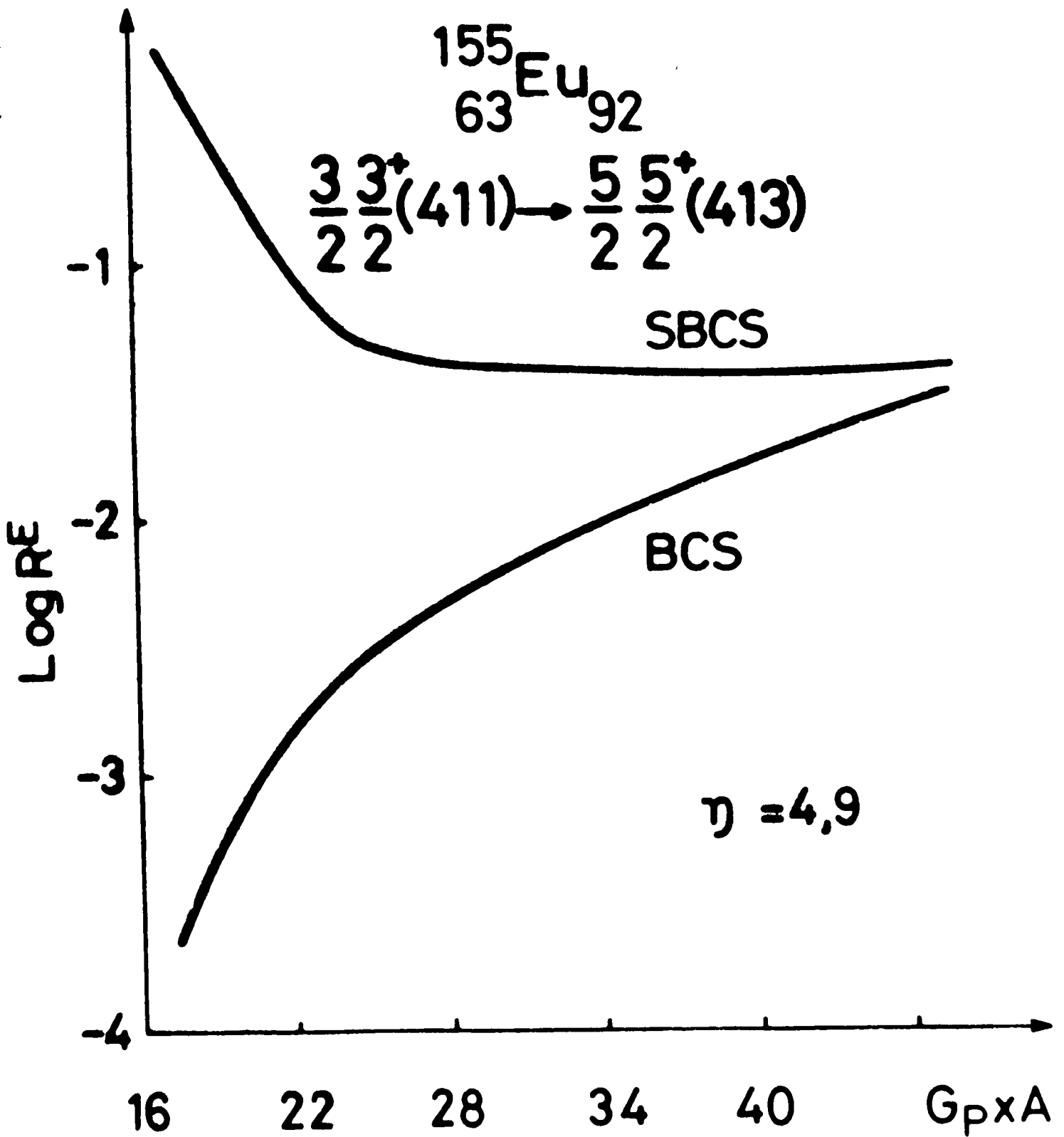


FIG 2 b : Evolution du facteur de réduction électrique en fonction de G pour une transition F 2

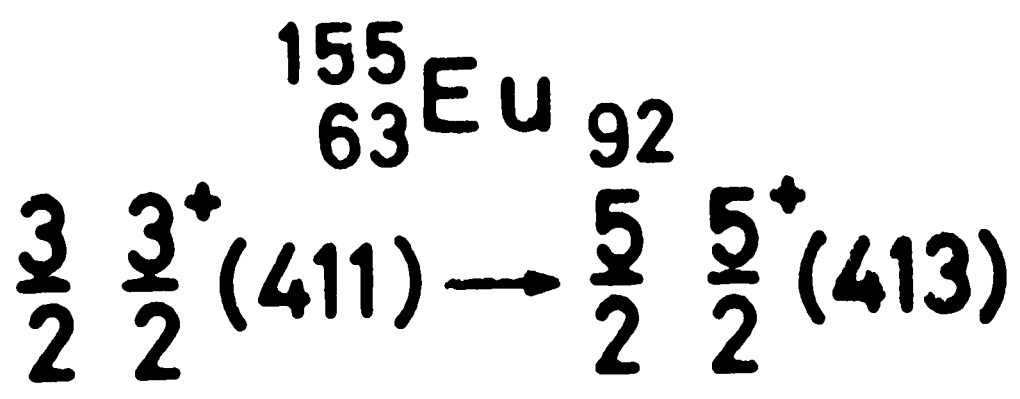
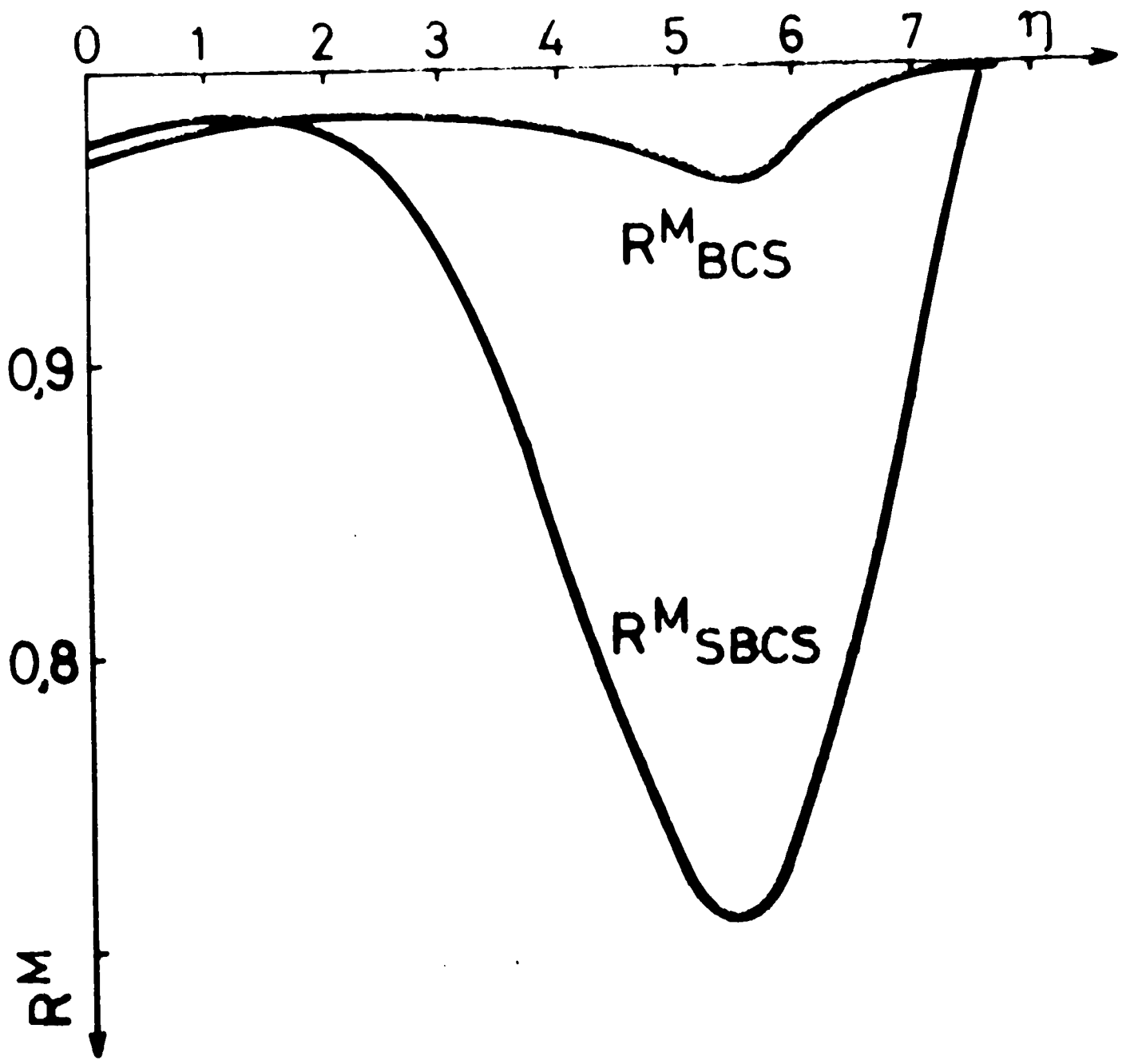


FIG. 2 c : Evolution du facteur de réduction magnétique en fonction de la déformation nucléaire  $\eta$  pour une transition E 2



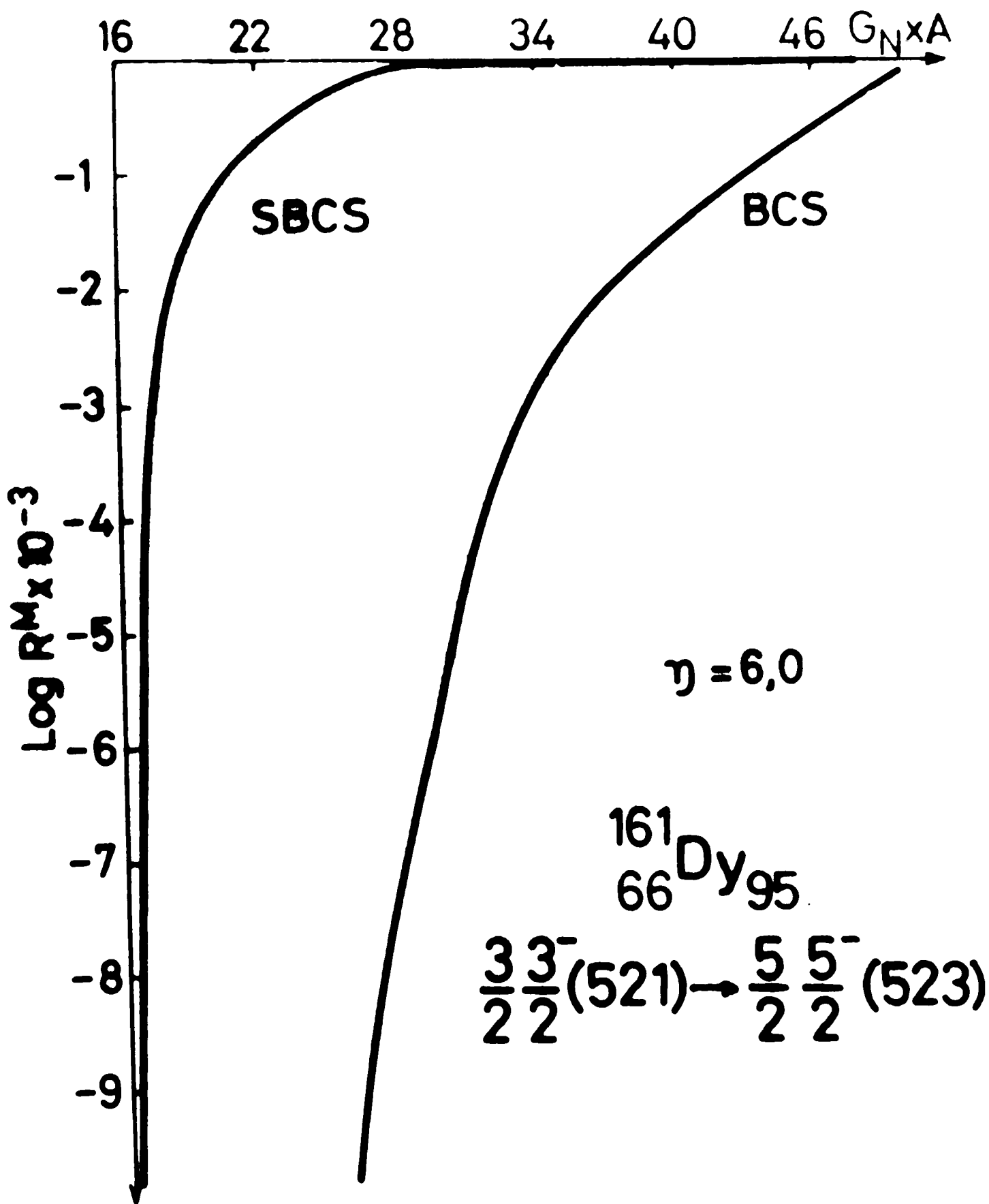


FIG. 2 d : Evolution du facteur de reduction magnetique en fonction de G pour une transition F 2

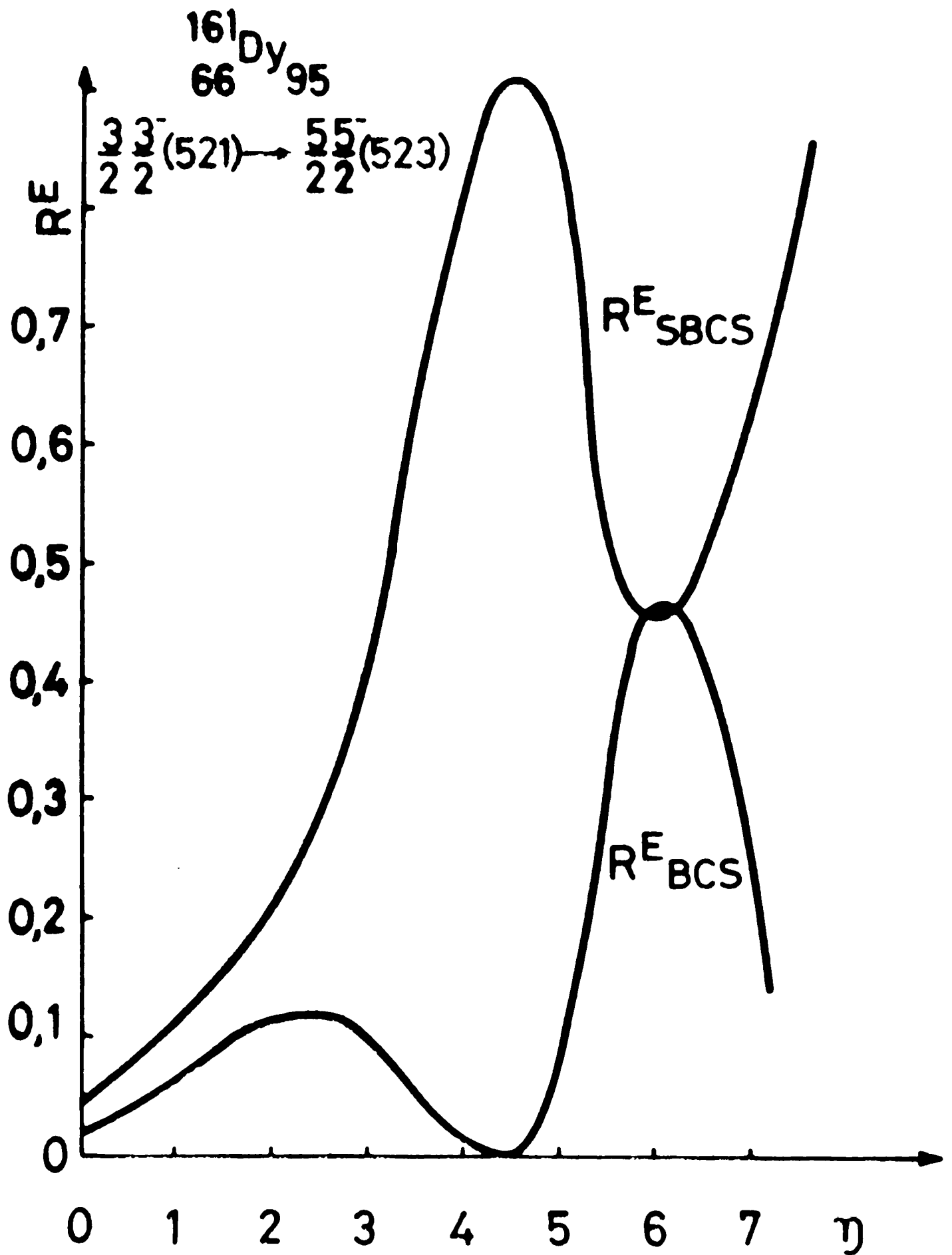


FIG. 3 a. Evolution du facteur de réduction électrique en fonction de la déformation nucléaire  $\eta$  pour une transition M1.

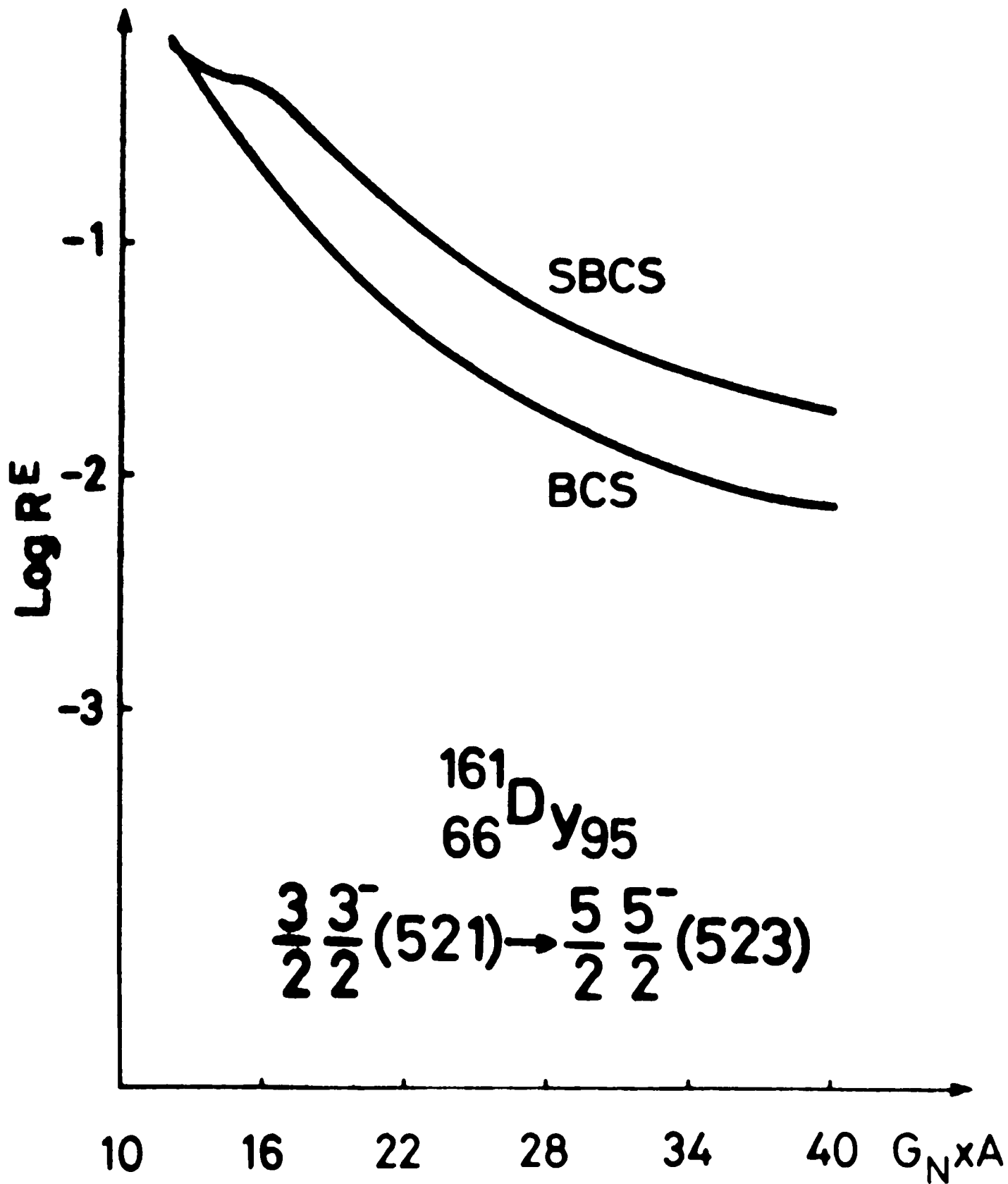


FIG. 3 b Evolution du facteur de reduction électrique en fonction de  $G$  pour une transition  $M_1$

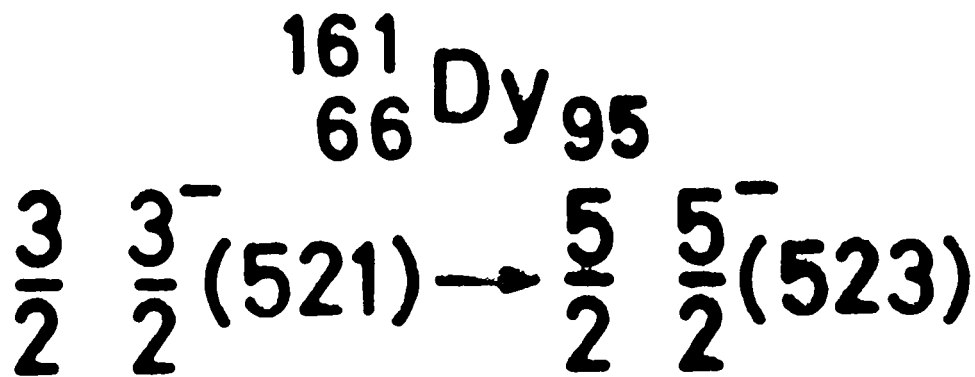
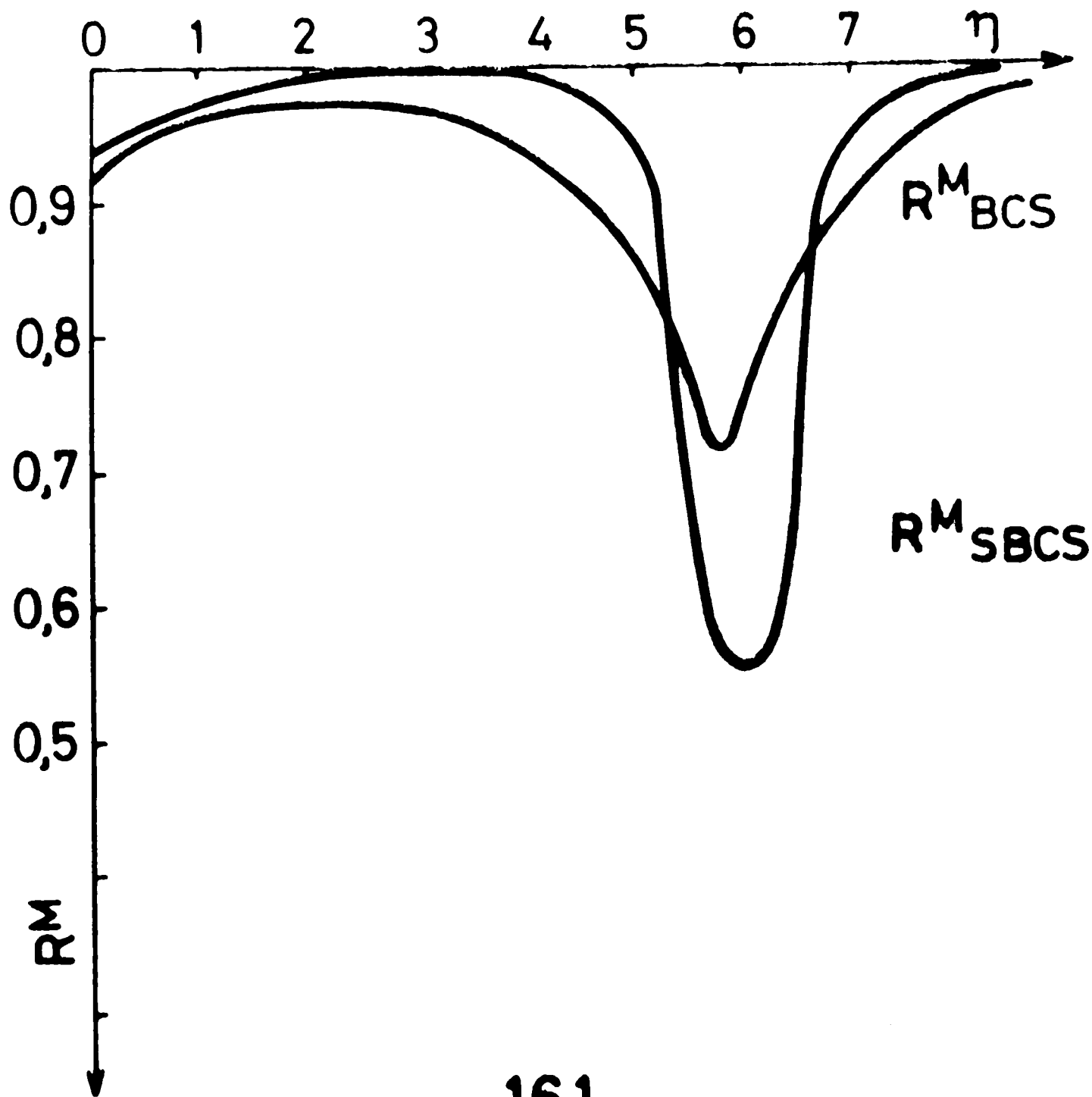


FIG. 3 c : Evolution du facteur de réduction magnétique en fonction de la déformation nucléaire  $\eta$  pour une transition M1

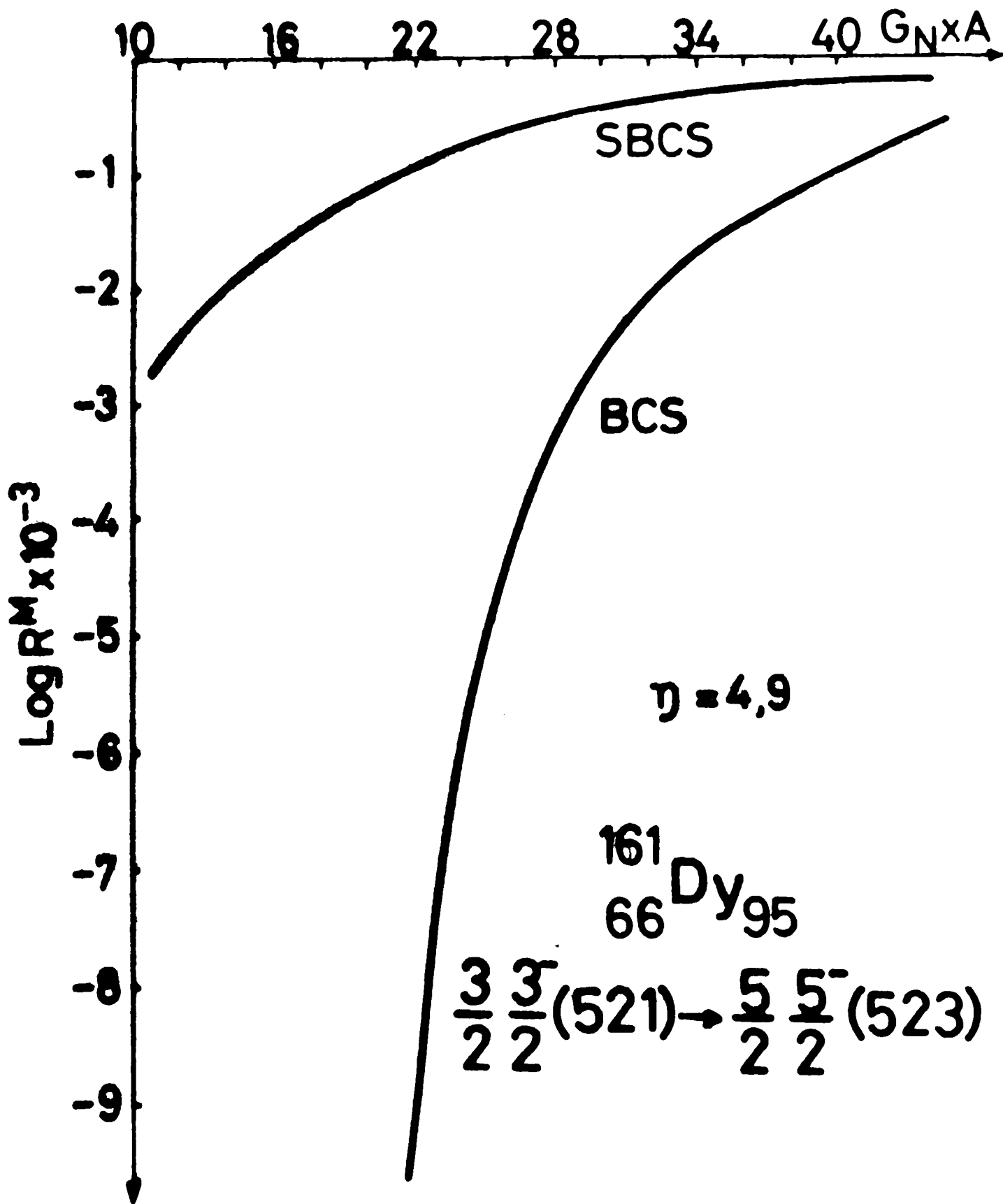


FIG. 3 d : Evolution du facteur de réduction magnétique en fonction de  $G$  pour une transition M 1

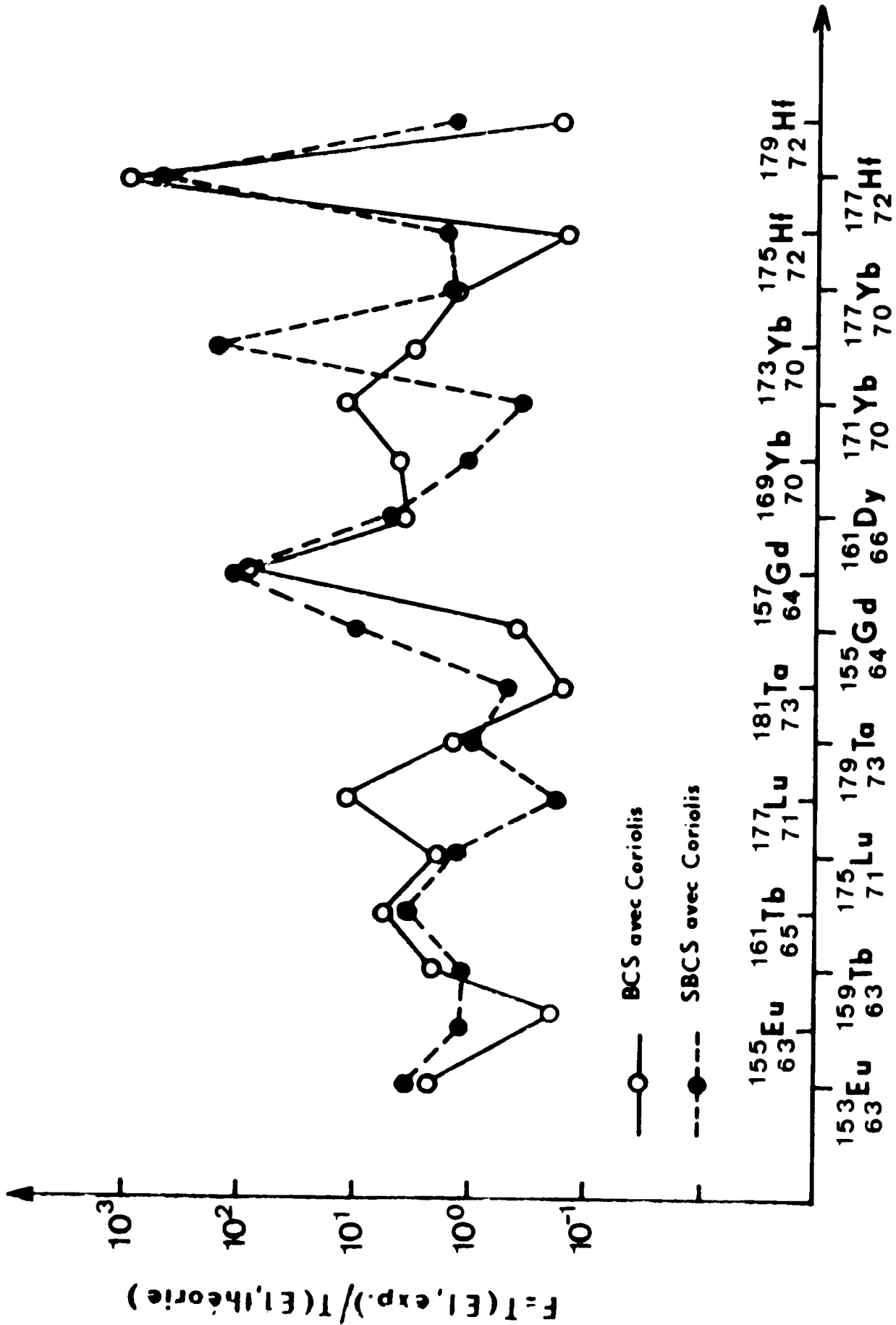


FIG. 4

C H A P I T R E   I V  
=====

LES TRANSITIONS BETA DANS LA THEORIE SBCS

IV.1. INTRODUCTION.

La théorie BCS, en induisant un mélange considérable des configurations possibles du modèle en couches, modifie sensiblement la quasi-totalité des résultats prédits par le modèle à particules indépendantes, et plus particulièrement ceux concernant les probabilités des transitions  $\beta$  et  $\gamma$ . Ces modifications ne constituent pas toujours une amélioration. Les estimations du modèle de NILSSON pour les probabilités de transitions électromagnétiques sont souvent plus proches de l'expérience que celles obtenues avec la théorie BCS. C'est pourquoi plusieurs corrections ont été apportées à cette dernière théorie pour ce qui concerne le calcul des transitions  $\beta$  et  $\gamma$ . Relativement aux transitions  $\beta$  entre noyaux déformés, nous citerons particulièrement :

1°) Le terme correctif de KOTANI (K059, BG65)  $\log_{10} \left[ \frac{f_c^{(0)}}{f_o^{(0)}} \right]$

qui s'avère cependant trop petit pour améliorer sensiblement les résultats théoriques,

2°) L'obtention des amplitudes d'occupation  $v$  et d'inoccupation  $u$  à partir des données expérimentales par l'usage de fon-

mules théoriques simples (SA64) ; cette approche cependant, ne donne pas un bon accord avec les résultats fournis par l'expérience ;

3°) L'addition d'une force quadrupolaire à la force d'appariement (KI63) ainsi que la prise en considération des excitations de quasi-particules et de phonons ;

4°) La correction induite par les états à trois quasi-particules (HA65) ;

5°) Les effets de dimension finie du noyau (MA58) ;

6°) L'approche QRPA ("quasi-particle random-phase-approximation") avec des interactions résiduelles séparables (HE73) ;

7°) Les effets de polarisation spin-spin qui peuvent par exemple améliorer les transitions  $\beta$  une fois interdites (BG73a) ;

8°) L'une des corrections les plus importantes, et qui peut aisément être prise en considération, semble être l'effet de l'interaction de Coriolis. A notre connaissance, les seules études tenant compte de l'interaction de Coriolis dans les processus de désintégration  $\beta$ , sont celles de BOGDAN et collaborateurs (BG73a, BG73b).

Il a été montré récemment (FE75a) que la non conservation du nombre de particules dans la théorie BCS induit



également des effets non physiques dans le calcul des probabilités de transition  $\beta$ . La seule tentative faite pour éliminer les fluctuations du nombre de particules dans l'étude de la désintégration  $\beta$  est le calcul de MIRANDA et PRESTON (MI69). En calculant, à l'aide des fonctions génératrices de BAYMAN (BA60), quelques facteurs de réduction pour des transitions  $\beta$  permises et interdites, ces auteurs mettent en lumière l'importance de la projection sur le nombre de particules. Comme il a été discuté dans les références (FE73, FE74a,b, FE75a,b) cette méthode de projection ne semble pas la plus puissante et de plus le nombre relativement faible de transitions étudiées ne permet pas de conclure quant à l'influence des effets non physiques de la dispersion du nombre de particules.

Nous nous proposons de reformuler, dans le présent chapitre, l'expression du facteur de réduction en utilisant le formalisme des suites discrètes des fonctions SBCS et de calculer les valeurs  $\log_{10} f_t$  pour plusieurs transitions une fois interdites en tenant compte de l'interaction de Coriolis lorsqu'elle est présente.

#### IV.2. LE FACTEUR DE REDUCTION

Nous adoptons la notation du chapitre I, et nous nous limitons au calcul théorique du facteur de réduction pour la

desintégration  $\beta^-$ . Nous négligeons également l'interaction neutron-proton qui est faible en général dans la région des noyaux que nous étudions.

### 2.1. CAS D'UN NOYAU PARENT A N IMPAIR.

En admettant que le noyau initial possède  $2N+1$  neutrons et  $2Z$  protons, tandis que le nombre de paires de Cooper reste inchangé au cours de la transition, le noyau résultant aura  $2N$  neutrons et  $2Z+1$  protons. Les fonctions d'onde représentant les états initial et final sont alors données respectivement par :

$$|\psi_i(2N+1, 2Z)\rangle_n = |\psi_{\mu_0}(2N+1)\rangle_n |\psi(2Z)\rangle_n \quad (\text{IV.1a})$$

$$|\psi_f(2N, 2Z+1)\rangle_n = |\psi(2N)\rangle_n |\psi_{\mu_1}(2Z+1)\rangle_n \quad (\text{IV.1b})$$

où  $|\mu_0\rangle$  (respectivement  $|\mu_1\rangle$ ) est l'état initial (resp. final) occupé par le nucléon inapparié donnant lieu à la transition ;

$|\psi_{\mu_0}(2N+1)\rangle_n$  et  $|\psi(2N)\rangle_n$  [resp.  $|\psi(2N)\rangle_n$  et  $|\psi_{\mu_1}(2Z+1)\rangle_n$ ] sont

les kets états neutron (resp. proton) initial et final. Nous avons :

$$|\psi_{\mu_0}(2N+1)\rangle_n = C_{2N+1} \left\{ \sum_{k=0}^{n+1} \tau_k n_k^{-p} i^{(N)} a_{\mu_0}^+ \prod_{u \neq \mu_0} [u_u(N)+] \right.$$

$$\left. \eta_k v_u(N) a_u^\dagger a_u^\dagger \right] + \text{C.C.} \left. \right\} |0\rangle \quad (\text{IV.2a})$$

$$\left. \begin{aligned} |\psi(2Z)\rangle_n = C_{2Z} & \left\{ \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k \eta_k^{-P_i(Z)} \prod_u \left[ u_u(Z) + \eta_k v_u(Z) b_u^\dagger b_u^\dagger \right] + \right. \\ \text{C.C.} & \left. \right\} |0\rangle \quad (\text{IV.2b}) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} |\psi(2N)\rangle_n = C_{2N} & \left\{ \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k \eta_k^{-P_f(N)} \prod_{v>0} \left[ A_v(N) + \eta_k B_v(N) a_v^\dagger a_v^\dagger \right] + \right. \\ \text{C.C.} & \left. \right\} |0\rangle \quad (\text{IV.2c}) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} |\psi_{\nu_1}(2Z+1)\rangle_n = C_{2Z+1} & \left\{ \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k \eta_k^{-P_f(Z)} b_{\nu_1}^\dagger \prod_v \left[ A_v(Z) + \right. \right. \\ \eta_k B_v(Z) b_u^\dagger b_u^\dagger & \left. \left. \right] + \text{C.C.} \right\} |0\rangle \quad (\text{IV.2d}) \end{aligned}$$

L'opérateur correspondant à la transition considérée étant :

$$\theta = \sum_{ij} \langle i(Z) | \theta | j(N) \rangle b_i^\dagger a_j$$

ses éléments de matrice s'écrivent à l'aide des kets (IV.1):

$$\begin{aligned} & \langle \psi_f(2N, 2Z+1) | \theta | \psi_i(2N+1, 2Z) \rangle = \\ & \sum_{ij} \langle i(Z) | \theta | j(N) \rangle_n \langle \psi_{\mu_1}(2Z+1) | b_i^\dagger | \psi(2Z) \rangle_n \times \\ & \langle \psi(2N) | a_j | \psi_{\mu_0}(2N+1) \rangle_n \end{aligned} \quad (IV.3)$$

Sachant que pour tout opérateur  $\theta$  conservent le nombre de particules, c'est à dire qui ne connecte que des composantes correspondant à un même nombre de particules, on peut écrire avec les fonctions d'onde projetées (si l'état  $\mu_0$  est bloqué)

$${}_n \langle \psi_{\mu_0} | \theta | \psi_{\mu_0} \rangle_n = \frac{1}{n} \langle \psi_{\mu_0} | \theta | \psi_{\mu_0} \rangle_n \quad (IV.4a)$$

ou plus généralement :

$${}_n \langle \psi_{\mu_0} | \theta | \psi_{\mu_0} \rangle_n = 2(n+1)C \quad {}_n \langle \psi_{\mu_0} | \theta | \psi_{\mu_0} \rangle_n \quad (IV.4b)$$

En utilisant ces expressions et celles correspondant au cas où il n'y a pas de blocage, les éléments de matrice du second

membre de l'équation (IV.3) s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 & {}_n \langle \psi_{\mu_1}(2Z+1) | b_i^\dagger | \psi(2Z) \rangle_n = \\
 & 2(n+1)C_{2Z} \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k \eta_k^{-P_f(Z)} \langle 0 | \prod_{u \neq \mu_1} [A_u(Z) + \\
 & \eta_k B_u(Z) b_{\mu_0}^\dagger b_{\mu_0}^\dagger] [u_\mu(Z) + \eta_k v_{\mu_1}(Z) b_{\mu_1}^\dagger b_{\mu_1}^\dagger] \prod_{u \neq \mu_1} [u_u(Z) + \\
 & \eta_k v_{\mu_1}(Z) b_{\mu_1}^\dagger b_{\mu_1}^\dagger] \prod_{u \neq \mu_1} [u_u(Z) + \eta_k v_u(Z) b_u^\dagger b_u^\dagger] | 0 \rangle + C.C. \quad (IV.5a) \\
 & = 2(n+1)C_{2Z} \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k \eta_k^{-P_f(Z)} u_{\mu_1}(Z) \prod_{u \neq \mu_1} [u_u(Z) A_u(Z) + \\
 & \eta_k v_u(Z) B_u(Z)] + C.C.
 \end{aligned}$$

et d'une manière analogue :

$$\begin{aligned}
 & {}_n \langle \psi(2N) | a_j | \psi_{\mu_0}(2N+1) \rangle_n = \\
 & 2(n+1)C_{2N+1} \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k \eta_k^{-P_f(N)} \langle 0 | \prod_{u \neq \mu_0} [A_u(N) + \eta_k B_u(N) a_{\mu_0}^\dagger a_{\mu_0}^\dagger] \times \\
 & [A_{\mu_0}(N) + \eta_k B_{\mu_0}(N) a_{\mu_0}^\dagger a_{\mu_0}^\dagger] a_i a_{\mu_0}^\dagger \prod_{u \neq \mu_0} [u_u(N) +
 \end{aligned}$$

$$\eta_{k\nu\nu}(N) a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu}^{\dagger} \Big] |0\rangle + \text{C.C.} =$$

$$2(n+1)C_{2N+1} \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k \eta_k^{-P_f(N)} A_{\nu_0} \prod_{\nu} \left[ u_{\nu}(N) A_{\nu}(N) + \right. \tag{IV.5b}$$

$$\left. \eta_{k\nu\nu}(N) B_{\nu}(N) \right] + \text{C.C.}$$

ces résultats peuvent être écrits de la manière suivante :

$${}_n \langle \psi_{\mu_1}(2Z+1) | b_i^{\dagger} | \psi(2Z) \rangle_n = \delta_{j\mu_1} R_Z(n) \tag{IV.6a}$$

$${}_n \langle \psi(2N) | a_j | \psi_{\mu_0}(2N+1) \rangle_n = \delta_{i\mu_0} R_N(n) \tag{IV.6b}$$

et finalement :

$${}_n \langle \psi_f(2N, 2Z+1) | \theta | \psi_i(2N+1, 2Z) \rangle_n =$$

$$\langle \mu_1(Z) | \theta | \mu_0(N) \rangle R_Z(n) R_N(n) \tag{IV.7}$$

Les facteurs de réduction étant pour neutrons et protons respectivement :

$$R_Z(n) = u_{\mu_1}(Z) \left[ \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k R_{fk}(Z) \cos \psi_{fk}(Z) \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k R_{ik}(Z) \cos \psi_{ik}(Z) \right]^{-1/2} \times$$

$$\sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k R_{ik}(Z) \cos \psi_{ifk}(Z) \quad (\text{IV.8a})$$

et

$$R_N(n) = A_{u_0}(N) \left[ \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k R_{fk}(N) \cos \psi_{fk}(N) \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k R_{ik}(N) \cos \psi_{ik}(N) \right]^{-1/2}$$

$$\sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k R_{ifk}(N) \cos \psi_{ifk}(N) \quad (\text{IV.8b})$$

Dans l'équation (IV.8a) les définitions suivantes ont été utilisées :

$$x_k = \frac{k\pi}{2(n+1)} ; \gamma_{i_u}(Z) = 2u_u(Z)v_u(Z) ; \gamma_{f_u}(Z) = 2A_u(Z)B_u(Z) ; \quad (\text{IV.9})$$

$$\delta_{i_u}(Z) = u_u^2(Z) - v_u^2(Z) ; \delta_{f_u}(Z) = A_u^2(Z) - B_u^2(Z) ; R_{fk}(Z) = \prod_{u \neq u_1} \rho_{fuk}$$

$$R_{ik}(Z) = \prod_u \rho_{iuk}(Z) ; R_{ifk}(Z) = \prod_{u \neq u_1} \rho_{ifuk}(Z) ;$$

$$\rho_{fuk}(Z) = \left[ 1 - \gamma_{f_u}^2(Z) \sin^2 x_k \right]^{1/2} ; \rho_{iuk}(Z) =$$

$$\left[ 1 - \gamma_{iuk}(Z) \sin^2 x_k \right]^{1/2} ; \psi_{ik}(Z) = \sum_u \left[ \varphi_{iuk} + (\Omega_i(Z) - 2P_i(Z)) x_k \right] ;$$

$$\rho_{ifuk}(Z) = \left[ (u_u(Z)A_u(Z) + v_u(Z)B_u(Z) - \gamma_{iu}(Z)\gamma_{fu}(Z)\sin^2 x_k) \right]^{1/2}$$

$$\phi_{fk}(Z) = \sum_{v \neq u_1} \left[ (\phi_{fuk}(Z) + (\Omega_f(Z) + 2P_f(Z))x_k) \right] ;$$

$$\phi_{ik}(Z) = \sum_{v \neq u_1} \left[ \phi_{ifuk}(Z) + (\Omega_i(Z) - 2P_i(Z))x_k \right]$$

$$\operatorname{tg} \phi_{iuk}(Z) = -\delta_{iu}(Z) \operatorname{tg} x_k ; \operatorname{tg} \phi_{fuk}(Z) = -\delta_{fu}(Z) \operatorname{tg} x_k ;$$

$$\operatorname{tg} \phi_{ifuk}(Z) = - \frac{u_u(Z)A_u(Z) - v_u(Z)B_u(Z)}{u_u(Z)A_u(Z) + v_u(Z)B_u(Z)} \operatorname{tg} x_k.$$

Des définitions similaires ont été utilisées dans l'équation (IV.8b) en remplaçant toutefois Z par N et  $\mu_0$  par  $\mu_1$ .

Les éléments de matrice de l'opérateur de transition  $\theta$  calculés avec les états de NILSSON ou de BCS diffèrent de ceux calculés avec les fonctions d'onde projetées SBCS par le très important facteur théorique de réduction des équations (IV.8 IV.9).



2.2. CAS D'UN NOYAU PARENT A Z IMPAIR.

Si la transition s'effectue d'un noyau parent (2N, 2Z+1) à un noyau fils (2N-1, 2Z+1), nous avons une cassure d'une paire de neutrons dans le noyau initial et création d'une paire de protons dans le noyau final, de sorte que le nombre de paires dans chaque système change d'une unité. Les états initial et final sont alors donnés par :

$$|\psi_i(2N, 2Z+1)\rangle_n = |\psi(2N)\rangle_n |\psi_{\nu_0}(2Z+1)\rangle_n \quad (\text{IV.10a})$$

$$|\psi_f(2N-1, 2Z+2)\rangle_n = |\psi_{\nu_1}(2N-1)\rangle_n |\psi(2Z+2)\rangle_n \quad (\text{IV.10b})$$

avec :

$$|\psi(2N)\rangle_n = C_{2N} \left\{ \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k \eta_k^{-P_i(N)} \prod_{\nu} [u_{\nu}(N) + \eta_k v_{\nu}(N) a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu}^{\dagger}] + \text{C.C.} \right\} |0\rangle \quad (\text{IV.11a})$$

$$|\psi_{\nu_0}(2Z+1)\rangle_n = C_{2Z+1} \left\{ \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k \eta_k^{-P_i(Z)} b_{\nu_0}^{\dagger} \prod_{\nu \neq \nu_0} [u_{\nu}(Z) + \eta_k v_{\nu}(Z) b_{\nu}^{\dagger} b_{\nu}^{\dagger}] + \text{C.C.} \right\} |0\rangle \quad (\text{IV.11b})$$

$$|\psi_{\mu_1}(2N-1)\rangle_n = C_{2N-1} \left\{ \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k \eta_k^{-P_f(N)} a_{\mu_1}^+ \prod_{\nu \neq \mu_1} [A_\nu(N) + \eta_k B_\nu(N) a_\nu^+ a_\nu^+] + \text{C.C.} \right\} |0\rangle \quad (\text{IV.11c})$$

$$|\psi(2Z+2)\rangle_n = C_{2Z+2} \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k \eta_k^{-P_f(Z)} \prod_{\nu} [A_\nu(Z) + \eta_k B_\nu(Z) b_\nu^+ b_\nu^+] + \text{C.C.} \left\} |0\rangle \quad (\text{IV.11d})$$

En procédant comme précédemment, nous obtenons les facteurs de réduction pour ce type de transitions considérées :

$${}_n \langle \psi_f(2N-1, 2Z+2) | \theta | \psi_i(2N, 2Z+1) \rangle_n = \quad (\text{IV.12})$$

$$\langle \mu_0(Z) | \theta | \mu_1(N) \rangle R_Z(n) R_N(n)$$

avec :

$$R_Z(n) = B_{\mu_0}(Z) \left[ \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k R_{fk}(Z) \cos \psi_{fk}(Z) \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k R_{ik}(Z) \cos \psi_{ik}(Z) \right]^{-1/2}$$

$$\sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k P_{ifk}(Z) \cos \psi_{ifk}(Z) \quad (\text{IV.13a})$$

et

$$R_N(n) = v_{\nu_1}(N) \left[ \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k R_{fk}(N) \cos \psi_{fk}(N) \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k R_{ik}(N) \cos \psi_{ik}(N) \right]^{-1/2} \times$$

$$\sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k R_{ik}(N) \cos \psi_{ik}(N) \quad (IV.12')$$

Pour les équations (IV.13) les définitions (IV.9) restent valables pourvu qu'on se rappelle que les niveaux bloqués ne sont plus les mêmes. Dans ce cas nous avons :

$$R_{ik}(Z) = \prod_{u \neq \nu_0} \rho_{iuk}(Z) ; R_{ifk}(Z) = \prod_{u \neq \nu_0} \rho_{ifuk}(Z) ;$$

$$\phi_{fk}(Z) = \sum_u \left[ \phi_{fuk}(Z) + (\Omega_f(Z) - 2P_f(Z)) x_k \right]$$

$$\phi_{ifk}(Z) = \sum_{u \neq \nu_0} \left[ \phi_{ifuk}(Z) + (\Omega_i(Z) - 2P_i(Z)) x_k \right]. \quad (IV.14)$$

Ainsi, les probabilités de transitions calculées avec les fonctions d'onde projetées SBCS, s'obtiennent à partir des probabilités de transitions calculées avec les états de NILSSON, par multiplication par le facteur de réduction projeté :

$$R^{\beta}(n) = \left[ R_Z(n) R_N(n) \right]^2 \quad (\text{IV.15})$$

ce scalaire est, naturellement, compris entre zéro et l'unité; et est confondu, pour  $n$  voisin de 3 à 4 avec  $R_{\text{PBCS}}^{\beta}$ .

L'ensemble des équations (IV.8) et (IV.13) complétées par les définitions (IV.9) résoud complètement le problème de l'influence du nombre de particules sur les transitions  $\beta$  une fois interdites dans les noyaux déformés axialement. Nos résultats ont une apparence compliquée, cependant notre méthode convient parfaitement pour la programmation et est nettement moins difficile que la méthode PBCS qui fait intervenir des intégrales en général difficiles à calculer numériquement.

### IV.3. LES VALEURS $f_t$

En tenant compte de l'interaction de Coriolis comme terme perturbatif, au premier ordre, les états nucléaires seront décrits par les fonctions d'ondes (III.9). Si  $D_{\text{GT}}(1, \mu)$  est l'opérateur de transition de GAMOW-TELLER, la probabilité de transition réduite, calculée avec les kets des équations (III.9), est donnée par :

$$\begin{aligned}
 P_{GT} = & \left| \langle I_f, k_f M_f; u_f | D_{GT}(1, k_f - k_i) | I_i, k_i M_i; u_i \rangle + \right. \\
 & \sum_{k_f'} \langle k_f' u_f | I_f k_f \rangle \langle I_f, k_f' M_f; u_f | D_{GT}(1, k_f' - k_i) | I_i, k_i M_i; u_i \rangle + \\
 & \sum_{k_i'} \langle I_f, k_f M_f; u_f | D_{GT}(1, k_f - k_i') | I_i, k_i' M_i; u_i \rangle \langle k_i' u_i | I_i k_i \rangle + \\
 & \left. \sum_{k_i' k_f'} \langle k_f' u_f | I_f k_f \rangle \langle I_f, k_f' M_f; u_f | D_{GT}(1, k_f' - k_i') | I_i, k_i' M_i; u_i \rangle \langle k_i' u_i | I_i k_i \rangle \right|^2
 \end{aligned}
 \tag{IV.16}$$

avec  $k_i' = k_i \pm 1$  ;  $k_f' = k_f \pm 1$  et

$$\begin{aligned}
 \langle I', k' M'; u' | D_{GT}(1, \mu) | I, k M; u \rangle &= \langle I k 2 k' - k | I' k' | D_{GT}(1, k' - k) | u k \rangle + \\
 (-)^{I'+k'} \langle I - k 2 - k | k | I' - k' \rangle &\langle u' - k' | D_{GT}(1, -k' - k) | u k \rangle
 \end{aligned}$$

Il est important de remarquer que l'élément de matrice  $\langle u' k' | D_{GT}(1, \mu) | u k \rangle$  dépend du choix des états intrinsèques  $|u k \rangle$  du noyau parent et  $|u' k' \rangle$  du noyau fils. Si nous repérons par l'indice N cet élément de matrice calculé avec les états de NILSSON, nous avons entre les trois modèles les relations suivantes :

$$\langle u' k' | D_{GT}(1, \mu) | u k \rangle_{BGS}^{\mathcal{N}} = \langle u' k' | D_{GT}(1, \mu) | u k \rangle_N^{\mathcal{R}_{BGS}} \tag{IV.17a}$$

$$\langle u'k' | D_{GT}(1, \mu) | uk \rangle_{SBCS}^{\mathcal{L}} = \langle u'k' | D_{GT}(1, \mu) | uk \rangle_N^{\mathcal{L}} R_{SBCS}^{\beta} \quad (IV.17b)$$

Pour tous les calculs numériques des valeurs  $ft$  :

$$ft = \frac{2\pi^3 \hbar^7 \log 2}{g^2 m^5 c^4 P_{GT}} \quad (IV.18)$$

nous avons pris  $g = 0.873 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$  ( $= 2.97 \times 10^{-12}$  unités relativistes).

#### IV.4. RESULTATS NUMERIQUES

Nous avons d'abord étudié numériquement la convergence des suites de fonctions  $R_N^2(n)$ ,  $R_Z^2(n)$  et  $R^{\beta}(n)$  en fonction du degré d'extraction  $n$  des composantes non physiques. Le tableau XII montre les résultats pour des échantillons des quatre types de transitions  $\beta$  une fois interdites. Dans la totalité des cas reportés dans ce tableau, la convergence est réalisée d'une manière satisfaisante dès que  $n$  est de l'ordre de 3 ou 4. Ceci met bien en évidence les avantages de l'approche SBCS, c'est à dire d'une sommation discrète dans la procédure de projection sur les états propres du nombre de particules. La dernière colonne du tableau 12 donne les valeurs des intégrales de recouvrement des fonctions d'onde BCS ; on remarquera que dans la majorité des cas, ces résultats diffèrent notablement de ceux ob-

tenus avec les fonctions d'onde SBCS. Dans tous les cas où un neutron ou un proton se transforme en un proton ou un neutron respectivement au cours de la transition,  $R_{SBCS}^{\beta}$  est pratiquement le double de  $R_{BCS}^{\beta}$ . Cette constatation montre qu'il est absolument indispensable d'éliminer pour ces types de transitions, les effets spurious résultant de la dispersion du nombre de particules. Cette correction est moins indispensable pour les transitions s'accompagnant d'une cassure d'une paire de neutrons ou de protons. Les résultats du tableaux XII confirment également l'observation faite dans les références (FE73, 74a, 74b, 75a, 75b), que pour  $n=0$  le recouvrement des fonctions d'onde projetées est pratiquement le même que celui des fonctions d'onde BCS. Or ces deux types de fonctions ne diffèrent que par les composantes correspondant à un nombre de paires de particules :  $P_{\pm 1}$ ,  $P_{\pm 3}$ ,  $P_{\pm 5}$ , ... . Il semble donc que ces composantes aient une faible amplitude dans les fonctions BCS, et que les erreurs les plus importantes soient induites par les composantes correspondant à un nombre de paires  $P_{\pm 2}$ ,  $P_{\pm 4}$ ,  $P_{\pm 6}$ , ....

Par ailleurs les valeurs théoriques des  $\log_{10}(ft)$ , calculées avec les équations (IV16-IV18), ont été comparées aux valeurs expérimentales pour plusieurs transitions une fois interdites (FE75a). Les résultats des calculs sont portés dans

les tableaux XIII à XVI.

Dans la majorité des transitions étudiées, la déformation des noyaux parent et fils n'est pas la même. Nous avons systématiquement tenu compte de cette éventualité. Tous les paramètres d'inertie ont été pris de la référence BU71.

Notons d'abord le bon accord général des résultats de NILSSON  $\left[ \log_{10}(ft) \right]_N$  avec les données expérimentales reportées dans les tableaux XIII à XVI. Mais, comme il a été déjà mentionné par BOGDAN (BOG65), la quasi-totalité des valeurs théoriques  $\left[ \log_{10}(ft) \right]_N$  de NILSSON sont plus grandes que les valeurs correspondantes données par l'expérience. Comme par ailleurs les divers types de facteurs de réduction sont forcément plus petits que l'unité, il s'en suit que les corrélations d'appariement, tout en modifiant considérablement l'ensemble des résultats théoriques, ne conduisent pas en général, à des résultats meilleurs que ceux prédits par le modèle de NILSSON. Ceci cependant n'est pas gênant, vu que notre but était moins d'étudier la théorie des transitions bêta, que de mettre en évidence l'existence et l'importance des erreurs causées par la non conservation stricte du nombre de nucléons dans la théorie BCS habituelle. Les tableaux XIII à XVI montrent que ce but a été atteint. Dans la quasi-totalité des cas où un neutron inapparié se transforme en un proton inapparié



(tableau XIII) et où un proton inapparié se transforme en un neutron inapparié (tableau XIV), les résultats de la théorie SBCS, sont beaucoup plus proches des résultats expérimentaux que ceux obtenus par la théorie BCS. Cette amélioration n'est cependant pas suffisante. Lorsque la transition s'accompagne d'une cassure d'une paire de COOPER de neutrons et d'une création d'une paire de COOPER de protons (tableau XV) ou inversement d'une cassure d'une paire de COOPER de protons et création d'une paire de COOPER de neutrons (tableau XVI), nos résultats sont moins encourageants. Dans le tableau XV les valeurs  $\left[ \log_{10}(ft) \right]_{\text{SBCS}}$  sont en moyenne proches des valeurs  $\left[ \log_{10}(ft) \right]_{\text{BCS}}$  et dans plusieurs cas il n'y a pas amélioration relativement à l'expérience. Dans le cas d'une cassure d'une paire de protons (tableau XVI) la projection SBCS donne, dans la moitié des cas étudiés, des résultats meilleurs que ceux obtenus avec la théorie BCS. Signalons, en passant, que les transitions s'effectuant d'un état initial  $|I_i, k_i M_i; \nu_i\rangle$  vers les différents états d'une même bande rotationnelle construite sur l'état  $|I_f, k_f M_f; \nu_f\rangle$ , ont même facteur de réduction, puisque ce dernier ne dépend que des nombres quantiques caractérisant les fonctions d'onde intrinsèques initiale et finale et non des nombres quantiques collectifs des états initial et final. En outre, les valeurs  $ft$  pour ces transitions sont proportionnelles,

$$\frac{ft(I_i \rightarrow I_f = k_f)}{ft(I_i \rightarrow I'_f)} = \left[ \frac{\langle I_i k_i 2k_f - k_i | I'_f k_f \rangle}{\langle I_i k_i 2k_f - k_i | I_f k_f \rangle} \right]^2$$

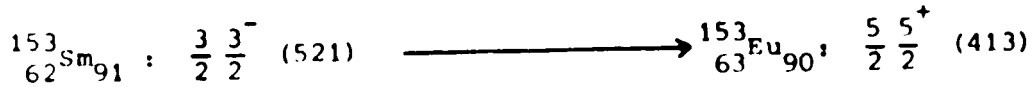
où  $I'_f = k_f + 1, k_f + 2, \dots$

Dans les transitions  $\Delta k = |k_i - k_f| = 1$ , l'interaction de Coriolis  $H_{RPC}$  peut contribuer d'une façon non négligeable à la probabilité de transition. Nous avons calculé les valeurs  $\log_{10}(ft)$  pour plusieurs transitions en utilisant les fonctions d'onde des équations (VI.9) où  $H_{RPC}$  a été considéré comme un terme perturbatif. Les valeurs  $\log_{10}(ft)$  calculées avec les trois modèles de NILSSON, BCS et SBCS sont rassemblées dans le tableau XVII. Il est remarquable que les valeurs  $\log_{10}(ft)$  calculées avec les fonctions d'onde intrinsèques de NILSSON sont plus proches des résultats expérimentaux qu'en l'absence de l'interaction de Coriolis. Ceci, néanmoins, n'est en général pas vrai pour les valeurs théoriques obtenues avec la théorie BCS ou SBCS. Il serait certainement souhaitable de tenir compte du terme de Coriolis par une diagonalisation exacte de l'hamiltonien nucléaire total, mais il est peu probable que les résultats soient meilleurs que ceux que nous avons obtenus.

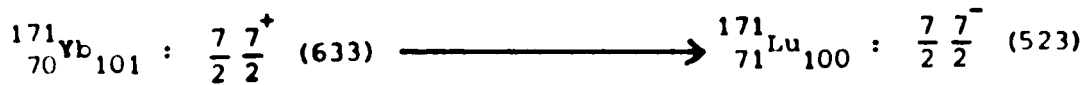
LEGENDE DES TABLEAUX  
=====

- TABLEAU XII Transition  $\beta$ . Evolution des facteurs de réduction proton ( $R_Z^2$ ), neutron ( $R_N^2$ ) et de transition ( $R^\beta$ ) en fonction du degré  $n$  d'extraction des composantes non physiques des fonctions d'onde BCS pour les quatre types de transition mentionnées dans le texte.
- TABLEAU XIII Transition  $\beta$ . Facteurs de réduction BCS, SBCS et valeurs des  $\text{Log}_{10} (ft)$  dans le cas où la transition  $\beta$  résulte de la transformation d'un neutron inapparié dans le noyau initial en un proton inapparié dans le noyau final.
- TABLEAU XIV Facteur de réduction BCS, SBCS et valeurs des  $\text{Log}_{10} (ft)$  dans le cas où un proton inapparié se transforme en un neutron inapparié.
- TABLEAU XV La transition  $\beta$  résulte de la cassure d'une paire de Cooper de neutrons dans le noyau initial et de la création d'une paire de Cooper de protons dans le noyau final .
- TABLEAU XVI Comparaison entre les valeurs des  $\text{Log}_{10} (ft)$  calculées avec les fonctions d'onde de NILSSON, BCS et SBCS dans le cas d'une cassure d'une paire de Cooper de protons.
- TABLEAU XVII Valeurs théoriques des valeurs  $\text{Log}_{10} (ft)$  calculées en tenant compte du couplage de Coriolis.

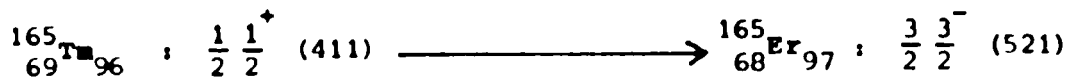
TABLEAU XII



n	0	1	2	3	4	5	6	BCS
$R_N^2(n)$	0.683	0.702	0.711	0.701	-	-	-	0.686
$R_Z^2(n)$	0.581	0.797	0.871	0.875	0.876	0.877	-	0.582
$R^B(n)$	0.397	0.560	0.620	0.623	0.624	0.623	-	0.399



n	0	1	2	3	4	5	6	BCS
$R_N^2(n)$	0.428	0.521	0.529	0.532	0.533	0.534	0.535	0.428
$R_Z^2(n)$	0.271	0.342	0.411	0.421	-	-	-	0.271
$R^B(n)$	0.116	0.178	0.217	0.224	0.225	-	-	0.116

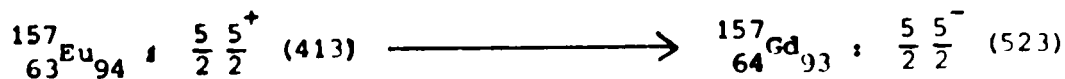


n	0	1	2	3	4	5	6	BCS
$R_N^2(n)$	0.120	0.143	0.145	0.146	-	-	-	0.120
$R_Z^2(n)$	0.629	0.858	0.944	0.950	0.951	0.952	-	0.629
$R^B(n)$	0.075	0.122	0.137	0.138	0.139	-	-	0.075

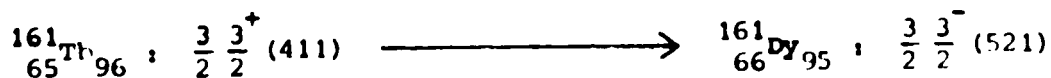
TABLEAU XII ( suite)



n	0	1	2	3	4	5	6	BCS
$R_N^2(n)$	0.121	0.151	0.154	0.155	0.156	0.157	-	0.134
$R_Z^2(n)$	0.705	0.907	0.931	0.955	0.989	0.999	-	0.705
$R^{\beta}(n)$	0.085	0.137	0.143	0.148	0.154	0.157	-	0.047

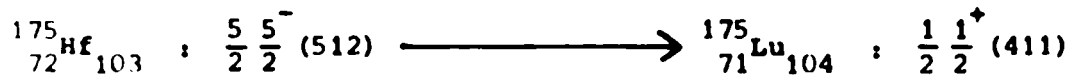


n	0	1	2	3	4	5	6	BCS
$R_N^2(n)$	0.260	0.179	0.175	0.174	0.174	-	-	0.261
$R_Z^2(n)$	0.507	0.553	0.583	0.584	-	-	-	0.507
$R^{\beta}(n)$	0.132	0.099	0.102	0.101	-	-	-	0.132

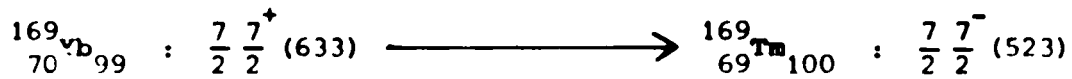


n	0	1	2	3	4	5	6	BCS
$R_N^2(n)$	0.796	0.677	0.671	0.669	0.668	0.667	-	0.795
$R_Z^2(n)$	0.576	0.662	0.695	0.697	-	-	-	0.578
$R^{\beta}(n)$	0.459	0.448	0.466	0.465	-	-	-	0.459

TABLEAU XII (Suite)



n	0	1	2	3	4	5	6	BCS
$R_N^2(n)$	0.430	0.550	0.567	0.573	0.576	0.578	0.579	0.554
$R_Z^2(n)$	0.649	0.764	0.851	0.862	0.863	0.864	-	0.648
$R^{\beta}(n)$	0.279	0.421	0.483	0.494	0.498	0.499	0.500	0.360



n	0	1	2	3	4	5	6	BCS
$R_N^2(n)$	0.269	0.249	0.246	0.247	-	-	-	0.269
$R_Z^2(n)$	0.668	0.809	0.884	0.892	0.893	-	-	0.668
$R^{\beta}(n)$	0.179	0.219	0.221	-	-	-	-	0.179

TABLEAU XIIIa

NOYAU Parent	ETAT Initial	$\Delta p$	NOYAU Final	ETAT Final	$\Delta_F$	$(\log(ft))_{exp}$	$[\log(ft)]_N$
$^{153}_{62}\text{Sm}_{91}$	$3 \frac{3}{2}^-(521)$	0.30	$^{153}_{63}\text{Eu}_{90}$	$3 \frac{3}{2}^+(411)$	0.30	6.7	8.61
				$5 \frac{3}{2}^+(411)$		6.8	8.19
$^{155}_{62}\text{Sm}_{93}$	$3 \frac{3}{2}^-(521)$	0.30	$^{155}_{63}\text{Eu}_{92}$	$3 \frac{3}{2}^+(411)$	0.30	6.8	8.61
				$5 \frac{5}{2}^+(411)$		6.8	8.20
$^{159}_{64}\text{Gd}_{95}$	$3 \frac{3}{2}^-(521)$	0.31	$^{159}_{65}\text{Tb}_{94}$	$3 \frac{3}{2}^+(411)$	0.30	6.7	8.61
				$5 \frac{3}{2}^+(411)$		7.0	8.20
				$3 \frac{1}{2}^+(411)$		8.5	7.63
				$5 \frac{1}{2}^+(411)$		9.2	8.11
$^{161}_{64}\text{Gd}_{97}$	$5 \frac{5}{2}^+(523)$	0.31	$^{161}_{65}\text{Tb}_{96}$	$5 \frac{5}{2}^+(413)$	0.30	6.3	8.30
				$7 \frac{5}{2}^+(413)$		6.7	8.18
$^{165}_{80}\text{Dy}_{99}$	$7 \frac{7}{2}^+(633)$	0.30	$^{165}_{67}\text{Ho}_{98}$	$7 \frac{7}{2}^+(523)$	0.28	6.4	7.96
				$9 \frac{7}{2}^-(523)$		7.1	8.54

TABLEAU XIIIIB

B C S				S B C S			
$R_N^2$	$R_Z^2$	$R^\beta$	Log(ft)	$R_N^2$	$R_Z^2$	$R^\beta$	Log(ft)
0.687	0.699	0.480	8.92	0.712	1.0	0.712	8.75
0.887	0.699	0.480	8.51	0.712	1.0	0.712	8.34
0.523	0.699	0.366	9.05	0.597	1.0	0.597	8.83
0.523	0.699	0.336	8.63	0.597	1.0	0.597	8.42
0.295	0.518	0.153	9.43	0.354	0.796	0.282	9.16
0.295	0.518	0.153	9.02	0.354	0.796	0.282	8.75
0.295	0.877	0.259	8.22	0.354	1.0	0.354	8.01
0.295	0.877	0.259	8.70	0.354	1.0	0.354	8.49
0.324	0.385	0.125	9.21	0.408	0.615	0.251	8.90
0.324	0.385	0.125	9.08	0.408	0.615	0.251	8.78
0.559	0.614	0.343	8.38	0.598	0.906	0.543	8.18
0.559	0.614	0.343	8.42	0.598	0.906	0.543	8.22



TABLEAU XIVa

NOYAU Parent	ETAT Initial	$\delta_p$	NOYAU Fils	ETAT Final	$\delta_F$	Log(ft) exp	Log(ft) N
$^{155}_{65}\text{Tb}_{90}$	$3 \frac{3}{2}^{\dagger}(411)$	0.30	$^{155}_{64}\text{Gd}_{91}$	$3 \frac{3}{2}^{\bar{}}(521)$	0.31	7.0	8.53
				$5 \frac{3}{2}^{\bar{}}(521)$		7.7	8.12
				$7 \frac{3}{2}^{\bar{}}(521)$		9.7	8.38
$^{165}_{69}\text{Tm}_{96}$	$1 \frac{1}{2}^{\dagger}(411)$	0.28	$^{165}_{68}\text{Er}_{97}$	$3 \frac{3}{2}^{\bar{}}(521)$	0.29	7.2	8.75
				$5 \frac{3}{2}^{\bar{}}(521)$		7.8	7.51
$^{159}_{67}\text{Ho}_{32}$	$7 \frac{7}{2}^{\bar{}}(523)$	0.28	$^{159}_{66}\text{Dy}_{93}$	$7 \frac{5}{2}^{\dagger}(642)$	0.28	6.4	8.37
				$9 \frac{5}{2}^{\dagger}(642)$		6.0	8.77
$^{167}_{69}\text{Tm}_{98}$	$1 \frac{1}{2}^{\dagger}(411)$	0.28	$^{167}_{68}\text{Er}_{99}$	$5 \frac{5}{2}^{\bar{}}(512)$	0.28	9.4	7.47
$^{169}_{71}\text{Lu}_{98}$	$7 \frac{7}{2}^{\dagger}(404)$	0.28	$^{169}_{70}\text{Yb}_{99}$	$7 \frac{5}{2}^{\bar{}}(512)$	0.25	7.7	11.43
				$9 \frac{5}{2}^{\bar{}}(512)$		7.8	11.83
$^{171}_{71}\text{Lu}_{100}$	$7 \frac{7}{2}^{\dagger}(404)$	0.28	$^{171}_{70}\text{Yb}_{101}$	$7 \frac{5}{2}^{\bar{}}(512)$	0.29	8.7	11.44
				$9 \frac{5}{2}^{\bar{}}(512)$		9.0	11.84

TABLEAU XIVb

B C S				S B C S			
$R_N^2$	$R_Z^2$	$R^B$	Log(ft)	$R_N^2$	$R_Z^2$	$R^B$	Log(ft)
0.670	0.519	0.348	8.99	0.701	0.798	0.559	8.61
0.670	0.519	0.348	8.58	0.701	0.798	0.559	8.38
0.670	0.519	0.348	8.84	0.701	0.798	0.559	8.78
0.120	0.629	0.075	9.87	0.146	0.952	0.139	9.61
0.120	0.629	0.075	8.63	0.146	0.952	0.139	8.37
0.580	0.596	0.346	8.83	0.643	0.881	0.567	8.62
0.580	0.596	0.346	9.23	0.643	0.881	0.567	9.02
0.894	0.628	0.562	7.71	0.774	0.951	0.736	7.60
0.893	0.706	0.630	11.63	0.777	1.0	0.777	11.52
0.893	0.706	0.630	12.03	0.777	1.0	0.777	11.92
0.840	0.704	0.592	11.67	0.832	1.0	0.832	11.50
0.840	0.704	0.592	12.07	0.832	1.0	0.832	11.90

TABLEAU XVa

NOYAU Parent	ETAT Initial	$\delta_p$	NOYAU FILS	ETAT FINAL	$\delta_p$	Log(ft) exp	Log(ft) <sub>N</sub>
$^{155}_{63}\text{Eu}_{92}$	$5 \frac{5^+}{2} (413)$	0.30	$^{155}_{64}\text{Gd}_{91}$	$3 \frac{3^-}{2} (521)$	0.31	8.8	10.60
				$5 \frac{3^-}{2} (521)$		8.5	10.43
				$7 \frac{3^-}{2} (521)$		9.5	10.68
$^{157}_{63}\text{Eu}_{94}$	$5 \frac{5^+}{2} (413)$	0.30	$^{157}_{64}\text{Gd}_{93}$	$5 \frac{5^-}{2} (523)$	0.31	7.2	8.56
				$7 \frac{5^-}{2} (523)$		7.8	8.43
$^{159}_{63}\text{Eu}_{96}$	$5 \frac{5^+}{2} (413)$	0.30	$^{159}_{64}\text{Gd}_{95}$	$5 \frac{5^-}{2} (523)$	0.31	6.7	8.56
$^{161}_{65}\text{Tb}_{96}$	$3 \frac{3^+}{2} (411)$	0.30	$^{161}_{66}\text{Dy}_{95}$	$3 \frac{3^-}{2} (521)$	0.31	6.8	8.52
				$5 \frac{3^-}{2} (521)$		7.1	8.11
				$7 \frac{3^-}{2} (521)$		9.5	8.37
$^{163}_{65}\text{Tb}_{98}$	$3 \frac{3^+}{2} (411)$	0.30	$^{163}_{66}\text{Dy}_{97}$	$1 \frac{1^-}{2} (521)$	0.31	7.2	9.06
				$1 \frac{1^-}{2} (521)$		7.2	7.98
				$5 \frac{1^-}{2} (521)$		7.2	8.23

TABLEAU XVb

B C S				S B C S			
$R_N^2$	$R_Z^2$	$R^{\beta}$	Log(ft)	$R_N^2$	$R_Z^2$	$R^{\beta}$	Log(ft)
0.368	0.505	0.186	11.34	0.279	0.581	0.163	11.39
0.368	0.505	0.186	11.16	0.279	0.581	0.163	11.22
0.368	0.505	0.186	11.42	0.279	0.581	0.163	11.47
0.261	0.507	0.132	9.44	0.174	0.584	0.101	9.55
0.261	0.507	0.132	9.31	0.174	0.584	0.101	9.43
0.450	0.510	0.229	9.19	0.291	0.588	0.171	9.32
0.795	0.578	0.459	8.86	0.667	0.697	0.465	8.85
0.795	0.578	0.459	8.45	0.667	0.697	0.465	8.44
0.795	0.578	0.459	8.71	0.667	0.697	0.465	8.70
0.118	0.578	0.068	10.22	0.033	0.697	0.023	10.68
0.118	0.578	0.068	9.14	0.033	0.697	0.023	9.61
0.118	0.578	0.068	9.39	0.033	0.697	0.023	9.85

TABLEAU XVII

NOYAU PARENT	STAT INITIAL	$\delta_P$	NOYAU FINAL	STAT FINAL	$\delta_F$	$[\text{Log}(\text{ft})]_{\text{exp}}$	$[\text{Log}(\text{ft})]_N$
$^{155}_{66}\text{Dy}_{89}$	$3 \frac{3}{2}^+(651)$	0.31	$^{155}_{65}\text{Tb}_{90}$	$3 \frac{3}{2}^+(532)$	0.30	5.9	8.18
				$5 \frac{5}{2}^-(532)$		6.3	7.77
$^{159}_{66}\text{Dy}_{91}$	$3 \frac{3}{2}^-(521)$	0.31	$^{157}_{65}\text{Tb}_{92}$	$3 \frac{3}{2}^+(411)$	0.30	8.0	8.61
				$5 \frac{3}{2}^+(411)$		8.0	8.20
				$7 \frac{3}{2}^+(411)$		7.9	8.45
$^{159}_{66}\text{Dy}_{93}$	$3 \frac{3}{2}^-(521)$	0.31	$^{159}_{65}\text{Tb}_{94}$	$3 \frac{3}{2}^+(411)$	0.30	7.2	8.61
				$5 \frac{3}{2}^+(411)$		7.5	8.20
				$7 \frac{3}{2}^+(411)$		10.6	8.46
$^{169}_{70}\text{Yb}_{99}$	$7 \frac{7}{2}^+(633)$	0.29	$^{169}_{69}\text{Tm}_{100}$	$7 \frac{7}{2}^-(523)$	0.28	?	7.91
				$5 \frac{5}{2}^-(523)$		?	7.95
$^{175}_{72}\text{Hf}_{103}$	$5 \frac{5}{2}^-(512)$	0.27	$^{175}_{71}\text{Lu}_{104}$	$5 \frac{5}{2}^+(402)$	0.28	6.7	8.39
				$7 \frac{5}{2}^+(402)$		7.0	8.27

TABLEAU XVII

B C S				S B C S			
$R_N^2$	$R_Z^2$	$R^B$	LOG(ft)	$R_N^2$	$R_Z^2$	$R^B$	LOG(ft)
0.809	0.028	0.022	9.82	0.733	0.023	0.017	9.94
0.809	0.028	0.022	9.41	0.733	0.023	0.017	9.53
0.372	0.578	0.215	9.28	0.284	0.698	0.198	9.31
0.372	0.578	0.215	8.87	0.284	0.698	0.198	8.90
0.372	0.578	0.215	9.12	0.284	0.698	0.198	9.16
0.575	0.578	0.332	9.09	0.483	0.698	0.337	9.09
0.575	0.578	0.332	8.68	0.483	0.698	0.337	8.67
0.575	0.578	0.332	8.94	0.483	0.698	0.337	8.93
0.269	0.668	0.179	8.66	0.247	0.893	0.221	8.57
0.269	0.668	0.179	8.70	0.247	0.893	0.221	8.61
0.554	0.212	0.117	9.32	0.579	0.228	0.132	9.27
0.554	0.212	0.117	9.20	0.579	0.228	0.132	9.15

**TABLEAU XVII**

NOYAU PARENT	ETAT INITIAL	NOYAU FINAL	ETAT FINAL	Logft		
				NILSSON	BCS	SBCS
$^{159}_{64}\text{Gd}_{95}$	$\frac{3}{2} \frac{3^-}{2} (521)$	$^{159}_{65}\text{Tb}_{94}$	$\frac{5}{2} \frac{5^+}{2} (413)$	9.64	11.09	11.77
			$\frac{3}{2} \frac{1^+}{2} (411)$	7.62	9.13	9.32
			$\frac{5}{2} \frac{1^+}{2} (411)$	8.09	9.59	9.79
$^{171}_{68}\text{Er}_{103}$	$\frac{5}{2} \frac{5^-}{2} (512)$	$^{171}_{69}\text{Tm}_{102}$	$\frac{3}{2} \frac{3^+}{2} (411)$	8.94	11.14	11.01
$^{171}_{70}\text{Yb}_{101}$	$\frac{7}{2} \frac{7^+}{2} (633)$	$^{171}_{71}\text{Lu}_{100}$	$\frac{9}{2} \frac{9^-}{2} (514)$	8.14	8.91	8.54
$^{185}_{74}\text{W}_{111}$	$\frac{3}{2} \frac{3^-}{2} (512)$	$^{185}_{75}\text{Re}_{110}$	$\frac{5}{2} \frac{5^+}{2} (402)$	7.84	8.62	8.42
$^{165}_{69}\text{Tm}_{96}$	$\frac{1}{2} \frac{1^+}{2} (411)$	$^{165}_{68}\text{Er}_{97}$	$\frac{3}{2} \frac{3^-}{2} (521)$	8.64	10.31	10.05
			$\frac{5}{2} \frac{3^-}{2} (521)$	7.34	8.98	8.81
$^{169}_{71}\text{Lu}_{98}$	$\frac{7}{2} \frac{7^+}{2} (404)$	$^{169}_{70}\text{Yb}_{99}$	$\frac{7}{2} \frac{5^-}{2} (523)$	9.23	10.29	9.98
			$\frac{5}{2} \frac{5^-}{2} (523)$	9.49	10.55	9.97
$^{181}_{75}\text{Re}_{106}$	$\frac{5}{2} \frac{5^+}{2} (402)$	$^{181}_{74}\text{W}_{107}$	$\frac{7}{2} \frac{7^-}{2} (514)$	10.04	11.26	10.61
			$\frac{3}{2} \frac{3^-}{2} (512)$	8.55	9.26	8.74
$^{155}_{63}\text{Eu}_{92}$	$\frac{5}{2} \frac{5^+}{2} (413)$	$^{155}_{64}\text{Gd}_{91}$	$\frac{3}{2} \frac{3^-}{2} (521)$	11.05	12.91	12.56
			$\frac{5}{2} \frac{3^-}{2} (521)$	10.28	11.70	12.38
			$\frac{7}{2} \frac{3^-}{2} (521)$	9.94	11.36	12.64
$^{157}_{66}\text{Dy}_{91}$	$\frac{3}{2} \frac{3^-}{2} (521)$	$^{157}_{64}\text{Tb}_{92}$	$\frac{1}{2} \frac{1^+}{2} (411)$	7.61	9.77	10.86
			$\frac{3}{2} \frac{1^+}{2} (411)$	8.09	10.24	11.34

## C H A P I T R E V =====

### DOUBLE PROJECTION DES ETATS BCS.

#### V.1. INTRODUCTION.

Les fonctions d'onde intrinsèques BCS ou SBCS, n'étant pas fonctions propres du carré du moment angulaire total  $\vec{J}$ , ne peuvent décrire convenablement un état collectif d'un noyau déformé. En effet la mise en évidence des bandes rotationnelles dans les spectres nucléaires, caractérisées par un espacement énergétique approximativement proportionnel à  $J(J+1)$  et d'autre part l'observation de grands moments quadrupolaires ainsi que de grandes probabilités de transitions électriques E2, ne peuvent s'expliquer dans le cadre des modèles à particules indépendantes. Une interprétation convenable de ces phénomènes est donnée par le modèle unifié de BOHR-MOTTESON (B058). En assimilant les noyaux très déformés à des rotateurs rigides, ce modèle postule une séparation adiabatique des mouvements collectifs des nucléons de leur mouvement intrinsèque dans le champ nucléaire moyen. Mais dans cette description, la fonction d'onde nucléaire qui se factorise de manière à séparer effectivement les deux mouvements collectif et



intrinsèque, contient des variables redondantes.

La méthode de projection de PEIERLS-YOCCOZ (PE57), utilisant l'intégrale de HILL-WHEELER, fournit également des fonctions d'onde nucléaires  $|\psi_{MK}^J\rangle$  qui sont états propres de  $J^2$  et  $J_z$  mais, contrairement à la méthode adiabatique, ces fonctions d'onde ne contiennent pas de variables redondantes.

Nous nous proposons, dans ce chapitre, de décrire une méthode permettant de projeter simultanément un état BCS sur les états propres de l'opérateur nombre de particules et sur ceux de  $J^2$  et  $J_z$ . Pour cela, nous sélectionnons par projection comme au chapitre II, les composantes correspondant à un nombre déterminé de particules, puis par la méthode de projection sur le moment angulaire de PEIERLS-YOCCOZ, nous exhibons les spectres rotationnels des noyaux pair-pair.

## V.2. PROJECTION SUR LES ETATS PROPRES DU MOMENT ANGULAIRE.

Même en tenant compte des corrélations d'appariement, l'hamiltonien intrinsèque d'un système de P paires de particules, est à symétrie axiale ; le moment angulaire est donc un bon nombre quantique. Cependant les fonctions d'onde d'essai BCS ou SBCS n'étant pas fonctions propres du moment

angulaire, il est nécessaire d'en extraire les composantes ayant un moment J bien déterminé et de composante K sur l'axe de symétrie Oz. Tout d'abord, nous remarquons que les états SBCS, tout comme les états BCS (voir réf. ON66), peuvent être écrits, sans aucune approximation :

$$\left. \begin{aligned}
 |\psi\rangle_n = C \left\{ \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k n_k^{-P} \left[ \prod_{u>0} u \right] \exp \left[ \frac{1}{2} n_k \sum_{\alpha\beta} f_{\alpha\beta} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} \right] + \right. \\
 \left. |\phi\rangle \right\} \quad (V.1a)
 \end{aligned}$$

où  $f_{\alpha\beta}$  est la forme générale de la fonction de corrélation :

$$f_{\alpha\beta} = \frac{v_{\alpha}}{u_{\alpha}} \delta_{\alpha\beta} \quad (V.1b)$$

La fonction d'onde BCS projetée, décrivant un système de P paires de particules, ayant un moment angulaire J de composante K sur l'axe Oz, est donnée par l'intégrale (PE57) :

$$\psi_J^K(n) = \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} d\gamma \quad n_{K0}^J(\phi\theta\gamma) \psi_n(\phi\theta\gamma) \quad (V.2)$$

où  $\psi_n(\phi\theta\gamma)$  est la fonction d'onde  $|\psi_n\rangle$  obtenue par rotation à l'aide des angles d'Euler  $\phi, \theta, \gamma$  :

$$\psi_n(\phi\theta\gamma) = C \left\{ \sum_{k=0}^{n+1} \tau_k \eta_k^{-P} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \exp \left[ \frac{1}{2} \eta_k \sum_{\alpha\beta} F(\phi\theta\gamma) a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger \right] + \right. \\ \left. \text{C.C.} \right\} |0\rangle \quad (V.3)$$

où l'on a posé :

$$F(\phi\theta\gamma) = \sum_{\alpha'\beta'} d_{\alpha\alpha'}(\phi\theta\gamma) d_{\beta\beta'}(\phi\theta\gamma) f_{\alpha'\beta'}$$

et

$$d_{\alpha\beta} = \langle \alpha | e^{-i\phi J_z} e^{-i\theta J_y} e^{-i\gamma J_z} | \beta \rangle$$

En utilisant les fonctions d'onde projetées (V.2), la valeur moyenne de l'hamiltonien intrinsèque (I.5) est donnée par l'équation suivante :

$$E_J^P(n) = \frac{\langle \psi_J^K(n) | H' | \psi_J^K(n) \rangle}{\langle \psi_J^K(n) | \psi_J^K(n) \rangle} \quad (V.4)$$

A cause de la symétrie axiale du système de  $F$  paires de particules, nous avons  $K=0$ . Dans l'expression (V.4) l'intégration sur les angles  $\phi$  et  $\gamma$  est triviale et sachant que les fonctions  $D_{00}^J$  se réduisent aux polynômes de Legendre  $P_J(\cos\theta)$ , les énergies  $E_J^P(n)$  peuvent être réécrites sous la forme :

$$E_J^P(n) = \frac{\langle \psi_J(n) | H' | \psi_J(n) \rangle}{\langle \psi_J(n) | \psi_J(n) \rangle} = \frac{\int_0^\pi \sin\theta d\theta \langle \psi_n | H R(\theta) | \psi_n \rangle P_J(\cos\theta)}{\int_0^\pi \sin\theta d\theta \langle \psi_n | R(\theta) | \psi_n \rangle P_J(\cos\theta)} \quad (V.5)$$

où nous avons écrit  $\psi_J(n)$  à la place de  $\psi_J^{K=0}$  et avons noté par  $R(\theta) = e^{-i\theta J_y}$  l'opérateur de rotation d'angle  $\theta$  autour de l'axe  $Oy$ .

Les opérateurs  $H$  et  $R(\theta)$  conservent le nombre de particules et ne connectent que les composantes de la fonction d'onde projetée (V.1a) ayant même nombre de particules ; par conséquent les intégrales de recouvrement deviennent :

$$\mathcal{N}(n, \theta) = \langle \psi_n | R(\theta) | \psi_n \rangle = 2(n+1)^n \langle \psi_n | R(\theta) | \psi_0 \rangle \quad (V.6a)$$

$$\mathcal{H}(n, \theta) = \langle \psi_n | HR(\theta) | \psi_n \rangle = 2(n+1)C \langle \psi_n | HR(\theta) | \psi_0 \rangle \quad (V.6b)$$

où  $|\psi_0\rangle$  est l'état BCS. En utilisant les relations :

$$\left[ a_\alpha, \exp \left[ \frac{1}{2} \sum_{\beta\beta'} a_\beta^\dagger a_{\beta'}^\dagger \right] \right] = \sum_{\delta} F_{\alpha\delta} a_\delta^\dagger \exp \left[ \frac{1}{2} \sum_{\beta\beta'} F_{\beta\beta'} a_\beta^\dagger a_{\beta'}^\dagger \right]$$

et l'identité :

$$R(\theta) |\psi_0\rangle = \left[ \prod_{u>0} u_u \right] \exp \left[ \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} F_{\alpha\beta} a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger \right] |0\rangle$$

nous obtenons finalement

$$\mathcal{N}(n, \theta) = 2(n+1)C^2 \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k \eta_k^{-p} \left[ \prod_{u>0} u_u \right]^2 N(k, \theta) + C.C. \quad (V.7a)$$

$$\mathcal{H}(n, \theta) = 2(n+1)C^2 \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k \eta_k^{-p} \left[ \prod_{u>0} u_u \right]^2 H(k, \theta) \cdot N(k, \theta) + C.C. \quad (V.7b)$$

avec

$$N(k, \theta) = \exp \left[ \frac{1}{2} \text{Tr} \left\{ \log(1 + \eta_k M) \right\} \right] \quad (V.8a)$$

et

$$H(n, \theta) = \sum_{\alpha} \left[ \epsilon_{\alpha}^{-\lambda} \right] \rho_{\alpha\alpha}^{-G} \sum_{\alpha\beta} \left[ 2\rho_{\alpha\beta}^{\sim\gamma\gamma} + \bar{\psi}_{\alpha\alpha}^{\sim\psi\psi} \right] \quad (V.8b)$$

Dans les équations (V.8)  $\rho$  et  $k$  sont des matrices définies par :

$$\rho = \frac{\eta_k M}{1 + \eta_k M} ; \quad \psi_{\alpha\beta} = \sum_{\delta} \left[ \frac{1}{1 + \eta_k M} \right]_{\alpha\delta} \Gamma_{\delta\beta} \text{ et}$$

$$\bar{\psi}_{\alpha\beta} = \delta \left[ \frac{\eta_k}{1 + \eta_k M} \right]_{\delta\alpha} f_{\delta\alpha}^{\#} \quad (V.9)$$

où  $M$  est une matrice carrée dépendant de  $\theta$ , dont les éléments sont donnés par :

$$M_{\alpha\beta}(\theta) = \sum_{\delta} F_{\alpha\beta}(\theta) f_{\beta\delta}$$

Le calcul des expressions précédentes se simplifie si l'on remarque que l'on a l'identité (ON66) :

$$\text{Tr} \left\{ \log(1 + \eta_k M) \right\} = \log \left\{ \det(1 + \eta_k M) \right\} \quad (V.10)$$

qui ramène le calcul des expressions (V.7) à celui du déter-

minant de  $1 + \eta_k M$ . On démontre facilement que si  $L$  est l'ordre de la matrice  $M$ , on a :

$$\det(1 + \eta_k M) = \sum_{u=0}^L \eta_k^u \sum_{i_1 < i_2 < \dots < i_u} \det \begin{pmatrix} M_{i_1 i_1} & M_{i_1 i_2} & \dots & M_{i_1 i_u} \\ M_{i_2 i_1} & M_{i_2 i_2} & \dots & M_{i_2 i_u} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{i_u i_1} & M_{i_u i_2} & \dots & M_{i_u i_u} \end{pmatrix} \quad (V.11)$$

où  $\eta_k^u$  représente la  $u^{\text{ieme}}$  puissance de  $\eta_k$  et  $M_u$  est une somme de  $C_L^u = \binom{L}{u}$  déterminants d'ordre  $u$  ( $M_0 = 1; M_1 = \sum_{i=1}^L M_{ii}; \dots$ ).

L'équation (V.11) nous permet de transformer l'équation (V.7a), après élimination de la partie imaginaire :

$$\mathcal{N}(n, \theta) = (n+1) C^2 \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k \left[ \prod_{u>0} u_u \right]^2 r_k \cos \Gamma_k =$$

$$= \left[ \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k R_k \cos \psi_k \right]^{-1} \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k \left[ \prod_{u} u_u \right]^2 r_k \cos \Gamma_k$$

où nous avons posé :

$$\gamma_u = 2u_u v_u ; \delta_u = u_u^2 - v_u^2 ; x_k = \frac{k\pi}{2(n+1)} ; R_k = \prod_u \left[ 1 - \gamma_u^2 \sin^2 x_k \right]^{1/2}$$

$$\psi_k = \sum_u \phi_{u_k} + (\Omega - 2P)x_k ; \operatorname{tg} \phi_{u_k} = -\delta_u \operatorname{tg} x_k ; |\phi_{u_k}| \leq \frac{\pi}{2}$$

$$r_k^2 = \sum_u M_u^2 + 2 \sum_{u \neq v} M_u M_v \cos [2(u-v)x_k] \quad (\text{V.12t})$$

$$\operatorname{tg} \Gamma_k = \frac{\sum_u M_u \sin [2(u-P)x_k]}{\sum_u M_u \cos [2(u-P)x_k]}$$

Ces équations constituent la solution du problème de la double projection des fonctions d'onde BCS. Ces équations sont en général compliquées, mais en faisant certaines hypothèses simplificatrices, on peut rendre plus aisée leur résolution.

### V.3. L'APPROXIMATION ADIABATIQUE.

Dans le cas où plusieurs nucléons se meuvent dans un champ moyen très déformé, il est bien connu que l'hypothèse adiabatique et la méthode de projection de PEIERLS-YOCCOZ conduisent approximativement aux mêmes résultats. Les intégrales de recouvrement  $\mathcal{N}(n, \theta)$  et  $\mathcal{H}(n, \theta)$  sont en général très petites sauf au voisinage de  $\theta=0$  et  $\theta=\pi$ . Par ailleurs,



la symétrie de la fonction d'onde SBCS  $|\psi_n\rangle$  par rotation d'angle  $\pi$  autour de l'axe Oz et l'hermiticité de l'hamiltonien et du moment angulaire conduisent aux propriétés de symétrie :

$$\begin{aligned} \mathcal{N}(n, \pi-\theta) &= \mathcal{N}(n, \theta) ; \quad \mathcal{H}(n, \pi-\theta) = \mathcal{H}(n, \theta) \\ \mathcal{N}(n, -\theta) &= \mathcal{N}(n, \theta) ; \quad \mathcal{H}(n, -\theta) = \mathcal{H}(n, \theta) \end{aligned} \quad (\text{V.13})$$

Ces propriétés nous permettent d'une part d'intégrer entre 0 et  $\frac{\pi}{2}$  les équations (V.5) pour les valeurs paires de J et d'autre part de développer  $\mathcal{N}$  et  $\mathcal{H}$  en série des puissances de  $\sin^2\theta$  (avec  $\mathcal{N}(n, 0) = 1$ ).

### 3.1. INTEGRALES DE RECOUVREMENT ET SPECTRE ROTATIONNEL.

Les intégrales  $\mathcal{H}(n, \theta)$  et  $\mathcal{N}(n, \theta)$  peuvent être développées comme suit :

$$\mathcal{N}(n, \theta) = 1 - d_1 \sin^2\theta + d_2 \sin^4\theta + \dots \quad (\text{V.14a})$$

$$\mathcal{H}(n, \theta) = h_0 + D_1 \sin^2\theta + D_2 \sin^4\theta + \dots \quad (\text{V.14b})$$

En ne gardant que les premiers termes (en  $\theta^2$ ) du développement, on obtient :

$$P_J(\cos\theta) = 1 - \frac{J(J+1)}{4} \theta^2$$

$$\mathcal{N}(n, \theta) = 1 - d_1 \theta^2 \quad (V.15)$$

$$\mathcal{H}(n, \theta) = (h_0 + h_1 \theta^2)(1 - d_1 \theta^2) ; h_1 = D_1 + h_0 d_1$$

Le spectre rotationnel prend alors une forme analogue à celui obtenu avec les fonctions d'onde BCS (FR71).

$$E_J^P(n) = h_0 + h_1 \frac{N_2(J, d_1)}{N_0(J, d_1)} \quad (V.16)$$

où

$$N_\ell(J, d_1) = \frac{(\ell/2)!}{2d_1^{\ell/2+1}} \cdot \left[ 1 - \frac{J(J+1)}{4d_1} \left( \frac{\ell}{2} + 1 \right) \right]$$

Un développement au premier ordre en  $\frac{J(J+1)}{4a_1}$  dans le développement (V.16) conduit au spectre.

$$E_J^P(n) = h_0 + \frac{h_1}{d_1} + \frac{\hbar^2}{2J} J(J+1)$$

où  $I = -2\hbar^2 \frac{d_1^2}{h_1}$  est le moment d'inertie habituel. Les quantités  $h_0$ ,  $h_1$  et  $d_1$  sont obtenues par comparaison des équations (V.9) et (V.14) :

$$h_0 = \langle H \rangle_n \quad ; \quad d_1 = \frac{1}{2} \langle J_y^2 \rangle_n \quad (V.17)$$

$$h_1 = \frac{1}{2} \left[ \langle H \rangle_n \langle J_y^2 \rangle_n - \langle H J_y^2 \rangle_n \right]$$

la notation  $\langle \rangle_n$  désigne la valeur moyenne calculée sur l'état  $|\psi_n\rangle$ .

### 3.2. SPECTRE ROTATIONNEL DES NOYAUX PAIR-PAIR.

Les éléments de matrice des équations (V.17) sont évalués dans la représentation de "paires de quasi-particules" définie au chap. II. Dans cette représentation les opérateurs H et  $J_y^2$  prennent la forme :

$$H = \sum_{i,j=0}^4 H_{ij} \quad ; \quad J_y^2 = \sum_{i,j=0}^4 (J_y^2)_{ij} \quad \text{avec } |i-j|=0,2 \quad (V.18)$$

Les opérateurs H,  $J_y^2$  et  $HJ_y^2$  conservent le nombre de particules et ne connectent que les composantes des fonctions SBCS ayant même nombre de particules. Il vient donc :

$$\langle J_y^2 \rangle_n = 2(n+1)C \langle \psi_n | J_y^2 | \psi_0 \rangle \quad ; \quad (V.19)$$

$$\langle H J_y^2 \rangle_n = 2(n+1)C \langle \psi_n | H J_y^2 | \psi_0 \rangle$$

En utilisant le développement (II.19) de  $|\psi_n\rangle$  ; les contributions non nulles dans les équations (II.19) proviennent des composantes :

$$J_{00}^{(P)} = (J_y^2)_{00} ; \quad J_{20}^{(P)} = \sum_k J_k^{20} A_k^+ ; \quad J_{40}^{(P)} = \sum_{k,l} J_{kl}^{40} A_k^+ A_l^+ \quad (V.20)$$

avec :

$$J_k^{20} = \sum_m \left| \langle k | J_y | m \rangle \right|^2 (\gamma_k \delta_m - \gamma_m \delta_k)$$

$$J_{kl}^{40} = \left\{ \left| \langle k | J_y | l \rangle \right|^2 + \left| \langle k | J_y | -l \rangle \right|^2 \right\} (u_k v_l - u_l v_k)^2$$

Les éléments de matrice de  $J_y^2$  s'écrivent alors :

$$\langle J_y^2 \rangle_n = J_{00}^{(P)} + \langle J_{20}^{(P)} \rangle_n + \langle J_{40}^{(P)} \rangle_n \quad (V.21)$$

Le théorème de Wick et le développement (II.19) de  $|\psi_n\rangle$  donnent :

$$J_{00}^{(P)} = \sum_{u\mu > 0} J_{u\mu}^{40} ; \quad \langle J_{20}^{(P)} \rangle_n = \frac{1}{2} \sum_{u > 0} A_n^u J_u^{20} ;$$

$$\langle J_{40}^{(P)} \rangle_n = 2 \sum_{u \neq \mu} A_n^{u\mu} J_{u\mu}^{40} \quad (V.22)$$

où les  $A_n$  sont des fonctions définies comme suit :

$$A_n^{u_1 u_2 \dots u_s} = A^{-1} \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k R_k \sin^s x_k \left[ \prod_{i=1}^s \frac{\gamma_{u_i}}{\rho_{u_i k}^2} \right]. \quad (V.23)$$

$$\sum_{r=1}^{s+1} \cos \left[ \psi_k + s \frac{\pi}{2} + (s-2r)x_k \right]_{1=i_1 < i_2 < \dots < i_r} \left( \prod_{t=1}^r v_{u_{i_t}}^2 \right) \left( \prod_{l \neq i_1, \dots, i_r}^{u_l} \right)$$

$$A = \sum_{k=0}^{n+1} \zeta_k R_k \cos \psi_k$$

De même, les éléments de matrice de  $HJ_y^2$  s'écrivent :

$$\langle HJ_y^2 \rangle_n = k + \sum_u A_n^{u u} B_1(u) + \sum_{u \neq \mu} A_n^{u \mu} B_2(u, \mu) + \quad (V.24)$$

$$\sum_{u \neq \mu \neq \lambda} A_n^{u \mu \lambda} B_3(u, \mu, \lambda) + \sum_{u \neq \mu \neq \lambda \neq \rho} A_n^{u \mu \lambda \rho} B_4(u, \mu, \lambda, \rho)$$

où le premier terme :

$$k = J_{00}^{(P)} H_{00} + 2 \sum_{u \neq u'} u_u^2 v_u^2, J_{uu}^{40},$$

provient des composantes de  $|\psi_n\rangle$  correspondant à zéro paire

de quasi-particules, et ainsi de suite, jusqu'au dernier terme

qui provient des composantes correspondant à quatre paires de quasi-particules :

$$B_1(u) = 2 \left( \tilde{E}_u \delta_u - \gamma_u \Delta - \frac{1}{4} G \gamma_u^2 \right) J_u^{20} - G \sum_{u'} (u_u^2 u_{u'}^2 + v_u^2 v_{u'}^2) J_{u u'}^{20} +$$

$$G \delta_u \sum_{u' \neq u} \gamma_{u'} J_{u u'}^{40}$$

$$B_2(u, \mu) = 2G \delta_u \gamma_\mu J_{u \mu}^{20} + (4 \tilde{E}_u \delta_u - 4 \gamma_u \Delta - G \gamma_u^2 - 2G \gamma_u \gamma_\mu) J_{u \mu}^{40} -$$

$$2G \sum_{\rho \neq u} (u_{\mu \rho}^2 u_{\rho}^2 + v_{\mu \rho}^2 v_{\rho}^2) J_{u \rho}^{40}$$

$$B_3(u, \mu, \lambda) = 2G u_u^2 v_\mu^2 J_{\mu \lambda}^{20} + 2G + 2G \delta_u \gamma_\mu J_{\lambda \mu}^{40}$$

$$B_4(u, \mu, \lambda, \rho) = G u_u^2 v_\lambda^2 J_{\mu \rho}^{40} ; \tilde{E}_u = E_u - \lambda_f - G v_u^2 ; \Delta = G \sum_u u_u v_u$$

#### V.4. APPLICATION A UN MODELE SIMPLE.

Nous avons étudié numériquement (FE73) la méthode de double projection des états BCS pour les deux modèles de RICHARDSON (RI64) décrits au chapitre II, avec les paramètres  $P=4$ ,  $G=0.8$  et  $P=8$ ,  $G=0.475$ . Chaque niveau  $u$  du modèle corres-

pond à un moment angulaire  $j_0$  de projection  $m_0$  (voir tableau XVIII). Les valeurs moyennes de chacun des opérateurs  $H$ ,  $J_y^2$ ,  $HJ_y^2$  et le moment d'inertie sont donnés dans les tableaux XIX et XX. Les résultats montrent une convergence très rapide en fonction de  $n$ .

Le spectre d'énergie, calculé avec l'équation (V.16) est donné dans le tableau XXI pour un système à 8 paires de particules. Dans la figure 5, nous avons étudié l'évolution du spectre de rotation en fonction du paramètre  $G$  pour  $n \geq n_0$  ( $n_0$  étant l'entier tel que  $2(n_0+1) \geq \text{Max}(P, \Omega-P)$ ). Nous remarquons sur cette figure que le spectre présente un maximum pour  $0.6 \leq G \leq 0.7$ . La figure 6 illustre l'évolution de la valeur moyenne  $\langle H \rangle_{n=6}$  en fonction  $G$ .

En conclusion, les fonctions BCS doivent être projetées dans l'espace des kets propres de l'opérateur nombre de nucléons, si on veut éviter la manifestation d'effets fantômes, et si cette projection se fait dans le cadre de la théorie BCS, il est parfaitement possible de la faire suivre d'une seconde projection dans l'espace des kets propres du moment cinétique. Nous avons illustré la théorie par des calculs numériques simples, cependant une application à des noyaux réels de la région des terres rares est actuellement en cours.

LEGENDE DES TABLEAUX  
=====

TABLEAU XVIII. Spécification des nombres quantiques des niveaux d'énergie ( $v=1,16$ ) du modèle de RICHARDSON. Le moment angulaire  $j_v$  et sa projection  $m_v$  ont été choisis arbitrairement.

TABLEAU XIX. Evolution en fonction de  $n$  de plusieurs quantités physiques (1<sup>ere</sup> colonne) dans le cas où  $P=4, G=0.8$  Mev et  $E_v=v$ (Mev).

TABLEAU XX. Evolution en fonction du degré d'extraction  $n$  des composantes non physiques de la valeur moyenne de plusieurs opérateurs physiques (1<sup>ere</sup> colonne) pour  $P=8, G=0.475$  Mev et  $E_v=v$ (Mev)

TABLEAU XXI. Evolution du spectre rotationnel en fonction de  $n$  pour  $P=8, G=0.475$  Mev et  $E_v=v$ (Mev). L'origine des énergies est  $E_{J=0}$ .



$\nu$	$j_\nu$	$m_\nu$		$\nu$	$j_\nu$	$m_\nu$
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		9	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		10	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$
3	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$		11	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
4	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$		12	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$
5	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		13	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
6	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$		14	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$
7	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$		15	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$
8	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$		16	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$

TABLEAU XVIII

n	0	1	2	3	4
$\langle H \rangle_n - H_{oo}$ (MeV)	- 0.123	- 1.383	- 1.410	- 1.410	- 1.410
$\langle J^2 \rangle_{y n}$ ( $\hbar^2$ )	0.075	0.066	0.066	0.066	0.066
$\langle H J^2 \rangle_{y n}$ (MeV $\hbar^2$ )	- 0.050	- 0.065	- 0.067	- 0.067	- 0.067
$J$ ( $\text{MeV}^{-1}$ )	19.86	15.30	14.92	14.92	14.92

TABLEAU XIX

n	0	1	2	3	4
$\langle H \rangle_n - H_{oo}$ (MeV)	- 0.144	- 1.340	- 1.395	- 1.395	- 1.395
$\langle J^2 \rangle_{y n}$ ( $\hbar^2$ )	0.139	0.120	0.120	0.120	0.120
$\langle H J^2 \rangle_{y n}$ (MeV $\hbar^2$ )	- 0.099	- 0.099	- 0.100	- 0.100	- 0.100
$J$ ( $\text{MeV}^{-1}$ )	10.07	10.06	9.97	9.97	9.97

TABLEAU XX

J	0	1	2	3	4	5
2	0.297	0.298	0.301	0.301	0.301	0.301
4	0.991	0.992	1.004	1.004	1.004	1.004
6	2.082	2.083	2.108	2.108	2.108	2.108
8	3.570	3.571	3.614	3.614	3.614	3.614
10	5.454	5.456	5.522	5.522	5.522	5.522

**TABLED XXX**

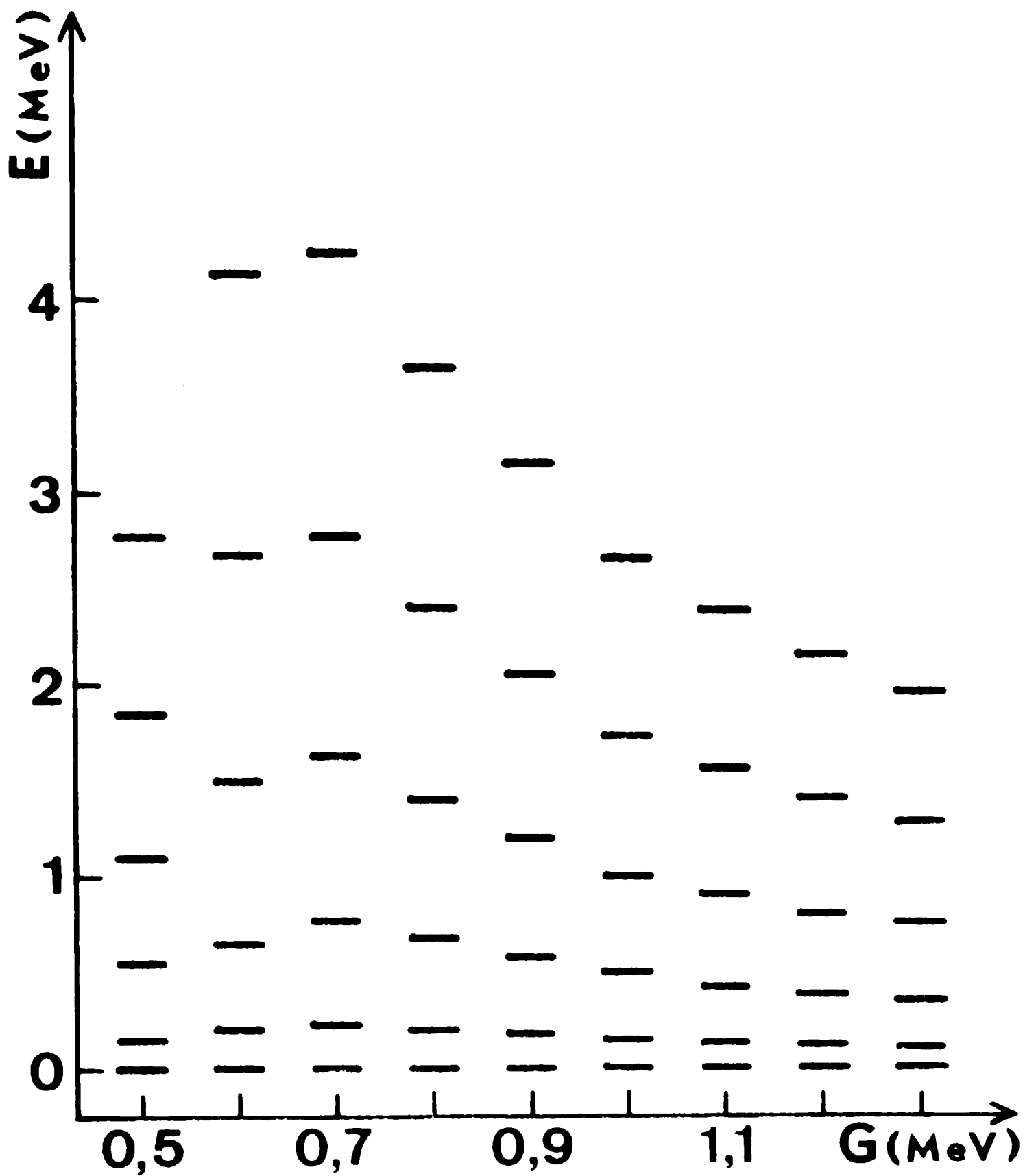


FIG. 5 : Variation du Spectre rotationnel en fonction du paramètre d'appariement  $G$  dans le cas où  $P = 4$

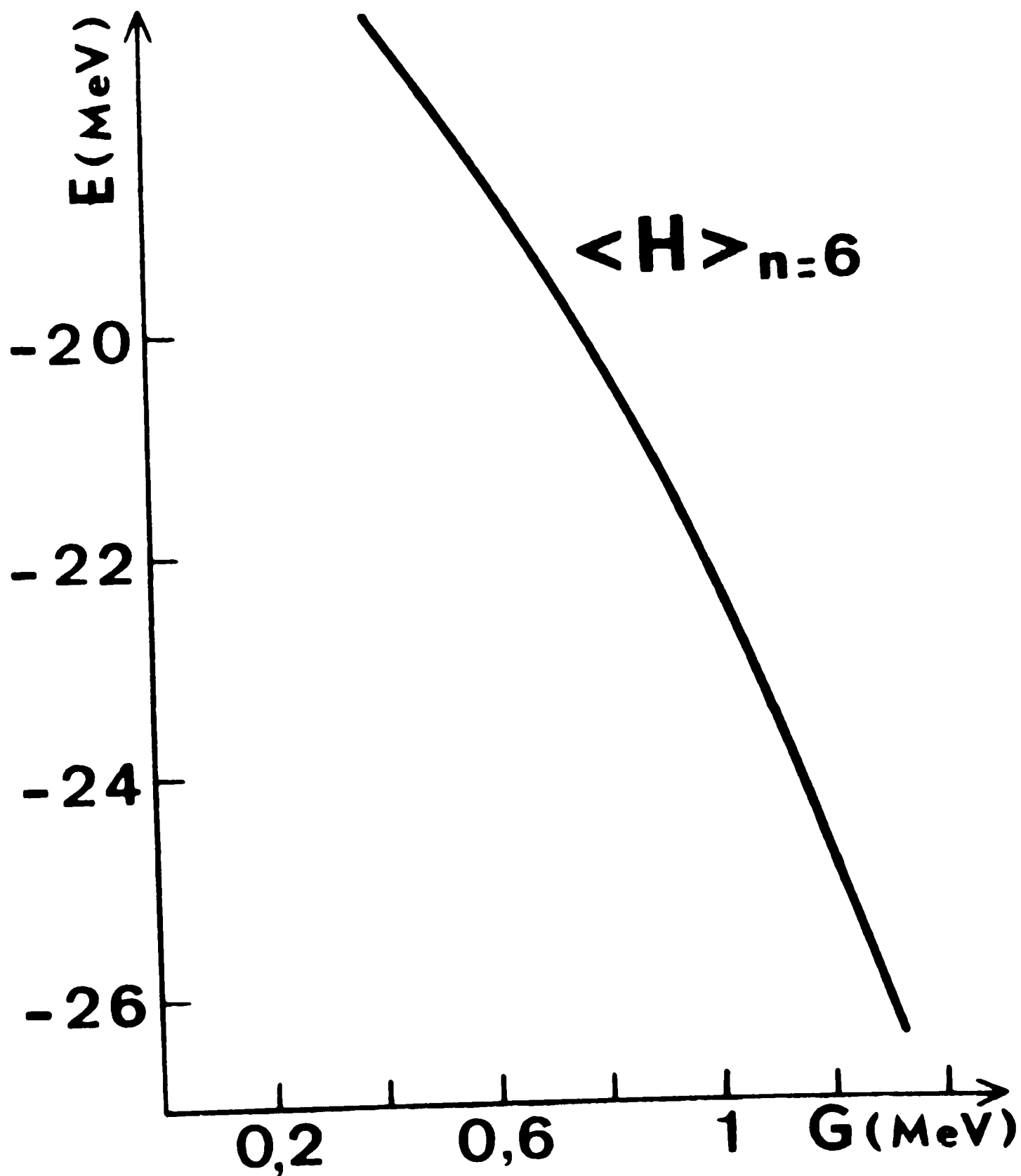


FIG. 5 : Variation de l'énergie  $\langle H \rangle_{n=6}$  en fonction de  $G$  dans le cas P = 4 , après projection

## CONCLUSION.

Nous avons étudié l'importance des effets non physiques dus à la fluctuation du nombre de nucléons dans la théorie BCS sur les probabilités de transitions électromagnétiques E1, E2 et M1 et sur la désintégration  $\beta$  dans la région des terres rares. La méthode de projection des fonctions d'onde BCS sur les états propres de l'opérateur nombre de particules conduit à une suite de fonctions qui convergent avec une rapidité surprenante vers l'état projeté correspondant à un nombre exact de particules. Cette méthode d'extraction des composantes non physiques de la fonction d'onde BCS, s'avère simple, puissante et particulièrement propice aux calculs numériques. Nous avons tenu compte systématiquement et exactement de l'effet de blocage. Le couplage de Coriolis a été traité par une méthode perturbative et les effets des vibrations  $\beta$  et  $\gamma$ , quand elles sont présentes, ont été approximativement prises en considération.

Les facteurs de réduction des probabilités de transitions électromagnétiques, provenant du recouvrement des fonctions d'onde BCS, diffèrent en général sensiblement des mêmes facteurs calculés avec les fonctions d'onde projetées

SRCS. Les demi-durées de vie des transitions E1, E2 et M1 sont considérablement modifiées et, en moyenne, améliorées lorsqu'on projette la fonction d'onde BCS sur les états propres du nombre de particules. Pour les transitions ayant  $|\Delta K|=1$ , l'interaction de Coriolis modifie l'ensemble des résultats théoriques ; ces modifications vont dans le sens de l'amélioration pour les transitions E2 et M1, mais pas toujours dans le cas des transitions E1. La qualité des résultats obtenus avec le modèle de Nilsson nous semble digne d'être notée en ce qui concerne les transitions E1 et M1. Le modèle grandement amélioré et les paramètres dépendant de l'isospin que nous utilisons nous donnent des probabilités de transitions en meilleurs accord avec l'expérience que ceux obtenus par la majorité des auteurs. De possibles améliorations concernant ces transitions peuvent être obtenues en levant les hypothèses restrictives que nous avons faites (diagonalisation exacte de l'interaction de Coriolis, prise en compte de l'interaction d'appariement neutron-proton, interaction particule-excitations collectives octupolaires,...).

Les valeurs  $f_t$  des transitions bêta une fois interdites calculées avec le modèle de Nilsson élaboré sont remarquablement bons et présentent un intérêt par elles-mêmes. Un grand nombre de ces transitions présentées dans ce travail,

n'ont apparemment jamais été évaluées théoriquement. L'influence de la non conservation du nombre de particules a été prise en considération et les demi-durées de vie ont été calculées avec les fonctions d'onde conservant strictement le nombre de nucléons. Nous avons explicité les facteurs de réduction correspondant aux différents types de désintégration bêta. Il nous semble avoir réussi à mettre en évidence l'importance des effets non physiques dus à la dispersion du nombre de nucléons et, indépendamment de l'utilité d'autres corrections, de la nécessité d'extraire de l'état BCS la composante ayant le nombre déterminé de particules avant de calculer les demi-durées de vie. Même si cette correction n'est pas toujours quantitativement importante, elle se fait néanmoins dans l'immense majorité des transitions étudiées numériquement dans le sens d'une amélioration des résultats BCS par rapport à l'expérience.

Nous avons finalement réalisé une double projection des fonctions d'onde BCS. La méthode de projection SBOS par sommation discrète, semble bien adaptée à la projection subséquente sur les états propres du moment angulaire. Des formules générales concernant cette double projection ont été établies et nous avons montré que les calculs numériques sont facilement réalisables dans l'approximation adiabatique.



R E F E R E N C E S

=====

- WE 51 W. WEISSKOPF, Phys. Rev 83 (1951)1073
- BO 53 A. BOHR and B.R. MOTTELSON, K. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. Phys. Medd. 27, N°16 (1953)
- MO 53 S.A. MOSZKOWSKI, Phys. Rev. 89 (1953) 474
- NI 55 S.G. NILSSON, K. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. Medd. 29, N°16 (1955)
- BA 57 J. BARDEEN, L.N. COOPER and J.R. SCHRIEFFER, Phys. Rev. 108 (1957) 1175
- BO 57 A. BOHR and B.R. MOTTELSON, Nucl. Phys. 5 (1957) 617
- PE 57 R.E. PEIERLS and J. YOCCOZ, Proc. Phys. Soc. (London) A70 (1957) 381
- BOG 58 N.N. BOGOLIUBOV, J.F.T.P, USSR 34 (1958) et 73 ; Nuovo Cimento 7 (1958) 74
- MA 58 Z.M. MATUMOTO and M. YAMADA, Prog. Theor. 19 (1958) 285
- NI 58 S.G. NILSSON and J.O. RASMUSSEN, Nucl. Phys. 5 (1957)617
- KO 59 T. KOTANI, Phys. Rev. 114 (1959) 795
- MO 59 B.R. MOTTELSON and S.G. NILSSON, K. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. Phys. Medd. 1, N°8 (1959)
- BA 60 B.F. BAYMAN, Nucl. Phys. 15 (1960) 33
- LI 60 H.J. LIPKIN, Ann. Phys. (N.Y.) 9 (1960) 272
- KE 61 A.K. KERMAN, R.D. LAWSON and MACFARLANE, Phys. Rev. 124 (1961) 162

- VE 62 M.N. VERGNES, Nucl. Phys. 39 (1962) 273
- WA 62 S. WAHLBORN, Nucl. Phys. 37 (1962) 554
- KI 63 L.S. KISSLINGER and R.A. SORENSEN, Rev. Mod. Phys. 35  
(1963) 853
- KL 63 A.K. KERMAN and A. KLEIN, Phys. Rev. 132 (1963) 1326  
A. KLEIN and A.K. KERMAN, Phys. Rev. 138 (1965) B1323  
G. DO DANG, G.J. DREISS, R.M. DREIZLER, A. KLEIN and  
C.S. WU, Nucl. Phys. A114 (1968) 481 et 501
- MI 63 A.F. MIRANDA and M.A. PRESTON, Nucl. Phys. 44 (1963) 529
- DI 64 K. DIETRICH, H.J. MANG and J.H. PRADAL, Phys. Rev.  
135 (1964) B22
- FA 64 A. FAESSLER, Nucl. Phys. 59 (1964) 177
- MI 64 A.B. MIGDAL and A.N. KARKIN, Sov. Phys. JETP, USSR,  
18 (1964) 717
- MO 64 G. MONSONEGO et R. PIEPENBRING, Nucl. Phys. 58 (1964) 593
- NO 64 Y. NOGAMI, Phys. Rev. 134 (1964) B313
- PI 64 R. PIEPENBRING, C.R. ACAD. SCI. (Paris) 259 (1964) 2799
- PI 64 R.W. RICHARDSON and N. SHERMAN, Nucl. Phys. 52 (1964) 221  
R.W. RICHARDSON, J. Math. Phys. 6 (1965) 1034, Phys.  
Lett 14 (1965) 325 ; Phys. Rev 132 (1963) 343, 134 (1964)  
B279, 138 (1965) B326
- PH 64 M. RHO and J.O. RASMUSSEN, Phys. Rev. 135 (1964) B1295  
H.J. MANG, J.O. RASMUSSEN and R. RHO, Phys. Rev. 141  
(1966) 941

- H.C. PRADAL, Y. NOGAMI and J. LAW, Nucl. Phys. A183  
(1972) 352
- SA 64 M. SAKAI and S. YOSHIDA, Nucl. Phys. 50 (1964) 497
- BOG 65 D. BOGDAN, Nucl. Phys. 61 (1965) 241
- FA 65 A. FAESSLER, W. GREINER and R. SHELINE, Nucl. Phys.  
70 (1965) 33
- HA 65 I. HAMAMOTO, Nucl. Phys. 62 (1965) 49
- JE 65 M. JEAN, Nuovo Cimento 40 (1965) 1224
- NO 65 Y. NOGAMI, Phys. Lett. 15 (1965) 335
- SA 65 E. SALUSTI, Nuovo Cimento 37 (1965) 199
- UN 65 I. UNNA and J. WENESER, Phys. Rev. 137 (1965) B1455
- BI 66 B.L. BIRBRAIR and F. FEIFRLIK, Sov. J. Phys. 3 (1966) 293  
B.L. BIRBRAIR, Nucl. Phys. A212 (1973) 27
- DO 66a G. DO DANG and A. KLEIN Phys. Rev. 143 (1966) 735
- DO 66b G. DO DANG and A. KLEIN Phys. Rev. 147 (1966) 689
- DR 66 R.M. DREIZLER, A. KLEIN, C.S. WU and G. DO DANG, Phys.  
Rev. 156 (1966) 1167  
G. DO DANG, R.M. DREIZLER, A. KLEIN and C.S. WU, J. Phys.  
Soc. Jap. Supl. 24 (1968) 568
- FA 66 A. FAESSLER, Nucl. Phys. 85 (1966) 679
- MO 66 G. MONSONEGO et R. PILPENBRING, Nucl. Phys. 78 (1966) 265
- LO 66 K.E.G. LOBNER and S.G. MALMSKOG, Nucl. Phys. 80 (1966) 295
- ON 66 N. ONISHI and S. YOSHIDA, Nucl. Phys. 80 (1966) 367  
N. ONISHI, R.K. SHELINE and S. YOSHIDA, Phys. Rev. C2  
(1970) 1304

- WE 66 M. WEIGEL and G. SÜSSMANN, Z. Phys. 190 (1966) 267  
T.F. HAMMANN and Q. HO-KIM, Nuovo Cimento 67A (1970)  
300 ; J. Phys. (Paris) 31, C2 (1970) 116
- CO 67 A. COVELLO and E. SALUSTI, Phys. Rev. 162 (1967)857
- FU 67 J.I. FUJITA, Phys. Lett. 24B (1967) 123
- SO 68 B. SORENSEN, Nucl. Phys. A119 (1968) 65
- DR 69 G.J. DREISS and A. KLEIN, Nucl. Phys. A139 (1969)81  
G.J. DREISS, A. KLEIN and S.C. PANG, Phys. Lett. 29B  
(1969) 461
- GA 69 Y.K. GANBHIR, A. RIMINI and T. WEBER, Phys. Rev. 188  
(1969) 1573
- MA 69 A. MANN, H. NISSIMOV and I. UNNA, Phys. Rev. 186  
(1969) 1104
- NI 69 S.G. NILSSON, C.F. TSANG, A. SOBICZEWSKI, Z. SZYMANSKI,  
S. WYCECH, C. GUSTAFSON, I.L. LAMM, P. MÖLLER and  
B. NILSSON, Nucl. Phys. A131 (1961) 1
- VE 69 M. VETTER, Z. Phys. 225 (1969) 336
- FO 70 V.N. FOMENKO, J. Phys. A. A3 (1970) 8
- HA 70 T.F. HAMMANN, Thèse de Doctorat, Université de Strasbourg,  
1970
- LO 70 G. LOUHOIDEN, J.C. WADINGTON, K.A. HAGEMANN, S.A. HJOPTH  
and H. HYDE, Nucl. Phys. 148 (1970) 557

- MA 70 S.G. MALMSKOG, V. BERG and A. BÄCKLIN, Nucl. Phys.  
A153 (1970) 316 ;  
S.G. MALMSKOG, V. BERG, B. FOGELBERG and A. BÄCKLIN,  
Nucl. Phys. A166 (1971) 573
- SI 70 C.D. SIEGAL and R.A. SORENSEN, Bull. Am. Phys. Soc.  
15 (1970) 571 ; Nucl. Phys. A184 (1972) 81
- BI 71 M. BISHARI, I. UNNA and A. MANN, Phys. Rev. C3 (1971) 1715
- BU 71 M.E. BUNKLER and C.W. REICH, Rev. Mod. Phys. 43 (1971) 348
- EJ 71 H. EJIRI, Nucl. Phys. A166 (1971) 594, A221 (1973)  
232, Phys. Lett. 28B (1968) 304
- FR 71 S. FRAUENDORF, D. JANSSEN and L. MUNCHOW, Sov. J.  
Nucl. Phys. 12 (1971) 49
- MA 71 J. MAUGER and J.A. EVANS, Nucl. Phys. A167 (1971) 16
- AN 72 W. ANDREJTSCHIEFF, F. DUBBERS, P. MANFRASS and K.D. SHILLING,  
Nucl. Phys. A190 (1972) 489
- AND 72 B.L. ANDERSEN, Nucl. Phys. A196 (1972) 547
- GO 72 K. GOEKE, A. FAESSLER and H.H. WOLTER, Nucl. Phys.  
A183 (1972) 352  
L. SATPATHY, K. GOEKE and A. FAESSLER, Nucl. Phys.  
A179 (1972) 177

- ME 72 K.T. HECHT, J.B. Mc. GRORY J.P. DRAAEYER, Nucl. Phys.  
A197 (1972) 369  
S.M. PEREZ and H.G. BENSON, Nucl. Phys. A208 (1973)449
- LÖ 72 K.E.G. LÖBNER, M.J. BENNET and M.E. BUNKER, Nucl. Phys.  
A197 (1972) 553  
K.E.G. LÖBNER, M.J. BENNET and M.E. BUNKER, Nucl. Phys.  
A179 (1972) 276
- PA 72 S.C. PANG and A. KLEIN, Can J. Phys. 50 (1972) 655
- NO 72 A. WOLF, R. MOREH, A. NOF, O. SAHAL and J. TENEN BAUM,  
Phys. Rev. C6 (1972) 2276  
R. MOREH, O. SAHAL, J. TENENBAUM, A. WOLF and A. NOF,  
Phys. Rev. C7 (1973) 1885
- BO 73 D. BOGDAN, Tr. CRETU and MACARIE, Z. Phys. 265 (1973)  
385, 263 (1973) 121
- ER 73 E.S. HERNANDEZ, L. SZYBISZ and A. PLASTINO, Z. Phys.  
263 (1973) 401
- FE 73 M. FELLAH, T.F. HAMMANN and D.E. MEDJADI, Phys. Rev.  
C8 (1973) 1585
- SO 73 K. GOEKE, J. GARCIA and A. FAESSLER, Nucl. Phys. A208  
(1973) 477

- GR 73 J.B. Mc. GRORY, Phys. Rev. C8 (1973) 693
- LI 73 T.H. LINDBAD, H. HYDE and P. KLAINHEINZ, Nucl. Phys.  
A201 (1973) 369, A210 (1973) 253
- PR 73 H.C. PRADHAM, Y. NOGAMI and J. LAW, Nucl. Phys. A201  
(1973) 357
- WU 73 C.S. WU, Phys. Rev. C7 (1973) 2461
- FE 74a M. FELLAH and T.F. HAMMANN, Phys. Rev. C10 (1974) 284
- FE 74b M. FELLAH and T.F. HAMMANN, Proceeding of the Int. Conf.  
on Nuclear Structure and Spectroscopy, Amsterdam  
(Sept. 1974) vol.1, page 67.
- FE 75a M. FELLAH and T.F. HAMMANN, J. Phys. (Paris) 6 (1975)
- FE 75b M. FELLAH and T.F. HAMMANN, à paraître.