

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE MENTOURI-CONSTANTINE
FACULTE DES SCIENCES EXACTE
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE**

N° de série :

N° d'ordre :

MEMOIRE

**PRESENTEE POUR OBTENIR LE DIPLOME DE MAGISTER
EN PHYSIQUE**

**SPECIALITE : PHYSIQUE ENERGETIQUE
OPTION : PHOTO-THERMIQUE**

THEME

**CONTROLE DE L'ONDE DE CHOC SUR UN PROFIL
DANS UN ECOULEMENT TRANSSONIQUE**

**Par
LERIDI NADIA**

Soutenu le :/...../ 2009

Devant le jury :

Président :	A.CHAKER	Prof.	Univ. MENTOURI	Constantine
Rapporteur :	I. BAH	Prof.	Univ. MENTOURI	Constantine
Examineurs :	A.MOKHNACHE	M.C.	Univ. MENTOURI	Constantine
	N.ATTAF	M.C.	Univ. MENTOURI	Constantine

Dédicaces

À mes chers parents

À mon mari

À mes enfants

À mes frères

À mes sœurs et leurs maris

À tous ceux qui m'ont aidés de près ou de loin

Remerciement

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements au Monsieur L. BAHl professeur à l'université MENTOURI, Constantine, pour m'avoir encadré et dirigé, avec patience. Qu'il trouve ici ma profonde reconnaissance et respect, de m'avoir fait bénéficier de son expérience.

Mes remerciements s'adressent aussi à Madame. A.CHAKER, Professeur à l'université MENTOURI, Constantine, pour son acceptation pour présider ce jury, est une grande preuve de confiance sur la qualité de ce travail.

J'exprime également ma profonde gratitude à Dr .A. MOKHNACHE Maître de conférences à l'université MENTOURI, Constantine. , pour l'honneur qu'il me fait par son acceptation d'être un membre de jury d'évaluation.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Dr .N. ATTAF. Maître de conférences à l'université MENTOURI, Constantine. Je le remercie pour m'avoir accepté d'examiner mon travail.

Sommaire

SOMMAIRE

Introduction

Chapitre I: Description générale des écoulements transsoniques autour de profils

1-1 Introduction	4
1-2 Structure de l'écoulement	4
1-3 Caractéristiques et désignations d'un profil	5
1-3-1 Caractéristiques géométriques	5
1-3-2 Les familles de profils	7
1-3-3 Désignations d'un profil	8
1-2-4 Equation de la courbure des profils utilisés	9
1-4 Caractéristiques aerodynamique	10
1-4-1 Portance	10
1-4-2 Traînée	11
1-4-3 Finesse	11
1-4-4 Distribution de coefficient de pression	12

Chapitre II- Analyse mathématique du problème

2- 1 Introduction	14
2-2 Hypothèses	14
2-3 Modèle mathématique	14
2-3-1 Equation de continuité	14
2-3-2 Equation d'Euler	15
2-3-3 Relation isentropique	15
2-3-4 Equation d'énergie	15
2-4 Forme conservative de l'équation complet du potentiel	15
2-5 Forme non conservative	17
2-6 Classification de l'équation complète du potentiel	19

Chapitre III - La procédure numérique

3-1 Méthodes numériques	20
3-2 Maillage	20
3-2-1 Introduction	20
3-2-2 Génération d'un maillage de type C	20
3-3 Conditions aux limites	22
3-3-1 condition à l'infini	22
3-3-2 condition au bord de fuite	22
3-3-3 Condition sur la paroi	23
3-4 Discrétisation	23
3-4- 1Introduction	23
3-4-2 Forme adimensionnelle des équations	23
3-4-3 transformation des équations en coordonnées généralisées	25
3-4-4 discrétisation des équations modélisantes	27

Chapitre IV- Présentation des logiciels de simulation fluide « FLUENT » et « GAMBIT »

4-1-Introduction	35
4- 2 Le pré processeur Gambit	35
4-2-1 Le procédé de création de la géométrie dans le GAMBIT	35
4-2-2 les étapes De générer un maillage	36
4-3 Le code FLUENT	42
4-3-1 Interface du code fluent	42
4-3-2 Les différentes étapes pour résoudre un problème dans FLUENT	44
4 -3-3 Remarque	46

chapitre V : interprétation du résultats

5-1 L'étude du Mach critique	47
5-2 raffinement du maillage	53
5-3 Validation du modèle numérique	54
5-4 Interprétation des résultats	56
5-4-1 Effet de l'épaisseur du profil	56
5-4-2 Effet de l'angle d'attaque	60
5-4-3 Effet du nombre de Mach infini	63
5-4-4 Effet de la géométrie	69
Conclusion	73
Références bibliographiques	75
ANNEXE	78
Résumé	

Nomenclature

NOMENCLATURE

Notations latines

- a : Vitesse du son
- a_{∞} : Vitesse du son à l'infini
- C : Corde du profil
- C_p : Coefficient de pression
- C_x : Coefficient de traînée
- C_z : Coefficient de portance
- J : Jacobien
- P : Pression
- P_{∞} : Pression à l'infini
- P_{dy} : Pression dynamique
- u, v : Composantes de la vitesse dans le plan (x, y)
- U, V : Composantes de la vitesse dans le plan (ξ, η)
- U_{∞} : La vitesse de l'écoulement à l'infini
- R : force résultante
- R_x : Force de traînée
- R_z : Force de portance
- M : Nombre de Mach
- M_{∞} : Nombre de Mach à l'infini
- \vec{q} : Vecteur vitesse dans le plan (x, y)
- \vec{q}_{∞} : Vecteur vitesse à l'infini
- e, w, n, s : à l'est, à l'ouest, au nord, au sud du volume de contrôle.
- E, W, N, S : Les faces localisées respectivement à l'est, ouest, nord et sud.
- P : Au centre du volume de contrôle.
- A_p : Coefficient égalisant la somme des coefficients relative à l'équation de transport utilisé.
- A_E, A_W, A_N, A_S : Coefficients utilisés lors de la résolution de l'équation de transport.
- S_U, S_V : Termes sources relatif aux variables U, V respectivement.

S_C, S_P : Termes sources convectif et de pression respectivement.

Notations grecque

ϕ : Potentiel de vitesse

ρ : La densité

ρ_∞ : La densité a l'infini.

γ : Rapport de la chaleur spécifique

α : Angle d'incidence

(ξ, η) : Coordonnées du plan de calcul

Introduction

INTRODUCTION

L'aérodynamique est une branche de la dynamique des fluides qui porte sur la compréhension et l'analyse des écoulements d'air, ainsi que leurs effets sur les éléments solides qu'ils environnent.

L'aérodynamique compressible se subdivise en aérodynamique subsonique à Mach compris entre 0.2 et 0.6, transsonique à Mach compris entre 0.7 et 1.2, supersonique à Mach entre 1.2 et 5 et hypersonique au-delà

L'un des points essentiels dans l'aérodynamique, consiste à étudier les écoulements transsoniques, comme c'est le cas d'un écoulement autour d'un profil d'aile.

En régime transsonique, l'air est accéléré à une vitesse proche ou supérieure à la vitesse du son, (typiquement avec des nombres de Mach de $M = 0.6$ ou 0.7 à 1.2) créant des ondes de choc au niveau de l'aile. Une onde de choc, est une zone très mince de compression, correspond à une brusque variation des paramètres physiques du système aile-flux d'air, tels que la densité, la température, et surtout, pour notre étude, la pression [1]

Aujourd'hui, les études théoriques, qui donnent lieu à des calculs complexes, prennent une place de plus en plus importante en aérodynamique, grâce au développement des supercalculateurs. Les mesures expérimentales sont réalisées à l'aide de souffleries, qui permettent d'évaluer sur une maquette les phénomènes qu'on observerait en grandeur réelle. Les essais en soufflerie sont le plus souvent inaccessibles aux particuliers de par leur coût très élevé. [2]

L'objectif de ce travail est le contrôle de la position de l'onde de choc sur le profil d'aile, car tout contrôle de cette onde de choc la menant vers le bord de fuite du profil en réduisant son intensité, entrera soit une augmentation de la portance ou une diminution de la traînée d'onde et par conséquent une réduction de la consommation énergétique.

Ce travail est intéressé pour étudier un écoulement stationnaire d'un fluide parfait non visqueux et irrotationnel en régime transsonique, La vitesse du fluide dérive d'un potentiel. Et comme le fluide est compressible, donc la densité dépend de la vitesse.

Les équations les plus importantes décrivant ce type d'écoulement sont les [équations de Navier Stokes \(la continuité et l'équation d'Euler\)](#), qui posent une combinaison de problèmes [non linéaires](#), tels que l'onde de choc et la présence d'écoulement subsonique et supersonique. Du point de vue mathématique, la zone subsonique est régie par des équations de type elliptique alors que la zone supersonique par des équations de type hyperbolique.[3] Ces équations, lorsqu'elles ne sont pas simplifiées n'ont pas de solutions analytiques, et la simulation numérique reste l'une des solutions adaptée quoique complexe dans ce cas.

Nous étudierons différents types de profils pour différentes conditions aérodynamiques et géométriques, pour une meilleure utilisation. On traitera le contrôle de l'onde de choc, on recherche en premier lieu la distribution de vitesse et de pression sur un même profil pour différents épaisseurs et différents nombres de Mach, afin de localiser l'onde de choc sur le profil et par la suite procéder à son contrôle en faisant varier les paramètres géométriques et aérodynamiques. Une comparaison sera faite pour les cas des profils symétrique et supercritique.

Depuis les années 1980, plusieurs logiciels ont été développés permettant de traiter numériquement l'aérodynamique des corps fuselés. Pour la résolution de ce problème on a fait une simulation numérique de l'écoulement d'un fluide autour d'une aile par le logiciel commercial FLUENT.

« Fluent » est un code de calcul qui permet de simuler les écoulements des fluides avec et sans transfert thermiques dans des géométries complexes. La création de la géométrie du profil faite par le GAMBIT (qui est un type de logiciel capable de générer la géométrie du maillage qui peut être lu par FLUENT). [4]

« Fluent » est un code écrit en langage C et utilise pleinement la flexibilité et la puissance offertes par ce langage (allocation de l'espace mémoire dynamique).il utilise la méthode des volumes finis.

La discrétisation des équations qui gouvernent l'écoulement, tels que les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement est faite en ce basant sur la technique de la méthode des volumes finis, qui consiste en :

- La division du domaine de calcul en des volumes de contrôle discrets obtenus par un maillage de calcul.
- l'intégration des équations gouvernantes sur ces volumes de contrôle individuels, afin de construire les équations algébriques pour les variables dépendantes discrètes (les inconnus), tels que les vitesses, pressions, et les autres scalaires conservés. [6]

Ce travail rentre dans le cadre d'un mémoire de Magistère, dont le plan se compose en cinq chapitres et une conclusion :

Le premier chapitre est une introduction générale, dont le contenu est une recherche bibliographique consacré à la présentation théorique des écoulements externes autour des profils, avec leurs caractéristiques géométriques et aérodynamiques.

Le second chapitre décrit la formulation mathématique du problème physique. On présente les équations régissant le phénomène physique.

Le chapitre trois présente la méthode numérique utilisé « Méthode des volume finis » pour transformer les équations différentielles en équations algébrique gouvernant le problème.

Le chapitre quatre présente quelques définitions sur les logiciels utilisés dans ce travail et leur mode d'emploi.

La présentation des résultats obtenus à partir des différents paramètres de control sur l'écoulement, est suivie d'une discussion pour chaque cas. Le travail est validé en le confrontant à des travaux antérieurs.

Enfin une conclusion générale est présentée les perspectives de cette étude.

Chapitre I

Description générale des écoulements transsoniques autour de profil

1-1 Introduction

Le contenu de ce chapitre regroupe des généralités sur les écoulements transsoniques autour d'un profil d'aile, Ainsi qu'une brève présentation des caractéristiques géométriques et aérodynamiques de profil. Nous exposons aussi les différentes forces exercées sur ce profil d'aile en vol.

1-2 Structure de l'écoulement

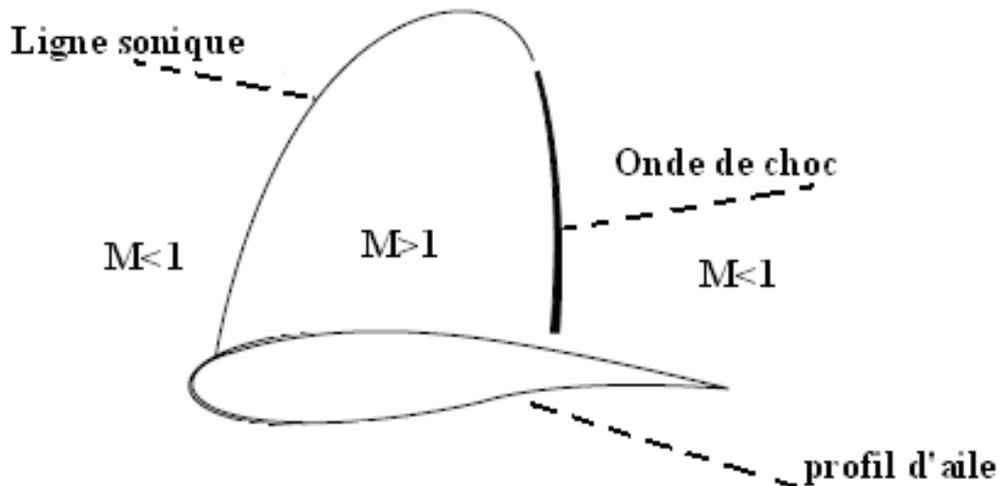


Figure 1-1 : Ecoulement transsonique autour de profil

La figure (1-1) représente la structure de l'écoulement autour d'un profil d'aile, cet écoulement est caractérisé par une combinaison mixte de deux régions, subsonique et supersonique.

A l'infini, l'écoulement est subsonique avant d'arriver sur le profil.

Due à la forme du profil, l'écoulement est accéléré pour former au milieu du profil, une région locale supersonique où le nombre de Mach devient supérieur à l'unité ($M > 1$),

Avec l'augmentation du nombre de Mach infini, la zone supersonique devient plus importante et se termine par une onde de choc droite, derrière la quelle l'écoulement est subsonique ($M < 1$). Ce type d'écoulement mixte est appelé écoulement transsonique

Les différentes régions subsonique et supersonique sont régies par des équations différentielles aux dérivées partielles de type elliptiques et hyperboliques respectivement, les écoulements sont obtenus généralement à des nombres de Mach infini allant de 0,7 à 1,2

L'onde de choc qui terminée la zone supersonique est un processus de compression qui engendre une dissipation d'énergie et par conséquent induit une traînée, supplémentaire appelée **traînée d'onde** [1]

Tout contrôle de cette onde de choc, entraînerait une diminution de cette traînée induite et par conséquent réduira la consommation énergétique.

Toute technique de control passe obligatoirement par la localisation de la position de l'onde de choc sur le profil qu'elle dépend des caractéristiques géométriques et aérodynamiques.

1-3-Caractéristiques et désignations d'un profil

1-3-1-Caractéristique géométrique

Pour une meilleure compréhension, il est bon de définir quelques termes techniques ayant trait au profil de l'aile et qui sont souvent utilisés.

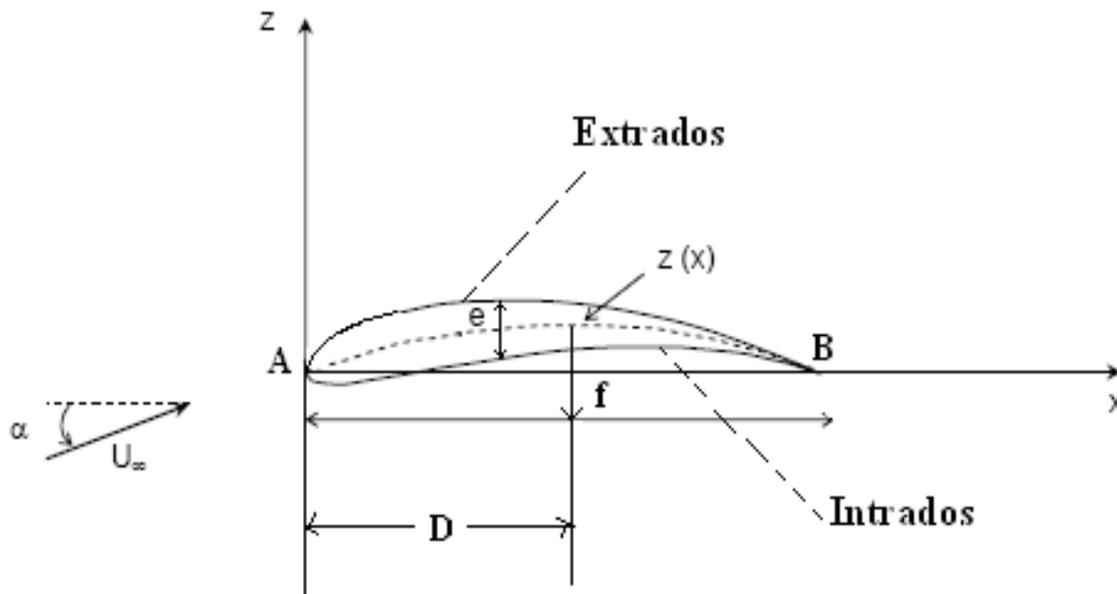


Figure 1-2 Caractéristiques géométriques d'un profil

Maintenant on introduit les termes techniques qui définissent véritablement les caractéristiques géométriques d'un profil.

A : bord d'attaque

B : bord de fuite

C : droite joignant le bord d'attaque au bord de fuite est appelée la corde.

D : la distance entre le bord d'attaque et la flèche maximale

f : la flèche maximale de profile : soit la flèche maximum entre la ligne moyenne et la corde aussi appelée rayon.

U_∞ : la vitesse à l'infini amont

α : L'angle d'incidence, c'est l'angle qui forme la corde (AB) avec le vent relatif

$Z(X)$: Ligne équidistante entre l'extrados et l'intrados, qui part du bord d'attaque au bord de fuite

A partir de ces termes, on a créé des rapports qui expriment les performances pour un profil donné:

- **l'épaisseur maximum du profil (e)** : C'est la distance maximum entre l'extrados et l'intrados, qui est donnée en pourcentage de C
- **l'épaisseur relative (e/C)** : rapport entre l'épaisseur maximum et la corde du profil, il permet de construire des profils de tailles différentes avec les mêmes références.
- **Courbure relative (f/C)** : c'est le rapport de la flèche maximale à la corde du profil, ou f est donnée en pourcentage de C , permet de déterminer si le profil est plus ou moins creux.

1-3-2- Les familles de profils

Il existe de très nombreuses familles de profil et on ne peut d'une manière générale toutes les présenter. On se propose ici de voir les plus utilisés.

- **Le profil symétrique**: On a pour particularité la ligne moyenne et la corde confondus. L'extrados et l'intrados sont symétriques par rapport à la corde. Ce profil n'a pas de portance à l'incidence 0° , l'air parcourt strictement la même distance sur l'extrados et l'intrados. Afin de créer une incidence, il est monté de biais sur les avions.
- **Le profil convexe**: est celui où l'écoulement s'accélère sur l'extrados avec une dépression et l'intrados reste plan. Ce profil a une forte portance dès les faibles incidences et une traînée moyenne.
- **Le biconvexe dissymétrique**: a l'extrados plus courbé que l'intrados. Ce profil est porteur même à des incidences négatives. Il est légèrement instable et son centre de gravité se déplace un peu.
- **Profil supercritique**: recule la position de l'onde de choc de manière à éviter le décollement des filets d'air sur la plus grande partie de la surface de l'aile. Ces profils donnent de bonnes performances aérodynamiques et sont utilisés sur les avions de ligne moderne. [2]

1-3-3- Désignation d'un profil

Au cours du temps, les profils ont évolué et chaque nation a développé son propre programme de recherche sur les profils. Le plus fameux fut le programme Américain NACA (National Advisory Committee for Aeronautics) ancienne appellation de NASA fut créée dans les années 50 et elle est l'équivalent de L'ONERA français. Cet organisme créa essentiellement des profils laminaires. [5]

NACA sont généralement suivis d'une série de chiffres :

NACA à quatre chiffres

Dans cette famille, un profil est représenté par quatre chiffres. Par exemple, dans le cas du profil **NACA2412** :

- Le premier chiffre (2) décrivant la cambrure relative en pourcentage de la corde ($f / C = 2\%$)
- Le deuxième chiffre (4) décrivant la distance du bord d'attaque à la cambrure relative sur la corde en dizaine de la corde ($D/C=0.4$).
- Les deux derniers chiffres décrivant l'épaisseur maximum en pourcentage de la corde ($e/C=0.12$)

NACA à cinq chiffres

Exemple de **NACA 23012**

- Le premier chiffre représente une cambrure relative de 2%
- Le deuxième et le troisième chiffre représentent le double de la distance du bord d'attaque à la position de la cambrure
- Le troisième chiffre représente l'épaisseur relative de 12%

1-3-4-Equation de la courbure des profils utilisés

Les profils qui sont utilisés dans ce travail, sont les profils symétriques (NACA00t) et le profil supercritique (14%), représentés dans la figure suivante :

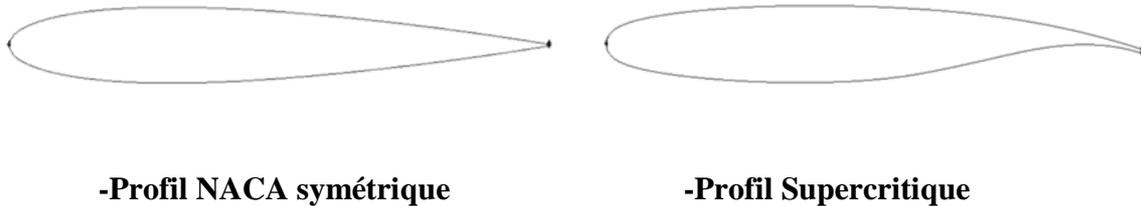


Figure I-3- Types de profils

Nous allons maintenant voir la formule permettant de calculer les coordonnées des points des profils symétriques [7], on se sert de l'expression suivante :

$$Y = \frac{t}{0.2} \left(a_1 \sqrt{x} + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 x^3 + a_5 x^4 \right)$$

$$a_1 = 0.2969$$

$$a_2 = -0.1260$$

$$a_3 = -0.3537$$

$$a_4 = 0.243$$

$$a_5 = -0.1015$$

Le rayon de courbure au bord d'attaque est :

$$r = 1.1019t^2$$

t : l'épaisseur relative maximale du profil.

- Les coordonnées du profil Supercritique sont données point par point dans la référence [8]

1-4- Caractéristiques aérodynamiques

Une aile à partir du moment où elle se déplace dans un fluide va agir sur ce dernier en le déviant et en modifiant sa pression, C'est par ces deux phénomènes qu'une portance (R_z) est créée et qui permet à l'aile de se maintenir en l'air. Cependant l'aile subit également une force de traînée (R_x) qui s'oppose à son mouvement. C'est deux forces fondamentales dont la résultante est la force aérodynamique (R) dépendent de plusieurs facteurs tels l'incidence, la vitesse, la masse volumique de l'air mais également la forme et les propriétés du profil.

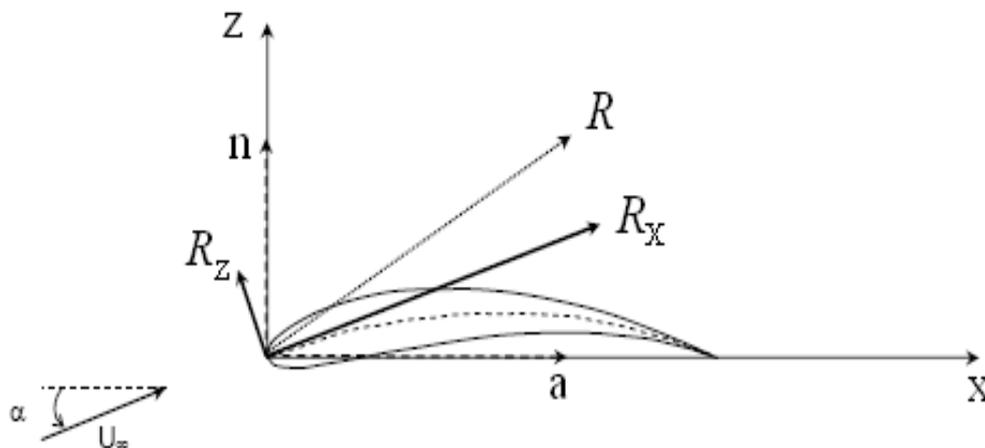


Figure 1-4- Caractéristiques aérodynamiques d'un profil

On a donc deux forces :

1-4-1 la portance R_z

Perpendiculaire à l'aile donc au l'écoulement, C'est cette composante de la résultante aérodynamique qui maintient l'avion en l'air.

$$R_z = \frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_z \quad (1.1)$$

C_z : coefficient de portance, qui dépend de :

- Nombre de Reynolds
- Nombre de Mach
- Forme du profil
- Incidence

1-4-2 la traînée R_x

Parallèle au l'écoulement Composante horizontale Cette composante de la résultante aérodynamique s'oppose à la poussée, et freine par conséquent l'avion .de formule :

$$R_x = \frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_x$$

(1.2)

C_x : Coefficient de traînée, il dépend de :

- Nombre de Reynolds
- Nombre de Mach
- Forme du profil
- Incidence

La résultante de ces deux forces appelée **résultante aérodynamique** (R) est appliquée au centre de poussée.

ρ : La masse volumique

S : surface de l'aile

V : vitesse de l'aile

1-4-3 la finesse

Représente le rapport entre la portance et la traînée (R_z / R_x), et elle est d'autant plus élevée que ce rapport est grand, la finesse dépend de l'incidence et elle est maximum pour un angle optimum.

1-4-4 Distribution du coefficient de pression

Pour déterminer les forces qui s'appliquent à un profil, il faut connaître la distribution de pression autour du profil, ce qui équivaut pour un écoulement compressible à déterminer le coefficient de pression

En général, le coefficient de pression s'écrit sous la forme

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{P_{dy}} [2] \quad (1.3)$$

Avec P_{dy} : la pression dynamique qui s'écrit sous la forme :

$$P_{dy} = \frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2 \quad (1.4)$$

Multipliant (1-4) par $\frac{\gamma P_\infty}{\gamma P_\infty}$, on obtient :

$$P_{dy} = \frac{\gamma P_\infty}{2} \frac{\rho_\infty}{\gamma P_\infty} U_\infty^2 \quad (1.5)$$

Avec l'équation de la vitesse du son:

$$a_\infty^2 = \frac{\gamma P_\infty}{\rho_\infty} \quad (1.6)$$

En remplaçant (1-6) dans (1-5) on obtient :

$$P_{dy} = \frac{\gamma}{2} P_\infty \frac{U_\infty^2}{a_\infty^2} \quad (1.7)$$

$$\text{Avec : } M_\infty = \frac{U_\infty}{a_\infty}$$

Donc:

$$P_{dy} = \frac{\gamma}{2} P_\infty M_\infty^2 \quad (1.8)$$

L'équation du coefficient de pression devient :

$$C_p = \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \left(\frac{P}{P_\infty} - 1 \right) \quad (1.9)$$

$$\text{D'où } \frac{P}{P_\infty} = \left[1 - \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 \left(\frac{q^2}{U_\infty^2} - 1 \right) \right]^{\gamma-1/\gamma} \quad (1.10)$$

En remplaçant l'équation (1-10) dans l'expression du C_p on obtient :

$$C_p = \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \left\{ \left[1 - \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 \left(\frac{q^2}{U_\infty^2} - 1 \right) \right]^{\gamma-1/\gamma} - 1 \right\} \quad (1.11)$$

Où γ est le rapport des chaleurs spécifiques [2].

Chapitre II

Analyse mathématique du problème

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, l'objectif est de présenter la formulation mathématique du problème, ensuite une description du système considéré et une présentation du domaine d'étude.

2.2 Hypothèse

L'écoulement compressible est caractérisé par le nombre de Mach qui est le rapport de la vitesse de l'écoulement de fluide à la vitesse du son. La densité n'est plus considérée constante. Pour l'analyse de l'écoulement transsonique on considère: l'air comme fluide à étudier. On suppose que c'est un fluide parfait, donc son terme de viscosité, ce qui nous ramène à appliquer les équations d'Euler. L'écoulement est supposé stationnaire.

On a fait introduire la notion du potentielle de vitesse pour réduire la difficulté de résolution du problème, ce qui suppose un écoulement irrotationnel.

Donc, notre but est d'étudier un écoulement transsonique, bidimensionnel, stationnaire, et irrotationnel autour d'un profil dans un fluide parfait et compressible.

2.3 Modèle mathématique

Un écoulement transsonique autour d'un profil vérifie les hypothèses suivantes :

- non visqueux : ν négligeable
- irrotationnel : $\overrightarrow{rot} \vec{v} = \vec{0}$
- isentropique : $S = Cst$

Dans ce cadre les équations nécessaires à la description du mouvement sont :

2.3.1 Equation de continuité

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho \cdot \vec{q} = 0 \quad (2.1)$$

Pour le cas stationnaire on aura :

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (2.2)$$

2.3.2 Equation d'Euler

$$\frac{d\rho \vec{q}}{dt} = \rho \vec{f} - \vec{\nabla} p \quad (2.3)$$

2.3.3 Relations isentropiques

On rappelle également qu'un écoulement isentropique est un écoulement :

- adiabatique : il n'y a pas de transfert thermique dans le fluide.
- réversible : il n'y a pas de phénomène dissipatif, tels que l'effet visqueux

Dans ce cas :

$$\rho = \rho_{\infty} \left[\frac{a_{\infty}^2}{a^2} \right]^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad (2.3)$$

2.3.4 Equation d'énergie

L'équation d'énergie pour un écoulement adiabatique entre deux états s'écrit alors [4]

$$a_{\infty}^2 + \frac{\gamma - 1}{2} U_{\infty}^2 = a^2 + \frac{\gamma - 1}{2} q^2 \quad (2.4)$$

2.4. Forme conservative de l'équation complète du potentiel

On a considéré au départ, un écoulement irrotationnel ce qui implique que la vitesse est dérivée d'un potentiel. [10]

$$\text{On a donc: } \vec{q} = \vec{\nabla} \phi \quad (2.5)$$

ϕ : Le potentiel de vitesse

Dans un repère bidimensionnel de coordonnées cartésiennes; chaque membre de l'équation

$$\vec{q} = \vec{\nabla} \phi \quad \text{s'écrit:}$$

$$\vec{q} = u \cdot \vec{i} + v \cdot \vec{j} \quad (2.6)$$

\vec{i} , \vec{j} : Sont les vecteurs unitaires

$$\vec{\nabla} \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \vec{j} \quad (2.7)$$

Par identification on a:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2.8)$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

On note que:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \phi_x \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \phi_y$$

On aboutit à l'équation de continuité sous forme conservative de la manière suivante:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \rho \cdot \vec{q} = 0$$

$$\vec{\nabla} \rho \cdot \vec{q} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \nabla \rho \cdot q = 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad & \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \\ \Rightarrow \quad & (\rho \phi_x)_x + (\rho \phi_y)_y = 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

A partir de l'équation d'énergie et la relation isentropique, on calcule la masse volumique ρ

$$\rho = \rho_\infty \left(\frac{a^2}{a_\infty^2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$a_\infty^2 + \frac{\gamma-1}{2} U_\infty^2 = a^2 + \frac{\gamma-1}{2} q^2$$

Donc:
$$\frac{\rho}{\rho_\infty} = \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 \left(1 + \frac{q^2}{U_\infty^2} \right) \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (2.11)$$

A travers l'onde de choc, on a seulement l'énergie et la masse qui sont conservées.

2.5 Forme non conservative

Pour faciliter le processus de classification de l'équation complète du potentiel, il faut transformer l'équation sous forme non conservative. [11]

Pour un écoulement stationnaire, l'équation de continuité devient alors :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (2.12)$$

$$u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} = -\rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (2.13)$$

Et les équations d'Euler, en négligeant les forces de pesanteur pour un gaz.

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.14a)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.14b)$$

A partir de l'expression de la dérivée de la pression par rapport à la masse volumique en écoulement isentropique, on peut écrire :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial \rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} = a^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (2.15a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial \rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial y} = a^2 \frac{\partial \rho}{\partial y} \quad (2.15b)$$

En multipliant la première équation d'Euler par u et la seconde par v il vient :

$$\text{Suivant x: } \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{a^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \times u \quad (2.16a)$$

$$\text{Suivant y: } \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{a^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) \times v \quad (2.16b)$$

En faisant la somme, il vient :

$$u^2 \frac{\partial u}{\partial x} + v^2 \frac{\partial v}{\partial y} + uv \frac{\partial u}{\partial y} + uv \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{a^2}{\rho} \left(u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) \quad (2.17)$$

En remplaçant le membre de droite par l'équation de continuité :

$$u^2 \frac{\partial u}{\partial x} + v^2 \frac{\partial v}{\partial y} + uv \frac{\partial u}{\partial y} + uv \frac{\partial v}{\partial x} = a^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (2.18)$$

D'où

$$\left[a^2 - u^2 \right] \frac{\partial u}{\partial x} + \left[a^2 - v^2 \right] \frac{\partial v}{\partial y} - uv \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] = 0 \quad (2.19)$$

Cette expression peut s'écrire en fonction du potentiel de vitesse :

$$\left(a^2 - \phi_x^2 \right) \phi_{xx} + \left(a^2 - \phi_y^2 \right) \phi_{yy} - 2\phi_x \phi_y \phi_{xy} = 0 \quad (2.20)$$

Cette relation est l'équation complète du potentiel de vitesse qui s'exprime uniquement en fonction de ϕ .

2.6 Classification de l'équation complète du potentiel

Pour l'écoulement compressible non visqueux, l'équation (2-20) est non linéaire à partir du coefficients des deuxièmes dérivés partiels $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}$ et $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}$, et sa résolution est différente suivant le type d'équation, étant elliptique dans la partie subsonique de l'écoulement et hyperbolique dans la partie supersonique de l'écoulement. [9]

Le système d'équations différentielles aux dérivées partielles du second ordre ou bien mixte avec 1^{er} ordre peut être classé avec cette méthode :

$$\left(1 - M_\infty^2 - (\gamma - 1) M_\infty^2 \phi_x^2 \right) \phi_{xx} + \phi_{yy} = 0 \quad (2.21)$$

- Si L'écoulement est subsonique : $1 - M_\infty^2 - (\gamma - 1) M_\infty^2 \phi_x^2 > 0$ Donc, l'équation différentielle partielle est de type elliptique.
- Si L'écoulement est sonique : $1 - M_\infty^2 - (\gamma - 1) M_\infty^2 \phi_x^2 = 0$ Donc, l'équation différentielle partielle est de type parabolique.
- Si L'écoulement est supersonique $1 - M_\infty^2 - (\gamma - 1) M_\infty^2 \phi_x^2 < 0$ Donc, l'équation différentielle partielle est de type hyperbolique.

Chapitre III

La procédure numérique

3.1 Méthodes numériques

En [analyse numérique](#), la méthode des volumes finis est utilisée pour résoudre numériquement des [équations aux dérivées partielles](#), comme la [méthode des différences finies](#) et la [méthode des éléments finis](#). Mais, contrairement à la méthode de différences finies qui utilise des approximations de dérivées, la méthode de volumes finis utilise des approximations d'intégrales. Toutefois, on résout l'équation aux dérivées partielles de manière approchée sur un maillage. Ce maillage est constitué de volumes finis. Les volumes finis sont des petits volumes (en 3D, des surfaces en 2D, des segments en 1D) dont la réunion forme le domaine d'étude [12].

3.2 Maillage

3.2.1 Introduction

Avant que nous puissions commencer à générer n'importe quel maillage, nous devons décider du type de maillage à utiliser, ensuite nous devons décider des nombres de blocs de grille sont nécessaires et comment ces blocs devraient être réparties pour couvrir les zones à étudier. Pour chaque bloc de grilles, nous devons assigner des frontières (ou leurs parties) dans le domaine de calcul.

L'aspect du maillage dans l'espace physique dépendra fortement de cette tâche.

Dans la pratique, trois standards topologies de grilles simples sont établis pour les problèmes d'écoulement bidimensionnel. Ils sont appelés maillage C, H, ou maillage O parce que dans une vue plate, les lignes de grilles ressemblent à la majuscule correspondante [13].

3.2.2 Génération d'un maillage de type C

Par hypothèse, le maillage est consisté de deux lignes respectives $\xi(x, y)$ et $\eta(x, y)$ où (x, y) sont les coordonnées cartésiennes des points du maillage.

$\eta(j = 1, j = j_{\max})$: Représente les lignes horizontales.

$\xi(i = 1, i = i_{\max})$: Sont les trajectoires orthogonales des lignes

Dans le cas du maillage C le corps aérodynamique est enfermé par une famille de lignes de grilles. La situation est indiquée dans la figure (3.1).

Comme nous pouvons voir, les lignes ($\eta = cst$) débutent de la limite extérieure (I H) correspondant à la fin du sillage, dans la partie inférieure par rapport à la ligne ($\xi = 0$), représentée par le segment AI, en allant dans le sens des aiguilles d'une montre autour du profil, pour se terminer sur la partie supérieure au linge représentée par le segment DE

L'autre famille de lignes de grilles perpendiculaire aux lignes ($\xi = cst$) diminue dans la direction normale au corps et le sillage. Le segment IABCD de grille ($\eta = 0$) représente une coordonnée coupe, dans le plan de calcul.

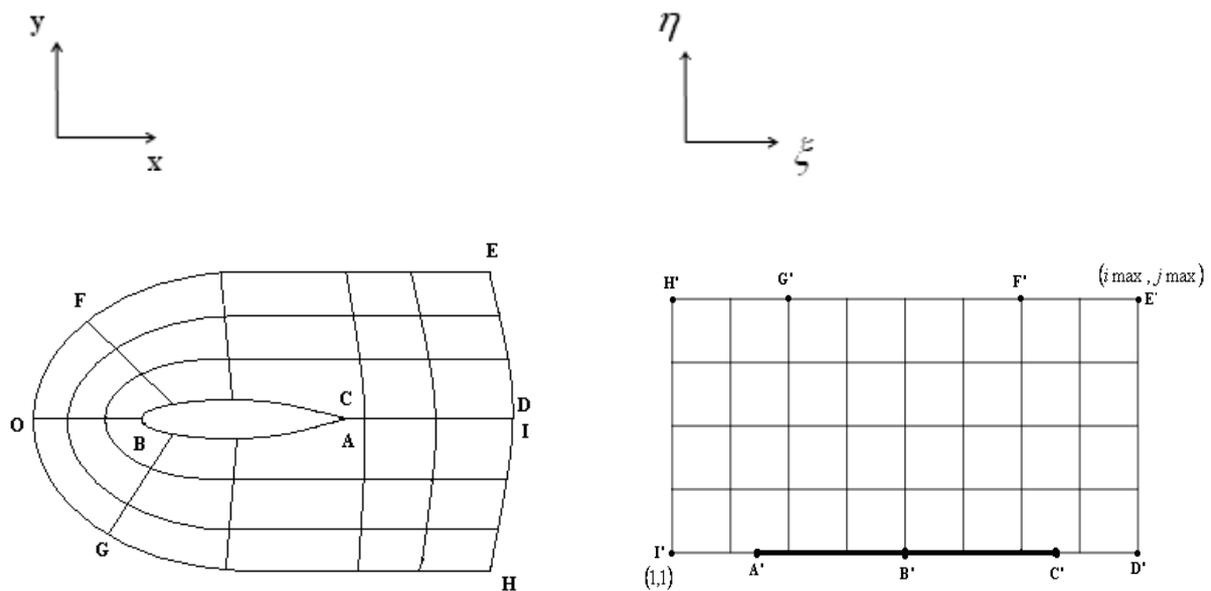


Figure (3.1) Transformation du domaine physique au domaine de calcul

3.3 Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont illustrées sur la figure suivante :

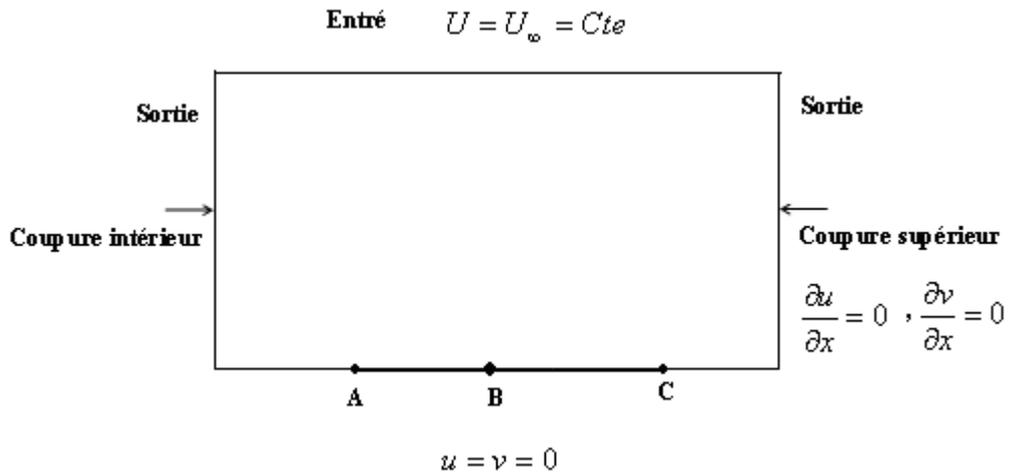


Figure (3.2) Les conditions aux limites

3.3.1 Condition à l'infini (à l'entrée)

L'écoulement à l'infini arrive avec une vitesse $q_\infty(u_\infty, v_\infty)$ et une incidence α [16] d'où

$$q_\infty \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}, \quad \begin{aligned} u &= u_\infty = \cos \alpha \frac{\partial \varphi_\infty}{\partial x} \\ v &= v_\infty = \sin \alpha \frac{\partial \varphi_\infty}{\partial y} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \varphi_\infty = x \cos \alpha + y \sin \alpha \tag{3.1}$$

3.3.2 Condition après le bord de fuite (à la sortie)

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_{xx} = 0 \\ \varphi_{xy} = 0 \end{cases} \tag{3.2}$$

3.3.3 Condition sur la paroi du profil

$$u = 0 \quad , \quad v = 0 \quad (3.3)$$

3.4 Discrétisation

3.4.1 Introduction

La discrétisation consiste à transformer les équations aux dérivées partielles en équation algébriques, en introduisant des schémas de discrétisation.

Les équations d'Euler et de continuité, ont été résolues utilisant la méthode des volumes finis. Cette méthode consiste à transformer en premier lieu les paramètres (vitesse, pression, ...) des systèmes d'équations sous forme adimensionnelle [14]. Ensuite subdiviser le domaine d'étude en de petits volumes de contrôle petits, et enfin précéder à l'intégration sur chaque volume de contrôle des équations.

3.4.2 Forme adimensionnelle des équations

Pour remettre le système d'équations (2.2), (2.3) sous forme adimensionnel nous avons considéré que l'écoulement est compressible et non visqueux, On a utilisé les variables et les grandeurs suivant :

➤ Les coordonnées cartésiennes : $X = \frac{x}{L}$, $Y = \frac{y}{L}$

➤ Les vitesses suivant x et y : $U = \frac{u}{u_\infty}$, $V = \frac{v}{u_\infty}$

➤ La densité : $\rho = \frac{\rho}{\rho_\infty}$

➤ La pression : $P = \frac{P}{\rho_\infty u_\infty^2}$

Equation de continuité

Remplaçons les variables dimensionnelles par celles adimensionnelles correspondantes dans l'équation de continuité (2.2), nous obtiendrons alors :

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial \rho U}{\partial X} + \frac{\partial \rho V}{\partial Y} = 0 \quad (3.4)$$

Equations d'Euler

Pour un fluide compressible et non visqueux l'équation de quantité de mouvement s'écrit de la façon adimensionnelle suivante :

Suivant x :

$$\rho U \frac{\partial U}{\partial X} + \rho V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} \quad (3.5a)$$

Suivant y :

$$\rho U \frac{\partial V}{\partial X} + \rho V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial Y} \quad (3.5b)$$

Conditions aux limites

- A l'entrée : $U=1$, $V=0$
- A la sortie : $\frac{\partial U}{\partial X} = 0$, $\frac{\partial V}{\partial X} = 0$
- Sur le profil : $U=0$, $V=0$

3.4.3 Transformation des équations en coordonnées généralisées

Les équations précédentes de continuité et de quantité de mouvement écrites dans le domaine physique en coordonnées cartésiennes (x, y) doivent être transformées dans le domaine de calcul en coordonnées généralisées (ξ, η)

Nous avons l'équation différentielle du maillage :

$$\text{grad } \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \cdot \text{grad } \xi + \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \cdot \text{grad } \eta \quad (3.6)$$

φ : Une fonction générale

Où :

$$\varphi = \varphi(x, y) \quad , \quad \xi = \xi(x, y) \quad , \quad \eta = \eta(x, y)$$

Il vient donc:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} &= \xi_x \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} &= \xi_y \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (3.7)$$

$\xi_x, \xi_y, \eta_x, \eta_y$: Les paramètres métriques [15]

En utilisant les identités:

$$\xi_x = J Y_\eta \quad , \quad \eta_x = -J Y_\xi \quad (3.8)$$

$$\xi_y = -J X_\eta \quad , \quad \eta_y = J X_\xi$$

Où

$J = \frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(x, y)}$: Est le Jacobian, représente le rapport entre la surface d'un élément infinitésimal qui entoure (d'un élément) le nœud (i, j) dans le plan (ξ, η) et la surface de son image dans le plan (x, y) , donné par :

$$J = \xi_x \eta_y - \xi_y \eta_x \quad (3.9)$$

En introduisant les relations de transformations précédentes dans chaque terme du système d'équations, on obtient :

Equation de continuité

$$\left(\frac{\rho U^C}{J} \right)_\xi + \left(\frac{\rho V^C}{J} \right)_\eta = 0 \quad (3.10)$$

Equation d'Euler

Suivant ξ :

$$\frac{\partial \rho U^C U}{\partial \xi} + \frac{\partial \rho V^C U}{\partial \eta} = -Y_\eta \frac{\partial P}{\partial \xi} + Y_\xi \frac{\partial P}{\partial \eta} \quad (3.11a)$$

Suivant η :

$$\frac{\partial \rho U^C V}{\partial \xi} + \frac{\partial \rho V^C V}{\partial \eta} = X_\eta \frac{\partial P}{\partial \xi} - X_\xi \frac{\partial P}{\partial \eta} \quad (3.11b)$$

Avec :

U^C Et V^C : sont les vitesses contra variantes

Où :

$$U^C = U y_\eta - V x_\eta \quad (3.12a)$$

$$V^C = V x_\xi - U y_\xi \quad (3.12b)$$

3.4.4 Discrétisation des équations modélisant

Nous allons considérer un écoulement bidimensionnel, stationnaire, compressible et non visqueux où seulement les termes convectifs et termes sources sont présentés.

Equation de continuité

Les termes de l'équation de continuité sont intégrés dans le volume de contrôle typique (figure (3.3)) comme suit :

$$\begin{aligned}
 \int\int_{w,s}^e,n \left(\frac{\partial \rho U^c}{\partial \xi} + \frac{\partial \rho V^c}{\partial \eta} \right) d\xi d\eta &= [\rho U^c]_w^e \Delta \eta_P + [\rho V^c]_s^n \Delta \xi_P \\
 (3.13) & \\
 &= [(\rho U^c)_e - (\rho U^c)_w] \Delta \eta_P + [(\rho V^c)_n - (\rho V^c)_s] \Delta \xi_P \\
 &= \left[\left(\frac{(\rho U^c)_E + (\rho U^c)_P}{2} \right) - \left(\frac{(\rho U^c)_P + (\rho U^c)_W}{2} \right) \right] \Delta \eta_P \\
 &\quad + \left[\left(\frac{(\rho V^c)_N + (\rho V^c)_P}{2} \right) - \left(\frac{(\rho V^c)_P + (\rho V^c)_S}{2} \right) \right] \Delta \xi_P \\
 &= [(\rho U^c)_E - (\rho U^c)_W] \Delta \eta_P / 2 + [(\rho V^c)_N - (\rho V^c)_S] \Delta \xi_P / 2
 \end{aligned}$$

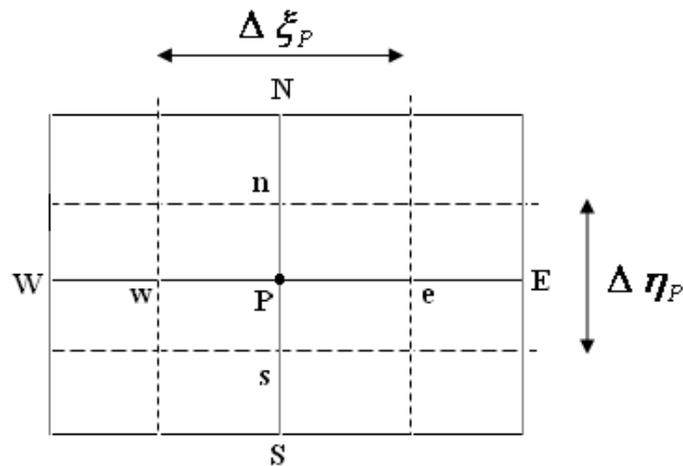


Figure (3.3) : Le volume de contrôle typique

Equation d'Euler

Décalage suivant ξ

Les termes de l'équation de quantité de mouvement sont intégrés dans le volume de contrôle décalé dans la direction ξ (figure (3.4)).

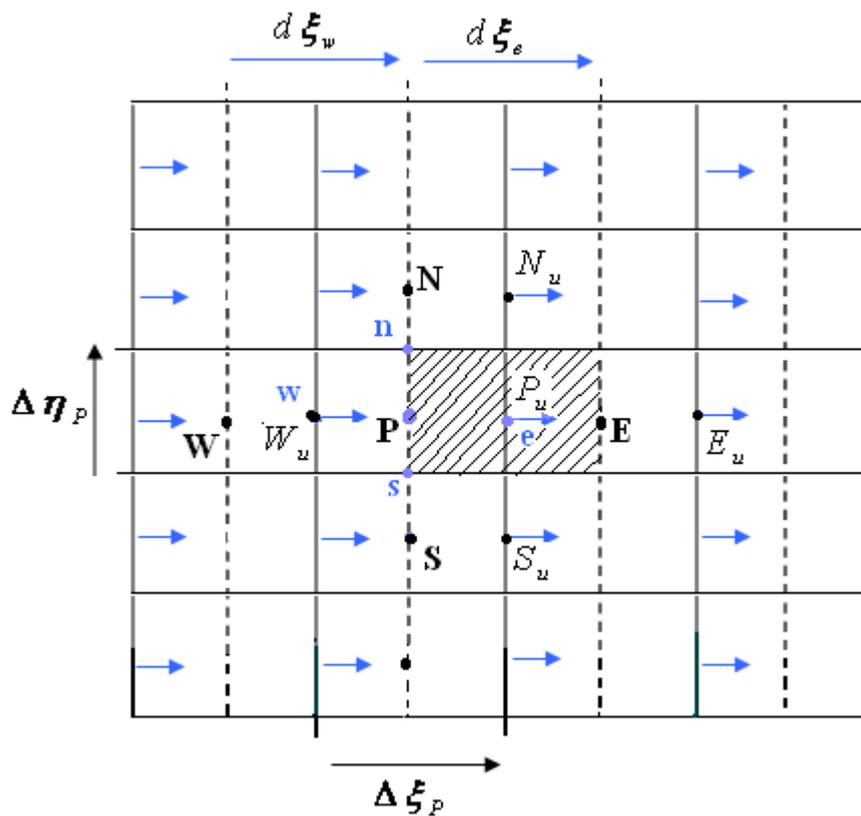


Figure (3.4) : Maillage décalé dans la direction ξ

Discrétisation des termes convectifs

Les termes convectifs sont discrétisés par le schéma Upwind d'ordre 2

$$\begin{aligned}
\int_{w_u}^{e_u} \int_{s_u}^{n_u} \rho U^C \frac{\partial U}{\partial \xi} d\xi d\eta &= [(\rho U^C U)_{e_u} - (\rho U^C U)_{w_u}] \Delta\eta_P \\
&= [U_{P_u} + \frac{1}{2}(U_{P_u} - U_{W_u})] \|F_e, 0\| - [U_{E_u} + \frac{1}{2}(U_{E_u} - U_{EE_u})] \|F_e, 0\| \\
&+ [U_{P_u} + \frac{1}{2}(U_{P_u} - U_{E_u})] \|F_w, 0\| - [U_{W_u} + \frac{1}{2}(U_{W_u} - U_{WW_u})] \|F_w, 0\| \quad (3.14a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{w_u}^{e_u} \int_{s_u}^{n_u} \rho V^C \frac{\partial U}{\partial \eta} d\xi d\eta &= [(\rho V^C U)_{e_u} - (\rho V^C U)_{w_u}] d\xi_e \\
&= [U_{P_u} + \frac{1}{2}(U_{P_u} - U_{S_u})] \|F_n, 0\| - [U_{N_u} + \frac{1}{2}(U_{N_u} - U_{NN_u})] \|F_n, 0\| \\
&+ [U_{P_u} + \frac{1}{2}(U_{P_u} - U_{N_u})] \|F_s, 0\| - [U_{S_u} + \frac{1}{2}(U_{S_u} - U_{SS_u})] \|F_s, 0\| \quad (3.14b)
\end{aligned}$$

Discrétisation des termes source

$$\begin{aligned}
\int_{w_u}^{e_u} \int_{s_u}^{n_u} S_P d\xi d\eta &= \int_{w_u}^{e_u} \int_{s_u}^{n_u} \left(-\frac{\partial P}{\partial \xi} Y_\eta + \frac{\partial P}{\partial \eta} Y_\xi \right) d\xi d\eta \\
&= (P_P Y_{\eta_P} - P_E Y_{\eta_E}) \Delta\eta_P \quad (3.15)
\end{aligned}$$

Réarrangeons les termes discrétisés sous forme d'équations de discrétisation standard :

$$A_P U_P = A_E U_E + A_W U_W + A_N U_N + A_S U_S + S_u \quad (3.16)$$

Avec :

$$A_E = \max(F_e, 0) \quad , \quad F_e = (\rho U^c)_{e_u} \Delta \eta_P$$

$$A_W = \max(F_w, 0) \quad , \quad F_w = (\rho U^c)_{w_u} \Delta \eta_P$$

$$A_N = \max(F_n, 0) \quad , \quad F_n = (\rho V^c)_{n_u} \Delta \xi_{P_u}$$

$$A_S = \max(F_s, 0) \quad , \quad F_s = (\rho V^c)_{s_u} \Delta \xi_{P_u}$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S$$

$$S_U = S_P + S_C$$

$$S_P = (P_P Y_{\eta_P} - P_E Y_{\eta_E}) \Delta \eta_P$$

$$\begin{aligned} S_C = & -\frac{1}{2} (U_{P_u} - U_{W_u}) [F_e, 0] + \frac{1}{2} (U_{E_u} - U_{EE_u}) [-F_e, 0] - \frac{1}{2} (U_{P_u} - U_{E_u}) [-F_w, 0] \\ & + \frac{1}{2} (U_{W_u} - U_{WW_u}) [F_w, 0] - \frac{1}{2} (U_{P_u} - U_{S_u}) [F_n, 0] + \frac{1}{2} (U_{N_u} - U_{NN_u}) [-F_n, 0] \\ & - \frac{1}{2} (U_{P_u} - U_{N_u}) [-F_s, 0] + \frac{1}{2} (U_{S_u} - U_{SS_u}) [F_s, 0] \end{aligned}$$

Décalage suivant η

Les termes de l'équation de quantité de mouvement sont intégrés dans le volume de contrôle décalé dans la direction η (figure (3.5))

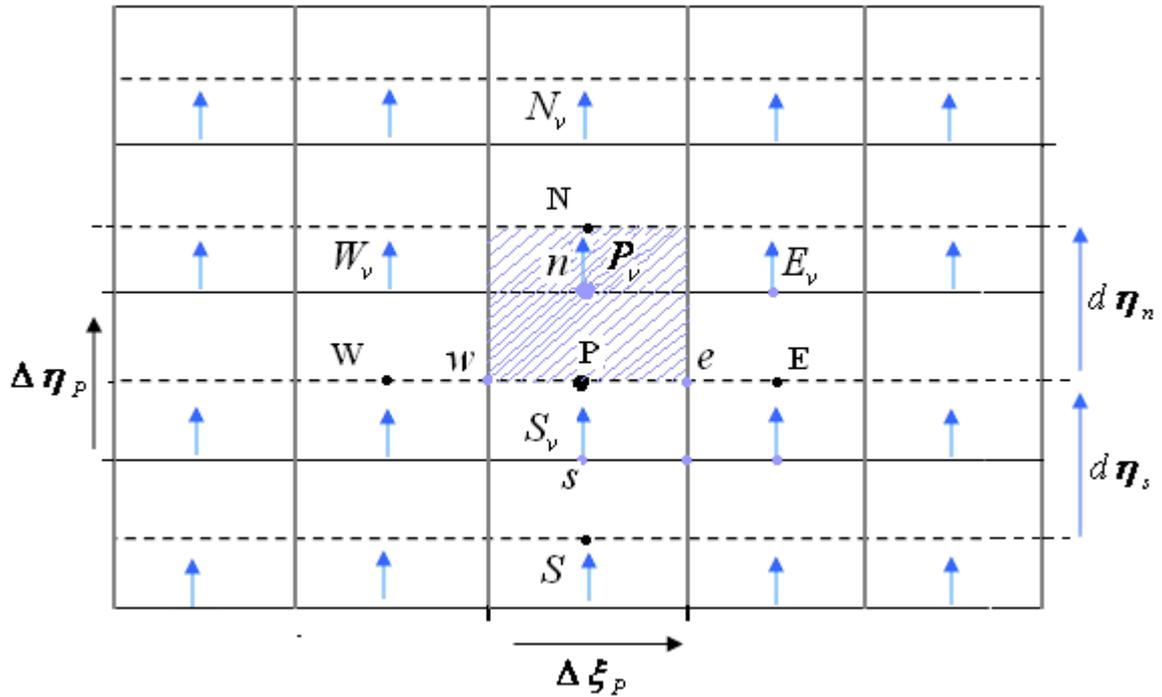


Figure (3.5) Maillage décalé dans la direction η

Discrétisation des termes convectifs

Les termes convectifs sont discrétisés par le schéma upwind d'ordre 2

$$\begin{aligned}
 \int_{w_v}^{e_v} \int_{s_v}^{n_v} \rho U^c \frac{\partial V}{\partial \xi} d\xi d\eta &= [(\rho U^c V)_{e_v} - (\rho U^c V)_{w_v}] \Delta\eta_P \\
 &= [V_{P_v} + \frac{1}{2}(V_{P_v} - V_{W_v})] \|F_e, 0\| - [V_{E_v} + \frac{1}{2}(V_{E_v} - V_{EE_v})] \|F_e, 0\| \\
 &+ [V_{P_v} + \frac{1}{2}(V_{P_v} - V_{E_v})] \|F_w, 0\| - [V_{W_v} + \frac{1}{2}(V_{W_v} - V_{WW_v})] \|F_w, 0\|
 \end{aligned} \tag{3.17a}$$

$$\begin{aligned}
& \int_{w_v}^{e_v} \int_{s_v}^{n_v} \rho V^c \frac{\partial V}{\partial \eta} d\xi d\eta = [(\rho V^c V)_{e_v} - (\rho V^c V)_{w_v}] d\xi_e \\
& = [V_{P_v} + \frac{1}{2}(V_{P_v} - V_{S_v})] \|F_n, 0\| - [V_{N_v} + \frac{1}{2}(V_{N_v} - V_{NN_v})] \|-F_n, 0\| \\
& + [V_{P_v} + \frac{1}{2}(V_{P_v} - V_{N_v})] \|-F_s, 0\| - [V_{S_v} + \frac{1}{2}(V_{S_v} - V_{SS_v})] \|F_s, 0\| \quad (3.17b)
\end{aligned}$$

Discretisation des termes source

$$\begin{aligned}
\int_{w_v}^{e_v} \int_{s_v}^{n_v} S_P d\xi d\eta & = \int_{w_v}^{e_v} \int_{s_v}^{n_v} \left(-\frac{\partial P}{\partial \xi} X_\eta + \frac{\partial P}{\partial \eta} X_\xi \right) d\xi d\eta \\
& = (P_N X_\xi - P_P X_\xi) \Delta \xi_P \quad (3.18)
\end{aligned}$$

Réarrangeons les termes discrétisés sous forme d'équations de discrétisation standard :

$$A_P V_P = A_E V_E + A_W V_W + A_N V_N + A_S V_S + S_V \quad (3.19)$$

Avec :

$$A_E = \max(F_e, 0) \quad , \quad F_e = (\rho U^c)_{e_v} \Delta \eta_{P_v}$$

$$A_W = \max(F_w, 0) \quad , \quad F_w = (\rho U^c)_{w_v} \Delta \eta_{P_v}$$

$$A_N = \max(F_n, 0) \quad , \quad F_n = (\rho V^c)_{n_v} \Delta \xi_P$$

$$A_S = \max(F_s, 0) \quad , \quad F_s = (\rho V^c)_{s_v} \Delta \xi_P$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S$$

$$S_V = S_P + S_C$$

$$S_P = (P_N X_\xi - P_P X_\xi) \Delta \xi_P$$

$$S_C = -\frac{1}{2}(V_{P_v} - V_{W_v})[[F_e, 0]] + \frac{1}{2}(V_{E_v} - V_{EE_v})[[-F_e, 0]] - \frac{1}{2}(V_{P_v} - V_{E_v})[[-F_w, 0]] \\ + \frac{1}{2}(V_{W_v} - V_{WW_v})[[F_w, 0]] - \frac{1}{2}(V_{P_v} - V_{S_v})[[F_n, 0]] + \frac{1}{2}(N_{N_v} - V_{NN_v})[[-F_n, 0]] \\ - \frac{1}{2}(V_{P_v} - V_{N_v})[[-F_s, 0]] + \frac{1}{2}(V_{S_v} - V_{SS_v})[[F_s, 0]]$$

Conditions aux limites

- **Sur la paroi solide du profil**

Pour les composantes de vitesses U et V

$$A_p = 1, \quad S_U = 0, \quad S_V = 0$$

$$A_E = A_W = A_N = A_S = 0$$

- **A l'entrée**

Pour la composante de vitesse U :

$$A_p = 1, \quad S_U = 1$$

$$A_E = A_W = A_N = A_S = 0$$

Pour la composante de vitesse V :

$$A_p = 1, \quad S_V = 0$$

$$A_E = A_W = A_N = A_S = 0$$

- **A la sortie**

a) Sortie intérieure

Pour la composante de vitesse U :

$$A_p = 1, \quad S_U = 0$$

$$A_E = 1$$

$$A_W = A_N = A_S = 0$$

Pour la composante de vitesse V :

$$A_p = 1, \quad S_V = 0$$

$$A_N = 1$$

$$A_E = A_W = A_S = 0$$

b) Sortie supérieur

Pour la composante de vitesse U :

$$A_p = 1 \quad A_W = 1$$

$$S_U = 0$$

$$A_E = A_N = A_S = 0$$

Pour la composante de vitesse V :

$$A_p = 1 \quad A_S = 1$$

$$S_V = 0$$

$$A_E = A_W = A_N = 0$$

Chapitre IV

Présentation des

logiciels de

simulation fluide

GAMBIT et FLUENT

4.1 Introduction

Les calculs numériques ont été menés à l'aide du code de calcul « Fluent » Version 6.2, qui utilise la méthode des volumes finis. Nous présentons les détails de la méthodologie de résolution du problème.

4.2 Le pré processeur Gambit

C'est un pré processeur intégré pour l'analyse en CFD (Computational fluid dynamics), il est utilisé pour construire une géométrie et générer son maillage (structuré ou non structuré, en coordonnées cartésiennes, polaires, cylindriques ou axisymétriques), il peut réaliser des maillages complexe en deux ou trois dimensions avec des maillages rectangulaires ou triangulaires.

Les options de génération de maillage de Gambit proposent une flexibilité de choix. On peut décomposer la géométrie en plusieurs parties pour générer un maillage structuré, sinon Gambit génère automatiquement un maillage non structuré adapté au type de géométrie construite.

Les défauts sont détectés à l'aide de son interface comportant plusieurs fenêtres d'outils de création, génération, vérification du maillage du modèle étudié et l'incorporation des conditions aux limites.

4.2.1 Le procédé de création de la géométrie dans le GAMBIT

La façon de création de la géométrie d'un profil d'aile dans notre travail par le pré processeur Gambit peut être vu sur la figure (4.1) [18]

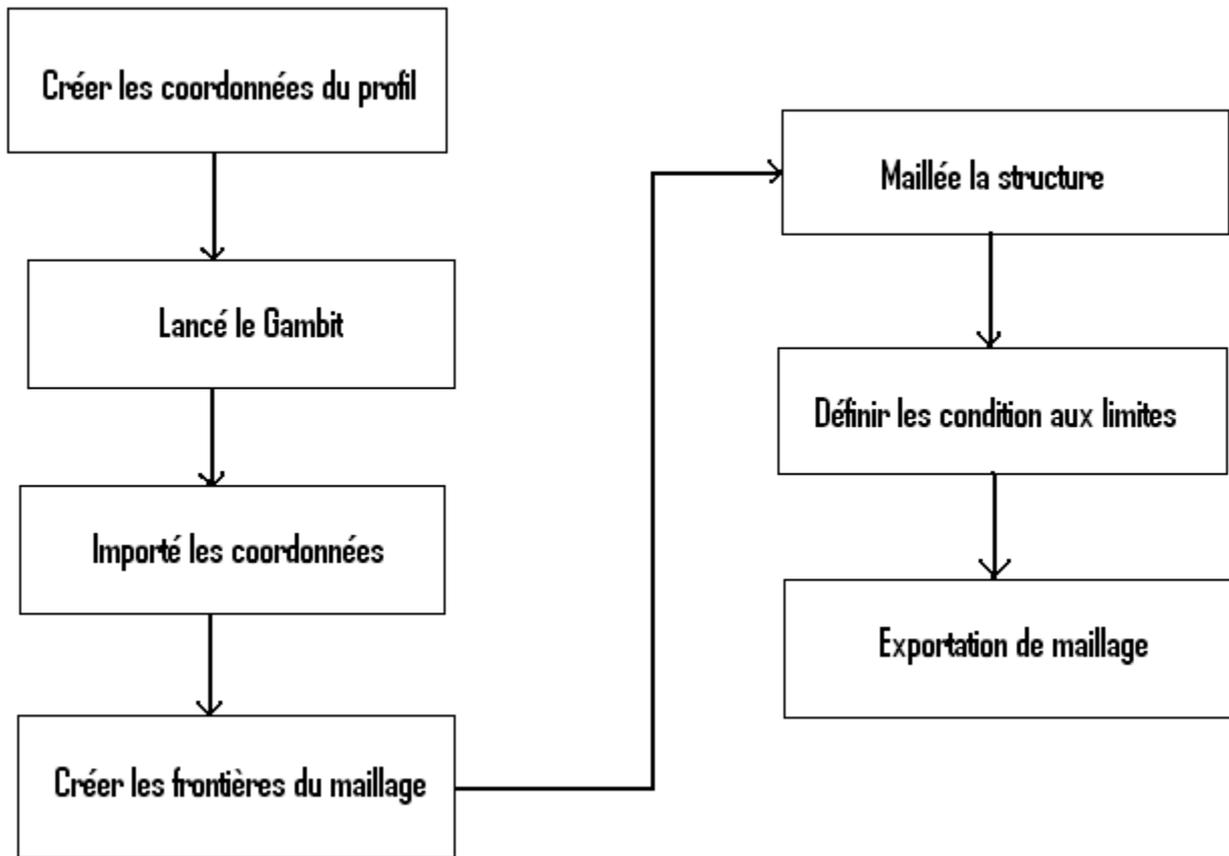


Figure (4.1) le processus de génération d'un maillage dans le GAMBIT

4.2.2 Les étapes de génération de maillage

1. Créer les coordonnées du profil

Puisque la géométrie d'aile est définie par un ensemble de points, La géométrie du profil est définie par une centaine de points pour l'extrados. La liste des coordonnées a été dérivée par les équations programmées dans Matlab, ce qui peut être trouvé dans l'annexe,

Les coordonnées étant définies, ils doivent être dénombrés dans un document de texte.

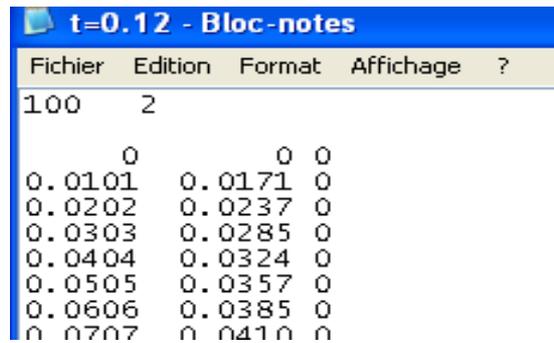


Figure (4.2) Forma des coordonnées qui peuvent être lus dans le GAMBIT

2. Créer la géométrie du profil :

Lancée le GAMBIT.

Une fois que le GAMBIT est ouvert, on choisit le type de **Solver**, c'est-à-dire le type de logiciel (ici FLUENT).

Le document doit maintenant importer les coordonnées dans le GAMBIT. Ceci est fait en choisissant **file** → **Import** → **ICEM input...** voir la figure (4.3)

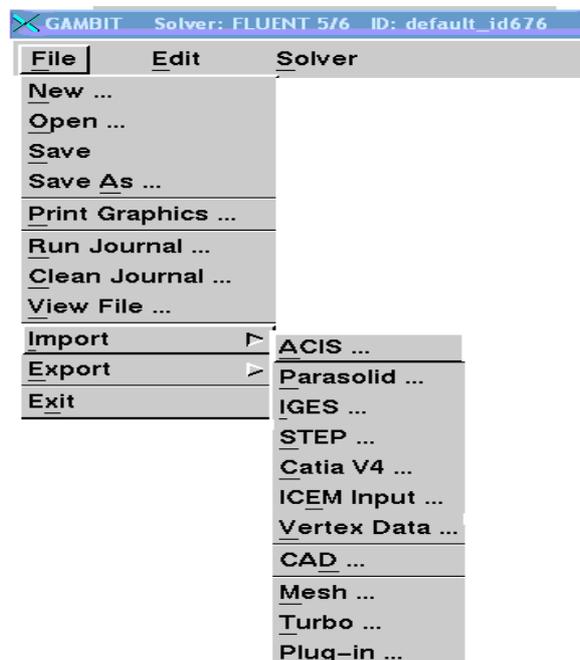


Figure (4.3) le processus d'importé les coordonnées dans le GAMBIT

La figure suivante présente les points du profil de type NACA0012 sur la fenêtre du Gambit

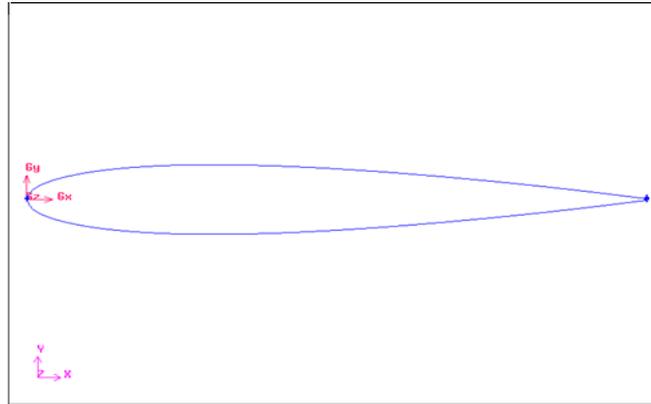


Figure (4.4) la géométrie du profil importé

3. Créer les frontières du maillage

La géométrie externe de maillage doit maintenant être créée. Ceci est fait en choisissant le bouton **Vertex** sous **Geometry Operation**, en suite en choisissant le bouton **Create Vertex** pour faire créer les points des frontières. Ces points doivent maintenant être reliés pour créer la structure qui doit être formée. On commence par sélectionner le bouton **Geometry Operation** → **Edge** en suite → **Create Edge**.

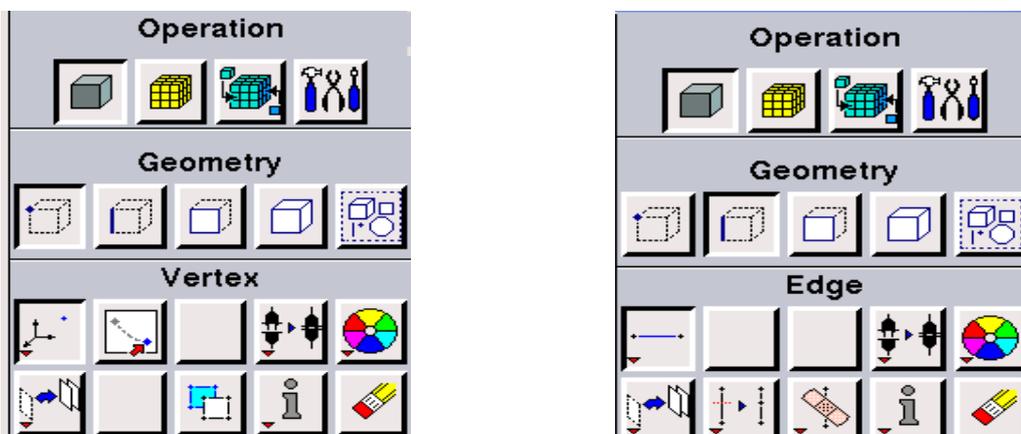


Figure (4.5) Fenêtres création des points et des lignes de la géométrie

On obtient la figure suivante :

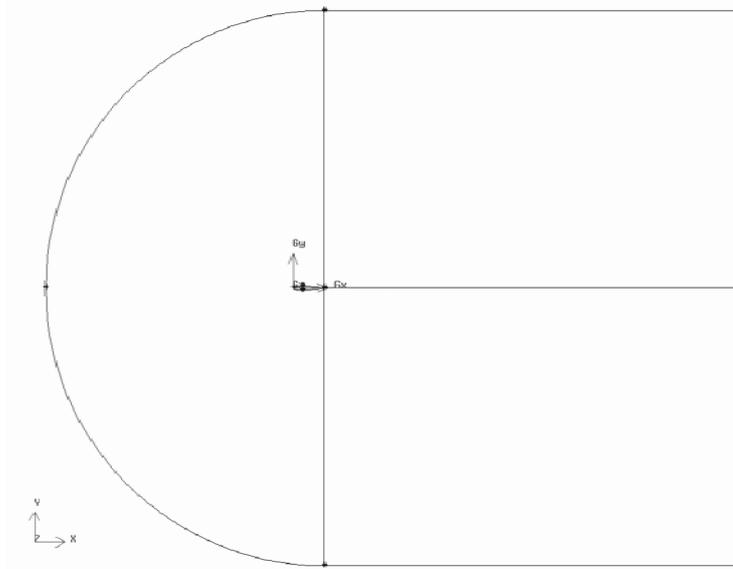


Figure (4.6) les frontières du maillage

4. Le maillage :

Le processus pour Mailler la structure [17], on commence par sélectionner les boutons **Mesh**

Operation → **Mesh Edge** en suite **Mesh Faces**.

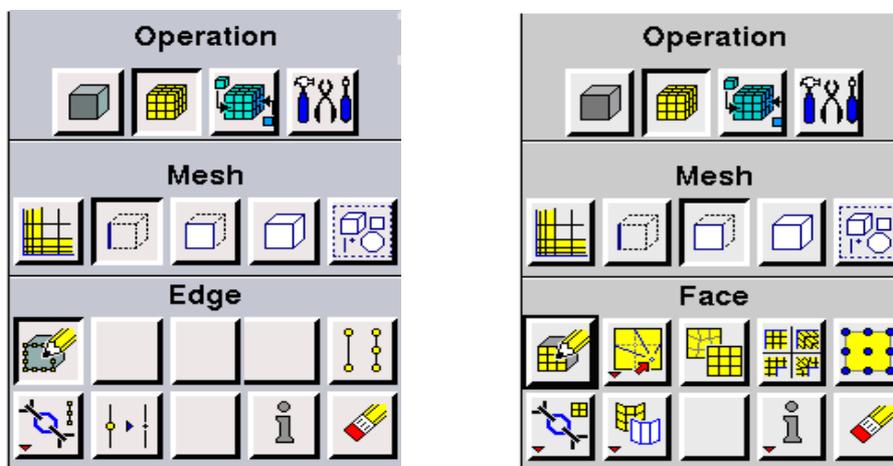


Figure (4.7) Fenêtres du maillage des lignes et des faces

On obtient le maillage suivant

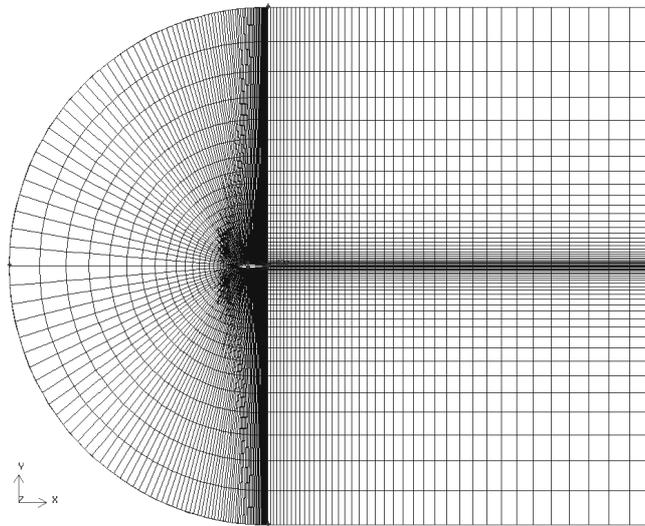


Figure (4.8) représentation du maillage complet

5. Définir les conditions aux limites

Maintenant on peut définir les conditions aux limites puisque le maillage est complet. Ceci est fait en choisissant **Zone Operation** → **Specify Boundary Types**

L'option **Types** est automatiquement réglée au mur (**wall**), on définit ainsi la frontière de l'aile d'abord, puisque une fois importé dans FLUENT, la localisation des zones désirées sera plus facile.

Après, **types** doit être changé en **Pressure-far-field** (le Pression loin du champ). Tous les bords qui composent cet état de frontière sont les bords externes du maillage

Finalement on doit définir le type de fluide utilisé qui est dans notre cas l'air. Ceci est fait en choisissant le bouton **Zone Operation** → **Continuum Type**

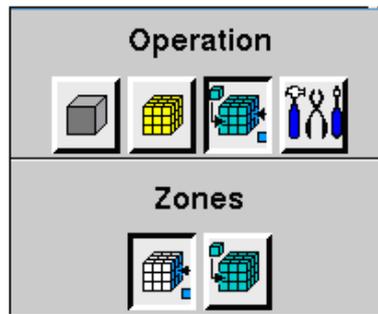


Figure (4.9) Fenêtre des conditions aux limites

6. Exportation du maillage produit par GAMBIT

Une fois que la géométrie a été créée, que les conditions aux limites ont été définies, on exporte le maillage. Ceci est fait en choisissant **file** → **Export** → **Mesh**, pour que le FLUENT soit capable de lire et de l'utiliser.

On doit, sauvegarder la session, et ensuite on ferme le GAMBIT.

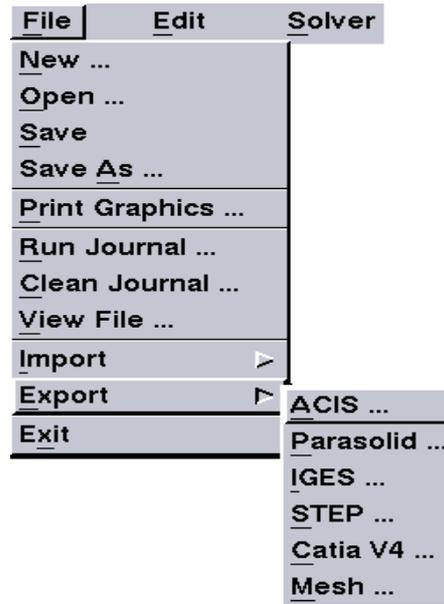


Figure (4.10) Processus d'exportation d'un maillage produit par GAMBIT

4.3 Le code FLUENT

FLUENT est un logiciel informatique de la mécanique du fluide dynamique (CFD) pour simuler les problèmes d'écoulement de fluide et du transfert de chaleur dans des géométries complexes. Il présente une grande flexibilité des résultats et une adaptation avec n'importe quel type de maillage. Il emploie la méthode du volume fini pour résoudre les équations régissant un écoulement de fluide. Il fournit les possibilités d'étudier différents types d'écoulements physiques tels qu'incompressibles ou compressibles, non visqueux ou visqueux, laminaires ou turbulents, etc....La génération de la géométrie et du maillage est faite en utilisant le logiciel GAMBIT qui est le pré processeur empaqueté avec FLUENT.

4.3.1 Interface du code FLUENT

On peut démarrer 4 versions de fluent **2D**, **3D**, **2DDp**, **3DDp** ayant la même interface.

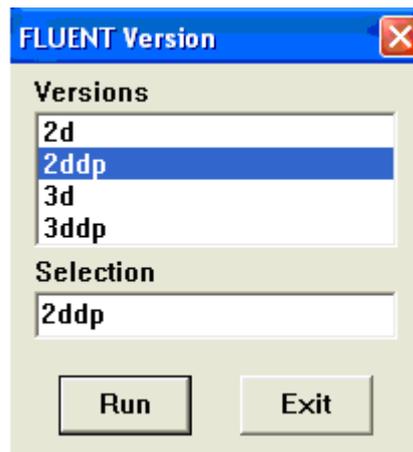


Figure (4.11) Interface du code FLUENT

- **2d**: deux. dimensions
- **2ddp**: deux dimensions, double précision.
- **3d**: trois dimensions.
- **3ddp** : trois dimensions, double précision.

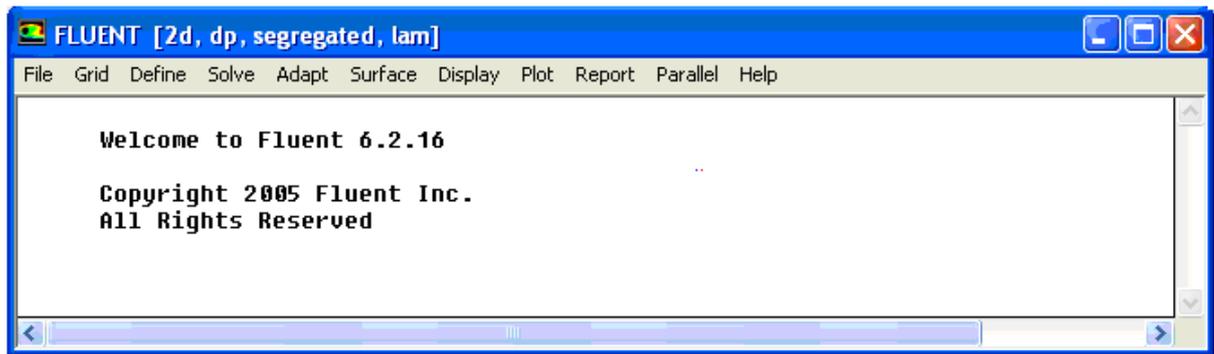


Figure (4.12) Présentation du logiciel FLUENT

Les fonctions disponibles pour la procédure numérique présentées dans la figure (IV-12) sont :

File : pour les opérations concernant les fichiers (lecture, sauvegarde, importation... etc.

Grid : pour la vérification et la manipulation du maillage et de la géométrie.

Define : pour définir les phénomènes physiques, les matériaux et les conditions aux limites.

Solve : pour choisir les équations à résoudre, les schémas de discrétisations, les facteurs de sous relaxation, les critères de convergence et pour initialiser et procéder au calcul.

Adapt : pour l'adaptation du maillage selon plusieurs paramètres.

Surface : pour créer des points, des lignes et des plans nécessaires à l'affichage des résultats.

Display et Plot : pour l'exploitation des résultats.

Report : pour afficher des rapports contenant les détails du problème traité.

Parallel : pour le calcul parallèle.

Help : pour l'exploitation du contenu du code.

4.3.2 Les différentes étapes pour résoudre un problème dans FLUENT

La génération du calcul dans «FLUENT» passe par les étapes suivantes :

Etape 1- Lancement de FLUENT 6.2.16 et choisir la version (2d ou 3d)

Etape 2- Charger la géométrie par FLUENT

Aller au fichier « Nom.msh » crée dans le GAMBIT

Etape 3- Vérification et affichage du maillage

Nous vérifions le maillage pour assurer qu'il n'y a aucune erreur

Etape 4- Définir le Modèle de solution

Les possibilités offertes sur « Fluent » pour définir le type du solveur sont : Coupled-Implicit, Coupled-Explicit, ou Segregated-Implicite.

- La formulation « **Segregated** » c à d isolée (Implicite).
- La formulation « **Coupled** » c à d couplée (Implicite ou Explicite).

Dans ce travail on a choisir la formulation « **Coupled-Implicite** » par ce que ce mode a été conçu principalement pour les écoulements compressibles à grandes vitesses (Mach élevés) cette formulation est fortement recommandée pour les écoulements transsoniques,

En général, le “solveur :Coupled-Implicit“ est recommandé par rapport au “solveur :Coupled-Explicit“. En gros, il est à noter que le temps nécessaire pour le “solveur :Coupled-Implicit est deux fois plus rapide et il nécessite une capacité mémoire deux fois plus que celle du “solveur :Coupled-Explicit“

Etape 5- Choisir les équations de base (Définir le Model physique)

Laminaire ou turbulent, visqueux...

Etape 6- Définir la matiere

Le FLUENT propose deux types de matériel solide ou fluide, dans notre cas, on va étudier l'air et le supposer comme un gaz idéal

Etape 7- Définir les conditions de fonctionnement

C'est à dire donner les paramètres de références comme la pression.

Etape 8- définir les conditions aux limites

En plus d'un maillage adéquat, les conditions aux limites sont très importantes pour obtenir une solution précise avec une convergence rapide.

Le logiciel « Fluent » offre la possibilité de changer le type de conditions aux limites et de régler les données suivant nos besoins.

Les conditions aux limites de notre problème sont définies sur le code Fluent comme suit :

Les conditions des bornes extérieures : le champ loin de profil (Pressure far-field)

Les conditions de frontière pour le profil d'aile (Intrados, Extrados) : WALL

Etape 9- Choisir le schéma de discrétisation

Quand la formulation « **coupled** » est utilisée, les équations sont résolues en utilisant par défaut **le schéma upwinded second ordre**.

Etape 10- Initialisation

La procédure d'itération nécessite que toutes les variables soient initialisées avant le démarrage du calcul. Une initialisation "réaliste" améliore la stabilité et la vitesse de convergence.

Etape 11- Convergence

A la convergence, Toutes les équations de conservation discrétisées (quantité de mouvement, énergie, etc.), se conforment dans chaque cellule à une tolérance spécifiée, et la solution ne change plus avec le temps.

Le Suivi de la convergence se fait avec les résidus. En général, une décroissance d'un ordre 10^{-3} en magnitude des résidus indique une convergence au moins qualitative et les caractéristiques principales de l'écoulement sont établies

Etape 12- Stabilité

Des instabilités numériques peuvent apparaître avec un problème mal posé, un mauvais maillage et/ou un mauvais réglage du solveur. Cela est détecté par des résidus qui augmentent ou restent « bloqué », indiquant une divergence des résidus. C'est-à-dire qu'il y a un déséquilibre dans les équations de conservation.

Les solutions possibles pour remédier à ce problème sont:

- Vérifier que le problème est bien posé.

- Calculer une première solution avec un schéma à l'ordre 1.
- Réduire le nombre de Courrant (coupled).
- Remailler ou raffiner le maillage.

Etape 13- Sauvegarder les résultats

Enregistrer les informations liées au problème.

- Le fichier **Case** (regroupe toutes informations liées à la géométrie).
- Le fichier **dat** (contient tous les paramètres et données des calculs).

4.3.3 Remarque

la même démarche pour le calcul de chaque configuration et les étapes précédentes seront répétées dans n'importe quel test provisoire ou calcul définitif.

Chapitre V

Interprétation des résultats

Dans ce chapitre, on présente les résultats obtenus par simulation numérique pour un écoulement transsonique autour de profils symétriques et un profil supercritique. La discussion sera basée principalement sur les distributions de pression et de vitesse.

L'objectif de notre travail consiste à capturer l'onde de choc sur le profil pour un régime transsonique et à contrôler sa position tout en étudiant les effets des paramètres dynamiques et géométriques sur cette dernière tels que le nombre de Mach infini, la géométrie du profil, son épaisseur et l'angle d'incidence, ainsi que l'effet du maillage et son raffinement, afin de déterminer le cas optimum correspondant à une onde de choc poussée vers le bord de fuite.

En premier lieu, on a commencé par un profil symétrique NACA0012, avec un angle d'incidence nul, un nombre de Mach infini égal à 0.8 et un maillage de 9004 nœuds, ce qui représente un test transsonique standard, tout en étudiant l'effet du maillage sur la position de l'onde de choc.

Pour valider notre résultats, on a procédé à une comparaison de nos résultats avec ceux de quelques références.

5.1 Etude du nombre de Mach critique

L'écoulement transsonique autour d'un profil présente un écoulement combiné subsonique, supersonique terminé par une onde choc et ensuite subsonique. Le Mach critique est défini comme étant le nombre de Mach infini donnant un Mach local égal à l'unité [21]. C'est le nombre de Mach au delà duquel apparaît sur l'extrados du profil, une zone où l'écoulement atteint la vitesse du son. A partir du Mach critique, on aborde le domaine transsonique.

Le Mach critique dépend de plusieurs paramètres qui sont :

- Le type de profil
- Son épaisseur
- L'angle d'incidence

La mise au point des profils spéciaux (supercritiques) a permis d'augmenter le Mach critique.

Dans ce travail on a étudié comment le nombre de Mach critique varie avec l'épaisseur du profil.

Au départ, on s'est fixé une épaisseur de 18% « NACA0018 », et on a fait varier le nombre de Mach pour un angle d'incidence nul ($=0^\circ$) jusqu'à l'apparition de la zone supersonique, et

ensuite l'apparition de l'onde de choc. On fait la même chose pour les profils NACA0015, NACA0012, NACA0009.

Le tracé de la distribution du coefficient de pression pour différents Mach infini, illustre bien le Mach critique correspondant à l'apparition de l'onde de choc. Le tracé des contours de pression statique confirme la présence de la zone supersonique et l'apparition de l'onde de choc.

1^{er} cas : le profil NACA0018 :- la figure (5-1) représentant la distribution du coefficient de pression en fonction du nombre de Mach infini, fait ressortir un nombre de Mach critique M_c égal à 0.72. De même, la figure (5-2), partie (a) et (b) représentant les contours de la pression statique, illustre bien qu'à partir de $M = 0.71$, on peut voir l'apparition de la zone supersonique, et à partir de $M = 0.72$, on peut voir l'apparition de l'onde de choc.

2^{ème} cas : le profil NACA0015 :- la distribution du coefficient de pression dans la figure (5-3) montre que l'onde de choc pour un $M = 0.72$ est disparu, et elle n'apparaît que pour un $M_c = 0.75$. De même, la figure (5-4), partie a et b, représentant les contours de la pression statique, illustre bien qu'à partir de $M = 0.74$ on peut voir l'apparition de la zone supersonique, et à partir de $M = 0.75$ on peut voir l'apparition de l'onde de choc.

3^{ème} cas : le profil NACA0012 :- la figure (5-5) représentant la distribution du coefficient de pression en fonction du nombre de Mach infini, montre que l'onde de choc pour un $M = 0.75$ est disparu, et elle n'apparaît que pour un $M_c = 0.78$. Comme elle est représenté dans la figure (5-6), partie a et b, on peut voir l'apparition de la zone supersonique à partir de $M = 0.77$, et l'apparition de l'onde de choc pour $M = 0.78$.

4^{ème} cas : le profil NACA0009 :- figure (5-7) représentant la distribution du coefficient de pression en fonction du nombre de Mach infini, montre que l'onde de choc pour un $M = 0.78$ est disparu, et elle n'apparaît que pour un $M_c = 0.82$. Comme elle est représenté dans la figure (5-8), partie a et b, on peut voir l'apparition de la zone supersonique à partir de $M = 0.81$, et l'apparition de l'onde de choc pour $M = 0.82$.

Remarque : Les résultats montrant que la diminution de l'épaisseur du profil symétrique fait augmenter le nombre de Mach critique, et par contre quand l'épaisseur agrandit, le nombre de Mach critique se réduire.

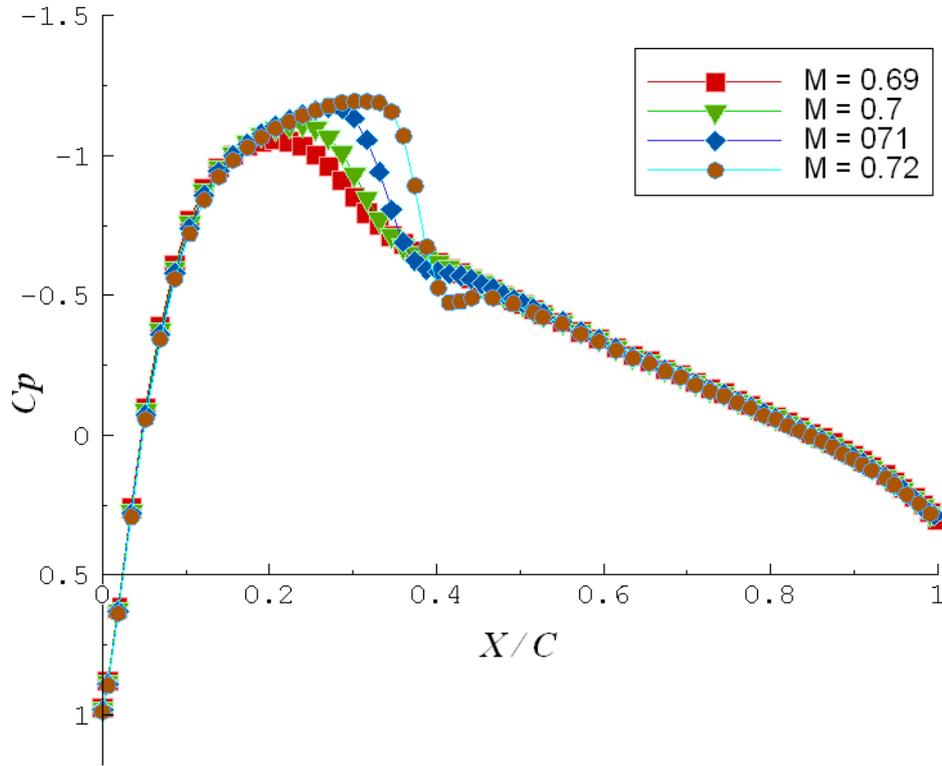
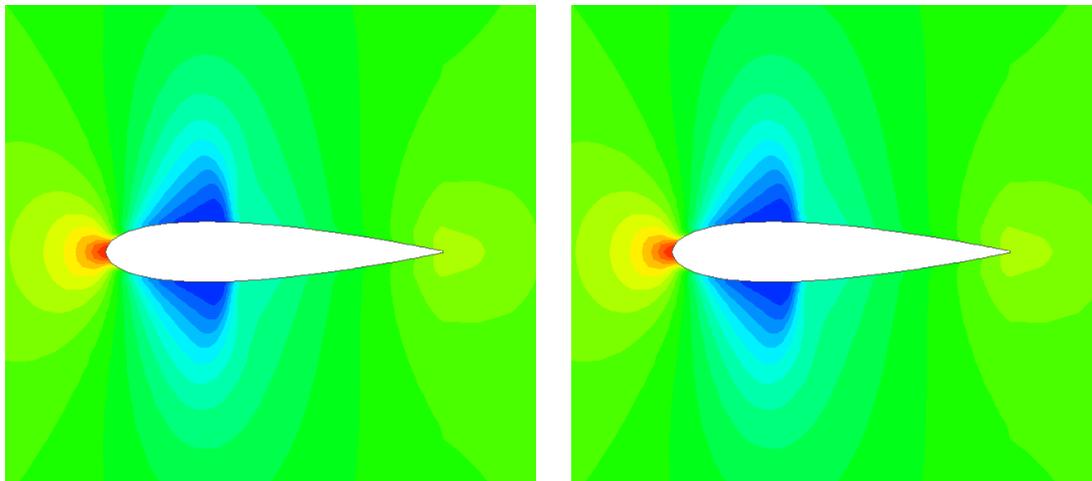


Figure (5-1) Distribution du coefficient de pression sur la surface du profil NACA 0018 pour différents nombres de Mach $\alpha=0^\circ$ Maillage 9004



(a) Apparition de la zone supercritique Pour $M = 0.71$ (b) Apparition de l'onde de choc Pour $M = 0.72$

Figure (5-2) Contours de la pression statique sur le profil NACA 0018 $\alpha = 0^\circ$

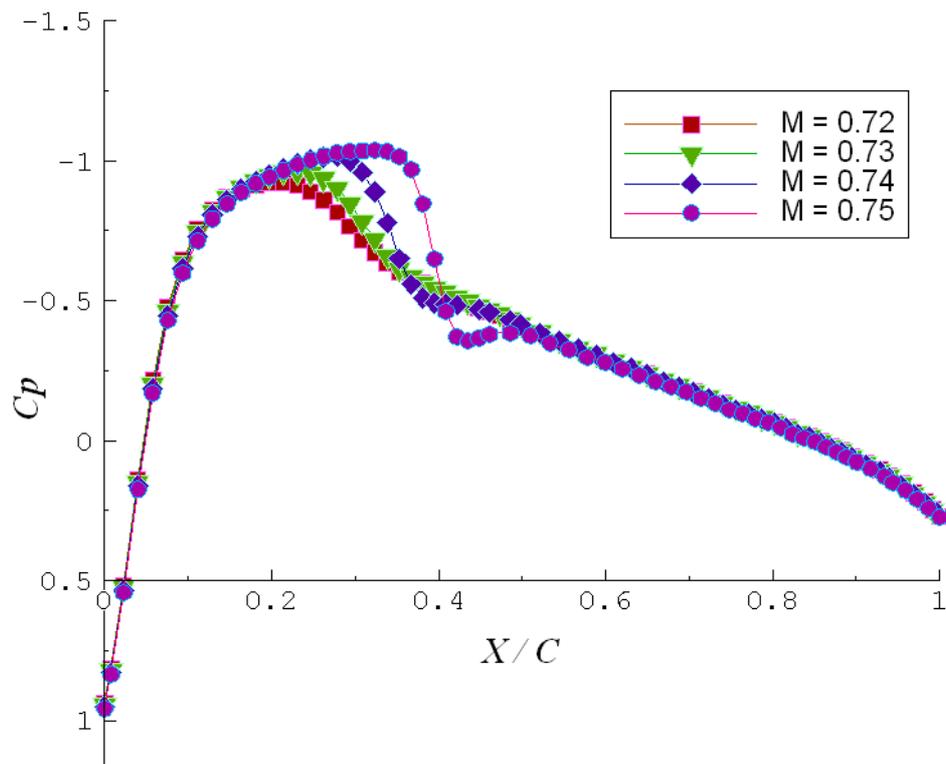
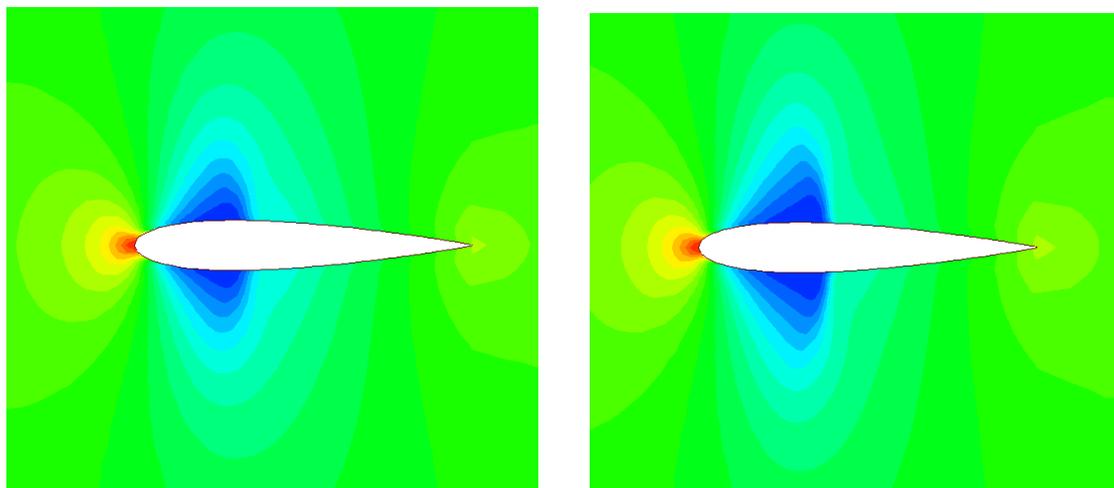


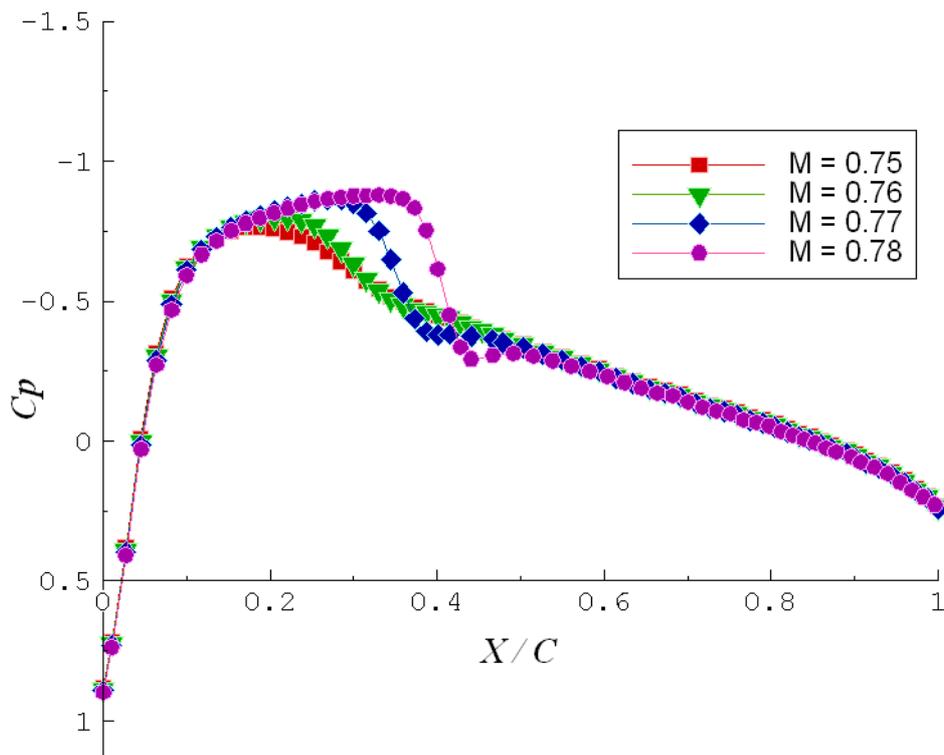
Figure (5-3) Distribution du coefficient de pression sur la surface du profil NACA 0015 pour différents nombres de Mach $\alpha=0^\circ$ Maillage 9004



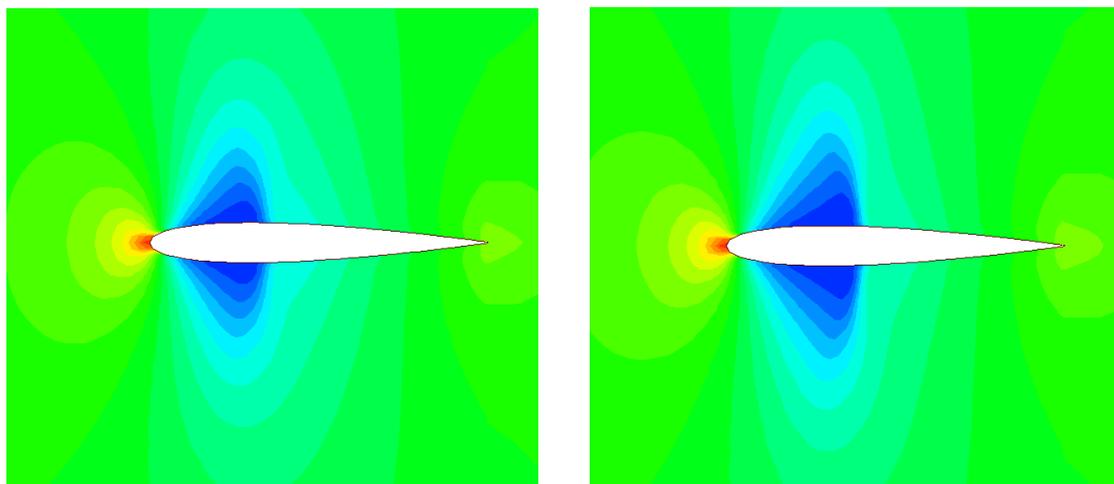
**(a) Apparition de la zone supercritique
Pour $M = 0.74$**

**(b) Apparition de l'onde de choc
Pour $M = 0.75$**

**Figure (5-4) Contours de la pression statique sur le profil NACA 0015
 $\alpha = 0^\circ$**



**Figure (5-5) Distribution du coefficient de pression sur la surface du profil NACA 0012
Pour différents nombres de Mach $\alpha=0^\circ$ Maillage 9004**



(a) Apparition de la zone supercritique

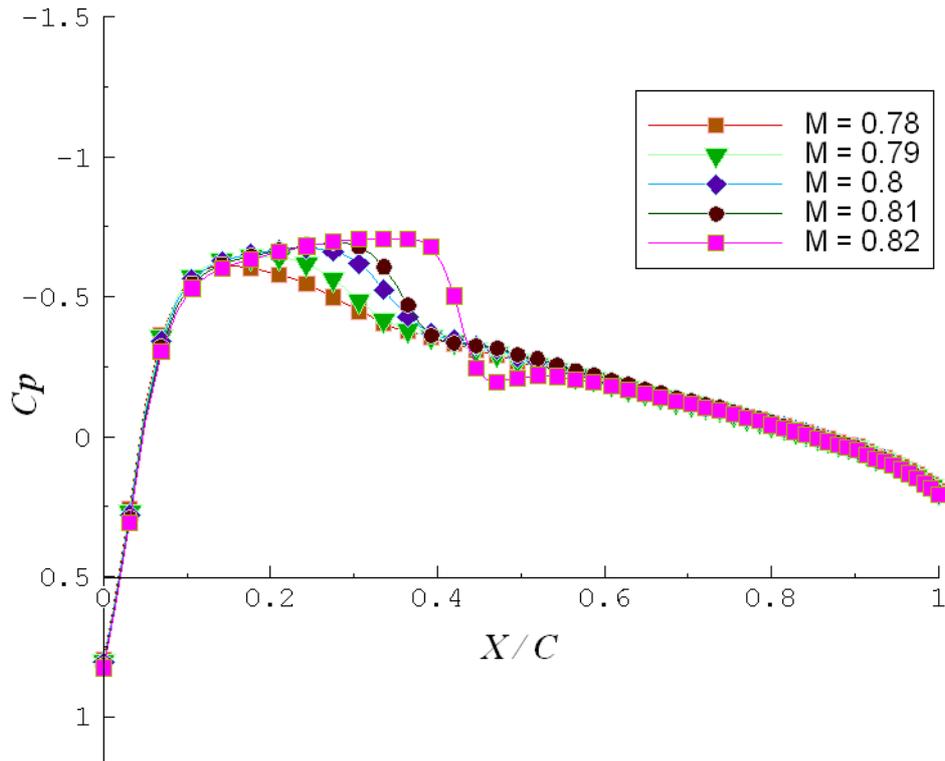
Pour $M = 0.77$

(b) Apparition de l'onde de choc

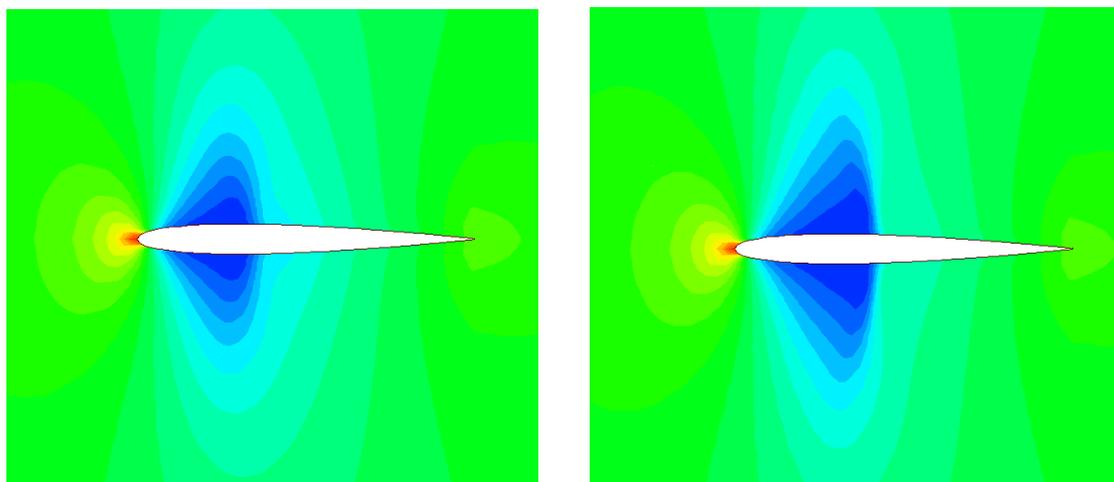
Pour $M = 0.78$

Figure (5-6) Contours de la pression statique sur le profil NACA 0012

$\alpha = 0^\circ$



**Figure (5-7) Distribution du coefficient de pression sur la surface du profil NACA 0009
Pour différents nombres de Mach $\alpha=0^\circ$ Maillage 9004**



(a) Apparition de la zone supercritique

Pour M = 0.81

(b) Apparition de l'onde de choc

Pour M = 0.82

Figure (5-8) Contours de la pression statique sur le profil NACA 0009

$\alpha = 0^\circ$

5.2 Raffinement du maillage

La figure (5-9), montre l'indépendance du maillage sur les résultats. La comparaison est fait pour deux maillages différents, un maillage raffiné de 11529 nœuds et l'autre grossier de 9004 nœuds, pour un nombre de Mach infini de 0.8 et un angle d'attaque $\alpha = 0^\circ$. Pour un profil NACA0012, on remarque que les courbes représentant la distribution du coefficient de pression sont identiques, avec un petit écart sur l'intensité de l'onde de choc.

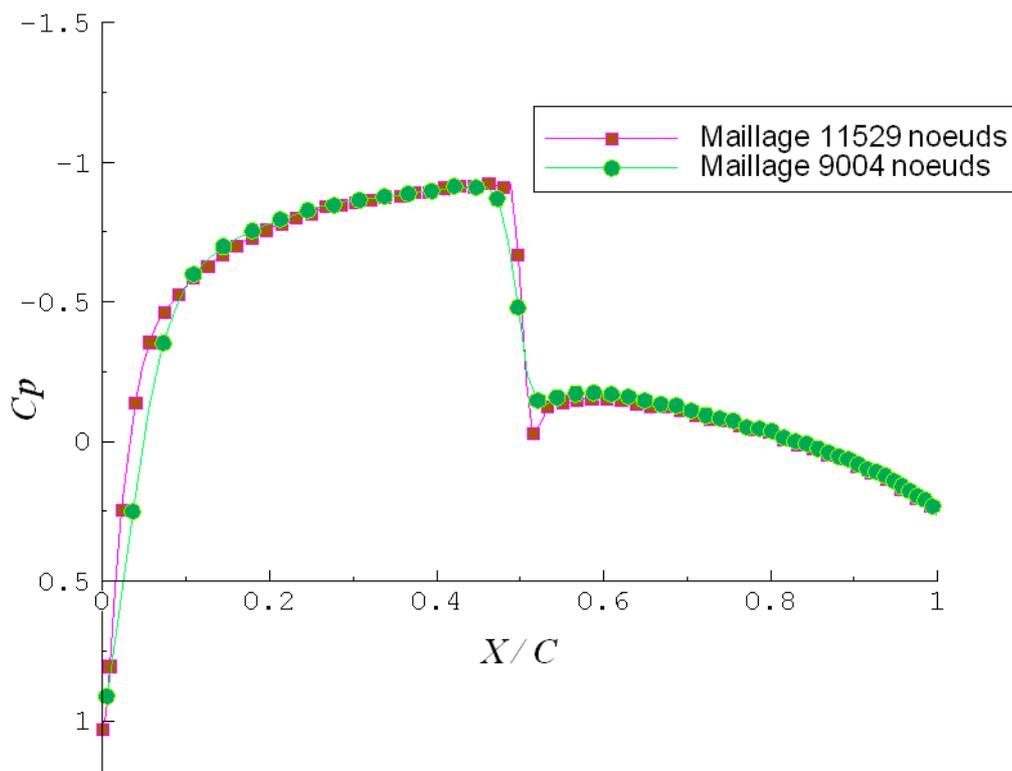


Figure (5-9) L'effet du maillage sur la position de l'onde de choc

Mach=0.8 Alpha=0° Profil NACA 0012

5.3 Validation du modèle numérique

La comparaison des résultats obtenus dans la présente étude et les références (25,26) est faite pour un profil NACA0012, un angle d'incidence nulle et pour deux nombres de Mach différents (0.8, 0.85), voir les figures (5-10) et (5-11). On obtient des courbes de même allure tout le long du profil, avec une même position de l'onde de choc et une même intensité pour la référence (25), et une légère différence de position et d'intensité pour la référence (26).

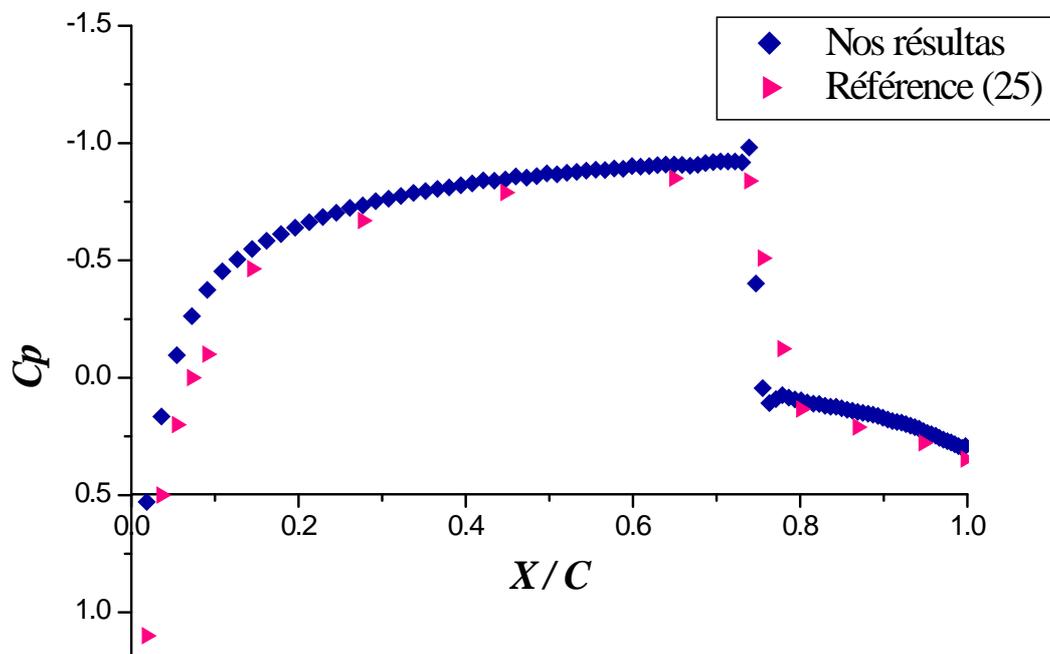


Figure (5-10) Distribution du coefficient de pression sur la surface du profil NACA0012 avec Mach =0.85 alpha=0°

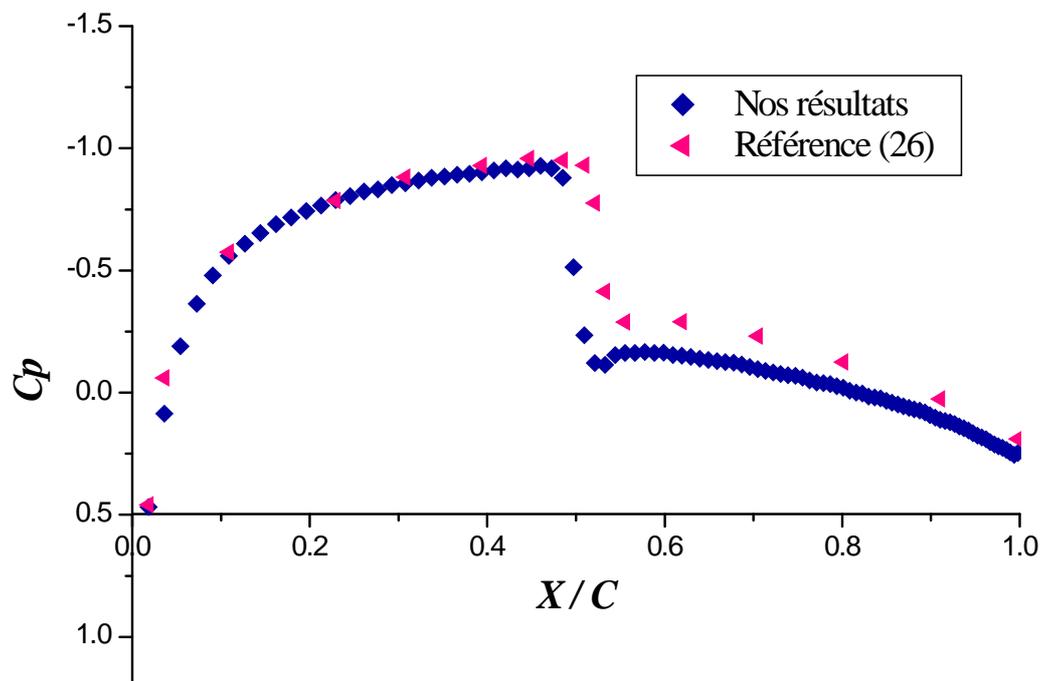


Figure (5-11) Distribution du coefficient de pression sur la surface du profil NACA0012 avec Mach =0.8 alpha=0°

5.4 Interprétation des résultats

5.4.1 Effet de l'épaisseur du profil

Nous avons étudié et comparé quatre profils symétriques, avec une différence d'épaisseur égal à 3%, à savoir les profils NACA0009, NACA0012, NACA0015 et NACA0018.

Les figures (5-12) et (5-13), représentent respectivement la distribution du coefficient de pression en fonction du nombre de Mach infini et les contours de la pression statique. Pour un nombre de Mach égal à 0.8 et un angle d'incidence égal à 0° , les résultats montrent que la zone supersonique augmente avec l'augmentation de l'épaisseur du profil, en ramenant l'onde de choc vers le bord de fuite. Ce qui correspond une augmentation de l'intensité du choc.

Les mêmes résultats sont obtenus pour un nombre de Mach égal à 0.8 et un angle d'incidence égal à 1° et qui sont représentés dans les figures (5-14) et (5-15).

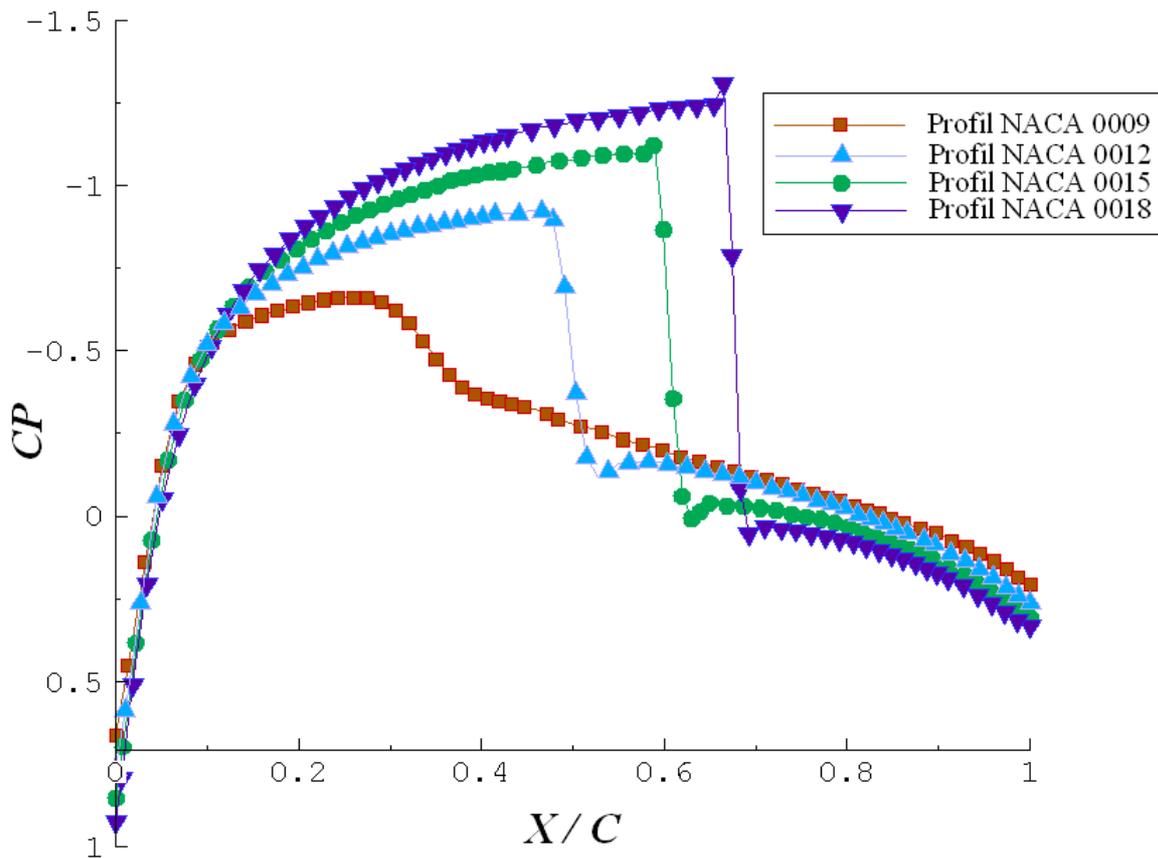
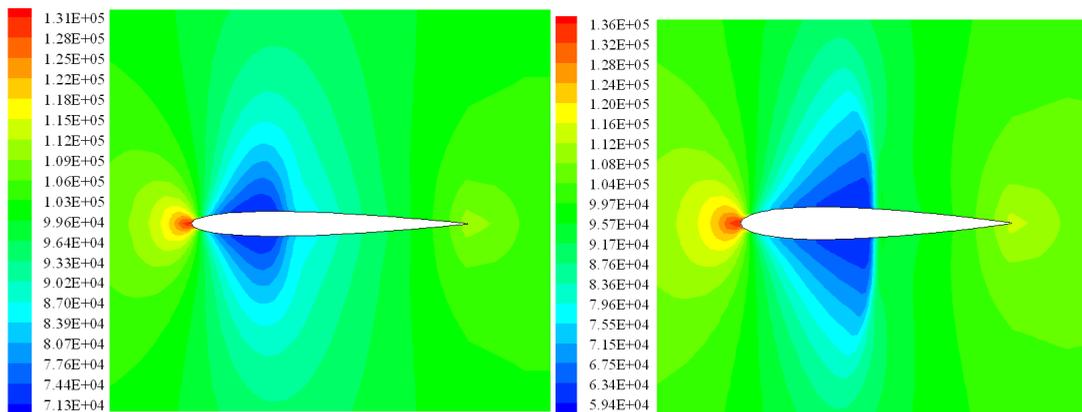


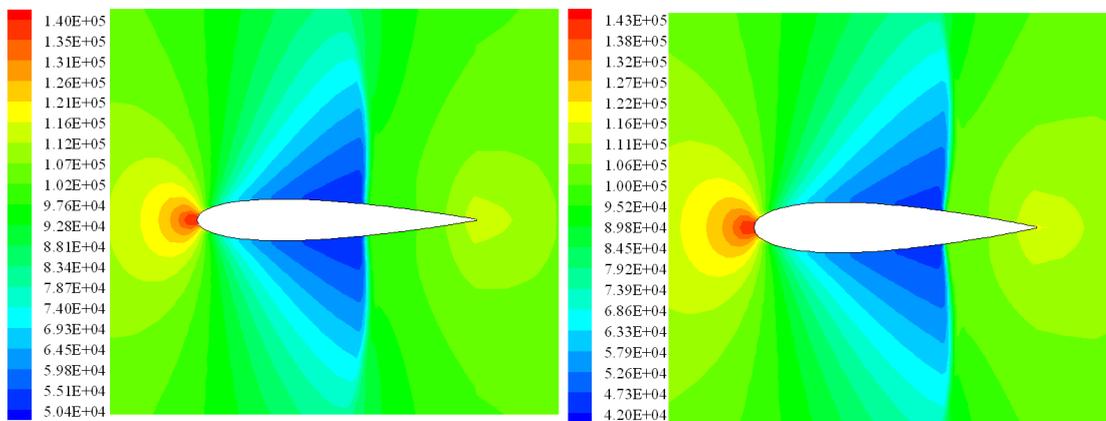
Figure (5-12) Distribution du coefficient pour différents profils symétriques

Maillage 9004 $M = 0.8$ $\alpha = 0^\circ$



(a) Profil NACA0009

(b) Profil NACA0012



(c) Profil NACA0015

(d) Profil NACA0018

Figure (5-13) Contour de la pression statique pour différents profils symétriques
 $M = 0.8$ $\alpha = 0^\circ$

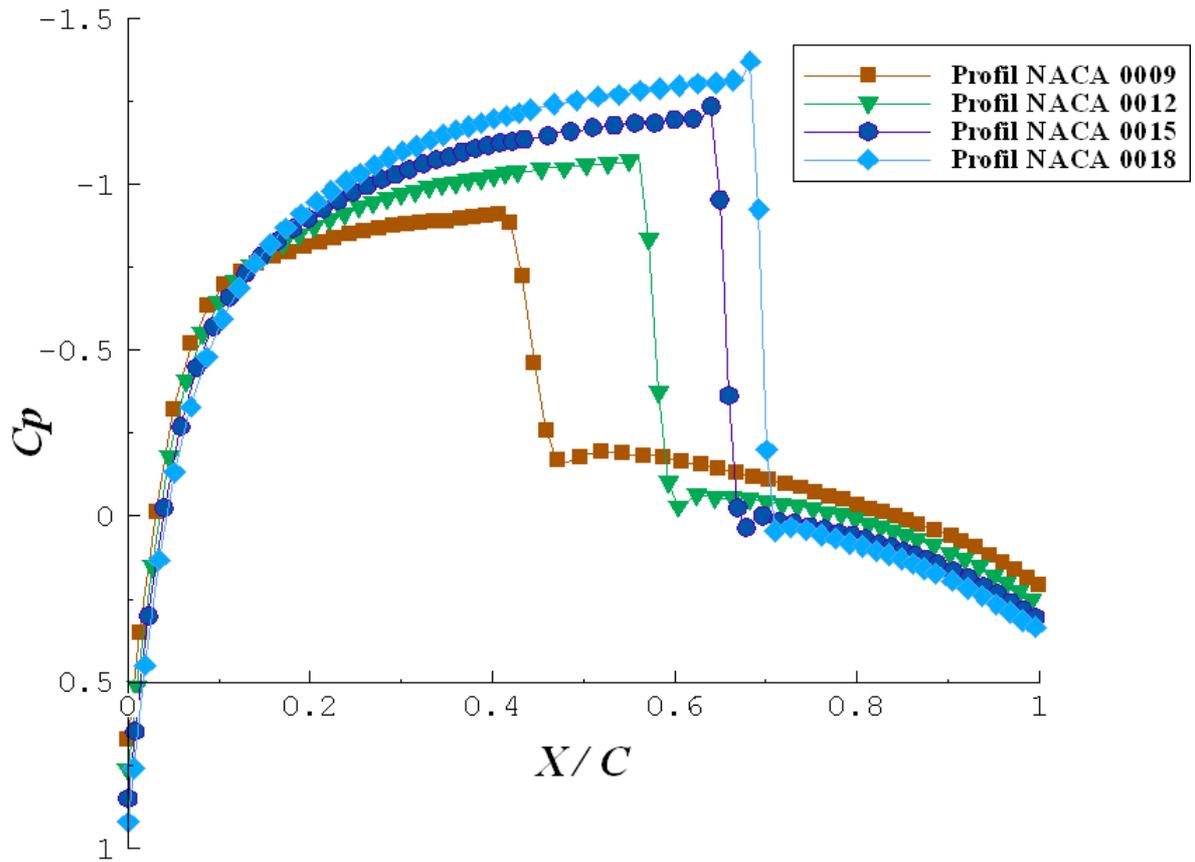


Figure (5-14) Distribution du coefficient de pression pour différents profils symétriques
 Maillage 9004 Mach =0.8 $\alpha=1^\circ$

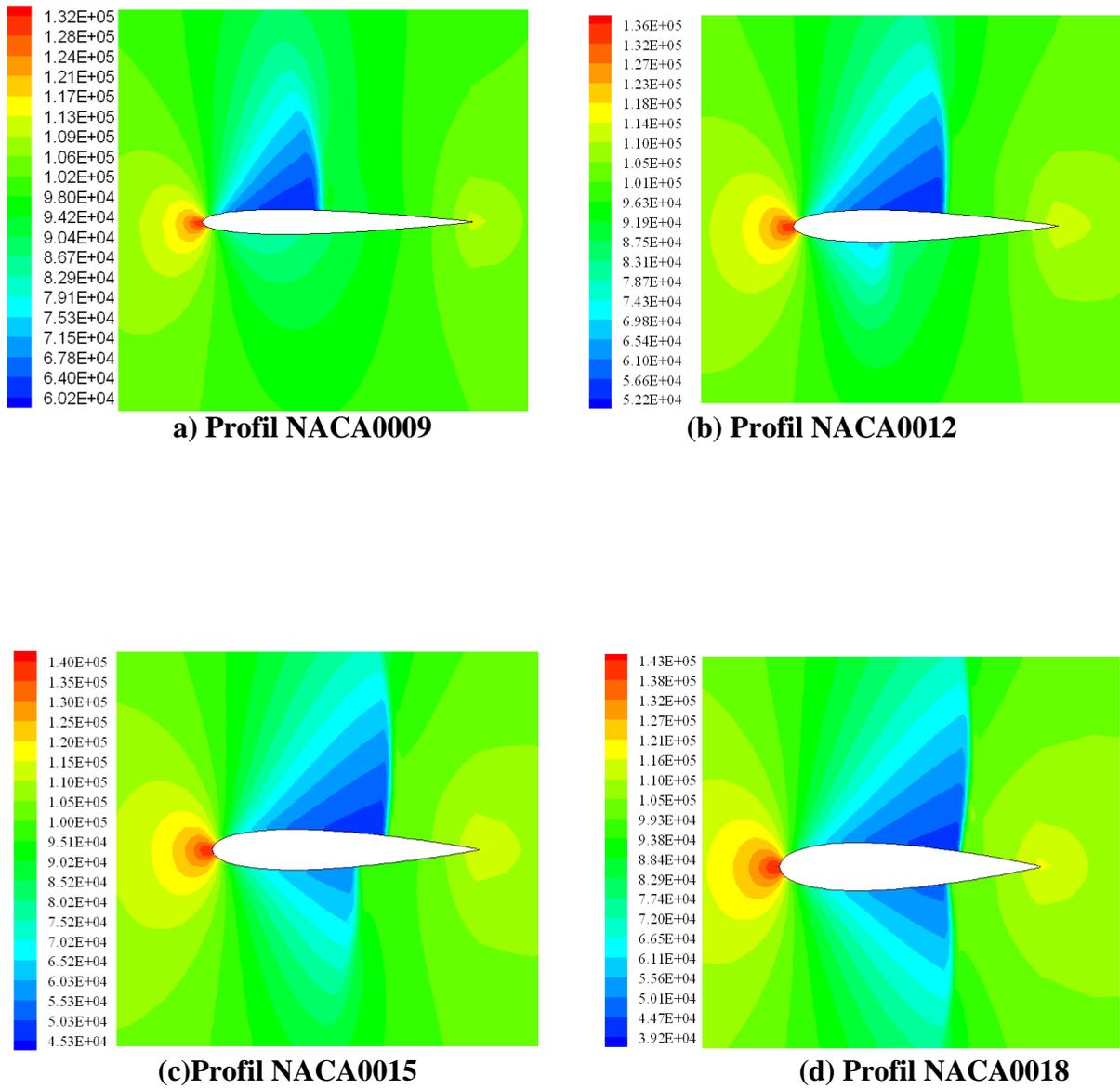


Figure (5-15) Contour de la pression statique pour différents profils symétriques

$M = 0.8$ $\alpha = 1^\circ$

5.4.2 Effet de l'angle d'attaque

Pour voir les effets de l'angle d'incidence sur l'onde de choc, nous avons examiné plusieurs cas, commençant par $\alpha = 0^\circ$ jusqu'à $\alpha = 5^\circ$ comme présentés dans les figures (5-16) et (5-17), représentant la distribution du coefficient de pression pour un profil NACA0012 et un nombre de Mach infini égal à 0.8.

Les résultats montrent que la zone supersonique augmente avec l'angle d'incidence, ainsi que l'intensité de l'onde de choc et sa position est repoussée vers le bord de fuite. On remarque qu'au-delà de 4° d'incidence, l'effet diminue.

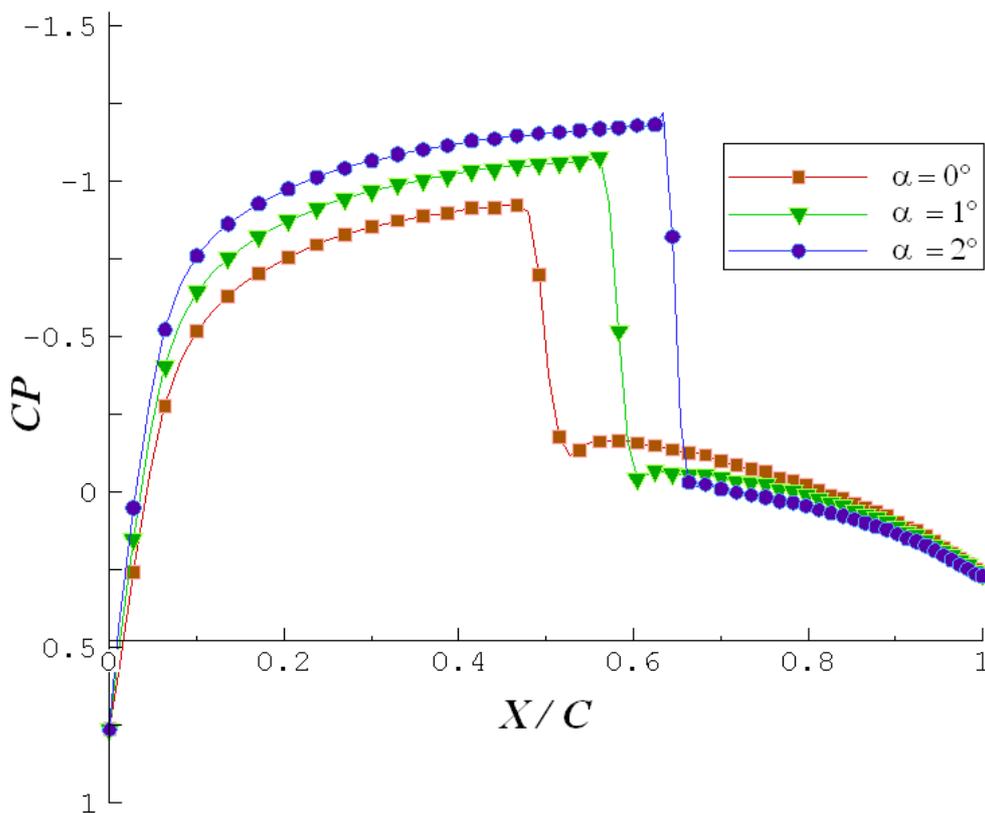


Figure (5-16) Distribution du coefficient de pression pour différents angles d'incidences pour un profil NACA0012 $M_\infty = 0.8$ Maillage 9004

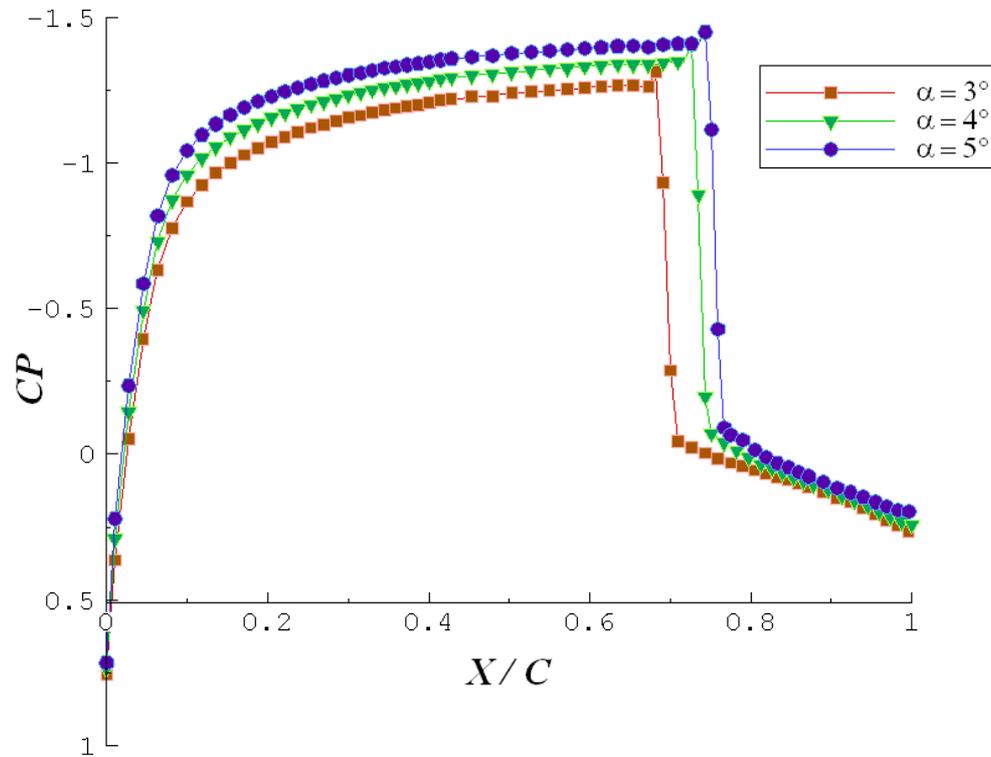
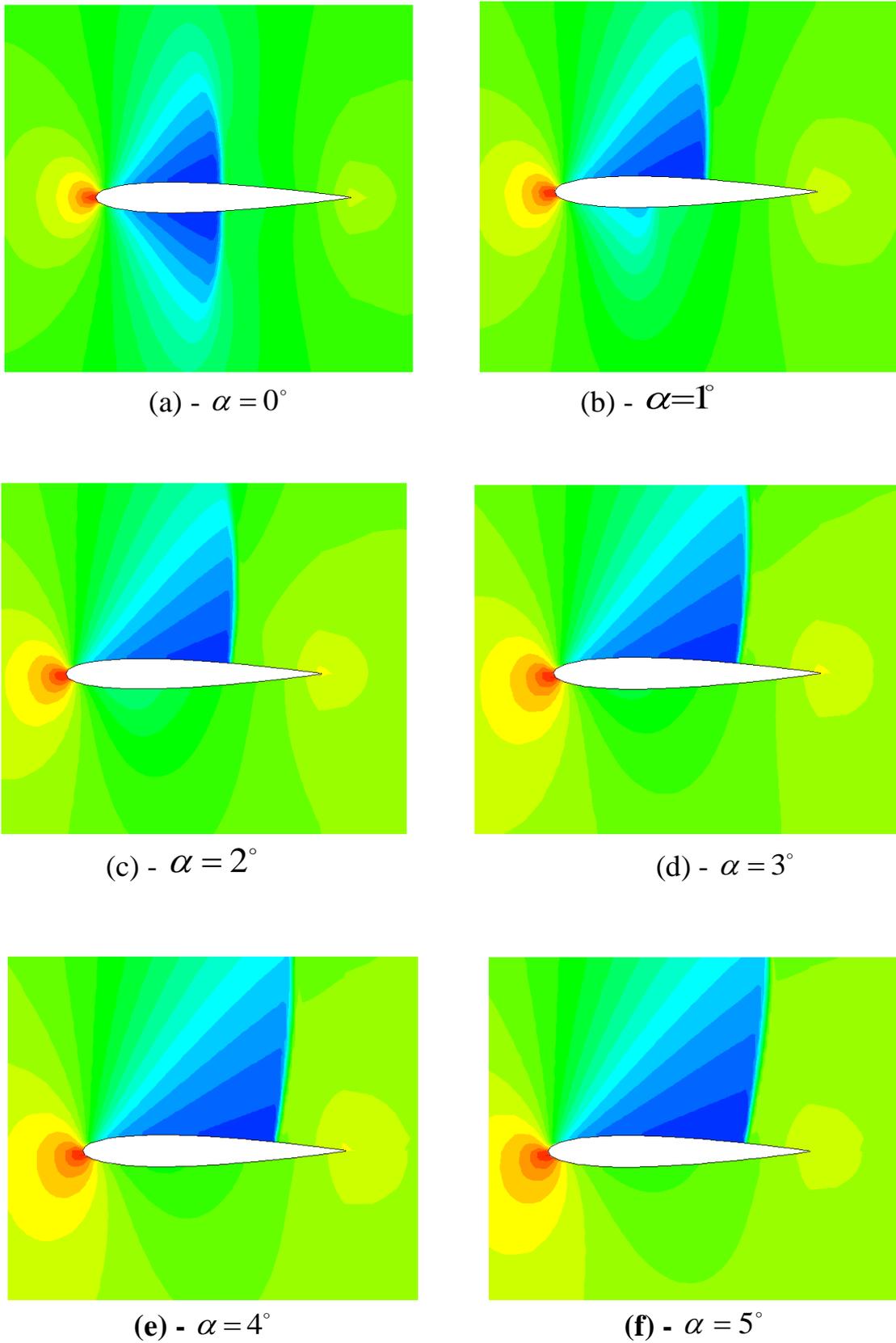


Figure (5-17) Distribution du coefficient de pression pour différents angles d'incidences pour un profil NACA0012 Mach =0.8 Maillage 9004



**Figure (5-18)- Contour de la pression statique pour différents angles d'attaques
Mach =0.8 Profil NACA0012**

5.4.3 Effet du nombre de Mach infini

Les figures (V-19) et (V-20) représentent la distribution du coefficient de pression en fonction du nombre de Mach et la figure (V-21), représente les contours de pression statique et la figure (V-20) représente les lignes d'Iso-Mach.

Pour le cas d'un profil NACA0012 et $\alpha = 0^\circ$, on remarque que plus le nombre de Mach est grand et plus la zone supersonique augmente engendrant une augmentation de la portance d'une part, et d'autre part l'onde de choc est repoussée vers l'arrière du profil.

Le tracé des lignes d'iso-Mach sur le même profil NACA0012, met en évidence la présence de l'onde de choc et sa position. Ainsi sur les figures (5.21) et (5-24), on note bien la présence de l'onde de choc à partir de M égal à 0,83. La première remarque que l'on peut faire en regardant les lignes d'iso-Mach est que l'écoulement à l'extrados et l'intrados du profil, au milieu de la corde, présente une poche supersonique, à partir de $M = 0,77$. Puis on note une convergence des lignes d'iso-Mach traduisant le ralentissement brutal de l'écoulement qui est confirmé par la présence d'un faible Mach vers le bord de fuite. C'est la présence d'une onde de choc qui est un processus de compression ralentissant l'écoulement

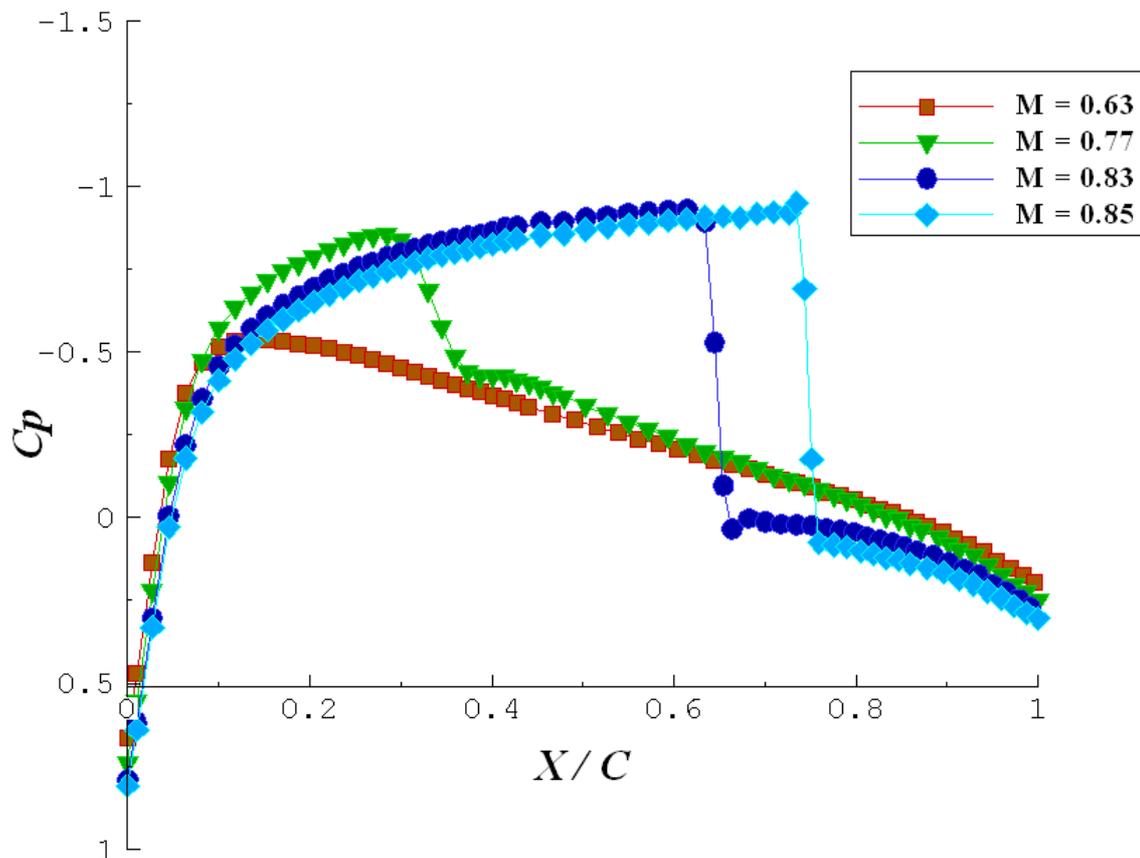
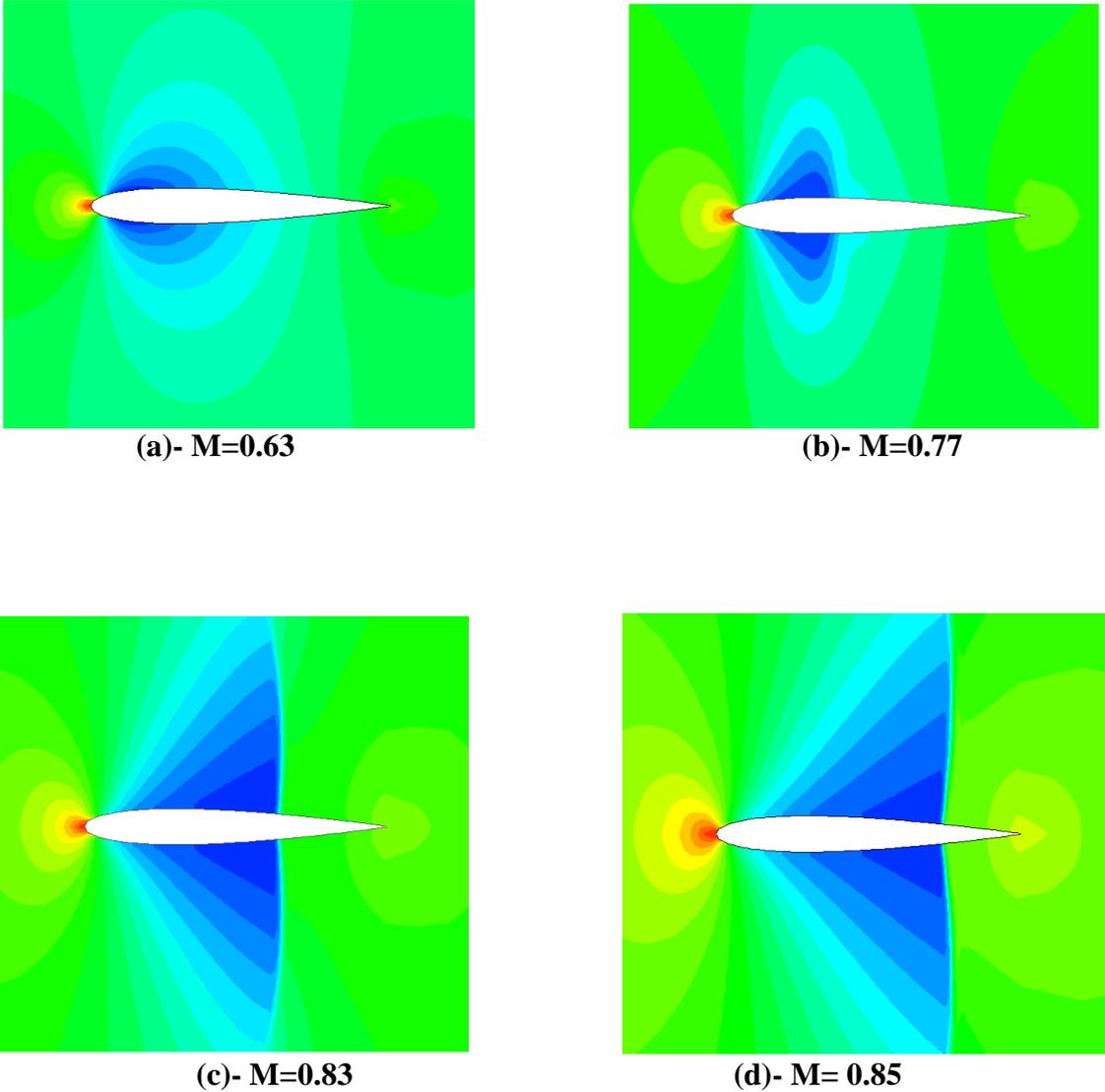
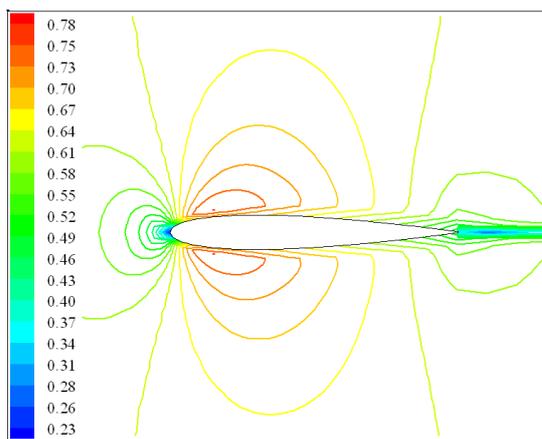


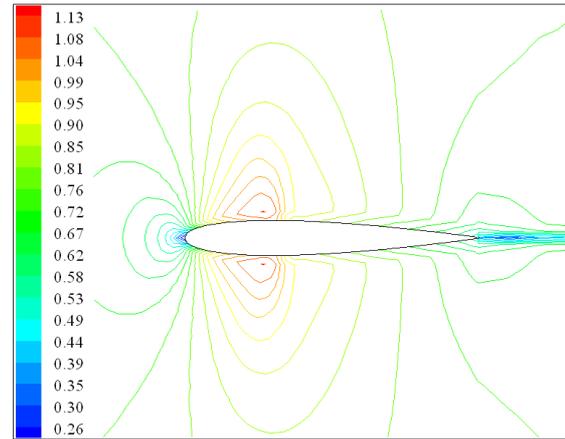
Figure (5-19) Distribution du coefficient de pression sur la surface du profil NACA0012
Maillage 9004 $\alpha = 0^\circ$



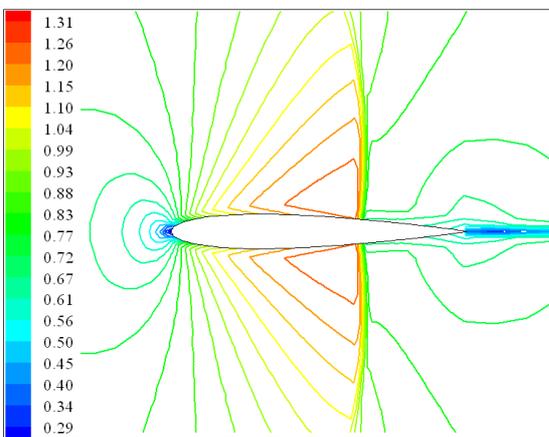
**Figure (V-20) Contours de la pression statique pour différents nombres de Mach
Alpha=0° Profil NACA0012**



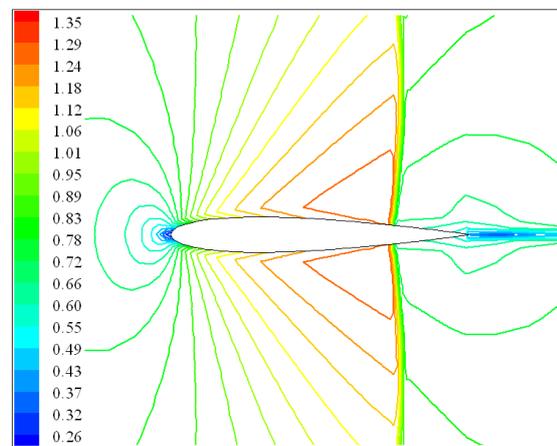
M=0.63



M=0.77



M=0.83



M=0.85

Figure (5-21) Lignes Iso-Mach sur la surface du profil NACA0012

Alpha=0°

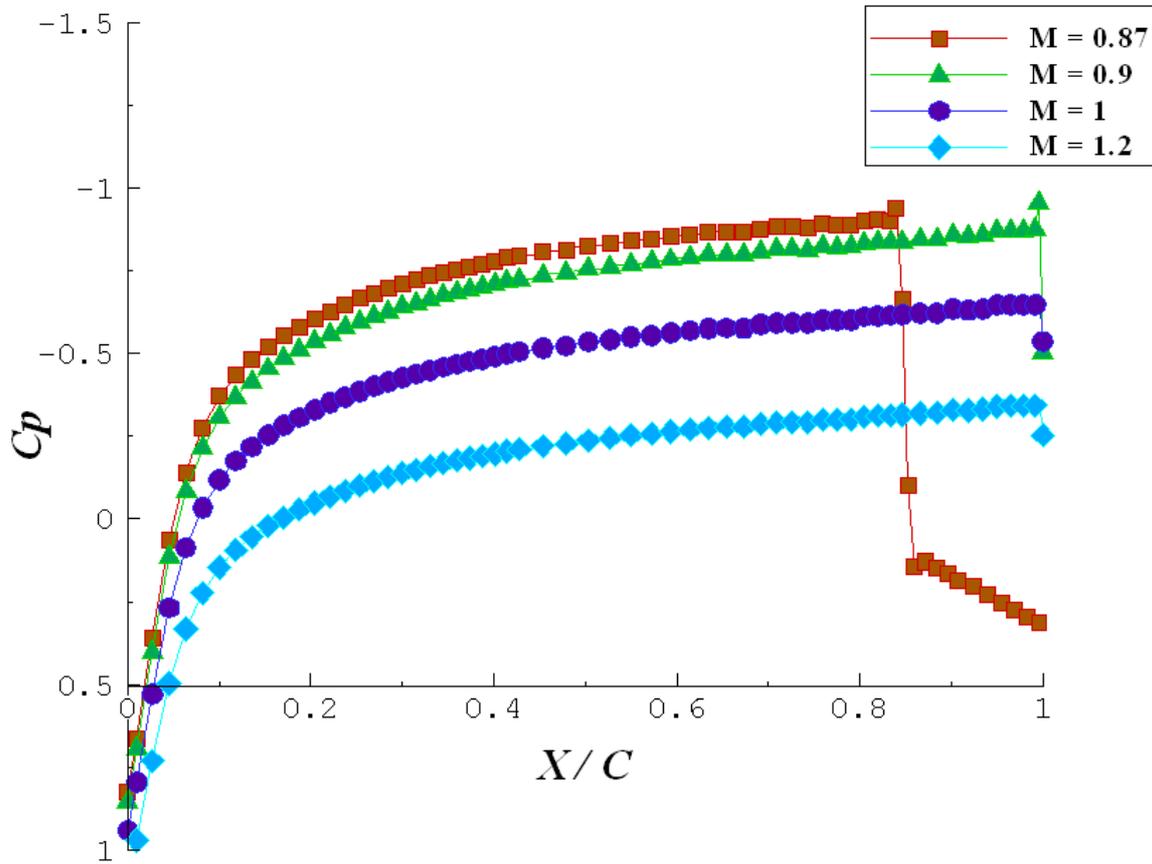


Figure (5-22) Distribution du coefficient de pression sur la surface du profil NACA0012
 Maillage 9004 $\alpha = 0^\circ$

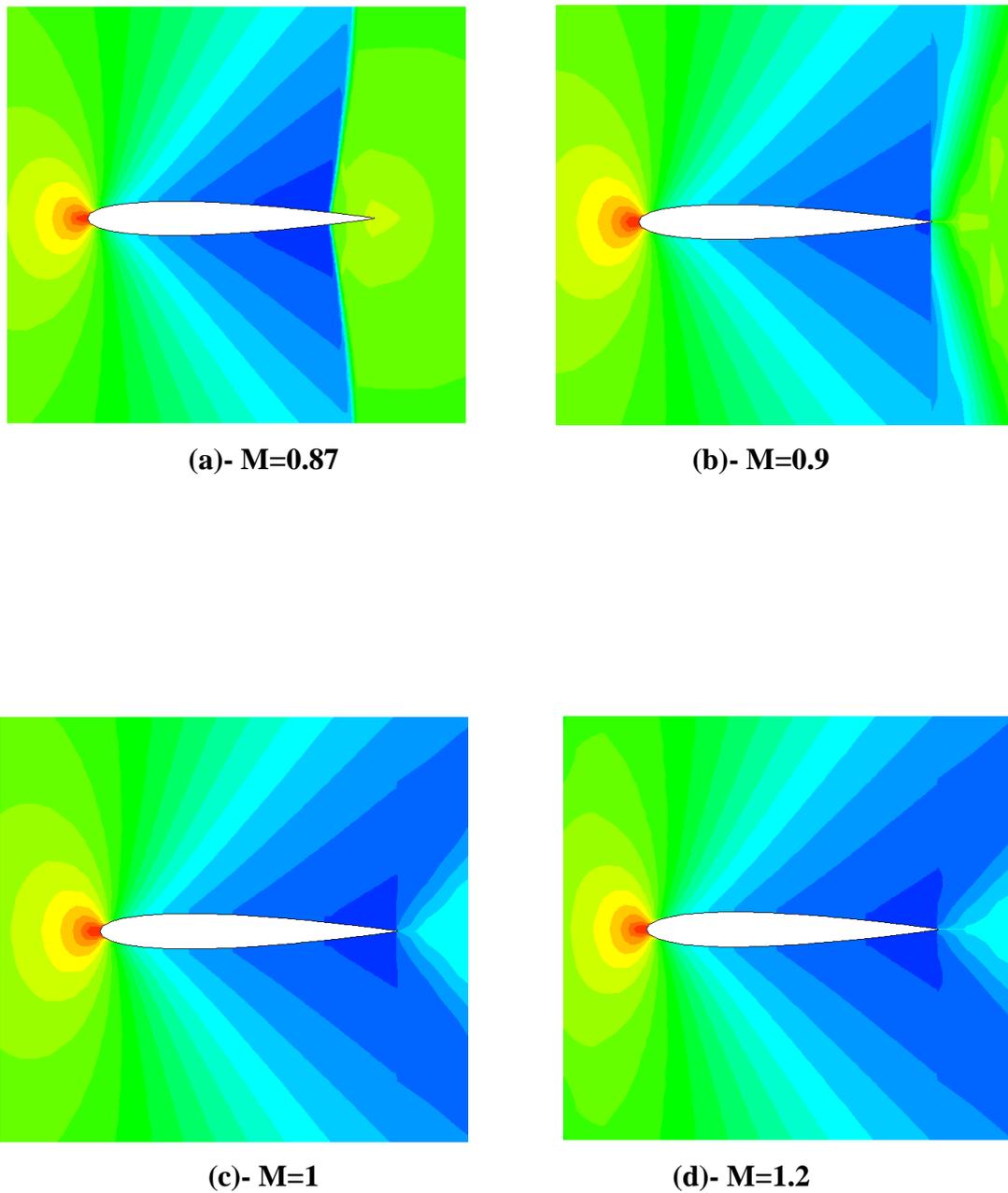


Figure (5-23) Contours de la pression statique pour différents nombres de Mach
 $\text{Alpha}=0^\circ$ Profil NACA0012

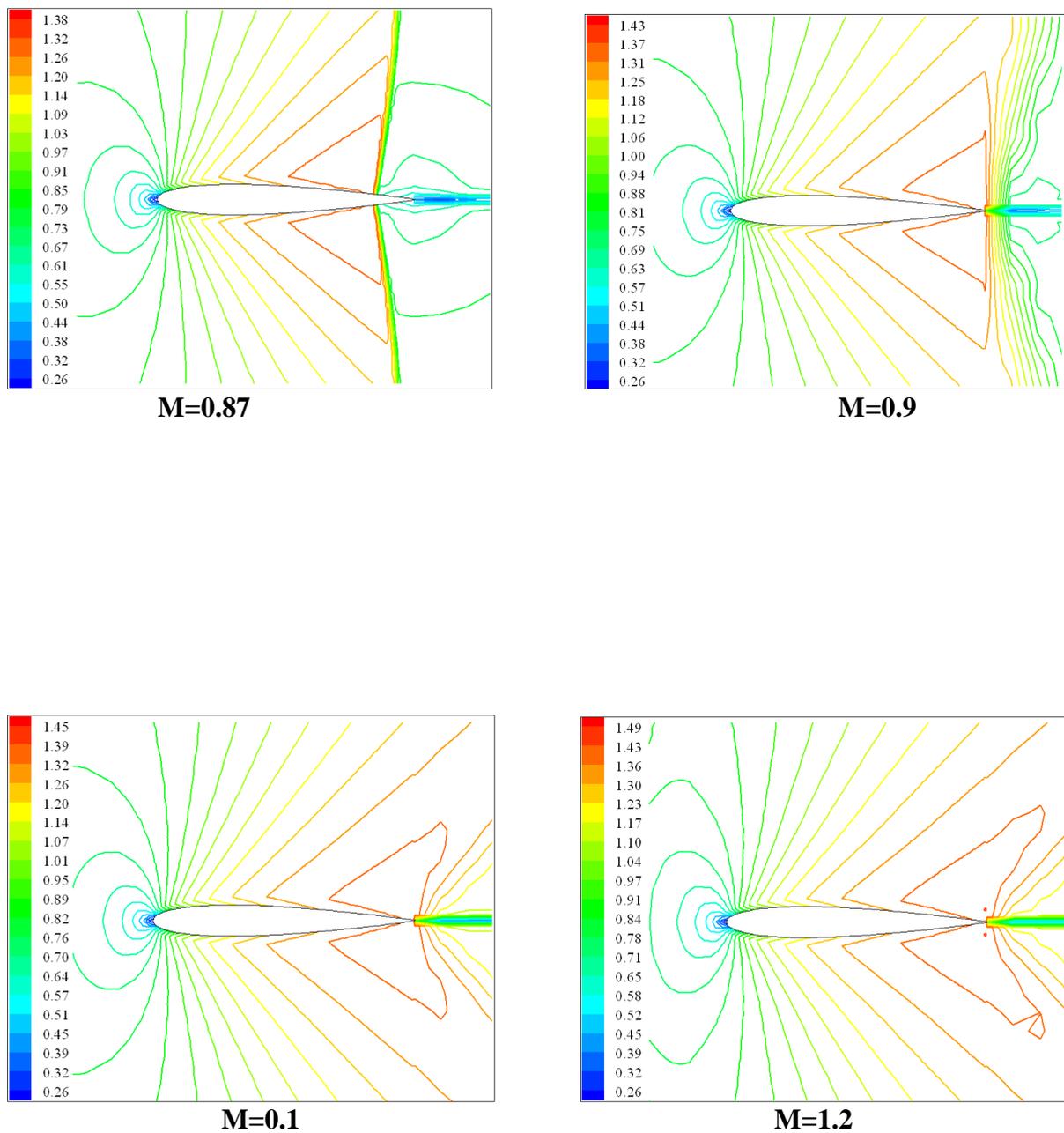


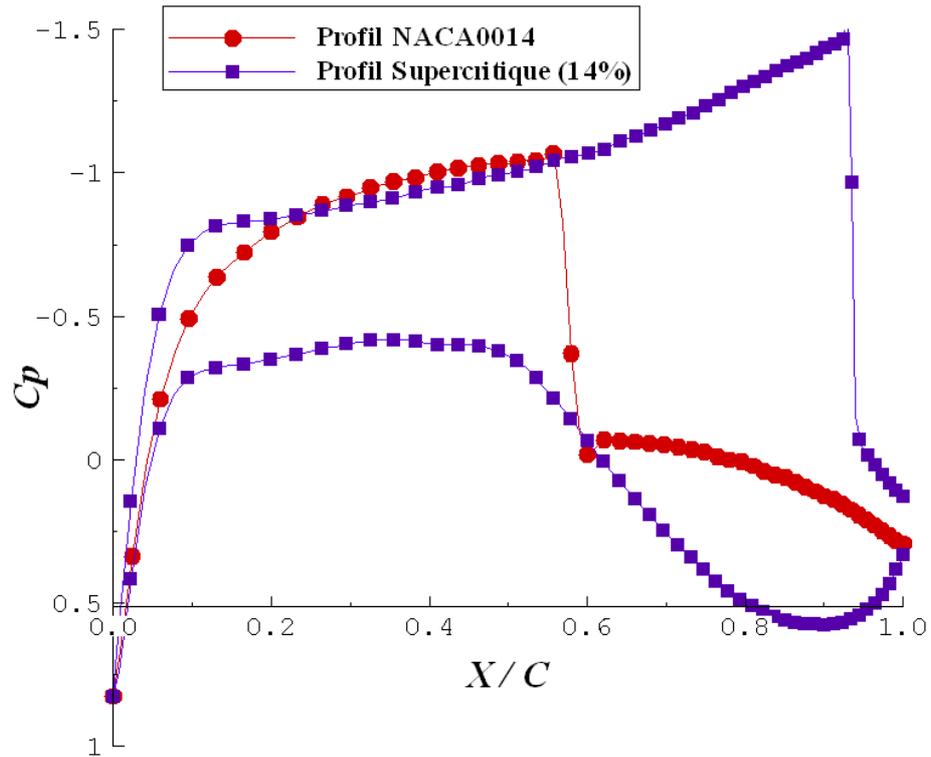
Figure (5-24) Lignes Iso-Mach sur la surface du profil NACA0012

Alpha=0°

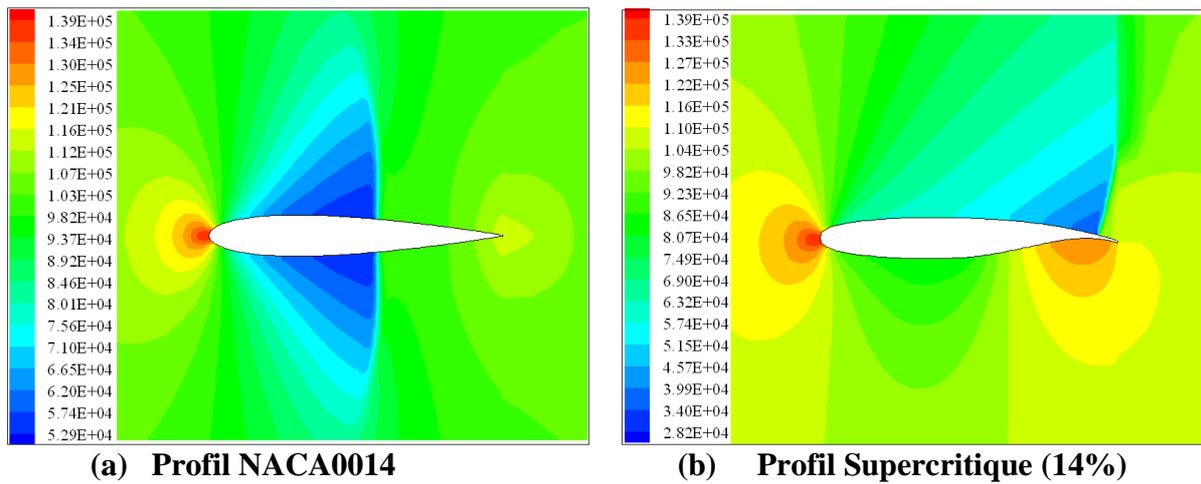
5.4.4 Effet de la géométrie

Dans ce cas, on a étudié deux profils différents, un profil symétrique NACA0014, et un profil supercritique non symétrique de même épaisseur.

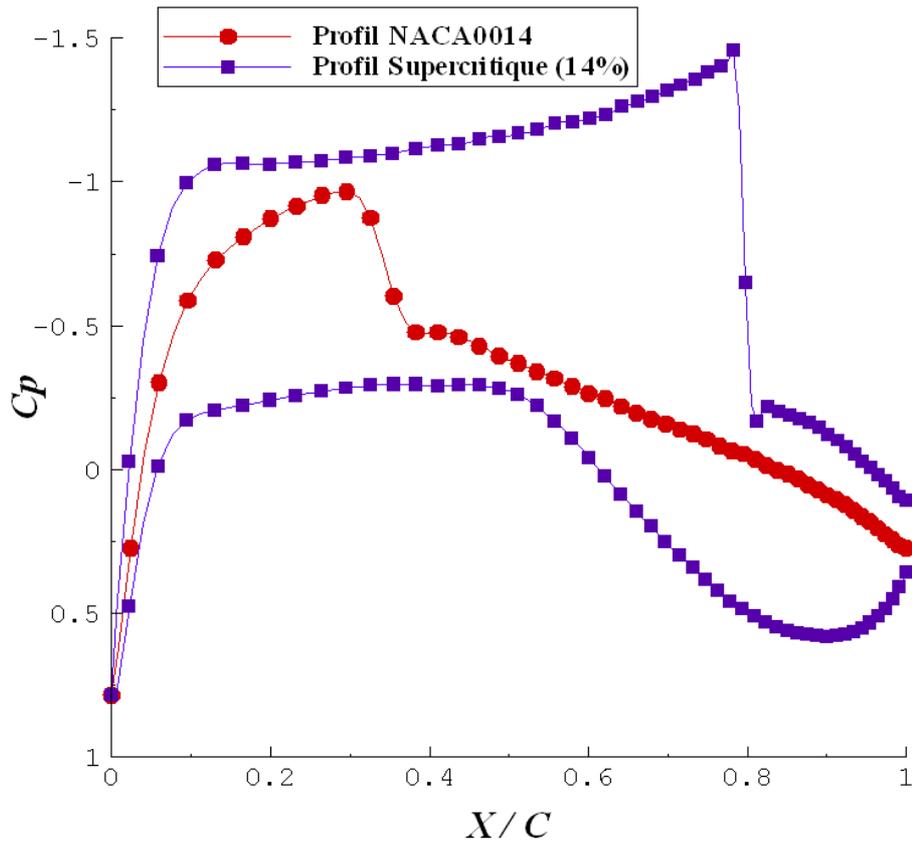
Les figures (5-25), (5-26) représentent respectivement la distribution du coefficient de pression et les contours de pression statique, pour un nombre de Mach = 0.8 et $\alpha = 0^\circ$. Ces figures montrent une zone supersonique plus grande dans le cas du profil supercritique avec une onde de choc plus repoussée vers l'arrière. Pour le profil non symétrique l'onde de choc est localisé à 90% de la corde, par contre pour le profil NACA0014, elle est localisée à 59% de la corde. Ainsi, l'interaction entre l'onde de choc et la couche limite qui est un phénomène induisant une augmentation de la trainée, est retardé pour un profil supercritique, entraînant une réduction de cette dernière. De même [27], on remarque sur la figure(5-29), que la surface représentée par la distribution du C_p sur l'extrados et l'intrados du profil supercritique est de loin plus importante que celle du profil NACA0012. Ce qui représente une augmentation de portance conséquente. D'où l'utilisation de ces profils supercritiques sur les avions modernes.



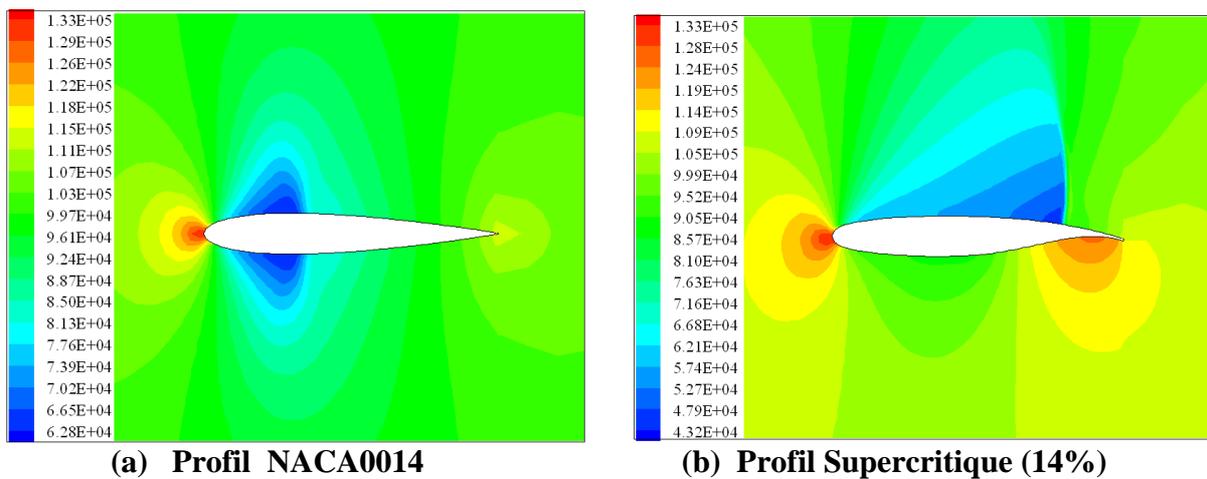
**Figure (5-25) Distribution du coefficient de pression sur la surface du profil
Maillage 9004 Mach =0.8 Alpha=0°**



**Figure (5-26) Contours de la pression statique pour différente géométrie
M = 0.8 Alpha = 0°**



**Figure (5-27) Distribution du coefficient de pression sur la surface du profil
Maillage 9004 Mach =0.75 Alpha=0°**



(a) Profil NACA0014

(b) Profil Supercritique (14%)

**Figure (5-28) Contours de la pression statique pour différente géométrie
M = 0.75 Alpha = 0°**

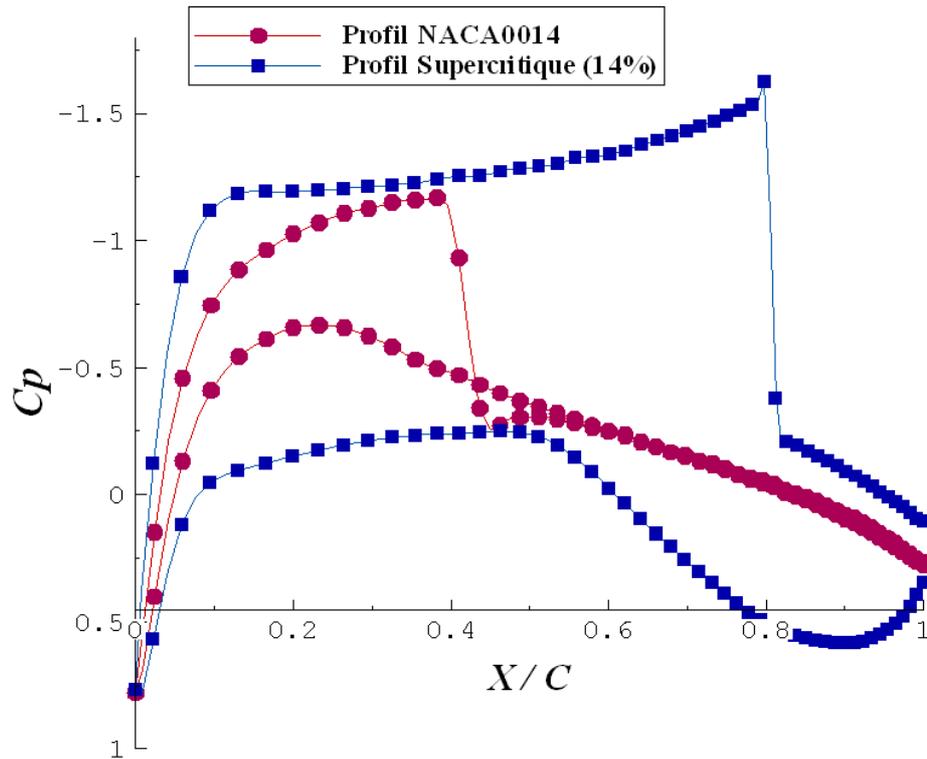
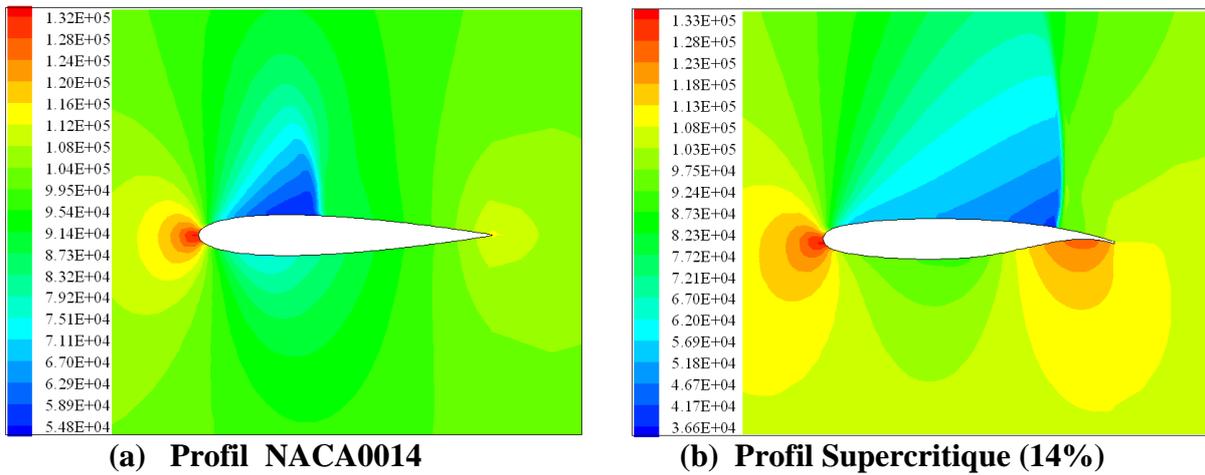


Figure (5-29) Distribution du coefficient de pression sur la surface du profil
Maillage 9004 Mach =0.75 Alpha=1°



(a) Profil NACA0014

(b) Profil Supercritique (14%)

Figure (5-30) Contours de la pression statique pour différente géométrie
M = 0.75 Alpha = 1°

Conclusion

Conclusion

La résolution des équations régissant les écoulements transsoniques étant complexe, la simulation numérique devient à la fois une simplicité, sur le plan économique et performance d'étudier et de comprendre les différents phénomènes concernant les écoulements autour de profil d'aile, cette simulation nous a permis de déterminer les caractéristiques de l'écoulement.

La solution des équations d'Euler et de continuité, menant à l'étude d'un écoulement transsonique d'un fluide parfait non visqueux autour de profil, est faite en ce basant sur la technique de la méthode des volumes finis, utilisant le schéma Upwind d'ordre 2

L'un des principaux objectifs de ce travail a été atteint, notamment une maîtrise avancée du logiciel de calcul «Fluent » ainsi que celui du maillage « Gambit ».

Nous avons principalement intéressés par l'étude de la distribution du coefficient de pression autour de profils. L'étude a permis de capter l'onde de choc et de localiser sa position, qui été un de nos objectifs majeurs. Dans une deuxièmes étape, on a procédé au contrôle de cette dernier, en faisant varier les différents paramètres géométriques et dynamiques. Cette étude, aussi, a permis de définir la nature de l'écoulement sur les différents profils étudié.

La détermination du nombre de Mach critique est un problème important en aérodynamique à hautes vitesse, car pour $M > M_{cr}$ le régime transsonique apparaît où il y a une forte augmentation du coefficient de traînée.

D'après les résultats obtenus on remarque que la diminution de l'épaisseur du profil symétrique fait augmente le nombre de Mach critique, et par contre quand l'épaisseur agrandit, le nombre de Mach critique se réduire

On conclue aussi que l'augmentation des différents paramètres (Alpha, Epaisseur, Mach) est suivie par un décalage de l'onde de choc vers l'arrière, et que les profils supercritiques (non symétriques) fait reculer l'onde de choc vers l'arrière mieux que les profils de types NACA00t (symétriques).

En fin, malgré de sont apprentissage nécessite beaucoup de temps pour l'apprendre, il a été montré la capacité du logiciel « FLUENT » de prédire les écoulements complexes dans des géométries courbées et avec des régimes variables.

***Références
bibliographiques***

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] W. H. Mason Professor of Aerospace & Ocean Engineering Virginia Polytechnic Institute & State University « Applied Computational Aerodynamics » Chapter 7
Copyright 1998 by W. F. Mason
- [2] TH. Faur « Aérodynamique Appliquée » Travaux Dirigés 2009 Université Pierre et Marie Curie – Paris 6 École Normale Supérieure de Cachan.
- [3] Henri Cabannes « Contribution à L'étude Théorique des Fluide Compressibles.Ecoulements Transsoniques. Ondes de choc » Annales Scientifiques de L'E.N.S. 3^e série, tome 69, P.1-63.
- [4] Nathan Logsdon « A Procedure for Numerically Analyzing Airfoils and Wing Sections » The faculty of the department of mechanical and aerospace engineering, University of Missouri-Columbia December 2006
- [5] Xiao-Chuan Caiy, William D. Gropp, David E. Keyes, Robin G. Melvin and David D P. Young « Parallel Newton -Krylov- Schwarz Algorithms for the Transonic Full Potential Equation » Siam J. SCI. Comput. Vol. 19, No. 1, pp. 246{265, January 1998. Society for Industrial and Applied Mathematics
- [6] Djouimaa Sihem « Simulation de L'écoulement Transsonique Turbulent Autour d'un Aube de Turbine » Département de Mécanique, Université de Batna 2007
- [7] C. A. J Fletcher, « Computational Techniques in Fluid Dynamics- Volume 1 Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1988.
- [8] Charles D.Harris « Aerodynamic characteristics of a 14 -Percent- thick NASA Supercritical Airfoil Designed for a normal Force coefficient of 0.7 » NASA TM X-72712, February 1981.
- [9] Zhengun Feng « A non linear Computational Aeroelasticity Model Aircraft Wing » Montreal, August, 2005

- [10] Terry L. Holst and William F. Ballhaus, « Fast, Conservative Schemes for the Full Potential Equation Applied to Transonic Flow » AIAA Journal, vol.17, N° 2, PP 145-152, Feb.1979
- [11] Antony Jamson « Iterative Solution of Transonic Flows over Airfoils and Wings, Including Flows at Mach 1 » Communications on Pure and Applied Mathematics Vol XXVII, 283-309 (1 974)
- [12] H. K Versteeg and W. Malalasekera « An Introduction to Computational Fluid Dynamics –The Finite Volume Method » Longman. Scientific and technical, 1995
- [13] J. Blazek « Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications » Alstom Power Ltd., Baden-Daettwil, Switzerland ELSEVIER 2001
- [14] C.A.J Fletcher, « Computational Techniques for Fluid Dynamics 2-Specific Techniques for Different Flow Categories- » Springer Series in Computational Physics Verlag, Berlin Heidelberg, October 1987.
- [15] H. Viviand « Une Méthode de construction de Maillage Bidimensionnel, Orthogonaux ou Non Orthogonaux » La recherche aérospatiale Année 1982, N° 1, (Janvier-février), P 47-50.
- [16] Mohamed Amara « Analyse de Méthode D'élément Fini Pour Des Ecoulements Transsoniques » Thèse de Doctorat d'état Es Sciences Mathématiques, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, Mars 1983.
- [17] Vineet Rakesh « Creating and Meshing Basic Geometry in Gambit » Software: GAMBIT 2.1.6/ FIDAP 8.7.2 /Presto 1.2, Cornell University 2005
- [18] Girish Kumar. Khare « Development of a Computational Design System for the Multi-Objective Aerodynamic Design Optimization of 2D Airfoils. – Geometry Modeling » School of Engineering, Cranfield University

- [19] Gambit 2.1 User's Guide, May 2003, Fluent.inc.
- [20] Fluent 6.1 User's Guide, February 2003, Fluent.inc.
- [21] Brett Malone and W. H. Mason « Multidisciplinary Optimization in Aircraft Design Using Analytic Technology Models » Journal of Aircraft Vol. 32, No. 2, March-April 1995.
- [22] vorgelegt von M.Sc. Chol Gyu O « Shape Optimization for Two-Dimensional Transonic Airfoil by Using the Coupling of FEM and BEM » Institute for Angewandte Analysis and Numeric Simulation University Stuttgart 2006.
- [23] N. L. Sankar, J. B. Malone, and Y. Tassa « A Strongly Implicit Procedure for Steady Three-Dimensional Transonic Potential Flows » AIAA Journal Vol. 20, NO. 5. PP 598-605.
- [24] Terry L. Hoist and Scott D. Thomas « Numerical Solution of Transonic Wing Flow fields » VO 21 NO 6, JUNE 1983 AIAA Journal, PP 863-870
- [25] David A. Caughey « Diagonal Implicit Multigrid Algorithm for the Euler Equations » Vol 26, N° 7, JULY 1988 AIAA Journal, PP 841-851.
- [26] O. Chakired « Etude D'un Ecoulement Transsonique Autour de Profil » Memoire de Magister University Mentouri-Constantine Departement de Physique, 2003
- [27] Charles D. Harris « NASA Supercritical Airfoils -A Matrix of Family-Related Airfoils» NASA Technical Paper 2969 Langley Research Center Hampton, Virginia 1990

ANNEXE

Appendix

Programme pour calculer les points des profils NACA à quatre chiffres

```
function [Upoints, Lpoints] = FourSeries(c,m,p,t)

% c: the length of the chord
% m: max ordinate of mean line in percent
% p: chord wise position of max ordinate in tenths
% t: max thickness of airfoil as percent
x = linspace(0,1);
% Calculating the thickness of the airfoil
i = 1;
while i <= 100
ytp(i) = t/0.20*(0.29690*sqrt(x(i))-0.12600*x(i)-0.35160*x(i)^2+0.28430*x(i)^3-
0.10150*x(i)^4);
i = i + 1;
end
% Calculating the y values for the mean line
i = 1;
k = 1;
while i <= 100
if x(i) < p
ybc(i) = m/p^2*(2*p*x(i)-x(i)^2);
else
yac(k) = m/(1-p)^2*((1-2*p)+2*p*x(i)-x(i)^2);
k = k + 1;
end
i = i + 1;
end
% Calculating the radius of the leading edge circle
rt = 1.1019*t^2;
x3 = 0.005;
if p == 0
yc = m/(1-p)^2*((1-2*p)+2*p*x3-x3^2);
else
yc = m/p^2*(2*p*x3-x3^2); %Finding the y value of the line for the center of the
nose circle with respect to the standard x value of 0.005
end
theta = atan(yc/x3); %Finding the angle of the line from the horizontal that the center
of the circle will lie on
x1 = rt*cos(theta); %Finding the x coordinate for the center of the circle
y1 = rt*sin(theta); %Finding the y coordinate for the center of the circle
51
m = yc/x3;
x2 = linspace(0,2*rt);
x2(100) = 2*rt;
i = 1;
```

```

while i <= 100;
yp(i,1) = x2(i);
yp(i,2) = sqrt(rt^2-(x2(i)-x1)^2)+y1; %y values of the circle
yp(i,3) = 0;
yn(i,1) = x2(i);
yn(i,2) = -sqrt(rt^2-(x2(i)-x1)^2)+y1; %neg y values of the circle
yn(i,3) = 0;
i = i + 1;
end
yp(1,2) = 0; %Starting airfoil at 0 for nose
yn(1,2) = 0; %Starting airfoil at 0 for nose
% Calculating the upper and lower coordinates of the airfoil
i = 1;
k = 1;
while i <=100
if i == 1
Xu(i,1) = x(i);
Xu(i,2) = x(i);
Xu(i,3) = 0;
Xl(i,1) = x(i);
Xl(i,2) = x(i);
Xl(i,3) = 0;
theta (i) = 0;
% elseif i == 100
% Xu(i,1) = x(i);
% Xu(i,2) = 0;
% Xu(i,3) = 0;
% Xl(i,1) = x(i);
% Xl(i,2) = 0;
% Xl(i,3) = 0;
% theta(i) = 0;
elseif x(i) < p
theta(i) = atan((ybc(i)-ybc(i-1))/(x(i)-x(i-1)));
Xu(i,1) = x(i) - ytp(i)*sin(theta(i));
Xu(i,2) = ybc(i) + ytp(i)*cos(theta(i));
Xu(i,3) = 0;
Xl(i,1) = x(i) + ytp(i)*sin(theta(i));
Xl(i,2) = ybc(i) - ytp(i)*cos(theta(i));
Xl(i,3) = 0;
52
else
if k == 1 && p == 0
theta(i) = atan((yac(k)-0)/(x(i)-x(i-1)));
Xu(i,1) = x(i) - ytp(i)*sin(theta(i));
Xu(i,2) = yac(k) + ytp(i)*cos(theta(i));
Xu(i,3) = 0;
Xl(i,1) = x(i) + ytp(i)*sin(theta(i));
Xl(i,2) = yac(k) - ytp(i)*cos(theta(i));

```

```

Xl(i,3) = 0;

t = t + 1;
elseif k == 1
theta(i) = atan((yac(k)-ybc(i-1))/(x(i)-x(i-1)));
Xu(i,1) = x(i) - ytp(i)*sin(theta(i));
Xu(i,2) = yac(k) + ytp(i)*cos(theta(i));
Xu(i,3) = 0;
Xl(i,1) = x(i) + ytp(i)*sin(theta(i));
Xl(i,2) = yac(k) - ytp(i)*cos(theta(i));
Xl(i,3) = 0;
k = k + 1;
else
theta(i) = atan((yac(k)-yac(k-1))/(x(i)-x(i-1)));
Xu(i,1) = x(i) - ytp(i)*sin(theta(i));
Xu(i,2) = yac(k)+ytp(i)*cos(theta(i));
Xu(i,3) = 0;
Xl(i,1) = x(i) + ytp(i)*sin(theta(i));
Xl(i,2) = yac(k) - ytp(i)*cos(theta(i));
Xl(i,3) = 0;
k = k + 1;
end
end
i = i + 1;
end
i = 1;
while Xu(i,1) < 2*rt
if yp(i,2) >= Xu(i,2)
Xu(i,1) = yp(i,1);
Xu(i,2) = yp(i,2);
end
if yn(i,2) <= Xl(i,2)
Xl(i,1) = yn(i,1);
Xl(i,2) = yn(i,2);
end
i = i + 1;
end
53
Xu(100,1) = 1; %Ending airfoil at exactly unit length 1
Xl(100,1) = 1; %Ending airfoil at exactly unit length 1
Xu(:,1) = Xu(:,1)*c;
Xu(:,2) = Xu(:,2)*c;
Xl(:,1) = Xl(:,1)*c;
Xl(:,2) = Xl(:,2)*c;
Upoints = Xu;
Lpoints = Xl;

```

Abstract

The objective of this study is to simulate in **2d** the control of the choc wave around an airfoil, in a transonic flow. We are interested mainly in the determination of the velocity and the pressure coefficient distribution on the different airfoils.

The simulations were performed with “FLUENT” software,

We have used two types of airfoils, the symmetrical NACA00t airfoils, and the non symmetrical supercritical airfoil.

The critical Mach number which corresponds to the apparition of the first choc wave on the profile is determined, is as high as the airfoil thickness is small. The more the angle of incidence is high, the more the choc wave is displaced towards the trailing edge. A supercritical airfoil, compared to a symmetrical airfoil in the same conditions, show a choc wave displaced by 30% towards the trailing edge.

Key words

-Simulation -Transonic flow –Control –Discretizatoin -Finite volume -NACA00t and supercritical airfoils. –FLUENT

الهدف من هذه الدراسة هو إنجاز تمثيل عددي ذو بعدين لمراقبة موجة الصدمة حول جناح لجريان . نهتم خصوصا بتمثيل توزيع معامل الضغط وكذلك السرعة.

تم التمثيل العددي لحل المعادلات بواسطة البرنامج « FLUENT » استخدام طريقة الأحجام الصغيرة. استخدمنا في هذه الدراسة نوعين من الأجنحة, NACA00t غير متناظر

Mach الحرج الموافق لظهور أول موجة الصدمة, يكون أكبر كلما كان سمك الجناح أكبر.

NACA

تراجعت نحو نهاية الجناح بنسبة 30%. بالنسبة لتأثير زاوية الميل, فانه كلما كانت الزاوية كبيرة كلما تراجعت موجة الصدمة نحو نهاية الجناح.

الكلمات الأساسية

- تمثيل عددي - جريان صوتي - - التحوي - - الأحجام الصغيرة -NACA00t -FLUENT

Résumé

L'objectif de cette étude est de simuler en deux dimensions le contrôle de l'onde de choc sur un profil, dans un écoulement transsonique. On s'intéresse principalement à la détermination de la distribution du coefficient de pression et de la vitesse sur différents profils.

La simulation a été effectuée utilisant le logiciel « FLUENT ».

On a utilisé dans cette étude deux types de profils, les profils symétriques de type NACA00t, et un profil non symétrique de type supercritique.

Le Mach critique correspond à l'apparition de la première onde de choc sur le type de profil a été déterminée et il est d'autant plus élevé que l'épaisseur est petite. Plus l'angle d'attaque est grand et plus l'onde de choc est repoussée vers le bord de fuite. Un profil supercritique comparé à un profil NACA symétrique dans les mêmes conditions, donne une onde de choc repoussée de 30% vers le bord de fuite.

Mots clés

Simulation -Ecoulement transsonique -Contrôle -Discrétisation -volumes finis -FLUENT
-NACA00t et supercritique